



Levantamento e Avaliação de Modelos de Fator de Fricção Interfacial para Escoamentos Anulares

Daniel de Mattos Passy

Projeto de Final de Curso

Orientador: Luiz Fernando Lopes Rodrigues Silva, D. Sc.

Coorientador: Rodrigo Petrone dos Anjos, M. Sc.

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2020

Levantamento e Avaliação de Modelos de Fator de Fricção Interfacial para Escoamentos Anulares

Daniel de Mattos Passy

Projeto de Final de Curso submetido ao Corpo Docente da Escola de Química, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Engenheiro Químico.

Aprovado por:

Tânia Suaiden Klein , Ph.D.

Felipe Souto da Silva, D.Sc.

Nathália Corrêa de Sá, M.Sc.

Orientado por:

Luiz Fernando Lopes Rodrigues Silva, D.Sc.

Rodrigo Petrone dos Anjos, M.Sc.

Rio de Janeiro, RJ – Brasil

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, aos meus pais, Ângela Neiva de Mattos e Yoav Passy, por minha existência e tudo o que eu sou, devo minha vida a vocês. Agradeço ao meu avô Renê, que nos deixou um pouco antes do início da faculdade. Agradeço à Creuza, por sua existência. Agradeço a minha irmã por Sofia, minha sobrinha.

Agradeço a Israel por existir. Agradeço à minha família de Israel, principalmente à minha avó נחמה, amor maior não existe. Obrigado por ter me permitido viver em Israel por 5 meses. Ao meu tio יוני; à sua esposa, Rebecca; à אריה, por toda a vida a frente que lhe aguarda; à זרבה, por ser porta voz de meu avô, por cuidar dele e por me aceitar como neto; à família Farage, por ter me “adotado”.

Agradeço à instituição universidade pública e aos cidadãos brasileiros que me permitiram realizar o curso de engenharia química na UFRJ. Sem a universidade pública, eu não seria metade de quem sou hoje, meu mundo seria muito menor. Agradeço ao DAEQ. Agradeço a todas as pessoas que, durante essa jornada, permitiram-se a troca comigo. Não é possível mensurar o quanto eu aprendi nos intervalos entre as aulas, nos finais de semana, nas noites que despendi com essas pessoas que apenas conheci graças a essa universidade. Agradeço a Gabriela Freitas, Daphne Vasco e Camila Sauer, 3 companheiras que tive durante a faculdade – não concomitantemente, óbvio -, especialmente Daphne, por me resgatar de momentos de depressão mais profunda.

Agradeço ao Jorge, por ser meu primeiro orientador no meu primeiro trabalho – e também à Beth. Agradeço à Mika, ao Coletivo ECOA, ao Gilmar, e todos que entraram no meu capítulo de teatro.

Agradeço à EQ Hands-On, como instituição, e Filipe, como indivíduo, por me fazerem acreditar mais em mim mesmo.

Obrigado: Camila, Ariadne, Ghabriella, Kurtz δ Grupo, Cesar, “Bigode”, “Buddy Beck”, “bora beber”, RPI in Peace, “Workshops”, “NightRide”, Tito, Kevin, Igor, Artur, Luna... tanta gente, vou esquecer de alguém.

Agradeço à Rodrigo Petrone, pela paciência e dedicação. É difícil acreditar na paciência que você tem comigo, chego a ter vergonha de mim mesmo. Agradeço ao Luiz Fernando, pela chance e pelo suporte, tanto abstrato quanto concreto. Agradeço à toda equipe LAB CFD, especialmente Tatiane, nada disto seria possível sem vocês que tanto me ajudaram. Agradeço a Schubring, pela simpatia e *willigness to help*. E pelos dados, claro

Resumo do Projeto de Final de Curso apresentado à Escola de Química como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Química.

Levantamento e Avaliação de Modelos de Fator de Fricção Interfacial para Escoamentos Anulares

Daniel de Mattos Passy

Fevereiro/2020

Orientador: Luiz Fernando Lopes Rodrigues Silva, D. Sc.

Coorientador: Rodrigo Petrone dos Anjos, M. Sc.

A exploração de gás natural nas reservas naturais do Pré-Sal impõe novos desafios tecnológicos. Há uma alta concentração de gás carbônico misturado ao gás natural e sua remoção representa um grande custo para a produção. A utilização de um sistema de separação supersônico pode representar diversas vantagens, entretanto, o *know-how* tecnológico é de domínio de poucas empresas. Previamente a construção deste equipamento, a modelagem computacional é uma forma de reduzir custos com prototipagem e pesquisa. Modelos que descrevam tal equipamento, entretanto, não se encontram em *softwares* comerciais e nem de código livre. Dada tal ausência, faz-se necessário o estudo e modelagem do equipamento como um todo. Este equipamento possui escoamento complexo e o presente trabalho concentra-se no fator de fricção na interface líquido-gás. Diferentes modelos foram obtidos na literatura, Wallis, Moeck, Asali, Henstock Schubring, Fukano e Furuwaka, Fore, Wongwise, Hurlburt, Sun, Wallis modificado, e, utilizando-se um conjunto de variáveis adimensionais desenvolvido no presente trabalho, identificou-se que o número de Reynolds do gás, o número de Reynolds do líquido e a espessura do filme líquido adimensionais são as variáveis mais importantes para a previsão do fator de fricção interfacial. Três bancos de dados experimentais foram coletados e realizou-se uma análise estatística para eleger o modelo que melhor se adequava aos dados experimentais; tanto globalmente quanto para diferentes faixas das variáveis adimensionais selecionadas como relevantes para o problema. Todavia, nenhum dos modelos mostrou-se adequado para estimar o fator de fricção nem de forma geral nem para as faixas estudadas, exceto quando avaliados segundo o conjunto de dados experimentais usado para a construção do modelo.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	8
1.1	MOTIVAÇÃO	8
1.2	OBJETIVO.....	11
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
2.1	ESCOAMENTO ANULAR.....	12
2.2	MODELOS DE FATOR DE FRICÇÃO.....	15
3	METODOLOGIA	23
3.1	ANÁLISE DIMENSIONAL	23
3.2	COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS.....	28
3.3	COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS PARA FAIXAS DAS VARIÁVEIS ADIMENSIONAIS	29
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	30
4.1	COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS.....	30
4.2	COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS PARA FAIXAS DAS VARIÁVEIS ADIMENSIONAIS	33
5	CONCLUSÕES E PROPOSIÇÃO PARA TRABALHOS FUTUROS	53
6	REFERÊNCIAS	54
7	APÊNDICE.....	57
7.1	DESENVOLVIMENTO DAS VARIÁVEIS ADIMENSIONAIS.....	57
7.2	TRANSFORMAÇÃO DOS MODELOS PARA O NOVO CONJUNTO DE VARIÁVEIS.....	58

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: ESTIMATIVA DA PRODUÇÃO DE BARRIS BRASIL. (PETRONE, 2016)	8
FIGURA 2: ALGUMA DAS CONFIGURAÇÕES DE ESCOAMENTO BIFÁSICO. ADAPTADO DE VILLELA (VILLELA, 2004)	12
FIGURA 3: VOLUME DE CONTROLE PARA ANÁLISE DE BALANÇO DE MOMENTO ESCOAMENTO ANULAR.	14
FIGURA 4: COMPARATIVO ENTRE DADOS DE SCHUBRING E SHEDD (SCHUBRING E SHEDD, 2009) E MODELOS DE FATOR DE FRICÇÃO	34
FIGURA 5: COMPARATIVO ENTRE DADOS DE ALIYU <i>ET AL.</i> (AL & ET., 2016) E MODELOS DE FATOR DE FRICÇÃO...	38
FIGURA 7: COMPARATIVO ENTRE DADOS DE FORE E DUKLER (L. B. FORE, 1995) E MODELOS DE FATOR DE FRICÇÃO.	42

LISTA DE TABELAS

TABELA 1: MODELOS DE FATOR DE FRICÇÃO.	25
TABELA 2: FAIXAS EXPERIMENTAIS UTILIZADAS PARA AQUISIÇÃO DE DADOS POR AUTOR.....	28
TABELA 3: DESEMPENHO DOS DIFERENTES MODELOS DE FATOR DE FRICÇÃO FRENTE AOS DADOS DE SCHUBRING E SHEDD (SCHUBRING E SHEDD, 2009).....	30
TABELA 4: DESEMPENHO DOS DIFERENTES MODELOS DE FATOR DE FRICÇÃO FRENTE AOS DADOS DE FORE E DUKLER (L. B. FORE, 1995).	31
TABELA 5: COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS DE FATOR DE FRICÇÃO EM RELAÇÃO AOS DADOS DE ALIYU <i>ET AL.</i> (AL & ET., 2016).....	33
TABELA 6: ERROS POR FAIXAS REFERENTES A δD PARA DADOS DE SCHUBRING E SHEDD (SCHUBRING & SHEDD, 2009).....	35
TABELA 7: ERROS POR FAIXAS REFERENTES A <i>Rel</i> PARA DADOS DE SCHUBRING E SHEDD (SCHUBRING E SHEDD, 2009).	36
TABELA 8: ERROS POR FAIXAS REFERENTES A <i>Reg</i> PARA DADOS DE SCHUBRING E SHEDD (SCHUBRING E SHEDD, 2009),	37
TABELA 9: ERROS POR FAIXAS REFERENTES A δD PARA DADOS DE ALIYU <i>ET AL.</i> (AL & ET., 2016).	39
TABELA 10: ERROS POR FAIXAS REFERENTES A <i>Rel</i> PARA DADOS DE ALIYU <i>ET AL.</i> (AL & ET., 2016).....	40
TABELA 11: ERROS POR FAIXAS REFERENTES A δD PARA DADOS DE FORE E DUKLER (L. B. FORE, 1995).....	43
TABELA 12: ERROS POR FAIXAS REFERENTES A <i>Rel</i> PARA DADOS DE FORE E DUKLER (L. B. FORE, 1995).	44
TABELA 13: ERROS POR FAIXAS REFERENTES A δD PARA TODOS OS BANCOS DE DADOS.....	48
TABELA 14: ERROS POR FAIXAS REFERENTES A <i>Rel</i> PARA SCHUBRING E FORE E DUKLER.....	49
TABELA 15: ERROS POR FAIXAS REFERENTES A <i>Rel</i> PARA ALIYU.	50
TABELA 16: ERROS POR FAIXAS REFERENTES A <i>Reyg</i> PARA TODOS OS BANCOS DE DADOS, PRIMEIRAS 4 FAIXAS.	51

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

Foi anunciada, em 2007, a descoberta de novas reservas de hidrocarbonetos próximas ao estado do Rio de Janeiro, situada em uma zona inferior à camada de sal, a dita Pré-Sal. Tais reservas representavam um enorme potencial de produção, 30 bilhões de barris de petróleo (2015) haviam sido comprovados até julho/2015, número 3 vezes superior às reservas comprovadas pertencentes à Petrobras na mesma data. (PETROBRÁS)

Em 2016, como apontado pelo estudo da IBP, Instituto Brasileiro de Petróleo, Gás e Bicom bustível, juntamente com o Instituto de Economia da UFRJ (ENERGIA e IBP, 2017), 40 % da produção brasileira de petróleo e 47 % da produção brasileira de gás já advinham da participação do Pré-Sal. Espera-se, contudo, que até 2026, 73 % da produção de petróleo seja advinda do Pré-Sal como ilustrado na Figura 1.

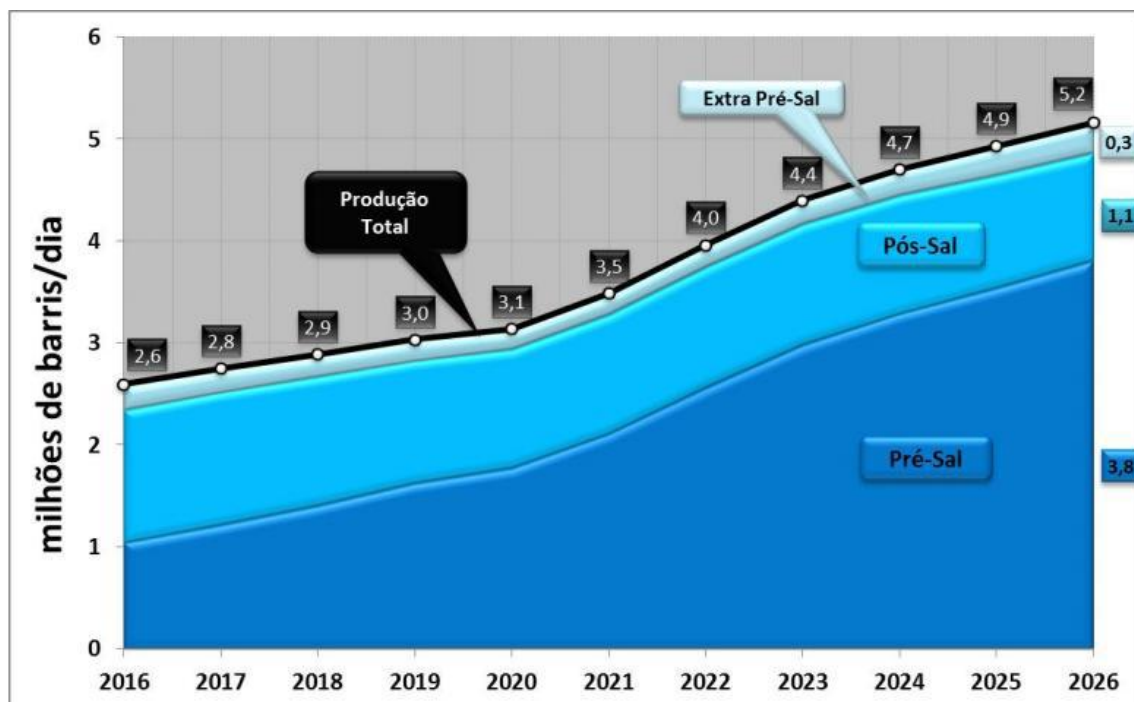


Figura 1: Estimativa da produção de barris Brasil. (PETRONE, 2016)

Além de gás natural, reservas do pré-sal possuem elevada concentração de CO_2 , H_2S , N_2 , considerados contaminantes (ARINELLI, 2015). Tais compostos representam grande desafio legal e técnico para a produção e comercialização. Há um limite máximo de

concentração de CO₂, definido em legislação, de 3 % em base molar (ANJOS, 2018). Em contrapartida, reservas do pré-sal detêm uma composição de CO₂ entre 10-40 % em concentração molar (ANJOS, 2018), podendo chegar até 70 % (Interview with Professor Frederico W. Tavares). Além disso, é preferível a remoção do CO₂ em estágios iniciais do processo de exploração do gás natural, pois esse apresenta efeitos corrosivos que danificam equipamentos (ANJOS, 2018).

Existem diversas técnicas que podem ser empregadas no processo de separação como a absorção em monoetanolamina (MEA) e dietanolamina (DEA); a separação por membrana, a destilação, o uso de solventes físicos, o reator leito fixo e processos com carbonatos. Cada um destes métodos possui um conjunto de especificidades que o tornam mais ou menos adequado, dentre essas podemos citar a faixa de concentração de CO₂, o espaço físico requerido, a geração de subprodutos dentre outros (AMARAL, 2017).

O processo de separação por aminas é comumente utilizado, sendo composto por duas seções, uma de absorção e outra de regeneração, tendo como vantagem a remoção concomitante de H₂S. Esse processo, entretanto, acarreta em dificuldades técnicas como apontado por Maddox e Morgan (MADDOX e MORGAN, 2006): corrosão, degradação da solução de amina e formação de espuma. Outros desafios para a implementação em unidades *offshore* ou *subsea* são a demanda de um amplo espaço físico e a complexidade da operação. (MADDOX e MORGAN, 2006)

Reportou-se que, em 2017, o processo de separação de gás carbônico e gás natural empregado pela Petrobrás era a de separação por membranas em unidades instaladas em FPSO's, unidade flutuante de armazenamento e transferência, tipo de navio utilizado pela indústria petrolífera para a produção e transferência de óleo e gás. Entretanto essa tecnologia possui diversas desvantagens: demanda intensiva de energia, equipamentos custosos e necessidade de um amplo espaço físico, recurso especialmente escasso em unidades *offshore*. Tal técnica se torna menos atrativa devido ao alto teor de contaminantes presentes no Pré-Sal, o que demanda uma maior área de filtração. A expansão da área filtrante é um processo de alta complexidade em FPSO's, em que espaço físico é uma importante limitação (ENERGIA e IBP, 2017).

Os separadores supersônicos surgem como uma solução para muitas das limitações apresentadas por outras técnicas. Esses possuem como vantagens a facilidade de operação, a

não utilização de solventes, não possuir partes móveis, baixo tempo de residência, requerer pouco espaço físico, requerido uso *subsea* e alta disponibilidade como citado por SCHINKELSHOEK e EPSOM (SCHINKELSHOEK e EPSOM, 2006). Além dessas vantagens, ainda operam com custos de instalação e operação inferiores e com desempenho superior quando comparados a outros sistemas anteriormente citados (FEYIGIN, IMAYEV, *et al.*, 2006).

Separadores supersônicos são equipamentos que consistem de um bocal convergente-divergente. Na seção convergente, é presente um escoamento monofásico subsônico; no momento em que se atinge a garganta, ponto de área transversal mínima, a velocidade do fluido alcança a velocidade do som, tornando o escoamento sônico e inicia-se um bocal divergente. O fluido acelera porque parte de sua entalpia é transformada em energia cinética, tornando o escoamento supersônico, o que causa resfriamento, queda de pressão abrupta do fluido e conseqüente condensação de uma fração do escoamento, que, no caso estudado, deseja-se que seja composto majoritariamente por gás carbônico. Em uma posição anterior ao bocal, encontram-se elementos geométricos no diâmetro interno do tubo que atuam na criação de um campo centrífugo, o qual carrega a fase condensada à parede e torna o escoamento anular, onde o líquido escoar próximo à parede, formando um filme, e o gás escoar no centro do tubo, usualmente chamado de *core*. Reentrâncias nas paredes coletam, então, o líquido e parte do gás. Este processo de separação se dá de acordo com o ponto de condensação de cada um dos componentes.

Tal equipamento teve seu primeiro uso comercial relatado por Haghghi *et al.* (HAGHIGHI, HAWBOLDT e ABDI, 2015) da empresa Stork Product Engineering BV, sendo utilizado inicialmente em aplicações de desidratação. Estudos apontam seu potencial para remoção de água e ajuste de ponto de orvalho de hidrocarbonetos (AMARAL, 2017). Pesquisas mais recentes, entretanto, apontam a possibilidade da retirada de gás carbônico do gás natural (SCHINKELSHOEK e EPSOM, 2006).

Para o desenvolvimento de tal equipamento, a Fluidodinâmica Computacional (CFD, em inglês) representa uma poderosa ferramenta na medida em que reduz custos frente a protótipos e experimentos (ANJOS, 2018).

A modelagem deste tipo de equipamento, porém, não é simples. Se faz necessário a modelagem de diversos fenômenos físicos: escoamento supersônico, escoamento multifásico,

condensação, formação do filme líquido. Por tal complexidade, há dificuldades na simulação desse equipamento com o código fonte *default* de *softwares* comerciais de CFD, como Ansys-CFX (SUN, CAO, *et al.*, 2017) (JIANG, WANG e TANG, 2011) (PRAST, LAMMERS e BETTING, 2006) e Fluent (FARAG, EL-THERY, *et al.*, 2015), os quais não apresentam modelos que simulem de maneira fidedigna o equipamento em questão. Faz-se necessária, portanto, a implementação em código CFD de modelagem que represente o separador supersônico afim de se obter resultados confiáveis que possam ser usados como para a construção do mesmo.

O escoamento presente em tal equipamento pode ser modelado de diversas formas. No presente trabalho é desenvolvido na metodologia utilizada por Petrone (ANJOS, 2018), a qual acopla as abordagens *two fluids* e balanço populacional ou Euler-Lagrange para modelar o escoamento de gás no seio do fluido, com a abordagem de filme líquido bidimensional para o escoamento anular do filme. Esta abordagem para o filme líquido requer a definição de termos fonte para as equações de balanço de massa e balanço de quantidade de movimento, como descritas pelas Equações 1.2.1 e 1.2.2.

$$\frac{\partial(\rho\delta)}{\partial t} + \nabla_S \cdot (\rho\delta U) = S_\delta \quad (1.2.1)$$

$$\frac{\partial(\rho\delta U)}{\partial t} + \nabla_S \cdot (\rho\delta U U) = \delta \nabla_S p + S_U \quad (1.2.2)$$

Onde S_δ é o termo fonte de massa, o que inclui, dentre outros, o fenômeno de deposição e entranhamento de gotículas no *core* de gás; δ é a espessura do filme líquido; U é o termo de velocidade; $\nabla_S \cdot$ é o operador divergência; ∇_S é o operador gradiente; p é a pressão; t é o tempo; ρ é a densidade e S_U é o termo fonte de momento, incluindo, dentre outros, o termo de tensão de cisalhamento líquido-vapor, como descrito por Haipeng Li (LI e ANGLART, 2015), o qual é advindo do fator de fricção, foco do presente trabalho.

1.2 Objetivo

O presente trabalho tem com objetivo o levantamento de modelos de fator de fricção, a avaliação desses comparando-os a dados obtidos na literatura e, por fim, a recomendações de modelos de fator de fricção que sejam adequados às variáveis operacionais do equipamento separador supersônico.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Escoamento Anular

Escoamentos bifásicos podem adquirir diferentes configurações dependendo do número de Reynolds do gás, número de Reynolds do líquido, viscosidade relativa entre as fases, dentre outros parâmetros. Esses regimes são classificados de maneiras distintas, como exemplo destas classificações, pode-se citar: bolha, estratificado liso, estratificado ondulado, ondas rolantes, tampão, golfadas, pseudo golfadas, anular, etc. Características visuais de alguns destes regimes são demonstrados na Figura 2.

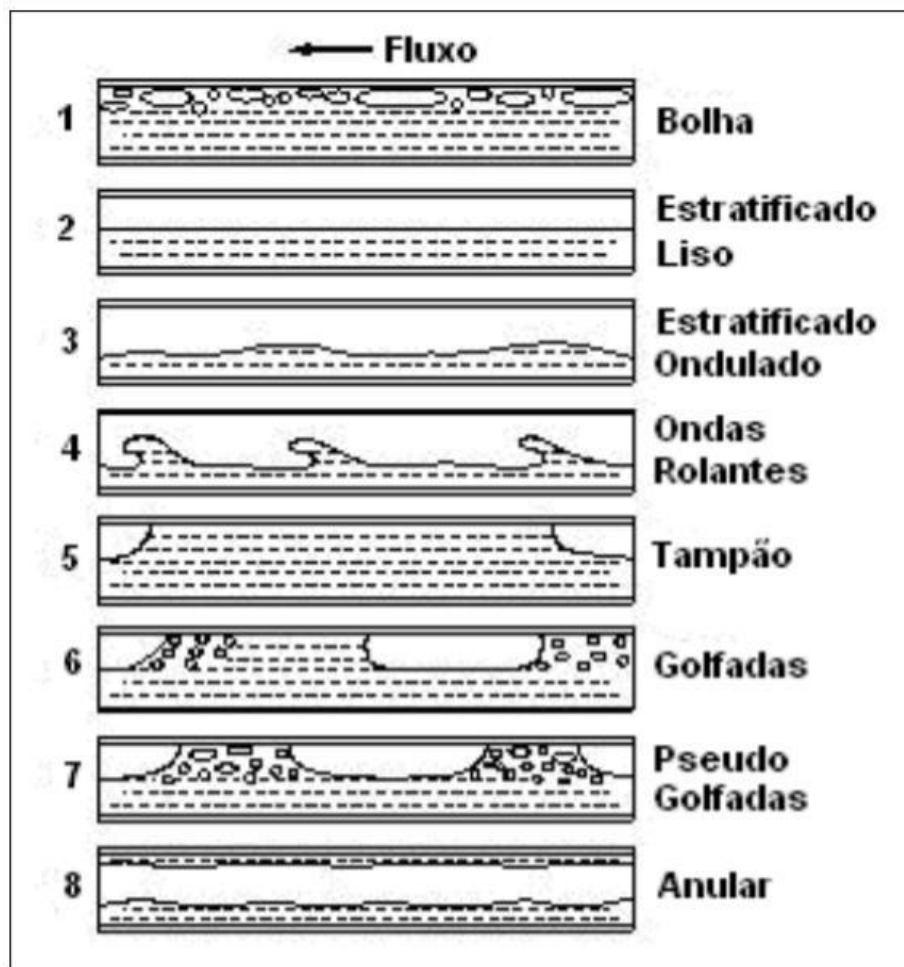


Figura 2: Algumas das configurações de escoamento bifásico. Adaptado de Villela (VILLELA, 2004)

O escoamento anular, tratado no presente trabalho, envolve uma fase líquida, escoando próxima a parede do tubo, e uma fase gás, escoando no “centro do tubo”, o *core*, juntamente com gotículas de líquido dispersas que se desprendem do filme líquido. O

escoamento do gás ocorre em uma velocidade muito superior à do líquido. Número de Reynolds do gás característicos para escoamento anulares são da ordem de grandeza de 10^4 e 10^6 , enquanto Número de Reynolds do líquido possuem ordem de grandeza entre 10^2 a 10^4 ; tratando-se do fluxo, velocidades características do gás situam-se entre 7-60 m/s e do filme líquido abaixo 3 m/s (SUN, 2018).

Para caracterização do escoamento anular, faz-se necessário descrever uma série de fenômenos físicos, como o entranhamento de gotículas para o *core* de gás advindas do filme líquido, a deposição de gotículas retornando ao filme líquido, a transferência de calor que ocorre entre as fases e dentro das fases, a transferência de massa, dentre muitos outros. O presente trabalho se concentrará apenas na descrição da força de cisalhamento entre as duas fases.

Para um escoamento com área transversal constante, pode-se desenvolver uma expressão para o balanço de quantidade de movimento em um volume de controle no centro do tubo, no “*core*”, expresso pela Equação 2.3, como descrito em Fore *et al.*[20] e ilustrado na Figura 3.

$$\int_A U_z \rho_c u_z dA = \int_A T_z dA + \int_V B_z dV \quad (2.3)$$

Em que U_z é a velocidade na direção do escoamento, ρ_c é a densidade do “*core*” no centro do tubo. T_z são as forças de superfície que agem axialmente ao fluxo. B_z são as forças de campo que atuam sobre o volume de controle. Observa-se na imagem também a pressão, p ; o fluxo mássico entranhado, W_{le} ; R_d, R_e , respectivamente, a taxa mássica de deposição de gotículas do *core* ao filme líquido e taxa mássica do efeito inverso: entranhamento de gotículas do filme líquido ao *core*.

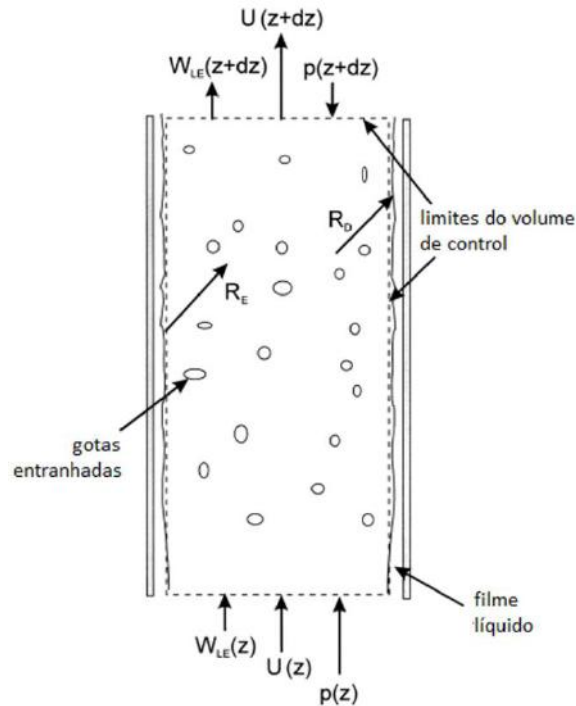


Figura 3: Volume de controle para análise de balanço de momento escoamento anular.

Quando se trata de um fluxo em estado estacionário, o balanço de quantidade de movimento resulta na Equação 2.4, como descrito por Fore *et al.* (FORE, BEUS e BAUER, 2000). Nela, encontra-se uma relação analítica entre tensão de cisalhamento, τ_i , e variáveis geométricas de escoamento.

$$\tau_i = -\frac{A_c}{P_c} \left[\frac{dp}{dz} \left(1 - \frac{\rho_c U_g^2}{p} \right) + \rho_g g \right] - R_d U_d + R_e U_e \quad (2.4)$$

$A_c, P_c, R_d, R_e, U_e, U_d, g, \rho_c$ e p são, respectivamente, área da seção transversal do tubo, perímetro molhado, taxa de deposição, taxa de entranhamento, velocidade média das gotículas entranhantes, velocidade média das gotículas depositantes, a densidade do “core”, a constante de aceleração da gravidade e a pressão.

Dado que o escoamento se encontra na orientação horizontal, a gravidade não possui componente em z , portanto não exerce influência na tensão de cisalhamento interfacial. Dado que a obtenção de dados sobre R_d e R_e é complexa e não está disponível nos dados encontrados, esses serão desconsiderados. Tal escolha, todavia, não representa fonte expressiva de erro, Kataoka *et al.* (KATAOKA, ISHIII e A. NAKAYAMA, 2000) apontam que menos de 4 %, em média, da tensão de cisalhamento é advinda dos fenômenos de entranhamento e deposição. Tal consideração é válida para a maioria dos escoamentos, entretanto, na medida em que as velocidades superficiais do gás e do líquido aumentam, a

taxa de deposição e entranhamento tornam-se relevantes (HURLBURT, FORE e BAUER, 2006). Em certos escoamentos com alto grau de deposição e entranhamento, estes fenômenos chegam a constituir 20% da perda de pressão, como apontado por Fore *et al.* (FORE, BEUS e BAUER, 2000). Para estes escoamentos, portanto, torna-se necessário a inclusão da modelagem da taxa de entranhamento a fim de se obter um resultado mais preciso.

Utilizando o diâmetro do tubo menos duas vezes a espessura do filme líquido na expressão da área e do perímetro, obtém-se a tensão de cisalhamento na interface, como descrito por Schubring (SCHUBRING e SHEDD, 2009) através da Equação 2.5.

$$\tau_i = -\frac{(D - 2\delta)}{4} \left(1 - \frac{\rho_c U_g^2}{p}\right) \frac{dp}{dz} \quad (2.5)$$

Em que D , δ são o diâmetro do tubo e a espessura do filme líquido, respectivamente.

Obtém-se, então, uma expressão que relaciona a perda de pressão com a tensão de cisalhamento, restando apenas a última peça que une a tensão de cisalhamento ao fator de fricção de Fanning. Isto se dá através da definição do fator de fricção, como explicitado na Equação 2.6:

$$f_i = \frac{2\tau_i}{\rho_i * u_i^2} \quad (2.6)$$

Em que u_i é a velocidade da interface. Devido a incapacidade técnica de obter-se u_i , será utilizado a velocidade do gás U_g .

2.2 Modelos de Fator de Fricção

O trabalho de Schubring e Shedd (SCHUBRING e SHEDD, 2009) utilizou dados exclusivamente de queda de pressão para obter valores de cisalhamento, utilizando-os para comparar modelos de queda de pressão. As configurações de seu escoamento são tais que a aproximação de Δp ser advindo apenas de perdas friccionais é razoável.

Baseada em uma analogia com a rugosidade da parede do tubo utilizada em escoamentos monofásicos, a interface gás-líquido é geralmente tratada como uma parede rugosa. A rugosidade é normalmente creditada à presença de ondas na interface (FORE e DUKLER, 2006). Através de imagens, é possível diferenciar dois tipos de regimes de ondas: pequenas ondas que cobrem considerável fração da superfície do filme líquido, “ripples”, que possuem vida curta, aparecendo e desaparecendo em pequenas distâncias axiais, e que estão

presentes em todos os escoamentos anulares. E ondas maiores, possuindo espessura por vezes cinco vezes àquela da base do filme líquido, e que atravessam o filme líquido em direção axial com velocidade muito superior à do filme, chamadas de “*disturbance waves*”, ondas de perturbação. Essas ondas só são encontradas em escoamento com um fluxo de líquido acima do dito fluxo crítico e são responsáveis por grande parte da tensão de cisalhamento (FORE e DUKLER, 2006). A descrição destes dois tipos de ondas é fundamental para a compreensão do escoamento anular, não apenas responsáveis pela fricção, também é de suas cristas que se desprendem gotículas que se entranham no fluxo de gás no centro do tubo. Experimentos de WOLF (WOLF, 1995) indicam que o fenômeno de entranhamento só ocorre quando também há a presença de *disturbance waves*. A dificuldade em caracterizá-las e mensurá-las, todavia, levou à criação de modelos que utilizassem outras variáveis, por exemplo, a espessura do filme líquido, que abarca influência das ondas na forma de uma média.

Existe uma farta literatura de modelos de fator de fricção, dentre eles, é de praxe se iniciar por Wallis (WALLIS, 1969), que introduz uma relação com a espessura adimensional do filme líquido demonstrado na Equação 2.7.

$$f_i = 0,005 \left(1 + 300 \frac{\delta}{D} \right) \quad (2.7)$$

Um ano após a publicação de Wallis, Moeck realizou experimentos utilizando pressões de 2 e 1 atm., em tubos verticais de diâmetro interno entre 1 e 3 cm, Reynolds de gás entre 20000 e 400000 sugeriu uma versão semelhante à de Wallis, porém com diferentes parâmetros.

$$f_i = f_g \left(1 + 1458 \left(\frac{\delta}{D} \right)^{1.42} \right) \quad (2.8)$$

Alternativamente, utilizou-se f_g , fator de fricção de escoamento monofásico no lugar da constante 0,005 (FORE, BEUS e BAUER, 2000) resultando na Equação 2.9.

$$f_i = f_g \left(1 + 300 \frac{\delta}{D} \right) \quad (2.9)$$

O que introduziu a dependência explícita do escoamento do gás no modelo, na medida que adota-se, comumente, o valor de f_g como $0,046 Re_g^{-0,2}$ (HENSTOCK e HANRATTX, 1976).

Henstock *et al.* (HENSTOCK e HANRATXX, 1976) sugeriram uma relação mais complexa, que envolvia diversos grupos adimensionais, introduzindo a influência do número de Reynolds do filme líquido, utilizando um largo banco de dados experimentais, envolvendo escoamentos verticais e horizontais como dados base para a escolha de parâmetros do modelo. O número de dados para escoamento horizontal utilizados, todavia, era apenas de 10. As expressões são descritas nas Equações 2.10, 2.11 e 2.12.

$$f_i = f_g(1 + 850F)^{-0,5} \quad (2.10)$$

$$F = K * \frac{v_l}{v_g} * \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g}} * Re_g^{-0,9} \quad (2.11)$$

$$K = \left[(0,707Re_l^{0,5})^{2,5} + (0,0379Re_l^{0,9})^{2,5} \right]^{0,4} \quad (2.12)$$

Asali *et al.* (ASALI e HANRATTY, 1985) propuseram um novo paradigma na construção de seu modelo. Utilizaram de uma abordagem que incorporava conceitos de lei de parede, introduzindo a espessura do filme líquido adimensional (δ_g^+) como variável. Ademais, utilizaram o Número de Reynolds do filme líquido e o fator de fricção do escoamento monofásico para obter um modelo descrito na Equação 2.13.

$$f_i = f_g(1 + (0,45\delta_g^+ - 4)Re_g^{-0,2}) \quad (2.13)$$

Onde δ_g^+ para o regime de “*disturbance waves*” é expresso através do adimensional da viscosidade cinemática do líquido (v_l), viscosidade cinemática do gás (v_g), tensão de cisalhamento característica (τ_c), densidade do líquido, densidade do gás e tensão de cisalhamento da interface como descrito na Equação 2.14.

$$\delta_g^+ = 0.19Re_l^{0,7} \frac{v_l}{v_g} \left(\frac{\rho_l \tau_i}{\rho_g \tau_c} \right)^{0,5} \quad (2.14)$$

A tensão de cisalhamento característica é definida pela Equação 2.15.

$$\tau_c = \frac{2}{3} \tau_w + \frac{1}{3} \tau_i \quad (2.15)$$

No presente trabalho, utilizou-se a expressão do modelo de Asali modificada utilizando um conjunto de simplificações desenvolvidos por Fore *et al.* (FORE, BEUS e BAUER, 2000) como definido pela Equação 2.16.

$$f_i = f_g \left(1 + 1.46 * 10^{-7} f_g^{\frac{7}{2}} \left(\frac{f_i}{f_g} \right)^{0.5} \frac{\delta}{D} - 39.2 f_g \right) \quad (2.16)$$

Fukano e Furuwaka (FURUWAKA e T., 1998) exploraram o efeito da viscosidade do líquido no fator de fricção. Utilizaram uma solução de glicerol e água para obterem uma viscosidade maior que da água pura. A partir de experimentos em um tubo vertical de 2,6 cm de diâmetro, chegaram à relação demonstrada pela Equação 2.17. No próprio artigo citou-se a surpresa com o termo elevado à oitava potência, porém afirmou-se que assim era necessário para representar o aumento vertiginoso em valores elevados de espessura adimensional do filme líquido (FURUWAKA e T., 1998).

$$f_i = 1,7 \left(12 + \frac{v_l}{v_w} \right)^{-1,33} \left(1 + 12 \frac{\delta}{D} \right)^8 \quad (2.17)$$

Em que v_l e v_w representam a viscosidade cinemática do líquido e do água, respectivamente.

Fore *et al.* (FORE, BEUS e BAUER, 2000) apontaram que nenhuma destas relações representa bem filmes mais espessos em escoamento verticais, e que a expressão adotada para o fator de fricção monofásico deveria se tornar independente do número de Reynolds para escoamentos completamente rugosos. Os mesmos autores realizaram diversos experimentos utilizando um duto retangular sob alta pressão (17 atm) e sob pressão intermediária, 3,4 atm, uniram a estes experimentos, dados de Asali *et al.* (ASALI e HANRATTY, 1985) e Fore e Duckler (L. B. FORE, 1995) obtidos sob pressão atmosférica. Compararam com modelos presentes na literatura, Walis (WALLIS, 1969), Asali *et al.* (ASALI e HANRATTY, 1985) e Henstock (HENSTOCK e HANRATTX, 1976) propondo modificações (FORE, BEUS e BAUER, 2000).

Os dados obtidos para o fator de fricção nos experimentos de pressão 17 atm e 3,4 atm foram similares aos reportados para pressão atmosférica para valores de δ/D abaixo de 0,01. Os dados em pressão atmosférica e os em 3,4 atm se afastaram do modelo de Wallis na medida em que δ/D superava 0,1. Os dados de 17 atm permaneciam próximos ao modelo de Wallis dentro da faixa de 0,1 e 0,4 obtida nos experimentos. Todos os modelos superestimavam o fator de atrito para valores baixos de δ/D . Obteve-se a Equação 2.18 ao adicionar uma translação no modelo de Wallis, o que corrigia esse erro.

$$f_i = 0,005 \left[1 + 300 \left(\frac{\delta}{D} - 0,0015 \right) \right] \quad (2.18)$$

Além disso, Fore *et al.* desenvolveu um novo modelo que propunha que o erro de Wallis para certos escoamentos era devido à hipótese do filme completamente rugoso – o que retiraria a dependência do número de Reynolds, como proposto por Lopes e Duckler (LOPES e DUKLER, 1986). Dessa forma, propôs o modelo descrito na Equação 2.19 que prediz com mais exatidão escoamentos também em alta pressão, até 17 atm, e para filmes líquidos mais espessos.

$$f_i = 0,005 \left\{ 1 + 300 \left[\left(1 + \frac{17500}{Re_G} \right) \frac{\delta}{D} - 0,015 \right] \right\} \quad (2.19)$$

Fore utilizou-se o perímetro molhado para o cálculo de Reynolds como descrito na Equação 2.20:

$$Re_g = \frac{\rho_g U_g \left(\frac{4A_c}{P_c} \right)}{\mu_g} \quad (2.20)$$

Onde o subscrito c denota propriedades do *core*.

No presente trabalho propôs-se remover a translação da curva proposta por Fore (FORE, BEUS e BAUER, 2000) para incorporar a possibilidade de abranger todas as zonas de rugosidade, porém para filmes pouco espessos. Esta expressão é apresentada na Equação 2.21.

$$f_i = 0,005 \left\{ 1 + 300 \left[\left(1 + \frac{17500}{Re_G} \right) \frac{\delta}{D} \right] \right\} \quad (2.21)$$

Wongwises e Kongkiatwanitch (WONGWISES e KONGKIATWANITCH, 2001) estudaram escoamentos verticais em que as espessuras do filme líquido eram expressivamente superiores às reportadas anteriormente na literatura, da ordem de $3-5 * 10^{-3} m$. Apontaram que as relações de Wallis, Wallis modificado por Fore *et al.* e Moeck não representavam o fator de atrito com fidelidade para espessuras de filme líquido elevadas. Realizaram um ajuste empírico resultando na Equação 2.22.

$$f_i = 17,172 * Re_{sg}^{-0,768} \left(\frac{\delta}{D} \right)^{-0,253} \quad (2.22)$$

Em que o autor utiliza a velocidade superficial do gás, U_{sg} , para definir o número de Reynolds superficial do gás, Re_{sg} . O autor não definiu a diferença entre a velocidade do gás e a velocidade superficial do gás, optou-se por utilizar a velocidade do gás dado a ausência de dados da velocidade superficial do gás.

Rodriguez (RODRÍGUEZ, 2004) que que era possível obter imagens claras da superfície do líquido, sendo possível mensurar as características geométricas das ondas utilizando a técnica de *Planar Laser Induced Fluorescence* (PLIF). A partir desse trabalho, o comportamento das ondas começou a ser modelado.

Hurlburt *et al.* (HURLBURT , FORE e BAUER, 2006) fizeram uma nova proposição para escoamentos verticais em dutos redondos: utilizaram a lei da parede juntamente com a divisão do fator de fricção em um média temporal: uma advinda do filme líquido e outra advinda das *disturbance waves*. A divisão do fator de fricção nessas duas frações foi baseada na introdução de duas novas variáveis, ε_w e ε_b , para espessura das *disturbance waves* e para a espessura de *ripples*. Estas espessuras foram definidas a partir da espessura mínima do filme, \bar{h} , cujo valor é igual à metade da espessura média do filme. A expressão para fator de atrito incorporou o termo $\hat{\varepsilon}$, rugosidade adimensional, razão entre o tamanho da onda e a diferença entre o espaçamento do duto, cuja definição não se dá no artigo, porém presume-se que seja o diâmetro interno reduzido a espessura do filme, e altura mínima do filme conforme mostrado na Equação 2.23.

$$f_{i,b} = \left[\frac{0,58}{\left(\frac{\ln \hat{\varepsilon}_b}{\hat{\varepsilon}_b - 1} - 0,5 \right)} \right]^2 \text{ e } f_{i,w} = \left[\frac{0,58}{\left(\frac{\ln \hat{\varepsilon}_w}{\hat{\varepsilon}_w - 1} + 1,27 \right)} \right]^2 \quad (2.23)$$

Em que $\hat{\varepsilon}_b$ e $\hat{\varepsilon}_w$ são definidos por a Equação (2.24).

$$\hat{\varepsilon} = \frac{2\varepsilon}{H - \bar{h}} \quad (2.24)$$

Em que ε refere-se à diferença média entre espessura mínima do filme e espessura do filme, no caso de ε_b , e à diferença média entre a espessura mínima do filme e a espessura das *disturbances waves*, no caso de ε_w . H é o espaçamento do duto, a maior dimensão de um duto retangular e \bar{h} a espessura média do filme líquido.

Estendendo sua descrição, desenvolveram modelos para a frequência de cada tipo de ondas, de sua forma, tamanho, velocidade, desvio padrão da espessura do filme líquido. Tal

detalhamento justifica sua não inclusão no escopo deste trabalho, pois dados para tais fenômenos não estão presentes na literatura.

Schubring e Shedd (SCHUBRING e SHEDD, 2009) realizaram diversos experimentos com tubos de diâmetro reduzido, 8,8, 15,1 e 26,3 mm, e realizaram um comparativo com modelos de queda de pressão. Ao final, propuseram um novo modelo empírico sob a forma da Equação 2.25, onde x é a qualidade, fração mássica do líquido, do escoamento.

$$f_i = 0,0217 * \frac{Re_t^{-0,15}}{x} \quad (2.25)$$

Importante notar que utilizaram uma definição alternativa para Reynolds, levando em conta o fluxo mássico total, como demonstrado na Equação 2.26.

$$Re_t = \frac{(\rho_g u_g + \rho_l u_l)D}{\mu_l} \quad (2.26)$$

Lian-ming Pan *et al.* (PAN e AL., 2015) apontaram que utilizar o modelo de *sand-roughness*, modelo que trata o filme líquido com elementos de rugosidade, utilizando expressões semelhantes às aquelas para predição do fator de fricção monofásico para escoamentos turbulentos, acarreta em erros devido à mobilidade da interface, e propuseram um modelo de tensão de cisalhamento baseado nas características de ondas. Utilizando filmagens em alta velocidade e posterior processamento das imagens com Matlab, criaram uma expressão de cisalhamento que incluía o comprimento e formato das *disturbance waves* baseado em dados empíricos.

Baojiang Sun *et al.* (SUN, 2018) realizaram uma vasta comparação entre modelos de fricção utilizando dados de escoamento vertical de diversos autores, sugerindo dois novos modelos para o cálculo da rugosidade obtidos através de regressões empíricas: um quando ondas de perturbação estiverem presentes, e outros quando ausentes. Relacionaram rugosidade com o fator de fricção através da relação de Haaland, representada pela Equação 2.27.

$$\frac{1}{\sqrt{f_i}} = -3,6 \log \left[\frac{6,9}{Re_{sg}} + \left(\frac{k_s}{3,7D} \right)^{1,11} \right] \quad (2.27)$$

Em que k_s é a *equivalent sandroughness*, adimensional definido pelas Equações 2.28, para escoamento sem a presença de *disturbance waves*, e 2.29, para escoamento com a presença de *disturbance waves*, respectivamente:

$$\frac{k_s}{D} = 1,4637 * 10^7 * Re_{sg}^{-0,0332} Re_{sl}^{-1,2011} \left(\frac{u_{sl}}{u_{sg}} \right)^{1,8353} \left(\frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{0,1252} \quad (2.28)$$

$$\frac{k_s}{D} = 6,5048 * 10^{10} * Re_{gc}^{-2,4414} Re_{lf}^{0,1967} \left(\frac{u_{sl}}{u_{sg}} \right)^{0,2122} \left(\frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^{-0,0208} \quad (2.29)$$

Em que Re_{sg} é o número de Reynolds da superfície do gás, como definido na Equação 2.30; Re_{sl} o número de Reynolds da superfície do líquido e Re_{gc} é o número de Reynolds do “core” do gás. O autor não definiu o termo de Re_{sl} , provavelmente este termo é equivalente ao Re_l . O cálculo do número de Reynolds do “core” foi realizado conforme as Equações 2.31, 2.32 e 2.33.

$$Re_{sl} = Re_{sg}(1 - E) \quad (2.30)$$

$$\rho_{gc} = \frac{\alpha_g}{\alpha_g + \alpha_d} \rho_g + \frac{\alpha_d}{\alpha_g + \alpha_d} \rho_l \quad (2.31)$$

$$\mu_{gc} = \frac{\alpha_g}{\alpha_g + \alpha_d} \mu_g + \frac{\alpha_d}{\alpha_g + \alpha_d} \mu_l \quad (2.32)$$

$$u_{gc} = \frac{W_g + W_{le} E}{\rho_{gc} A_{gc}} \quad (2.33)$$

Onde α_g , α_d , W_{le} , W_g e E denotam a fração do volume do “core” ocupada por gás, a fração do volume do “core” ocupada por gotículas entranhadas, o fluxo mássico das gotículas entranhadas, o fluxo mássico do gás e a percentagem do de líquido que escoa como gotículas entranhadas. O cálculo das gotículas entranhadas se deu através de modelo descrito pela Equação 2.34.

$$E = \tanh(7,25 * 10^{-7} We^{1,25} Re_{sl}^{0,25}) \quad (2.34)$$

Onde We é o número de Weber.

Sua correlação se mostrou apropriada tanto para o regime rugoso, quanto para o regime de transição quanto para o regime liso, sendo o regime rugoso a faixa onde os maiores erros foram detectados (SUN, 2018).

3 METODOLOGIA

3.1 Análise Dimensional

Decidiu-se realizar uma análise dimensional utilizando-se o teorema Pi de Buckingham como descrito em FOX *et al.* (MCDONALD'S, 2001). As variáveis comumente apontadas na literatura como relevantes para o fenômeno do fator de fricção são: a velocidade do gás, a densidade do *core* gás, a viscosidade do *core* gás, a velocidade do filme líquido, a densidade do filme líquido, a viscosidade do filme líquido, a espessura do filme líquido, o diâmetro hidráulico do tubo, a tensão superficial, a queda de pressão, o comprimento da seção de trabalho (Al & et., 2016) (HURLBURT, FORE e BAUER, 2006) (L. B. FORE, 1995) (SUN, 2018), totalizando 11 variáveis contendo 3 dimensões primárias: comprimento (L), tempo (t) e massa (M), o que sugere a adoção de um núcleo com 3 variáveis. O núcleo escolhido foi densidade do gás, viscosidade do gás e diâmetro hidráulico, pois estas variáveis estão presentes em diversos modelos da literatura.

A presença destas 11 variáveis com um núcleo de 3 variáveis resulta nos seguintes 8 grupos adimensionais:

$$\pi_1 = \frac{\delta}{D_h} \pi_2 = \frac{\rho_g u_l D_h}{\mu_g} \pi_3 = \frac{\mu_l}{\mu_g} \pi_4 = \frac{\rho_l}{\rho_g}$$

$$\pi_5 = \frac{D_h^2 \rho_g \Delta P}{\mu_g^2} \pi_6 = \frac{L}{D_h} \pi_7 = \frac{\rho_g u_g D_h}{\mu_g} \pi_8 = \frac{\rho_g \sigma D_h^2}{\mu_g^2}$$

O desenvolvimento de tais variáveis pode ser encontrado no Apêndice 7.1.

Alguns desses números adimensionais são encontrados comumente em muitas referências bibliográficas (FURUWAKA e T., 1998) (SUN, 2018) (SCHUBRING e SHEDD, 2009), entretanto, π_2 , π_8 , π_6 e π_5 não aparecem em dos trabalhos citados na revisão bibliográfica. π_2 , advindo da adimensionalização da variável u_l , chamado no presente trabalho de Reynolds híbrido, é normalmente encontrado sob a forma de Reynolds do filme líquido (SUN, 2018) (HENSTOCK e HANRATX, 1976) ou de fluxo líquido superficial. Dada sua proeminência em trabalhos na literatura, substitui-se o obtido Reynolds híbrido pelo Reynolds superficial definido pela Equação 3.35.

$$\pi_2 = Re_l = \frac{\rho_l u_l D_h}{\mu_l} \quad (3.35)$$

O parâmetro advindo da adimensionalização da tensão superficial, π_8 , não é utilizado diretamente na modelagem do fator de atrito, todavia é utilizado em Asali (ASALI e HANRATTY, 1985) na descrição da fração entranhada no gás *core*. Esse fator foi utilizado em Sun (SUN, 2018), inserido na expressão de Reynolds do gás.

Uma vez que a maioria dos trabalhos utiliza um comprimento característico suficiente para assumir escoamento completamente desenvolvido (SCHUBRING e SHEDD, 2009) (ASALI e HANRATTY, 1985), π_6 , advindo da adimensionalização de L, não foi relevante para o fator de fricção. Trabalhos em que esta hipótese não era verdadeira devem-se atentar a tal variável.

A partir das ferramentas de representação adimensional, os modelos utilizados e sua forma sob a ótica destas novas variáveis são descritos na **Erro! Fonte de referência não encontrada.**

Fore *et al.* (FORE, BEUS e BAUER, 2000) utilizaram o perímetro molhado, medida que não refere-se a toda a área do tubo mas apenas ao “*core*”, para definir Reynolds como apontado pela Equação 2.20. Todavia, como a utilização do perímetro molhado resultaria em uma maior complexidade, adotou-se o uso do Reynolds com o diâmetro do tubo. Tal simplificação não acarreta em grandes erros dado que os dados de Schubring e Shedd (SCHUBRING e SHEDD, 2009), Aliyu (Al & et., 2016) e Lopes e Dukler (FORE, BEUS e BAUER, 2000) utilizados neste trabalho têm, em média, $\frac{\delta}{D}$ inferior a 1 %, portanto o perímetro molhado se distingue do perímetro hidráulico por menos de 2 %.

Sun (SUN, 2018) utilizou em sua definição do Reynolds superficial do líquido o termo de entranhamento. Apontou-se anteriormente, que, devido à falta de dados experimentais, desconsiderou-se tal termo para a presente análise. Sun (SUN, 2018) também adotou dois termos extra se comparado aos outros modelos, um para a presença de “*disturbance waves*” e outro para a ausência. Devido a tal modelagem, seu modelo é exibido na Tabela 1, porém não utilizado no comparativo com dados.

Tabela 1: Modelos de fator de fricção.

Nome	Ano	Fórmula adimensionalizada	Fórmula como descritas pelo autor	Observações
Wallis	1969	$f_i = 0,005[1 + 300(\pi_1)]$	$f_i = 0,005 \left(1 + 300 \frac{\delta}{D}\right)$	Escoamento vertical
Moeck	1970	$f_i = 0,005(1 + 1458\pi_1^{1,42})$	$f_i = 0,005 \left(1 + 1458 \left(\frac{\delta}{D}\right)^{1,42}\right)$	Escoamento vertical, regime de <i>disturbance waves</i>
Henstock	1976	$f_i = 0,046\pi_7^{-0,2}(1 + 850F)^{-0,5}$ $F = K * \pi_3 * \frac{1}{\sqrt{\pi_4}} * \pi_7^{-0,9}$ $K = [(0,707\pi_2^{0,5})^{2,5} + (0,0379(\pi_2)^{0,9})^{2,5}]^{0,4}$	$f_i = f_g(1 + 850F)^{-0,5}$ $F = K * \frac{v_l}{v_g} * \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g}} * Re_g^{-0,9}$ $K = [(0,707Re_l^{0,5})^{2,5} + (0,0379Re_l^{0,9})^{2,5}]^{0,4}$	Escoamento horizontal
Asali	1985	$f_i = 0,046\pi_7^{-0,2} \left(1 + 1,46 * 10^{-7} (0,046\pi_7^{-0,2})^{\frac{7}{2}} \left(\frac{f_i}{0,046\pi_7^{-0,2}}\right)^{0,5} \pi_1 - 39,2 * 0,046\pi_7^{-0,2}\right)$	$f_i = f_g \left(1 + 1,46 * 10^{-7} * f_g^{\frac{7}{2}} \left(\frac{f_i}{f_g}\right)^{0,5} * \frac{\delta}{D} - 39,2 f_g\right)$	Escoamento vertical, regime com <i>disturbance waves</i>
Fukano e Furuwaka	1998	$f_i = 1,7 \left(12 + \frac{v_l}{v_{H20}^{[1]}}\right)^{-1,33} (1 + 12\pi_1)^8 \text{ [1]}$	$f_i = 1,7 \left(12 + \frac{v_l}{v_{H20}}\right)^{-1,33} \left(1 + 12 \frac{\delta}{D}\right)^8$	Escoamento vertical, levando em conta variações de densidade

Fore	2000	$f_i = 0,005[1 + 300\left(1 + \frac{17500}{\pi_7}\right)\pi_1 - 0,015]$	$f_i = 0,005[1 + 300\left(1 + \frac{17500}{Re_g}\right)\frac{\delta}{D} - 0,015]$	Escoamento vertical, incluindo efeitos de faixa de transição rugosa
Wallis modificado	2000	$f_i = 0,005[1 + 300(\pi_1 - 0,015)]$	$f_i = 0,005\left[1 + 300\left(\frac{\delta}{D} - 0,0015\right)\right]$	Escoamento vertical, para baixos valores de $\frac{\delta}{D}$
Wongwises	2001	$f_i = 17,172 * (\pi_7)^{-0,768} * (\pi_1)^{-0,253}$	$f_i = 17,172 * Re_{sg}^{-0,768} \left(\frac{\delta}{D}\right)^{-0,253}$	Escoamento vertical, regime de <i>disturbance waves</i> , altos valores de δ/D , modelo empírico
Hurlburt	2006	-	$f_{i,b} = \left[\frac{0,58}{\left(\frac{\ln \hat{\varepsilon}_b}{\hat{\varepsilon}_b - 1} - 0,5\right)}\right]^2$ e $f_{i,w} = \left[\frac{0,58}{\left(\frac{\ln \hat{\varepsilon}_w}{\hat{\varepsilon}_w - 1} + 1,27\right)}\right]^2$ $onde \hat{\varepsilon} = \frac{2\varepsilon}{H - \bar{h}}$	Escoamento vertical, regime de <i>disturbance waves</i> ,
Schubring	2009	$f_i = \frac{\left(0,0217 * \left(\frac{\pi_7 + \pi_2 \pi_3}{\pi_7}\right) \left(\pi_2 + \frac{\pi_7}{\pi_3}\right)^{-0,15} + a^{[2]} \frac{\pi_5}{4\pi_6 * } * (4\pi_1 - 4\pi_1^2) * \frac{2}{\pi_7}\right)}{(1 - 2\pi_1)}$	$f = 0,0217 * x^{-1} * Re_t^{-0,15}$	Escoamento horizontal, tubos de pequeno diâmetro

Sun, Baojiang	2018	$f = \left[-3,6 \log \left[\frac{6,9}{\pi_7} + \left(\frac{\left(a * \pi_7^b (\pi_2)^c \left(\frac{\pi_2}{\pi_7} \right)^d (\pi_4)^e \right)}{3,7} \right)^{1,11} \right] \right]^{-2}$	$f = \left[-3,6 \log \left[\frac{6,9}{Re_{sg}} + \left(\frac{\left(a * Re_{sg}^b Re_{sl}^c \left(\frac{u_{sl}}{u_{sg}} \right)^d \left(\frac{\rho_l}{\rho_g} \right)^e \right)}{3,7} \right)^{1,11} \right] \right]^{-2}$	Escoamento vertical, com e sem <i>disturbance waves</i>
Fore modificado	2019	$f_i = 0,005 \left[1 + 300 \left(1 + \frac{17500}{\pi_7} \right) \pi_1 \right]$	$f_i = 0,005 \left[1 + 300 \left(1 + \frac{17500}{Re_g} \right) \frac{\delta}{D} \right]$	Escoamento vertical, incluindo efeitos de faixa de transição rugosa

[1]: Para obter-se a forma adimensionalizada, a correlação entre a viscosidade cinemática do fluxo com a da água é demasiadamente complexa, portanto realizou-se a comparação estatística utilizando termos dimensionais.

[2]: Aproxima-se dp/dz por $\Delta p/(La)$, onde a é a razão entre a distância entre os medidores de pressão e o comprimento do tubo.

3.2 Comparação entre os modelos

Os dados obtidos para escoamento anular horizontal por Schubring e Shedd (SCHUBRING e SHEDD, 2009) foram reescritos utilizando o novo conjunto de variáveis adimensionais. O mesmo procedimento foi aplicado a dados de escoamento anular vertical de Fore e Dukler (L. B. FORE, 1995) e Aliyu *et al.* (Al & et., 2016). A faixa de variáveis adimensionais utilizada em cada experimento é descrito na **Tabela 2**. Nota-se os autores dos bancos de dados utilizados não utilizaram o mesmo conjunto de variáveis adimensionais do presente trabalho, portanto não possuímos dados em que variasse uma variável por sim e sim todas concomitantemente.

Tabela 2: Faixas experimentais utilizadas para aquisição de dados por autor.

	f	$\pi_1\left(\frac{\delta}{D}\right)$	$\pi_2(Re_l)$	$\pi_3\left(\frac{\mu_l}{\mu_g}\right)$	$\pi_4\left(\frac{\rho_l}{\rho_g}\right)$	$\pi_7(Re_g)$
SCHUBRING E SHEDD (SCHUBRING E SHEDD, 2009)	0,0087 – 0,055	0,0033 - 0,016	387 – 5720	71,3*	808*	22950 - 185769
FORE E DUCKLER (L. B. FORE, 1995)	0,0018-0,012	0,005 – 0,018	300 - 3000	55,16*	708 - 808	55143 – 132954
ALIYU ET AL. (AL & ET., 2016)	0,0020 – 24,1	0,0069 – 0,016	7766 - 77661	69*	808*	9068 - 190209

*: valores estimativos com base na temperatura

A partir desses conjuntos de dados experimentais, compararam-se os resultados obtidos por cada modelo utilizando-se o erro percentual absoluto médio (MAPE), o valor médio, o desvio do valor médio e o erro absoluto médio normalizado (NMAE) como realizado por Schubring (SCHUBRING e SHEDD, 2009) e descrito nas Equações 3.36, 3.37, 3.38 e 3.30, respectivamente.

$$MAPE = \frac{100\%}{N} \sum_{t=1}^n \left| \frac{A_t - F_t}{A_t} \right| \quad (3.36)$$

$$Valor\ médio = \sum_{t=1}^n \frac{A_t}{N} \text{ ou } \sum_{t=1}^n \frac{F_t}{N} \quad (3.37)$$

$$Desvio\ do\ valor\ médio = \frac{(Valor\ Médio - Valor\ Médio_{exp})}{Valor\ Médio_{exp}} \quad (3.38)$$

$$NMAE = \frac{MAPE}{MAPE_{mínimo}} \quad (3.39)$$

Em que N é o número de pontos experimentais utilizados, A_t é o valor experimental, F_t o valor previsto pelo modelo, e $Valor\ Médio_{exp}$ é o valor médio obtido utilizando-se os dados experimentais.

3.3 Comparação entre os modelos para faixas das variáveis adimensionais

Buscando identificar faixas nas quais os modelos obtinham melhores resultados, segregaram-se os dados entre aqueles que detinham um erro inferior a $\pm 20\%$ e os demais. Utilizando-se de dados de Schubring e Shedd (SCHUBRING e SHEDD, 2009), dividiu-se a faixa experimental utilizada de cada variável adimensional em 5 faixas iguais. As mesmas faixas foram adotadas para Fore e Dukler (L. B. FORE, 1995) e Aliyu *et al.* (Al & et., 2016), entretanto, adicionou-se uma faixa acima do limite superior ou abaixo do limite inferior, caso os dados obtidos possuíssem variáveis adimensionais associadas fora dos limites utilizados por Schubring e Shedd (SCHUBRING e SHEDD, 2009). Uma nova divisão em faixas foi realizada para valores de Reynolds de líquido para Aliyu *et al.* (Al & et., 2016) devido à utilização de valores muito acima daqueles utilizados por Schubring e Shedd (SCHUBRING e SHEDD, 2009).

Calculou-se as razões entre a quantidade de dados em cada faixa que detinham um erro inferior a $\pm 20\%$ frente ao total no banco de dados, as razões entre a quantidade de dados presentes na faixa que detinham um erro superior a $\pm 20\%$ frente ao total de dados no banco de dados e a porcentagem dos dados presentes em cada faixa que detinham um erro inferior a $\pm 20\%$.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Comparação entre os modelos

Na Tabela 3, o erro percentual absoluto médio (MAPE), o valor médio, o desvio do valor médio e o erro absoluto médio normalizado (NMAE) são apresentados para o conjunto de dados de Schubring e Shedd (SCHUBRING e SHEDD, 2009).

Como esperado, o modelo mais adequado é o de Schubring. Afinal, esse modelo utilizou-se desse mesmo banco de dados para realizar o ajuste de parâmetros.

Os modelos de Wallis e Fore Modificado também apresentaram valores próximos do resultado experimental. Asali, apesar de possuir um desvio do valor médio menor quando comparado a outros modelos, apresentou um valor extremamente reduzido frente ao resultado experimental que permaneceu aproximadamente constante em toda a faixa experimental.

O modelo de Wongwise apresentou um valor próximo ao valor experimental, apesar de este modelo ter sido obtido utilizando espessuras de filme líquido na faixa de 0,003-0,005m, em oposição aos valores obtidos por Schubring e Shedd [17] de 0,0001m.

Fukano, Henstock e Fore apresentaram resultados com desvios significativos. Fukano, devido à sensibilidade elevada à espessura adimensional do filme líquido, apresentou uma enorme variação, refletida no MAPE. Fore, devido à presença de dados com baixa espessura adimensional do filme líquido, resultou em um valor negativo.

Tabela 3: Desempenho dos diferentes modelos de fator de fricção frente aos dados de Schubring e Shedd (SCHUBRING e SHEDD, 2009).

Modelo	Valor médio	Desvio valor médio	MAPE	NMAE
Experimental	0,020	-	-	-
Wallis	0,017	-15 %	26 %	3,58
Moeck	0,013	-35 %	33 %	4,542
Henstock	0,0023	-89 %	85 %	11,86
Asali	0.0067	-67 %	60 %	8,34

Fukano	0,12	-40 %	559 %	77,53
Fore	-0,0011	-106 %	117 %	16,28
Fore modificado	0,021	5 %	32 %	4,44
Wongwise	0,012	-40 %	38 %	5,30
Schubring	0,019	-5 %	7 %	1

Na Tabela 4, o erro percentual absoluto médio (MAPE), o valor médio, o desvio do valor médio e o erro absoluto médio normalizado (NMAE) são apresentados para o conjunto de dados de Fore e Dukler (L. B. FORE, 1995).

Nesse ocorreu uma inadequação da maioria dos modelos, tendo Asali sido o melhor modelo, ainda que com um desvio de -32 % referente aos dados experimentais. Schubring, Wallis e Fore Modificado, que na primeira comparação haviam apresentado bons resultados, tiveram um desvio no valor médio superior a 100 %.

Observando-se os resultados encontrados para Wallis, Moeck, Fore Modificado, Wongwise e Schubring, identificou-se que o erro é extremamente alto para pequenos valores de fator de fricção. Estes dados são advindos, em variáveis dimensionais, de experimentos com velocidade superficial de gás e de líquido reduzidas em relação à média dos valores utilizados pelo autor.

Tabela 4: Desempenho dos diferentes modelos de fator de fricção frente aos dados de Fore e Dukler (L. B. FORE, 1995).

Modelo	Valor médio	Desvio valor médio	MAPE	NMAE
Experimental	0,0074	-	-	-
Wallis	0,018	143 %	205 %	5,37
Moeck	0,014	89 %	134 %	3,50
Henstock	0.00008	-100 %	98 %	2,57
Asali	0,0050	-32 %	38 %	1,00

Fukano	0,128	1630 %	2049 %	24,42
Fore	-0,002	-127 %	153 %	4,00
Fore modificado	0,021	184 %	255 %	6,68
Wongwise	0,009	22 %	84 %	2,19
Schubring	0,024	224 %	334 %	8,73

Na Tabela 5, o erro percentual absoluto médio (MAPE), o valor médio, o desvio do valor médio e o erro absoluto médio normalizado (NMAE) são apresentados para o conjunto de dados de Aliyu *et al.* (Al & et., 2016).

Esse conjunto de dados foi obtido para número de Reynolds do líquido extremamente elevados, para além da faixa em que a maioria dos modelos foi construído, portanto o elevado erro encontrado era previsto. Mesmo modelos que obtiverem um desvio no valor médio reduzido, como por exemplo Fore modificado, apresentaram um elevado MAPE, indicando que ocorreram desvios positivos e negativos, que se cancelaram. Este comportamento também foi visto em Wallis, Schubring, Wongwise e Moeck. Asali obteve o melhor MAPE, isto, todavia, devido à baixa sensibilidade de tal modelo ao Reynolds de líquido, a razão entre o maior valor de fator de fricção obtido e o menor valor de fator de fricção obtido era apenas 2. O resultado experimental, por sua vez, possui uma razão superior a 10^3 .

Um resultado notório deste experimento é a obtenção de valores de fator de fricção extremamente elevados e extremamente reduzidos: o maior deles é 24,10 e o menor de 0,0020. Nenhum modelo se aproximou da ordem de grandeza do maior valor, sendo Schubring o mais próximo, prevendo um valor de 0,8. Dentre o menor, Fore previu valores negativos e Henstock preveu valores inferiores, todavia, dentre os modelos que obtiveram os melhores resultados para os outros bancos de dados, todos obtiveram erros relativos superiores a 100%.

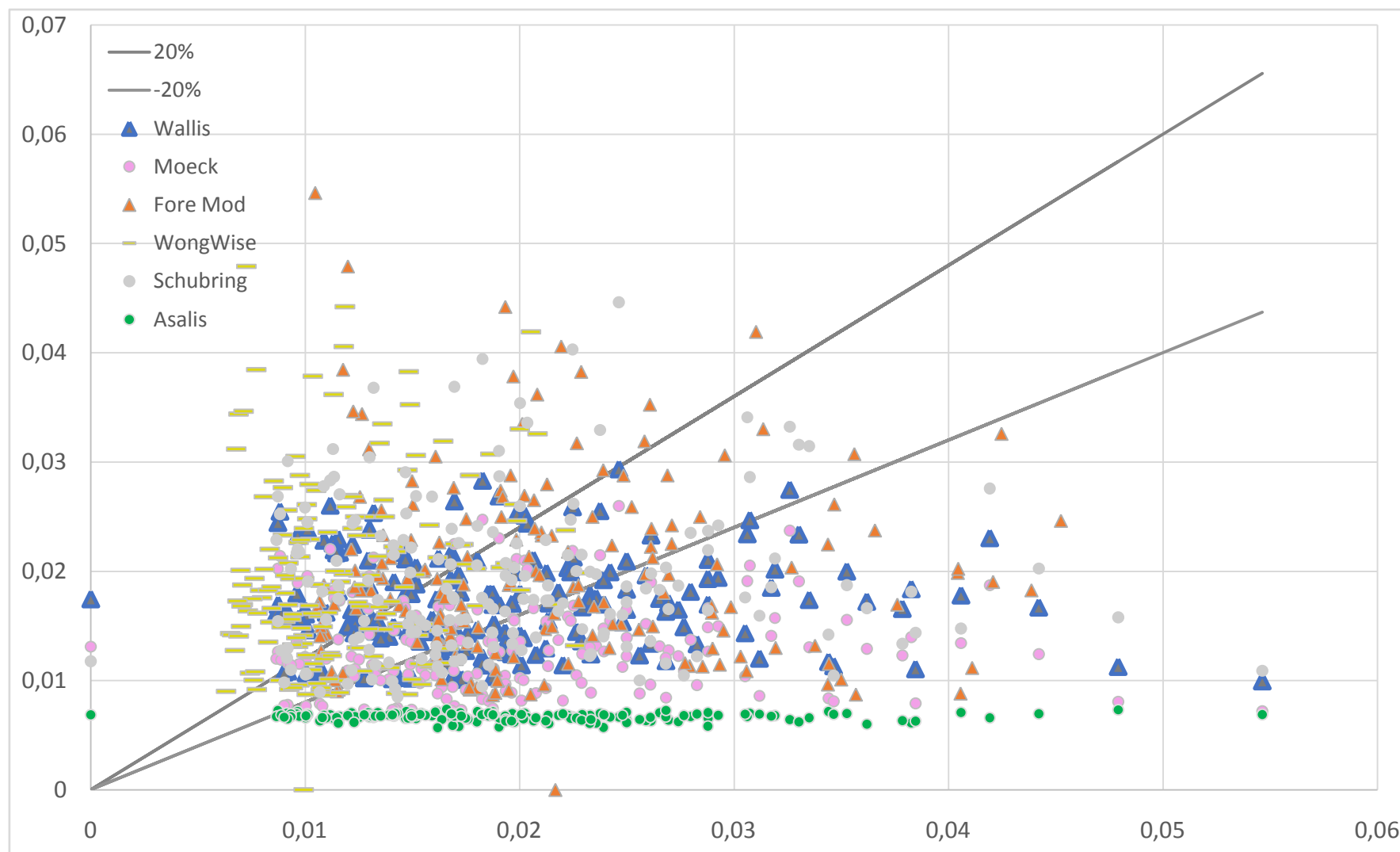
Tabela 5: Comparação entre modelos de fator de fricção em relação aos dados de Aliyu *et al.* (Al & et., 2016).

Modelo	Valor médio	Desvio valor médio	MAPE	NMAE
Experimental	0,03553	-	-	-
Wallis	0,022	-38 %	161 %	2,06
Moeck	0,017	-52 %	126 %	1,62
Henstock	0,00087	-98 %	91 %	1,17
Asali	0,005	-86 %	78 %	1,00
Fukano	0,0928	161 %	1274 %	16,34
Fore	0,010	-72 %	142 %	1,82
Fore modificado	0,033	-7 %	319 %	4,10
Wongwise	0,021	-41 %	304 %	3,90
Schubring	0,019	-47 %	169 %	2,17

4.2 Comparação entre os modelos para faixas das variáveis dimensionais

Traçaram-se os as retas referentes aos erros $\pm 20\%$ referente aos dados experimentais do fator de fricção de Schubring e Shedd (SCHUBRING e SHEDD, 2009) na Figura 4. Neste mesmo gráfico, plotou-se o conjunto de dados gerados pelos modelos de Moeck, Wallis, Fore Modificado, Wongwise, Asali e Schubring

Figura 4: Comparativo entre dados de Schubring e Shedd (SCHUBRING e SHEDD, 2009) e modelos de fator de fricção



Para o conjunto de dados obtidos de Schubring e Shedd (SCHUBRING e SHEDD, 2009), a divisão em faixas e as estatísticas referentes a dados com erro inferiores a $\pm 20\%$ são apresentados nas Tabela 6, Tabela 7 e Tabela 8. As faixas de $\frac{\delta}{D}$ estão na ordem de milímetros (10^{-3}).

Tabela 6: Erros por faixas referentes a $\frac{\delta}{D}$ para dados de Schubring e Shedd (Schubring & Shedd, 2009).

	1 Faixa	2 Faixa	3 Faixa	4 Faixa	5 Faixa
(* 10^{-3})	[3,33, 5,89]	(5,89, 8,48]	(8,48, 11,06]	(11,06, 13,65	(13,65, 16,24
Wallis					
Dentro	8 %	15 %	12 %	4 %	1 %
Fora	15 %	20 %	12 %	8 %	4 %
%	36 %	44 %	51 %	32 %	22 %
Moeck					
Dentro	4 %	9 %	7 %	3 %	0 %
Fora	19 %	26 %	17 %	9 %	5 %
%	19 %	26 %	30 %	27 %	0 %
Fore Modificado					
Dentro	9 %	15 %	12 %	8 %	3 %
Fora	15 %	20 %	12 %	4 %	2 %
%	38 %	42 %	49 %	64 %	67 %
Wongwise					
Dentro	4 %	10 %	6 %	2 %	0 %
Fora	19 %	25 %	18 %	11 %	5 %
%	19 %	27 %	26 %	14 %	0 %
Schubring					
Dentro	24 %	35 %	24 %	12 %	5 %
Fora	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
%	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %

Tabela 7: Erros por faixas referentes a Re_l para dados de Schubring e Shedd (SCHUBRING e SHEDD, 2009).

1 Faixa	2 Faixa	3 Faixa	4 Faixa	5 Faixa
[387,4, 1453,9]	(1453,9, 2520,4]	(2520,4, 3586,9]	(3586,9, 4653,4]	(4653,4, 5719,9]

Wallis

Dentro	26 %	12 %	2 %	0 %	0 %
Fora	24 %	13 %	12 %	3 %	7 %
%	53 %	49 %	15 %	0 %	0 %

Moeck

Dentro	24 %	0 %	0 %	0 %	0 %
Fora	26 %	25 %	15 %	3 %	7 %
%	48 %	0 %	0 %	0 %	0 %

Fore Modificado

Dentro	12 %	25 %	9 %	0 %	0 %
Fora	38 %	0 %	6 %	3 %	7 %
%	25 %	100 %	62 %	0 %	0 %

Wongwise

Dentro	22 %	0 %	0 %	0 %	0 %
Fora	28 %	25 %	15 %	3 %	7 %
%	44 %	0 %	0 %	0 %	0 %

Schubring

Dentro	50 %	25 %	15 %	3 %	7 %
Fora	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
%	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %

Tabela 8: Erros por faixas referentes a Re_g para dados de Schubring e Shedd (SCHUBRING e SHEDD, 2009),

1 Faixa	2 Faixa	3 Faixa	4 Faixa	5 Faixa
[22950, 55514]	(55514, 88078]	(88078, 120642]	(120642, 153206]	(153206, 185770]

Wallis

Dentro	13 %	16 %	7 %	3 %	2 %
Fora	22 %	15 %	10 %	6 %	6 %
%	37 %	51 %	40 %	38 %	29 %

Moeck

Dentro	12 %	7 %	3 %	2 %	1 %
Fora	24 %	24 %	13 %	7 %	7 %
%	33 %	22 %	20 %	19 %	7 %

Fore Modificado

Dentro	4 %	11 %	12 %	12 %	7 %
Fora	0 %	1 %	13 %	20 %	20 %
%	100 %	90 %	49 %	38 %	27 %

Wongwise

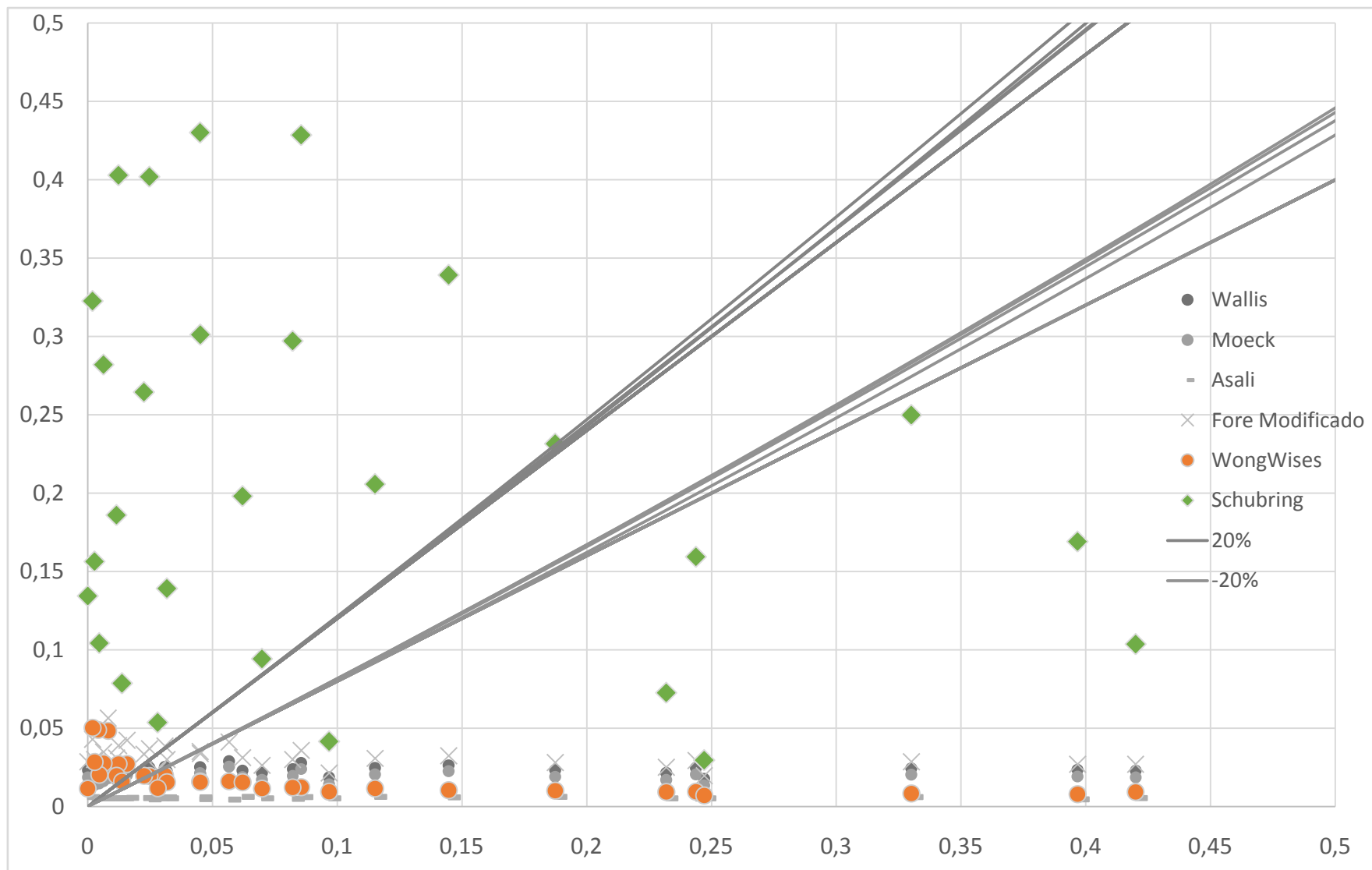
Dentro	0 %	1 %	4 %	10 %	7 %
Fora	4 %	11 %	21 %	22 %	20 %
%	0 %	5 %	18 %	30 %	27 %

Schubring

Dentro	4 %	12 %	25 %	31 %	27 %
Fora	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
%	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %

Traçou-se os as retas indicando erros de $\pm 20\%$ referente aos dados experimentais do fator de fricção de Aliyu *et al.* (SCHUBRING e SHEDD, 2009) na **Erro! Fonte de referência não encontrada.** Neste mesmo gráfico, plotou-se o conjunto de dados gerados pelos modelos de Moeck, Wallis, Fore Modificado, Asali, Schubring e Wongwis

Figura 5: Comparativo entre dados de Aliyu *et al.* (Ali & et., 2016) e modelos de fator de fricção



Para o conjunto de dados obtidos de Aliyu *et al.* (Al & et., 2016) , a divisão em faixas e as estatísticas referente à porcentagem de dados na faixa dentro da margem de ± 20 , a porcentagem de dados totais dentro e fora da margem pertencentes àquela faixa estão apresentados nas Tabela 9Tabela 10Tabela . Uma nova faixa foi adicionada contendo os valores superiores ao da quinta faixa devido a este conjunto de dados possuir Re_g superiores aos utilizados por Schubring e Shedd (SCHUBRING e SHEDD, 2009).

Em decorrência do Re_{yl} utilizado nos experimentos acima da faixa máxima utilizada por Schubring e Shedd (SCHUBRING e SHEDD, 2009), optou-se pela divisão em 5 novos faixas, partindo do valor experimental máximo de Schubring e Shedd (SCHUBRING e SHEDD, 2009).

Tabela 9: erros por faixas referentes a $\frac{\delta}{D}$ para dados de Aliyu *et al.* (Al & et., 2016).

	1 Faixa	2 Faixa	3 Faixa	4 Faixa	5 Faixa	6 Faixa
	[3,33, 5,89]	(5,89, 8,48]	(8,48, 11,06]	(11,06 , 13,65]	(13,65, 16,24]	(16,24, ∞)
Wallis						
Dentro	0 %	0 %	2 %	6 %	0 %	0 %
Fora	0 %	4 %	33 %	46 %	8 %	0 %
%	-	0 %	6 %	12 %	0 %	-
Moeck						
Dentro	0 %	0 %	0 %	4 %	0 %	0 %
Fora	0 %	4 %	35 %	48 %	8 %	0 %
%	-	0 %	0 %	8 %	0 %	-
Fore Modificado						
Dentro	0 %	0 %	0 %	2 %	2 %	0 %
Fora	0 %	4 %	35 %	50 %	6 %	0 %
%	-	0 %	0 %	4 %	25 %	-
Wongwise						
Dentro	0 %	0 %	0 %	2 %	0 %	0 %
Fora	0 %	4 %	35 %	50 %	8 %	0 %
%	-	0 %	0 %	4 %	0 %	-
Schubring						
Dentro	0 %	0 %	2 %	0 %	0 %	0 %
Fora	0 %	4 %	35 %	50 %	8 %	0 %
%	-	0 %	6 %	0 %	0 %	-

Tabela 10: Erros por faixas referentes a Re_l para dados de Aliyu *et al.* (Al & et., 2016).

	1 Faixa	2 Faixa	3 Faixa	4 Faixa	5 Faixa
	[5720, 20108]	(20108, 34495]	(34495, 48884]	(48884, 63272]	(63272, 77661]
Wallis					
Dentro	4 %	2 %	2 %	0 %	0 %
Fora	33 %	17 %	15 %	15 %	13 %
%	11 %	11 %	13 %	0 %	0 %
Moeck					
Dentro	0 %	2 %	2 %	0 %	0 %
Fora	38 %	17 %	15 %	15 %	13 %
%	0 %	11 %	13 %	0 %	0 %
Fore Modificado					
Dentro	2 %	0 %	0 %	2 %	0 %
Fora	35 %	19 %	17 %	13 %	13 %
%	6 %	0 %	0 %	0 %	0 %
Wongwise					
Dentro	0 %	2 %	0 %	0.0 %	0 %
Fora	38 %	17 %	17 %	14.6 %	13 %
%	0 %	11 %	0 %	0 %	0 %
Schubring					
Dentro	0 %	2 %	0 %	0.0 %	0 %
Fora	38 %	17 %	17 %	14.6 %	13 %
%	0 %	11 %	0 %	0 %	0 %

Tabela 11: erros por faixas referentes a Re_g para dados de Aliyu *et al.* (Al & et., 2016)

	0 Faixa	1 Faixa	2 Faixa	3 Faixa	4 Faixa	5 Faixa	6 Faixa
	(9068.436, 22950.29)	[22950, 55514]	(55514, 88078]	(88078, 120642]	(120642, 153206]	(153206, 185770]	(185770, ∞)
Wallis							
Dentro	0.00 %	6.25 %	2 %	0 %	0 %	0 %	0 %
Fora	14.58 %	20.83 %	21 %	13 %	15 %	6 %	2 %
%	0	15 %	9 %	0 %	0 %	0 %	0 %
Moeck							
Dentro	2.08 %	2.08 %	0 %	0.00 %	0.00 %	0.00 %	0 %
Fora	12.50 %	25.00 %	22.92 %	12.50 %	14.58 %	6.25 %	2 %
%	14,3 %	55 %	0 %	0 %	8 %	0 %	0 %

Fore Modificado

Dentro	0.00 %	4.17 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
Fora	14.58 %	22.92 %	23 %	13 %	15 %	6 %	2 %
%	0	10 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %

Wongwise

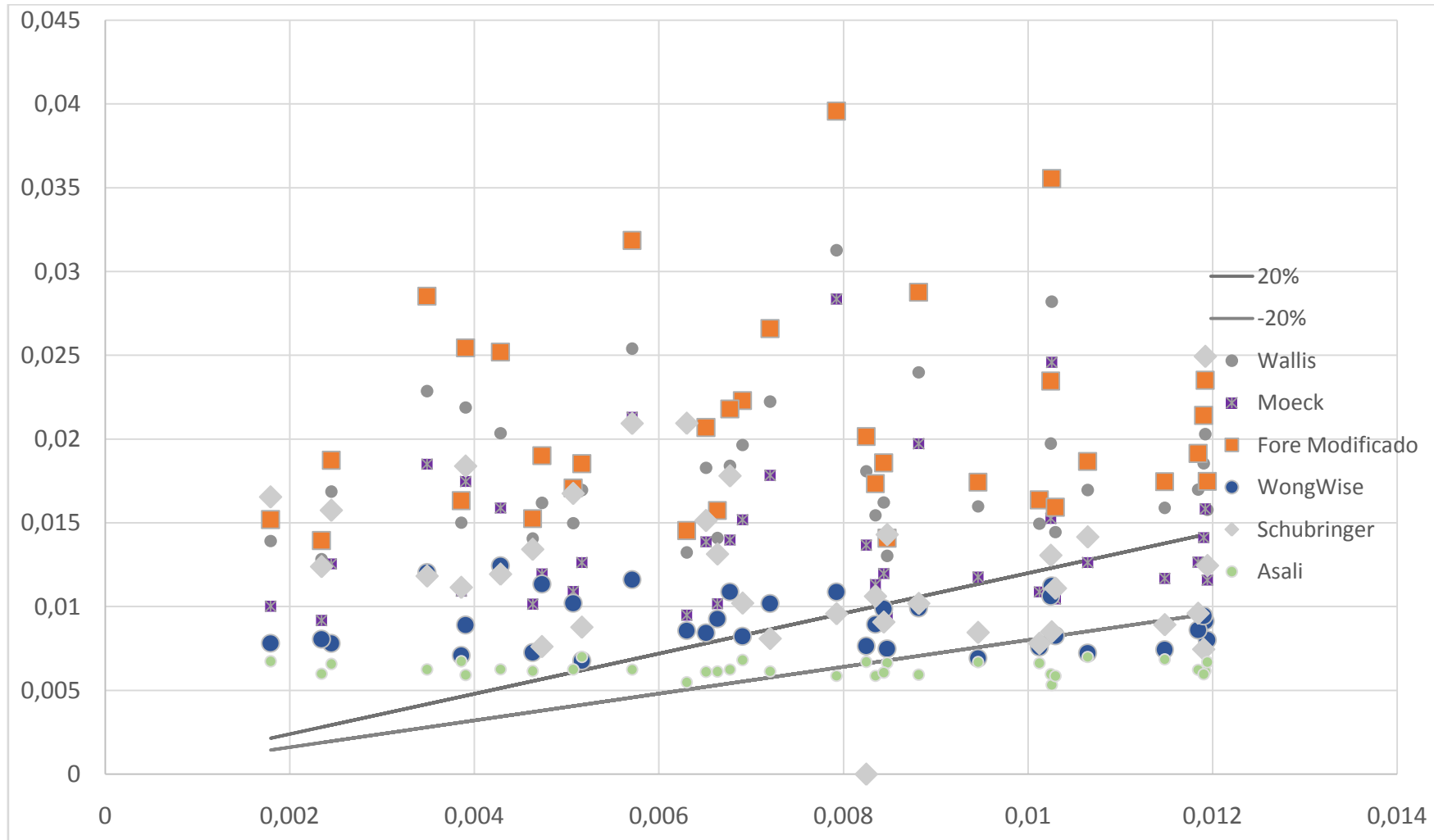
Dentro	0.00 %	2.08 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
Fora	14.58 %	25.00 %	23 %	13 %	15 %	6 %	2 %
%	0	5 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %

Schubring

Dentro	0.00 %	0.00 %	2 %	0 %	0 %	0 %	0 %
Fora	14.58 %	27.08 %	21 %	13 %	15 %	6 %	2 %
%	0	0 %	9 %	0 %	0 %	0 %	0 %

Traçou-se os as retas referentes aos erros $\pm 20 \%$ referente aos dados experimentais do fator de fricção de Fore e Dukler (L. B. FORE, 1995) na **Figura 6**. Neste mesmo gráfico, plotou-se o conjunto de dados gerados pelos modelos de Moeck, Wallis, Fore Modificado, Schubring, Asali e Wongwise.

Figura 6: comparativo entre dados de Fore e Dukler (L. B. FORE, 1995) e modelos de fator de fricção.



Para o conjunto de dados obtidos de Fore e Dukler (L. B. FORE, 1995) a divisão em faixas e as estatísticas referente à porcentagem de dados na faixa dentro da margem de ± 20 , a porcentagem de dados totais dentro e fora da margem pertencentes àquela faixa são apresentados nas Tabelas 11, Tabela 12 e 13. Uma nova faixa foi adicionada contendo os valores superiores ao da quinta faixa devido a este conjunto de dados possuir Rey_g superiores aos utilizados por Schubring e Shedd (SCHUBRING e SHEDD, 2009).

Tabela 11: erros por faixas referentes a $\frac{\delta}{D}$ para dados de Fore e Dukler (L. B. FORE, 1995).

	1 Faixa	2 Faixa	3 Faixa	4 Faixa	5 Faixa	6 Faixa
	[3,33 , 5,89]	(5,89 , 8,48]	(8,48 , 11,06]	(11,06 , 13,65]	(13,65 , 16,24]	(16,24, 18,83)
	Wallis					
Dentro	0	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
Fora	9 %	49 %	23 %	14 %	3 %	3 %
%	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
	Moeck					
Dentro	0 %	11 %	3 %	0 %	0 %	0 %
Fora	9 %	37 %	20 %	14 %	3 %	3 %
%	0 %	24 %	13 %	0 %	0 %	0 %
	Fore Modificado					
Dentro	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
Fora	9 %	49 %	23 %	14 %	3 %	3 %
%	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
	Wongwise					
Dentro	0.00 %	17 %	6 %	6 %	0 %	0 %
Fora	8.57 %	31 %	17 %	9 %	3 %	3 %
%	0 %	35 %	25 %	40 %	0 %	0 %
	Schubring					
Dentro	0 %	0 %	11 %	3 %	0 %	3 %
Fora	9 %	49 %	11 %	11 %	3 %	0 %
%	0 %	0 %	50 %	20 %	0 %	100 %

Tabela 12: Erros por faixas referentes a Re_l para dados de Fore e Dukler (L. B. FORE, 1995).

	1 Faixa	2 Faixa	3 Faixa	4 Faixa	5 Faixa
	[387,4, 1453,9]	(1453,9, 2520,4]	(2520,4, 3586,9]	(3586,9, 4653,4]	(4653,4, 5719,9]
Wallis					
Dentro	0 %	6 %	9 %	-	-
Fora	40 %	34 %	11 %	-	-
%	0 %	14 %	43 %	-	-
Moeck					
Dentro	0 %	6 %	9 %	-	-
Fora	40 %	34 %	11 %	-	-
%	0 %	14 %	43 %	-	-
Fore Modificado					
Dentro	0 %	0 %	0 %	-	-
Fora	40 %	40 %	20 %	-	-
%	0 %	0 %	0 %	-	-
Wongwise					
Dentro	6 %	20 %	3 %	-	-
Fora	34 %	20 %	17 %	-	-
%	14 %	50 %	14 %	-	-
Schubring					
Dentro	0 %	6 %	11 %	-	-
Fora	40 %	34 %	9 %	-	-
%	0 %	14 %	0 %	-	-

Tabela 14: erros por faixas referentes a Re_g para dados de Fore e Dukler (L. B. FORE, 1995).

	1 Faixa	2 Faixa	3 Faixa	4 Faixa	5 Faixa
	[22950, 55514]	(55514, 88078]	(88078, 120642]	(120642, 153206]	(153206, 185770]
Wallis					
Dentro	0 %	0 %	0 %	0 %	-
Fora	14 %	29 %	29 %	29 %	-
%	0 %	0 %	0 %	0 %	-
Moeck					
Dentro	0 %	0 %	3 %	11 %	-
Fora	14 %	29 %	26 %	17 %	-
%	0 %	0 %	10 %	40 %	-

Fore Modificado					
Dentro	0 %	0 %	0 %	0 %	-
Fora	14 %	29 %	29 %	29 %	-
%	0 %	0 %	0 %	0 %	-
Wongwise					
Dentro	0 %	9 %	9 %	11 %	-
Fora	14 %	20 %	20 %	17 %	-
%	0 %	30 %	30 %	40 %	-
Schubring					
Dentro	3 %	9 %	6 %	0 %	-
Fora	11 %	20 %	23 %	29 %	-
%	20 %	30 %	0 %	0 %	-

Os resultados para os diferentes bancos de dados são unidos e apresentados lado a lado nas Tabelas 15, 16, 17 e 18.

Wallis demonstrou-se ser inadequado para condições experimentais de Aliyu *et al.* (Al & et., 2016) e FORE e DUCKLER (LOPES e DUKLER, 1986), possuindo quase 100 % dos pontos fora da margem de ± 20 %. No caso de Aliyu *et al.* (Al & et., 2016), deve-se provavelmente à elevada faixa de Reynolds de líquido, fora da faixa para qual este modelo foi designado. Dados de FORE e DUCKLER (LOPES e DUKLER, 1986) possuem baixa velocidade superficial de líquido o que, aliado ao pequeno diâmetro, resulta em tensões de cisalhamento na parede da ordem de 10^{-1} até 10^0 , em oposição aos dados Schubring (SCHUBRING e SHEDD, 2009), cujas tensões de cisalhamento na parede possuíam valores na faixa entre 10 e 100. Dados de FORE e DUCKLER (LOPES e DUKLER, 1986) que possuíam valores de tensão de cisalhamento interfacial próximos a 10 Pa detinham os menores erros para o modelo de Wallis.

Utilizando os dados de Schubring (SCHUBRING e SHEDD, 2009), observa-se faixas nas quais Wallis detém um bom resultado. Para a faixa de $\frac{\delta}{D} \in [3,3305, 13,652] * 10^{-3}$, obtém-se um MAPE de apenas 25,4%. Para Reynolds de líquido na faixa de [387,4, 2520,4], o MAPE reduz-se a 23 %. Não ocorrem grandes variações com o Reynolds de gás, mesmo a faixa [153206, 185770], aquele cuja porcentagem de dados fora da faixa de ± 20 % é a maior, possui um MAPE de apenas 28 %, em oposição a 24 % para a faixa [22950, 55514]. Wallis, nas diferentes faixas de Aliyu *et al.* (Al & et., 2016), possuía valores mais próximos dos reais

apenas na faixa de fator de fricção de [0,028, 0,031], não apresenta nenhuma tendência aparente com qualquer das variáveis, provavelmente devido à interação entre as variáveis.

Moeck demonstrou-se ser inadequado para condições experimentais de Aliyu *et al.* (Al & et., 2016) e Fore e Dukler (LOPES e DUKLER, 1986), possuindo quase 100 % dos pontos fora da margem de ± 20 %, uma pequena porcentagem dos pontos inferior a 10 % de cada banco de dados ficou dentro da margem. Para os dados de Fore e Dukler (LOPES e DUKLER, 1986), dados dentro da margem de $\pm 20\%$ apresentavam Reynolds líquido na faixa de (1453,9, 2520,4], uma espessura adimensional dentro de (5,892, 11,065]. O melhor indicativo da adequação do modelo é, da mesma forma como para o modelo de Wallis, a tensão de cisalhamento na parede. Para valores baixos, os erros ultrapassavam 500 %, mas, na medida em que a tensão de cisalhamento na parede se aproximava de 10 Pa, o erro relativo reduzia-se até atingir um mínimo de 6 %.

O modelo de Moeck obteve resultados inferiores ao de Wallis em todas as faixas de dados de Schubring (SCHUBRING e SHEDD, 2009) em razão de dados dentro da faixa $\pm 20\%$. Entretanto, exibiu uma menor variação nos erros, tendo um erro máximo de 61 % frente a 90 % para Wallis, e estes erros elevados eram associados a altos números de Reynolds de líquido. Para números de Reynolds de líquido na faixa de [387,4, 2520,4], exibiu um erro médio de 27 %.

Fore Modificado se demonstrou inadequado para condições experimentais de Aliyu *et al.* (Al & et., 2016) e Fore e Dukler (LOPES e DUKLER, 1986). Para o primeiro, nenhuma faixa específica apresentava taxas de erro reduzidas. Para o segundo, observou-se erros inferiores para uma faixa de Reynolds de gás de [22950, 55514], todavia altos, em torno de 90%.

Fore Modificado apresentou bons resultados para o banco de dados de Schubring (SCHUBRING e SHEDD, 2009), apresentando um MAPE de 34% para a faixa de espessura adimensional de (5,892, 16,239]. Entretanto, a presença de dados contendo erros altíssimos para baixas faixas de Reynolds de líquido torna MAPE um mal indicador para indicador o potencial deste modelo. Para Reynolds de líquido na faixa de (1453,9, 3586,9], obtém-se um MAPE de apenas 17 %. Para valores entre [1453,9, 3210,3] este valor se reduz a meros 10 %. Isto se deve à presença de dados com erro acima de 100 % para Reynolds de líquidos reduzidos juntamente com espessuras adimensionais elevadas.

Wongwise demonstrou-se inadequado para condições experimentais de Aliyu *et al.* (Al & et., 2016). Para Fore e Dukler (LOPES e DUKLER, 1986), identificou-se que

Wongwise previu bem valores de fator de fricção elevados, acima de 0.00520, com um MAPE de apenas 27%. A melhor faixa encontrada foi para Reynolds de líquido entre (1453, 2590], que detinha um MAPE de 29 %, possuindo apenas dois valores com erro extremamente elevado, decorrentes de um baixo valor de Reynolds de gás. As outras variáveis não exibiram uma correlação evidente com o erro.

Wongwise apresentou resultados medianos para o banco de dados de Schubring (SCHUBRING e SHEDD, 2009), obtendo um MAPE de 23% para a faixa de Reynolds de líquido de [387,4, 1453,9]. Observou-se uma correlação entre o aumento do Reynolds de líquido e o erro. As outras variáveis não exibiram uma correlação evidente com o erro.

Fore Modificado se demonstrou inadequado para condições experimentais de Aliyu *et al.* (Al & et., 2016). Para Fore e Dukler (LOPES e DUKLER, 1986), observa-se padrão semelhante àqueles de Wallis e Moeck: na medida em que o fator de fricção aumentava, o erro diminuía. O fator de fricção, neste caso, possuía proporcionalidade ao Reynolds de líquido. Na faixa de Reynolds de líquido mais elevado, (1453,9, 3586,9], obteve-se um MAPE de 31 %.

Como já observado, o modelo de Schubring foi construído utilizando os dados de Schubring (SCHUBRING e SHEDD, 2009) e como esperado, este se adequa bem a toda faixa de dados, não exibindo nenhuma dependência entre o erros e as variáveis adimensionais.

Schubring se demonstrou inadequado para condições experimentais de Aliyu *et al.* (Al & et., 2016) e Fore e Dukler (LOPES e DUKLER, 1986), não apresentando nenhuma correlação evidente entre as variáveis adimensionais e o erro.

Tabela 13: Erros por faixas referentes a $\frac{\delta}{D}$ para todos os bancos de dados.

Faixa (* 10 ⁻³)		[3,3305 , 5,892]			(5,892 , 8,479]			(8,479 11,065]			(11,065 , 13,652]			(13,652 , 16,239]			(16,24, 18,83)		
Origem dados		Schu	aliyu	fore	schub	aliyu	fore	schub	aliyu	fore	schub	aliyu	fore	schub	aliyu	fore	schub	aliyu	fore
Wallis	DENTRO	8 %	-	0 %	15 %	0 %	0 %	12 %	2 %	0 %	4 %	6 %	0 %	1 %	0 %	0 %	-	-	0 %
	FORA	15 %	-	9 %	20 %	4 %	49 %	12 %	33 %	23 %	8 %	46 %	14 %	4 %	8 %	3 %	-	-	3 %
	%	36 %	-	0 %	44 %	0 %	0 %	51 %	6 %	0 %	32 %	12 %	0 %	22 %	0 %	0 %	-	-	0 %
Moeck	DENTRO	4 %	-	0 %	9 %	0 %	11 %	7 %	0 %	3 %	3 %	4 %	0 %	0 %	0 %	0 %	-	-	0 %
	FORA	19 %	-	9 %	26 %	4 %	37 %	17 %	35 %	20 %	9 %	48 %	14 %	5 %	8 %	3 %	-	-	3 %
	%	19 %	-	0 %	26 %	0 %	24 %	30 %	0 %	13 %	27 %	8 %	0 %	0 %	0 %	0 %	-	-	0 %
Fore Mod	DENTRO	9 %	-	0 %	15 %	0 %	0 %	12 %	0 %	0 %	8 %	2 %	0 %	3 %	2 %	0 %	-	-	0 %
	FORA	15 %	-	9 %	20 %	4 %	49 %	12 %	35 %	23 %	4 %	50 %	14 %	2 %	6 %	3 %	-	-	3 %
	%	38 %	-	0 %	42 %	0 %	0 %	49 %	0 %	0 %	64 %	4 %	0 %	67 %	25 %	0 %	-	-	0 %
Wongwise	DENTRO	4 %	-	0 %	10 %	0 %	17 %	6 %	0 %	6 %	2 %	2 %	6 %	0 %	0 %	0 %	-	-	0 %
	FORA	19 %	-	9 %	25 %	4 %	31 %	18 %	35 %	17 %	11 %	50 %	9 %	5 %	8 %	3 %	-	-	3 %
	%	19 %	-	0 %	27 %	0 %	35 %	26 %	0 %	25 %	14 %	4 %	40 %	0 %	0 %	0 %	-	-	0 %
Schubring	DENTRO	24 %	-	0 %	35 %	0 %	0 %	24 %	2 %	11 %	12 %	0 %	3 %	5 %	0 %	0 %	-	-	3 %
	FORA	0 %	-	9 %	0 %	4 %	49 %	0 %	35 %	11 %	0 %	50 %	11 %	0 %	8 %	3 %	-	-	0 %
	%	100 %	-	0 %	100 %	0 %	0 %	100 %	6 %	50 %	100 %	0 %	20 %	100 %	0 %	0 %	-	-	100 %

Tabela 14: Erros por faixas referentes a Re_l para Schubring e Fore e Dukler.

		[387,4, 1453,9]		(1453,9, 2520,4]		(2520,4, 3586,9]		(3586,9, 4653,4]		(4653,4, 5719,9]	
Origem dados		schub	fore	schub	fore	schub	fore	schub	fore	schub	fore
Wallis	DENTRO	26 %	0 %	12 %	0 %	2 %	0 %	0 %	-	0 %	-
	FORA	24 %	40 %	13 %	40 %	12 %	20 %	3 %	-	7 %	-
	%	52 %	0 %	48 %	0 %	14 %	0 %	0 %	-	0 %	-
Moeck	DENTRO	24 %	0 %	0 %	6 %	0 %	9 %	0 %	-	0 %	-
	FORA	26 %	40 %	25 %	34 %	15 %	11 %	3 %	-	7 %	-
	%	48 %	0 %	0 %	14 %	0 %	0 %	0 %	-	0 %	-
Fore Mod	DENTRO	12 %	0 %	25 %	0 %	9 %	0 %	0 %	-	0 %	-
	FORA	38 %	40 %	0 %	40 %	6 %	20 %	3 %	-	7 %	-
	%	24 %	0 %	100 %	0 %	60 %	0 %	0 %	-	0 %	-
Wongwise	DENTRO	22 %	6 %	0 %	20 %	0 %	3 %	0 %	-	0 %	-
	FORA	28 %	34 %	25 %	20 %	15 %	17 %	3 %	-	7 %	-
	%	44 %	14 %	0 %	50 %	0 %	14 %	0 %	-	0 %	-
Schubring	DENTRO	50 %	0 %	25 %	6 %	15 %	11 %	3 %	-	7 %	-
	FORA	0 %	40 %	0 %	34 %	0 %	9 %	0 %	-	0 %	-
	%	100 %	0 %	100 %	14 %	100 %	52 %	100 %	-	100 %	-

Tabela 15: Erros por faixas referentes a Re_l para Aliyu.

		[5720, 20108]	(20108, 34495]	(34495, 48884]	(48884, 63272]	(63272, 77661]
Wallis	DENTRO	4 %	2 %	2 %	0 %	0 %
	FORA	33 %	17 %	15 %	15 %	13 %
	%	11 %	11 %	13 %	0 %	0 %
Moeck	DENTRO	0 %	2 %	2 %	0 %	0 %
	FORA	38 %	17 %	15 %	15 %	13 %
	%	0 %	11 %	13 %	0 %	0 %
Fore Mod	DENTRO	2 %	0 %	0 %	2 %	0 %
	FORA	35 %	19 %	17 %	13 %	13 %
	%	6 %	0 %	0 %	14 %	0 %
Wongwise	DENTRO	0 %	2 %	0 %	0 %	0 %
	FORA	38 %	17 %	17 %	15 %	13 %
	%	0 %	11 %	0 %	0 %	0 %
Schubring	DENTRO	0 %	2 %	0 %	0 %	0 %
	FORA	38 %	17 %	17 %	15 %	13 %
	%	0 %	11 %	0 %	0 %	0 %

Tabela 16: Erros por faixas referentes a Re_g para todos os bancos de dados, primeiras 4 faixas.

	Origem dados	[9068, 22950]			[22950, 55514]			(55514, 88078)			(88078, 120642)		
		schu	aliyu	fore	schu	aliyu	fore	schu	aliyu	fore	schu	aliyu	fore
Wallis	DENTRO	-	0 %	-	13 %	6 %	0 %	16 %	0 %	0 %	7 %	0 %	0 %
	FORA	-	15 %	-	22 %	21 %	14 %	15 %	23 %	29 %	10 %	13 %	29 %
	%	-	0 %	-	37 %	23 %	0 %	51 %	0 %	0 %	40 %	0 %	0 %
Moeck	DENTRO	-	0 %	-	12 %	6 %	0 %	7 %	0 %	0 %	3 %	0 %	3 %
	FORA	-	15 %	-	24 %	21 %	14 %	24 %	23 %	29 %	13 %	13 %	29 %
	%	-	0 %	-	33 %	23 %	0 %	22 %	0 %	0 %	20 %	0 %	10 %
Fore Mod	DENTRO	-	0 %	-	15 %	2 %	0 %	17 %	2 %	0 %	8 %	0 %	0 %
	FORA	-	15 %	-	20 %	25 %	14 %	14 %	21 %	29 %	8 %	13 %	29 %
	%	-	0 %	-	43 %	8 %	0 %	55 %	9 %	0 %	50 %	0 %	0 %
Wongwise	DENTRO	-	0 %	-	0 %	4 %	0 %	1 %	0 %	9 %	4 %	0 %	11 %
	FORA	-	15 %	-	4 %	23 %	14 %	11 %	23 %	20 %	21 %	13 %	17 %
	%	-	0 %	-	0 %	15 %	0 %	5 %	0 %	30 %	18 %	0 %	40 %
Schubring	DENTRO	-	0 %	-	4 %	0 %	3 %	12 %	2 %	6 %	25 %	0 %	0 %
	FORA	-	15 %	-	0 %	27 %	11 %	0 %	21 %	23 %	0 %	13 %	29 %
	%	-	0 %	-	100 %	0 %	20 %	100 %	9 %	20 %	100 %	0 %	0 %

Tabela 19: Erros por faixas referentes a Rey_g para todos os bancos de dados, primeiras 4 faixas.

		(120642, 153206]			(153206, 185770]			(185770, 190209)		
Origem dados		schu	aliyu	fore	schu	aliyu	fore	schu	aliyu	fore
Wallis	DENTRO	3 %	0 %	-	2 %	0 %	-	-	0 %	-
	FORA	6 %	15 %	-	6 %	6 %	-	-	2 %	-
	%	38 %	0 %	-	29 %	0 %	-	-	0 %	-
Moeck	DENTRO	2 %	0 %	-	1 %	0 %	-	-	0 %	-
	FORA	7 %	15 %	-	7 %	6 %	-	-	2 %	-
	%	19 %	0 %	-	7 %	0 %	-	-	0 %	-
Fore Mod	DENTRO	4 %	0 %	-	2 %	0 %	-	-	0 %	-
	FORA	5 %	15 %	-	6 %	6 %	-	-	2 %	-
	%	44 %	0 %	-	29 %	0 %	-	-	0 %	-
Wongwise	DENTRO	10 %	0 %	-	7 %	0 %	-	-	0 %	-
	FORA	22 %	15 %	-	20 %	6 %	-	-	2 %	-
	%	30 %	0 %	-	27 %	0 %	-	-	0 %	-
Schubring	DENTRO	31 %	0 %	-	27 %	0 %	-	-	0 %	-
	FORA	0 %	15 %	-	0 %	6 %	-	-	2 %	-
	%	100 %	0 %	-	100 %	0 %	-	-	0 %	-

5 CONCLUSÕES E PROPOSIÇÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

Conclui-se que todos os modelos são inadequados para a previsão do fator de atrito, com exceção de poucas faixas de variáveis adimensionais específicas. Apenas quando comparados a dados experimentais de Schubring, alguns modelos exibiram uma correlação com o dado experimental. Para os outros bancos de dados, todos os modelos apresentaram um MAPE superior a 60 %. Portanto, não se recomenda a utilização de nenhum modelo de fator de fricção listado no presente trabalho para representar o escoamento em um separador supersônico.

Como próximos passos, recomenda-se a criação de um novo modelo de fator de fricção. Propõe-se a utilização de metodologias que considerem o efeito cruzado das variáveis, desenvolvendo um modelo de superfície de resposta, a exemplo do método de Krigging, redes neurais ou regressão não-linear. Ademais, recomenda-se a expansão do banco de dados, buscando-se especialmente por aqueles que possam confirmar condições próximas à do separador supersônico, de alto valor de número de Reynolds de líquido e de gás.

Ademais, a obtenção de dados experimentais de fator de fricção para faixas extremamente elevadas representa uma oportunidade devido a ausência de tais experimentos na literatura científica.

6 REFERÊNCIAS

- Hurlburt, E., Fore, L., & Bauer, R. . (17-20 de 07 de 2006). A Two Zone Interfacial Shear Stress and Liquid Film Velocity Model. *European Fluids Engineering Summer Meeting* .
- (10 de 8 de 2015). (Reuters) Fonte: <http://g1.globo.com/economia/noticia/2015/08/pre-sal-do-brasil-contem-176-bilhoes-de-barris-de-petroleo-e-gas-diz-estudo.html>
- Al, A. M., & et., A. (2016). Interfacial shear in adiabatic downward gas/liquid co-current annular. *Experimental Thermal and Fluid Science* , 72, 75-87.
- Amaral, M. d. (2017). *Tese De Doutorado; Estudo aa Remocão Supersônica de CO2*. UFRJ.
- Anjos, R. P. (2018). *Desenvolvimento de uma Metodologia Numérica para a Simulação do Processo de Separação Supersônica*.
- Arina, R. (2004). Numerical simulation of near-critical fluids. *Applied Numerical Mathematics* , pp. 409-426.
- Arinelli, L. d. (2015). *Tese de Mestrado: Dinâmica de Processamento Offshore de Gás*.
- Asali, J. C., & Hanratty, T. J. (1985). Interfacial Drag and Film Height for Vertical Annular Flow. *American Chemical Engineering Society Journal* , 31 (6), 895-902.
- Doplet Entrainment in Vertical Annular Flow and Its Contribution to Momentum Transfer1986*AiChE* 3291500
- Energia, G. d., & IBP. (2017). *Gás do Pré -Sal: Oportunidades , Desafios e Perspectivas* .
- EPE. (2016). *Plano decenal de Expansão de Energia 2026*. EPE.
- Farag, M., El-Thery, A., El-Askary, W., & al, e. (2015). Numerical Study on. *International Journal* , 6.
- Feyigin, V., Imayev, S., Alfyorov, V., & al., e. (2006). *Supersonic gas technologies*. International Gas Union World Gas Conference.
- Fore, L. B., & Dukler, A. E. (2006). A Two Zone Interfacial Shear Stress and Liquid Film Velocity Model for Vertical Annular Two-Phase Flow. *American Chemical Engineering Journal* .

- Fore, L., Beus, S., & Bauer, R. (2000). Interfacial friction in gas±liquid annular flow: analogies to. *International Journal of Multiphase Flow* , 26, 1755-1769.
- Furuwaka, T., & T., F. (1998). Prediction of the Effects of Liquid Viscosity . *International Journal of Multiphase Flow* , 24 (4), 587-603.
- Haghighi, M., Hawboldt, K., & Abdi, M. (2015). Supersonic gas separators:. *journal of Natural Gas Science and Engineering* , 27, 109-121.
- Henstock, W. H., & Hanrattx, T. J. (1976). The Interfacial Drag and the Height of the Wall Layer in Annular Flows. *American Institute of Chemical Engineers Journal* , 22 (6), 990-1000.
- Hurlburt, E. T., Fore, L. B., & Bauer, R. C. (2006). A Two Zone Interfacial Shear Stress and Liquid Film Velocity Model for Vertical Annular Two-Phase Flow. 2.
- Interview with Professor Frederico W. Tavares.* (s.d.). Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=fwGUuSrZ2N8&t=1218s>
- JIANG, D., WANG, C., & TANG, L. (2011). A Fast and Efficient Numerical-Simulation. *SPE Projects, Facilities & Construction* , 55-64.
- Kataoka, I., Ishiii, M., & A. Nakayama. (2000). Entrainment and deposition rates of droplets in annular two-phase flow. *Int. J. Heat Mass Transf* , 43, 1573-1589.
- Kongkiatwanitch, S. W. (2001). INTERFACIAL FRICTION FACTOR IN VERTICAL UPWARD. *International Communications in Heat and Mass Transfer* , 28 (3), 323-336.
- L. B. Fore, A. E. (1995). Droplet deposition and momentum transfer in annular Flow. *AiChE* , 41, 2040-2046.
- Li, H., & Anglart, H. (2015). CFD model of diabatic annular two-phase flow using the Eulerian–Lagrangian approach. *Annals of Nuclear Energy* , 77, 415-424.
- Maddox, R., & Morgan, D. (2006). *Gas conditioning and processing, Gas treating*. Oklahoma, John M. Campbell and Company.
- McDonald's, F. a. (2001). *Introduction to Fluid Mechanics*. Wiley.

2019 *Modelagem da condensação de Dióxido de Carbono em um Bocal Convergente-Divergente* Escola de Química, UFRJ

Pan, L.-m., & al., e. (2015). The influences of gas–liquid interfacial properties on interfacial shear stress for vertical annular flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer* , 89, 1172-1183.

Petrobrás. (s.d.). Acesso em 16 de 04 de 2019, disponível em <http://www.investidorpetrobras.com.br/pt/destaques-operacionais/reservas-provadas>

Prast, B., Lammers, B., & Betting, M. (2006). CFD for supersonic gas processing. *Fifth International Conference on CFD in the Process Industries*. Melbourne.

Rodríguez, D. J. (2004). Characterization of bubble entrapment, interfacial roughness, and the sliding bubble mechanism in horizontal annular flow. University of Wisconsin-Madison: tese de PhD.

Schinkelshoek, P., & Epsom, H. (2006). *Supersonic gas conditioning-low pressure drop TWISTER for NGL Recovery*. Offshore Technology Conference.

Schubring, D., & Shedd, T. (2009). Prediction of wall shear for horizontal annular air–water flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer* , pp.) 200–209.

Sun, B. (2018). Interfacial Friction Factor Prediction in. *Chemical Engineering Technology* , 9, 1833-1841.

Sun, W., Cao, X., Yang, W., & al., e. (2017). Numerical simulation of CO₂ condensation process from CH₄-CO₂ binary gas mixture in supersonic nozzles. *Separation and Purification Technology* , 188, 238-249.

Villela, M. J. (2004). *Análise do Comportamento da Temperatura em Sistemas*. Rio de Janeiro: Dissertação de Mestrado.

Wallis, G. B. (1969). Annular Two-Phase-Flow - Part II (additional Effects). *The American Society of Mechanical Engineers Journal* .

Wolf, A. (1995). *Flow, Film Structure of Vertical Annular* . london University.

Wongwises, S., & Kongkiatwanitch, W. (2001). Interfacial Friction Factor in Vertical Upward Gas-Liquid Annular Two-Phase Flow ANNULAR TWO-PHASE FLO. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, 28 (3), 323-336.

7 APÊNDICE

7.1 Desenvolvimento das variáveis adimensionais

$$f_i = f(D_h, \delta, u_g, \mu_g, \rho_g, u_l, \mu_l, \rho_l, \sigma, \Delta p)$$

$$n = 11, m = 3 \therefore 8 \text{ grupos}$$

$$\text{Core} = \rho_g \mu_g D_h = \frac{M}{L^3} * \frac{M}{L * t} * L$$

$$\pi_1 = \rho_g^a \mu_g^b D_h^c \delta = \left(\frac{M}{L^3}\right)^a * \left(\frac{M}{L * t}\right)^b * L^c * L \quad \begin{pmatrix} M \\ L \\ t \end{pmatrix} = \begin{matrix} +a & +b & +0 & +0 & = 0 \\ -3a & -b & +c & +1 & = 0 \\ 0 & -b & +0 & +0 & = 0 \end{matrix}$$

$$a = -b \mid b = 0 \therefore a = 0 \mid c = -1 \therefore \pi_1 = \frac{\delta}{D_h} = \delta D_h^{-1}$$

$$\pi_2 = \rho_g^a \mu_g^b D_h^c u_l = \left(\frac{M}{L^3}\right)^a * \left(\frac{M}{L * t}\right)^b * L^c * \frac{L}{t} \quad \begin{pmatrix} M \\ L \\ t \end{pmatrix} = \begin{matrix} +a & +b & +0 & +0 & = 0 \\ -3a & -b & +c & +1 & = 0 \\ 0 & -b & +0 & -1 & = 0 \end{matrix}$$

$$b = -1 \mid \delta a = -b \therefore a = +1 \mid -3 + 1 + c + 1 = 0 \therefore c = 1 \therefore \pi_2 = \frac{\rho_g u_l D_h}{\mu_g} = Re_{\frac{l}{g}}$$

$$\pi_3 = \rho_g^a \mu_g^b D_h^c \mu_l = \left(\frac{M}{L^3}\right)^a * \left(\frac{M}{L * t}\right)^b * L^c * \frac{M}{L * t} \quad \begin{pmatrix} M \\ L \\ t \end{pmatrix} = \begin{matrix} +a & +b & +0 & +1 & = 0 \\ -3a & -b & +c & -1 & = 0 \\ 0 & -b & +0 & -1 & = 0 \end{matrix}$$

$$b = -1 \mid \delta a = 0 \mid 0 + 1 - 1 + c = 0 \mid c = 0 \therefore \pi_3 = \frac{\mu_l}{u_g} = \mu_l \mu_g^{-1}$$

$$\pi_4 = \rho_g^a \mu_g^b D_h^c \rho_l = \left(\frac{M}{L^3}\right)^a * \left(\frac{M}{L * t}\right)^b * L^c * \frac{M}{L^3} \quad \begin{pmatrix} M \\ L \\ t \end{pmatrix} = \begin{matrix} +a & +b & +0 & +1 & = 0 \\ -3a & -b & +c & -3 & = 0 \\ 0 & -b & +0 & -0 & = 0 \end{matrix}$$

$$b = 0 \mid a + 1 = 0 \therefore a = -1 \mid +3 - 0 + c - 3 = 0 \therefore c = 0 \therefore \pi_4 = \frac{\rho_l}{\rho_g} = \rho_l \rho_g^{-1}$$

$$\pi_5 = \rho_g^a \mu_g^b D_h^c \Delta P = \left(\frac{M}{L^3}\right)^a * \left(\frac{M}{L * t}\right)^b * L^c * \frac{M}{L * t^2} \quad \begin{pmatrix} M \\ L \\ t \end{pmatrix} = \begin{matrix} +a & +b & +0 & +1 & = 0 \\ -3a & -b & +c & -1 & = 0 \\ 0 & -b & +0 & -2 & = 0 \end{matrix}$$

$$b = -2 \mid a - 2 + 1 = 0 \therefore a = 1 \mid -3 + 2 + c - 1 = 0 \therefore c = 2$$

$$\pi_6 = \rho_g^a \mu_g^b D_h^c L = \left(\frac{M}{L^3}\right)^a * \left(\frac{M}{L * t}\right)^b * L^c * L \quad \begin{pmatrix} M \\ L \\ t \end{pmatrix} = \begin{matrix} +a & +b & +0 & +0 & = 0 \\ -3a & -b & +c & +1 & = 0 \\ 0 & -b & +0 & +0 & = 0 \end{matrix}$$

$$a = -b \mid b = 0 \therefore a = 0 \mid c = -1 \therefore \pi_6 = \frac{L}{D_h}$$

$$\pi_7 = \rho_g^a \mu_g^b D_h^c u_g = \left(\frac{M}{L^3}\right)^a * \left(\frac{M}{L * t}\right)^b * L^c * \frac{L}{t} \quad \begin{pmatrix} M \\ L \\ t \end{pmatrix} = \begin{matrix} +a & +b & +0 & +0 & = 0 \\ -3a & -b & +c & +1 & = 0 \\ 0 & -b & +0 & -1 & = 0 \end{matrix}$$

$$b = 1 \delta a = -b \therefore a = -1 \mid 3 - 1 + c + 1 = 0 \therefore c = 3 \therefore \pi_7 = \frac{\rho_g u_g D_h}{\mu_g} = Re_g$$

$$\pi_8 = \rho_g^a \mu_g^b D_h^c \sigma = \left(\frac{M}{L^3}\right)^a * \left(\frac{M}{L * t}\right)^b * L^c * \frac{M}{L * t^2} \quad \begin{pmatrix} M \\ L \\ t \end{pmatrix} = \begin{matrix} +a & +b & +0 & +1 & = 0 \\ -3a & -b & +c & -1 & = 0 \\ 0 & -b & +0 & -2 & = 0 \end{matrix}$$

$$b = -2 \delta a - 2 + 1 = 0 \therefore a = 1 \mid -3 + 2 + c - 1 = 0 \therefore c = 2 \therefore \pi_8 = \frac{\rho_g \sigma D_h^2}{\mu_g^2}$$

7.2 Transformação dos modelos para o novo conjunto de variáveis

Walis

$$f_i = 0,005(1 + 300\pi_1)$$

Moeck

$$f_i = 0,005(1 + 1458\pi_1^{1,42})$$

Taitel

$$f_i = 0,046 (\pi_7)^{-0,2}$$

Fukano e Furuwaka

$$f_i = 1,7 \left(12 + \frac{\pi_3}{\pi_4}\right)^{-1,33} (1 + 12\pi_1)^8$$

Wallis modificado

$$f_i = 0,005(1 + 300(\pi_1 - 0,0015))$$

Fore

$$f_i = 0,005 \left[1 + 300 \left(1 + \frac{17500}{\pi_7}\right) \pi_1 - 0,015\right]$$

D. Adechy

$$f_i = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\left(2 \log \left(\frac{1}{2(7,0623 \pi_1 - 0,0088)} \right) + 1,74 \right)^2} \right)$$

Wongwises

$$f_i = 17.172 * (\pi_7)^{-0,768} * (\pi_1)^{-0,253}$$

Henstock

$$f_i = 0,046 Re_g^{-0,2} (1 + 850F)^{-0,5} \quad -$$

$$F = K * \frac{v_l}{v_g} * \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g}} * Re_G^{-0,9} = K * \frac{\mu_l}{\mu_g} * \sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_l}} * Re_G^{-0,9} = K * \pi_3 * \sqrt{\pi_4} * \pi_7^{-0,9}$$

$$K = [((0,707(\pi_2)^{0,5})^{2,5} + (0,0379(\pi_2)^{2,5})^{0,4}]^{0,4}$$

$$K = [0,420289(\pi_2)^{1,25} + (0,0379(\pi_2)^{2,5})^{0,4}]^{0,4}$$

Combinando todos os termos

$$f_i = 0,046 \pi_7^{-0,2} (1 + 850 * [0,420289(\pi_2)^{1,25} + 0,0379(\pi_2)^{2,5}]^{0,4} * \pi_3 * \sqrt{\pi_4} * \pi_7^{-0,9})^{-0,5}$$

Hurburtl

$$f_i = \left[\frac{0,58}{\left(\frac{\ln \varepsilon}{\varepsilon - 1} - 0,5 \right)} \right]^2, \text{ Onde } \varepsilon = \frac{2\varepsilon}{H-h}$$

Schubring e Shedd

$$\tau_w = 0,0217 * \frac{KE_{sg}}{x} * Re_T^{-0,15}$$

$$\tau_w = 0,0217 * \frac{U_{sg}^2 \rho_g}{2} * \frac{1}{x} * Re_T^{-0,15}$$

$$\tau_w = 0,0217 \left(\rho_g * \frac{U_g^2}{2} \right) * (x)^{-1} * Re_T^{-0,15}$$

$$\tau_w = \frac{\tau_i(D - 2\delta)}{D} - \frac{\frac{1}{4} \frac{dp}{dz} * \frac{D^2 - (D - 2\delta)^2}{D}}{D}$$

$$\frac{\left(\tau_w + \frac{\frac{1}{4} \frac{dp}{dz} * \frac{D^2 - (D - 2\delta)^2}{D}}{D} \right)}{(D - 2\delta)} D = \tau_i$$

$$\frac{\left(0,0217 \left(\rho_g * \frac{U_g^2}{2} \right) * (x)^{-1} * Re_T^{-0,15} + \frac{\frac{1}{4} \frac{dp}{dz} * \frac{D^2 - (D - 2\delta)^2}{D}}{D} \right)}{(D - 2\delta)} D = \tau_i$$

$$\frac{\left(0,0217 * x^{-1} * Re_T^{-0,15} + \frac{\frac{1}{4} \frac{dp}{dz} * \frac{D^2 - (D - 2\delta)^2}{D}}{D} * \frac{1}{\left(\rho_g * \frac{U_g^2}{2} \right)} \right)}{(D - 2\delta)} D = f_i$$

$$\dots\dots\dots (x)^{-1} \dots\dots\dots$$

$$x = \frac{m_g}{m_g + m_l}$$

$$m_x = u_x * A_x * \rho_i$$

$$m_g = u_g(D)^2 \rho_g \pi$$

$$m_l = u_l(D^2) \rho_l \pi$$

$$x^{-1} = \left(\frac{m_g}{m_g + m_l} \right)^{-1} = \left(\frac{\pi(u_g(D)^2 \rho_g)}{\pi u_g(D)^2 \rho_g + \pi(D^2) u_l \rho_l} \right)^{-1} = \left(\frac{u_g \rho_g}{u_g \rho_g + u_l \rho_l} \right)^{-1}$$

$$x = \frac{u_g \rho_g D + u_l \rho_l D}{u_g \rho_g D} = \frac{Re_{y_g} \mu_g + Re_{y_l} \mu_l}{Re_{y_g} \mu_G} = \frac{\pi_7 + \pi_2 \pi_3}{\pi_7}$$

$$Re_t = \frac{(\rho_g u_g + \rho_l u_l) D}{\mu_l} = \frac{\rho_l u_l D}{\mu_l} + \frac{\rho_g u_g D}{\mu_l} = \pi_2 + \frac{\pi_7}{\pi_3}$$

$$\frac{\left(0,0217 * \left(\frac{\pi_7 + \pi_2 \pi_3}{\pi_7} \right) \left(\pi_2 + \frac{\pi_7}{\pi_3} \right)^{-0.15} + \frac{1}{4} \frac{Dp}{dz} * \frac{D^2 - (D - 2\delta)^2}{D} * \frac{1}{\left(\rho_g * \frac{u_g^2}{2} \right)} \right)}{(D - 2\delta)} D = f_i$$

$$\frac{\left(0,0217 * \left(\frac{\pi_7 + \pi_2 \pi_3}{\pi_7} \right) \left(\pi_2 + \frac{\pi_7}{\pi_3} \right)^{-0.15} + \frac{1}{4} \frac{Dp}{dz} * \frac{4D\delta - 4\delta^2}{D} * \frac{1}{\left(\rho_g * \frac{u_g^2}{2} \right)} \right)}{(D - 2\delta)} D = f_i$$

$$\frac{\left(0,0217 * D * \left(\frac{\pi_7 + \pi_2 \pi_3}{\pi_7} \right) \left(\pi_2 + \frac{\pi_7}{\pi_3} \right)^{-0.15} + \frac{1}{4} \frac{Dp}{dz} * D \left(4\delta - \frac{4\delta^2}{D} \right) \frac{1}{\left(\rho_g * \frac{u_g^2}{2} \right)} \right)}{(D - 2\delta)} = f_i$$

Aproxima-se dp/dz por $\Delta p/(La)$, onde a é a razão entre a distância entre os medidores de pressão e o comprimento do tubo:

$$a = \frac{n}{L}$$

$$\frac{\left(0,0217 * \left(\frac{\pi_7 + \pi_2 \pi_3}{\pi_7} \right) \left(\pi_2 + \frac{\pi_7}{\pi_3} \right)^{-0.15} + \frac{\pi_5 \mu_g^2}{4La * D_h^2 \rho_G} * (4\delta - 4\delta \pi_1) \frac{1}{\left(\rho_g * \frac{u_g^2}{2} \right)} \right)}{(1 - 2\pi_1)} = f_i$$

$$\frac{\left(0,0217 * \left(\frac{\pi_7 + \pi_2 \pi_3}{\pi_7} \right) \left(\pi_2 + \frac{\pi_7}{\pi_3} \right)^{-0.15} + a \frac{\pi_5 \mu_g^2}{4\pi_6 D^2 \rho_G} * (4\delta - 4\delta \pi_1) \frac{1}{\left(\rho_g * \frac{u_g^2}{2} \right)} \right)}{(1 - 2\pi_1)} = f_i$$

$$\frac{\left(0,0217 * \left(\frac{\pi_7 + \pi_2 \pi_3}{\pi_7} \right) \left(\pi_2 + \frac{\pi_7}{\pi_3} \right)^{-0.15} + a \frac{\pi_5 \mu_g^2}{4\pi_6 * D^2 \rho_G} * (4\pi_1 - 4\pi_1^2) \frac{1}{\left(\rho_g * \frac{u_g^2}{2} \right)} \right)}{(1 - 2\pi_1)} = f_i$$

$$\frac{\left(0,0217 * \left(\frac{\pi_7 + \pi_2 \pi_3}{\pi_7} \right) \left(\pi_2 + \frac{\pi_7}{\pi_3} \right)^{-0.15} + a \frac{\pi_5}{4\pi_6} * (4\pi_1 - 4\pi_1^2) \frac{\mu_g^2}{\left(D^2 \rho_g * \frac{U_g^2}{2} \right)} \right)}{(1 - 2\pi_1)} = f_i$$

$$\frac{\left(0,0217 * \left(\frac{\pi_7 + \pi_2 \pi_3}{\pi_7} \right) \left(\pi_2 + \frac{\pi_7}{\pi_3} \right)^{-0.15} + a \frac{\pi_5}{4\pi_6} * (4\pi_1 - 4\pi_1^2) * \frac{2}{\pi_7^2} \right)}{(1 - 2\pi_1)} = f_i$$

Hipótese simplificadora

$$\tau_w = \tau_i$$

$$\tau_w = 0,0217 \left(\rho_g * \frac{U_g^2}{2} \right) * (x)^{-1} * Re_T^{-0,15}$$

$$f_i = 0,0217 * (x)^{-1} * Re_T^{-0,15}$$

$$f_i = 0,0217 * \left(\frac{\pi_7 + \pi_2 \pi_3}{\pi_7} \right) \left(\pi_2 + \frac{\pi_7}{\pi_3} \right)^{-0.15}$$