



## AVALIAÇÃO DA DINÂMICA DE MANIPULADORES ROBÓTICOS SOBRE BASES FLEXÍVEIS

Estevão Fróes Ferrão

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Fernando Augusto de Noronha  
Castro Pinto

Rio de Janeiro  
Junho de 2018

AVALIAÇÃO DA DINÂMICA DE MANIPULADORES ROBÓTICOS SOBRE  
BASES FLEXÍVEIS

Estevão Fróes Ferrão

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO  
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE  
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE  
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A  
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA  
MECÂNICA.

Examinada por:

---

Prof. Fernando Augusto de Noronha Castro Pinto, Dr.-Ing.

---

Prof. Max Suell Dutra, Dr.-Ing.

---

Prof. Ramon Romankevicius Costa, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL  
JUNHO DE 2018

Ferrão, Estevão Fróes

Avaliação da dinâmica de manipuladores robóticos sobre bases flexíveis/Estevão Fróes Ferrão. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2018.

XV, 144 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador: Fernando Augusto de Noronha Castro  
Pinto

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Mecânica, 2018.

Referências Bibliográficas: p. 138 – 144.

1. dinâmica multicorpos. 2. álgebra simbólica. 3. análise modal. 4. robótica de serviço. 5. erros de trajetória. I. Pinto, Fernando Augusto de Noronha Castro. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica. III. Título.

*Dedico este trabalho ao meu filho  
Bernardo*

# Agradecimentos

Gostaria de agradecer primeiramente à empresa que trabalho 13 Robotics pelo apoio ao projeto e o constante estímulo à qualificação de seus colaboradores, o que me permitiu cumprir com esta importante fase da minha vida profissional e acadêmica.

Agradecer também ao meu orientador, professor Fernando Castro Pinto, que desde a minha graduação na UFRJ foi um importante mestre, que sempre se preocupou em guiar e orientar os seus alunos pelo caminho do conhecimento não só científico mas também profissional, indo além das fronteiras acadêmicas. Agradeço também ao professor Fernando pelo espaço, recursos e equipamentos que foram disponibilizados no LAVI, indispensáveis para elaboração dos ensaios experimentais.

Agradeço aos meus pais, Aloysio e Maira, que sempre foram minhas maiores e mais fundamentais fontes de inspiração e motivação para o gosto pela ciência e pelo conhecimento.

Um agradecimento especial à minha esposa Nathalia, que durante 11 anos tem sido meu porto seguro, conselheira e companheira. Agradeço por toda a paciência e compreensão que teve durante o tempo que tive que dispensar para concluir este trabalho, e por permanecer sempre confiante e motivadora ao meu lado, o que foi essencial para essa conquista.

Agradeço por fim à Universidade como um todo, e particularmente aos professores, coordenadores e profissionais administrativos da COPPE e do Programa de Engenharia Mecânica, por proporcionarem cursos de alto padrão, que valorizam e contribuem para a formação dos melhores profissionais do país, o que para mim é motivo de muito orgulho o privilégio de ter aproveitado na COPPE/UFRJ esta oportunidade de aprendizado e formação.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## AVALIAÇÃO DA DINÂMICA DE MANIPULADORES ROBÓTICOS SOBRE BASES FLEXÍVEIS

Estevão Fróes Ferrão

Junho/2018

Orientador: Fernando Augusto de Noronha Castro Pinto

Programa: Engenharia Mecânica

Apresenta-se neste trabalho um método para prever a falha de um manipulador robótico ao realizar uma tarefa, devido à flexibilidade dos corpos elásticos que lhe servem como base. Os erros podem ser de posição, velocidade e orientação da ferramenta na extremidade do robô. O método também fornece um meio para verificar como modificações no projeto da base podem alterar o comportamento dinâmico do sistema acoplado. A motivação de tal análise se dá pelo crescente emprego de robôs de serviço para aplicações *in situ*, onde o uso de uma estrutura leve e esbelta pode ser a melhor e mais viável solução para posicionar o robô dentro do ambiente de serviço. A análise se divide em: modelar pelo método de Kane, os sistemas dinâmicos multicorpos do robô, da base e do sistema acoplado robô e base; encontrar a matriz de rigidez da base, pela Análise por Elementos Finitos; e encontrar os parâmetros de Rayleigh da matriz de amortecimento proporcional, por Análise Modal Experimental. Um sistema para revestimento robótico *in situ* (EMMA) é escolhido para estudo de caso. Simulações são realizadas para duas trajetórias e três bases diferentes. Os resultados do modelo de referência (base rígida) e o modelo acoplado (robô - base flexível) são então comparados e apresentam as mudanças que ocorrem, devido à flexibilidade da base, nos parâmetros controlados da tarefa. Esta análise permite a verificação da conformidade aos requisitos do processo de revestimento robótico, como posição, velocidade e orientação dados a flexibilidade e o amortecimento da base.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

## ANALYSIS OF THE DYNAMICS OF ROBOTIC MANIPULATORS ON FLEXIBLE BASIS

Estevão Fróes Ferrão

June/2018

Advisor: Fernando Augusto de Noronha Castro Pinto

Department: Mechanical Engineering

This work presents a method to predict the failure of a robotic manipulator's task due to the flexibility of the elastic bodies that serves as a base. The errors can be the position, velocity and orientation of the tool attached to the tip of the robot. The method also provides a way to verify how modifications in the base design can change the dynamic behaviour of the coupled system. The motivation of such analysis is the crescent employment of service robots for *in situ* applications, where the use of a light and slender structure for the base may be the best and more feasible solution for placing the robot in the service environment. The analysis are divided as: model the Dynamic Multibody Systems of the robot, the base and the coupled base-robot, by Kane's method; find the stiffness matrix of the base, by Finite Element Analysis; find the Rayleigh parameters of the proportional damping matrix of the base, by Experimental Modal Analysis. An *in situ* robotic hardcoating system (EMMA) is chosen as the case of study. Simulations are done for two different trajectories and three different bases. The results of the reference model (rigid base) and the coupled model (robot - flexible base) are then compared and shows the changes in the controled parameters due to the flexibility of the base. This analysis allows the verification of compliance to the hardcoating requirements like position, velocity and orientation of the gun with respect to the surface.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>xi</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xv</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação . . . . .	1
1.2 Objetivos . . . . .	3
1.3 Ferramentas utilizadas . . . . .	3
<b>2 Revisão Bibliográfica</b>	<b>5</b>
2.1 Dinâmica de Sistemas Multicorpos . . . . .	5
2.1.1 Cinemática . . . . .	6
2.1.2 Cinemática Inversa . . . . .	12
2.1.3 Planejamento de trajetória . . . . .	16
2.1.4 Dinâmica e Equações de Movimento . . . . .	17
2.1.5 Sophia-Maple e Método de Kane . . . . .	19
2.2 Análise dinâmica de estruturas . . . . .	22
2.2.1 Rigidez . . . . .	23
2.2.2 Amortecimento . . . . .	25
2.2.3 Análise modal experimental . . . . .	26
2.3 Manipuladores robóticos industriais . . . . .	31
2.3.1 Manipuladores flexíveis . . . . .	31
2.3.2 Manipuladores sobre bases flexíveis . . . . .	32
2.3.3 Tarefas robóticas <i>in situ</i> . . . . .	36
<b>3 Método Proposto</b>	<b>42</b>
3.1 Visão geral . . . . .	42
3.2 Modelo do robô . . . . .	43
3.2.1 Descrição do braço robótico . . . . .	43
3.2.2 Cinemática Direta . . . . .	45
3.2.3 Dinâmica . . . . .	50
3.2.4 Cinemática Inversa . . . . .	60

3.2.5	Tarefa e trajetória . . . . .	65
3.2.6	Modelo teórico MBS – Robô . . . . .	69
3.3	Modelo da base . . . . .	74
3.3.1	Geometria e CAD . . . . .	75
3.3.2	Análise por Elementos Finitos . . . . .	77
3.3.3	Matriz de Rigidez . . . . .	81
3.3.4	Matriz de Amortecimento . . . . .	82
3.3.5	Modelo teórico MBS – Base . . . . .	82
3.4	Ensaio Experimental . . . . .	87
3.4.1	Bancada experimental e instrumentação . . . . .	87
3.4.2	Aquisição e tratamento dos dados . . . . .	90
3.4.3	Cálculo da Matriz de Amortecimento . . . . .	95
3.5	Modelo acoplado robô e base . . . . .	95
3.5.1	Robô sobre base rígida . . . . .	98
3.5.2	Robô sobre base flexível . . . . .	98
3.6	Casos aplicados . . . . .	98
3.6.1	Trajetórias do efetuador . . . . .	99
3.6.2	Base rígida . . . . .	101
3.6.3	Base de testes . . . . .	101
3.6.4	Base modular PRP . . . . .	102
3.6.5	Base telescópica PRPP . . . . .	104
<b>4</b>	<b>Resultados e Discussões</b>	<b>108</b>
4.1	Resultados de simulação da Tarefa 1 . . . . .	108
4.1.1	Base rígida – Tarefa 1 . . . . .	108
4.1.2	Base de testes – Tarefa 1 . . . . .	111
4.1.3	Base modular PRP – Tarefa 1 . . . . .	114
4.1.4	Base telescópica PRPP – Tarefa 1 . . . . .	117
4.2	Resultados de simulação da Tarefa 2 . . . . .	120
4.2.1	Base rígida – Tarefa 2 . . . . .	120
4.2.2	Base de testes – Tarefa 2 . . . . .	122
4.2.3	Base PRP – Tarefa 2 . . . . .	125
4.2.4	Base PRPP – Tarefa 2 . . . . .	128
4.3	Comparação dos resultados . . . . .	131
4.3.1	Trajetórias . . . . .	131
4.3.2	Erros máximos . . . . .	131
4.4	Possíveis soluções . . . . .	133
<b>5</b>	<b>Conclusões</b>	<b>136</b>



# Lista de Figuras

2.1	Representação de um sistema MBS . . . . .	6
2.2	Sistemas de referência global e local . . . . .	7
2.3	Manipulador tipo pulso esférico na convenção DH . . . . .	11
2.4	Desacoplamento cinemático . . . . .	13
2.5	Vista na projeção xy do manipulador . . . . .	14
2.6	Vista na projeção xz do manipulador . . . . .	15
2.7	Cobertura pelo método de <i>boustrophedon</i> . . . . .	17
2.8	Revestimento da face curva de uma pá . . . . .	18
2.9	Diagrama de investigação da dinâmica de estruturas . . . . .	23
2.10	Exemplo de estrutura analítica para matriz de rigidez . . . . .	24
2.11	Análise modal com martelo instrumentado . . . . .	27
2.12	Espectro em frequência da força exercida por um impacto de um martelo instrumentado . . . . .	28
2.13	Diagrama de bloco de uma FRF de um sistema mecânico . . . . .	28
2.14	Resultados típicos de medição da excitação, FRF e coerência . . . . .	29
2.15	Resultado para determinação dos parâmetros modais . . . . .	30
2.16	Modelo de parâmetros concentrados . . . . .	32
2.17	Classes de manipuladores sobre bases móveis . . . . .	33
2.18	Manipulador sobre base flutuante submersa . . . . .	33
2.19	Macro-micro manipulador . . . . .	34
2.20	Estrutura experimental do Shaky II . . . . .	35
2.21	Robôs de inspeção <i>in situ</i> . . . . .	36
2.22	Aplicação de revestimento em ambiente industrial . . . . .	37
2.23	Vista esquemática do interior da unidade geradora . . . . .	38
2.24	Aparato do processo de revestimento por HVOF . . . . .	38
2.25	Base telescópica PRPP para manutenção de revestimento <i>in-situ</i> . . . . .	40
2.26	Base modular PRP para manutenção de revestimento <i>in-situ</i> . . . . .	40
3.1	Diagrama da visão geral do método . . . . .	43
3.2	Manipulador robótico para modelo . . . . .	44
3.3	Vistas lateral e superior do espaço de trabalho . . . . .	45

3.4	Sistemas de coordenadas do robô . . . . .	46
3.5	Ambiente 3D de visualização do robô . . . . .	48
3.6	Posição aproximada dos centros de massa . . . . .	52
3.7	Resposta a uma função degrau de $\pi/2$ . . . . .	55
3.8	Sistema de forças externas . . . . .	57
3.9	Posições do pulso e da ferramenta . . . . .	61
3.10	Exemplo de duas soluções possíveis para o mesmo ponto . . . . .	63
3.11	Exemplo da trajetória de revestimento de uma região . . . . .	66
3.12	Trajetoária no ambiente 3D . . . . .	66
3.13	Os pontos do caminho dos 8 primeiros paralelos . . . . .	68
3.14	Resultados cinemáticos do exemplo de trajetória . . . . .	69
3.15	Animação da trajetória no ambiente 3D . . . . .	70
3.16	Comparação referência x efetivo dos ângulos das juntas . . . . .	71
3.17	Comparação referência x efetivo da posição da ferramenta . . . . .	71
3.18	Erro de posição da ferramante em cada direção . . . . .	72
3.19	Erro de velocidade da ferramenta em cada direção . . . . .	72
3.20	Erro de orientação da ferramenta . . . . .	74
3.21	Base de testes do robô . . . . .	75
3.22	Modelo CAD detalhado da base e robô . . . . .	76
3.23	Modelo da base para AEF . . . . .	77
3.24	Seção transversal do elemento da estrutura . . . . .	78
3.25	Seção transversal do elemento do trilho . . . . .	78
3.26	Resultado da simulação AEF para o caso 6 . . . . .	80
3.27	Desenho esquemático dos sistemas de referência da base e inercial . . . . .	83
3.28	Resultados dos primeiros 500 ms do deslocamento da base . . . . .	86
3.29	Distribuição dos acelerômetros na base . . . . .	88
3.30	Espectro de frequência do impacto do martelo PCB-086D50 . . . . .	89
3.31	Aparato da bancada experimental no laboratório . . . . .	90
3.32	Diagrama da bancada experimental . . . . .	91
3.33	Dados experimentais das acelerações e magnitude do impacto vs. tempo . . . . .	93
3.34	FFT do impacto do martelo . . . . .	93
3.35	Magnitude das FRF's para o impacto na direção $y$ . . . . .	94
3.36	Novas coordenadas generalizadas do modelo MBS acoplado . . . . .	96
3.37	Diagrama de corpo livre da interface entre o pedestal do robô e a base . . . . .	97
3.38	Trajetoária referente à Tarefa 1 . . . . .	100
3.39	Trajetoária referente à Tarefa 2 . . . . .	100
3.40	Modelo CAD da base modular PRP . . . . .	102
3.41	Modelo para AEF da base modular PRP . . . . .	103

3.42	Propriedades de seção transversal dos pés da estrutura . . . . .	103
3.43	Base telescópica PRPP para acesso pela escotilha superior . . . . .	105
3.44	Modelo da base telescópica PRPP para AEF . . . . .	106
4.1	Simulação no ambiente 3D para a Tarefa 1 . . . . .	108
4.2	Posições das coordenadas da ferramenta para base rígida – Tarefa 1 .	109
4.3	Erro de posição da ferramenta para base rígida – Tarefa 1 . . . . .	109
4.4	Velocidades das coordenadas da ferramenta para base rígida – Tarefa 1	110
4.5	Erro de velocidade da ferramenta para base rígida – Tarefa 1 . . . . .	110
4.6	Erro de orientação da ferramenta para base rígida – Tarefa 1 . . . . .	110
4.7	Variações de posição e orientação da base de testes – Tarefa 1 . . . . .	111
4.8	Rastro da posição do ponto virtual da base de testes – Tarefa 1 . . . . .	111
4.9	Posições das coordenadas da ferramenta para base de testes – Tarefa 1	112
4.10	Erro de posição da ferramenta para base de testes – Tarefa 1 . . . . .	112
4.11	Velocidades das coordenadas da ferramenta base de testes – Tarefa 1 .	113
4.12	Erro de velocidade da ferramenta para base de testes – Tarefa 1 . . . . .	113
4.13	Erro de orientação da ferramenta para base de testes – Tarefa 1 . . . . .	113
4.14	Variações de posição e orientação da base PRP – Tarefa 1 . . . . .	114
4.15	Rastro da posição do ponto virtual da base PRP– Tarefa 1 . . . . .	114
4.16	Posições das coordenadas da ferramenta para base PRP – Tarefa 1 . . . . .	115
4.17	Erro de posição da ferramenta para base PRP – Tarefa 1 . . . . .	115
4.18	Velocidades das coordenadas da ferramenta base PRP – Tarefa 1 . . . . .	116
4.19	Erro de velocidade da ferramenta para base PRP – Tarefa 1 . . . . .	116
4.20	Erro de orientação da ferramenta para base PRP – Tarefa 1 . . . . .	116
4.21	Variações de posição e orientação da base PRPP – Tarefa 1 . . . . .	117
4.22	Rastro da posição do ponto virtual da base PRPP – Tarefa 1 . . . . .	117
4.23	Posições das coordenadas da ferramenta para base PRPP – Tarefa 1 . . . . .	118
4.24	Erro de posição da ferramenta para base PRPP – Tarefa 1 . . . . .	118
4.25	Velocidades das coordenadas da ferramenta base PRPP – Tarefa 1 . . . . .	119
4.26	Erro de velocidade da ferramenta para base PRPP – Tarefa 1 . . . . .	119
4.27	Erro de orientação da ferramenta para base PRPP – Tarefa 1 . . . . .	119
4.28	Simulação no ambiente 3D para a Tarefa 2 . . . . .	120
4.29	Posições das coordenadas da ferramenta para base rígida – Tarefa 2 . . . . .	120
4.30	Erro de posição da ferramenta para base rígida – Tarefa 2 . . . . .	121
4.31	Velocidades das coordenadas da ferramenta base rígida – Tarefa 2 . . . . .	121
4.32	Erro de velocidade da ferramenta para base rígida – Tarefa 2 . . . . .	121
4.33	Erro de orientação da ferramenta para base rígida – Tarefa 2 . . . . .	122
4.34	Variações de posição e orientação da base de testes – Tarefa 2 . . . . .	122
4.35	Rastro da posição do ponto virtual – Tarefa 2 . . . . .	123

4.36	Posições das coordenadas da ferramenta para base de testes – Tarefa 2	123
4.37	Erro de posição da ferramenta para base de testes – Tarefa 2 . . . . .	123
4.38	Velocidades das coordenadas da ferramenta base de testes – Tarefa 2	124
4.39	Erro de velocidade da ferramenta para base de testes – Tarefa 2 . . .	124
4.40	Erro de orientação da ferramenta para base de testes – Tarefa 2 . . .	124
4.41	Variações de posição e orientação da base PRP – Tarefa 2 . . . . .	125
4.42	Rastro da posição do ponto virtual – Tarefa 2 . . . . .	125
4.43	Posições das coordenadas da ferramenta para base PRP – Tarefa 2 . .	126
4.44	Erro de posição da ferramenta para base PRP – Tarefa 2 . . . . .	126
4.45	Velocidades das coordenadas da ferramenta base PRP – Tarefa 2 . . .	127
4.46	Erro de velocidade da ferramenta para base PRP – Tarefa 2 . . . . .	127
4.47	Erro de orientação da ferramenta para base PRP – Tarefa 2 . . . . .	127
4.48	Variações de posição e orientação da base PRPP – Tarefa 2 . . . . .	128
4.49	Rastro da posição do ponto virtual da base PRPP – Tarefa 2 . . . . .	128
4.50	Posições das coordenadas da ferramenta para base PRPP – Tarefa 2 .	129
4.51	Erro de posição da ferramenta para base PRPP – Tarefa 2 . . . . .	129
4.52	Velocidades das coordenadas da ferramenta base PRPP – Tarefa 2 . .	130
4.53	Erro de velocidade da ferramenta para base PRPP – Tarefa 2 . . . . .	130
4.54	Erro de orientação da ferramenta para base PRPP – Tarefa 2 . . . . .	130
4.55	Trajетórias da Tarefa 1 projetadas no plano $xz$ para cada base . . . .	131
4.56	Trajетórias da Tarefa 1 projetadas no plano $xy$ para cada base . . . .	132
4.57	Reforços estruturais para estrutura da base modular PRP . . . . .	134
4.58	Placas de sacrifício para delimitar faixa aceitável . . . . .	135

# Lista de Tabelas

2.1	Parâmetros DH do pulso esférico . . . . .	12
2.2	Dados do processo HVOF para revestimento da pá . . . . .	39
3.1	Sistemas de coordenadas, elos e coordenadas generalizadas . . . . .	44
3.2	Resultado do cálculo da massa de cada corpo . . . . .	51
3.3	Posição do centro de massa de cada corpo . . . . .	51
3.4	Parâmetros de controle PID em cada junta . . . . .	55
3.5	Resumo dos pontos e funções trajetória do exemplo . . . . .	67
3.6	Propriedades mecânicas dos materiais do modelo AEF . . . . .	78
3.7	Resumo dos casos de carregamento e restrições . . . . .	79
3.8	Resultado das forças e momentos de reação para o caso 6 . . . . .	81
3.9	Frequências naturais pela AEF . . . . .	81
3.10	Resultado do amortecimento modal . . . . .	95
3.11	Propriedades de seção transversal dos componentes da base PRPP . .	105
3.12	Propriedades de material do aço ASTM A36 . . . . .	106
4.1	Resumo dos erros máximos de cada base para Tarefa 1 . . . . .	132
4.2	Resumo dos erros máximos de cada base para Tarefa 2 . . . . .	132

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Motivação

Com uma população de robôs industriais cada vez maior em diversas áreas de automação, surgem também novas ideias e aplicações. Seja para melhoria da eficiência, impossibilidade de realização humana ou tarefas em ambientes hostis, utilizar robôs se torna uma alternativa atrativa também para trabalhos *in situ*, ou operacional em campo, locais não planejados originalmente para a aplicação robótica. Ambientes bem estruturados são geralmente um requisito da maioria das aplicações utilizando manipuladores robóticos, que não têm capacidade para lidar com ações ou efeitos do ambiente e, caso ocorram, não pode-se garantir a segurança ou qualidade da tarefa a ser executada.

Um exemplo de aplicação robótica *in situ* é o sistema de manutenção de pás de turbinas, denominado EMMA[1]. É um projeto desenvolvido pela empresa THIRTEEN ROBOTICS em parceria com o LEAD/COPPE-UFRJ, a RIJEZA e a Energia Sustentável do Brasil (ESBR). Este sistema consiste em realizar um procedimento de manutenção do revestimento das pás de turbinas do tipo Kaplan em usinas hidrelétricas, que sofrem desgaste por abrasão e cavitação, perdendo sua camada de proteção que deve ser reaplicada. Atualmente, as pás são desmontadas e levadas para um galpão em que, num ambiente bem estruturado, um robô de grande porte reaplica o revestimento. O objetivo do projeto EMMA é poupar todo o procedimento de desmontagem e transporte destas pás, que geram um alto custo e tempo, por um sistema de revestimento robótico *in situ*, ou seja, dentro do ambiente da turbina.

O desafio deste projeto está em conseguir instalar o robô com segurança e praticidade, no ambiente confinado e de difícil acesso da unidade geradora. Por conta do único acesso ser através de uma escotilha de 850 mm de diâmetro, o robô deve ser de médio a pequeno porte, ter uma base para sua fixação e posicionamento próximo a

pá, que seja leve e modular, para fácil transporte, montagem e acesso pela escotilha. O desafio mostra-se ainda maior se considerado que o processo de revestimento tem requisitos que devem ser controlados com precisão, para garantir sua qualidade. Este tipo de revestimento só pode ser aplicado roboticamente porque desvios de posição, orientação ou velocidade do processo, podem simplesmente reprovar ou inviabilizar o procedimento.

Por isso, considerando todas as restrições do sistema, projetou-se para a solução *in situ*, uma base metálica, leve e modular, que possibilitasse o posicionamento do robô próximo às pás, em diversas configurações de montagem. Porém, simulações estáticas de carregamento da base, realizadas por Análise por Elementos Finitos, apresentaram resultados que alertaram sobre o que poderia ser um deslocamento dinâmico excessivo da estrutura em operação real. Neste momento percebeu-se a necessidade de ter um modelo capaz de simular a tarefa de revestimento e obter-se assim o comportamento dinâmico acoplado entre base e robô, para então quantificar os desvios causados aos parâmetros controlados do processo de revestimento.

A busca por linhas de pesquisa sobre robôs em bases flexíveis revelou que o tema foi explorado principalmente sob um ponto de vista de manipuladores macro-micro, sistemas em que consideram a flexibilidade do manipulador, e de métodos de controle ativos para amortecer as vibrações. Nestes estudos, carece uma metodologia sistemática para avaliação dos efeitos da rigidez e amortecimento da base, e sua relação com a geometria e materiais da estrutura. Assim como, dos erros em relação aos parâmetros controlados de determinado processo, causados pela dinâmica da base. Esta pesquisa tem como motivação aliar o método de avaliação do sistema robô-base a aplicações práticas da indústria, tendo como principal estudo de caso o sistema de revestimento robótico do projeto EMMA.

De modo geral, pode-se afirmar que a ação do robô ao realizar determinada tarefa irá originar, por reação, deslocamentos dinâmicos em sua base. Estes deslocamentos causarão algum impacto na tarefa a ser realizada como: mudanças de orientação, velocidade e posicionamento da ferramenta acoplada ao manipulador. Estes efeitos não são considerados nos métodos de controle convencionais das juntas do manipulador, porque não podem ser previstos sem que haja alguma instrumentação periférica, capaz de medir e enviar tais informações ao controlador.

Caso a base não ofereça a rigidez necessária, a amplitude dos deslocamentos pode simplesmente inviabilizar a tarefa desejada e, se possível, modificações na estrutura da base ou uma nova estrutura devem ser projetadas. Por isso, ser capaz de estimar o comportamento do sistema, por simulação no computador, é uma importante ferramenta, que pode principalmente evitar o projeto e fabricação de uma solução equivocada.

## 1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo oferecer um método para calcular e quantificar os deslocamentos teóricos da base, quando excitada pelo movimento do manipulador robótico, e assim calcular os erros de posicionamento, velocidade e orientação no efetuador do robô, ao longo de uma trajetória.

Também oferece uma forma de avaliar o efeito, no resultado da trajetória, de alterações estruturais na base. Se resultarem erros fora de uma margem de tolerância admitida, o método pode ser utilizado iterativamente, realizando-se modificações estratégicas da base – como materiais, configuração geométrica, apoios, reforço estrutural, massa, etc. O objetivo deste processo é, em um ambiente de simulação, verificar a nova base, e a partir dos resultados fazer as modificações até atingir a tolerância que satisfaz a qualidade da tarefa.

Por fim, tem-se por objetivo discutir estratégias futuras de instrumentação e controle, para levar em consideração as perturbações causadas pela base e corrigir as diferenças de posicionamento, velocidade e orientação das juntas do manipulador.

## 1.3 Ferramentas utilizadas

De maneira geral, o repertório de programas utilizados compõe um conjunto de ferramentas importantes para o método, como: Álgebra Computacional Simbólica (CAS), Análise por Elementos Finitos (AEF), Desenho Assistido por Computador (CAD), aquisição e tratamento de dados experimentais. Esta pesquisa também tem como preocupação permitir ao usuário utilizar as ferramentas que estiverem à sua disposição pessoal ou da instituição (laboratório, empresa, universidade, etc.), não limitando ao uso de qualquer *software* em especial. Embora tenham sido utilizados programas específicos ficará claro que outros também poderiam ter sido utilizados. Por isso, são listados a seguir os programas escolhidos e também alternativas disponíveis no mercado.

### Sophia-Maple

Sophia é um conjunto de rotinas, desenvolvido por LESSER [2] para modelar sistemas mecânicos multicorpos e derivar suas equações de movimento. Foi criado originalmente para Maple, depois foi adaptada uma versão para o Mathematica. Maple[3], desenvolvido pela MapleSoft, é um programa de álgebra simbólica computacional (CAS), com ênfase em manipulações algébricas simbólicas ao invés de numéricas, o que permite modelar e solucionar sistemas dinâmicos simbolicamente. O pacote Sophia, utilizado com o Maple será denominado por Sophia-Maple.

Alternativas: 1. Mathematica; 2. SymPy;

## **SolidWorks**

SolidWorks[4], desenvolvido pela Dassault Systèmes, é um programa de CAD 3D utilizado principalmente para modelagem de peças e conjuntos mecânicos. Este programa tem interface amigável que facilita o desenho de conjuntos e montagens complexas. Permite também a definição do material de cada peça, por fornecer vasta lista de materiais e suas propriedades físicas e mecânicas. Realiza automaticamente o cálculo, por exemplo, de massa, centro de gravidade, momentos de inércia e propriedades de seção transversal, que são muito úteis para o método. Também permite a conversão do modelo 3D para diversos formatos CAD, que facilitam a exportação de versões para Análise por Elementos Finitos para outros programas.

Alternativas: 1. AutoCAD; 2. CATIA; 3. Pro/ENGINEER.

## **Simulation Mechanical**

O Simulation Mechanical[5] é um programa para Análise por Elementos Finitos distribuído pela Autodesk. Realiza análises estáticas lineares e não-lineares, análise modal, análise de carregamento transiente, análises térmicas e de mecânica dos fluidos. É utilizado nesta pesquisa para simulações de carregamento estático linear, a fim de determinar a matriz de rigidez da base do manipulador. O programa permite grande variedade de formatos para importação de modelos CAD, o que facilita a integração com o SolidWorks.

Alternativas: 1. Abaqus; 2. Ansys; 3. SolidWorks Simulation.

## **SignalExpress e ME'Scope VES**

Para determinação de parâmetros modais da base do robô é necessário obter dados experimentais através de instrumentação da base. São utilizados 2 programas: o primeiro para aquisição, visualização e tratamento dos dados; o segundo para cálculo dos parâmetros modais.

SignalExpress[6], da National Instruments, é um programa para aquisição, análise e apresentação de dados compatível com diversos instrumentos e sistemas de medições experimentais e operacionais. É utilizado nesta pesquisa para adquirir e processar os dados do ensaio experimental de uma versão de testes da base do robô.

O ME'Scope VES (*Visual Engineering Series*)[7] é um programa desenvolvido pela Vibrant Technology para facilitar a visualização e análise de vibrações de máquinas e estruturas mecânicas, utilizando os dados reais registrados experimentalmente. O programa também realiza análise modal, a partir das Funções de Resposta em Frequência (FRF's) dos dados importados. É utilizado portanto para determinar o amortecimento modal, parâmetro necessário ao modelo teórico da base.

Alternativas: 1. Brüel & Kjær PULSE; 2. OROS Modal Analysis; 3. LabVIEW.

# Capítulo 2

## Revisão Bibliográfica

A pesquisa bibliográfica deste trabalho é delineada pelo estudo de sistemas multicorpos, que faz uma revisão da modelagem cinemática e dinâmica desses sistemas; a análise dinâmica de estruturas, que busca métodos para obter a matriz de rigidez e amortecimento da base; pesquisa sobre sistemas robóticos compostos por elementos flexíveis; e por fim tarefas robóticas de precisão *in situ*.

### 2.1 Dinâmica de Sistemas Multicorpos

A dinâmica de sistemas multicorpos (MBS) é baseada na mecânica clássica. Esses sistemas são definidos por um ou mais corpos, imperfeitamente conectados, pela possibilidade de movimento relativo entre eles. A conexão imperfeita de 2 ou mais corpos rígidos que forma o sistema multicorpo é denominado par cinemático, ou junta [8]. Dinâmica multicorpos pode ser entendida como o estudo de sistemas de vários corpos sujeitos a forças e interações devido a diferentes tipos de juntas que os conectam e restringem seu movimento [9], como ilustrado esquematicamente na Figura 2.1.

A mecânica clássica dos sistemas de corpos rígidos e suas aplicações foram marcadas por fortes restrições na complexidade dos modelos até a década de 1960. Entretanto, a necessidade de modelar sistemas mais complexos, como satélites e veículos espaciais, assim como a rápida evolução dos computadores na época, abriram caminhos para aplicações mais avançadas de sistemas multicorpos [11].

Hoje, muitos programas estão disponíveis para a modelagem e simulação de sistemas MBS, e possuem interface gráfica e ferramentas para modelagem ou importação de corpos CAD e elementos padronizados de conectores, como juntas de de vários tipos, molas e amortecedores. Para citar alguns: *i*) MSC ADAMS; *ii*) Universal Mechanism; *iii*) MapleSim.

No entanto, para ter maior controle da modelagem matemática, dos métodos e das simplificações e tratamento e pós-processamento dos resultados, este traba-

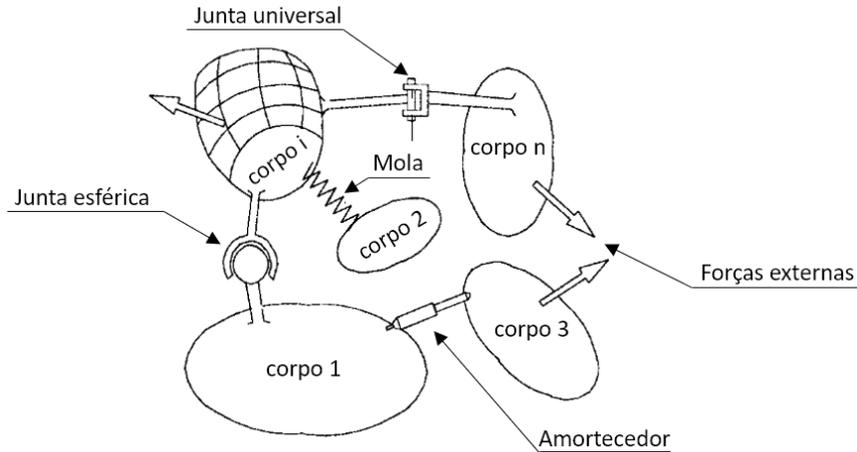


Figura 2.1: Representação de um sistema MBS  
 Fonte: adaptado de [10]

lho não fez uso de um programa comercial dedicado. Para isso, derivou-se toda a cinemática, dinâmica e equações de movimento dos sistemas simbolicamente, no Sophia-Maple. Isto permite que o método seja livre de restrições impostas pelas capacidades destes programas, e torna explícita a metodologia proposta e permitindo repeti-la e verifica-la em qualquer outra plataforma.

Os fundamentos da cinemática e da dinâmica, tratados a seguir, são reunidos de livros-texto de referência nas disciplinas de Dinâmica de Corpos Rígidos [12] e [13], Sistemas Multicorpos [14] e Robótica [15] e [16]. Esses autores guiam os conceitos básicos apresentados nesta seção para modelagem matemática dos sistemas multicorpos.

### 2.1.1 Cinemática

Na análise cinemática de sistemas multicorpos, apenas os aspectos geométricos são estudados para descrever as posições, velocidades e acelerações dos corpos. As forças e momentos que causam o movimento do sistema são considerados na análise dinâmica.

#### Sistemas de Coordenadas

Um corpo rígido é completamente descrito por sua posição e orientação com respeito a um sistema de coordenadas (SC). O sistema de coordenadas utilizado é um conjunto de eixos ortogonais que se inteceptam em um ponto, denominado origem.

Geralmente, em sistemas multicorpos, 2 tipos de SC são utilizados. O primeiro é fixo ou inercial e representa uma referência para todos os corpos, denominado sistema de referência *global* ou *inercial*. O segundo tipo é solidário a cada componente do sistema, representando um SC *local*, que translada e gira com o corpo.

A Figura 2.2 apresenta um corpo B, seu referencial local SC-B, cuja origem está no ponto  $o$ , fixo em B, e um referencial inercial SC-R, que descrevem o mesmo ponto  $p$  em B, por 2 vetores diferentes.

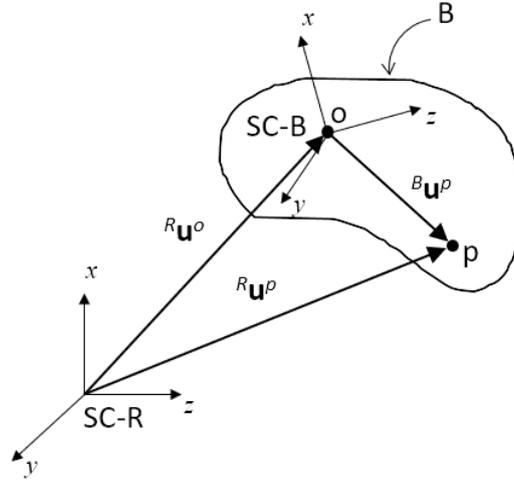


Figura 2.2: Sistemas de referência global e local

Os vetores que descrevem a posição do ponto  $p$  em cada referencial podem ser definidos com 3 coordenadas:

$${}^R \mathbf{u}^p = [r_1, r_2, r_3]^R \quad (2.1)$$

$${}^B \mathbf{u}^p = [b_1, b_2, b_3]^B \quad (2.2)$$

Note-se que  ${}^R \mathbf{v}^p$  também pode ser escrito como a soma de 2 vetores:

$${}^R \mathbf{u}^p = {}^R \mathbf{u}^o + {}^B \mathbf{u}^p \quad (2.3)$$

Logo, qualquer ponto  $p$  fixo no corpo B pode ser descrito como uma soma da posição da origem do referencial do corpo com respeito ao referencial global e o vetor posição do ponto  $p$  com respeito ao referencial local.

### Coordenadas generalizadas

A configuração de um sistema multicorpos é identificada por um conjunto de *coordenadas generalizadas* ou *independentes*, que definem completamente a posição e orientação de cada corpo no sistema.

Então, um corpo rígido no espaço pode ser descrito usando 6 coordenadas independentes, 3 para posição da origem do corpo e 3 para orientação do corpo com respeito ao referencial inercial. Estes parâmetros serão função das coordenadas generalizadas.

As coordenadas generalizadas são usualmente simbolizadas pela letra  $q$ , e numeradas de 1 a  $n$ . Podem ser denotadas pelo seguinte vetor:

$$\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3, \dots, q_n] \quad (2.4)$$

A variação das coordenadas generalizadas, ou seja, sua derivada no tempo, é usualmente representada pela letra  $u$  ou por  $\dot{q}$ . Logo:

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = \left[ \frac{dq_1}{dt}, \dots, \frac{dq_n}{dt} \right] \rightarrow \dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n] \quad (2.5)$$

## Matrizes de Rotação

As matrizes de rotação definem a orientação relativa entre 2 sistemas de coordenadas. As matrizes que representam as rotações básicas em torno dos eixos  $x, y$  e  $z$  de um sistema de coordenadas cartesiano são:

$$R_{x,\theta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

$$R_{y,\theta} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

$$R_{z,\theta} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Uma matriz rotação geral  $R$ , pode ser definida pela sequência ilimitada de quaisquer rotações básicas. Por exemplo:

$$R_{ZYZ} = R_{z,\phi} \cdot R_{y,\theta} \cdot R_{z,\psi} \quad (2.9)$$

Esta em especial representa um método comum para especificar a matriz de rotação que orienta um corpo em função de 3 variáveis independentes  $\phi, \theta, \psi$ , denominados *Ângulos de Euler*, tal que de 3 rotações, não ocorram 2 rotações sucessivas em torno do mesmo eixo. Outros métodos comuns para especificar uma matriz de rotação são ângulos *Roll-Pitch-Yaw*, Quaternions [15] e ângulos de Bryan [17].

Também é possível uma representação exponencial da matriz de rotação utilizando a formulação de Euler-Rodrigues [18], para representar a rotação  $R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ , na forma exponencial em termos de eixo,  $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^3$ , e um ângulo,  $\theta \in \mathbb{R}$ .

$$R(\boldsymbol{\omega}, \theta) = e^{\hat{\boldsymbol{\omega}}\theta} \quad (2.10)$$

Onde  $\hat{\omega} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  é tal que:

$$\dot{\mathbf{q}}(t) = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{q}(t) = \hat{\omega} \mathbf{q}(t) \quad (2.11)$$

Realizando o devido desenvolvimento matemático [19] é possível chegar-se a uma solução fechada para o ângulo e eixo correspondentes a uma matriz de rotação, de acordo com as equações:

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{\text{tr}(R) - 1}{2} \right) \quad (2.12)$$

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2 \sin \theta} \begin{bmatrix} r_{32} - r_{23} \\ r_{13} - r_{31} \\ r_{21} - r_{12} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Onde  $r_{ij}$  são os componentes da matriz de rotação  $R$  e  $\text{tr}(R)$  o seu traço.

As equações 2.12 e 2.13 são interessantes para o método proposto neste trabalho por fornecer uma forma de calcular os erros de orientação do efetuador do robô devido aos deslocamentos da base. É uma forma mais conveniente e ilustrativa do que a representação matricial.

### Transformação Homogênea

Se os referenciais são coincidentes, a representação de um vetor com respeito a outro referencial é simplesmente a projeção do vetor através da matriz de rotação:

$${}^A \mathbf{p} = R_B^A \cdot {}^B \mathbf{p} \quad (2.14)$$

Se um referencial fixo num corpo desloca-se em relação a outro referencial, como na Figura 2.2, a representação de  $p$  descrito em SC-R, poderia ser escrita como:

$${}^R \mathbf{u}^p = {}^R \mathbf{u}^o + R \cdot {}^B \mathbf{u}^p \quad (2.15)$$

Uma forma mais prática de representar o deslocamento geral dos corpos do sistema (rotação e translação) ao longo de diferentes referenciais é utilizando o conceito de matrizes de Transformação Homogênea. É basicamente uma representação do movimento rígido na forma matricial.

$$H = \begin{pmatrix} R & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \in \mathbb{R}^{4 \times 4} \quad (2.16)$$

Onde  $R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  representa a matriz de rotação e  $d \in \mathbb{R}^3$  o vetor translação entre os referenciais.

Logo, a equação 2.15, poderia ser representada simplesmente por:

$${}^R\bar{\mathbf{u}}^p = H_B^R \cdot {}^B\bar{\mathbf{u}}^p \quad (2.17)$$

Onde:

$${}^R\bar{\mathbf{u}}^p = \begin{pmatrix} {}^R\mathbf{u}^p \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_B^R & {}^R\mathbf{u}^B \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^B\mathbf{u}^p \\ 1 \end{pmatrix} =: H_B^R \cdot {}^B\bar{\mathbf{u}}^p \quad (2.18)$$

### Velocidade Angular, Linear e Aceleração

Assumindo que um referencial associado a um corpo C se move em relação um referencial R, então há um vetor  ${}^R\boldsymbol{\omega}^C$  tal que para todo vetor  $\mathbf{v}$  fixo em C, sua derivada temporal em relação ao referencial R é:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = {}^R\boldsymbol{\omega}^C \times \mathbf{v} \quad (2.19)$$

Onde  ${}^R\boldsymbol{\omega}^C$  é chamado vetor velocidade angular de C em R. De uma forma mais geral, a relação de um vetor  $\mathbf{u}$ , com respeito a 2 referenciais, movendo-se arbitrariamente em relação um ao outro é expresso como:

$$\frac{A d\mathbf{u}}{dt} = \frac{B d\mathbf{u}}{dt} + A\boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{u} \quad (2.20)$$

A equação 2.20 define a derivada temporal do vetor  $\mathbf{u}$  com respeito ao referencial A. Portanto, do sistema genérico da Figura 2.2, pode-se escrever a velocidade do ponto  $p$  como:

$${}^R\mathbf{v}^p = {}^B\mathbf{v}^p + {}^R\mathbf{v}^o + A\boldsymbol{\omega}^B \times {}^B\mathbf{u}^p \quad (2.21)$$

A aceleração do ponto  $p$  com respeito ao referencial R será a derivada temporal da velocidade com respeito a R. Logo:

$${}^R\mathbf{a}^p = \frac{R d}{dx} {}^R\mathbf{v}^p \quad (2.22)$$

Fazendo-se a derivada temporal, obtém-se a expressão:

$${}^R\mathbf{a}^p = {}^B\mathbf{a}^p + {}^R\mathbf{a}^B + {}^R\boldsymbol{\omega}^B \times ({}^R\boldsymbol{\omega}^B \times {}^B\mathbf{u}^p) + {}^R\boldsymbol{\alpha}^B \times {}^B\mathbf{u}^p + 2{}^R\boldsymbol{\omega}^B \times {}^B\mathbf{v}^p \quad (2.23)$$

Onde  ${}^R\boldsymbol{\alpha}^B$  é o vetor aceleração angular do referencial B em relação a R e o termo  $2{}^R\boldsymbol{\omega}^B \times {}^B\mathbf{v}^p$  é o chamado *aceleração de Coriolis*.

## Cinemática de Manipuladores Robóticos

Manipuladores robóticos consistem em um sistema mecânico composto por uma série de corpos (elos), conectados por juntas. Cada junta permite o movimento relativo entre os elos, denominados graus de liberdade (gdl), podendo estes serem translacionais (prismáticos) ou rotacionais (juntas de revolução). A estrutura de juntas de um robô pode ser descrita por uma sequência de caracteres representando os tipos de juntas: “R” para rotacional e “P” para prismática. Logo, o manipulador MOTOMAN MH12 pode ser caracterizado por RRRRRR, por exemplo, por ser formado por 6 juntas de revolução.

A formulação das relações cinemáticas permitem o estudo de um problema chave em robótica, da cinemática direta, que consiste na determinação de um método sistemático e geral para descrever a pose (posição e orientação) do efetuador,  $\xi_E$ , em função das coordenadas de posição  $\mathbf{q}$  de suas juntas. Pode ser expresso matematicamente como:

$$\xi_E = \mathcal{K}(\mathbf{q}) \quad (2.24)$$

Presente em praticamente todos os livros de introdução a robótica, utilizado para sistematização da análise cinemática direta de manipuladores robóticos, encontra-se o método de *Denavit-Hartenberg* (DH) [20]. Consiste em uma convenção para fornecer sistematicamente as matrizes de transformação homogênea de cada sistema de coordenadas a partir de apenas 4 parâmetros:  $a_i, \alpha_i, d_i, \vartheta_i$ , que são, respectivamente para cada elo  $i$ : comprimento, torção, *offset* e o ângulo da junta. Um exemplo da utilização do método é apresentado pelo manipulador do tipo pulso esférico de 3 gdl da Figura 2.3. Na Tabela 2.1 apresenta-se a estrutura típica de representação dos parâmetros DH para este manipulador.

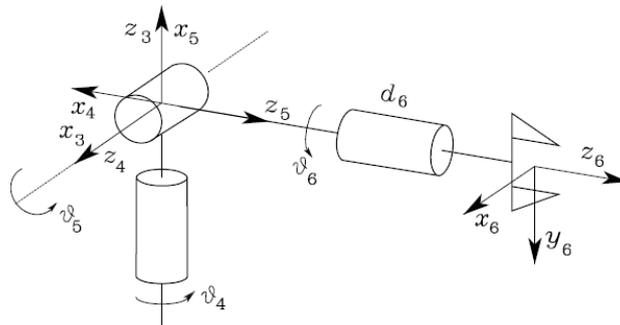


Figura 2.3: Manipulador tipo pulso esférico na convenção DH  
Fonte: adaptado de [15]

Tabela 2.1: Parâmetros DH do pulso esférico

Elo	$a_i$	$\alpha_i$	$d_i$	$\vartheta_i$
1	0	$-\pi/2$	0	$\vartheta_5$
2	0	$\pi/2$	0	$\vartheta_6$
3	0	0	$d_6$	$\vartheta_7$

### 2.1.2 Cinemática Inversa

O problema inverso, ou seja, encontrar as coordenadas de posição das juntas  $\mathbf{q}$ , que satisfazem  $\xi_E$ , é feito pela análise da cinemática inversa. Logo:

$$\mathbf{q} = \mathcal{K}^{-1}(\xi_E) \quad (2.25)$$

A solução deste problema é de fundamental importância, porque transforma o movimento desejado do efetuador, no espaço cartesiano, no valor correspondente das juntas. Entretanto, SCIAVICCO e SICILIANO [15] explicam por que o problema da cinemática inversa é muito mais complexo:

- As equações a serem resolvidas são geralmente não lineares, então nem sempre é possível obter uma solução de forma fechada;
- Múltiplas ou infinitas soluções podem existir;
- Dependendo da estrutura cinemática do manipulador, pode não existir solução admissível.

O manipulador de 6 gdl modelo MOTOMAN MH12, que é utilizado para estudo de caso nesta pesquisa, fornece dentro de seu espaço de trabalho até 16 soluções admissíveis. Este número é reduzido quando considerados os limites de ângulo das juntas e configuração desejada.

Os manipuladores comerciais evoluíram mantendo uma estrutura cinematicamente simples, muito em virtude da dificuldade da solução da cinemática inversa. Há hoje diversas técnicas para resolver o problema inverso, o que tem permitido explorar manipuladores mais complexos. Para citar alguns exemplos: Método Geométrico [16], Método Geométrico Iterativo [21], Subproblemas de Paden-Kahan [19], Jacobiano Transposto, Pseudoinversa e Mínimos Quadrados Amortecido [22].

Escolheu-se o método geométrico para resolver a cinemática inversa, devido à sua simplicidade e ao manipulador MH12 possuir uma estrutura cinemática bastante favorável à solução por este método. É demonstrado a seguir a metodologia apresentada por SPONG *et al.* [16], utilizando o conceito de desacoplamento cinemático, para chegar à solução da equação 2.25 pela abordagem geométrica.

## Desacoplamento cinemático

Para manipuladores que possuem 6 juntas, tais que as 3 últimas se interceptam no mesmo ponto, é possível desacoplar a cinemática inversa em dois subproblemas mais simples: cinemática inversa de posição e cinemática inversa de orientação. Ou seja, para manipuladores de 6 gdl com pulso esférico, o problema torna-se simplesmente encontrar a posição da interseção das 3 últimas juntas e a orientação do pulso. Este conceito será utilizado para modelagem da cinemática inversa do robô MOTOMAN MH12.

A Figura 2.4 ilustra o conceito de desacoplamento, onde  $\mathbf{p}_W$  refere-se a posição da origem do pulso esférico,  $\mathbf{p}_E$  a posição do efetuador e  $\mathbf{d}_E$  a distância do efetuador para o pulso na direção de orientada pelo efetuador.

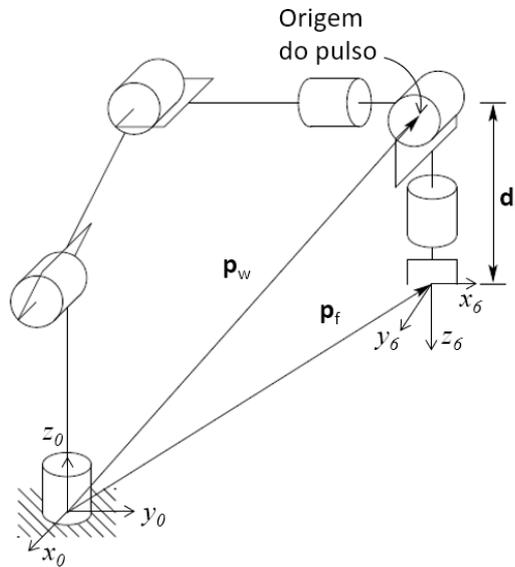


Figura 2.4: Desacoplamento cinemático  
Fonte: adaptado de [16]

Logo, pode-se definir a posição e orientação final da ferramenta acoplada ao efetuador como:

$$\mathbf{x}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_f \\ \Phi_f \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Onde  $\mathbf{p}_f$  é um vetor das coordenadas da extremidade da ferramenta e  $\Phi_f$  um vetor composto pelos ângulos de Euler que definem a orientação da ferramenta.

$$\mathbf{p}_f = [x_f, y_f, z_f] \quad (2.27)$$

$$\Phi_f = [\phi, \theta, \psi] \quad (2.28)$$

Entretanto, a posição da ferramenta depende da posição do pulso, da orientação e

da distância entre o pulso e a ferramenta no referencial do pulso:

$$\mathbf{p}_f = \mathbf{p}_w + [d_x, d_y, d_z] \quad (2.29)$$

Logo, a solução da cinemática inversa, para o posição e orientação do pulso, fornece a posição final da ferramenta, dada pela equação 2.29.

### Solução da cinemática inversa de posicionamento

Considerando-se apenas as 3 primeiras juntas do manipulador da Figura 2.4, e com auxílio das Figuras 2.5 e 2.6, verifica-se as seguintes relações:

$$\theta_1 = \text{atan2}(x_c, y_c) \pm \text{atan2}(-\sqrt{r^2 - d^2}, -d) \quad (2.30)$$

$$\theta_2 = \text{atan2}(\sqrt{x_c^2 + y_c^2 - d^2}, z_c - d_1) - \text{atan2}(a_2 + a_3 c_3, a_3 s_3) \quad (2.31)$$

$$\theta_3 = \text{atan2}(D, \pm\sqrt{1 - D^2}) \quad (2.32)$$

Onde:

$$D = \frac{x_c^2 + y_c^2 - d^2 + (z_c - d_1)^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2a_3}$$

Os termos  $x_c, y_c, z_c$  são a posição da extremidade do manipulador em que é acoplado o pulso,  $d$  é a distância de *offset* da primeira junta,  $a_2$  e  $a_3$  são os comprimentos dos elos. Utiliza-se a notação simplificada das funções trigonométricas, portanto  $s_2, c_2$ , por exemplo, correspondem a  $\sin(\theta_2)$  e  $\cos(\theta_2)$  respectivamente, o que valerá para todo o texto.

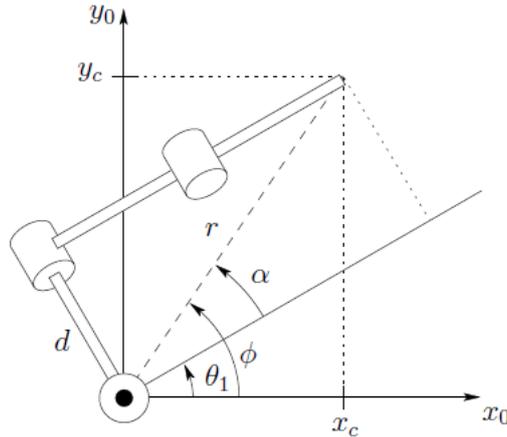


Figura 2.5: Vista na projeção xy do manipulador  
Fonte: adaptado de [16]

Note-se que as equações encontradas fornecem 4 soluções de configuração do manipulador para um mesmo ponto no espaço.

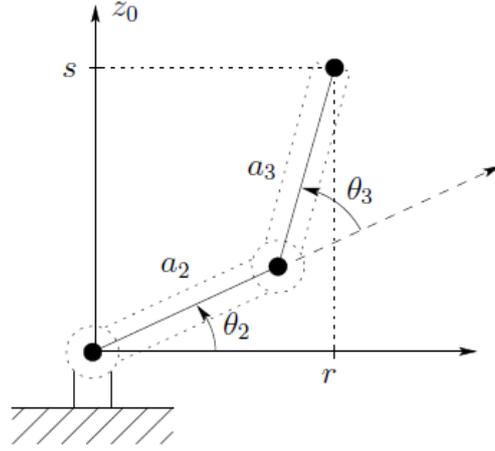


Figura 2.6: Vista na projeção xz do manipulador  
Fonte: adaptado de [16]

### Solução da cinemática inversa de orientação

O problema da orientação inversa corresponde a encontrar os valores das 3 juntas do pulso para determinar a orientação desejada. A orientação desejada pode ser definida pelos ângulos de Euler  $\phi, \theta, \psi$  que transformam a orientação do referencial inercial para a orientação final do referencial do efetuador. Então, basta encontrar os ângulos  $\theta_4, \theta_5, \theta_6$  que satisfazem a orientação desejada.

Logo, a equação que deve ser resolvida é a seguinte:

$$R_3^6 = (R_0^3)^T R \quad (2.33)$$

Pela matriz  $R$  define-se a orientação final que se deseja alcançar pelo efetuador. Utilizando os ângulos de Euler para rotações em torno dos eixos ZYZ, fornece-se a matriz que representa a orientação desejada:

$$R_{zyz} = \begin{pmatrix} c_\phi c_\theta c_\psi - s_\phi s_\psi & -c_\phi c_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta \\ s_\phi c_\theta c_\psi + c_\phi s_\psi & -s_\phi c_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & s_\phi s_\theta \\ -s_\theta c_\psi & s_\theta s_\psi & c_\theta \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

Para facilitar a apresentação das funções trigonométricas, os senos e cossenos de um ângulo qualquer  $\vartheta$ , estas serão representadas na forma  $c_\vartheta$  e  $s_\vartheta$ , em todo o texto deste trabalho.

A matriz transposta da rotação que leva do referencial inercial ao referencial do pulso é:

$$(R_0^3)^T = \begin{pmatrix} c_1 c_{23} & -c_1 s_{23} & s_1 \\ s_1 c_{23} & -s_1 s_{23} & -c_1 \\ s_{23} & c_{23} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

E do pulso para o efetuador:

$$R_3^6 = \begin{pmatrix} c_4c_5c_6 - s_4s_6 & -c_4s_5 & c_4c_5s_6 + c_6s_4 \\ s_5c_6 & c_5 & s_5s_6 \\ -c_5c_6s_4 - c_4s_6 & s_4s_5 & -c_5s_4s_6 + c_4c_6 \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

Utilizando os resultados da cinemática inversa de posicionamento,  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  e definindo-se a orientação pelos ângulos de Euler  $\phi, \theta, \psi$  estão fornecidas no total 9 equações para 6 incógnitas: funções cossenos e senos de  $\theta_4, \theta_5, \theta_6$ .

Resolvendo-se o sistema, obtém-se:

$$\theta_4 = \text{atan2}(c_1c_{23}r_{13} + s_1c_{23}r_{23} + s_{23}r_{33}, -c_1c_{23}r_{13} - s_1c_{23}r_{23} + c_{23}r_{33}) \quad (2.37)$$

$$\theta_5 = \text{atan2}(s_1r_{13} - c_1r_{23}, \pm\sqrt{1 - (s_1r_{13} - c_1r_{23})^2}) \quad (2.38)$$

$$\theta_6 = \text{atan2}(-s_1r_{11} + c_1r_{21}, s_1r_{12} - c_1r_{22}) \quad (2.39)$$

Onde  $r_{ij}$  são os termos da a matriz de orientação desejada, da equação 2.34.

Logo, o conjunto das equações 2.30 a 2.32 e 2.37 a 2.39 fornece as soluções da cinemática inversa, pelo método geométrico, para os parâmetros de posição  $(x_c, y_c, z_c)$  e orientação  $(\phi, \theta, \psi)$  desejados.

### 2.1.3 Planejamento de trajetória

Os parâmetros como posição, velocidade e orientação ao longo de um dado caminho são impostos ao robô através de uma etapa chamada planejamento da trajetória.

Se a tarefa é, por exemplo, o processo de revestimento robótico por aspersão de uma superfície qualquer, o robô deve seguir uma trajetória de forma a cobrir totalmente a superfície com o material.

Para cobertura autônoma de uma região, o campo de estudo da robótica é denominado Planejamento de Caminho para Cobertura (ou CPP, de *Coverage Path Planning*). Consiste em determinar um caminho que passe por todos os pontos de uma área ou volume de interesse, evitando obstáculos [23].

Neste contexto, uma técnica simples para cobertura completa é a chamada Decomposição Celular Exata (*exact cellular decomposition*) em que o espaço a ser coberto é dividido em “células”, tal que a união de todas as células forma o espaço original [24]. Este método é útil para automatizar a cobertura de superfícies por robôs móveis limpadores, veículos AUV e robôs de pintura. A presente pesquisa utiliza tarefas de revestimento robótico como estudo de caso, o que se aproxima de uma pintura de superfície. Pela simplicidade das regiões simuladas, representadas por superfícies planas e sem obstáculos, neste trabalho é empregado o método de decomposição celular de *boustrophedon* [25]. Outros métodos foram desenvolvi-

dos para regiões mais complexas, contendo obstáculos e fronteiras singulares como: trapezoidal, *based-morse* e *based-landmark* [23].

O método de *boustrophedon* consiste em dividir o espaço em células de forma que o robô percorre cada célula com um movimento de zigue-zague e, uma vez que se passa por todas as células, toda a área da superfície é considerada coberta. A Figura 2.7 ilustra este conceito.

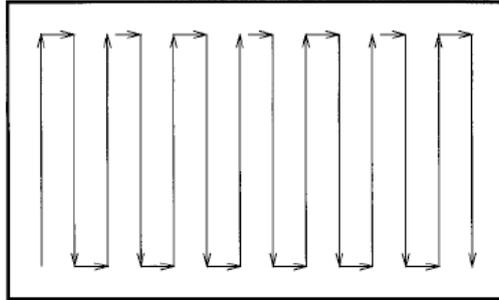


Figura 2.7: Cobertura pelo método de *boustrophedon*  
Fonte: adaptado de de [25]

O sistema EMMA de revestimento por aspersão térmica, realiza a tarefa sobre uma superfície suavemente curva, que representa o perfil hidráulico da pá de uma turbina Kaplan. Como um dos requisitos do processo é manter a distância fixa entre a pistola de revestimento e a pá, a trajetória não está restrita a apenas um plano. FREITAS *et al.* [26] apresentam uma metodologia que, dado um modelo CAD da superfície e os parâmetros do processo, realiza-se pelo método RBF (*radial basis function*) a programação da trajetória para cobrir aquela superfície. A Figura 2.8 apresenta o modelo CAD da simulação de revestimento robótico da pá pela metodologia proposta, onde a linha azul representa o caminho percorrido sobre a superfície.

Devido à complexidade deste método, necessidade de ferramentas especiais e por não acrescentar diferenças significativas para a discussão que se apresenta neste trabalho, preferiu-se utilizar o método de *boustrophedon* para planejamento do caminho, considerando os requisitos do processo de revestimento para planejamento da trajetória.

#### 2.1.4 Dinâmica e Equações de Movimento

O estudo da dinâmica relaciona o movimento de um sistema multicorpos às forças externas e de inércia que nele atuam. Nesta seção apresenta-se os métodos clássicos para derivar as equações que regem o movimento do sistema. Outros métodos também foram explorados historicamente, como as equações de Hamilton [14], Boltzmann-Hamel [27] e Gibbs-Appell [28].

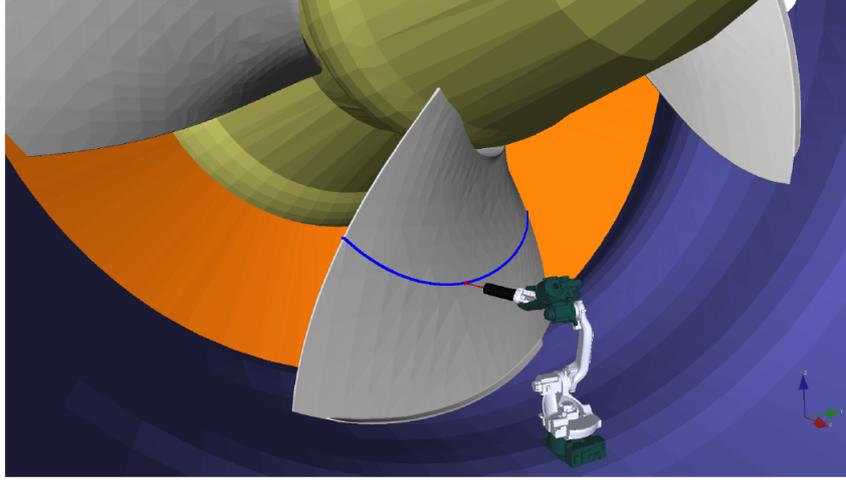


Figura 2.8: Revestimento da face curva de uma pá.  
 Fonte: FREITAS *et al.* [26]

### Equações de Newton-Euler

A formulação de Newton-Euler são uma combinação das Leis de Newton para sistemas de partículas, e das Leis de Euler, que introduziram os princípios da dinâmica para corpos rígidos.

Considerando-se novamente o sistema da Figura 2.2. Pela segunda lei de Newton, tem-se que o somatório das forças  $F$  que agem sobre o corpo B de massa  $m$  é igual a variação da quantidade de movimento  $G$ , ou seja:

$$\mathbf{F} = {}^R\dot{\mathbf{G}}^B \quad (2.40)$$

Onde:

$$\mathbf{G}^B = m {}^R\dot{\mathbf{u}}^B \quad (2.41)$$

De forma similar, as equações que descrevem a dinâmica do movimento angular são determinadas, pela equação de Euler, como a variação da quantidade de movimento angular  $H$  igual ao somatório dos momentos externos, com respeito ao centro de massa, que agem sobre o corpo.

$$\mathbf{M} = {}^R\dot{\mathbf{H}}^B \quad (2.42)$$

Tal que a variação da quantidade de movimento angular pode ser escrita como:

$${}^R\dot{\mathbf{H}}^B = In_B \cdot {}^R\dot{\boldsymbol{\alpha}}^B + {}^R\boldsymbol{\omega}^B \times In_B \cdot {}^R\boldsymbol{\omega}^B \quad (2.43)$$

Onde  $In_B$  representa o tensor de inércia do corpo B, com respeito ao centro de massa e alinhado ao sistema de coordenadas local.

As equações 2.40 e 2.42 fornecem as 6 equações de movimento do sistema MBS da

Figura 2.2. Para um caso geral, e de sistemas de corpos conectados, são formuladas as equações de movimento de cada corpo, o número de graus de liberdade é reduzido e parte destas 6 equações de movimento são usadas para determinar as forças e momentos de contato [12].

### Equações de Lagrange

O método Lagrangeano requer as propriedades de energia do sistema mecânico para computar as equações de movimento. Esta técnica tem a vantagem de precisar apenas das energias cinética e potencial do sistema e, segundo MURRAY *et al.* [19], tende a ser menos sujeita a erros do que somar as forças inerciais, de Coriolis, de atuadores, e outras que atuam nos elos do robô, por exemplo.

Para escrever as equações de movimento, deve-se definir primeiro o Lagrangeano,  $L$ :

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q) \quad (2.44)$$

Onde,  $T$  é a energia cinética,  $V$  a energia potencial do sistema e  $q$  as coordenadas generalizadas.

Então as equações de movimento do sistema, em notação vetorial, podem ser dadas por:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{\Upsilon} \quad (2.45)$$

Onde  $\mathbf{\Upsilon}$  são as forças externas associadas a cada coordenada generalizada do sistema.

O método de Lagrange é interessante sobretudo porque reduz o número de equações necessárias, de  $n$ , o número de partículas do sistema, para  $m$ , o número de coordenadas generalizadas. Em contrapartida ao método de Newton-Euler, este não requer a consideração das forças internas ou de restrição do sistema MBS, o que reduz o número de equações a serem resolvidas.

## 2.1.5 Sophia-Maple e Método de Kane

### Kane

O método de Lagrange tem a vantagem de eliminar as forças que não realizam trabalho, mas a desvantagem de ter que lidar com cálculo diferencial das equações de energia. O método de Newton-Euler introduz as forças de contato e restrição, que devem ser resolvidas para chegar às equações de movimento, no entanto, apenas relações de cálculo vetorial são suficientes para fornecer o modelo cinemático completo do sistema. Já o método de Kane pode ser considerado como tendo as vantagens de ambos, mas sem as desvantagens.

No artigo que originou o método, KANE e WANG [29] resumem as principais

características da metodologia: *a)* automaticamente elimina as forças que não realizam trabalho; *b)* aplicável a sistemas holonômicos e não-holonômicos; *c)* conduz diretamente a equações de diferenciais primeira ordem.

O tempo computacional necessário para resolver um sistema de equações cresce quadraticamente com a dimensão do sistema e as forças e torques de restrição podem ser grandes, o que leva a passos de integração pequenos para prevenir a divergência da solução [30]. Neste sentido, o método agora detalhado por KANE e LEVINSON [13] tornou-se popular para derivar as equações de movimento de sistemas MBS, sobretudo porque fornece um número mínimo de equações.

As equações de Kane são normalmente apresentadas como o seguinte conjunto de equações:

$$F_r + F_r^* = 0 \quad , r = 1, \dots, n \quad (2.46)$$

Onde  $n$  é o número de graus de liberdade,  $F_r$  são as forças externas generalizadas e  $F_r^*$  as forças de inércia generalizadas, que podem ser expressas para um conjunto de  $N$  corpos, respectivamente por:

$$F_r = \sum_{k=1}^N (\boldsymbol{\omega}_r^k \cdot \mathbf{T}_k) + \sum_{k=1}^N (\mathbf{v}_r^k \cdot \mathbf{F}_k) \quad (2.47)$$

$$F_r^* = \sum_{k=1}^N [\boldsymbol{\omega}_r^k \cdot (-I_k \boldsymbol{\alpha}_k - \boldsymbol{\omega}_k \times \mathbf{H}_k)] + \sum_{k=1}^N [\mathbf{v}_r^k \cdot (\mathbf{F} - m\mathbf{a})_k] = 0 \quad (2.48)$$

Os vetores  $\boldsymbol{\omega}_r$  e  $\mathbf{v}_k$  são respectivamente as *velocidades parciais angulares* e *velocidades parciais lineares*. De forma mais geral, pode-se encontrar um vetor de velocidades generalizadas e deste obter o chamado hiperplano tangente. Este plano é uma generalização da superfície que restringe o movimento do sistema MBS e é obtido pela diferenciação das velocidades com respeito às coordenadas generalizadas do sistema. As velocidades parciais são calculadas pela expressão das velocidades generalizadas, na equação 2.49. O termo explicitado na equação 2.50 define o vetor tangente associado a  $k$ -ésima coordenada generalizada.

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \sum_{k=1}^N \dot{q}_k \frac{\partial p}{\partial q_k} + \frac{dq_k}{dt} \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial p}{\partial q_k} = \tau_k \quad (2.50)$$

O hiperplano tangente,  $\tau$ , projeta a equação de equilíbrio dinâmico de Newton-Euler, para ao mesmo tempo eliminar as forças que não realizam trabalho e obter-se um número mínimo de equações das forças de inércia e externas generalizadas. As equações cinemáticas diferenciais 2.51 (ou kde, de *kinematic differential equations*) permitem transformar o sistema de equações diferenciais de segunda ordem, em dois

conjuntos de primeira ordem.

$$u_r = \dot{q}_r \quad , r = 1, \dots, n \quad (2.51)$$

As equações 2.46 e 2.51 formam, portanto, um sistema de equações de diferenciais ordinárias não-lineares de primeira ordem, que representam as equações de movimento do sistema MBS.

### Sophia e notação de Lesser

Sophia é um conjunto de rotinas implementado para Maple. O programa foi desenvolvido pelo professor Martin Lesser do KTH Royal Institute of Technology, Suécia, e sua sintaxe e utilização está bem detalhada no livro intitulado “*The Analysis of Complex Nonlinear Mechanical Systems*” [2]. Sophia foi desenhado especificamente para modelagem simbólica de sistemas mecânicos multicorpos, e oferece uma forma sistemática e simples de se chegar às equações de movimento através do método de Kane. Posteriormente foram implementadas por LENNARTSSON [31] melhorias no programa para eficiência algébrica e também o pacote `exmex`, para exportação das equações de movimento para solução numérica no MATLAB ou Octave.

Para auxiliar a compreensão da notação utilizada por Lesser no Sophia, faz-se uma pequena revisão dos principais termos utilizados pelo programa para lidar eficientemente com a álgebra de vetores e tensores.

- `Evector` – No Sophia, os vetores são compostos por objetos de duas partes: seu conjunto de componentes e a identificação do sistema de coordenadas a que se refere. Este objeto é chamado de `Evector`, tal que 'E' indica que este pertence ao espaço tridimensional Euclidiano. Como exemplo, o vetor posição de um ponto, paralelo ao vetor unitário  $\mathbf{a}_1$ , a uma distância  $L1$  é definido como um `Evector` da seguinte forma:

```
> Evector(L1,0,0, A);
```

O que retorna: `[[L1, 0, 0], A]`

- `chainSimpRot` – Esta função representa o método mais direto para se relacionar os referenciais como uma sequência de rotações simples. Para isso cria-se uma lista contendo os referenciais relacionados, o eixo de rotação e a variável, ou coordenada generalizada associada àquela rotação pela função `chainSimpRot` que reúne em uma lista, a lista de rotações. Por exemplo:

```
> chainSimpRot([N, A, 3, q1], [A, B, 3, q2]);
```

Desta forma, define-se internamente as matrizes de rotação entre os referenciais A, B e N. Estas relações são utilizadas para relacionar os referenciais e permitir a

diferenciação dos 'E' vetores.

- **DiffFrame** – Para diferenciar os 'E' vetores em função de qualquer variável em relação a qualquer referencial, a função **DiffFrame** (ou sua variação **&fdt**) é utilizada. Como argumento são fornecidos o vetor, a variável e o referencial. Esta função é útil para derivar os vetores posição e calcular as velocidades lineares.

- **&av** – A velocidade angular entre dois referenciais pode ser facilmente calculada pela função **&av**. Como exemplo, para calcular o vetor  ${}^N\boldsymbol{\omega}^B$ :

```
> wNB := N &av B;
```

- **Edyad** – Assim como os 'E' vetores, os tensores são compostos por dois termos: componentes e um referencial associado.

- **&o** e **&xx** – O produto escalar entre 'E' vetores e 'E' tensores pode ser obtido com a função **&o**. Já o produto vetorial é obtido pela função **&xx**. Em ambos os casos, o resultado mantém a estrutura da notação e não requer que os vetores ou tensores estejam escritos no mesmo referencial, lidando automaticamente com as transformações necessárias.

- **SKvector** – Os super **Kvector** ou **SKvector** são vetores formados por uma lista de 'K' vetores. Como exemplo, o vetor das velocidades generalizadas é um **Kvector**, no sentido de que é uma lista de **Evector** e o vetor do hiperplano tangente,  $\boldsymbol{\tau}$ , é um **SKvector**, por ser formado por uma lista de **Kvector**.

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\tau}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_1^1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\tau}_1^k \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_n^1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\tau}_n^k \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Sophia demonstra duas grandes vantagens. A primeira é que reduz a necessidade de lidar com a manipulação de expressões algébricas extensas. A segunda é a sistematização da modelagem do sistema mecânico, por meio de declarações simples e objetivas do problema.

## 2.2 Análise dinâmica de estruturas

O projeto e análise de estruturas que estão sujeitas a carregamentos dinâmicos consiste em assumir idealizações e simplificações da estrutura física a fim de representá-

la como um modelo analítico ou matemático. PAZ [32] resume estas idealizações nos seguintes grupos: *a) material*: simplificações e premissas como homogeneidade e isotropia; *b) carregamento*: as forças consideradas concentradas em pontos específicos, repentina ou periodicamente aplicadas; *c) geometria*: perfis extrudados, ou vigas são normalmente considerados elementos unidirecionais, podem ser discretizadas em nós.

Para ilustrar o projeto e análise dinâmica de estruturas, CRAIG e KURDILA [33] ilustram bem as etapas necessárias, como pode ser visto no diagrama da Figura 2.9. Estes passos guiam a modelagem e verificação do projeto para base do robô no método proposto nesta pesquisa.

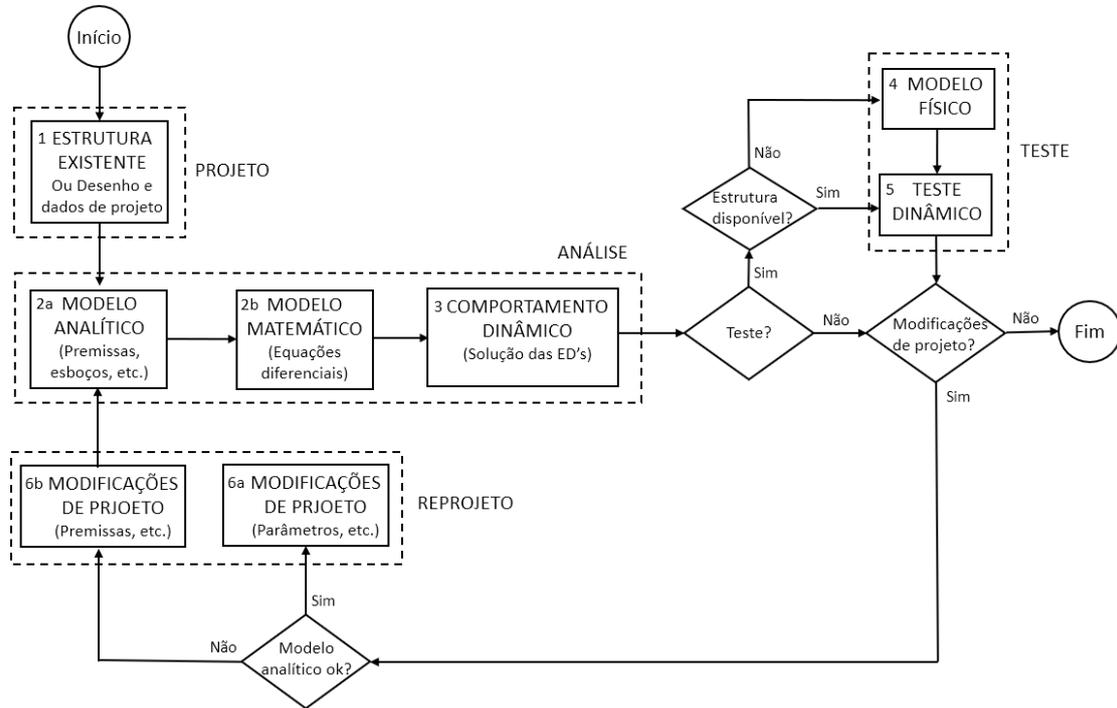


Figura 2.9: Diagrama de investigação da dinâmica de estruturas.  
Fonte: adaptado de [33]

As equações de movimento que regem o comportamento dinâmico dependem da massa, rigidez e amortecimento da estrutura, de acordo com a expressão:

$$M\ddot{\mathbf{q}} + C\dot{\mathbf{q}} + K\mathbf{q} = \mathbf{f}(t) \quad (2.53)$$

Logo, deve-se haver uma forma de fornecer estes parâmetros ao modelo matemático da estrutura, a fim de realizar a análise do seu comportamento dinâmico.

### 2.2.1 Rigidez

A rigidez relaciona o deslocamento, devido a deformações elásticas da estrutura, ao carregamento imposto. Para uma estrutura de  $n$  graus de liberdade, e coordenadas

generalizadas  $q$  associadas aos graus de liberdade da estrutura, podemos escrever:

$$\mathbf{f} = K\mathbf{q} \quad (2.54)$$

O termo  $K$  é uma matriz quadrada e simétrica que representa a matriz de coeficientes de influência de rigidez da estrutura. TURNER *et al.* [34] apresentaram um método para obter a rigidez total de uma estrutura, pela soma da rigidez de unidades discretizadas, que ficou conhecido como método da rigidez direta (ou *direct stiffness method*).

Este método permite avaliar a relação entre força e deslocamento de qualquer nó do modelo analítico da estrutura e montar a matriz de rigidez associada aos graus de liberdade daquele ponto. Os coeficientes de influência  $k_{ij}$  da matriz  $K$  podem ser calculados coluna a coluna. Para isso, são realizados deslocamentos prescritos unitários na direção  $j$  de cada grau de liberdade do nó e calculadas as forças de reação na direção  $i$  àquele deslocamento. As forças e momentos de reação calculadas são exatamente os necessários para manter a configuração dada pelo deslocamento prescrito na direção  $i$ , sem permitir nenhum deslocamento na direção  $j$ . Como exemplo, considere-se o modelo analítico bidimensional da Figura 2.10.

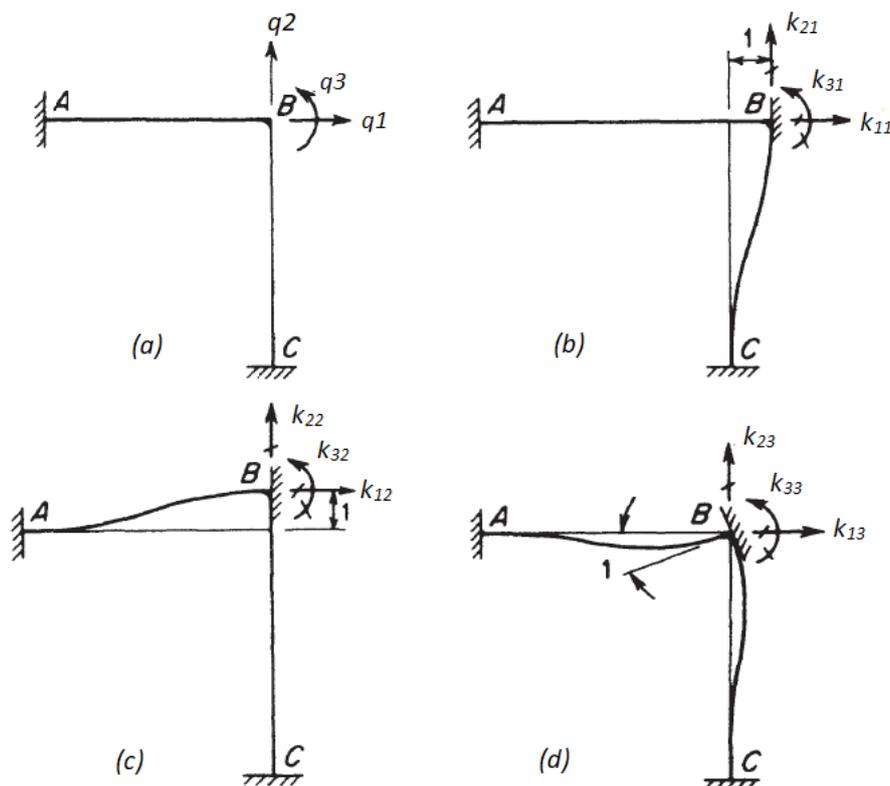


Figura 2.10: Exemplo de estrutura analítica para matriz de rigidez: (a) modelo analítico; (b) deslocamento unitário em  $q_1$ ; (c) deslocamento unitário em  $q_2$ ; (d) deslocamento unitário em  $q_3$ . Fonte: adaptado de [35]

No exemplo, o ponto B da estrutura possui 3 graus de liberdade: 2 translacionais e um rotacional, representados por  $q_1, q_2, q_3$ . São aplicados deslocamentos unitários em cada direção e restringidos os deslocamentos nas outras direções em cada caso. De acordo com a equação 2.54, pode-se calcular cada coeficiente de rigidez  $k_{ij}$  como:

$$k_{ij} = \frac{f_i}{q_j} \quad (2.55)$$

Onde  $f_i$  são as cargas de reação ao deslocamento prescrito em cada caso. A matriz de rigidez será portanto  $K_{3 \times 3}$ , função das propriedades de material e geometria dos elementos AB e BC e das condições de contorno.

Calcular analiticamente a matriz de rigidez por este método é viável para estruturas simples. Para estruturas mais complexas, tridimensionais, com restrições, carregamentos e contatos variados, será utilizado um modelo numérico, resolvido por Análise de Elementos Finitos, utilizando o método apresentado para obter a matriz de rigidez associada a um ponto de interesse da estrutura.

## 2.2.2 Amortecimento

Do ponto de vista prático, as propriedades de amortecimento de um sistema raramente são conhecidas, ao contrário das propriedades de rigidez e inércia. A abordagem mais comum é tratar o amortecimento como viscoso, ou seja, as forças de amortecimento dependem apenas das velocidades generalizadas, como considerado na equação 2.53. Porém, é necessário um método para obter a matriz de amortecimento da estrutura, a fim de poder utilizá-la no modelo matemático matricial.

### Amortecimento de Rayleigh

Também conhecido como amortecimento proporcional, este método consiste em definir a matriz de amortecimento por meio de dois parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , proporcionais às matrizes de inércia e rigidez.

$$C = \alpha M + \beta K \quad (2.56)$$

Ainda assim, os coeficientes devem ser encontrados. Pode ser verificado em [33] que a transformação ortogonal da matriz  $C$  fornece a equação do amortecimento modal como função dos coeficientes de Rayleigh:

$$\xi_r = \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha}{\omega_r} + \beta \omega_r \right) \quad (2.57)$$

Onde  $\xi_r$  e  $\omega_r$  são respectivamente o amortecimento modal e a frequência natural

do  $r$ -ésimo modo de vibração. Artigos de CHEN *et al.* [36], ADHIKARI e PHANI [37] e SCHWARZ e RICHARDSON [38] apresentam metodologias para ajustar os coeficientes de Rayleigh aos resultados experimentais de análise modal. Pelo desenvolvimento de Schwarz, utilizando-se o método dos erros mínimos quadrados, obtém-se a seguinte equação para os coeficientes de Rayleigh:

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = 2 \begin{pmatrix} N & \sum_{i=1}^N \Omega_i^2 \\ \sum_{i=1}^N \Omega_i^2 & \sum_{i=1}^N (\Omega_i^2)^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N \xi_i \\ \sum_{i=1}^N \xi_i \Omega_i^2 \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

Onde  $\Omega_i$  são as frequências de ressonância e  $\xi_i$  os amortecimentos modais obtidos experimentalmente para o  $i$ -ésimo modo; e  $N$  representa o número de ressonâncias na faixa medida.

### 2.2.3 Análise modal experimental

A análise modal pode ser definida como um processo onde descreve-se uma estrutura em termos de suas características naturais, que são a frequência, amortecimento e modo – suas propriedades dinâmicas [39].

Os modos de vibração, ou ressonâncias, são propriedades inerentes da estrutura, determinados pela massa, rigidez, amortecimento e condições de contorno. Cada modo é definido por uma frequência natural, amortecimento modal e forma. Especificando-se o movimento de dois ou mais pontos na estrutura, define-se a a Forma de Deflexão Operacional (ou ODS, de *Operational Deflection Shape*) [40], o que fornece uma visualização do movimento e forma de vibração de uma determinada estrutura ou equipamento. .

RAO e YAP [41] resumem o aparato experimental necessário para análise modal por ensaio de vibrações:

1. Um excitador, que aplica uma força de entrada conhecida. Pode ser um *shaker* ou um martelo instrumentado, por exemplo;
2. Um transdutor para converter o sinal físico de movimento da estrutura em sinal elétrico, como acelerômetro por exemplo;
3. Um analisador com condicionador de sinal, para realizar tarefas de processamento de sinais e análise modal utilizando um *software* compatível. O tipo mais utilizado é o analisador pela transformada rápida de Fourier (ou FFT, de *fast fourier transform*).

A análise modal requer que algumas considerações sejam válidas. DOSSING [42] explica que a principal premissa é a linearidade. Logo, a resposta será sempre

proporcional à excitação. Esta consideração implica também nas seguintes propriedades:

- *Superposição.* Uma Função de Resposta em Frequência (FRF) medida não depende do tipo de excitação, desde que seja conhecida;
- *Homogeneidade.* A FRF independe do nível de excitação.
- *Reciprocidade.* A FRF medida entre quaisquer 2 gdl's independe de quem é a excitação e quem é a resposta. Isto implica que a matriz Função de Resposta em Frequência é simétrica.

### Teste com martelo instrumentado

Este método é o mais popular para teste modal utilizado hoje, pela rapidez, conveniência e baixo custo, podendo ser utilizado em uma grande variedade de estruturas e máquinas. A Figura 2.11 apresenta as etapas de uma análise modal com martelo instrumentado.

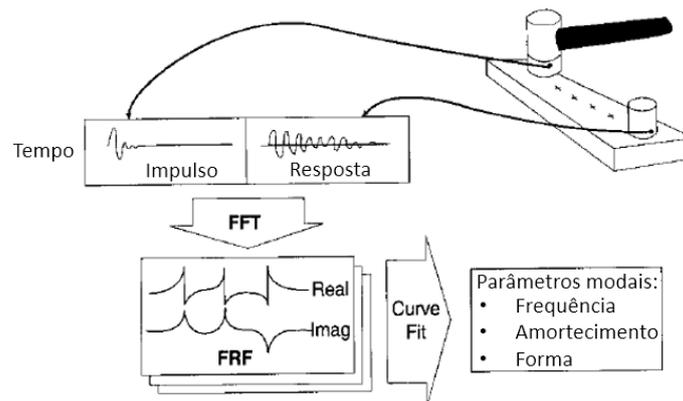


Figura 2.11: Análise modal com martelo instrumentado  
Fonte: adaptado de [40]

A forma da resposta em frequência da excitação do impacto depende da massa e rigidez do martelo e da estrutura. Isto implica que a faixa útil de frequência da excitação é limitada [41], de modo que a partir de um certo valor a estrutura não recebe energia suficiente para excitar modos de frequência mais altas. Normalmente, este valor é limitado a uma queda de amplitude da excitação entre 10 *dB* a 20 *dB*. A Figura 2.12 apresenta um resultado típico da resposta em frequência da excitação por impacto, indicando a faixa útil a ser considerada.

Logo, para estruturas grandes e pesadas, normalmente são necessários martelos de massa elevada, a fim de fornecer energia suficiente para excitar uma faixa considerável de frequência.

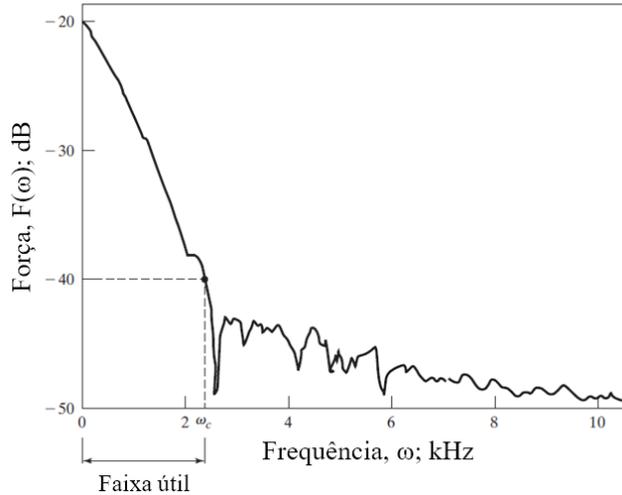


Figura 2.12: Espectro em frequência da força exercida por um impacto de um martelo instrumentado. Fonte: adaptado de [41]

### Função de Resposta em Frequência

A Função de Resposta em Frequência, ou FRF, descreve a relação entre a saída e entrada entre 2 pontos numa estrutura como função da frequência, sendo numa análise de vibrações, a aceleração de saída, em relação à força de excitação de entrada. AVITABILE [39] acrescenta que a FRF contém informações do sistema com respeito a frequências e amortecimento e uma coleção de FRF's contém informação com respeito à forma, ou modos. E conclui: é a medida mais importante relacionada à análise modal experimental. A Figura 2.13 demonstra a representação da função FRF,  $H(\omega)$  em diagrama de bloco.

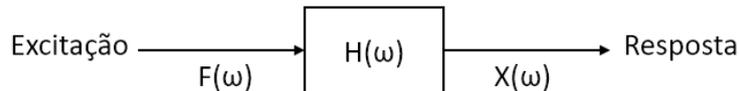


Figura 2.13: Diagrama de bloco de uma FRF de um sistema mecânico

Normalmente os dados são obtidos em amostras e são computadas as médias, para obter-se a FRF e a Coerência. A função de coerência é usada como ferramenta para avaliação da qualidade dos dados, identificando o quanto o dado de saída se relaciona com o de entrada [39]. A coerência  $\beta(\omega)$  quantifica a correlação presente no sinal, sendo portanto  $\beta \approx 1$  como alta correlação dos sinais de entrada e saída e  $\beta = 0$  nenhuma correlação. A Figura 2.14 apresenta um resultado típico da análise modal, sobrepondo a magnitude da FRF, o espectro de frequência da excitação e a coerência. Note-se que a partir de aproximadamente 400 Hz, a coerência diminuiu drasticamente, e portanto, o resultado a partir desta frequência é muito ruidoso e não deve ser considerado útil.

Cada FRF medida é associada a um único gdl de entrada com um único gdl de

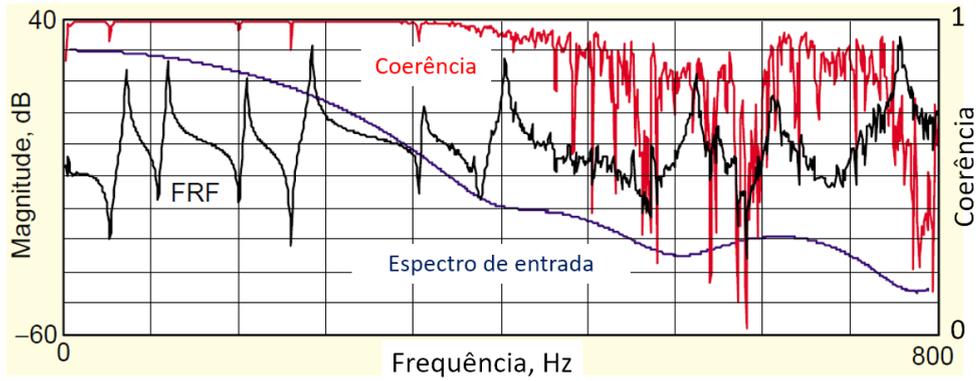


Figura 2.14: Resultados típicos de medição da excitação (linha azul), FRF (linha preta) e coerência (linha vermelha). Fonte: adaptado de [39]

saída. As FRF's são indicadas por dois índices,  $i$  representando o gdl da excitação e  $j$  o gdl da saída.

$$H_{ij} = \frac{X_i}{F_j} \quad (2.59)$$

Logo, a função de resposta em frequência pode ser representada por uma matriz  $n \times n$ , onde  $n$  é o número de graus de liberdade medidos da estrutura. Estruturas reais têm infinitos graus de liberdade, mas devido a restrições de tempo e custo, apenas um número finito e relativamente pequeno é medido.

Devido às propriedades de linearidade citadas anteriormente, apenas uma linha ou uma coluna da matriz de resposta em frequência basta para fornecer toda a informação necessária para a análise dos parâmetros modais de uma estrutura.

### Determinação dos parâmetros modais

Um método simples de encontrar os parâmetros modais é, segundo RAO e YAP [41] utilizar a abordagem de único-grau-de-liberdade. Consistem em dividir o gráfico da FRF em faixas de frequência de modo a cada faixa englobar um único pico. Isto implica que a função de resposta naquela faixa é dominada por um único modo. Logo, cada pico representará uma ressonância, associada aquela frequência no pico. Isto está representado na Figura 2.15

O amortecimento modal também pode ser calculado pelo resultado da Figura 2.15, de acordo com a expressão:

$$\zeta_j = \frac{\omega_j^{(2)} - \omega_j^{(1)}}{2\omega_j} \quad (2.60)$$

Onde  $\omega_j^{(2)}$  e  $\omega_j^{(1)}$  são conhecidos como frequências de meia-banda situados em cada

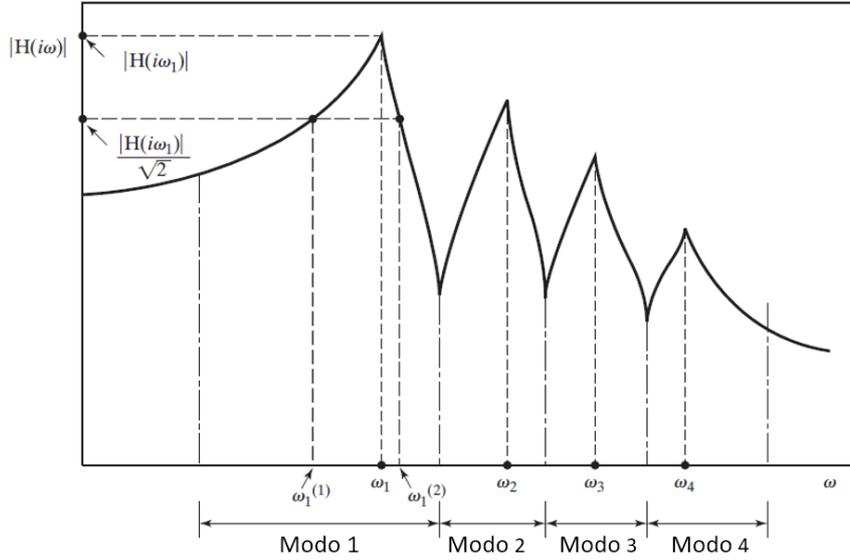


Figura 2.15: Resultado para determinação dos parâmetros modais  
 Fonte: adaptado de [41]

lado da frequência de ressonância  $\omega_j$ , de forma que satisfazem a seguinte relação:

$$|H(i\omega_j)^{(1)}| = |H(i\omega_j)^{(2)}| = \frac{|H(i\omega_j)|}{\sqrt{2}} \quad (2.61)$$

Existem também outros métodos para determinação dos parâmetros modais, para citar os mais comuns: decaimento logarítmico, que avalia a resposta no tempo ou Nyquist que plota o gráfico da FRF nos eixos real e imaginário, podem ser verificados em [41].

### Ajuste de curva

O ajuste de curva (*curve fitting*) é o processo analítico que determina os parâmetros matemáticos que fornecem o melhor ajuste aos dados obtidos experimentalmente [42].

Os métodos de ajuste de curva podem ser classificados como: *a)* local SDOF; *b)* local MDOF; *c)* Global; *d)* Multi-referenciado. Os métodos locais são aplicados para uma FRF de cada vez e são indicados para conjuntos de densidade modal moderada. Os métodos global e multi-referenciado são aplicados para todo o conjunto medido de FRF's e são indicados para dados com alta densidade modal [40].

Felizmente hoje diversos softwares comerciais fornecem ferramentas para ajuste de curva, ODS e obtenção dos parâmetros modais. Entre eles, pode-se citar: ME'scope [7], PULSE [43] e OROS Modal Analysis [44].

## 2.3 Manipuladores robóticos industriais

Nesta seção busca-se tópicos relacionados à dinâmica de multicorpos elásticos ou composta por elementos flexíveis voltada à robótica. Pesquisa-se também tarefas robóticas existentes e que requerem precisão, de modo que a qualidade da tarefa pode ser afetada pela elasticidade não considerada de elementos do robô ou do ambiente. E por fim, verifica-se robôs comerciais que são utilizados em serviço, ou *in situ*, em que os fatores do ambiente não permitem uma instalação superdimensionada e rígida, favorecendo a ocorrência de vibrações e deslocamentos da ponta do robô. Ou seja, situações para as quais o método proposto nesta pesquisa pretende fornecer ferramentas para quantificar erros e adequar o projeto da instalação e operação robótica de serviço.

### 2.3.1 Manipuladores flexíveis

Um robô de elos flexíveis consiste em uma série de braços estruturalmente flexíveis conectados por juntas para formar o mecanismo. Mas na maioria dos casos, a flexibilidade estrutural não é a intenção de projeto, mas consequência da construção do manipulador a partir de requisitos sobre a massa e geometria de seus componentes [45]. Sistemas de manipuladores flexíveis oferecem diversas vantagens em contraste com seus concorrentes tradicionais rígidos. De acordo com [46], estes possuem resposta mais rápida, menor consumo de energia, menores atuadores, menor massa e custo gerais.

A partir da década de 1980, diversos textos foram publicados [47], [48] e [49], buscando modelar o comportamento dinâmico destes manipuladores. Mas, devido a complexidade da análise, a maioria dos casos restringiu-se ao braço robótico flexível de apenas um ou dois elos. Técnicas de controle destes manipuladores foram desenvolvidas a partir de então, a fim de evitar falhas de posicionamento do efetuador e de trajetória. Em 2004, BENOSMAN e LE VEY [50] fazem um levantamento de 119 textos relacionados ao controle de manipuladores flexíveis, apresentando as diferentes técnicas de modelamento e controle destes casos.

Há pelo menos 3 métodos principais [51] para modelamento de robôs de elementos flexíveis: método do modo assumido [52], método de elementos finitos [53] e modelo de parâmetros concentrados [54].

O método do modo assumido consiste em achar a solução geral na forma:

$$\omega(\chi, t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(\chi) q_i(t) \quad (2.62)$$

Onde  $\phi_i(\chi)$  são os modos de vibração dos elos e  $q_i(t)$  as coordenadas generalizadas

associada ao  $i$ -ésimo modo. Entretanto, este método requer que os modos sejam fornecidos de antemão e calculados analiticamente.

O método dos parâmetros concentrados considera que o elo do robô possui massa específica  $\rho$ , geometria  $L$  e rigidez à flexão  $EI$  e que, portanto, pode ser simplificado por uma mola de rigidez  $k$  e uma massa concentrada  $Me$ . A Figura 2.16 apresenta a simplificação do método para um manipulador de um único elo com uma carga útil de massa  $Mt$  na sua extremidade.

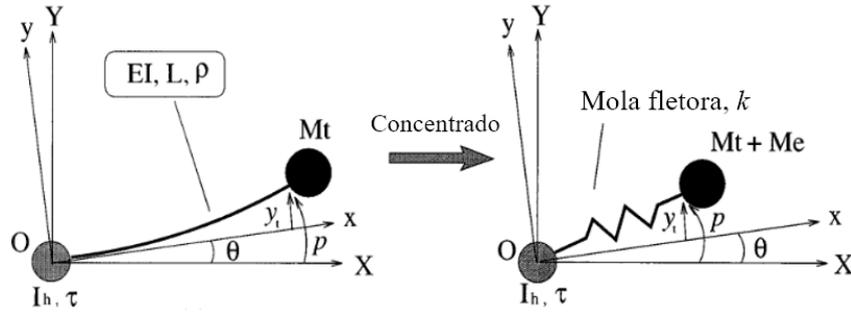


Figura 2.16: Modelo de parâmetros concentrados  
Fonte: adaptado de [54]

Realizando o desenvolvimento pelas equações de Lagrange, obtém-se as equações de movimento deste sistema na forma:

$$M\ddot{p} = -k(p - L\theta) \quad (2.63)$$

$$I_h\ddot{\theta} - kL(p - L\theta) = \tau \quad (2.64)$$

Onde  $\tau$  representa o torque de acionamento do braço, na direção  $Z$ .

Este método, apesar de ser orientado para manipuladores com flexibilidade em seus elos, mostra-se interessante para modelar a base flexível do manipulador. Fazendo-se as devidas adaptações, pode-se considerar a base como um dos elos flexíveis do robô e obter-se a rigidez e inércia de sua estrutura, e chegar-se às equações de movimento de modo equivalente.

### 2.3.2 Manipuladores sobre bases flexíveis

Em sistemas de manipuladores sobre bases móveis, o acoplamento dinâmico entre o braço robótico e sua base prejudica a acurácia de posicionamento e a destreza operacional do robô. YOSHIDA *et al.* [55] classificam estes sistemas em quatro categorias: a) manipulador de flutuação livre; b) manipulador montado sobre estrutura flexível; c) macro-micro manipuladores; d) manipulador montado sobre veículo móvel. É interessante notar que a metodologia desta pesquisa permite analisar qualquer um destes sistemas, embora os estudos de caso tenham se focado em bases

que se enquadram no o item *b* da classificação. A Figura 2.17 ilustra cada classe esquematicamente.

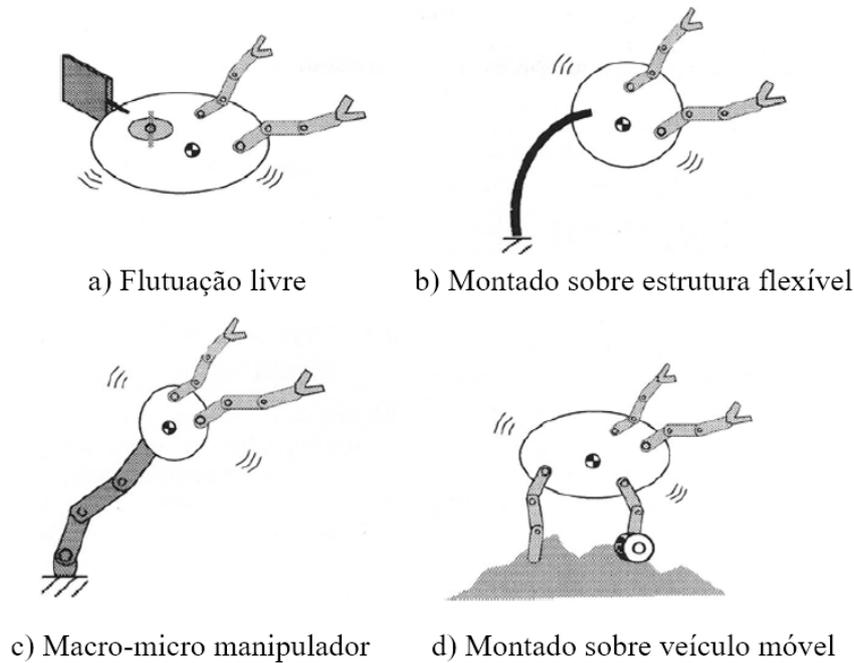


Figura 2.17: Classes de manipuladores sobre bases móveis  
Fonte: adaptado de [55]

Como exemplo de manipuladores em flutuação livre são os robôs de serviço submersíveis, dedicados à manutenção de sistemas subaquáticos, o que inclui o reparo, montagem e inspeções nos equipamentos instalados [56]. Na Figura 2.18 é ilustrado o AUV (veículo subaquático autônomo) GIRONA 500 que é equipado com um braço robótico de 4 gdl e realiza rotinas de identificação e recuperação de objetos.



Figura 2.18: Manipulador sobre base flutuante submersa.  
Fonte: RIDAO *et al.* [56]

Os macro-micro manipuladores são sistemas robóticos em que é necessário longo alcance, ao mesmo tempo que realiza tarefas de precisão em seu efetuator [57]. Isto

é feito pelo uso de dois manipuladores em série, em que o primeiro (macro) tem o objetivo de posicionamento e alcance elevado, com uso de braços compridos e esbeltos, o que os torna bastante flexíveis; e o segundo (micro), realiza a tarefa num espaço de trabalho reduzido e equipado com a ferramenta para operação, como pode ser verificado na Figura 2.19. Nesta classe de sistemas, o macro-manipulador pode possuir flexibilidade tanto nos elos quanto nas juntas e o micro-manipulador é considerado rígido. Diversos métodos de controle foram propostos como a estabilização do sistema pelo controle apenas do micro-manipulador [58] ou controle do planejamento de trajetória para minimizar as vibrações [59], que apresenta uma técnica chamada Mapa de Acoplamento (ou *Coupling Map*).

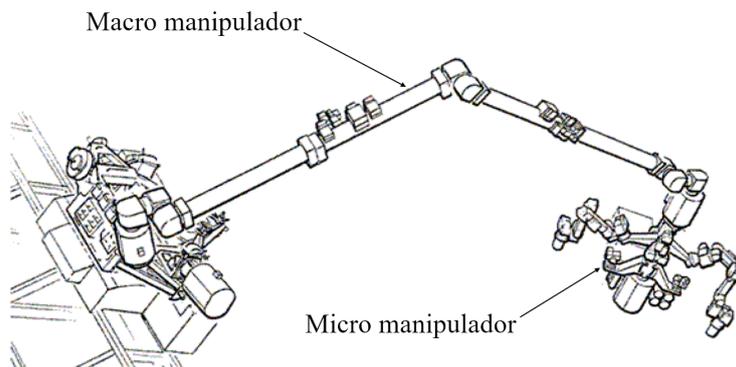


Figura 2.19: Macro-micro manipulador para satélite  
Fonte: adaptado de [60]

Os manipuladores montados sobre estruturas flexíveis podem ser tratados como casos especiais de sistemas macro-micro manipuladores. Nestes casos, a base na qual o robô está fixado é excitada pelo movimento do braço robótico e aparecem grandes deslocamentos devido à elasticidade da estrutura da base. Geralmente, os métodos de controle destes sistemas associam-se a duas classes: controle do amortecimento [61], [62] e controle do ponto final do efetuador [57], [59]. No controle de ponto final, a posição e orientação precisam ser medidas com respeito a um referencial inercial, podendo ser medidos indiretamente como por exemplo, com extensômetros no ponto de acoplamento da estrutura com o robô [63]. A vantagem deste método é que não é necessário interromper a tarefa para amortecer as vibrações da estrutura de suporte. O sistema Shaky II apresentado na Figura 2.20 foi desenvolvido [63] para avaliar a dinâmica desta classe de sistema robótico e validar experimentalmente métodos de controle por controle de ponto final inferido.

Outra solução para evitar vibrações e grandes amplitudes de deformação é o de escoramento ou contraventamento dos elementos flexíveis no ambiente [64]. O escoramento em estruturas estacionárias ajudaria a enrijecer e amortecer a estrutura flexível e evitar grandes erros de posicionamento do efetuador. Esta estratégia é explorada nesta pesquisa no sentido de verificar configurações de base que satisfazem

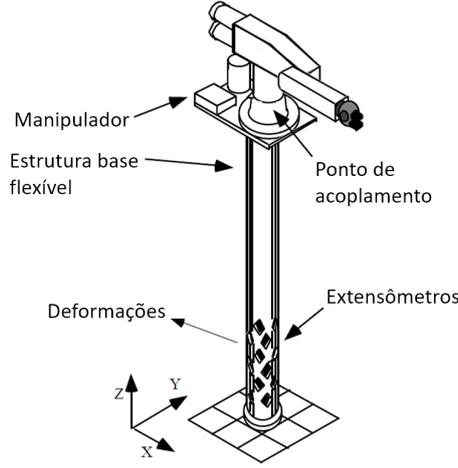


Figura 2.20: Estrutura experimental do Shaky II para validação de controle de ponto final. Fonte: adaptado de [63]

a rigidez necessária para o processo.

Seja o vetor de coordenadas generalizadas representado por  $\xi = [\phi, q]$ , onde  $\phi = [x, y, z, \theta_x, \theta_y, \theta_z]$  são as coordenadas da base, o sistema dinâmico do manipulador sobre base móvel pode ser expresso por:

$$H(\xi)\ddot{\xi} + C(\xi, \dot{\xi})\dot{\xi} + K\xi = \Xi \quad (2.65)$$

Onde  $H(\xi) \in \mathfrak{R}^{6+n \times 6+n}$  é a matriz de inércia acoplada,  $C$  e  $K \in \mathfrak{R}^{6+n \times 6+n}$  contém em  $C$  os termos de amortecimento viscoso da base e centrífugos e de Coriolis do braço robótico, e em  $K$  a matriz de rigidez da base. O vetor  $\Xi = [0, \tau]$  contém os torques externos de controle do manipulador e considera as forças externas na base nulas. Na forma matricial, pode-se escrever a matriz de inércia acoplada como:

$$H(\xi) = \begin{pmatrix} H_b & H_{bm} \\ H_{bm} & H_m \end{pmatrix} \quad (2.66)$$

Em que o termo  $H_b \in \mathfrak{R}^6$  representa o tensor de inércia da base,  $H_m \in \mathfrak{R}^n$  representa o tensor de inércia do manipulador, onde  $n$  é o número de graus de liberdade, e  $H_{bm}$  o tensor de inércia do acoplamento base-manipulador.

Será interessante notar que estes termos de acoplamento serão calculados automaticamente ao seguir o procedimento sistemático das rotinas do Sophia, sendo necessário apenas fornecer as matrizes  $H_b$  e  $H_m$  isoladamente assim como a cadeia de sistemas de referência locais para se chegar ao modelo acoplado. No método proposto, a interação entre base e robô, que gera forças devido a rigidez e amortecimento da base, e são tratados como esforços externos proporcionais ao deslocamento e velocidade do ponto de acoplamento. E os termos de Coriolis e centrífugos também surgem do cálculo algébrico com as funções do Sophia, sem a necessidade de inves-

tigar estes termos individualmente.

### 2.3.3 Tarefas robóticas *in situ*

Hoje os robôs não estão mais limitados a operações de fábrica e estão substituindo atividades humanas fora do ambiente industrial, seja por segurança, eficácia ou produtividade. Operações robóticas de inspeção ou manutenção de equipamentos realizadas no próprio local onde operam, ou *in situ*, são perigosas ou de difícil acesso para realização humana. Por isso, soluções utilizando robôs para executar tais tarefas têm se tornado uma alternativa atraente. Os manipuladores da classe macro-micro são uma solução interessante para essas operações porque fornecem um espaço de trabalho ampliado pelo manipulador macro, assim como toda a precisão e agilidade de um manipulador micro.

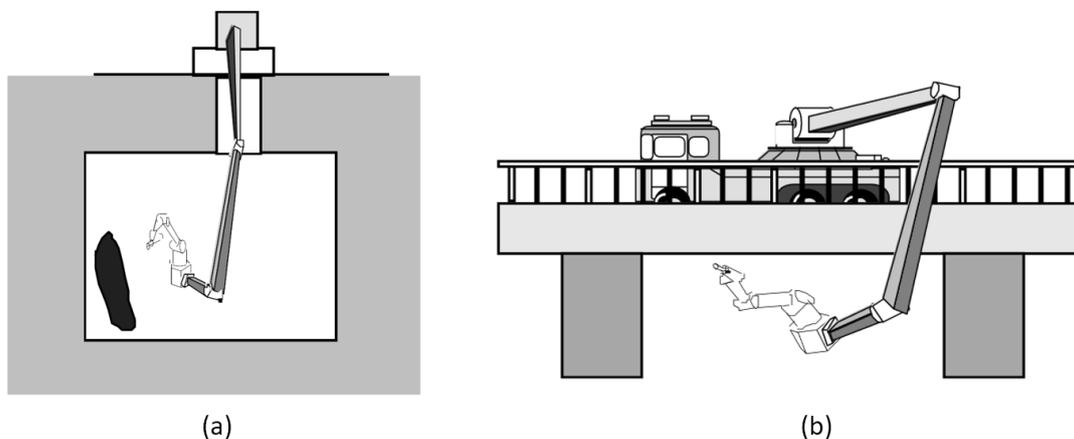


Figura 2.21: Robôs de inspeção *in situ*: a) tanques subterrâneos; b) pontes.  
Fonte: adaptado de [65]

Um exemplo desta classe de robôs de serviço é o sistema de remoção e transporte de resíduos nucleares (WD&C) de tanques subterrâneos, cujo acesso é limitado (Figura 2.21a). Um manipulador longo e esbelto permite a entrada pelo duto de acesso e o posicionamento do robô menor para alcançar e remover o material do tanque [66]. Outro exemplo é de sistema robótico de longo alcance para inspeção de pontes (Figura 2.21b). Para sistemas como esse em que a inspeção é feita por imagens [67], as vibrações da ponte propagadas pelos elos do manipulador, e condições de vento por exemplo, podem tornar as imagens borradas e inutilizáveis.

Uma lista crescente de serviços *in situ* já podem ser realizados por robôs como por exemplo: pintura, limpeza, manutenção, cirurgias, montagem de veículos espaciais, armamento militar, agricultura e outros [68]. Em todos estes casos, onde o ambiente não é normalmente preparado para a tarefa, que na maioria das vezes é apenas temporária, e por isso há que se prever o comportamento dinâmico do sistema robô-base-ambiente para que se garanta a qualidade da tarefa.

## EMMA - Protótipo para revestimento de turbinas hidráulicas *in situ*

As turbinas hidráulicas de geração de energia do tipo Kaplan sofrem danos em suas pás devido, principalmente, a efeitos de abrasão e cavitação relativo aos escoamento. Antes de serem instaladas, estas pás recebem um revestimento metálico de carbeto de tungstênio, que protege contra os efeitos do escoamento. Com o tempo esta proteção se desgasta e inicia um processo de degradação da pá, causando vibrações, instabilidade do escoamento e perda de eficiência energética [69].

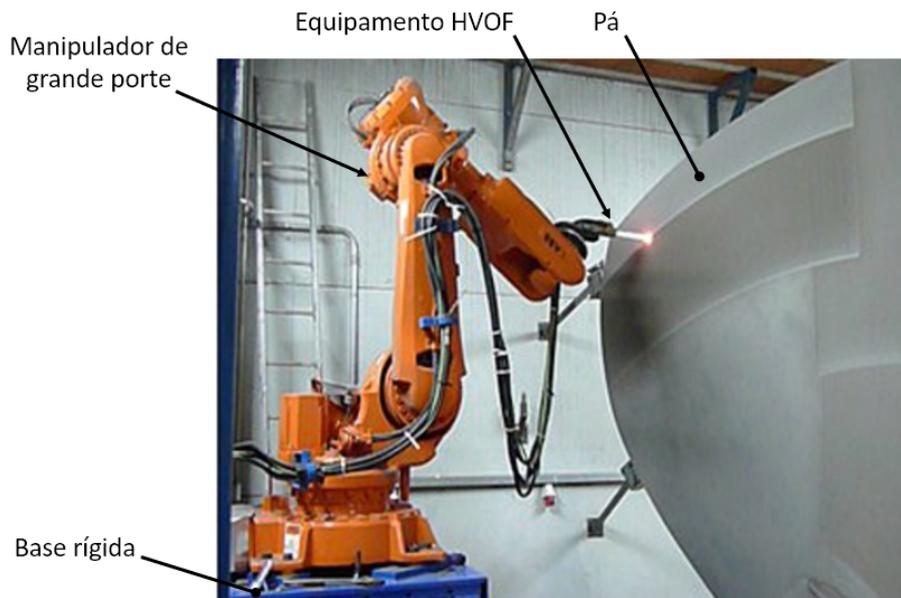


Figura 2.22: Aplicação de revestimento em ambiente estruturado. Fonte: adaptado de website da Rijeza, disponível em [www.rijeza.com.br](http://www.rijeza.com.br) (acessado em Mar-2018)

Para evitar este problema, o revestimento deve ser reaplicado em períodos programados de manutenção. Isto implica, hoje, em parar a unidade geradora, desmontar as pás, levar até a área de manutenção e reaplicar o revestimento fora do ambiente da turbina, resultando em um procedimento de alta complexidade operacional de manobra e transporte, riscos, alto custo e principalmente: tempo de parada de máquina. A Figura 2.22 apresenta o revestimento sendo aplicado antes da instalação por um braço robótico, em ambiente industrial e bem estruturado.

Como uma alternativa para manutenção das pás, foi projetado um sistema robótico, denominado EMMA, para reaplicação do revestimento dentro da unidade geradora, que dispensa a necessidade de desmontagem das pás, realizando todo o processo de aplicação *in situ*. Este sistema tem o desafio de lidar com o difícil e limitado acesso, operar em ambiente confinado, de superfície curva, inclinada e escorregadia, alta umidade e temperatura. Pelo acesso ser limitado a uma escotilha de 800 mm e outra de 350 mm de diâmetro, o sistema deve ser modular e leve, a fim de ser transportado e montado manualmente no interior da turbina. A Figura 2.23

ilustra o interior da unidade geradora, destacando os principais equipamentos no interior e indicando os acessos da escotilha superior e escotilha inferior.

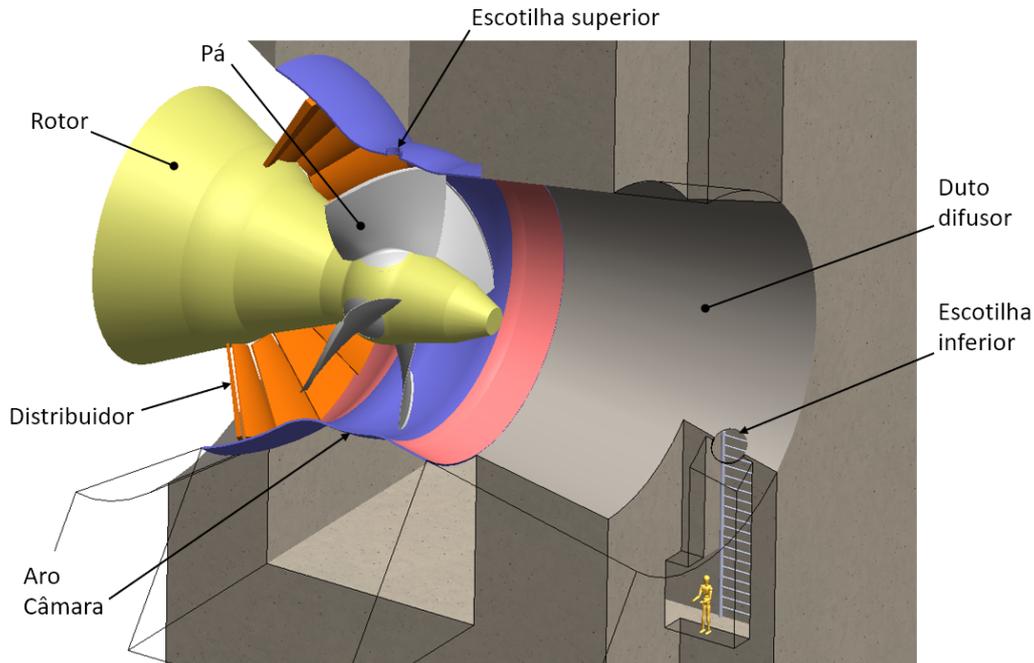


Figura 2.23: Vista esquemática do interior da unidade geradora

Outro desafio é atender aos requisitos do processo de revestimento. A técnica utilizada de revestimento por aspersão térmica chamada HVOF (de *high velocity oxy-fuel*) requer o aparato apresentado na Figura 2.24. Neste processo, uma mistura de combustível e oxigênio alimenta continuamente uma câmara de combustão. O gás resultante emana do bocal em um jato, a uma velocidade normalmente acima de  $1000\text{ m/s}$ , onde as partículas de carbeto de tungstênio se misturam, se aquecendo, acelerando e colidindo contra o material base, formando a camada de revestimento [70].

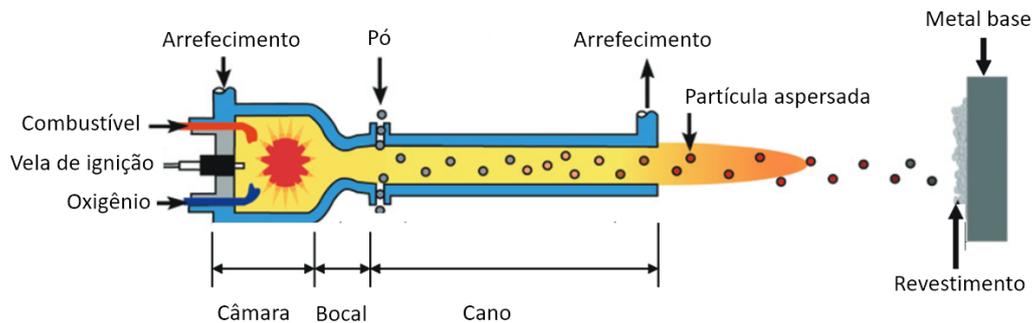


Figura 2.24: Aparato do processo de revestimento por HVOF.  
Fonte: adaptado de [70]

Para obter uma camada regular de revestimento, é necessário obedecer requisitos de velocidade da pistola, distância para o metal base, orientação e passo. A Tabela 2.2 resume os principais dados do processo HVOF.

Tabela 2.2: Dados do processo HVOF para revestimento da pá. Fonte: FREITAS *et al.* [1]

<b>Componente</b>	<b>Valor</b>
Massa da pistola HVOF	8 kg
Temperatura da chama	3000° C
Empuxo da pistola	15 N
Passo entre paralelos da trajetória	3 mm
Distância da pistola para a pá	230-240 mm
Ângulo da pistola para a superfície da pá	90°
Velocidade perpendicular à superfície da pá	40 m min <sup>-1</sup>
Ruído sonoro do HVOF	100-140 dB
Temperatura da pá	até 110° C

Nota-se pelos dados apresentados a impossibilidade de se realizar esta tarefa manualmente e a necessidade de ter um sistema preciso para realizá-la por robô, a fim de atender aos requisitos do processo.

Pela limitação de acesso e espaço apertado próximo às pás, um dos principais critérios para seleção do manipulador foi seu tamanho. Isto implica em um espaço de trabalho reduzido em relação ao tamanho da pá, o que resulta na necessidade de fixar o robô em mais de uma posição a fim de cobrir toda a face. Para isso é necessária uma base com graus de liberdade suficientes, que permitam a mudança de posicionamento do robô, para cada região da pá.

O projeto EMMA estudou diversos conceitos de base, que foram classificados de acordo com os graus de liberdade fornecidos. Dentre eles, destacam-se os conceitos Prismático-Rotacional-Prismático-Prismático (PRPP), da Figura 2.25 e Prismático-Rotacional-Prismático (PRP), da Figura 2.26. Note-se que estes conceitos de base podem ser modelados exatamente como o sistema macro-micro manipulador, a base (macro) para posicionamento, ignorando-se a atuação das juntas do sistema macro, e o braço robótico (micro) para realizar a tarefa, como é exposto em [57] e [64].

O sistema de base PRPP consiste em um mecanismo telescópico com atuadores lineares para os braços prismáticos e uma junta rotacional. A estrutura é fixada na entrada da escotilha de acesso superior da unidade geradora e o robô é fixado na extremidade do último braço da estrutura telescópica. Isto permite que o manipulador seja posicionado diversas vezes para cobrir toda a face da pá. No entanto, o dimensionamento estrutural verificou que apesar de a estrutura suportar com boa margem as tensões a que seria submetida, os deslocamentos devido à baixa rigidez poderiam reduzir a precisão do robô em realizar a tarefa de revestimento.

O conceito PRP utiliza o acesso da escotilha inferior para transportar uma base modular para o interior da unidade geradora. Esta base é composta por uma estrutura de alumínio equipada com trilhos paralelos, que concedem ao sistema o

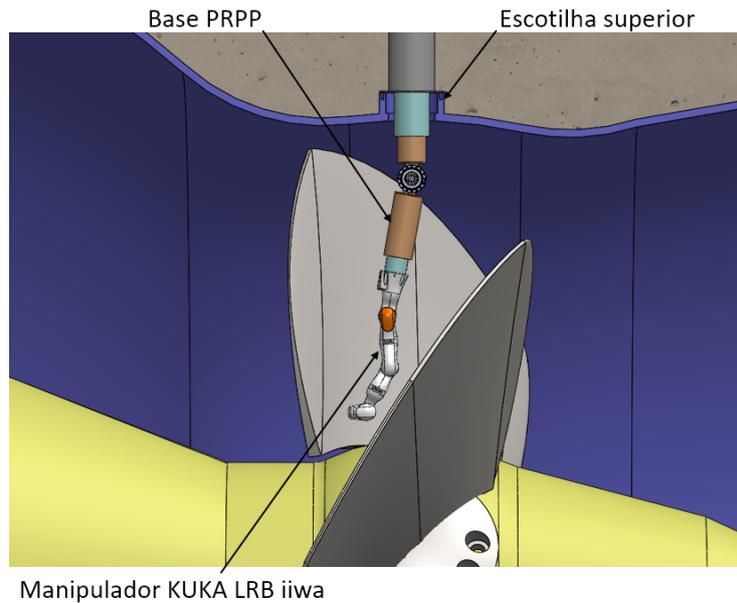


Figura 2.25: Base telescópica PRPP para manutenção de revestimento *in-situ*

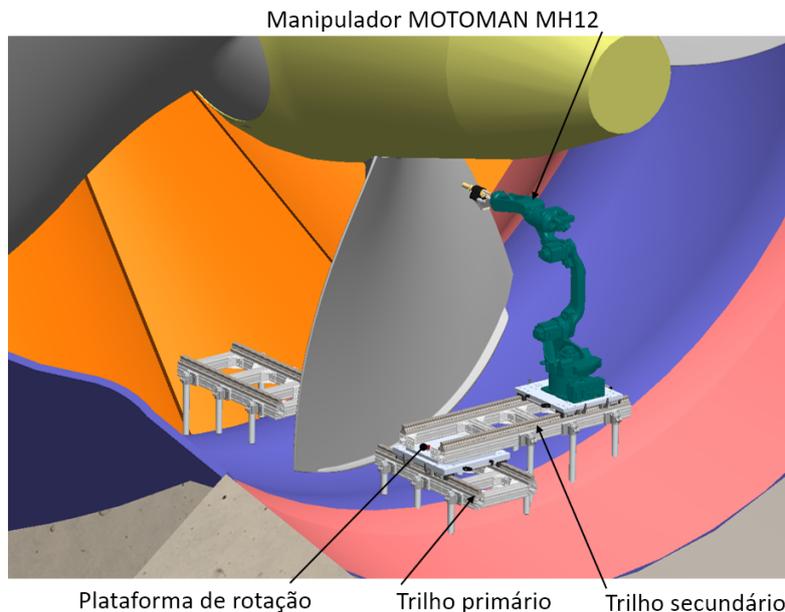


Figura 2.26: Base modular PRP para manutenção de revestimento *in-situ*

movimento linear ao longo da estrutura. Uma plataforma de rotação funciona como uma junta entre os trilhos, o que permite que estes formem qualquer ângulo entre si e fornecendo 3 graus de liberdade à base. Pela limitação do acesso, a estrutura da base deve ser modular e leve, porque sofrerá diversas montagens, desmontagens e transportes manuais. Como resultado, obtém-se uma estrutura leve e versátil, mas não superdimensionada para rigidez. De toda forma, uma vantagem deste conceito encontra-se na possibilidade adicional de adicionar suportes e contraventamentos à estrutura, o que permite aumentar a sua rigidez.

A presente pesquisa trata estes conceitos e a tarefa de revestimento do projeto

EMMA como os estudos de caso para demonstração da aplicação do método proposto, que consiste em quantificar os erros causados pelos deslocamentos elásticos da base e investigar se são toleráveis ou não para garantir a qualidade da tarefa.

# Capítulo 3

## Método Proposto

### 3.1 Visão geral

O método proposto pode ser dividido em 5 etapas:

1. Modelo dinâmico do robô (MBS Robô);
2. Modelo dinâmico da base (MBS Base);
3. Ensaio Experimental da Base;
4. Modelo dinâmico acoplado (MBS Robô-Base);
5. Cálculo dos erros teóricos.

Os modelos MBS – robô, base e acoplado – são apresentados nas seções 3.2, 3.3 e 3.5, onde demonstra-se o desenvolvimento da cinemática e dinâmica destes sistemas multicorpos.

O MBS Robô considera o manipulador sobre uma base ideal, ou perfeitamente rígida, já que em sua origem não permite-se nenhum grau de liberdade. Com este modelo realiza-se, portanto, as simulações dinâmicas das trajetórias ideais, ou seja, que seriam obtidas numa base perfeitamente rígida. Este resultado fornece as posições, velocidades e orientações de referência para comparação destes mesmos parâmetros resultantes do modelo acoplado.

Para modelagem da base, é necessário calcular as matrizes que representam sua rigidez e amortecimento. Na seção 3.3 é demonstrado um método de se obter a matriz de rigidez pela Análise por Elementos Finitos (AEF).

Na seção 3.4 apresenta-se como obter os parâmetros modais da base por meio de ensaio de vibrações. Os dados são tratados para obter as Funções de Resposta em Frequência (FRF's) e então estimar seus parâmetros modais. O resultado fornece a matriz de amortecimento da base de teste que será utilizada no modelo MBS acoplado.

Na seção 3.5, é modelado o MBS Robô-Base, que considera os 6 graus de liberdade da base (3 translações e 3 rotações) mais os 5 graus de liberdade do robô, formando um sistema único acoplado de 11 gdl. Os resultados são obtidos pela simulação do sistema acoplado utilizando a mesma trajetória do sistema de base ideal. A comparação dos resultados é feita na seção 4.3 em que verifica-se os erros de posição, velocidade e orientação devido aos efeitos da elasticidade da base.

A Figura 3.1 resume a visão geral do método proposto facilitando a visualização das relações entre os modelos.

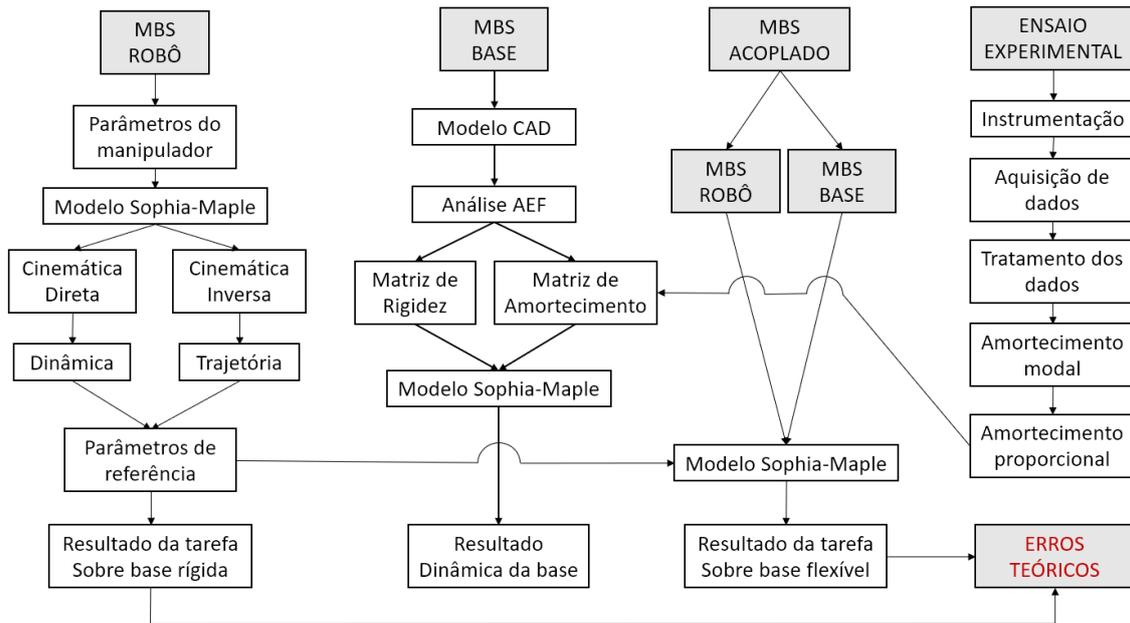


Figura 3.1: Diagrama da visão geral do método

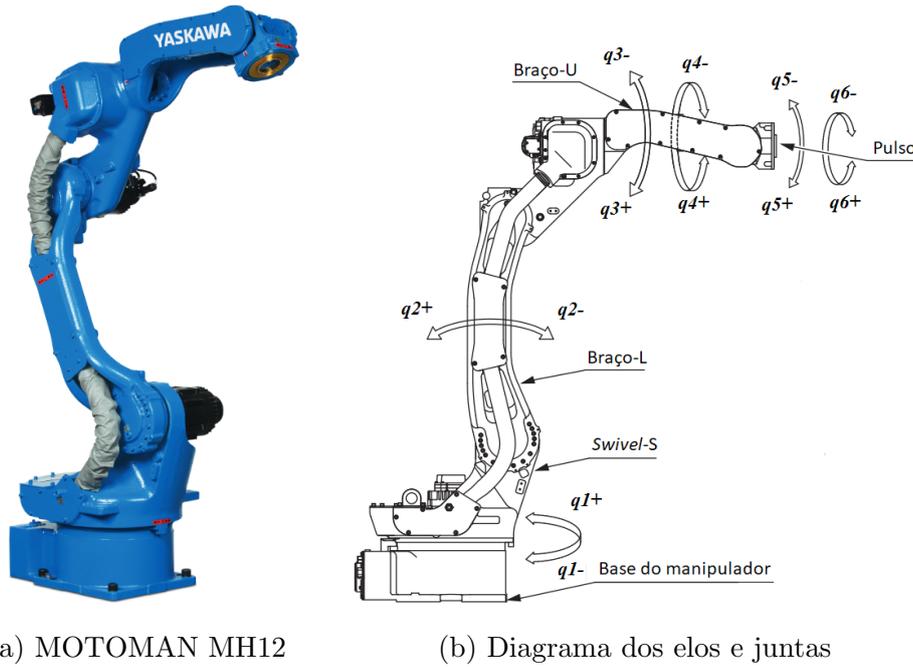
## 3.2 Modelo do robô

### 3.2.1 Descrição do braço robótico

O manipulador escolhido para estudo é o mesmo que será utilizado no projeto EMMA. Trata-se de um robô comercial da série MOTOMAN, modelo MH12, fabricado pela Yaskawa Motoman e é apresentado na Figura 3.2a.

Este robô é do tipo braço antropomórfico de 6 juntas rotacionais, e portanto 6 graus de liberdade (6 gdl), contendo o último elo um porta-ferramentas que suporta uma carga útil de até 12 kg. A Figura 3.2b define os nomes dos elos e coordenadas generalizadas associados a cada um dos sistemas de coordenadas e são resumidos na Tabela 3.1.

A última junta, no efetuador, tem a finalidade de orientar a ferramenta em torno do seu eixo axial. Como o processo de revestimento por HVOF independe desta



(a) MOTOMAN MH12

(b) Diagrama dos elos e juntas

Figura 3.2: Manipulador robótico para modelo.  
Fonte: adaptada de [71]

Tabela 3.1: Sistemas de coordenadas, elos e coordenadas generalizadas

SC	Elo	Coord. gen. associada
Z	Pedestal do robô	-
S	<i>Swivel</i>	$q_1$
L	Braço inferior	$q_2$
U	Braço superior	$q_3$
R	Braço de rolagem	$q_4$
B	Pulso	$q_5$
T	Efetuator	$q_6$

orientação, esta junta *não será incluída* no modelo MBS do robô, mantendo este acoplamento rígido, o que transforma os dois últimos elos e a ferramenta acoplada em um único um corpo. Como resultado, tem-se um sistema de 5 gdl. Outra observação importante é que o pedestal do robô não realiza movimento em relação ao referencial SC-Z, que no modelo de base rígida é o próprio referencial inercial.

O espaço de trabalho é apresentado na Figura 3.3 em que a área sombreada é formada por todos os pontos alcançáveis pelo manipulador, dentro dos limites de cada junta. O alcance horizontal deste manipulador chega a 1,440 m, e vertical a 2,511 m.

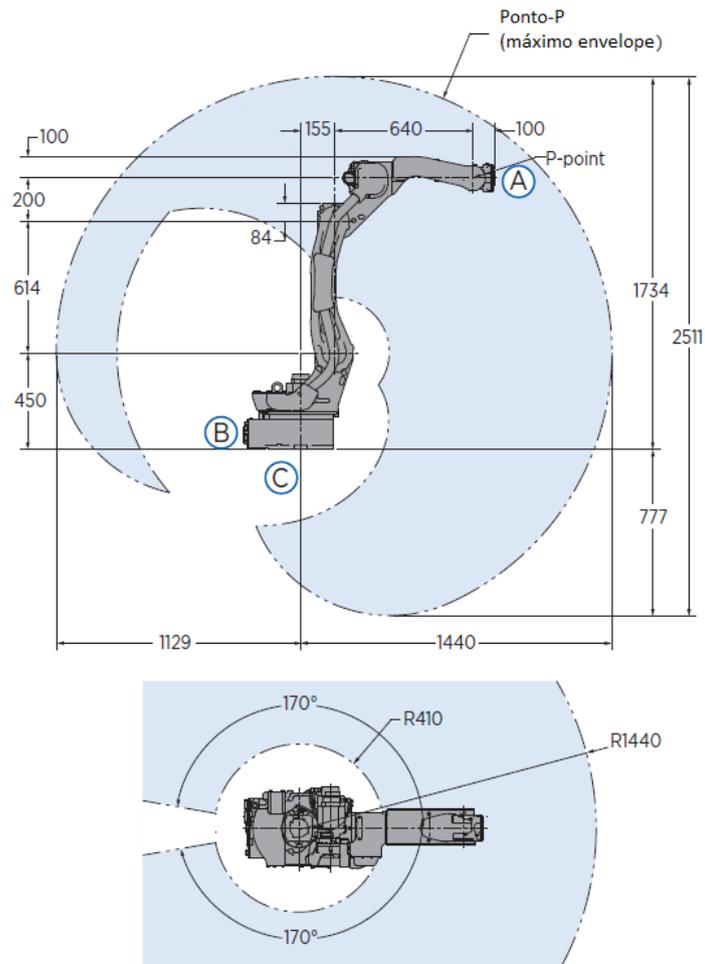


Figura 3.3: Vistas lateral e superior do espaço de trabalho  
 Fonte: adaptada de [71]

### 3.2.2 Cinemática Direta

Como foi discutido na seção 2.1.1, o procedimento mais utilizado para a modelagem cinemática de manipuladores robóticos é o método dos parâmetros de Denavit-Hartenberg. Apesar de sua popularidade e vasta utilização na modelagem cinemática de manipuladores variados, as rotinas de modelagem da cadeia cinemática do Sophia-Maple será utilizado, uma vez que já fornece praticidade e flexibilidade para derivar as equações cinemáticas de sistemas multicorpos com mais liberdade que o método DH. Uma vantagem é não ficar preso às restrições sobre a escolha dos referenciais por exemplo, permitindo investigar outras configurações que inclusive possam melhorar a eficiência das manipulações algébricas dadas as particularidades de cada sistema.

Demonstra-se portanto os procedimentos para modelagem de um manipulador robótico pelas rotinas do Sophia-Maple. A cada etapa são apresentadas as linhas de código correspondentes, a fim de ilustrar a sistematicidade e praticidade do método.

## Sistemas de Coordenadas

A primeira etapa para é definir o sistema de coordenadas local de cada elo do manipulador. A Figura 3.4 é um modelo CAD do braço robótico e apresenta a posição de cada SC, na sua configuração inicial.

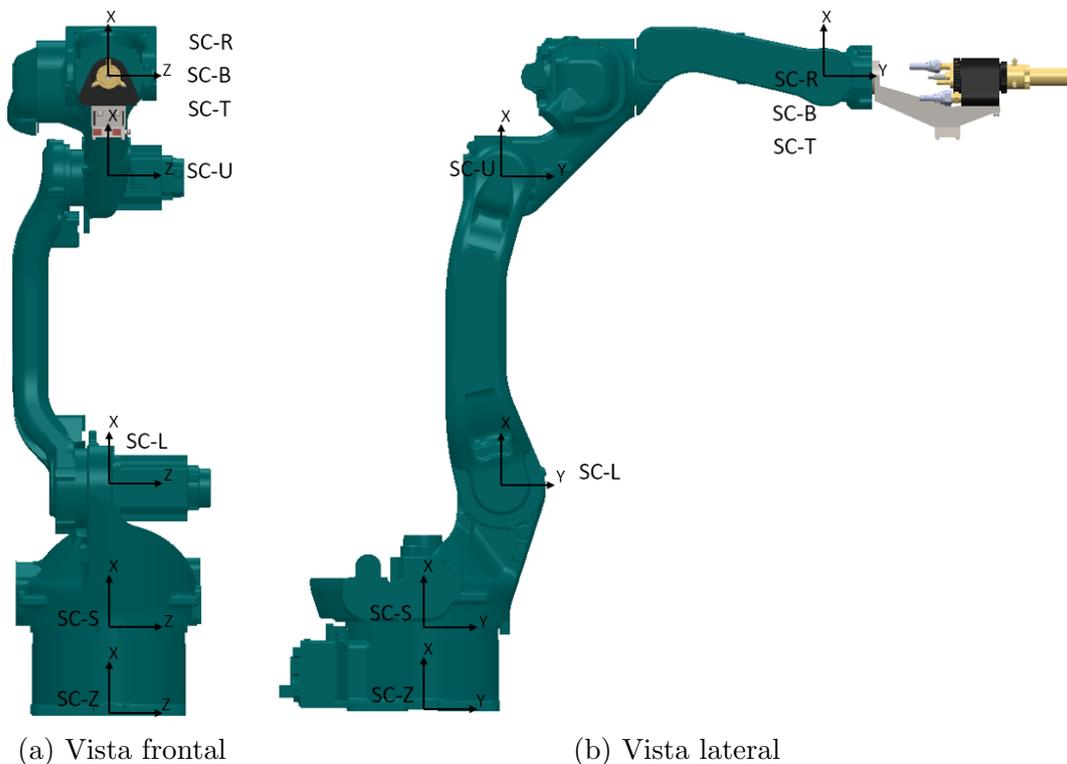


Figura 3.4: Sistemas de coordenadas do robô

Na Figura 3.4a nota-se que foi escolhida uma configuração em que todos os SC's estão no mesmo plano  $xz$ . Outra observação é que os SC's R, B e T estão fixados no mesmo ponto, que representa a origem do “pulso” do braço robótico. Estas considerações reduzem a quantidade de termos das equações cinemáticas. Também terão grande impacto no cálculo da cinemática inversa, como será visto na seção 3.2.4.

Logo, pode-se escrever as relações entre estes referenciais em termos das coordenadas generalizadas do sistema, e obter as transformações homogêneas entre cada SC. No Sophia-Maple isto é feito com o uso da função `chainSimpRot`, da seguinte forma:

```
> chainSimpRot( [Z,S,1,q1], [S,L,3,q2], [L,U,3,q3], [U,R,2,q4],
  [R,B,3,q5], [B,T,2,q6] )
```

Esta função cria as matrizes de rotação entre os referenciais do sistema, informando a cada transformação, o eixo de rotação (onde  $1 \equiv x$ ,  $2 \equiv y$  e  $3 \equiv z$ ) e a coordenada generalizada associada ( $q_1, \dots, q_6$ ).

Como exemplo, considere o termo [L,U,3,q3]. Representa uma rotação de um ângulo q3, do SC-U em relação ao SC-L, em torno do eixo Z. Logo, a matriz rotação entre o referencial inercial Z e o braço superior U seria:

$$R_Z^U = R_Z^S R_S^L R_L^U$$

A função `Rmx` do Sophia-Maple retorna a matriz de rotação entre quaisquer sistemas de coordenadas. No Sophia-Maple, escreve-se:

```
> Rmx(Z,U)
```

E obtém-se o resultado:

$$R_Z^U = \begin{pmatrix} c2 c3 - s2 s3 & -c2 s3 - s2 c3 & 0 \\ c1 c2 s3 + c1 s2 c3 & c1 c2 c3 - c1 s2 s3 & -s1 \\ s1 c2 s3 + s1 s2 c3 & s1 c2 c3 - s1 s2 s3 & c1 \end{pmatrix}$$

A matriz acima foi escrita em notação trigonométrica simplificada, em que  $c1$ ,  $s1$ ,  $c2$ ,  $s2$ ,  $\dots$ , e assim por diante, representam as funções senos e cossenos dos ângulos das coordenadas generalizadas  $q1, \dots, q5$ . Para melhor visualização das matrizes e equações, esta notação será utilizada em todo o texto.

### Vetores posição e centros de massa

A segunda etapa é definir os vetores posição dos centros de massa de cada corpo. Para isso, define-se auxiliariamente os vetores posição entre cada sistema de coordenada, desde o referencial inercial SC-Z até o efetuador em SC-T, de acordo com a equação 3.1.

Logo, de maneira geral, pode-se escrever a posição de qualquer ponto pela seguinte relação:

$${}^Z \mathbf{p}^k = {}^Z \mathbf{p}^{k-1} + {}^{k-1} \mathbf{p}^k \quad (3.1)$$

$${}^Z \mathbf{pcm}^k = {}^Z \mathbf{p}^{k-1} + {}^k \mathbf{pcm} \quad (3.2)$$

Onde  ${}^Z \mathbf{p}^k$  é o vetor posição do referencial  $k$  em relação ao referencial inercial  $Z$  e analogamente  ${}^Z \mathbf{pcm}^k$  é o vetor posição do centro de massa do corpo  $k$ , tal que  $k$  varia em  $\{S,L,U,R,B\}$ , os sistemas de coordenadas do robô. No Sophia-Maple é utilizada a notação de Lesser, por meio dos `Evector`, para representar esses vetores, como descrito na seção 2.1.5. Logo, as equações 3.1 são definidas pela seguinte estrutura:

```
> pZ:= Evector(0,0,0,Z);
> for k from corpo[1] to corpo[6] do
```

```

p||k:= p||k-1 &++ Evector(p||k-1||k||x, p||k-1||k||y,
p||k-1||k||z, k-1)
end do:

```

E para as equações 3.2, os centros de massa:

```

> for k from corpo[1] to corpo[6] do
  pcm||k:= p||k &++ Evector(pcm||k||x, pcm||k||y, pcm||k||z, k)
end do:

```

A Figura 3.5 apresenta o ambiente de simulação 3D, criado para facilitar a visualização do posicionamento e movimento das juntas e elos do robô. Definidos os pontos de origem de cada referencial, representa-se os elos do manipulador por uma linha colorida entre os SC's. A ferramenta acoplada é representada por uma linha que se estende desde a origem do pulso até sua extremidade.

Neste ambiente 3D é possível fornecer qualquer configuração de juntas e obter-se um resultado visual de posicionamento e orientação dos elos. A Figura 3.5a ilustra o resultado para a configuração inicial do robô,  $q_1 = \dots = q_6 = 0$ ; e a Figura 3.5b para a configuração  $q_1 = \dots = q_6 = -\pi/2$ .

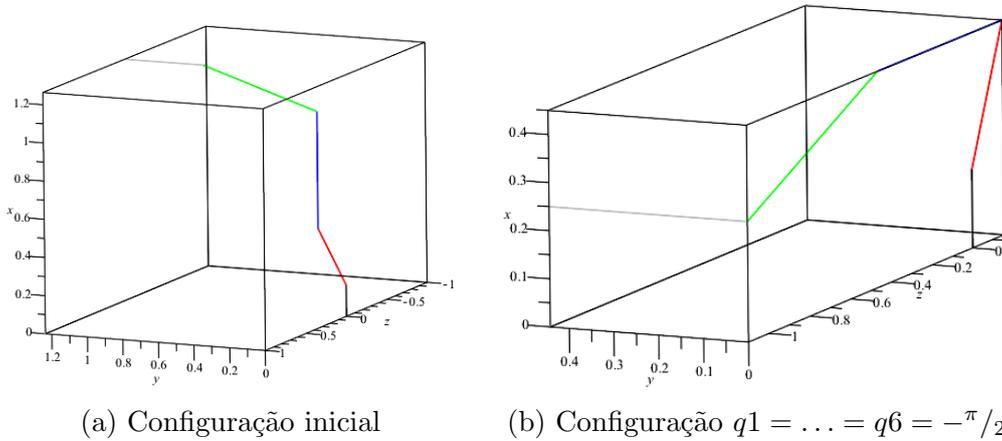


Figura 3.5: Ambiente 3D de visualização do robô

## Velocidades

As velocidades dos centros de massa de cada corpo são calculadas como a derivada do vetor posição com respeito ao referencial inercial. Logo, a derivada da equação 3.2 em  $Z$ :

$$\mathbf{v}^k = \frac{Zd}{dt} \mathbf{pcm}^k \quad (3.3)$$

A função `cdft`, do Sophia realiza a diferenciação vetorial dos `Evector`s com relação ao referencial inercial. Logo, pode-se escrever o seguinte comando para definir as velocidades de cada corpo de acordo com a equação 3.3:

```

> for k from corpo[1] to corpo[6] do
  v||k:= cdft(pcm||k, Z)
end do:

```

As velocidades angulares são a taxa de variação angular das matrizes de rotação entre os referenciais. São definidas as velocidades angulares de cada corpo em relação ao referencial inercial. Pode-se escrever a velocidade angular de uma matriz rotação  $R(t)$  como:

$$\frac{dR}{dt} = S \cdot R(t) \quad (3.4)$$

Onde  $S$  é o tensor velocidade angular associado a  $\omega$ .

$$S = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z(t) & \omega_y(t) \\ \omega_z(t) & 0 & -\omega_x(t) \\ -\omega_y(t) & \omega_x(t) & 0 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

$$\omega = [\omega_x, \omega_y, \omega_z] \quad (3.6)$$

No Sophia-Maple o tensor  $S$  é calculado através da função `&VtoD`. Por exemplo, o tensor entre os referenciais SC-L e SC-S seria:

$$S_L^Z = \begin{pmatrix} 0 & -\dot{q}2 & -\sin(q2) \dot{q}1 \\ \dot{q}2 & 0 & -\cos(q2) \dot{q}1 \\ \sin(q2) \dot{q}1 & \cos(q2) \dot{q}1 & 0 \end{pmatrix}$$

Pode-se ainda fazer o uso da função `aV` que calcula diretamente o vetor velocidade angular  ${}^A\omega^B$  entre dois referenciais. O que retornaria, para o exemplo proposto, o seguinte vetor:

$${}^Z\omega^L = [-\dot{q}1, \sin(q1) \dot{q}2, -\cos(q1) \dot{q}2]$$

No caso do manipulador, são calculadas as velocidades de cada corpo em relação ao referencial Z. São definidas da seguinte forma:

```

> for k from corpo[1] to corpo[6] do
  w||k:= aV(Z, corpo[k])
end do:

```

Finalmente, escreve-se o vetor Velocidades Generalizadas, que nada mais é que um `Kvector` formado pela lista de `Evector`s referente às velocidades lineares e angulares calculadas. Logo, o vetor velocidades generalizadas tem a seguinte forma:

$$\mathbf{v}_g = [\mathbf{v}^S, \dots, \mathbf{v}^T, \omega^S, \dots, \omega^T] \quad (3.7)$$

Onde cada termo do **Kvector** é um **Evector** da velocidade generalizada.

### Hiperplano tangente

Uma vez que as velocidades generalizadas foram definidas pode-se obter o conjunto de vetores tangentes, pelo cálculo das velocidades parciais, que formam o chamado hiperplano tangente,  $\tau$ , conforme demonstrado na seção 2.1.5.

A função **KMtangents** do Sophia-Maple obtém os termos que formam os vetores tangentes em **Kvectors** para cada coordenada generalizada. O conjunto que forma o hiperplano tangente introduz uma estrutura do Sophia, dos super **Kvectors**, ou **SKVector**. Esta estrutura facilitará a projeção das equações dinâmicas no hiperplano tangente. Logo, para o manipulador escreve-se simplesmente:

```
> tau:= KMtangents(vK,u,6):
```

### 3.2.3 Dinâmica

Definida a cinemática direta do manipulador, deseja-se obter as forças de inércia e externas generalizadas que fornecerão as equações de movimento do sistema.

#### Parâmetros de inércia do manipulador robótico

Os parâmetros de inércia são a massa e o momento de inércia de cada corpo do sistema. É importante notar que não é possível obter um modelo dinâmico preciso apenas com as informações contidas nos manuais e fichas técnicas do robô. Infelizmente os parâmetros de inércia individuais de cada corpo não são fornecidos pelos fabricantes e, portanto, serão estimados pelo método a seguir.

Do manual do MOTOMAN MH12 [71], informa-se a massa total do robô, de 130 kg. Também é disponibilizado, diretamente pelo fabricante, um modelo CAD com ótimo detalhamento de cada corpo individualmente.

Pelo modelo CAD no programa SolidWorks é possível obter o volume  $V_k$  de cada elo  $k$  em separado. Com isso, calcula-se a massa específica média do robô, de acordo com a equação 3.8.

$$\rho_m = M_{total} \sum_{k=Z}^T V_k, \quad k = Z, S, L, U, R, B, T \quad (3.8)$$

Em seguida, estima-se a massa de cada corpo, calculada pelo produto da massa específica média  $\rho_m$  e o seu volume, de acordo com a equação 3.9.

$$m_k = \rho_m \cdot V_k, \quad k = Z, S, L, U, R, B, T \quad (3.9)$$

A massa da ferramenta acoplada ao efetuador foi obtida de forma precisa, pelo projeto do suporte, e informação do fabricante do dispositivo HVOF. A Tabela 3.2 apresenta os resultados da massa estimada em cada corpo:

Tabela 3.2: Resultado do cálculo da massa de cada corpo

Corpo	Volume [ $m^3$ ]	Massa [kg]
Z	0,01595	40,5
S	0,01443	36,7
L	0,00579	14,7
U	0,00997	25,3
R	0,00399	10,1
B	0,00100	2,5
T	0,00005	0,13
Ferramenta	-	5,97
<b>Volume total =</b>	0,05119	$m^3$
$\rho_m =$	2540	$kg/m^3$

Para este modelo dinâmico, não será utilizada a última junta do robô, como foi explicado na seção 3.2.1. Assim, para os corpos “B, T e Ferramenta”, as propriedades de massa e momento de inércia podem ser somadas e condensadas em uma única descrição.

A partir deste ponto do texto, estes 3 últimos corpos serão tratados como um único corpo e será utilizada a denominação do corpo B para representar esse conjunto.

Do modelo CAD do MH12 também é possível extrair as posições do centro de massa e momentos de inércia de cada elo. Como foi considerado que a massa é distribuída homogeneamente no volume de cada corpo, resulta-se numa posição estimada do centro de massa. A Tabela 3.3 resume os valores encontrados para a posição do centro de massa com respeito ao referencial local de cada elo e a Figura 3.6 ilustra a posição aproximada.

Tabela 3.3: Posição do centro de massa de cada corpo

Corpo	x [m]	y [m]	z [m]
Z	0,079	-0,050	0,000
S	0,124	0,027	0,008
L	0,281	-0,025	-0,115
U	0,123	0,115	-0,025
R	0,039	-0,224	0,004
B	-0,011	0,146	0,000

O SolidWorks calcula os momentos de inércia obtidos no centro de massa e alinhados ao sistema de coordenadas local de cada elo. O resultado do cálculo dos

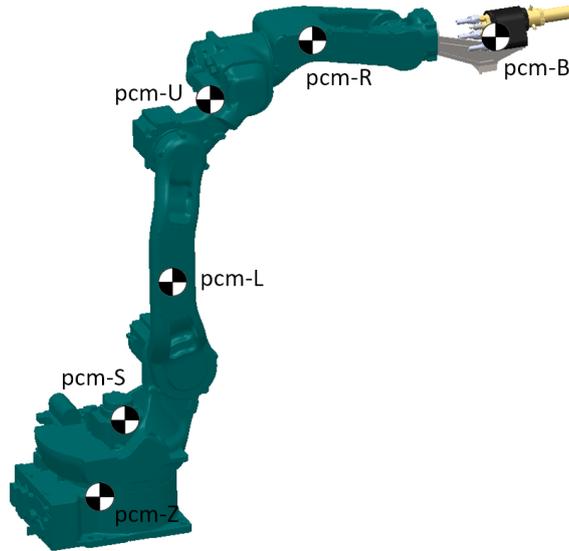


Figura 3.6: Posição aproximada dos centros de massa

momentos de inércia são apresentados a seguir.

$$\begin{aligned}
 InZ &= \begin{pmatrix} 0,811 & 0,293 & 0,091 \\ 0,293 & 0,695 & 0,064 \\ 0,091 & 0,064 & 0,923 \end{pmatrix} & InS &= \begin{pmatrix} 0,811 & 0,293 & 0,091 \\ 0,293 & 0,695 & 0,064 \\ 0,091 & 0,064 & 0,923 \end{pmatrix} \\
 InL &= \begin{pmatrix} 0,051 & -0,008 & -0,032 \\ -0,008 & 0,791 & 0,011 \\ -0,032 & 0,011 & 0,798 \end{pmatrix} & InU &= \begin{pmatrix} 0,314 & 0,149 & -0,077 \\ 0,149 & 0,367 & -0,057 \\ -0,077 & -0,057 & 0,418 \end{pmatrix} \\
 InR &= \begin{pmatrix} 0,173 & -0,014 & 0,001 \\ -0,014 & 0,052 & 0,004 \\ 0,001 & 0,004 & 0,148 \end{pmatrix} & InB &= \begin{pmatrix} 0,235 & -0,018 & 0,0 \\ -0,018 & 0,039 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,243 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

No Sophia-Maple estes tensores são construídos com a função `EinertiaDyad`, que aproveita o fato dos tensores de inércia serem simétricos e recebe 6 argumentos para os termos da matriz e um para especificar o sistema de coordenadas de referência em que foi obtido o tensor. Define-se portanto cada tensor da seguinte forma:

```

> for i from corpo[1] to corpo[6] do
  In||(corpo[i]):= EinertiaDyad(
  In||(corpo[i])||11, In||(corpo[i])||22,
  In||(corpo[i])||33, In||(corpo[i])||12,
  In||(corpo[i])||13, In||(corpo[i])||23, sc[i])
end do:

```

## Quantidade de Movimento e Quantidade de Movimento Angular

Para o cálculo das forças de inércia, calcula-se a Quantidade de Movimento  $G$  e a Quantidade de Movimento Angular  $H$ , para cada corpo, de acordo com as equações 3.10 e 3.11.

$$\mathbf{G}_k = m_k \cdot \mathbf{v}_k \quad (3.10)$$

$$\mathbf{H}_k = I n_k \cdot \boldsymbol{\omega}^k \quad (3.11)$$

## Forças de Inércia

As forças de inércia são a derivada temporal das quantidades de movimento, com respeito ao referencial inercial  $Z$ , conforme descrito pelas equações 3.12 e 3.13.

$$\dot{\mathbf{G}}_k = \frac{Z d}{dt} (m_k \cdot \mathbf{v}_k) \quad (3.12)$$

$$\dot{\mathbf{H}}_k = \frac{Z d}{dt} (I n_k \cdot \boldsymbol{\omega}^k) \quad (3.13)$$

No Sophia-Maple, obtém-se primeiro os vetores quantidade de movimento e, em seguida. Constrói-se o Kvector das quantidades de movimento generalizadas através da função  $KM$ , e armazena este na variável  $KMG$ . Por fim, é usada a função  $Kfdt$  para diferenciação temporal das quantidades de movimento generalizadas e obtenção do vetor das Forças de Inércia,  $FIN$ .

```
> for i from 1 to 6 do
  G||corpo[i]:= m||corpo[i] &** v||corpo[i]
end do: # Define as Quantidades de Movimento

> for i from 1 to 6 do
  H||corpo[i]:= In||corpo[i] &** w||corpo[i]
end do: # Define as Quantidades de Movimento Angular

> KMG:= subs(kde, KM[G||corpo, H||corpo]):
# Define o Kvector das Quantidades de Movimento generalizadas

> FIN:= subs(kde, Z Kfdt KMG):
# Define o Kvector das Forças de Inércia
```

## Forças Externas

Uma das vantagens do método de Kane é não ser necessário avaliar as forças internas, ou de restrição entre os corpos dos sistema. O motivo é que, ao se projetarem as equações de equilíbrio dinâmico no hiperplano tangente,  $\tau$ , essas forças desaparecem.

Logo, apenas as forças externas precisam ser modeladas para obter as equações de movimento. No modelo do braço robótico, estas forças são o peso, os torques das juntas e os torques de controle PID, em cada elo.

A força peso atua aplicada ao centro de massa de cada corpo  $k$  e é calculada pela equação 3.14:

$$\mathbf{Peso}_k = m_k \cdot \mathbf{g} \quad (3.14)$$

Onde  $\mathbf{g}$  refere-se ao vetor da aceleração da gravidade, que atua sempre no sentido de  $-x$  no referencial inercial SC-Z. É definido como:

$$\mathbf{g} = [-9,81, 0, 0]^Z \quad (3.15)$$

Os momentos externos são formados pelos torques dos atuadores em cada junta e também os torques de controle PID. Neste momento é válido acrescentar uma explicação rápida sobre a modelagem do controlador PID.

### Parâmetros de controle PID com compensação da gravidade

Para que o robô realize a tarefa, é necessário seguir a trajetória previamente planejada. Uma trajetória pode ser simplesmente um conjunto de posições e velocidades de referência de cada junta, que variam no tempo, como foi abordado na seção 2.1.3. A variação das posições se dá pelo acionamento dos torques em cada junta, que deve ser controlado para seguir a trajetória planejada.

Os fabricantes de robôs comerciais infelizmente não fornecem detalhes sobre o método nem os parâmetros de controle utilizados. Com o propósito de simular o controle do manipulador decidiu-se pela simplicidade do método de controle PID.

Para utilização deste método em manipuladores robóticos é necessário modelar os torques de compensação da gravidade em cada corpo, que varia de acordo com a configuração das juntas. Estes serão denominados torques de freio, já que para qualquer configuração estes torques anulam o efeito do peso dos elos, atuando nas juntas do robô. A equação geral para os torques de freio pode ser escrita como:

$$\mathbf{Tb}_k = \mathbf{p} \mathbf{c} \mathbf{m}_k \times (m_k \cdot \mathbf{g}) + \mathbf{p}^k \times \left( \sum_{r=k+1}^B m_r \cdot \mathbf{g} \right) \quad (3.16)$$

Logo, define-se as equações dos torques de controle para cada junta, em função da diferença entre os parâmetros instantâneos e os de referência. O subíndice  $k$  representa a lista de juntas, localizada na origem de cada SC, variando em {S,L,U,R,B} e o subíndice  $i$  o número da coordenada generalizada associada.

$$PID_k = Kp(q_i - q_i^{ref}) + Ti \int_{t_1}^{t_2} (q_i - q_i^{ref}) dt + Td(u_i - u_i^{ref}) \quad (3.17)$$

Os parâmetros de controle PID são formados pelas variáveis proporcional, integral e derivativa,  $K_p$ ,  $T_d$  e  $T_i$  respectivamente. Esses parâmetros foram sintonizados para cada junta individualmente, fazendo-se simulações de resposta para uma função degrau de referência.

Como resultado da análise, encontrou-se os melhores resultados para o conjunto de parâmetros apresentados na Tabela 3.4:

Tabela 3.4: Parâmetros de controle PID em cada junta

Junta	$K_p$ [kNm]	$T_i$ [kNm]	$T_d$ [kNm]
S	2	8	1
L	4	8	1
U	4	8	1
R	2	1	0,15
B	2	1	0,15

A Figura 3.7 apresenta o resultado dinâmico para os valores encontrados considerando uma função degrau de referência de  $\pi/2$ , em  $t = 0$  s, para todas as juntas.

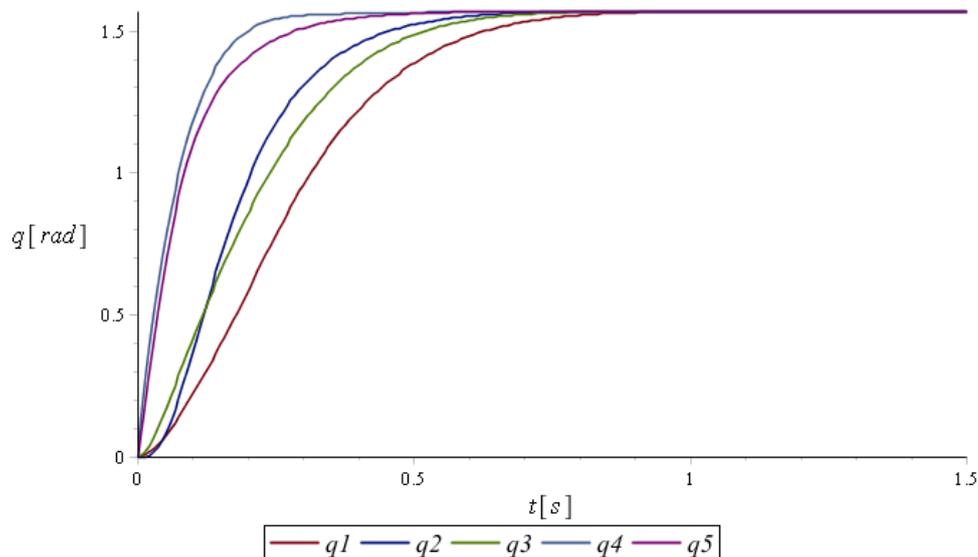


Figura 3.7: Resposta a uma função degrau de  $\pi/2$

No Sophia-Maple declara-se os torques de controle representados na equação 3.17 da seguinte forma:

```
> for k from 1 to 5 do
  PID_||corpo[k] := Kp*(q||k - q||k||ref) +
  + Ti*int(q||k - q||k||ref, t) + Td*(u||k - u||k||ref)
end do:
```

## Momentos Externos

Para obter os momentos externos que atuam em cada corpo, o primeiro passo é definir os torques que atuam em cada junta. Para eliminar os momentos causados pelas forças *Peso*, avaliou-se os torques das juntas com respeito ao centro de massa de cada corpo. As equações 3.18 a 3.22 descrevem os torques externos e de controle que atuam em cada junta.

$$\mathbf{TjZS} = (TZS - PID_S) \cdot [1, 0, 0]^Z \quad (3.18)$$

$$\mathbf{TjSL} = (TSL - PID_L) \cdot [0, 0, 1]^S \quad (3.19)$$

$$\mathbf{TjLU} = (TLU - PID_U) \cdot [0, 0, 1]^L \quad (3.20)$$

$$\mathbf{TjUR} = (TUR - PID_R) \cdot [0, 1, 0]^L \quad (3.21)$$

$$\mathbf{TjRB} = (TRB - PID_B) \cdot [0, 0, 1]^B \quad (3.22)$$

As equações 3.23 a 3.28 calculam o somatório dos momentos externos em cada corpo. Nota-se que o torque aplicado em qualquer junta causa um par de torques de ação e reação nos elos adjacentes. As variáveis  $Mex_k$  são vetores que representam o momentos externos resultante em cada corpo.

$$\mathbf{Mex_Z} = -\mathbf{TjZS} \quad (3.23)$$

$$\mathbf{Mex_S} = \mathbf{TjZS} - \mathbf{TjSL} - \mathbf{TbS} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{Mex_L} = \mathbf{TjLU} - \mathbf{TjSL} - \mathbf{TbL} \quad (3.25)$$

$$\mathbf{Mex_U} = \mathbf{TjUR} - \mathbf{TjLU} - \mathbf{TbU} \quad (3.26)$$

$$\mathbf{Mex_R} = \mathbf{TjRB} - \mathbf{TjUR} - \mathbf{TbR} \quad (3.27)$$

$$\mathbf{Mex_B} = -\mathbf{TjRB} - \mathbf{TbB} \quad (3.28)$$

No Sophia-Maple os vetores dos momentos externos resultantes são armazenadas em *Evector*. A sequência de equações 3.18 a 3.28 torna-se:

```
> # Torques nas juntas
> TjZS:= Evector(TZS - PID_S, 0, 0, S)
> TjSL:= Evector(0, 0, TSL - PID_L, L)
> TjLU:= Evector(0, 0, TLU - PID_U, U)
> TjUR:= Evector(0, TUR - PID_R, 0, R)
> TjRB:= Evector(0, 0, TUR - PID_B, B)

> # Momentos externos em cada elo
> for k from 1 to 5 do
    Mex||k:= Tj||k-1||k - Tj||k||k+1
```

end do:

```
> MexB:= - TjRB:
```

As forças e momentos externos podem ser agrupadas em um único vetor para auxiliar a projeção destas em  $\tau$ . Novamente, faz-se uso da função `KM`, o que retorna um `Kvector` contendo todas as forças e momentos, descritos em cada sistema de referência.

```
> FEX:= KM[Fex||corpo, Mex||corpo]:
```

A Figura 3.8 ilustra, em vista explodida, o equilíbrio das forças e momentos externos em cada elo do manipulador.

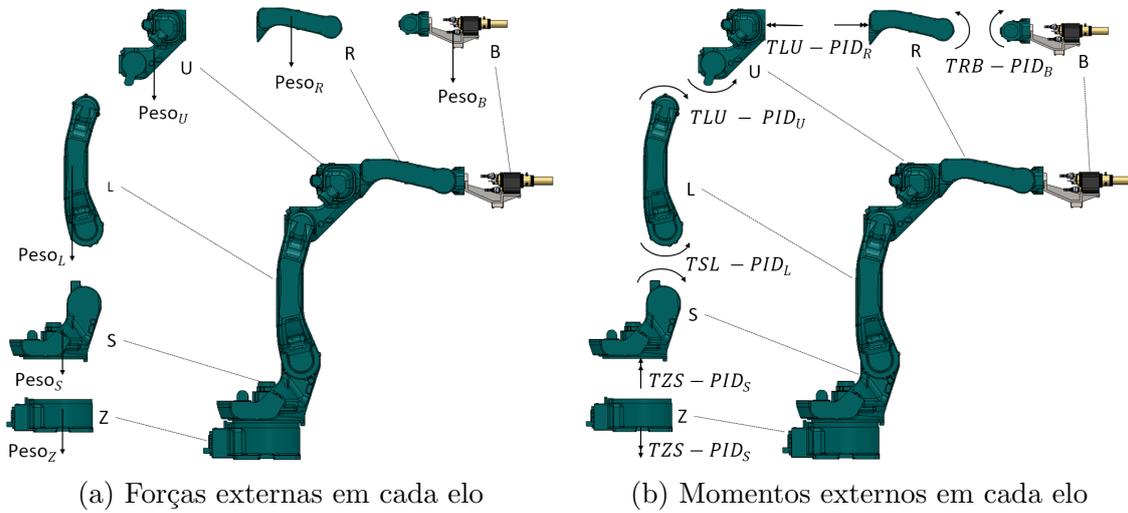


Figura 3.8: Sistema de forças externas

### Forças de Inércia e Forças Externas Generalizadas

Estas são as forças externas e de inércia `FEX` e `FIN`, quando projetadas no hiperplano tangente,  $\tau$ . Para a projeção, faz-se uso da função `&kane`, do `Sophia-Maple`, o que retorna as equações implícitas generalizadas de cada corpo:

```
> FEXg:= tau &kane FEX:
```

```
> FINg:= tau &kane FIN:
```

### Equações de Movimento

Finalmente, as equações de movimento são formadas pelo equilíbrio dinâmico entre as forças externas e externas generalizadas obtidas da projeção em  $\tau$ , de acordo com a equação 3.29:

$$(FINg - FEXg)_k = 0 \quad (3.29)$$

O subíndice  $k$  representa a lista de corpos  $\{Z, S, L, U, R, B\}$ . Como o corpo  $Z$  está fixo no referencial inercial  $SC-Z$ , sua equação de movimento torna-se a solução trivial  $0 = 0$  e portanto, não fará parte do sistema. Obtém-se então um conjunto de 5 equações de movimento, associadas aos 5 gdl do robô.

No Sophia-Maple atribui-se o conjunto de equações 3.29 à variável `kane`, formando uma lista das equações de movimento. Portanto:

```
> kane := FING - FEXg = 0
```

As equações denominadas *kinematic differential equations*, ou `kde`, completam o sistema de equações diferenciais que descrevem o movimento do robô. Para os 5 graus de liberdade do manipulador, tem-se 5 `kde`. As equações 3.30 a 3.34 descrevem o `kde`:

$$u_1(t) = \frac{d}{dt}q_1(t) \quad (3.30)$$

$$u_2(t) = \frac{d}{dt}q_2(t) \quad (3.31)$$

$$u_3(t) = \frac{d}{dt}q_3(t) \quad (3.32)$$

$$u_4(t) = \frac{d}{dt}q_4(t) \quad (3.33)$$

$$u_5(t) = \frac{d}{dt}q_5(t) \quad (3.34)$$

Somando-se esse sistema às equações de movimento e atribuindo à variável `eq_mov`, no Sophia-Maple:

```
> eq_mov := kane union kde:
```

Logo, tem-se um sistema de 10 equações diferenciais ordinárias, não-lineares (equações 3.29 a 3.34), cujas incógnitas são as coordenadas generalizadas  $q_1(t), \dots, q_5(t)$  e as velocidades angulares  $u_1(t), \dots, u_5(t)$ .

Vale ressaltar que, para o sistema de apenas 5 equações de movimento simbólicas associadas aos 5 graus de liberdade, as expressões são extensas demais para serem representadas neste texto, o que ocuparia diversas páginas e obviamente não traria nenhum valor à discussão deste tópico. Por isso, limita-se a representação do sistema à equação 3.29.

A função `cost` do Maple retorna o número de operações algébricas e de funções de uma determinada equação ou sistema de equações e dá ao usuário um parâmetro para avaliar o tamanho das expressões e o custo computacional do modelo. Para se ter uma ideia, o custo do sistema de equações de movimento, representado na forma puramente simbólica em 3.29, tem a seguinte estrutura:

18171 *somas* + 59804 *multiplicações* + 39998 *funções*

Porém, lembra-se que o sistema é puramente simbólico, e até então não foram substituídos os parâmetros numéricos do robô. Este procedimento simplifica o sistema, porque muitos termos são zerados e desaparecem. Além disso, é possível fazer uso da função `simplify` do Maple, que é um poderoso conjunto de rotinas para simplificação algébrica de expressões. Fazendo uso desta função e da substituição dos parâmetros numéricos nas equações de movimento, obtemos o novo custo algébrico das equações:

5676 *somas* + 6992 *multiplicações* + 1835 *funções*

Nota-se a grande vantagem de realizar este procedimento, porque ao reduzir-se drasticamente o número de termos e funções, reduz-se também o custo computacional e por consequência o tempo para o cálculo da solução.

### Problema de Valor Inicial – PVI

Para resolver o sistema diferencial é necessário fornecer as condições de contorno do problema. Como as equações estão no domínio do tempo, são fornecidas as condições iniciais das variáveis de estado  $q_1(0), \dots, q_5(0)$  e  $u_1(t), \dots, u_5(0)$ .

Será adotado neste modelo que qualquer trajetória será iniciada a partir da configuração inicial do robô, ou seja:

$$q_1(0) = \dots = q_5(0) = u_1(0) = \dots = u_5(0) = 0 \quad (3.35)$$

O sistema completo será portanto formado pelas 10 equações de movimento diferenciais e não lineares (3.29 a 3.34), com as 10 equações de valor inicial definidas em 3.35.

Para definir esse sistema no Sophia-Maple, primeiro cria-se a lista com as equações de valor inicial e então adiciona-as ao sistema, utilizando a função `union`:

```
> cond_ini:= {seq(q||i(0) = 0, i=1..5), seq(u||i(0) = 0, i=1..5)}  
> sistema:= eq_mov union condini:
```

A solução deste sistema depende ainda da definição dos seguintes parâmetros:

- Torques nas juntas: TZS, TSL, TLU, TUR, TRB
- Coordenadas de referência dos ângulos de juntas:  
 $q_{1ref}, q_{2ref}, q_{3ref}, q_{4ref}, q_{5ref}$

- Velocidades angulares de referências das juntas:

$$u_{1ref}, u_{2ref}, u_{3ref}, u_{4ref}, u_{5ref}$$

A trajetória efetuada pelo manipulador é então consequência da solução do sistema, para um conjunto de parâmetros fornecidos. Para realizar uma trajetória desejada, deve-se fornecer os parâmetros de referência e torques das juntas ao longo do tempo que resultam naquela trajetória.

Se tal trajetória é descrita pela posição e orientação da ferramenta acoplada ao último elo do manipulador, os parâmetros das juntas, tais que a ferramenta segue aquela trajetória, devem ser determinados pelo cálculo da Cinemática Inversa.

### 3.2.4 Cinemática Inversa

Conforme visto na seção 2.1.2, a solução da cinemática inversa para este tipo de manipulador pode ser resolvida pelo método geométrico considerando o modelo de-sacoplado para posição e orientação. Logo, resume-se em encontrar os parâmetros das juntas  $q_1, q_2, q_3$  que satisfazem a posição do pulso e  $q_4, q_5, q_6$  que satisfazem a orientação da ferramenta.

A pose final da ferramenta pode ser expressa em termos dos parâmetros de posição e de orientação, de acordo com a equação 3.36.

$$\mathbf{x}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_f \\ \mathbf{\Phi}_f \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Onde:

$${}^Z \mathbf{p}_f = [x_f, y_f, z_f]^Z \quad (3.37)$$

$${}^Z \mathbf{\Phi}_f = [\phi, \theta, \psi]^Z \quad (3.38)$$

#### Cálculo da posição do pulso

A primeira tarefa é calcular a posição da ferramenta em termos das coordenadas generalizadas. Como visto na seção 2.1.2, pode-se expressá-la convenientemente pela posição da origem do pulso, porque esta só depende das coordenadas  $q_1, q_2$  e  $q_3$ .

A posição da ponta da ferramenta,  $p_f$ , é então a posição da origem do pulso,  $p_w$  em SC-R, somada ao vetor das dimensões da ferramenta, no referencial SC-B:

$${}^Z \mathbf{p}_f = \mathbf{p}_w + [d_x, d_y, d_z]^B \quad (3.39)$$

A Figura 3.9 ilustra os vetores posição do pulso e posição da ferramenta do manipulador MH12.

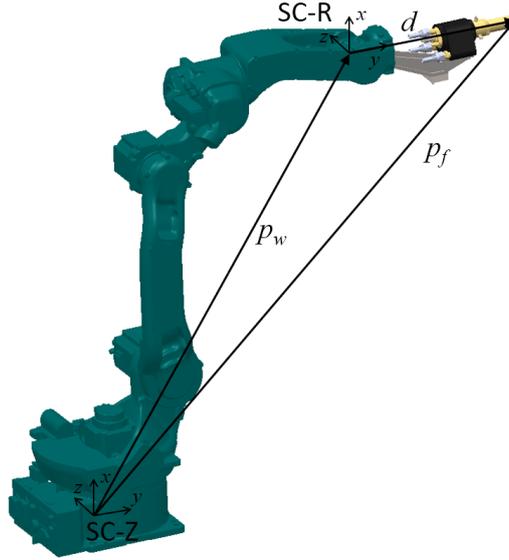


Figura 3.9: Posições do pulso e da ferramenta

Pelo desenvolvimento da cinemática direta, na seção 3.2.2, pode-se expressar a posição de qualquer ponto da cadeia cinemática em um dado referencial. Como o pulso tem origem no sistema de coordenadas SC-R, então:

$$\mathbf{p}_w = {}^Z \mathbf{p}^R \quad (3.40)$$

Recorrendo às equações 2.30 a 2.32, desenvolvidas na seção 2.1.2, pelo método geométrico, tem-se:

$$\begin{aligned} q1 &= \text{atan2}(z_w, y_w) - \text{atan2}(d, \pm\sqrt{y_w^2 + z_w^2 - d^2}) \\ q2 &= \text{atan2}(r, s) - \text{atan2}(\pm\sqrt{1 - E^2}, E) \\ q3 &= \text{atan2}(\pm\sqrt{1 - D^2}, D) - \frac{\pi}{2} + \text{atan2}(h, a3) \end{aligned}$$

Onde:

$$\begin{aligned} D &= \frac{r^2 + s^2 - a2^2 - a3^2}{2 \cdot a2 \cdot a3} \\ E &= -\frac{a3^2 - a2^2 - r^2 - s^2}{2 \cdot a2 \cdot \sqrt{r^2 + s^2}} \end{aligned}$$

Uma análise das expressões acima permite relacionar os termos geométricos do robô com os parâmetros do MOTOMAN MH12. Substituiu-se portanto estes termos de acordo com as relações:

$$r = \sqrt{x_w^2 + y_w^2 - d^2} - pSLy \quad (3.41)$$

$$s = x_w - (pZSx + pSLx) \quad (3.42)$$

$$d = 0 \quad (3.43)$$

$$h = pURx \quad (3.44)$$

$$a2 = pLUx \quad (3.45)$$

$$a3n = pURy \quad (3.46)$$

$$a3 = \sqrt{h^2 + a3n^2} \quad (3.47)$$

E obtém-se:

$$q1 = \text{atan2}(z_w, y_w) \quad (3.48)$$

$$q2 = \text{atan2}(\sqrt{y_w^2 + z_w^2} - pSLy, x_w - pZSx - pSLx) \\ - \text{atan2}(\pm\sqrt{-E^2 + 1}, E) \quad (3.49)$$

$$q3 = \text{atan2}(\pm\sqrt{-D^2 + 1}, D) - \pi/2 + \text{atan2}(pURx, pURy) \quad (3.50)$$

Onde:

$$D = \frac{1}{2} \frac{-pLUx^2 - pURx^2 - pURy^2 + (\sqrt{y_w^2 + z_w^2} - pSLy)^2 + (x_w - pZSx - pSLx)^2}{pLUx \sqrt{pURx^2 + pURy^2}} \quad (3.51)$$

$$E = -\frac{1}{2} \frac{-pLUx^2 + pURx^2 + pURy^2 - (\sqrt{y_w^2 + z_w^2} - pSLy)^2 - (x_w - pZSx - pSLx)^2}{pLUx \left[ (\sqrt{y_w^2 + z_w^2} - pSLy)^2 + (x_w - pZSx - pSLx)^2 \right]^{1/2}} \quad (3.52)$$

Determina-se, portanto, as coordenadas  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$  em função da posição do pulso e dos parâmetros geométricos do robô. Note-se que  $x_w$ ,  $y_w$ ,  $z_w$  são as coordenadas da posição do pulso, no referencial inercial e que para calcular a posição da ferramenta, pela equação 3.40 precisa-se ainda definir sua orientação.

Note-se também que existem 4 soluções para cada posição do pulso. Se considerar-se os limites dos ângulos das juntas do robô, pode-se limitar o número de soluções. Para exemplificar, a Figura 3.10 demonstra duas soluções para a posição  $\mathbf{p}_w = [0, 7, 0, 8, 0]^Z$ : cotovelo para cima em linha cheia e cotovelo para baixo em linha pontilhada.

### Cálculo da orientação da ferramenta

Nesta etapa, deseja-se calcular a orientação da ferramenta, em relação ao referencial inercial. Para isso são utilizados os ângulos  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  para representar os ângulos de Euler das 3 rotações que orientam o referencial do pulso na direção desejada.

Recorrendo novamente ao desenvolvimento da cinemática inversa geral para este

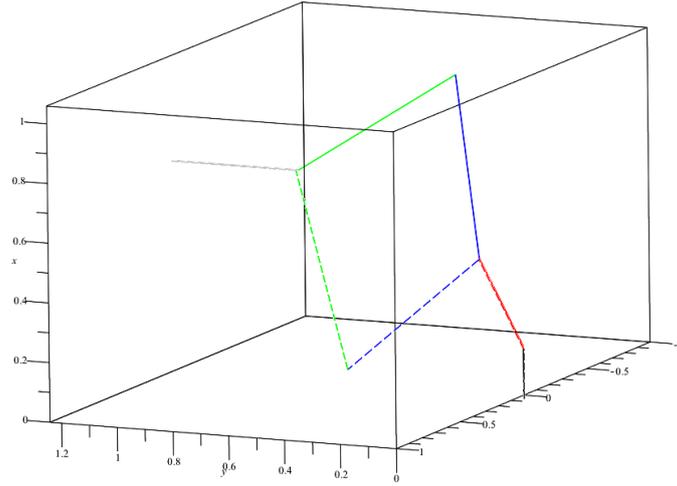


Figura 3.10: Exemplo de duas soluções possíveis para o mesmo ponto

tipo de manipulador, da seção 2.1.2, obteve-se da equação 3.53 a relação:

$$R_U^T = (R_Z^U)^T R_{yzy}$$

Onde  $R_{zyz}$  representa a matriz rotação pelos ângulos de Euler  $\phi, \theta, \psi$ , em torno dos eixos  $Y, Z, Y$  respectivamente.

As matrizes de rotação  $(R_Z^U)^T$  e  $R_U^T$  são calculadas para os valores de  $q_1, q_2$  e  $q_3$  das equações 3.48 a 3.50. Assim, a equação 3.53 fornece um sistema de 9 equações e 6 incógnitas, se consideradas as funções senos e cossenos de  $q_4, q_5$  e  $q_6$  a serem determinadas.

$$\begin{pmatrix} c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6 & -c_4 s_5 & c_4 c_5 s_6 + c_6 s_4 \\ s_5 c_6 & c_5 & s_5 s_6 \\ -c_5 c_6 s_4 - c_4 s_6 & s_4 s_5 & -c_5 s_4 s_6 + c_4 c_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_2 c_3 - s_2 s_3 & -c_2 s_3 - s_2 c_3 & 0 \\ c_1 c_2 s_3 + c_1 s_2 c_3 & c_1 c_2 c_3 - c_1 s_2 s_3 & -s_1 \\ s_1 c_2 s_3 + s_1 s_2 c_3 & s_1 c_2 c_3 - s_1 s_2 s_3 & c_1 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} c\phi c\theta c\psi - s\phi s\psi & -c\phi s\theta & c\phi c\theta s\psi + s\phi c\psi \\ s\theta c\psi & c\theta & s\theta s\psi \\ -s\phi c\theta c\psi - c\phi s\psi & s\phi s\theta & -s\phi c\theta s\psi + c\phi c\psi \end{pmatrix} \quad (3.53)$$

Analisando o lado esquerdo da equação 3.53 pode-se determinar facilmente a solução para  $\cos(q_5)$ , porque este será diretamente o resultado alocado no termo  $[2, 2]$  da matriz  $3 \times 3$  resultante do lado direito da equação, ou seja:

$$\begin{aligned} \cos(q5) = & c2 c3 s\phi s1 s\theta - s\phi s1 s2 s3 s\theta + c\phi c2 s3 s\theta + \\ & + c\phi c3 s2 s\theta + c1 c2 c3 c\theta - c1 s2 s3 c\theta \end{aligned} \quad (3.54)$$

E seu seno é calculado por:

$$\sin(q5) = \sqrt{1 - \cos(q5)^2} \quad (3.55)$$

Logo, utilizando a relação trigonométrica,  $\sin(q5)/\cos(q5) = \tan(q5)$ , e invertendo a função tangente, determina-se:

$$q5 = \text{atan2}(\sqrt{1 - \cos(q5)^2}, \cos(q5)) \quad (3.56)$$

Para determinar  $q4$  analisa-se novamente a matriz  $R_{ij}^T$ . Se dividir o termo [3, 2], multiplicado por  $(-1)$ , pelo termo [1, 2], dos lados esquerdo e direito da equação 3.53, obtém-se uma expressão para  $\tan(q4)$ . Invertendo a função tangente para obter  $q4$ :

$$\begin{aligned} q4 = \text{atan2}(c1 s\phi s\theta - s1 c\theta, [(s\phi s1 s3 - c\phi c3) c2 + s2 (c3 s\phi s1 + c\phi s3)] s\theta + \\ + c1 c\theta (c2 s3 + s2 c3)) \end{aligned} \quad (3.57)$$

Similarmente à solução de  $q4$ , mas desta vez fazendo a divisão dos termos [2, 3] por [2, 1], dos lados esquerdo e direito da equação 3.53, encontra-se  $q6$ :

$$q6 = \text{atan2}(s6, c6) \quad (3.58)$$

Onde:

$$\begin{aligned} s6 = & -c2 c3 s\phi s\psi s1 c\theta + s\phi s\psi s1 s2 s3 c\theta + c\phi c\psi c2 c3 s1 - c\phi c\psi s1 s2 s3 + \\ & - c\phi c2 s\psi s3 c\theta - c\phi c3 s\psi s2 c\theta + c1 c2 c3 s\psi s\theta - c1 s\psi s2 s3 s\theta + \\ & - c\psi c2 s\phi s3 - c\psi c3 s\phi s2 \\ c6 = & -c\psi c2 c3 s\phi s1 c\theta + c\psi s\phi s1 s2 s3 c\theta - c\phi c\psi c2 s3 c\theta - c\phi c\psi c3 s2 c\theta \\ & - c\phi c2 c3 s\psi s1 + c\phi s\psi s1 s2 s3 + c\psi c1 c2 c3 s\theta - c\psi c1 s2 s3 s\theta + \\ & + c2 s\phi s\psi s3 + c3 s\phi s\psi s2 \end{aligned}$$

Com o cálculo dos ângulos  $q4$ ,  $q5$  e  $q6$  é possível determinar totalmente a posição da ponta da ferramenta, pela equação 3.39. Como este ponto está alinhado ao eixo do efetuador, faz-se  $dx = dz = 0$  e  $dy = pBTy$ . Reescrevendo a equação no referencial inercial, as componentes do vetor  ${}^Z\mathbf{p}_f$  são:

$$x_f = [(-c_4 s_5 pBTy + pURx) c_3 + (-c_5 pBTy - pURy) s_3 + pLUx] c_2 + \\ - s_2 (c_5 pBTy + pURy) c_3 + s_3 (c_4 s_5 pBTy - pURx) s_2 + \\ + pZSx + pSLx \quad (3.59)$$

$$y_f = \{[(-c_4 s_5 pBTy + pURx) c_3 + (-c_5 pBTy - pURy) s_3 + pLUx] s_2 + \\ + [(c_5 pBTy + pURy) c_3 - s_3 (c_4 s_5 pBTy - pURx)] c_2 + pSLy\} c_1 + \\ - s_5 s_1 s_4 pBTy \quad (3.60)$$

$$z_f = \{[(-c_4 s_5 pBTy + pURx) c_3 + (-c_5 pBTy - pURy) s_3 + pLUx] s_2 + \\ + [(c_5 pBTy + pURy) c_3 - s_3 (c_4 s_5 pBTy - pURx)] c_2 + pSLy\} s_1 + \\ + c_1 s_4 s_5 pBTy \quad (3.61)$$

Tem-se portanto, pelo conjunto de equações 3.50 a 3.58, a solução cinemática inversa do manipulador MOTOMAN MH12.

### 3.2.5 Tarefa e trajetória

As trajetórias para representar este processo serão simplificadas, pela consideração de que as superfícies são planas e que pode-se representar a trajetória totalmente naquele plano.

A trajetória será modelada por um conjunto de funções de referência no tempo, para cada coordenada generalizada. Portanto, são utilizadas as soluções da cinemática inversa, desenvolvidas na seção anterior. É claro que dependendo da posição e orientação da superfície a ser coberta pelo robô, este assumirá diferentes configurações, que causam excitações diferentes em sua base. Na seção 3.6, dois casos de trajetória para revestimento são analisados, com o objetivo de verificar os efeitos também da trajetória nos erros devido a dinâmica do sistema robô-base.

Para exemplificar os conceitos abordados nesta seção, considere-se a seguinte tarefa para cálculo da trajetória:

#### Trajétória – Exemplo

**Tarefa:** Revestimento por HVOF

**Área:**  $(600 \times 300) \text{ mm}^2$

**Ponto inicial:**  $\mathbf{p}_f = [0, 700, 1, 238, -0, 600]^Z$

**Orientação:**  $\Phi_f = [0, 0, 0]^Z$

**Passo:**  $10 \text{ mm}$

**Número de paralelos:** 50

**Velocidade da ferramenta:**  $40 \text{ m/min}$

De acordo com o exemplo, a orientação do plano da superfície, está alinhado ao sistema de coordenadas inercial e paralelo ao plano  $xz$ . A Figura 3.11 apresenta os 50 paralelos da trajetória ao longo desta região.

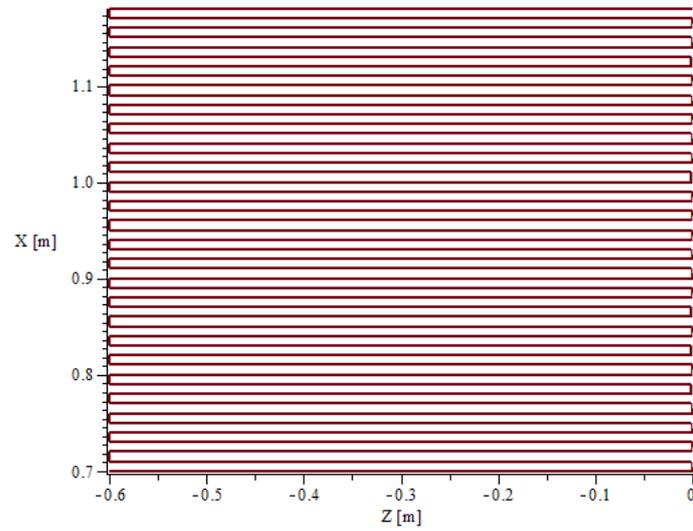


Figura 3.11: Exemplo da trajetória de revestimento de uma região

A Figura 3.12 apresenta essa tarefa no ambiente 3D de simulação, com o robô no início da trajetória.

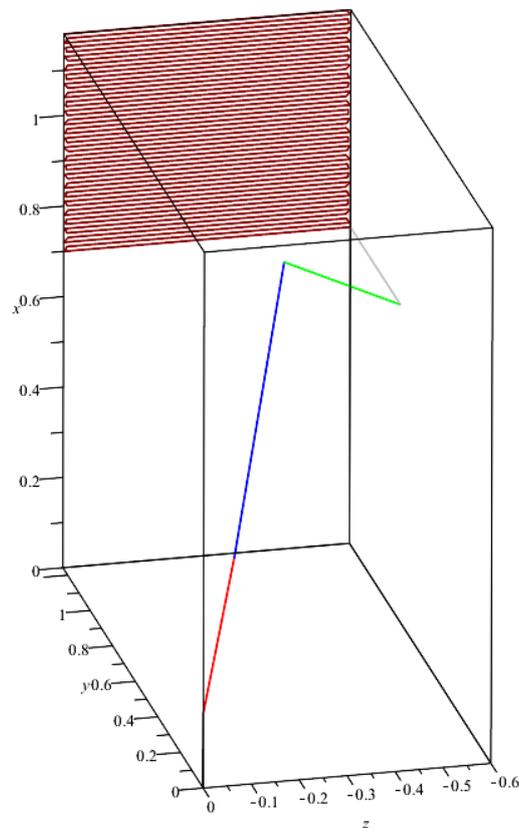


Figura 3.12: Trajetória no ambiente 3D

## Caminho ponto-a-ponto e função da trajetória

O objetivo é determinar a função da trajetória em que robô realiza a tarefa de revestimento. Primeiramente, define-se o conjunto ponto-a-ponto que forma o caminho. A função temporal que liga os pontos do caminho é a trajetória.

Os pontos serão definidos nos vértices em que há mudança de direção da ferramenta, ou seja, no início e fim de cada paralelo. Cada ponto será descrito pela sua posição no ambiente em função do tempo. Logo:

$$\mathbf{p}_i = [ px_i(t), py_i(t), pz_i(t) ]^Z \quad (3.62)$$

Deseja-se que a velocidade da ferramenta entre os pontos seja controlada pelo PID. Então, é preciso que a derivada da função trajetória entre os pontos seja a velocidade desejada. Logo, a função da trajetória entre dois pontos de um mesmo paralelo pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} p_i &= p_{i-1} + v \cdot \Delta t \\ &= p_{i-1} + v \cdot (t - t_{i-1}) \end{aligned} \quad (3.63)$$

Onde  $v$  é a velocidade da ferramenta do ponto  $p_{i-1}$  a  $p_i$  e  $\Delta t$  é a variação de tempo entre o instante  $t$  e o valor do tempo no início da trajetória naquele paralelo  $t_{i-1}$ . A velocidade considerada neste exemplo é de 40 *m/min*.

Pode-se então calcular o intervalo de tempo entre cada ponto do caminho por:

$$\Delta t = \frac{p_i - p_{i-1}}{v} \quad (3.64)$$

Portanto, o tempo associado a cada ponto do caminho é determinado por:

$$t_i = t_{i-1} + \Delta t \quad (3.65)$$

Com as equações 3.63 e 3.65, define-se a função da trajetória para cada paralelo.

Tabela 3.5: Resumo dos pontos e funções trajetória do exemplo

i	$px_i$	$py_i$	$pz_i$	$t_i$	$px_i(t)$	$py_i(t)$	$pz_i(t)$
1	0,70	0,8	-0,6	1,000	0,7	0,8	-0,6
2	0,70	0,8	0	1,900	0,7	0,8	-1,27+0,67t
3	0,71	0,8	0	1,915	-0,57+0,67t	0,8	0
4	0,71	0,8	-0,6	2,815	0	0,8	1,27-0,67t
5	0,72	0,8	-0,6	2,830	-1,167+.67t	0,8	-0,6
6	0,72	0,8	0	3,730	0,72	0,8	-2,487+0,67t
7	0,73	0,8	0	3,745	-1,77+0,67t	0,8	0
8	0,73	0,8	-0,6	4,645	0,73	0,8	2,497-0,67t

A Tabela 3.5 apresenta os termos do vetor posição da equação 3.62 e as funções trajetória para os primeiros 4 paralelos do exemplo. A Figura 3.13 ilustra os pontos indicados na tabela no gráfico da trajetória.

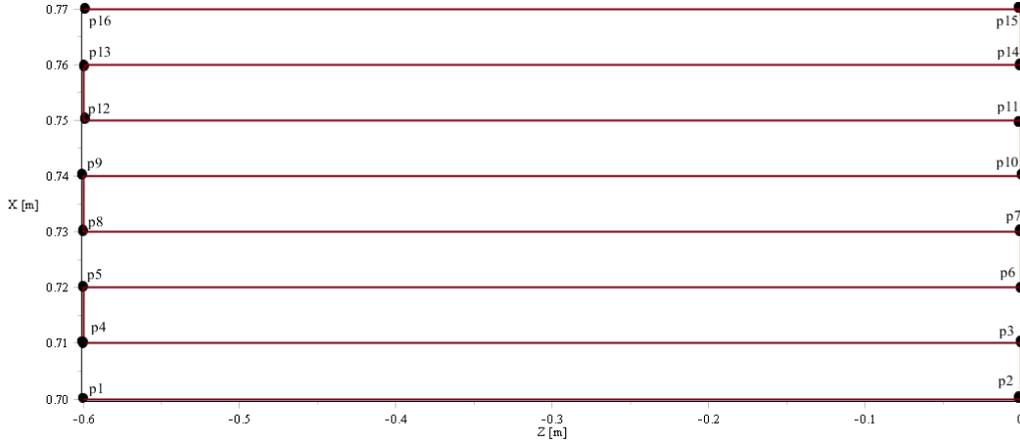


Figura 3.13: Os pontos do caminho dos 8 primeiros paralelos

### ***Piecewise function e cinemática inversa***

As funções  $px_i(t)$ ,  $py_i(t)$  e  $pz_i(t)$ , podem ser tratadas como uma única função, através do uso do comando `piecewise`, no Maple. Os argumentos deste comando são simplesmente as funções contidas em cada intervalo de tempo, resultando em uma função única, dividida por partes, sem necessidade de serem contínuas. A vantagem é que essas funções podem ser derivadas, sendo reconhecido que na descontinuidade a função é indefinida. Outra vantagem é que pode ser utilizada diretamente para calcular, por meio da cinemática inversa, as funções das coordenadas generalizadas que descrevem o conjunto de posições, para todo o intervalo de tempo.

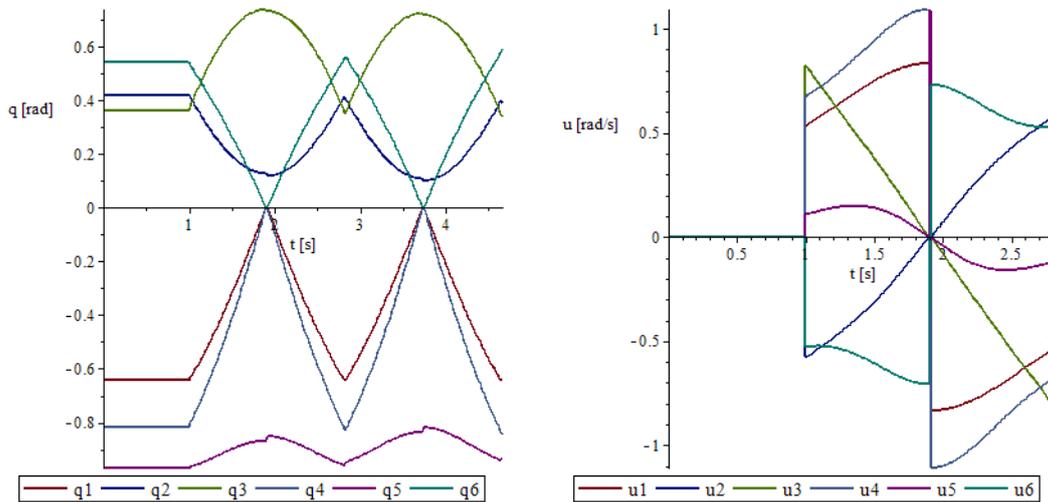
No Maple, a função *piecewise* resultante tem a seguinte forma:

$$p_{piecewise} = \begin{cases} p0 & t < t1 \\ p1 & t < t2 \\ p2 & t < t3 \\ p3 & t < t4 \\ p4 & otherwise \end{cases} \quad (3.66)$$

Pelas equações 3.50 a 3.58 foram definidas as coordenadas generalizadas  $q1$  a  $q6$  em função da posição da ferramenta,  ${}^Z\mathbf{p}_f$ . Logo, basta substituir a função *piecewise* de cada termo de  ${}^Z\mathbf{p}_f$  em  $q1$  a  $q6$  para obter o resultado da cinemática inversa por partes, ou intervalos de tempo.

Esta nova função será utilizada como parâmetro de entrada no modelo dinâmico,

para as coordenadas de referência  $q_{1ref}$  a  $q_{5ref}$ . Isso faz com que o controle PID forneça os torques para atingir estas coordenadas ao longo do tempo e assim perseguir a trajetória determinada. A Figura 3.14 apresenta o gráfico do resultado da cinemática inversa utilizando as função *piecewise* para a posição e velocidade da ferramenta durante os primeiros 8 paralelos da tarefa.



(a) Resultado cinemático dos ângulos de referência

(b) Resultado cinemático das velocidades de referência

Figura 3.14: Resultados cinemáticos do exemplo de trajetória

### 3.2.6 Modelo teórico MBS – Robô

Nas seções anteriores foram desenvolvidas as equações simbólicas da cinemática direta, cinemática inversa e dinâmica do manipulador robótico. Gerou-se portanto um modelo dinâmico (MBS) do robô, tal que é possível realizar simulações de qualquer tarefa que se desejar. Para isso, são listadas as seguintes etapas:

1. Definir os sistemas de coordenadas locais dos elos do manipulador;
2. Definir as coordenadas generalizadas do sistema;
3. Fornecer os parâmetros de geometria e inércia do robô;
4. Definir os parâmetros do controlador PID;
5. Fornecer os requisitos da tarefa (no caso do revestimento: orientação, velocidade, passo);
6. Definir os pontos do caminho a ser percorrido pela ferramenta, pela cinemática inversa;

7. Calcular a trajetória e fornecer as coordenadas de referência no modelo dinâmico direto;
8. Executar a simulação da tarefa.

Utiliza-se novamente o exemplo dado na seção 3.2.5 para demonstrar os resultados obtidos pelo modelo MBS. Dada a tarefa de revestimento do exemplo, realiza-se a simulação do modelo dinâmico com os valores de referência calculados pela cinemática inversa. Os resultados apresentados resumem-se apenas aos 4 primeiros paralelos, a fim de facilitar a visualização.

Este modelo MBS conta com uma animação do movimento do robô realizando a trajetória, onde a posição da ferramenta deixa um rastro a partir do início da trajetória planejada. A sequência de Figuras 3.15 fornece alguns quadros da animação, em 4 instantes de tempo.

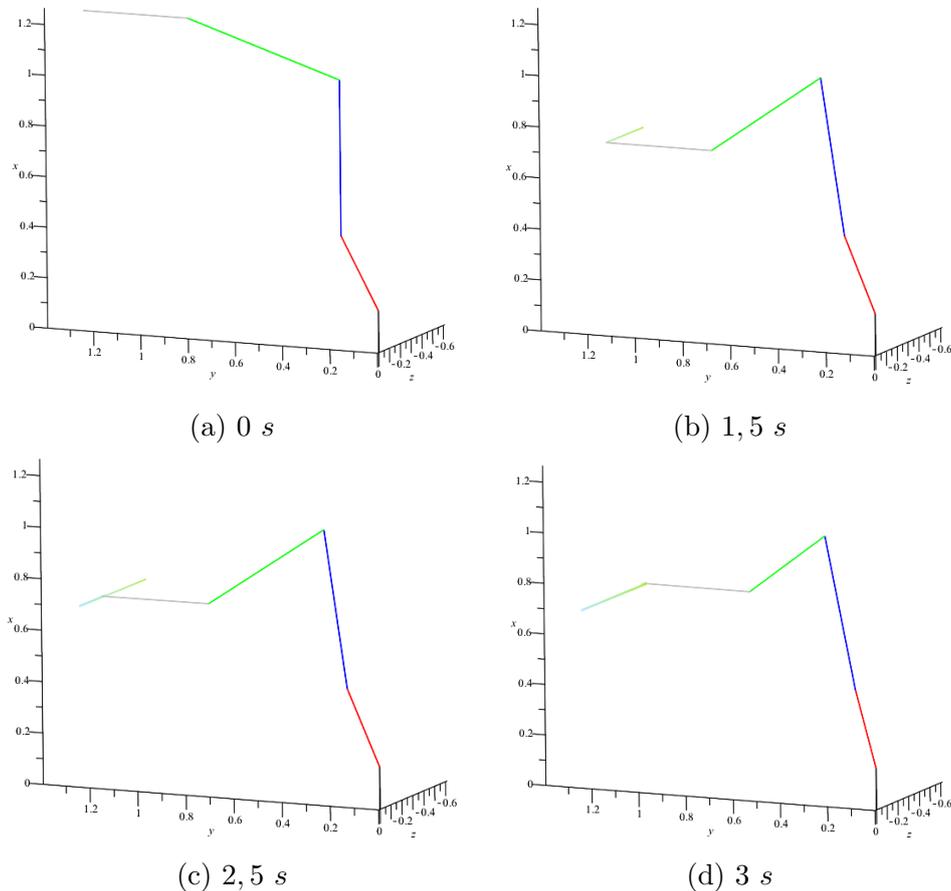


Figura 3.15: Animação da trajetória no ambiente 3D

O resultado seguinte compara a variação angular de referência das juntas, pela cinemática inversa, e o efetivo, resultado do modelo dinâmico. A Figura 3.16 apresenta em linha pontilhada o valor dos ângulos de referência, e em linha cheia, os efetivos.

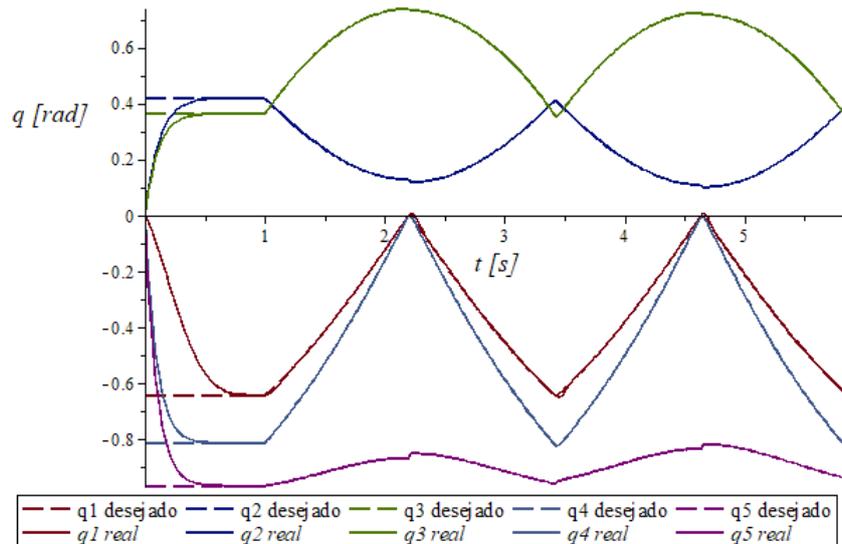


Figura 3.16: Comparação referência x efetivo dos ângulos das juntas

Compara-se também a posição efetiva da ferramenta, resultado da dinâmica, em comparação com a posição esperada, do cálculo da cinemática inversa. Este resultado é interessante porque fornece um parâmetro direto para avaliar o efeito total da dinâmica do robô na posição final da ponta da ferramenta. A Figura 3.17 apresenta o resultado comparativo entre as posições de referência e efetivas de cada coordenada ( $x, y, z$ ) do vetor posição da ferramenta.

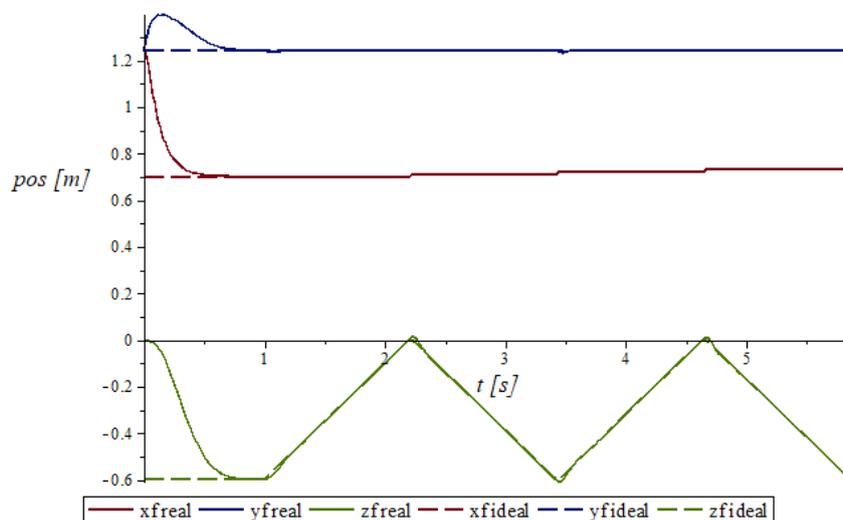


Figura 3.17: Comparação referência x efetivo da posição da ferramenta

Nota-se que neste modelo MBS o robô é capaz de seguir com boa precisão a trajetória informada. Para facilitar a visualização, a Figura 3.18 apresenta um gráfico do erro de cada coordenada da posição, ao longo da trajetória. A linha pontilhada representa o erro absoluto, ou seja, a norma do erro em cada direção.

Observa-se por este resultado que o erro de posicionamento, a partir do início da

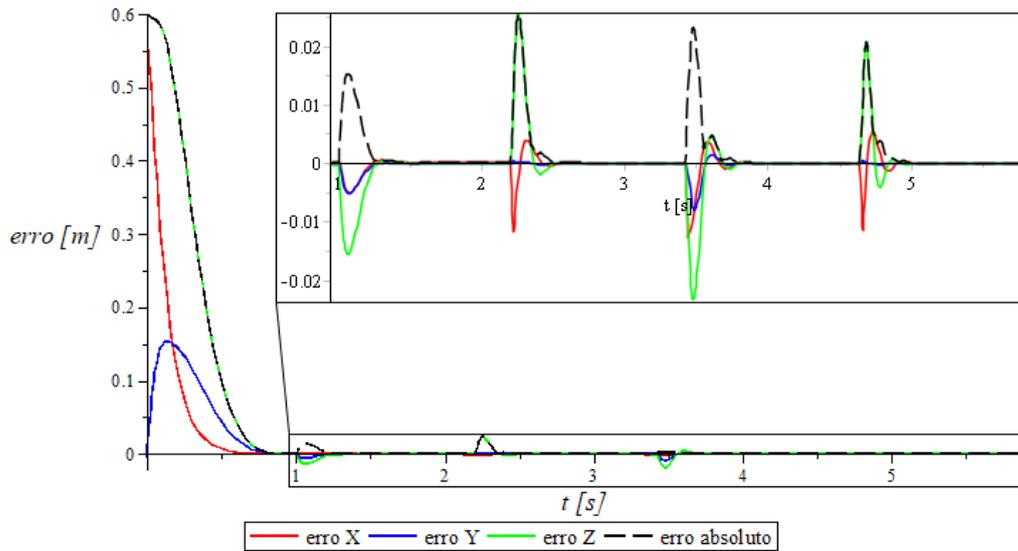


Figura 3.18: Erro de posição da ferramenta em cada direção

região a ser revestida (em  $t > 1s$ ), é da ordem de  $10^{-1} mm$  durante aproximadamente 70% do caminho de um paralelo. Próximo ao início e fim dos paralelos esse erro cresce devido ao transitório de direção e sentido do deslocamento, que não são acompanhados perfeitamente pela dinâmica do robô. Estes erros chegam a uma ordem de  $20 mm$  nestas regiões.

Da mesma forma que foi feito para a posição, pode-se verificar os erros de velocidade da ferramenta. Para isso, deriva-se a a posição da ferramenta, com respeito ao tempo e obtém-se o vetor velocidade. O resultado de cada componente e do valor absoluto do erro para a tarefa do exemplo é apresentado na Figura 3.19.

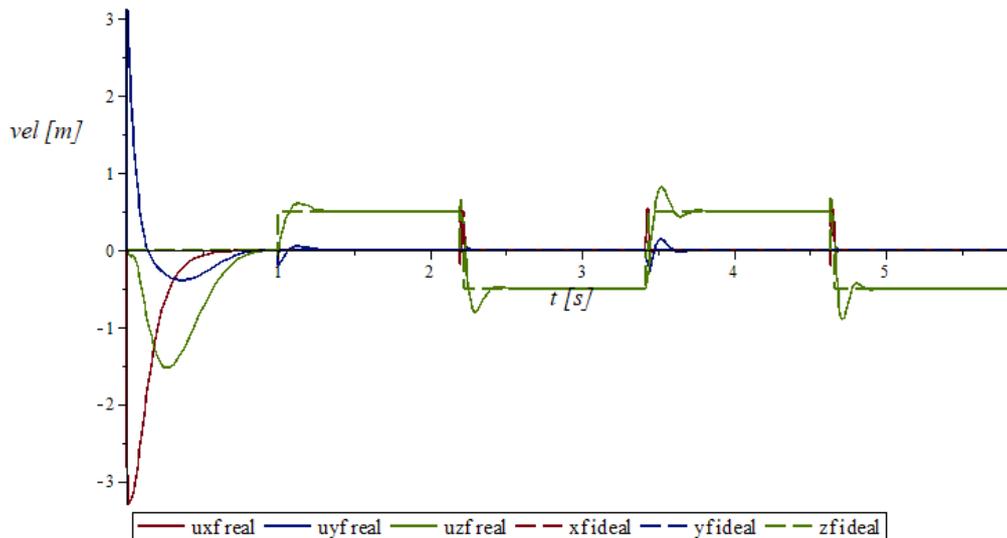


Figura 3.19: Erro de velocidade da ferramenta em cada direção

Por último, calcula-se o erro de orientação, definido como a diferença entre a orientação da superfície dada pela cinemática inversa, e a orientação resultante

da simulação dinâmica. É representada por uma matriz, determinada pela transformação homogênea entre o referencial inercial, SC-Z, e o referencial localizado no pulso, SC-B, já que a ferramenta é fixada neste último. Logo, pode-se comparar as duas matrizes, ideal e efetiva, para cálculo do erro.

Como apresentado na seção 2.1.1 uma maneira mais prática de representar o erro de orientação é por meio de um escalar, que representa o ângulo de desvio da ferramenta entre o caso ideal e o efetivo, de acordo com a equação 2.12.

Seja a orientação ideal representada pela matriz  $Mi$ , que é função dos 3 ângulos de Euler  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$ , e a matriz resultante da dinâmica por  $Me$ , função do resultado de  $q1(t), \dots, q5(t)$ , calcula-se:

$$R = Me(q(t)) Mi(\phi, \theta, \psi)^{-1} \quad (3.67)$$

Aplicando  $R$  à equação 2.12, calcula-se o ângulo de desvio entre as duas matrizes. Para a tarefa do exemplo, as matrizes  $Me$  e  $Mi$  e  $R$  em, por exemplo,  $t = 2$  s são:

$$Me = \begin{pmatrix} 0.99755 & 0.0 & -0.069955 \\ -0.00262 & 0.99930 & -0.037325 \\ 0.069903 & 0.037413 & 0.99685 \end{pmatrix}$$

$$Mi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 1.0 & -0.00000058757 & -0.0021389 \\ -0.000079441 & 0.99930 & -0.037415 \\ 0.0021374 & 0.037415 & 0.99930 \end{pmatrix}$$

Logo, o erro de orientação neste instante de tempo do exemplo é:

$$\theta_{erro}(t = 2 \text{ s}) = 0,0375 \text{ rad}$$

E aplicando-se o erro angular na equação 2.13, obtém-se o eixo de revolução do desvio. O resultado em  $t = 2$  s é:

$$\omega(t = 2 \text{ s}) = [0,6312, -0,1755, -0,4278]^Z \quad (3.68)$$

O resultado do desvio de orientação da ferramenta, durante toda a tarefa é apresentado no gráfico da Figura 3.20.

Note-se que não interessa o erro antes do manipulador iniciar a trajetória dos

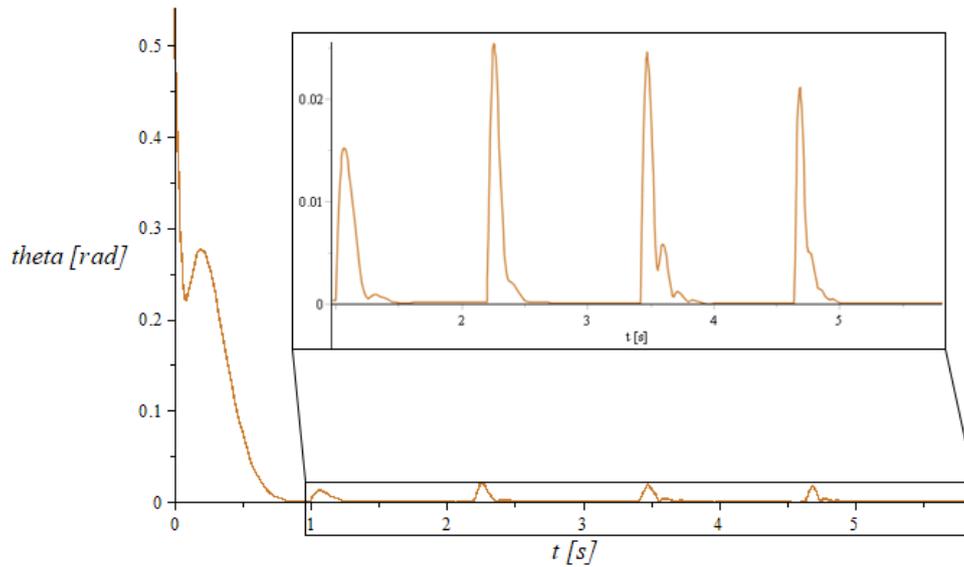


Figura 3.20: Erro de orientação da ferramenta

paralelos do revestimento, ou seja, entre a posição inicial e o ponto p1 ( $t < 1 s$ ), porque neste trecho o manipulador não estaria realizando o revestimento. Analisando, portanto, o gráfico a partir de 1 s percebe-se um erro periódico, devido às variações de direção, com amplitude máxima de aproximadamente  $0,038 rad$ , ou  $2,18^\circ$ .

Nesta seção foram explorados os resultados que simulações utilizando o modelo MBS podem fornecer. Para isso, tomou-se como exemplo uma tarefa de cobertura de uma superfície plana. Os métodos de cálculo dos erros de posicionamento, velocidade e orientação da extremidade da ferramenta foram demonstrados e serão utilizados para comparação de diferentes casos do modelo acoplado robô-base flexível, realizando tarefas de revestimento de superfícies planas, que serão propostos na seção 3.6.

### 3.3 Modelo da base

A base é definida, neste trabalho, como qualquer estrutura elástica, à qual o manipulador robótico é fixado, que fornece flexibilidade devido às forças dinâmicas exercidas pelo movimento do robô. A flexibilidade da estrutura causará desvios do movimento esperado e controlado do robô e cabe ao método proposto identificar e quantificar esses desvios e verificar se os requisitos do processo serão satisfeitos. Para isso, é desenvolvido um modelo teórico da base, para ser adicionado ao modelo do robô, formando o sistema MBS acoplado.

Nesta seção é demonstrado como uma estrutura construída com geometria, materiais, restrições e infinitos graus de liberdade que seriam muito complexos para serem descritos analiticamente em um modelo MBS, pode ser simplificado como um

sistema de massa-mola-amortecedor de 6 graus de liberdade. Considera-se um conjunto de sistemas de coordenadas localizado no ponto teórico onde é fixado o robô, na estrutura. A esse sistema, correspondem 3 movimentos de translação  $x, y, z$  e 3 movimentos de rotação  $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ , que formam as coordenadas generalizadas do modelo MBS.

Portanto, para realizar a simplificação é necessário obter uma matriz de rigidez e uma matriz de amortecimento, associadas aos 6 gdl do corpo sobre a base. A matriz de rigidez é obtida numericamente pela Análise por Elementos Finitos (AEF) e a matriz de amortecimento pelo resultado experimental de análise modal, detalhado na seção 3.4.

Por fim, desenvolve-se as equações que regem o movimento do corpo acoplado a esse sistema massa-mola-amortecedor. Foi utilizada a mesma metodologia do modelo do robô para desenvolvimento das equações de movimento: pelo método de Kane e com uso das rotinas do programa Sophia-Maple.

### 3.3.1 Geometria e CAD

A primeira etapa da modelagem da base é representar sua geometria em um modelo CAD. Este modelo será utilizado para as simulações pela Análise por Elementos Finitos, a fim de se obter sua matriz de rigidez.

Para ilustrar o método, será aproveitada a base projetada e construída para testes do projeto EMMA. Consiste em uma estrutura metálica, formada por perfis extrudados de alumínio estrutural. Sobre a estrutura um par de trilhos paralelos permitem o movimento longitudinal da placa onde é fixado o robô. As dimensões principais são 2 metros de comprimento, 0,8 metros de largura e 0,6 metros de altura. A Figura 3.21 apresenta uma fotografia da base de testes.



Figura 3.21: Base de testes do robô

O projeto desta base foi desenvolvido no programa SolidWorks, onde de forma bastante detalhada, são incluídos os desenhos das peças customizadas, peças comerciais, acessórios de união e fixadores mecânicos que compõe a montagem CAD da

estrutura. Este modelo é apresentado na Figura 3.22, com os principais componentes indicados, inclusive o robô.

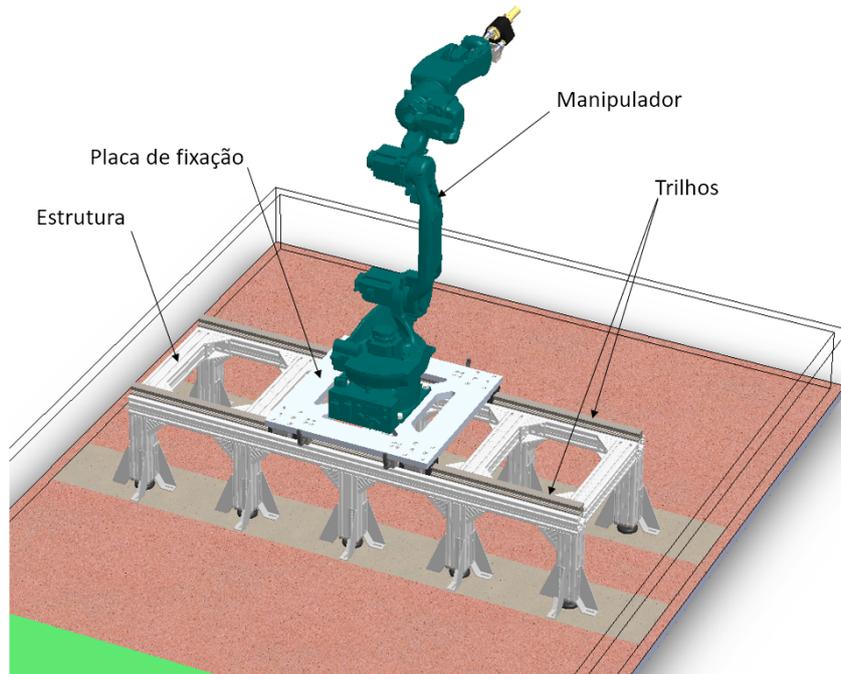


Figura 3.22: Modelo CAD detalhado da base e robô

O modelo CAD completo poderia ser diretamente utilizado nas simulações para obtenção da matriz de rigidez desta estrutura. No entanto, o alto nível de detalhamento dos componentes, além dos diversos contatos e restrições entre as peças, requer um modelo de malha muito densa, não linear e maior poder computacional. E o resultado teria muitas informações irrelevantes para esta análise, como por exemplo, tensões em elementos de fixação ou deformação do rolamento do trilho.

Logo, o objetivo da simplificação é obter apenas os resultados que importam na análise, e ignorar outros efeitos que não alteram significativamente estes resultados.

Para o modelo da base de testes, foram utilizados elementos unidimensionais, de viga, para formar a estrutura e os trilhos. A união entre esses componentes foi feita por elementos rígidos, representando os parafusos de fixação do trilho na estrutura. A placa de fixação do robô foi representada também por elementos unidimensionais rígidos, assumindo-se que sua rigidez é muito superior à rigidez da estrutura, e o ponto de fixação do robô está localizado no centro desta placa. Os rolamentos do trilho foram substituídos por uma conexão rígida entre a placa e os trilhos. Assim, a flexibilidade desta estrutura, no modelo simplificado depende apenas das deformações dos elementos de viga que representam o trilho e a estrutura. A Figura 3.23 apresenta o modelo simplificado para a AEF, desenvolvida no programa Autodesk Simulation Mechanical.

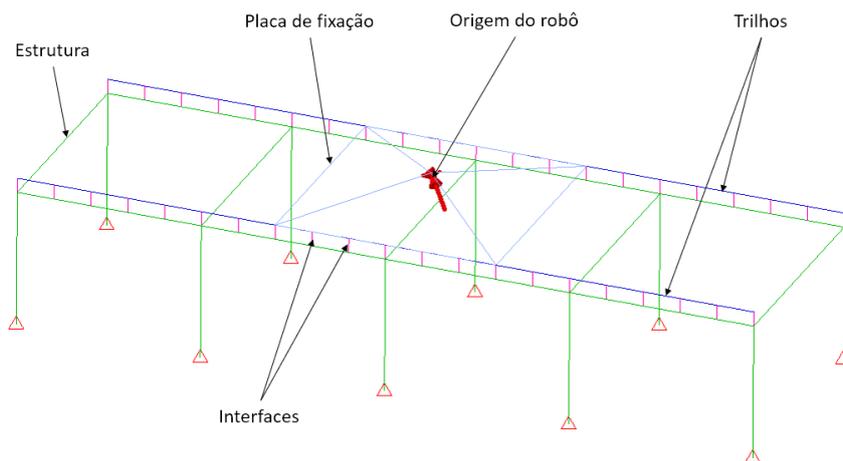


Figura 3.23: Modelo da base para AEF

### 3.3.2 Análise por Elementos Finitos

Foi demonstrado na seção 2.2.1 um método analítico e sistemático para obter a matriz de rigidez de uma estrutura em qualquer ponto de interesse. Para estruturas simples, com poucos graus de liberdade e poucos elementos, o método analítico se mostra bastante prático. Já para estruturas mais complexas, com muitos elementos, conexões, restrições, graus de liberdade e não linearidades, resolver pelo método analítico pode ser impraticável ou desgastante.

Como deseja-se a rigidez da estrutura para apenas um ponto de interesse – o ponto onde virtualmente está fixado o robô – propõe-se uma forma de, utilizando os conceitos do método apresentado e simulações por AEF, extrair a matriz de rigidez para este ponto. As simulações realizadas são do tipo lineares e estáticas. A seguir são detalhadas as etapas para definir o modelo para AEF.

#### Partes, elementos e propriedades

O modelo é dividido em estrutura, trilho, interfaces e placa, como foi ilustrado na Figura 3.23. Para cada parte são definidos o tipo de elemento, suas propriedades e material.

A estrutura é formada por perfis de alumínio estrutural. Esta é modelada como elementos unidimensionais de viga. Isso significa que suas propriedades são uniformes ao longo de apenas uma dimensão em todo o elemento, bastando fornecer apenas suas propriedades de seção transversal. A Figura 3.24 mostra o corte de seção de um elemento da estrutura e suas propriedades. O material do perfil da estrutura é o Alumínio EN-AW-6060 e as propriedades são incluídas no modelo, de acordo com a Tabela 3.6.

O trilho também é modelado como elemento de viga. Sua seção transversal e propriedades estão na Figura 3.25. Seu material é o aço carbono inoxidável AISI

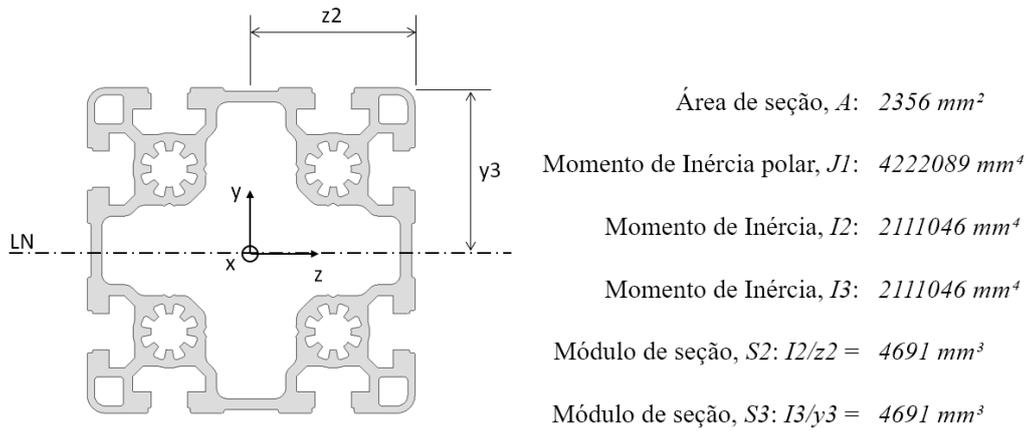


Figura 3.24: Seção transversal do elemento da estrutura

Tabela 3.6: Propriedades mecânicas dos materiais do modelo AEF

Propriedade		EN-AW 6060	AISI 316
Densidade	[g/cc]	2,70	7,90
Módulo de Elasticidade	[GPa]	69,5	200
Coefficiente de Poisson	[1]	0,34	0,29
Tensão de escoamento	[MPa]	150	240
Resistência à tração	[MPa]	150	580

316 e suas propriedades mecânicas estão na Tabela 3.6.

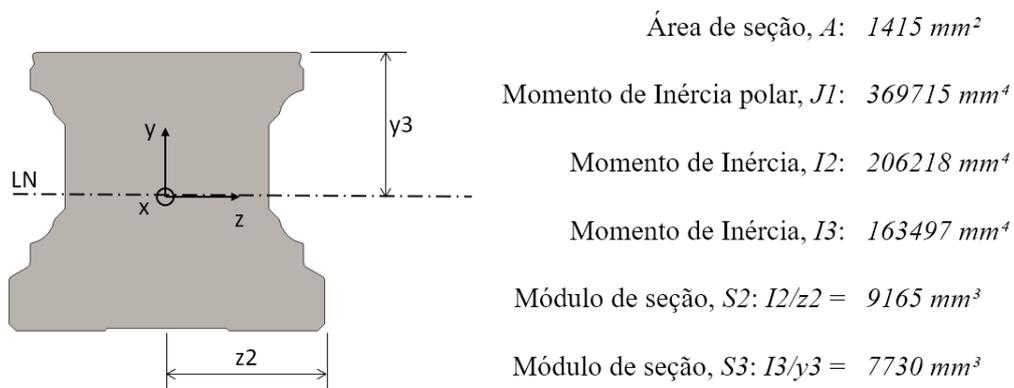


Figura 3.25: Seção transversal do elemento do trilho

As partes interface e placa de fixação do robô são modelados como elementos unidimensionais rígidos, ou seja, transmitem apenas forças e momentos, mas não se deformam. Ao todo são 40 peças de interface representando os 20 parafusos de fixação de cada trilho. Já a placa de fixação é formada por um quadro de elementos ligando os dois trilhos e uma “pirâmide” convergindo para o ponto de fixação do robô. Como este ponto representa a conexão entre a estrutura e o robô, aplica-se os esforços na estrutura diretamente neste. Os elementos rígidos transmitem estes esforços ao trilho e à estrutura, e obtém-se os resultado de forças de reação e

deslocamentos resultantes.

### Restrições e conexões

A base de testes é originalmente fixa no piso por meio de parafusos chumbadores. Cada perna da estrutura possui 3 parafusos. No modelo AEF, esta restrição é modelada como fixa, ou seja, não permite-se nenhuma translação ou rotação, e é aplicada à extremidade inferior de cada perna.

Os elementos de cada parte são conectados por uniões “soldadas”, ou seja, não permitem nenhum grau de liberdade na extremidade do elemento onde há a conexão.

### Casos de Carregamento

Para obter a matriz de rigidez, deve-se realiza-se ao todo 6 casos de carregamento e restrições. Cada caso obtém 6 dos 36 termos, que correspondem a uma linha da matriz  $6 \times 6$ . Os carregamentos e restrições são aplicados ao ponto virtual de fixação do robô.

A cada caso é aplicado um deslocamento prescrito em uma direção. Às outras direções são aplicadas restrições à translação e à rotação. Logo, um deslocamento unitário na direção  $x$  ( $ux = 1 \text{ mm}$ ), por exemplo, provoca uma força ou momento de reação em todas as direções, no ponto virtual. A força de reação correspondente à direção  $x$  produz o termo de rigidez  $k_{11}$ , à direção  $y$ ,  $k_{12}$ , à direção  $z$ ,  $k_{13}$ , e assim por diante. Este método é uma versão para AEF do método analítico apresentado na seção 2.2.1. A Tabela 3.7 resume os casos e restrições simulados.

Tabela 3.7: Resumo dos casos de carregamento e restrições

Caso	ux	uy	uz	rx	ry	rz
1	0,1 mm	fixo	fixo	fixo	fixo	fixo
2	fixo	0,1 mm	fixo	fixo	fixo	fixo
3	fixo	fixo	0,1 mm	fixo	fixo	fixo
4	fixo	fixo	fixo	0,001 rad	fixo	fixo
5	fixo	fixo	fixo	fixo	0,001 rad	fixo
6	fixo	fixo	fixo	fixo	fixo	0,001 rad

### Malha

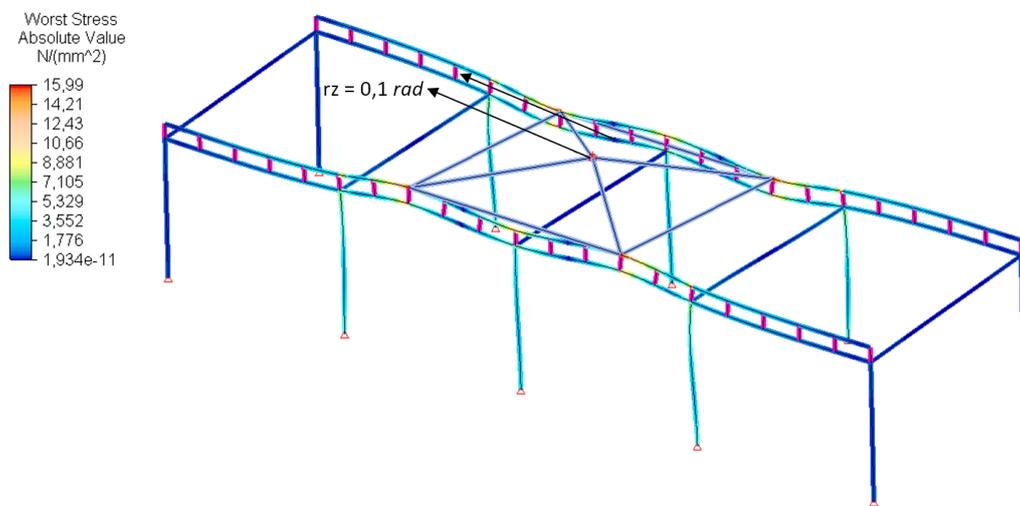
Os elementos do trilho e da estrutura foram subdivididos para gerar a malha. A malha controla a qualidade do modelo e precisão do resultado. Quanto menor o elemento, ou mais discretizada a malha, menor são os erros numéricos da solução. O processo de refinamento da malha, consiste em realizar simulações iterativamente, com malha cada vez mais discretizada. A comparação dos resultados a cada iteração

permite julgar uma convergência da solução. Logo, é realizado este procedimento,, até que a diferença do resultado seja insignificante. O resultado do processo de refinamento gerou a seguinte malha:

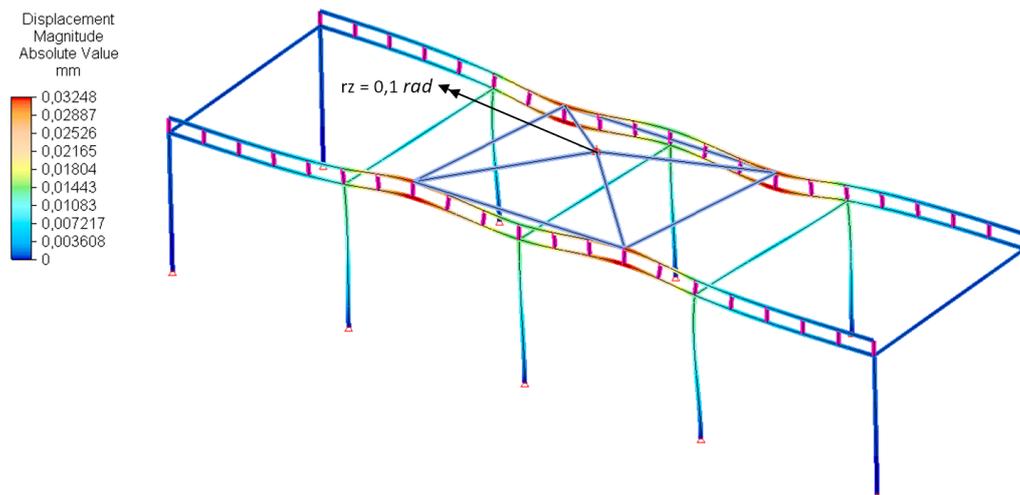
49 partes, 620 nós, 670 elementos

### Resultados por AEF

Os resultados obtidos pela análise estática são a distribuição de tensões, deslocamentos, forças e momentos de reação em cada nó do modelo. Um exemplo do resultado de tensões e deslocamentos é apresentado na Figura 3.26, para o caso de carregamento 6.



(a) Resultado AEF das tensões máximas resultantes



(b) Resultado AEF dos deslocamentos resultantes

Figura 3.26: Resultado da simulação AEF para o caso 6

O resultado das forças e momentos de reação no ponto de fixação do robô é apresentado na Tabela 3.8.

Tabela 3.8: Resultado das forças e momentos de reação para o caso 6

Caso	Fx [kN]	Fy [kN]	Fz [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]	Mz [kNm]
<b>6</b>	-3,00E-9	2,50	1,67E-10	1,12E-9	-7,16E-10	-9,76

### Frequências Naturais

O modelo AEF permite ainda obter as frequências naturais da base. O Autodesk Simulation Mechanical efetua esta análise como uma simulação linear. São analisados 2 casos: no primeiro, o peso e inércia do robô são adicionados ao modelo e são aplicados no ponto virtual da base, no segundo caso suprime-se a inércia do robô. Isto permite verificar o comportamento da base para o caso de operação e de testes do ensaio experimentais. A Tabela 3.9 apresenta o resultado das 10 primeiras frequências naturais calculadas, em cada caso.

Tabela 3.9: Frequências naturais pela AEF

Modo		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Freq. Natural	c/robô	101	138	264	293	326	415	714	715	757
[Hz]	s/robô	228	263	264	362	415	714	716	761	846

### 3.3.3 Matriz de Rigidez

A base é simplificada como um sistema massa-mola-amortecedor de 6 gdl e rigidez  $K$  introduzida no modelo MBS como uma matriz  $6 \times 6$ , que relaciona os deslocamentos com o carregamento resultante da dinâmica do robô.

A matriz de rigidez possui portanto 36 termos, chamados de coeficientes de influência. Cada termo na matriz está relacionado à direção da força e do momento aplicado. Assim, o termo  $k_{32}$  por exemplo refere-se a rigidez na direção  $y$ , devido a uma força na direção  $z$ . A matriz de rigidez tem a seguinte forma:

$$K = \begin{pmatrix} k_{11} & \dots & k_{16} \\ \vdots & \ddots & \\ k_{61} & & k_{66} \end{pmatrix} \quad (3.69)$$

Com o resultado das análises por AEF de cada caso, calcula-se os coeficientes de influência da matriz de rigidez. Faz-se o seguinte cálculo para normalizar o coeficiente de influência para valores unitários de deslocamento:

$$k_{ij} = \frac{F_j}{u_i} \quad i, j = 1, \dots, 6 \quad (3.70)$$

Onde  $u_i$  representa o valor do deslocamento prescrito e  $F_j$  o valor da força ou momento de reação em cada caso de carregamento. A matriz de rigidez é sempre positiva definida [37], ou seja, simétrica e com seus autovalores positivos. Isso faz com que não seja necessário calcular todos os 36 coeficientes de influências, mas apenas 21.

Utilizando os resultados das simulações AEF e a equação 3.70, a matriz de rigidez para a base de testes é:

$$K = \begin{pmatrix} 941537 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 130543 & 0 & 0 & 0 & -24981 \\ 0 & 0 & 262149 & 0 & 5757 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 57019 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5757 & 0 & 119561 & 0 \\ 0 & -24981 & 0 & 0 & 0 & 97595 \end{pmatrix}$$

Os valores da matriz são expressos em  $kN/m$  para os termos relacionados à rigidez de translação e  $kNm/rad$  para os termos relacionados à rigidez torsional. Os termos que aparecem zerados não são exatamente zero, mas valores muito pequenos e, por simplificação, foram considerados nulos.

### 3.3.4 Matriz de Amortecimento

O amortecimento será modelado como proporcional, ou de Rayleigh, como apresentado na seção 2.2.2. A matriz de amortecimento é definida, pela equação 2.56, repetida a seguir:

$$C = \alpha M + \beta K$$

Logo, para definir totalmente a matriz de amortecimento da base, basta fornecer os dois parâmetros,  $\alpha$  e  $\beta$ .

Na seção 2.2.2 apresentou-se um método para, a partir dos dados experimentais de amortecimento modal, obter os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  que melhor se ajustam ao modelo. Na seção 3.4 é detalhado o procedimento para se obter os valores experimentais de amortecimento e, a partir do resultado, calcular os os coeficientes de Rayleigh e obter a matriz de amortecimento.

### 3.3.5 Modelo teórico MBS – Base

O Sophia-Maple é utilizado para a construção do modelo cinemático e cálculo das equações de movimento do sistema MBS da base, assim como foi realizado o modelo do robô. Por isso, os comandos e sintaxe do Sophia, apresentados na seção 3.2.2, não serão repetidos nesta seção, ciente da equivalência do procedimento.

Para se chegar às equações de movimento, primeiramente, são definidos os sistemas de coordenadas e as coordenadas generalizadas do sistema. As variáveis  $q_1, q_2$  e  $q_3$  representam as 3 translações do ponto virtual de fixação do manipulador, em  $x, y$  e  $z$ , respectivamente, em relação ao sistema de coordenadas inercial, SC-R. As 3 rotações são representadas pelas variáveis  $q_4, q_5$  e  $q_6$  e são descritos nos sistemas de coordenadas SC-R1, SC-R2, SC-R3, respectivamente. A coordenada  $q_4$  representa o ângulo de rotação do sistema SC-R1 em relação ao sistema SC-R;  $q_5$  o ângulo entre SC-R2 e SC-R1; e  $q_6$  o ângulo entre SC-R3 e SC-R2. A Figura 3.27 ilustra o sistema inercial SC-R e o sistema SC-R3 acoplado ao corpo sobre a base.

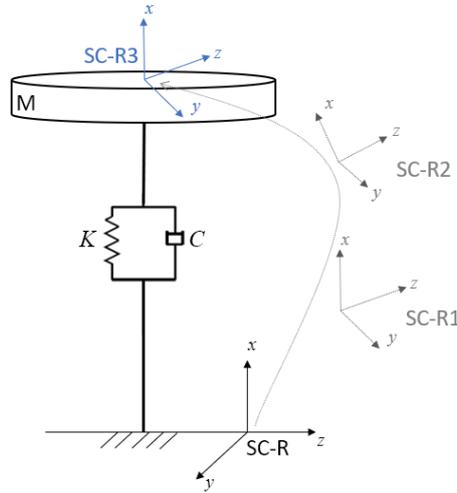


Figura 3.27: Desenho esquemático dos sistemas de referência da base e inercial

Neste modelo é considerado apenas um corpo, descrito em SC-R e localizado pelo vetor  $\mathbf{p}^M$ , função de  $q_1, q_2$  e  $q_3$ .

$$\mathbf{p}^M = [q_1, q_2, q_3]^R \quad (3.71)$$

Logo, se não há deslocamento da base ( $q_1 = q_2 = q_3 = 0$ ) então estará coincidente com o ponto zero, do referencial inercial.

Seguindo o cálculo da cinemática, obtém-se os vetores velocidades e acelerações angulares, exatamente como realizado na seção 3.2.2, mas desta vez apenas para o corpo  $M$ . Portanto, a equação 3.72 calcula a velocidade do corpo, pela derivada temporal do vetor posição em relação a SC-R. E a equação, 3.73 calcula o vetor velocidade angular de  $M$ , no referencial SC-R em relação ao referencial SC-R3, que considera as 3 rotações  $q_4, q_5$  e  $q_6$  da base.

$${}^R \mathbf{v}^M = [u_1, u_2, u_3]^R \quad (3.72)$$

$$\boldsymbol{\omega}^M = {}^R \boldsymbol{\omega}^{R3} = [s_5 u_6 + u_4, -c_5 s_4 u_6 + c_4 u_5, c_5 c_4 u_6 + s_4 u_5]^R \quad (3.73)$$

Em seguida é composto o vetor das Velocidades Generalizadas e calculado o

Hiperplano Tangente.

$$\mathbf{v}_{gen} = [\mathbf{v}^M, \boldsymbol{\omega}^M] \quad (3.74)$$

$$\boldsymbol{\tau} = [\boldsymbol{\tau}_1, \boldsymbol{\tau}_2] \quad (3.75)$$

O cálculo das equações dinâmicas se divide em definir o vetor das Forças Externas generalizadas e o vetor das Forças de Inércia generalizadas, para, em seguida, projetá-los no hiperplano tangente e obter as equações de movimento.

As forças externas são formadas pela força peso, do corpo  $M$  e pelas forças conservativas e não conservativas da base, provenientes da rigidez e do amortecimento. Portanto:

$$\mathbf{Peso}_M = m_M \cdot \mathbf{g} \quad (3.76)$$

O termo  $m_M$  representa o valor da massa suspensa pela base. O vetor gravidade é descrito no referencial inercial SC-R.

$$\mathbf{g} = [-9,81, 0, 0]^R \quad (3.77)$$

As forças conservativas são calculadas pela matriz de rigidez da base. Esta matriz, multiplicada pelo vetor das coordenadas generalizadas, fornece um conjunto de 6 equações, que retornam a força elástica em função dos deslocamentos do corpo.

$$\mathbf{Fk} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{q} \quad (3.78)$$

$$\mathbf{Fk} = \begin{pmatrix} k_{11} & \dots & k_{16} \\ \vdots & \ddots & \\ k_{61} & & k_{66} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} q1 \\ \vdots \\ q6 \end{pmatrix} \quad (3.79)$$

Logo, a equação 3.80 calcula a força elástica  $Fk$  na direção  $i$  associada a cada coordenada generalizada  $qi$ :

$$Fk_i = \sum_{j=1}^6 k_{ij} \cdot q_j \quad (3.80)$$

Note-se que é utilizado o termo forças de forma generalizada para designar tanto as forças lineares quanto momentos.

Equivalentemente, obtém-se as expressões para as forças não conservativas, mas desta vez, multiplica-se a matriz de amortecimento  $C$  pelo vetor  $u$  das velocidades. Logo:

$$Fc_i = \sum_{j=1}^6 c_{i,j} \cdot u_j \quad (3.81)$$

Onde o termo  $c_{ij}$  refere-se aos coeficientes da matriz de amortecimento.

O equilíbrio das forças que agem sobre o corpo suspenso pela base são:

$$\mathbf{Fex}_M = \mathbf{Peso}_M - \mathbf{Fk} - \mathbf{Fc} \quad (3.82)$$

As forças externas generalizadas são a projeção do vetor das forças externas da equação 3.82 no hiperplano tangente  $\tau$ .

$$\mathbf{FEX}g = \mathbf{Fex}_M \cdot \tau \quad (3.83)$$

As forças de inércia são calculadas pelas equações 3.12 e 3.13, para o corpo  $M$ . Aplicando ao modelo da base, obtém-se as forças de inércia generalizadas, pela projeção do vetor forças de inércia no hiperplano tangente  $\tau$ .

$$\mathbf{Fin}_M = [\dot{\mathbf{G}}_M, \dot{\mathbf{H}}_M] \quad (3.84)$$

$$\mathbf{FIN}g = \mathbf{Fin}_M \cdot \tau \quad (3.85)$$

Finalmente, a equação de movimento do corpo  $M$  é obtida pelo equilíbrio das forças externas e de inércia generalizadas. Portanto, tem-se 6 equações de movimento, associadas aos 6 gdl do sistema:

$$\mathbf{FEX}g - \mathbf{FIN}g = \mathbf{0} \quad (3.86)$$

O sistema *kinematic differential equation* (kde) fornece mais 6 equações, relacionando  $q$  e  $u$ . As condições iniciais  $q1(0), \dots, q6(0)$  e  $u1(0), \dots, u6(0)$  completam o problema.

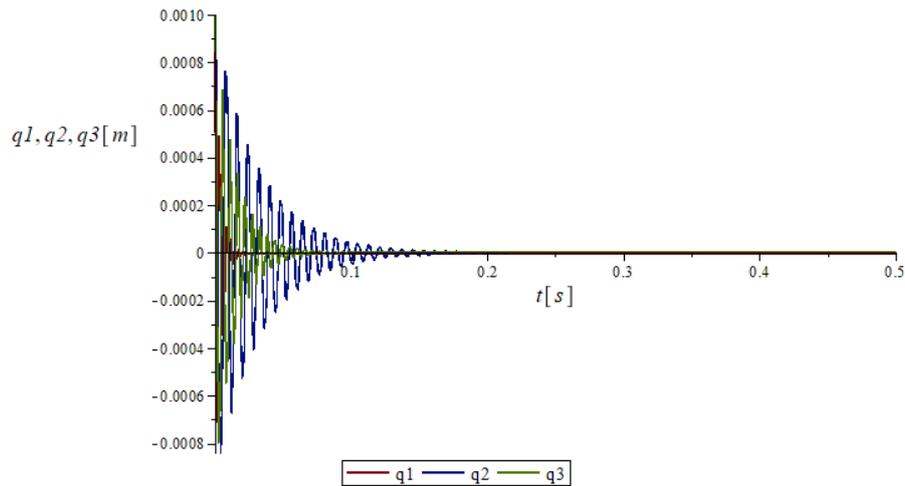
Assim como no MBS do robô, o problema consiste em solucionar um sistema de equações diferenciais ordinárias, não-lineares, cujas incógnitas são as coordenadas generalizadas  $q1(t), \dots, q6(t)$  e as velocidades  $u1(t), \dots, u6(t)$ .

Para demonstrar o modelo, considere-se os seguintes parâmetros de rigidez, amortecimento e condição inicial do sistema:

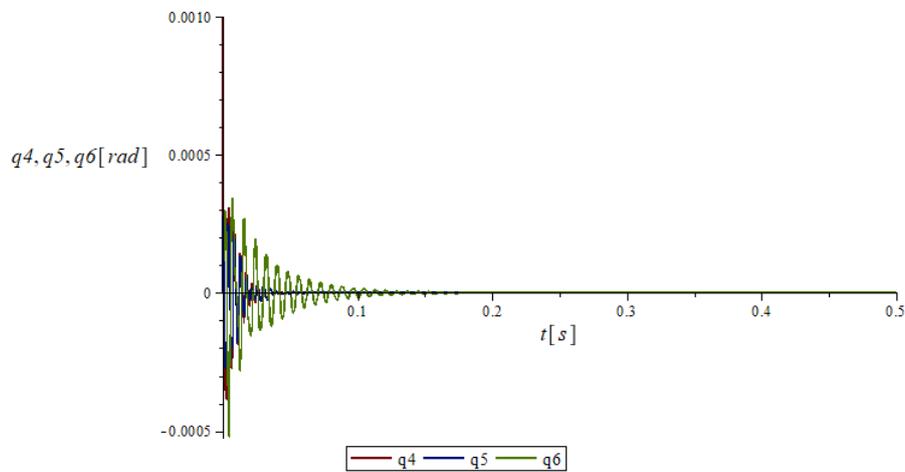
- **Rigidez:** igual a da base de testes
- **Amortecimento:**  $\alpha = 0$ ;  $\beta = 10^{-4}$
- **Condição inicial:**  $q1(0) = q2(0) = q3(0) = 1 \text{ mm}$ ,  $q4(0) = 0,001 \text{ rad}$ ,  
 $q5(0) = q6(0) = 0$

## Resultados do exemplo

A Figura 3.28 apresenta o resultado dos deslocamentos da base, dada a condição inicial fora da sua configuração de equilíbrio.



(a) Resultado MBS da base: translações  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$



(b) Resultado MBS da base: rotações  $q_4$ ,  $q_5$ ,  $q_6$

Figura 3.28: Resultados dos primeiros 500 ms do deslocamento da base

Note-se que, antes do tempo final da simulação, o sistema parece estar em equilíbrio. O resultado de cada coordenada generalizada em  $t = 0,5$  s é:

$$q_1(0,5) = -0,20839 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$q_2(0,5) = 4,8952 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

$$q_3(0,5) = 8,4009 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

$$q_4(0,5) = -1,6031 \cdot 10^{-10} \text{ rad}$$

$$q_5(0,5) = -1,6260 \cdot 10^{-11} \text{ rad}$$

$$q_6(0,5) = 1,7857 \cdot 10^{-8} \text{ rad}$$

Verifica-se por este resultado que, no equilíbrio, os deslocamentos são desprezíveis para o robô, tal que os valores máximos são da ordem de  $10^{-2} \text{ mm}$  em  $q_1$  e  $10^{-11} \text{ rad}$  em  $q_5$ .

## 3.4 Ensaio Experimental

Os parâmetros modais da base, associados aos modos e frequências naturais são obtidos por meio de análise modal por ensaio de vibrações. A estrutura de testes (Figura 3.21) é instrumentada com acelerômetros a fim de se obter a dinâmica da base. Para o modelo experimental foram selecionados 6 graus de liberdade para medição: as 3 translações e 3 rotações ortogonais do sistema de coordenadas cartesiano. Para isso, foi idealizado um ponto para origem do sistema de coordenadas da base, que é coincidente com o ponto teórico de fixação do robô. Logo, os 6 graus de liberdade estão associados às translações e rotações em relação ao sistema de coordenadas fixo neste ponto. Um martelo instrumentado é utilizado para excitar a base e obter as Funções de Resposta em Frequência (FRF's) de cada grau de liberdade. Estes dados são utilizados para estimar os parâmetros modais: modos de vibração, frequências naturais e amortecimentos, pelo procedimento chamado Ajuste de Curva (*Curve Fitting*). Os resultados experimentais são então utilizados para calcular os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  da matriz de amortecimento proporcional.

### 3.4.1 Bancada experimental e instrumentação

A base de testes é utilizada para os propósitos do ensaio e instrumentada com acelerômetros. Para ter consistência entre os modelos teórico e experimental, deseja-se obter as acelerações de um ponto virtual, localizado no centro da placa de fixação do robô. Este ponto representa a conexão teórica entre a base e o manipulador, que restringe qualquer translação ou rotação relativa entre eles. Definindo-se um referencial local neste ponto, qualquer deslocamento e rotação é transferido diretamente para o manipulador. Logo, este ponto está para o modelo experimental assim como  $\mathbf{p}^M$  está para o modelo teórico da base. Da mesma forma, o referencial local da placa é equivalente ao referencial SC-R3 do modelo teórico.

#### Acelerômetros

São utilizados no total 7 acelerômetros uni-axiais piezoelétricos, fixados à placa por bases magnéticas. A Figura 3.29 apresenta a distribuição dos acelerômetros na estrutura, onde são representados pelos pequenos cilindros indicados, cuja direção de medição é a mesma do seu eixo, e o sentido positivo sempre para fora da placa.

Assim como foi assumido no modelo para AEF da base, a placa de fixação do robô é muito rígida em relação à estrutura de perfis de alumínio. Ou seja, as deformações desta peça são relativamente desprezíveis e portanto a distância entre quaisquer dois pontos sobre a placa permanecerá fixa no referencial local. Isto permite a distribuição dos acelerômetros em qualquer ponto da placa.

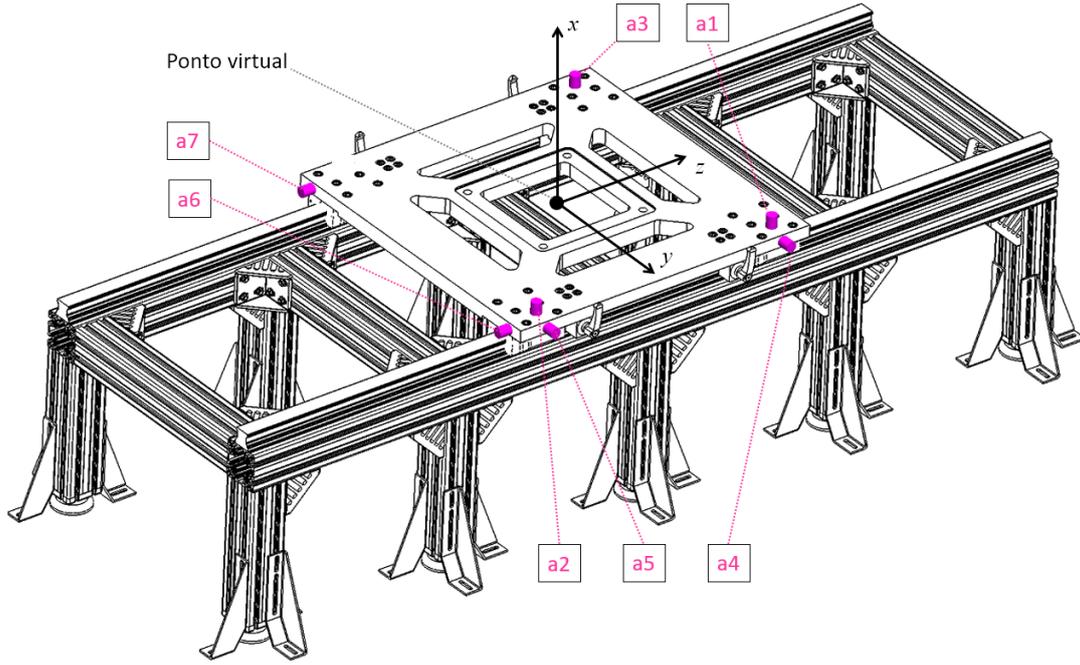


Figura 3.29: Distribuição dos acelerômetros na base

Isto implica, que pode-se calcular a aceleração, em cada uma das 6 direções do ponto virtual, a partir de relações aritméticas simples entre os sensores  $a1$  a  $a7$ . As acelerações lineares são indicadas pela variável  $a$  e as rotacionais por  $\alpha$  seguidas de subíndice indicando sua orientação. Logo:

$$a_x = \frac{a2 + a3}{2} \quad (3.87)$$

$$a_y = \frac{a4 + a5}{2} \quad (3.88)$$

$$a_z = -\frac{a6 + a7}{2} \quad (3.89)$$

$$\alpha_x = \frac{a5 - a4}{r1} \quad (3.90)$$

$$\alpha_y = \frac{a2 - a1}{r1} \quad (3.91)$$

$$\alpha_z = \frac{a1 - a3}{r2} \quad (3.92)$$

Onde  $r1$  é a distância entre os acelerômetros  $a1$  e  $a2$ , na direção  $z$ ; e  $r2$  a distância entre os acelerômetros  $a6$  e  $a7$ , na direção  $y$ .

Note-se que as acelerações lineares são calculadas pela média entre dois acelerômetros na mesma direção. Já as acelerações angulares, pela diferença entre os dois acelerômetros na mesma direção, dividida pela distância,  $r1$  ou  $r2$  entre eles. Considere-se agora que cada equação crie um sensor virtual, localizado no centro entre o par calculado. Se a placa é rígida, pode-se considerar então que tais acelerações são as mesmas correspondentes às do ponto central da placa.

Tem-se portanto um vetor das acelerações generalizadas medidas no referencial local da placa, em que cada termo representa uma direção dos 6 gdl da base.

$$\mathbf{a} = [a_x, a_y, a_z, \alpha_x, \alpha_y, \alpha_z] \quad (3.93)$$

### Martelo Instrumentado

A excitação da estrutura é feita com um martelo instrumentado com sensor de força piezoelétrico, da fabricante PCB. Pelo tamanho e peso da estrutura a ser testada, é recomendável um impacto com energia suficiente para excitar toda a estrutura, a fim de obter os modos de vibração em uma faixa suficientemente larga de frequência. A energia do impacto pode ser calculada por:

$$E = m \cdot v \quad (3.94)$$

Inferre-se que, para ter uma energia mais alta, ou aumenta-se a velocidade do impacto, ou a massa do martelo. Como os modelos de martelo com massa baixa ( $< 1 \text{ kg}$ ) não seriam capazes de excitar a estrutura adequadamente, optou-se por um martelo de massa elevada. O modelo PCB-086D50 foi escolhido para o ensaio. Este martelo possui massa de  $5,5 \text{ kg}$  e faixa de medição de  $\pm 25 \text{ kN}$ .

A faixa de frequência excitada é função do material da ponta do martelo. A Figura 3.30 apresenta a força do impacto no espectro das frequências, obtida pela *Fast Fourier Transform* (FFT) a partir do sinal no tempo. Percebe-se que para uma mesma força de pico do impacto, uma ponta mais dura resulta em uma faixa mais larga de frequência.

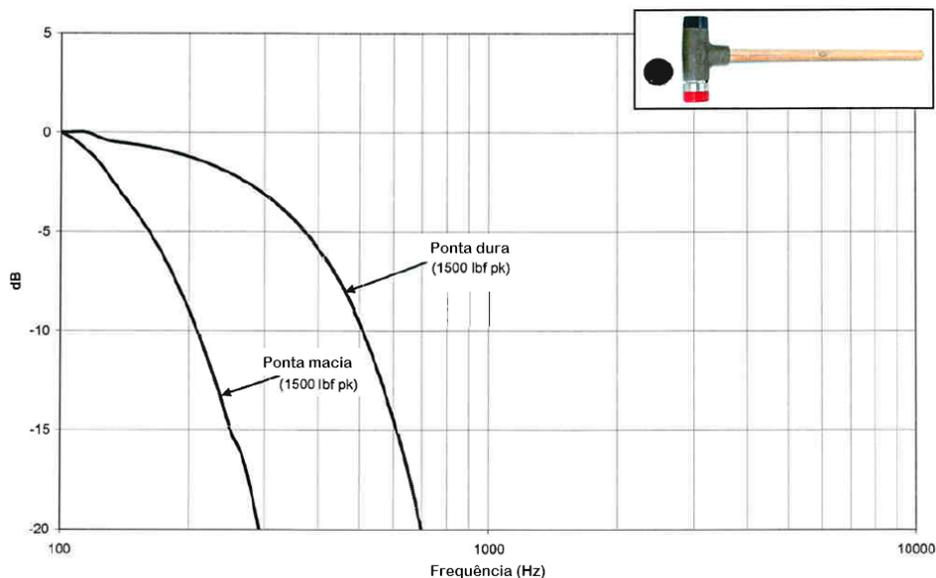


Figura 3.30: Espectro de frequência do impacto do martelo PCB-086D50. Fonte: adaptado de [72]

## Placas de aquisição, chassi e programas

Para aquisição dos dados experimentais são utilizadas duas placas NI-9234, da fabricante National Instruments. Cada placa possui 4 canais. Uma placa recebe 4 acelerômetros e a outra 3, mais o martelo instrumentado.

Um chassi portátil modelo NI cDAQ-9178 com capacidade de até 8 placas de aquisição controla a temporização, sincronização e transferência dos dados para o computador, via USB.

O programa SignalExpress fornece uma interface para registro, leitura gráfica, análise e pós processamento dos dados adquiridos. É utilizado para realizar a média das aquisições, cálculo das acelerações em cada direção, FFT do impacto do martelo e a Função Resposta em Frequência (FRF) das acelerações.

Obtidas as FRF's das acelerações em cada direção, os resultados de magnitude e fase das FRF's são importados no programa ME'Scope VES, que oferece ferramentas prontas para análise modal e obtenção dos modos, frequências naturais e amortecimentos.

A Figura 3.31 apresenta uma fotografia da bancada experimental, montada no Laboratório de Acústica e Vibrações (LAVI/COPPE-UFRJ) e a Figura 3.32 um diagrama esquemático, indicando os sensores, a base e os módulos de aquisição, assim como as conexões entre eles.

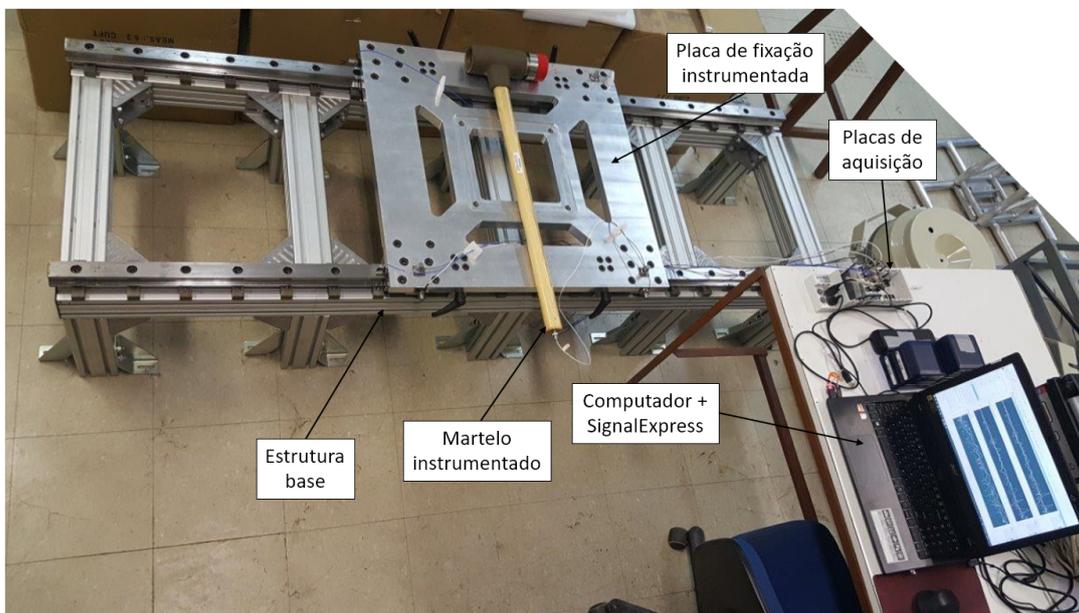


Figura 3.31: Aparato da bancada experimental no laboratório

### 3.4.2 Aquisição e tratamento dos dados

Os dados coletados pelos acelerômetros e o martelo instrumentado são enviados através das placas e chassi de aquisição para tratamento, em tempo real no Sig-

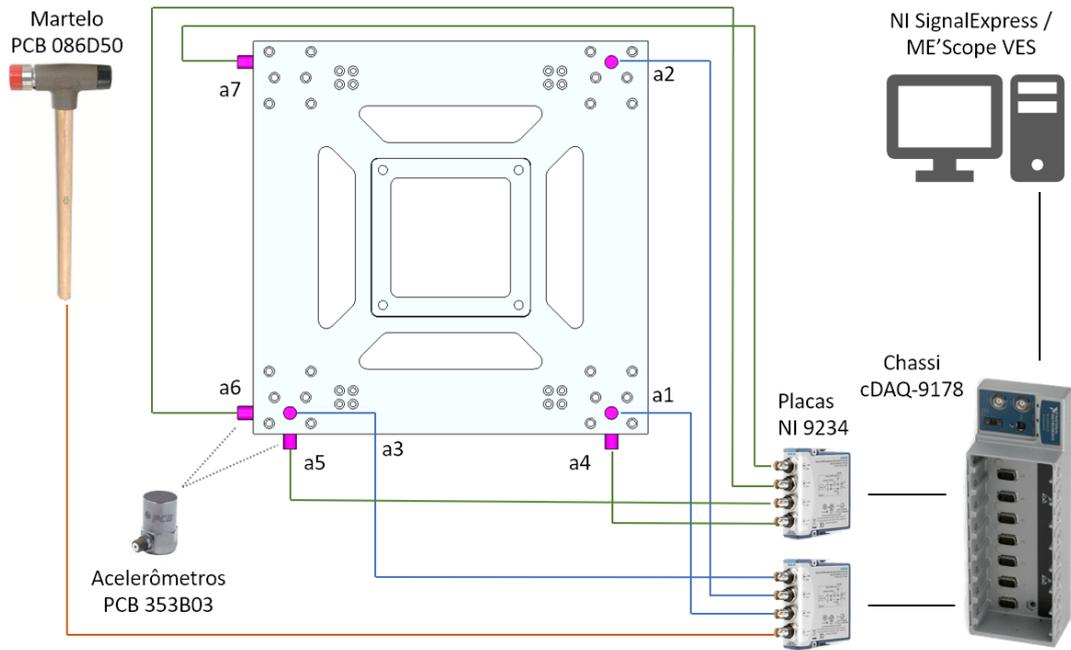


Figura 3.32: Diagrama da bancada experimental

nalExpress. O pós-processamento no programa calcula as FRF's de cada grau de liberdade e os resultados são exportados para o ME'Scope para realizar análise modal e estimativa dos parâmetros modais. Segue o detalhamento de cada uma destas etapas.

### Aquisição no SignalExpress

Antes de serem adquiridos, deve-se primeiro preparar o ambiente no programa SignalExpress. Nele é mapeado o canal que receberá os dados de cada sensor, fornecidos os tipos de sensores e os valores de sensibilidade, faixas de trabalho, taxa de aquisição e número de amostras.

Para evitar os fenômenos de *aliasing*, a taxa de aquisição foi definida em  $20\text{ kHz}$ , longe o suficiente da frequência de ressonância esperada da base, e para evitar o vazamento espectral (ou *leakage*), o número de amostras como o dobro da taxa, neste caso, 40 mil. Isto garante uma janela de tempo de cada amostragem de 2 segundos. Como o sinal é quase totalmente amortecido neste intervalo de tempo, não há necessidade de utilizar uma função de janelamento (ou *window*) neste sinal. É utilizada a função *Averaging* para calcular a média das amostragens, pelo método RMS (*Root Mean Square*). Serão coletadas 5 amostragens por direção de estímulo, para processamento e cálculo dos dados.

Em seguida, são definidas as acelerações do ponto central da base, que são calculadas pelas equações 3.87 a 3.92. No SignalExpress é utilizada a função de pós-processamento *Formula*, que permite realizar operações algébricas entre até 4 sinais.

Logo, são definidas 6 funções que calculam as acelerações do ponto virtual central da base.

Por fim, é utilizada a função *Frequency Response* do pacote NI Sound and Vibration Assistant do SignalExpress. Esta função recebe os sinais do martelo e as acelerações em uma direção, e calcula as FRF's entre as acelerações (saída) e a força de impacto (entrada).

### Função de Transferência

Seja a Função de Transferência definida por uma matriz  $H_{n \times n}$ , formada pelos termos  $h_{ij}$ . Cada termo representa uma FRF da aceleração de cada direção  $i$  como resposta do impulso do martelo na direção  $j$ . Logo, para este modelo de base,  $n$  é igual ao número de graus de liberdade, 6. Portanto 36 termos definem a Função de Transferência deste modelo. Como a matriz é simétrica, podem ser determinados apenas 21 dos 36 termos.

$$H = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} & h_{15} & h_{16} \\ & h_{22} & h_{23} & h_{24} & h_{25} & h_{26} \\ & & h_{33} & h_{34} & h_{35} & h_{36} \\ & & & h_{44} & h_{45} & h_{46} \\ & & & & h_{55} & h_{56} \\ \text{sim.} & & & & & h_{66} \end{pmatrix} \quad (3.95)$$

Note-se que para calcular os termos devido a rotação da base  $h_{i4}$  a  $h_{i6}$ , então seria necessário excitar um momento em cada direção angular  $(r_x, r_y, r_z)$ . Entretanto, é inviável excitar, com o martelo, um momento puro na base. Logo, estes termos não podem ser calculados diretamente. Em compensação, o ensaio conta com aquisição simultânea de 6 sinais de saída (acelerações) para cada sinal de entrada (impacto) e portanto classifica-se como SIMO (*Single Input Multiple Outputs*). A vantagem deste tipo de ensaio é que para o caso em que o número de sinais é igual ao número de graus de liberdade, obtém-se exatamente uma coluna inteira da matriz de Transferência. De uma linha ou uma coluna completa obtém-se informação suficiente para se determinar os parâmetros modais.

### Resultados da aquisição

A aquisição dos dados experimentais é feita realizando a média de 5 impactos na mesma direção. A direção do impacto em  $y$  foi escolhida por praticidade, já que é possível acertar a estrutura muito próximo da direção do centro de massa e portanto fornecer um estímulo em apenas uma direção.

Selecionou-se os dados tomados e processados em uma iteração da média dos 5

impactos para representarem os resultados da aquisição. Na Figura 3.33 apresenta-se as acelerações em cada grau de liberdade medido da base e sobrepõe-se também o gráfico do impacto realizado pelo martelo instrumentado.

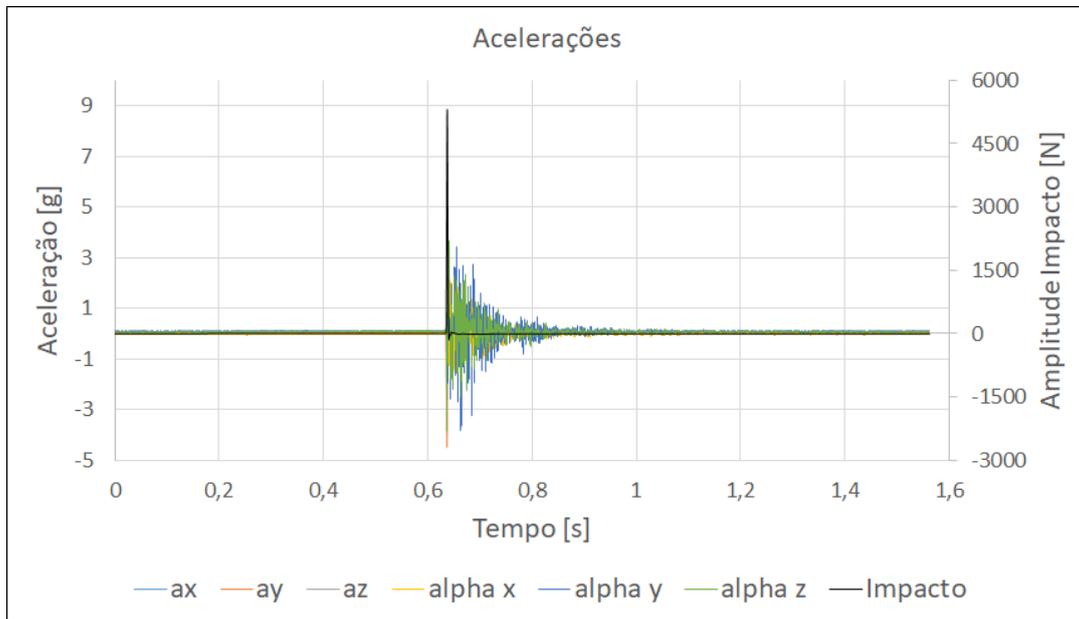


Figura 3.33: Dados experimentais das acelerações e magnitude do impacto vs. tempo

A Figura 3.34 apresenta o resultado da transformação FFT do impacto do martelo, fornecendo o espectro de frequência estimulado. Este gráfico fornece um parâmetro para avaliar a faixa de frequência útil da medição. Nota-se que de acordo com o resultado, a faixa útil do impacto é aproximadamente de 0 a 500 Hz.

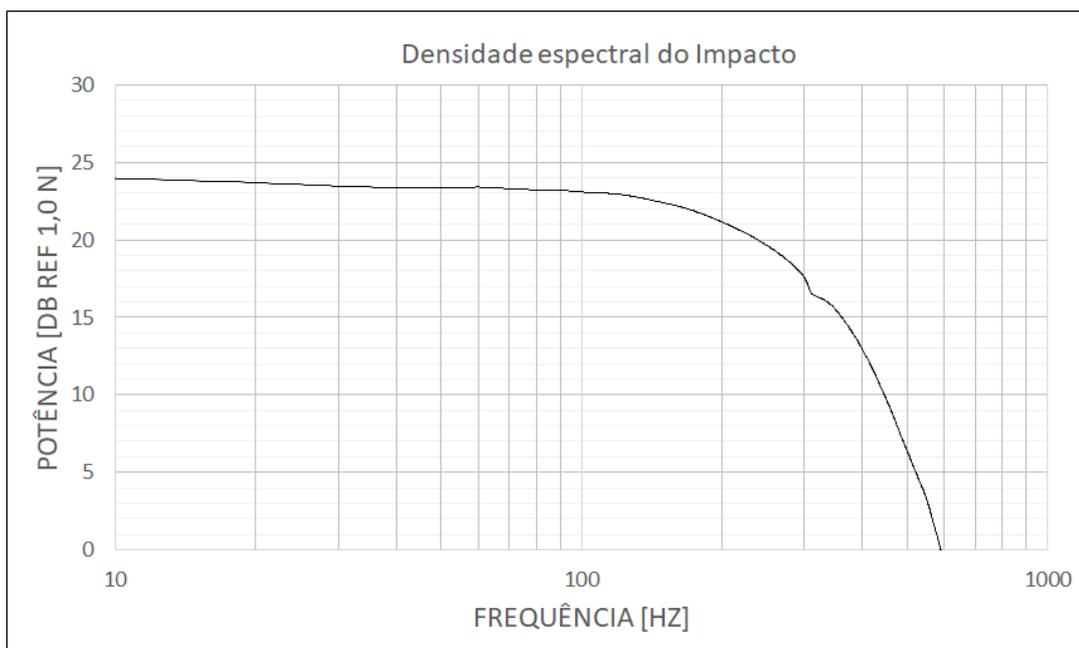


Figura 3.34: FFT do impacto do martelo

Por fim, o SignalExpress fornece a Função de Resposta em Frequência (FRF) de cada grau de liberdade medido. O resultado da magnitude da FRF de cada gdl é apresentado na Figura 3.35 assim como sobrepõe o resultado da Coerência do na direção  $y$ .

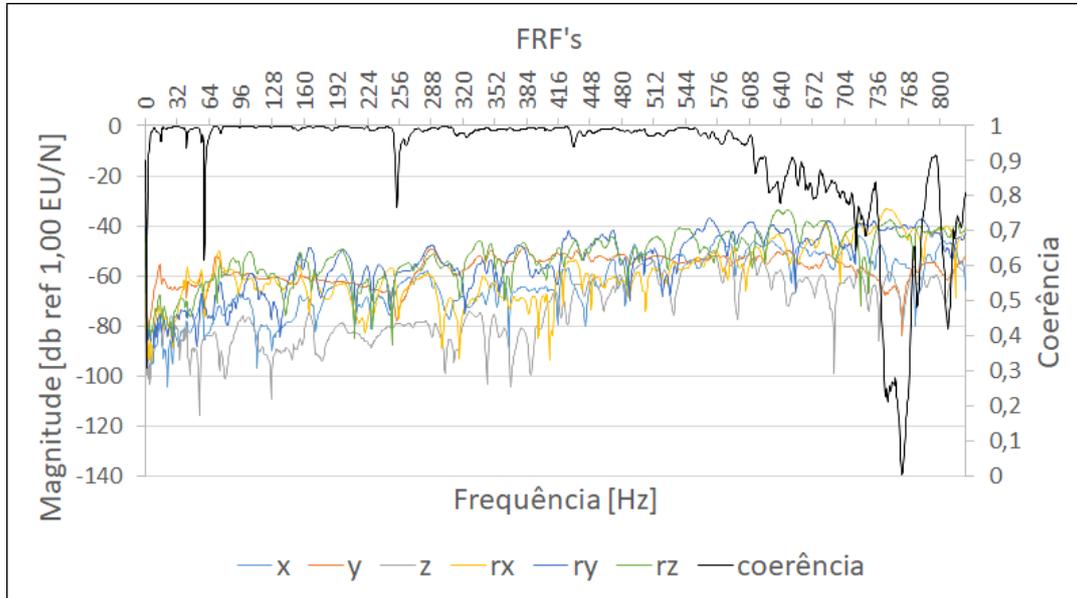


Figura 3.35: Magnitude das FRF's para o impacto na direção  $y$

Verifica-se pelo espectro da coerência que a faixa de 0 a 500  $Hz$  continua uma boa estimativa quanto a qualidade do resultado, e portanto os dados experimentais são adequados nesta faixa.

### Análise modal no ME'Scope

O programa ME'Scope é utilizado para identificar os parâmetros modais a partir das FRF's importadas. A interface de importação do programa ajuda a identificar os dados e relacionar às direções de medição e excitação correspondentes.

A opção *Modal Analysis* no ME'Scope é utilizada para identificar as frequências de ressonância do sistema e estimar os parâmetros modais pela função de ajuste de curva (*curve fitting*). A primeira etapa é identificar a faixa de frequência que se deseja analisar. Conforme foi identificado, será analisada a faixa de 0 a 500  $Hz$ . Em seguida, identifica-se os modos ou picos nesta faixa. Ainda há opção da contagem automática, se fornecido um valor mínimo de magnitude para caracterizar o modo.

Com isso o programa realiza uma estimativa dos coeficientes de um polinômio do modelo FRF analítico, pelo ajuste de curva ao modelo experimental. Os coeficientes são então processados para obter os parâmetros modais. Os resultados da análise modal encontram-se na Tabela 3.10.

Tabela 3.10: Resultado do amortecimento modal

Modo	Frequência	Amortecimento [Hz]	Amortecimento [%]
1	11,6	0,11	0,947
2	156	1,06	0,679
3	230	0,35	0,151
4	309	1,61	0,519
5	375	3,94	1,050
6	432	8,45	1,960

### 3.4.3 Cálculo da Matriz de Amortecimento

A matriz de amortecimento tem dimensão  $6 \times 6$ , que corresponde aos 6 graus de liberdade (3 translações e 3 rotações) associados às coordenadas generalizadas do modelo teórico. Para facilitar seu uso e generalização é utilizado o modelo de amortecimento proporcional, em que assume-se que o amortecimento depende apenas de dois parâmetros,  $\alpha$  e  $\beta$ , proporcionais às matrizes de inércia e rigidez respectivamente, de acordo com a expressão:

$$C = \alpha M + \beta K$$

Como demonstrado na seção 2.2.2, os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  se baseiam no resultado do amortecimento modal ao longo de uma faixa de frequência de interesse. Aplicando-se a equação 2.58 aos resultados experimentais da Tabela 3.10, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 6 & 500087 \\ 500087 & 67111 \times 10^9 \end{pmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 17.407 \\ 2.32915 \times 10^6 \end{bmatrix} \quad (3.96)$$

O resultado da equação 3.96 fornece:

$$\alpha = 4,489 \times 10^{-2} \quad (3.97)$$

$$\beta = 6,907 \times 10^{-5} \quad (3.98)$$

## 3.5 Modelo acoplado robô e base

Demonstrou-se nas seções 3.2 e 3.3 como foram construídos os modelos dinâmicos do robô e da base em separado. Esta seção consiste em unir os dois sistemas MBS em um modelo acoplado. Isto é feito considerando que o sistema de coordenadas SC-Z, inercial no modelo do robô, agora coincide com o sistema de coordenadas final do modelo da base, SC-R3.

Note-se que no modelo da base, era considerado um único corpo, fixado no “topo” da cadeia cinemática de 6 graus de liberdade da base. Agora, este corpo é represen-

tado pelo pedestal do robô, corpo Z, seguido dos 5 elos consecutivamente conectados, tornando-o um MBS de 11 graus de liberdade. A Figura 3.36 ilustra o sistema acoplado, indicando as novas coordenadas generalizadas associadas à base,  $q_1, \dots, q_6$ , e associadas ao robô,  $q_7, \dots, q_{11}$ . O sistema de coordenadas SC-Z do manipulador aparece coincidente com SC-R3 da base e o novo sistema de coordenadas inercial é indicado por SC-R.

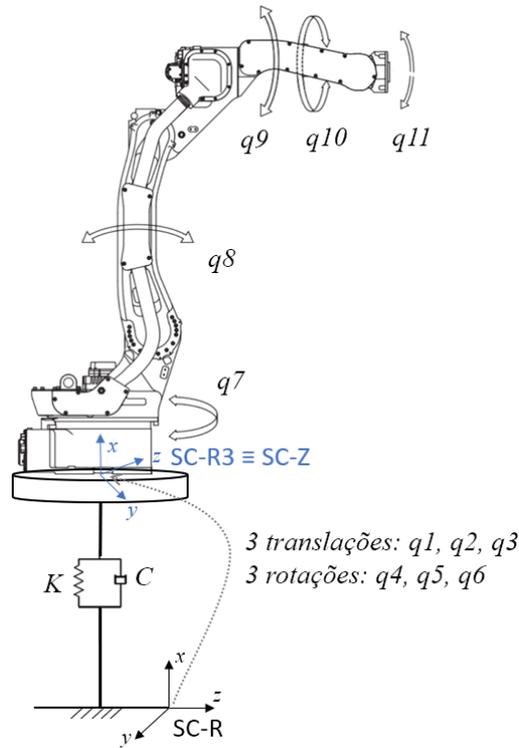


Figura 3.36: Novas coordenadas generalizadas do modelo MBS acoplado

Para este sistema acoplado, é empregado o mesmo procedimento das seções 3.2 e 3.3 para se deduzir as equações de movimento, pelo Método de Kane e utilizando as rotinas do Sophia-Maple. A principal diferença está na interface entre o robô e a base, em SC-R3/SC-Z. Do ponto de vista do modelo do manipulador, o pedestal (ou corpo Z) que antes não era considerado na dinâmica do sistema por estar fixo no referencial inercial, agora irá sofrer os esforços externos, oriundos da conexão com a base e também forças de inércia. O equilíbrio das forças externas na interface entre os dois sistemas é apresentado no diagrama de corpo livre da Figura 3.37. Os outros elos do manipulador aparecem sombreados, apenas como referência.

Verifica-se que a rigidez e amortecimento da base atuam como forças e momentos externos no robô. A expressão que define as forças externas que atuam no corpo Z, que no modelo desacoplado apresentava apenas o peso do corpo, agora é:

$$\mathbf{Fex}_Z = \mathbf{Peso}_Z - \mathbf{Fk} - \mathbf{Fc} \quad (3.99)$$

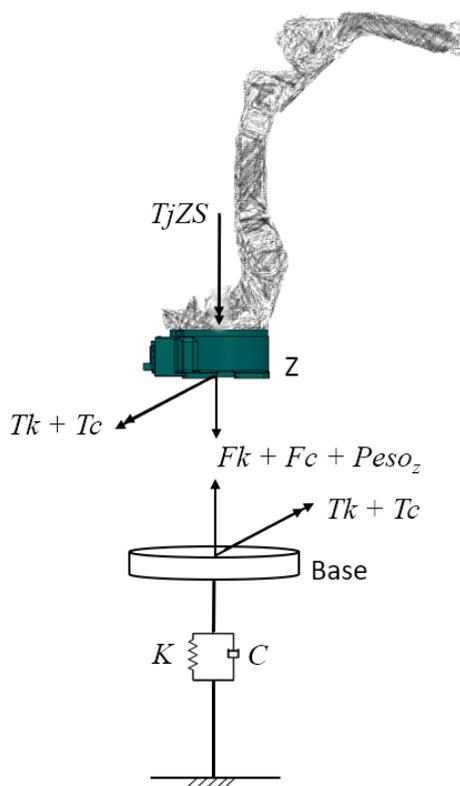


Figura 3.37: Diagrama de corpo livre da interface entre o pedestal do robô e a base

Da mesma forma, a nova expressão para os momentos externos que atuam no corpo Z, que antes considerava apenas o torque da junta ZS, torna-se:

$$\mathbf{M}_{ex_Z} = -\mathbf{T}_{jZS} - \mathbf{T}_k - \mathbf{T}_c \quad (3.100)$$

Estas expressões são perfeitamente equivalentes às apresentadas na equação 3.82, que tratava o corpo sobre a base como uma massa M qualquer. Portanto, é de se notar que as expressões já desenvolvidas para o cálculo dos modelos desacoplados do robô e da base, são perfeitamente equivalentes às do modelo acoplado, sendo necessário apenas fazer a mudança das coordenadas generalizadas e corrigir a indicação dos corpos, para refletir o novo modelo.

O aumento do número de graus de liberdade, de 6 para 11, aliado a um novo conjunto de forças externas, causa um grande aumento de complexidade no cálculo algébrico das equações de movimento. Para se ter uma ideia, o novo custo do sistema de equações de movimento do modelo acoplado robô e base, tem a seguinte estrutura.

$$72220 \text{ additions} + 617367 \text{ multiplications} + 409552 \text{ functions}$$

### 3.5.1 Robô sobre base rígida

A base é considerada rígida quando os deslocamentos devido a elasticidade de sua estrutura causam erros desprezíveis de trajetória do robô. Ou seja erros muito pequenos de posição, velocidade e orientação do seu efetuador. Uma base rígida portanto seria um caso especial do modelo acoplado robô e base, tal que a matriz de rigidez apresentasse valores muito elevados. No entanto, a medida que se aumenta a rigidez da base, o modelo converge para o caso do sistema desacoplado, no sentido que a rigidez é tão alta que os graus de liberdade oferecidos pela base resultam em movimentos desprezíveis.

Entende-se que do cálculo da cinemática inversa, é definida a trajetória ideal, que fornece os parâmetros de posição, velocidade e orientação exatos que se deseja realizar. Porém, a cinemática inversa fornece apenas um dado de entrada ao modelo dinâmico, tal que a trajetória real será consequência da inércia do sistema e da eficácia do controlador PID. A diferença entre a trajetória resultante e a fornecida é classificada como erro de trajetória, onde os erros são apresentados em termos de posição, velocidade e orientação. Logo, é de se esperar que, se o robô é bem projetado e seu controle bem determinado, os erros apresentados estarão dentro de uma faixa de erro aceitável. Na seção 2.3.3 foram apresentados os requisitos para o processo de revestimento por aspersão térmica. Este processo é utilizado para exemplificar a utilização do método para alguns casos de bases flexíveis, na seção 3.6.

O modelo do robô sobre base rígida será portanto utilizado para descrever uma trajetória de referência, ou seja, resultado puramente da dinâmica do robô, desconsiderando qualquer grau de liberdade da base. Seus resultados servirão de referência, portanto, para comparar com os do manipulador sobre bases flexíveis.

### 3.5.2 Robô sobre base flexível

Quando a base possui pouca rigidez, e havendo deslocamentos consideráveis devido à dinâmica do robô, o modelo acoplado deve ser utilizado. A mesma trajetória do modelo desacoplado, é fornecida e obtém-se os novos resultados. Calcula-se então os erros de posição, velocidade e orientação, e compara-se com os resultados do outro modelo.

## 3.6 Casos aplicados

É apresentada a aplicação do método para alguns casos propostos. São definidas 2 trajetórias, diferentes em requisitos de velocidade, passo e orientação. Estas trajetórias são aplicadas ao modelo de base rígida, que fornece os resultados de referência, e depois aplicadas no modelo acoplado com base flexível. Os casos de base

são analisados para 4 versões, da mais rígida à mais flexível, cujos modelos são: *i*) base rígida; *ii*) base de testes; *iii*) base modular PRP; *iv*) base telescópica PRPP. Os resultados são analisados e discutidos no Capítulo 4.

De maneira geral, o método para análise de casos segue o seguinte fluxo de tarefas:

1. Definir a cinemática direta do manipulador robótico utilizado;
2. Definir a trajetória, e calcular sua função pela cinemática inversa;
3. Calcular a matriz de rigidez da base por Análise por Elementos Finitos;
4. Fornecer a matriz de amortecimento da base;
5. Simular a função calculada da trajetória no MBS acoplado;
6. Calcular os erros de trajetória.

Em todos os casos, o manipulador utilizado é o MOTOMAN MH12, que foi definido no modelo do robô. As seções a seguir definem as trajetórias e os parâmetros de rigidez e amortecimento dos casos de bases propostos.

### 3.6.1 Trajetórias do efetuador

Para exemplificar o uso do método, são propostas 2 trajetórias de simulação de revestimento de uma superfície plana, em zigue-zague. Este tipo de trajetória corresponde a uma tarefa que requer precisão de posição, velocidade e orientação, a fim de garantir a qualidade do revestimento.

A primeira tarefa consiste em cobrir uma superfície no plano  $xz$ , com velocidade constante de  $40\text{ m/min}$  e passo entre paralelos de  $3\text{ mm}$ . A segunda tarefa é cobrir uma superfície no plano  $yx$  com velocidade de  $30\text{ m/min}$  e passo de  $10\text{ mm}$ .

Os cartões a seguir resumem as informações referentes às trajetórias de cada tarefa a ser simulada e as Figuras 3.38 e 3.39 apresentam o traçado de cada trajetória no plano correspondente e a representação no ambiente 3D com o robô no início do primeiro paralelo.

#### Tarefa 1 – Plano $xz$

**Área:**  $(600 \times 12)\text{ mm}^2$

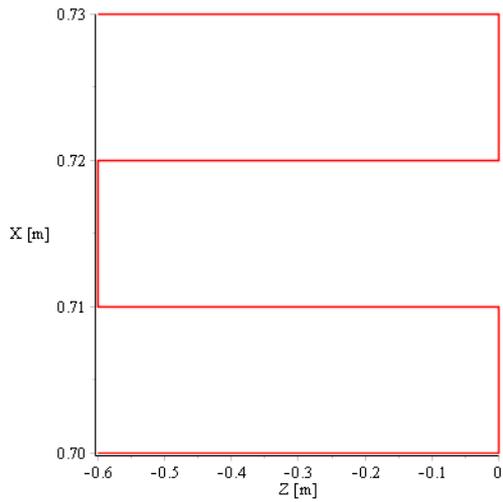
**Ponto inicial:**  $\mathbf{p}_f = [0, 700, 1, 238, -0, 600]$

**Orientação:**  $\Phi_f = [0, 0, 0]$

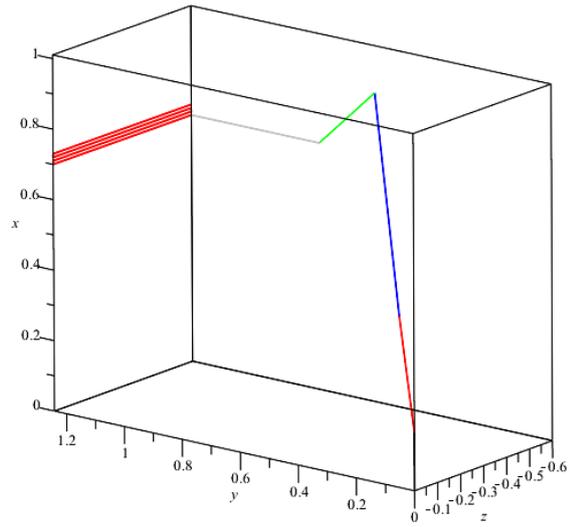
**Passo:**  $3\text{ mm}$

**Número de paralelos:** 4

**Velocidade da ferramenta:**  $40\text{ m/min}$



(a) Traçado da trajetória 1



(b) Trajetória 1 no ambiente 3D

Figura 3.38: Trajetória referente à Tarefa 1

Tarefa 2 – Plano yz

**Área:**  $(500 \times 40) \text{ mm}^2$

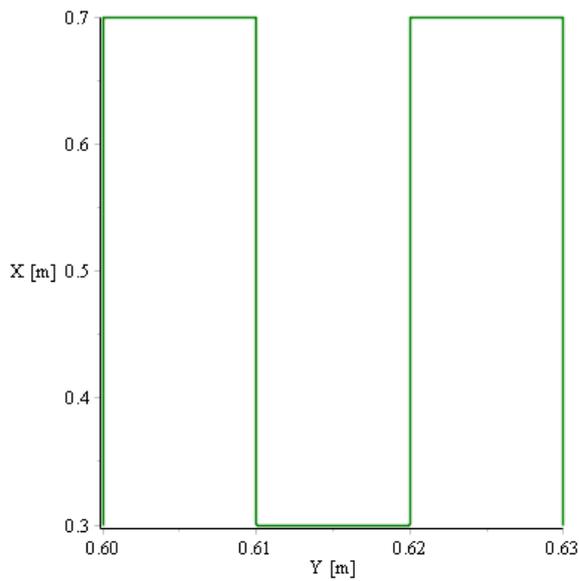
**Ponto inicial:**  $\mathbf{p}_f = [-0, 300, 0, 600, -0, 500]$

**Orientação:**  $\Phi_f = [\pi/2, \pi/2, 0]$

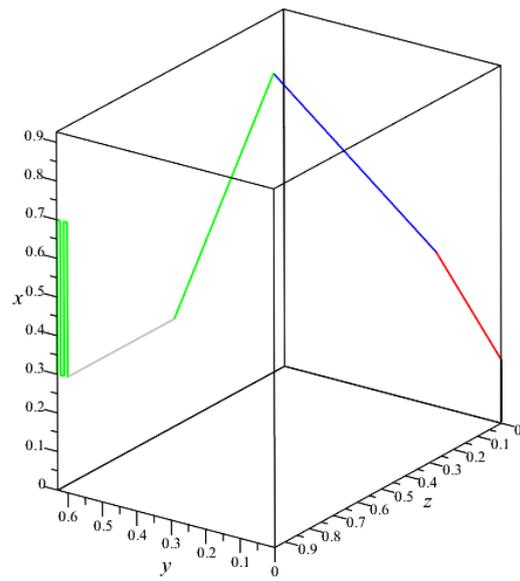
**Passo:**  $10 \text{ mm}$

**Número de paralelos:** 4

**Velocidade da ferramenta:**  $30 \text{ m/min}$



(a) Traçado da trajetória 2



(b) Trajetória 2 no ambiente 3D

Figura 3.39: Trajetória referente à Tarefa 2

### 3.6.2 Base rígida

Neste caso, como já foi citado, o modelo MBS utilizado será o desacoplado, apenas do robô. O sistema tem apenas os 5 graus de liberdade associados às juntas do manipulador.

Os resultados da simulação para o caso da base rígida é apresentado na seção 4.1.1 e são utilizados como referência para comparação com os outros modelos de base.

### 3.6.3 Base de testes

Esta é a base foi construída para testes do projeto EMMA e consiste em uma plataforma metálica e modular, com trilho e placa para fixação do robô a uma altura de aproximadamente 600 *mm* do piso. A Figura 3.21 apresentou uma fotografia da base construída, sem o robô. A estrutura é formada por perfis leves de alumínio estrutural e o trilho é composto por perfis de aço inoxidável. Patins de rolamentos acoplam a placa de fixação de alumínio aos trilhos paralelos na estrutura.

Na seção 3.3.2 esta base foi utilizada para apresentar o modelo para Análise por Elementos Finitos, que forneceu sua matriz de rigidez. Valores em *kN/m* e *kNm/rad*.

$$K = \begin{pmatrix} 941537 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 130543 & 0 & 0 & 0 & -24981 \\ 0 & 0 & 262149 & 0 & 5757 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 57019 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5757 & 0 & 119561 & 0 \\ 0 & -24981 & 0 & 0 & 0 & 97595 \end{pmatrix}$$

E na seção 3.4 foi detalhado o experimento realizado com o modelo físico, a fim de determinar os parâmetros de Rayleigh para a matriz de amortecimento.

$$\alpha = 0,04489$$

$$\beta = 0.00006907$$

Calcula-se, portanto, a seguinte matriz de amortecimento:

$$C = \begin{pmatrix} 65042 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9024 & 0 & 0 & 0 & -1726 \\ 0 & 0 & 18115 & 0 & 397 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3939 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 397 & 0 & 8260 & 0 \\ 0 & -1726 & 0 & 0 & 0 & 6744 \end{pmatrix} \quad (3.101)$$

Valores em  $kg/s$  e  $kg\ m/s$ .

Os resultados das tarefas para esta base são apresentados na seção 4.1.2.

### 3.6.4 Base modular PRP

Esta base consiste em um trilho primário e, sobreposto a este, um trilho secundário, utilizados para posicionar o manipulador dentro do ambiente de uma turbina. Uma plataforma de rotação permite que o trilho secundário forme qualquer ângulo em relação ao primário. Sobre o trilho secundário corre a placa de fixação do robô. Portanto, esta base é classificada como Prismática-Rotacional-Prismática ou PRP, por fornecer tais graus de liberdade para o posicionamento do robô.

Na seção 2.3.3 apresentou-se esta base no ambiente da turbina. A Figura 3.40 isola o modelo CAD da base com o robô. Na configuração específica analisada, o trilho secundário forma  $90^\circ$  em relação ao primário e a placa de fixação do robô a  $1100\ mm$  de distância da plataforma de rotação.

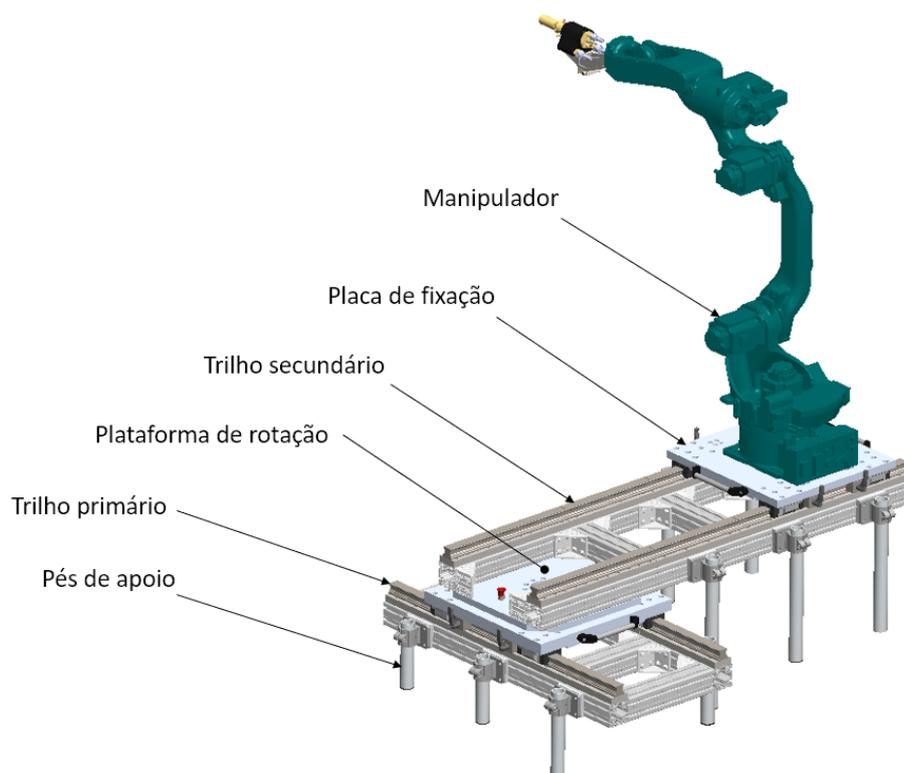


Figura 3.40: Modelo CAD da base modular PRP

Para determinação da matriz de rigidez, esta base é modelada para análise AEF. O modelo é apresentado na Figura 3.41, onde os principais componentes são indicados.

Os perfis, materiais e propriedades de seção do trilho e da estrutura são as mesmas já descritas nas Figuras 3.24, 3.24 e na Tabela 3.6 da base de testes. A diferença é a introdução dos pés da estrutura e da plataforma de rotação. Os pés são formados

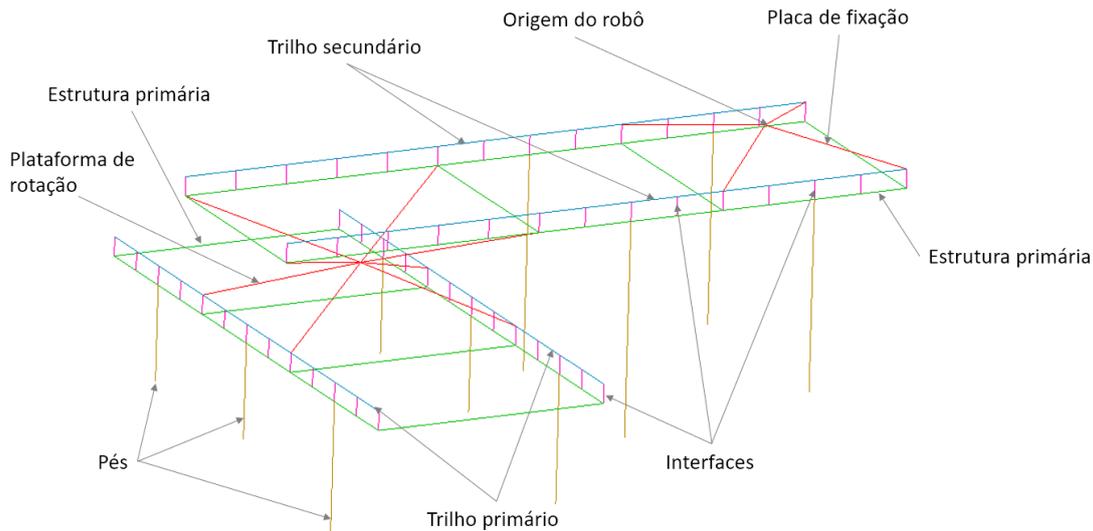


Figura 3.41: Modelo para AEF da base modular PRP

por tubos de alumínio de  $50\text{ mm}$  de diâmetro externo e parede  $4\text{ mm}$ , acoplados à estrutura por meio de abraçadeiras, podendo ser considerados engastados na estrutura principal. As propriedades de seção estão descritas na Figura 3.42. O material é o Alumínio EN-AW 6060 e suas propriedades também foram definidas na Tabela 3.6.

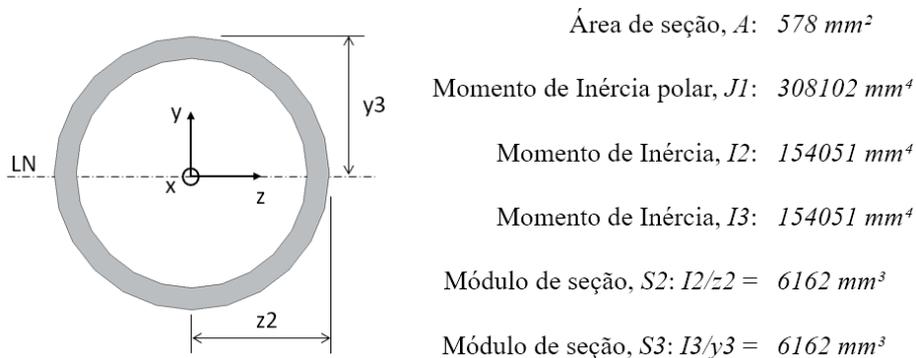


Figura 3.42: Propriedades de seção transversal dos pés da estrutura

A plataforma de rotação é formada por duas placas de alumínio, uma solidária ao trilho primário e a outra ao trilho secundário, unidas por um mancal de rolamento do tipo *slewing-ring*. Devido a densidade e robustez, esta peça foi construída com elementos rígidos no modelo para AEF. Logo transmitem forças e momentos, mas não se deforma. Da mesma forma a placa de fixação é considerada rígida e possui um ponto onde virtualmente está acoplado o robô e por onde as cargas são aplicadas.

As restrições são do tipo engaste e aplicadas às extremidades dos pés de apoio da estrutura. Os deslocamentos prescritos são então aplicados em 6 casos, exatamente como foi realizado no exemplo da seção 3.3, de acordo com a Tabela 3.7. A matriz de rigidez desta versão da base é então obtida dos resultados da análise AEF:

$$K = \begin{pmatrix} 311723 & -194 & -4274 & -161 & 47454 & -16 \\ -194 & 15416 & 122 & -12199 & -85 & -2100 \\ -4274 & 122 & 18059 & 1374 & 59 & 5 \\ -161 & -12199 & 1374 & 13193 & 39 & 1379 \\ 47454 & -85 & 59 & 39 & 18643 & -7 \\ -16 & -2100 & 5 & 1379 & -7 & 18698 \end{pmatrix} \quad (3.102)$$

Valores em  $kN/m$  e  $kNm/rad$ .

Para a matriz de amortecimento, seria necessário o ensaio experimental da estrutura. Como ainda não existe o modelo físico desta versão da base, os valores de  $\alpha$  e  $\beta$  serão estimados. Pode-se considerar uma estimativa razoável, devido à semelhança de materiais e peças,  $\alpha = 0$  e  $\beta = 5 \times 10^{-5}$ . Portanto, a matriz de amortecimento torna-se:

$$C = \begin{pmatrix} 2136 & -29 & -179 & -8 & 912 & -4 \\ -29 & 450 & 5 & -389 & -12 & -41 \\ -179 & 5 & 471 & 70 & -35 & 1 \\ -8 & -389 & 70 & 446 & 3 & 36 \\ 912 & -12 & -35 & 3 & 468 & -2 \\ -4 & -41 & 1 & 36 & -2 & 293 \end{pmatrix} \quad (3.103)$$

Valores em  $kg/s$  e  $kg\ m/s$ .

Os resultados das tarefas simuladas nesta base são apresentados na seção 4.1.3.

### 3.6.5 Base telescópica PRPP

Um último caso de base a ser analisado busca apresentar uma versão muito flexível, isto é, embora capaz de suportar os esforços com boa margem de segurança, oferece deslocamentos inaceitáveis para a realização da tarefa.

Esta base foi apresentada na seção 2.3.3, na Figura 2.25. Por decisão conservadora, decidiu-se não utilizá-la como solução, devido a um estudo preliminar de rigidez. Na época ainda não havia o método proposto neste trabalho e será utilizado agora para verificar a resposta dinâmica desta base para as tarefas de revestimento.

A base consiste em uma estrutura telescópica, que oferece graus de liberdade do tipo Prismático-Rotacional-Prismático-Prismático (PRPP), utilizados para posicionamento do robô. A Figura 3.43 apresenta modelo CAD da configuração retraída, à esquerda, e estendida à direita.

Os itens numerados correspondem à: (1) atuador linear do tipo sem-fim-coroa; (2) base fixa na escotilha; (3) braço prismático #1; (4) braço prismático #2; (5) atuadores lineares; (6) junta de rotação; (7) braço prismático #3.

O robô é fixado na extremidade do braço prismático #3. Embora na solução

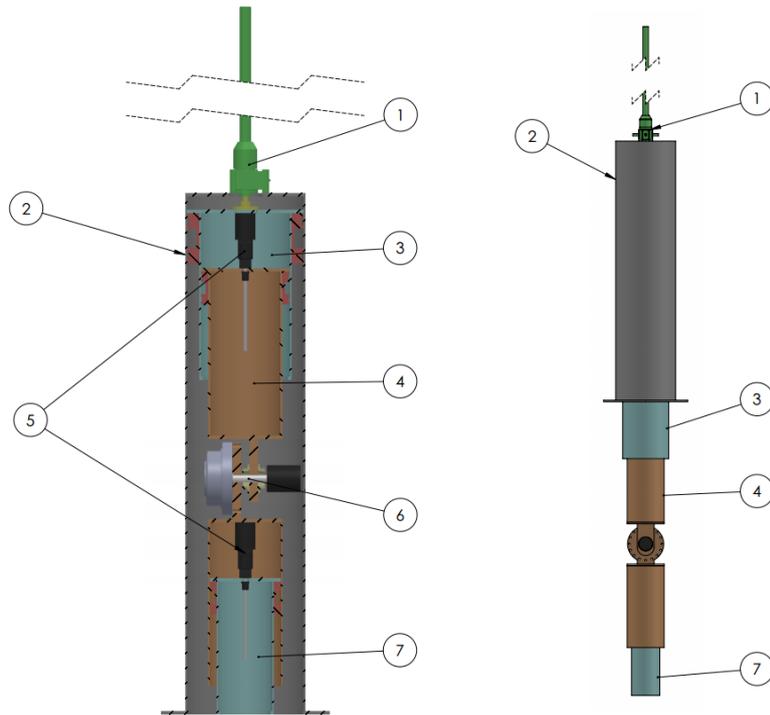


Figura 3.43: Base telescópica PRPP para acesso pela escotilha superior

original fosse utilizado um robô mais leve, será verificada a resposta deste caso para o manipulador MH12.

Para determinar a matriz de rigidez desta base, é criado seu modelo para AEF. Será considerada a configuração em que as juntas prismáticas estão totalmente estendidas e a rotacional formando um ângulo de  $90^\circ$ . A Figura 3.44 apresenta este modelo indicando os principais componentes.

Os componentes foram modelados como elementos de viga onde os braços prismáticos são formados por tubos de seção circular, padrão Schedule. As propriedades de seção transversal utilizadas na análise são apresentadas na Tabela 3.11.

Tabela 3.11: Propriedades de seção transversal dos componentes da base PRPP

Propriedade		Base fixa	Braços 1 e 2	Braço 3
Diâmetro nom.	[ <i>pol</i> ]	10	8	6
Padrão Schedule		SCH 40	SCH40	SCH 40
Área de seção	[ <i>mm</i> <sup>2</sup> ]	7,68E3	5,42E3	3,60E3
Inércia polar, J1	[ <i>mm</i> <sup>4</sup> ]	1,34E8	6,04E7	2,34E7
Momento de Inércia, I2	[ <i>mm</i> <sup>4</sup> ]	6,70E7	3,02E7	1,17E7
Momento de Inércia, I3	[ <i>mm</i> <sup>4</sup> ]	6,70E7	3,02E7	1,17E7
Módulo de seção, S2	[ <i>mm</i> <sup>3</sup> ]	4,90E5	2,75E5	1,39E5
Módulo de seção, S3	[ <i>mm</i> <sup>3</sup> ]	4,90E5	2,75E5	1,39E5

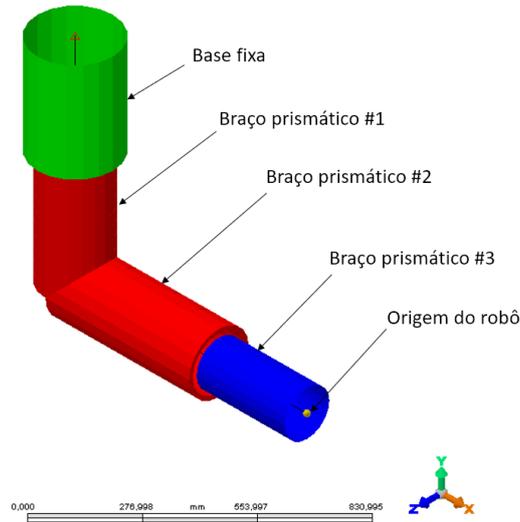


Figura 3.44: Modelo da base telescópica PRPP para AEF

Os tubos são de aço ASTM A36, e suas propriedades de material são apresentadas na Tabela 3.12.

Tabela 3.12: Propriedades de material do aço ASTM A36

Propriedade		ASTM A36
Densidade	[g/cc]	7,85
Módulo de Elasticidade	[GPa]	200
Coefficiente de Poisson	[1]	0,29
Tensão de Escoamento	[MPa]	248
Resistência à tração	[MPa]	400

É considerada restrição do tipo engastada no topo da base fixa, representando sua fixação na entrada da escotilha. Os 6 casos de carregamento e restrições são então aplicados no ponto de fixação do robô, novamente de acordo com a Tabela 3.7.

O resultado para a matriz de rigidez desta base, obtido pelas simulações por AEF é apresentado na equação 3.104.

$$K = \begin{pmatrix} 148768 & -52549 & 0 & 0 & 0 & 10299 \\ -52549 & 57244 & 0 & 0 & 0 & -21023 \\ 0 & 0 & 26634 & 1984 & 12700 & 0 \\ 0 & 0 & 1984 & 2926 & 946 & 0 \\ 0 & 0 & 12700 & 946 & 9126 & 0 \\ 10299 & -21023 & 0 & 0 & 0 & 11866 \end{pmatrix} \quad (3.104)$$

Valores da matriz em  $kN/m$  e  $kNm/rad$ .

Novamente, não é disponível esta versão para ensaio experimental, portanto os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  para formar a matriz de amortecimento são estimados. Sejam os

valores  $\alpha = 0$  e  $\beta = 5 \times 10^{-5}$ , a matriz de amortecimento será:

$$C = \begin{pmatrix} 7438 & -2627 & 0 & 0 & 0 & 515 \\ -2627 & 2862 & 0 & 0 & 0 & -1051 \\ 0 & 0 & 1332 & 99 & 635 & 0 \\ 0 & 0 & 99 & 146 & 47 & 0 \\ 0 & 0 & 635 & 47 & 456 & 0 \\ 515 & -1051 & 0 & 0 & 0 & 593 \end{pmatrix} \quad (3.105)$$

Valores da matriz em  $kg/s$  e  $kg\ m/s$ .

# Capítulo 4

## Resultados e Discussões

Os resultados das simulações de cada tarefa proposta são apresentados nas seções 4.1 e 4.2 para os seguintes casos de base: *i*) base rígida; *ii*) base de testes; *iii*) base modular PRP; *iv*) base telescópica PRPP.

Em todos os casos são avaliados os erros de posicionamento, velocidade e orientação da ferramenta, ao longo de toda a tarefa. Na seção 4.3 são comparados os resultados das tarefas para as diferentes bases.

### 4.1 Resultados de simulação da Tarefa 1

#### 4.1.1 Base rígida – Tarefa 1

Seguem os resultados do modelo de base rígida que utiliza o modelo MBS – Robô. A Figura 4.1 apresenta o resultado da simulação no ambiente 3D para a Tarefa 1.

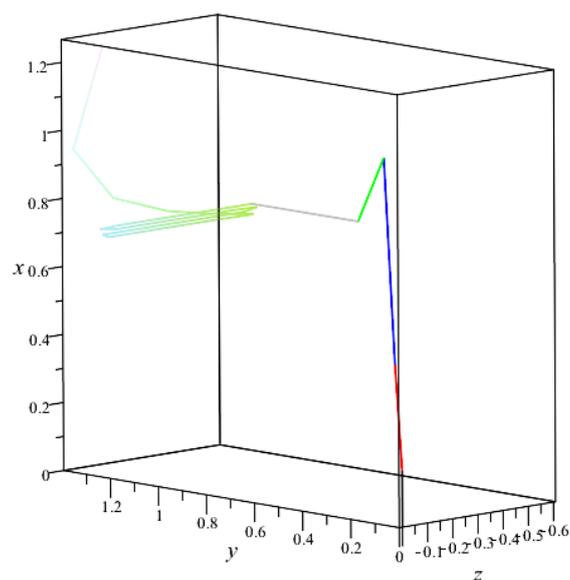


Figura 4.1: Simulação no ambiente 3D para a Tarefa 1

Estes resultados representam uma referência para posterior comparação com os resultados obtidos para o modelo MBS acoplado.

### Posição da ferramenta

Os resultados de simulação da posição da ponta da ferramenta para Tarefa 1 são apresentados a seguir. A Figura 4.2 fornece o valor de cada coordenada  $x, y, z$  no referencial inercial (linha cheia) e também o valor de referência (linha tracejada), fornecido pela cinemática inversa. A Figura 4.3 fornece o erro de posição, ou seja, a diferença entre o valor de referência dado pela cinemática inversa e o efetivo, de cada coordenada, assim como o erro absoluto (linha tracejada).

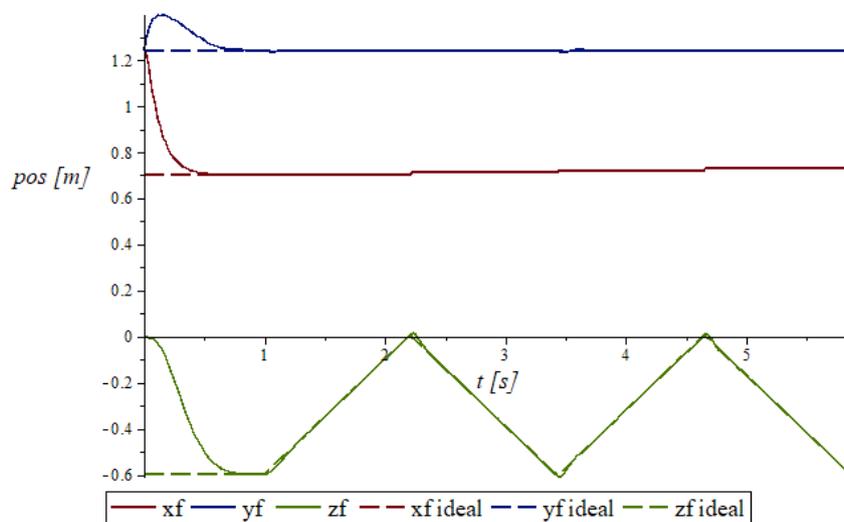


Figura 4.2: Posições das coordenadas da ferramenta para base rígida – Tarefa 1

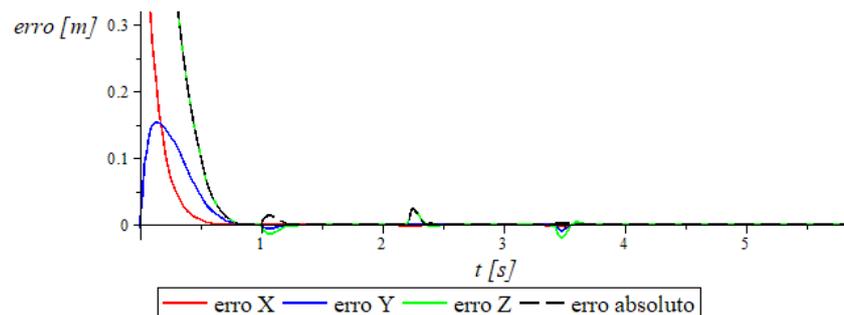


Figura 4.3: Erro de posição da ferramenta para base rígida – Tarefa 1

### Velocidade da ferramenta

São apresentados os gráficos da velocidade da ponta da ferramenta (linhas cheias) e as velocidades de referência dadas pela cinemática inversa (linhas tracejadas), na Figura 4.4. Na Figura 4.5 os erros em relação a velocidade de referência, no referencial inercial.

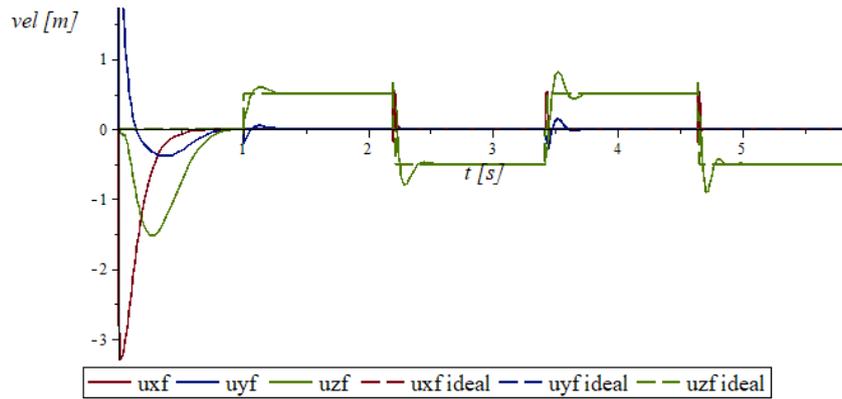


Figura 4.4: Velocidades das coordenadas da ferramenta para base rígida – Tarefa 1

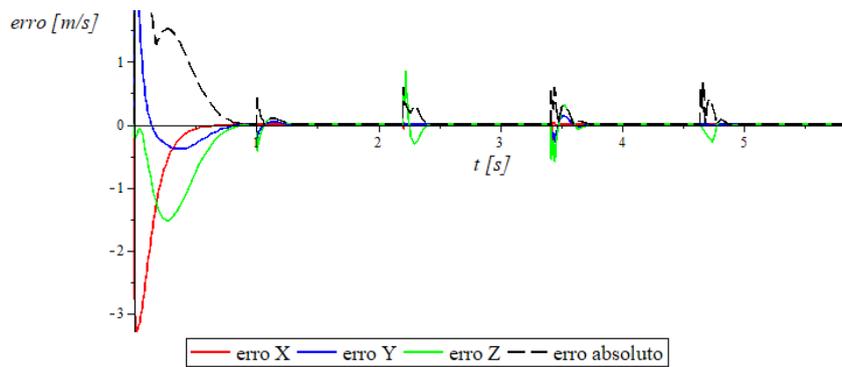


Figura 4.5: Erro de velocidade da ferramenta para base rígida – Tarefa 1

### Orientação da ferramenta

O erro de orientação da ferramenta é resultado da matriz de rotação entre o referencial inercial e a orientação do pulso do robô, em função dos ângulos de Euler, para a orientação desejada. Faz-se uma transformação da matriz de rotação em eixo e ângulo, de acordo com as equações 2.12 e 2.13. A Figura 4.6 apresenta o erro de orientação, representado pelo ângulo  $\theta$ , para a Tarefa 1.

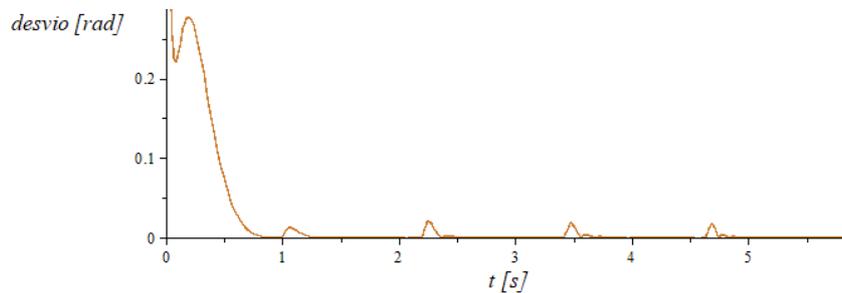


Figura 4.6: Erro de orientação da ferramenta para base rígida – Tarefa 1

## 4.1.2 Base de testes – Tarefa 1

Apresenta-se os resultados das trajetórias considerando o manipulador montado sobre a base de testes, da seção 3.6.3, realizando a Tarefa 1.

### Posição do ponto virtual

O resultado da Figura 4.7 apresenta a variação das coordenadas generalizadas  $q1$  a  $q3$ , referentes às translações, e  $q4$  a  $q6$ , referentes às rotações do ponto virtual de acoplamento base e robô. A Figura 4.8 ilustra o rastro da posição do ponto virtual (origem do robô) no ambiente 3D.

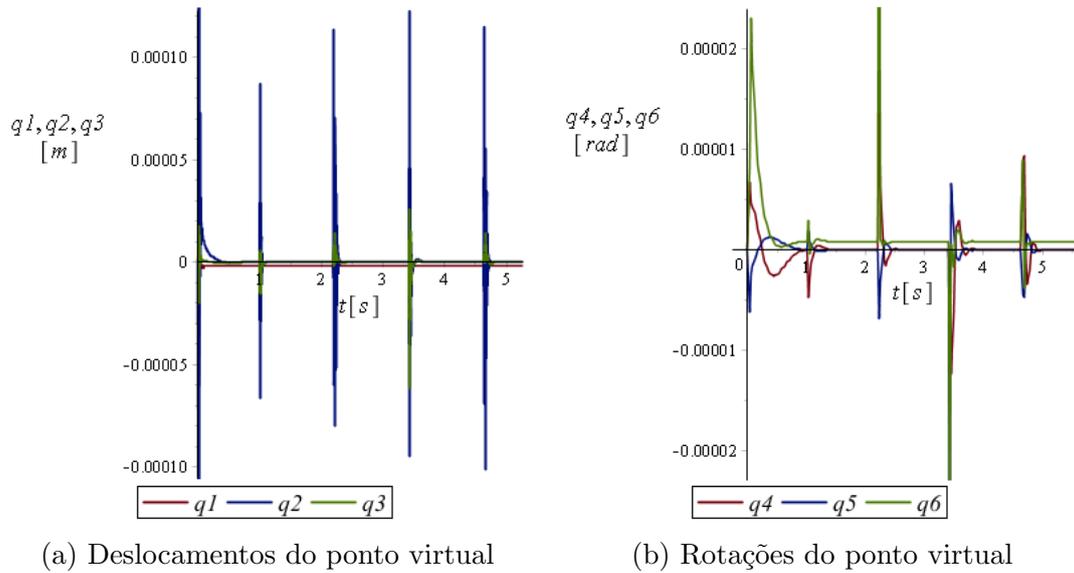


Figura 4.7: Variações de posição e orientação da base de testes – Tarefa 1

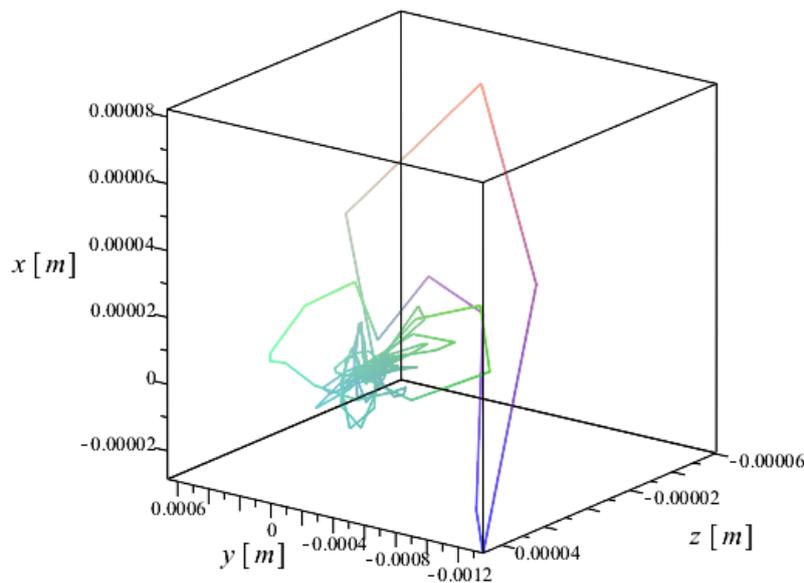


Figura 4.8: Rastro da posição do ponto virtual da base de testes – Tarefa 1

## Posição da ferramenta

A Figura 4.9 fornece as posições efetiva (linhas cheias) e ideal (linhas tracejadas). E a Figura 4.10 o erro de cada coordenada, com respeito ao referencial inercial.

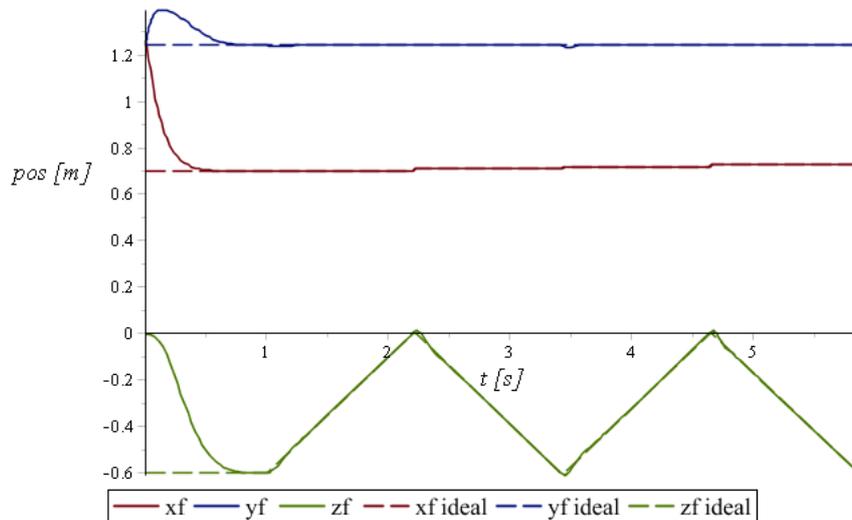


Figura 4.9: Posições das coordenadas da ferramenta para base de testes – Tarefa 1

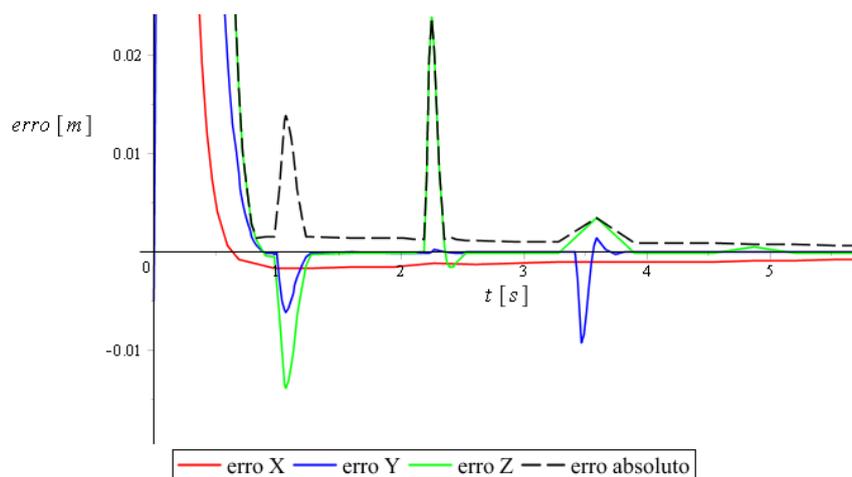


Figura 4.10: Erro de posição da ferramenta para base de testes – Tarefa 1

## Velocidade da ferramenta

São apresentados os gráficos da velocidade da ponta da ferramenta (linhas cheias) e as velocidades de referência dadas pela cinemática inversa (linhas tracejadas), na Figura 4.11 e na Figura 4.12 os erros em relação a velocidade de referência, no referencial inercial.

## Orientação da ferramenta

A Figura 4.13 apresenta o erro de orientação, representado pelo ângulo  $\theta$ .

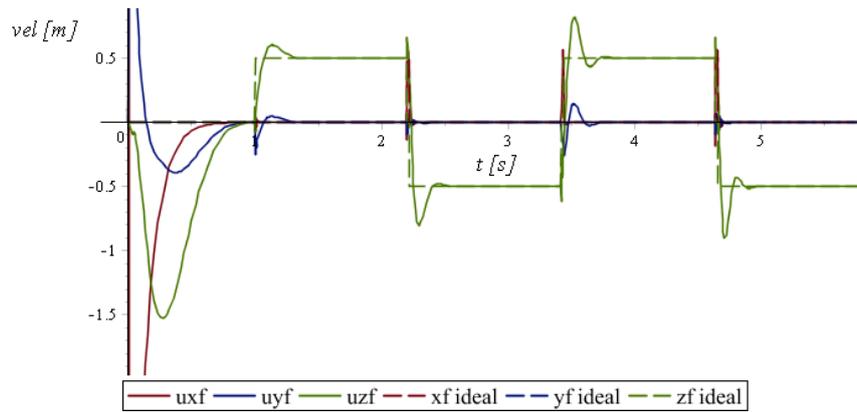


Figura 4.11: Velocidades das coordenadas da ferramenta base de testes – Tarefa 1

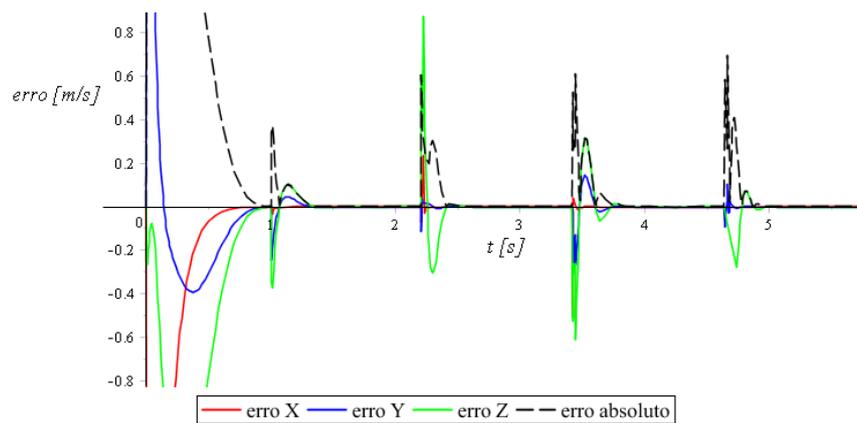


Figura 4.12: Erro de velocidade da ferramenta para base de testes – Tarefa 1

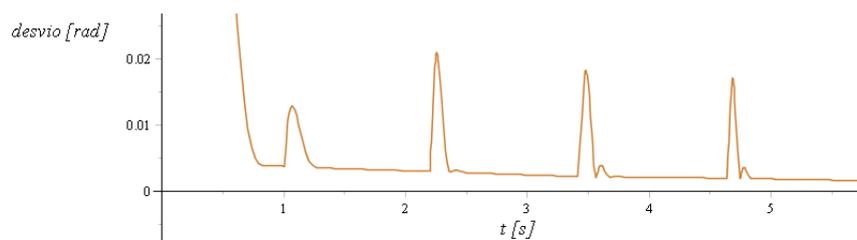


Figura 4.13: Erro de orientação da ferramenta para base de testes – Tarefa 1

### 4.1.3 Base modular PRP – Tarefa 1

Apresenta-se os resultados das trajetórias considerando o manipulador montado sobre a base modular PRP, da seção 3.6.4, realizando a Tarefa 1.

#### Posição do ponto virtual

O resultado da Figura 4.14 apresenta a variação das coordenadas generalizadas  $q1$  a  $q3$ , referentes às translações, e  $q4$  a  $q6$ , referentes às rotações do ponto virtual de acoplamento base e robô. A Figura 4.15 ilustra o rastro da posição do ponto virtual (origem do robô) no ambiente 3D.

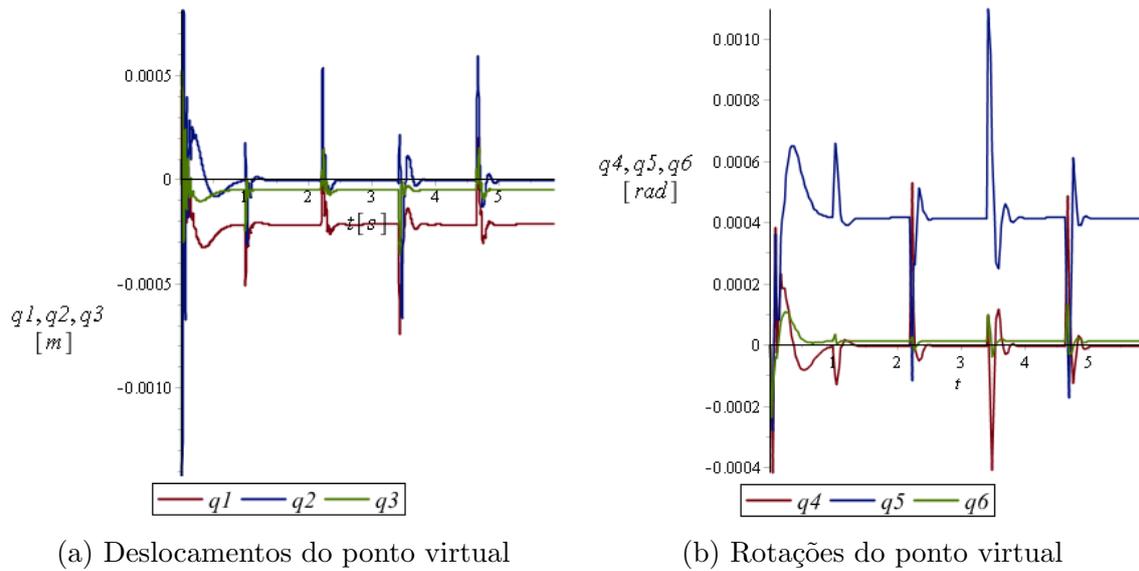


Figura 4.14: Variações de posição e orientação da base PRP – Tarefa 1

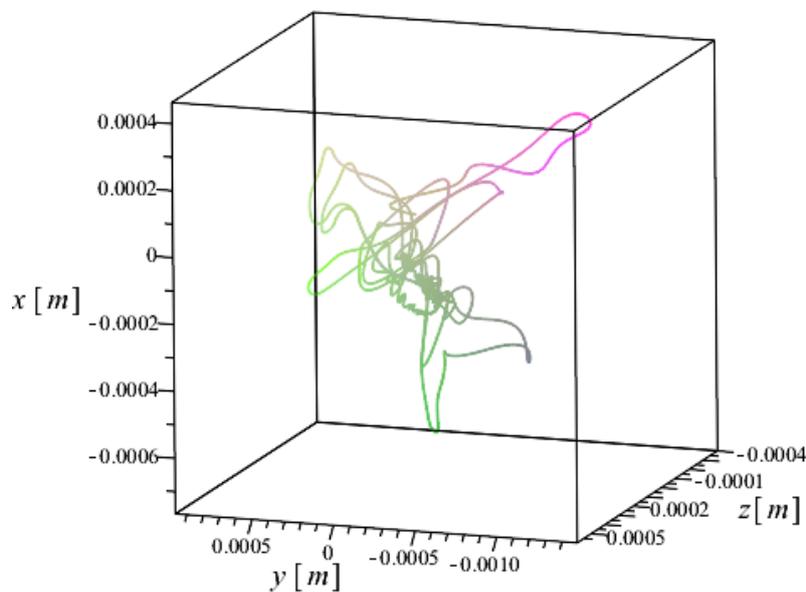


Figura 4.15: Rastro da posição do ponto virtual da base PRP– Tarefa 1

## Posição da ferramenta

A Figura 4.16 fornece as posições efetiva (linhas cheias) e ideal (linhas tracejadas). E a Figura 4.17 o erro de cada coordenada, com respeito ao referencial inercial.

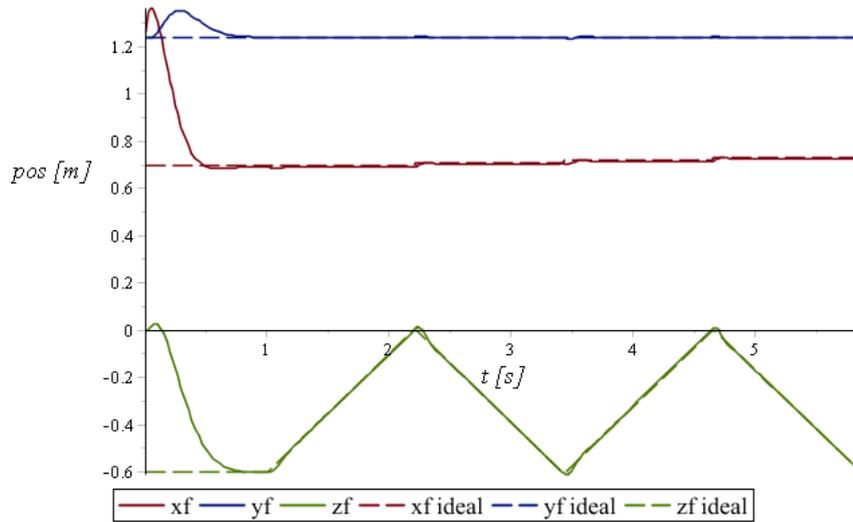


Figura 4.16: Posições das coordenadas da ferramenta para base PRP – Tarefa 1

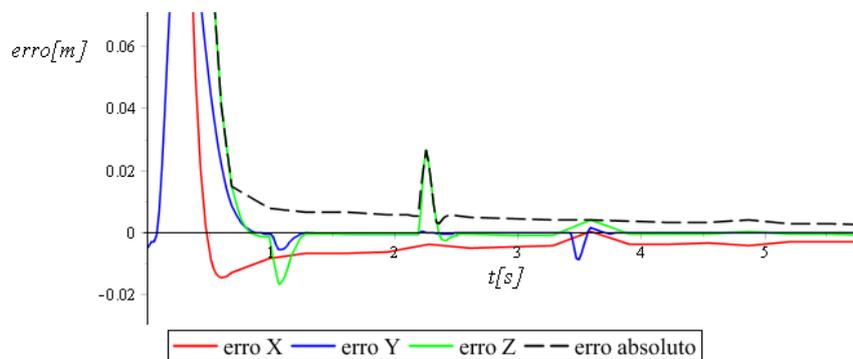


Figura 4.17: Erro de posição da ferramenta para base PRP – Tarefa 1

## Velocidade da ferramenta

São apresentados os gráficos da velocidade da ponta da ferramenta (linhas cheias) e as velocidades de referência dadas pela cinemática inversa (linhas tracejadas), na Figura 4.18 e na Figura 4.19 os erros em relação a velocidade de referência, no referencial inercial.

## Orientação da ferramenta

A Figura 4.20 apresenta o erro de orientação, representado pelo ângulo  $\theta$ .

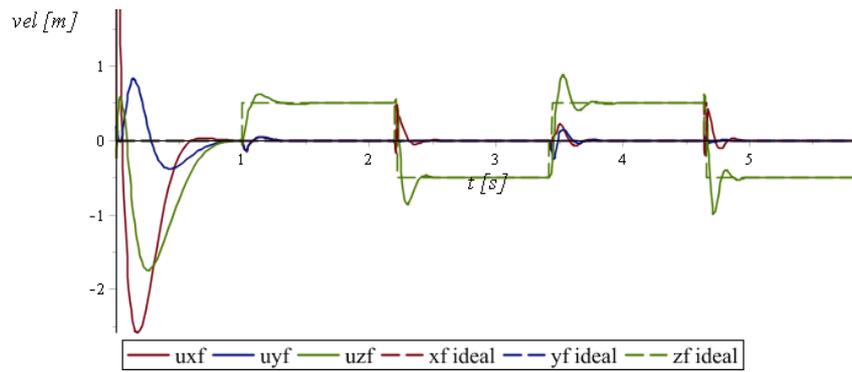


Figura 4.18: Velocidades das coordenadas da ferramenta base PRP – Tarefa 1

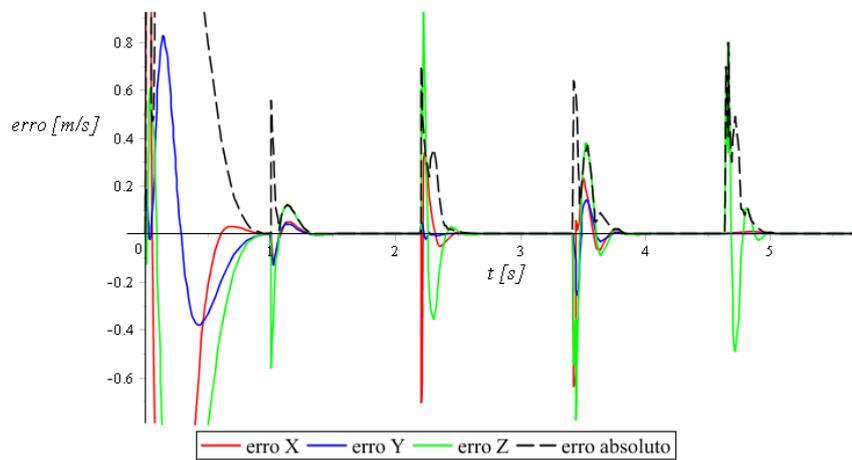


Figura 4.19: Erro de velocidade da ferramenta para base PRP – Tarefa 1

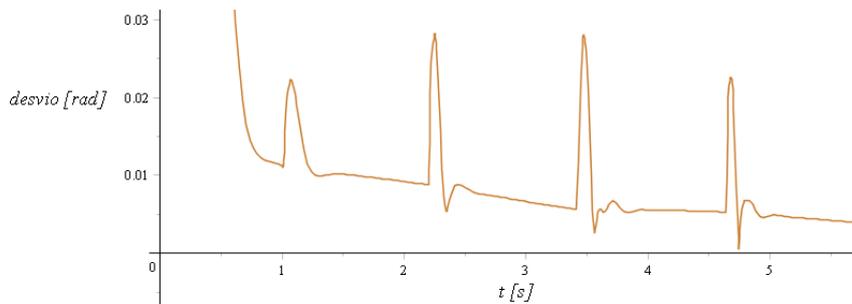


Figura 4.20: Erro de orientação da ferramenta para base PRP – Tarefa 1

#### 4.1.4 Base telescópica PRPP – Tarefa 1

Apresenta-se os resultados das trajetórias considerando o manipulador montado sobre a base modular PRP, da seção 3.6.5, realizando a Tarefa 1.

##### Posição do ponto virtual

O resultado da Figura 4.21 apresenta a variação das coordenadas generalizadas  $q_1$  a  $q_3$ , referentes às translações, e  $q_4$  a  $q_6$ , referentes às rotações do ponto virtual de acoplamento base e robô. A Figura 4.22 ilustra o rastro da posição do ponto virtual (origem do robô) no ambiente 3D.

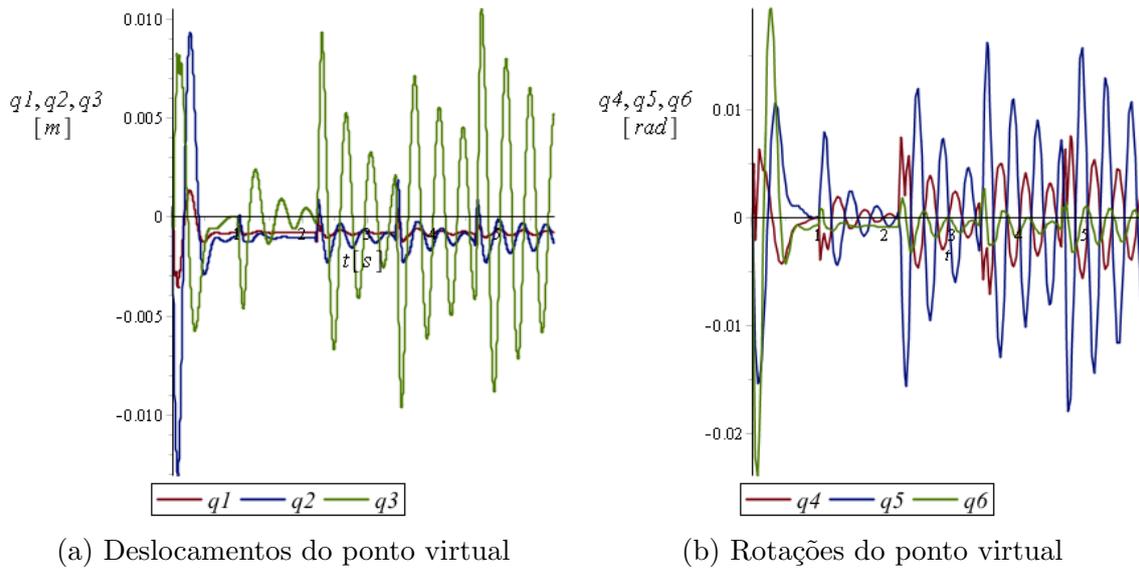


Figura 4.21: Variações de posição e orientação da base PRPP – Tarefa 1

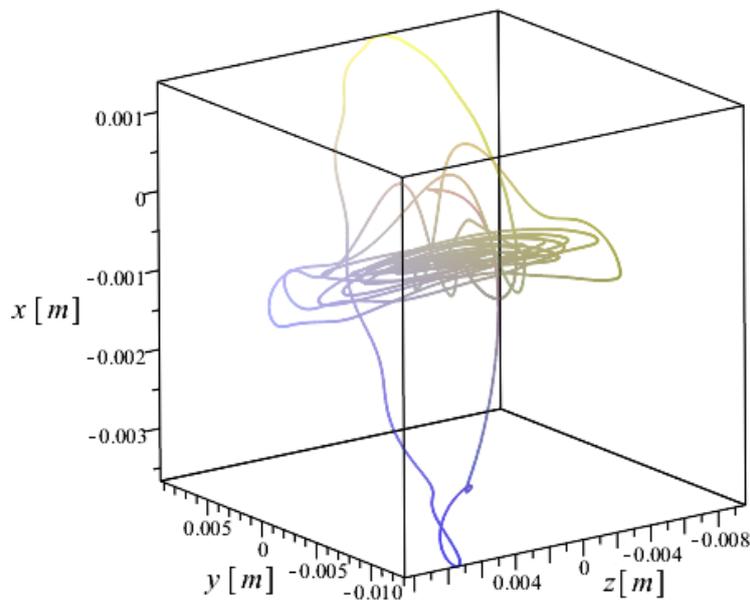


Figura 4.22: Rastro da posição do ponto virtual da base PRPP – Tarefa 1

## Posição da ferramenta

A Figura 4.23 fornece as posições efetiva (linhas cheias) e ideal (linhas tracejadas). E a Figura 4.24 o erro de cada coordenada, com respeito ao referencial inercial.

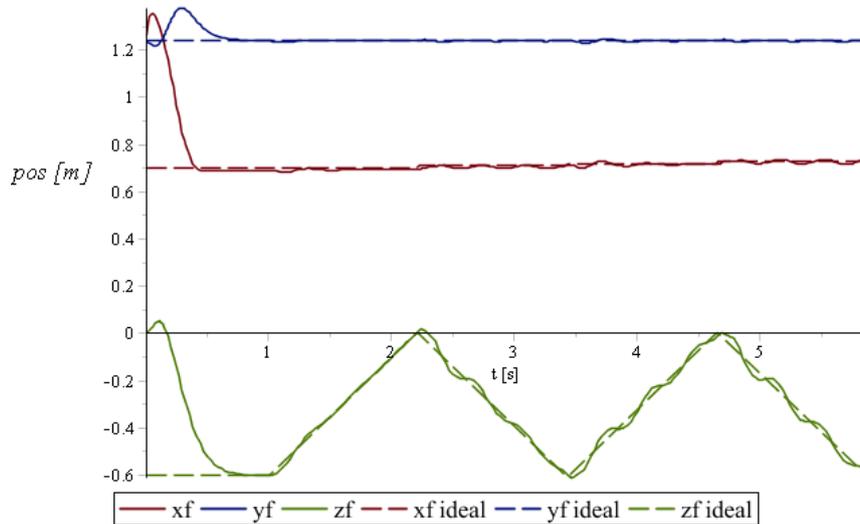


Figura 4.23: Posições das coordenadas da ferramenta para base PRPP – Tarefa 1

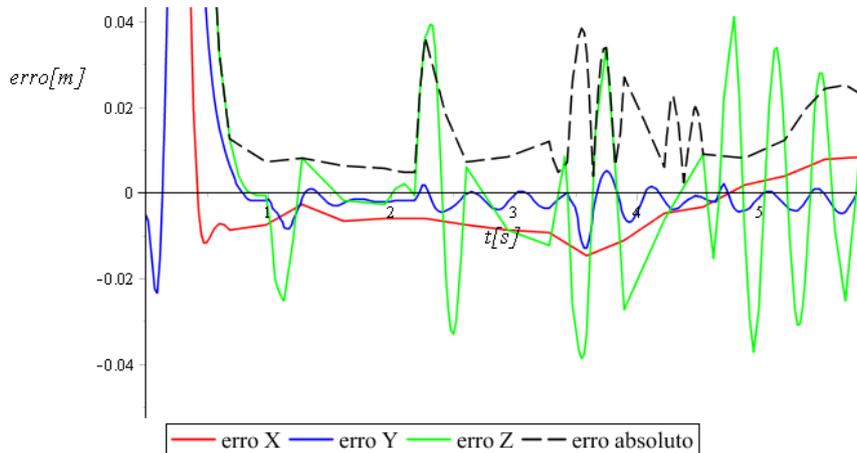


Figura 4.24: Erro de posição da ferramenta para base PRPP – Tarefa 1

## Velocidade da ferramenta

São apresentados os gráficos da velocidade da ponta da ferramenta (linhas cheias) e as velocidades de referência dadas pela cinemática inversa (linhas tracejadas), na Figura 4.25 e na Figura 4.26 os erros em relação a velocidade de referência, no referencial inercial.

## Orientação da ferramenta

A Figura 4.27 apresenta o erro de orientação, representado pelo ângulo  $\theta$ .

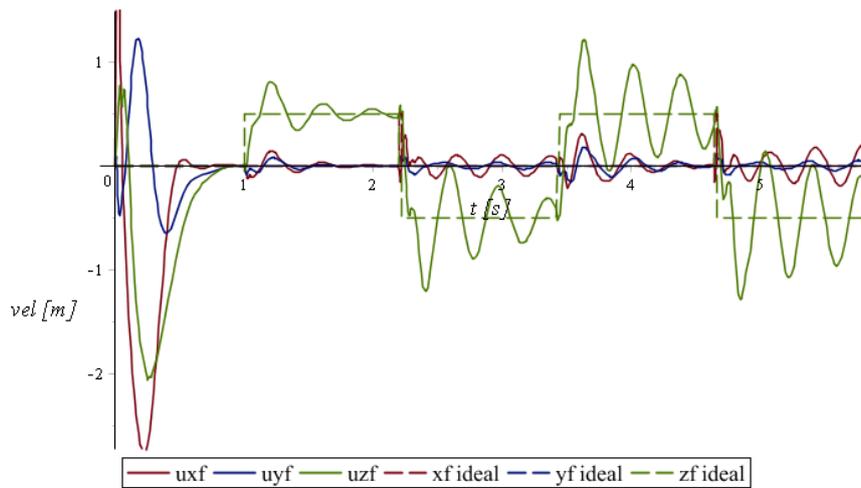


Figura 4.25: Velocidades das coordenadas da ferramenta base PRPP – Tarefa 1

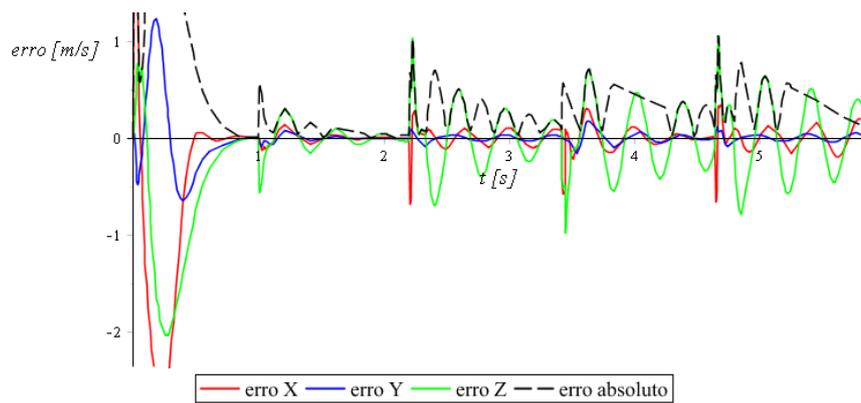


Figura 4.26: Erro de velocidade da ferramenta para base PRPP – Tarefa 1

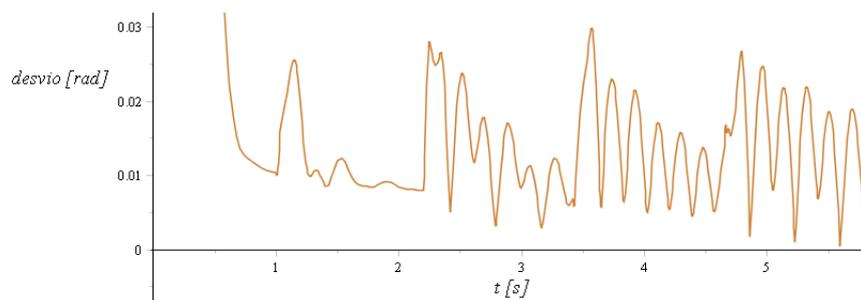


Figura 4.27: Erro de orientação da ferramenta para base PRPP – Tarefa 1

## 4.2 Resultados de simulação da Tarefa 2

### 4.2.1 Base rígida – Tarefa 2

Seguem os resultados do modelo de base rígida que utiliza o modelo MBS – Robô. A Figura 4.28 apresenta o resultado da simulação no ambiente 3D para a Tarefa 2.

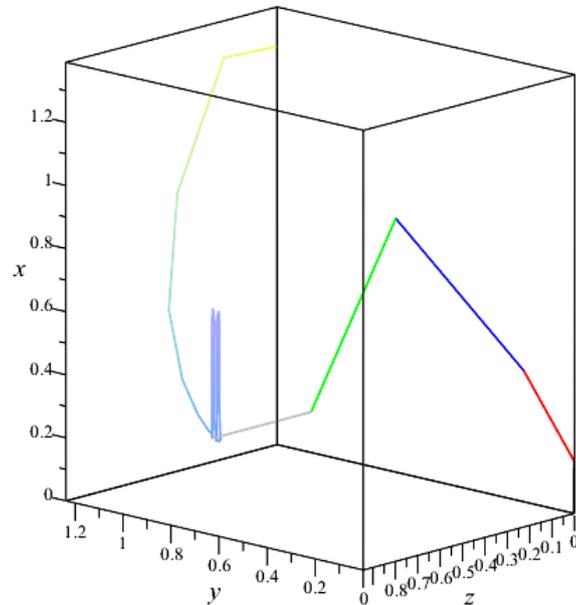


Figura 4.28: Simulação no ambiente 3D para a Tarefa 2

### Posição da ferramenta

A Figura 4.29 fornece as posições efetiva (linhas cheias) e ideal (linhas tracejadas).

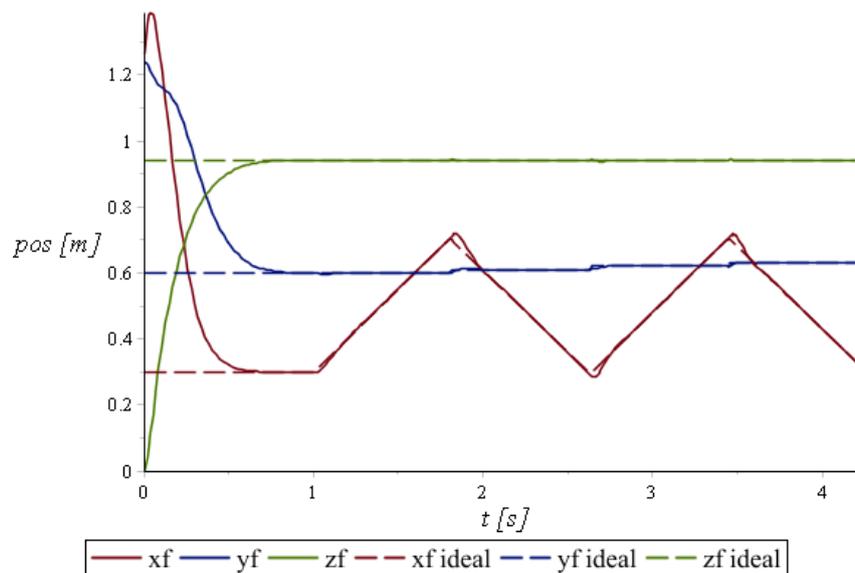


Figura 4.29: Posições das coordenadas da ferramenta para base rígida – Tarefa 2

E a Figura 4.30 o erro de cada coordenada, com respeito ao referencial inercial.

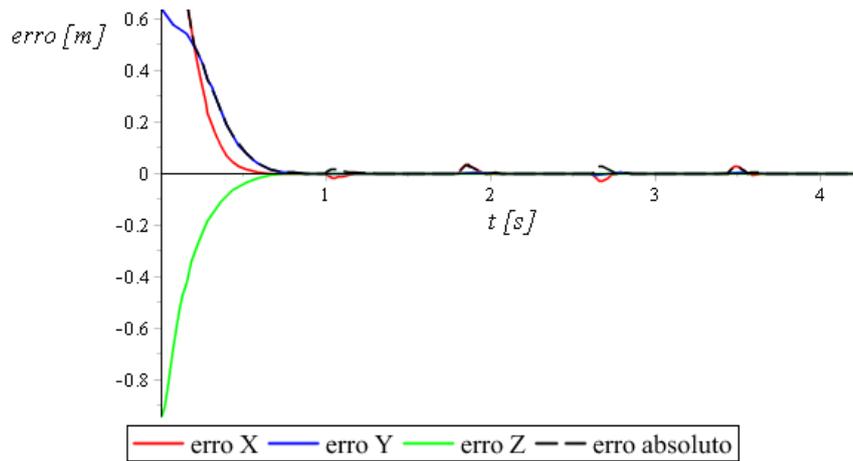


Figura 4.30: Erro de posição da ferramenta para base rígida – Tarefa 2

### Velocidade da ferramenta

São apresentados os gráficos da velocidade da ponta da ferramenta (linhas cheias) e as velocidades de referência dadas pela cinemática inversa (linhas tracejadas), na Figura 4.31 e na Figura 4.32 os erros em relação a velocidade de referência, no referencial inercial.

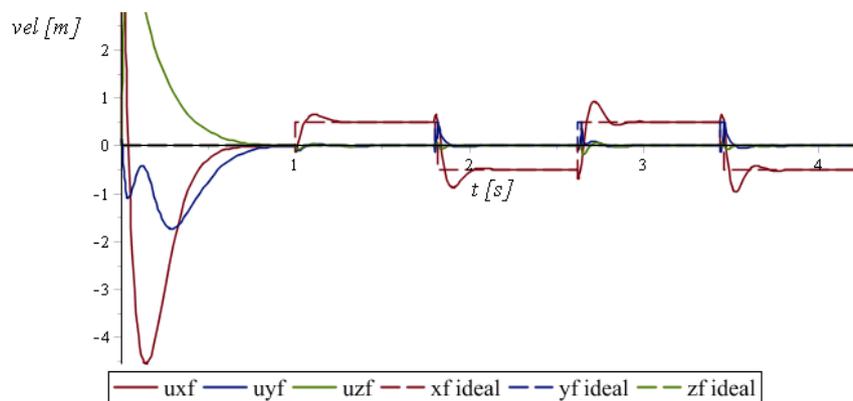


Figura 4.31: Velocidades das coordenadas da ferramenta base rígida – Tarefa 2

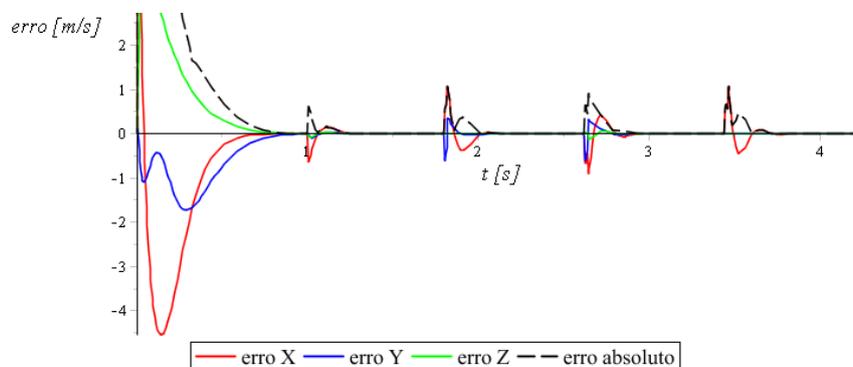


Figura 4.32: Erro de velocidade da ferramenta para base rígida – Tarefa 2

## Orientação da ferramenta

A Figura 4.33 apresenta o erro de orientação da ferramenta, representado pelo ângulo  $\theta$ .

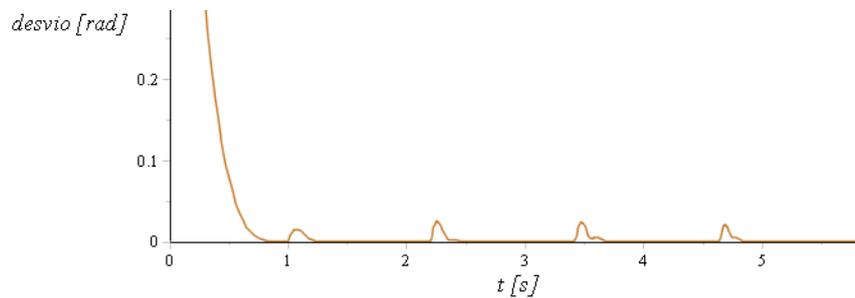
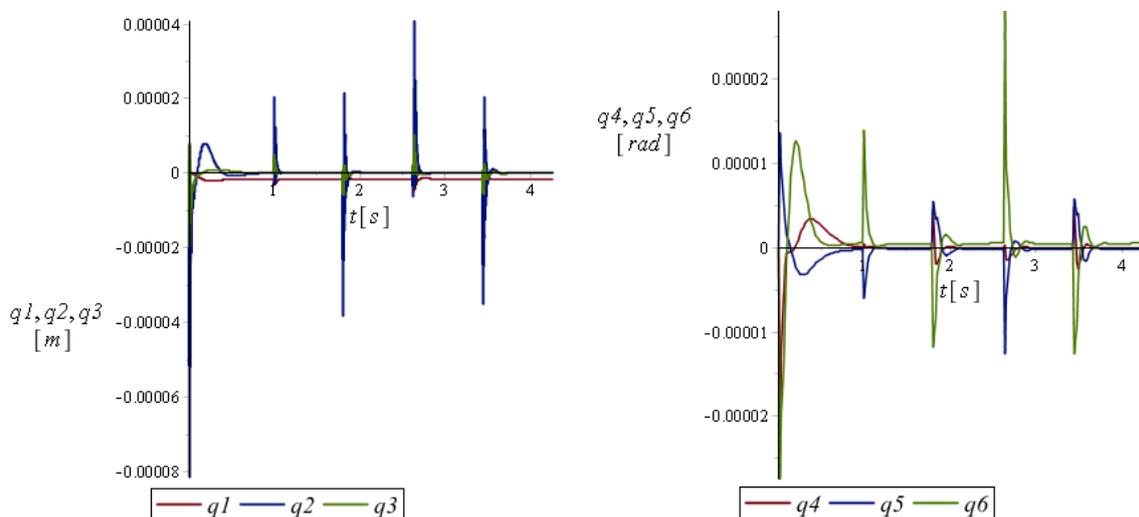


Figura 4.33: Erro de orientação da ferramenta para base rígida – Tarefa 2

## 4.2.2 Base de testes – Tarefa 2

### Posição do ponto virtual

O resultado da Figura 4.34 apresenta a variação das coordenadas generalizadas  $q1$  a  $q3$ , referentes às translações, e  $q4$  a  $q6$ , referentes às rotações do ponto virtual de acoplamento base e robô. A Figura 4.35 ilustra o rastro da posição do ponto virtual (origem do robô) no ambiente 3D.



(a) Deslocamentos do ponto virtual

(b) Rotações do ponto virtual

Figura 4.34: Variações de posição e orientação da base de testes – Tarefa 2

### Posição da ferramenta

A Figura 4.36 fornece as posições efetiva e ideal da Tarefa 2, e a Figura 4.37 o erro de cada coordenada, com respeito ao referencial inercial.

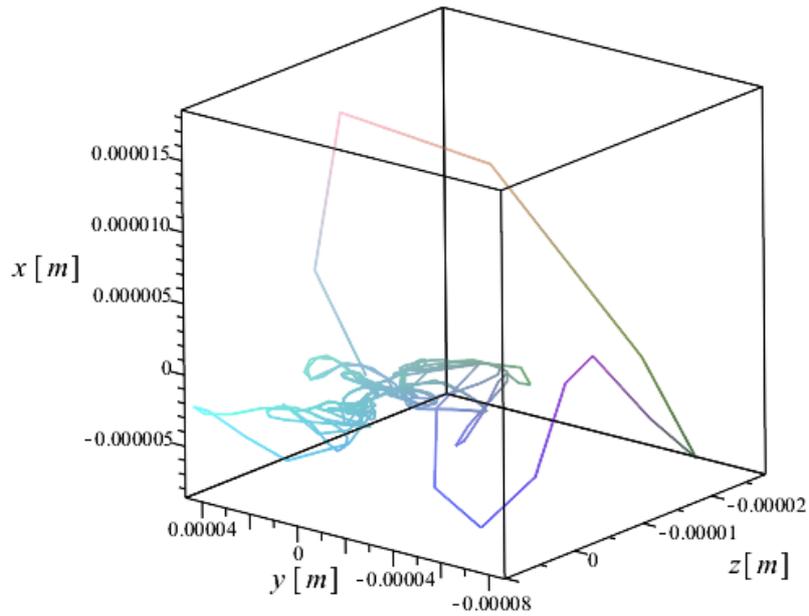


Figura 4.35: Rastro da posição do ponto virtual – Tarefa 2

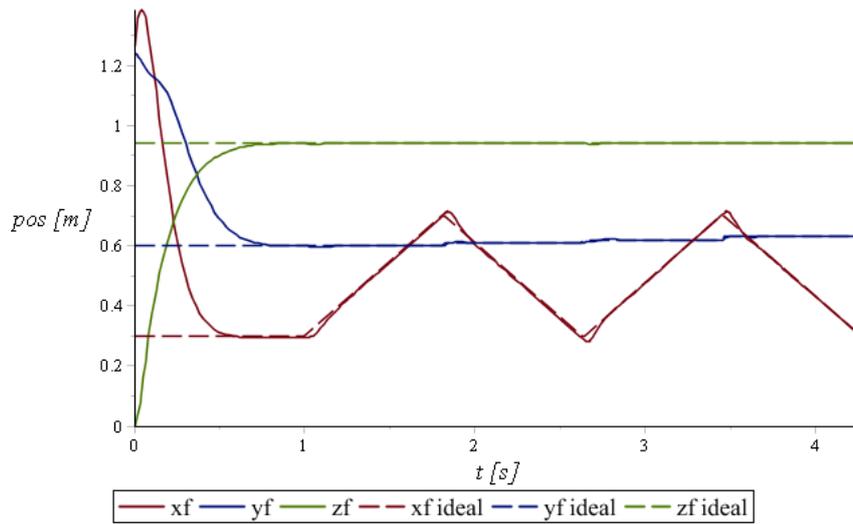


Figura 4.36: Posições das coordenadas da ferramenta para base de testes – Tarefa 2

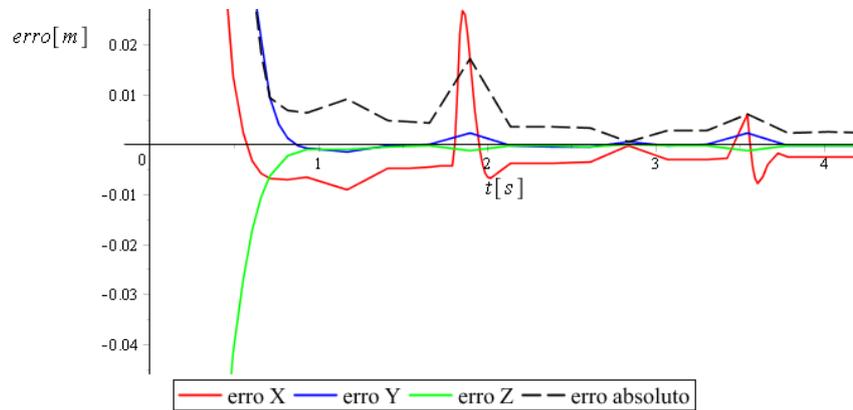


Figura 4.37: Erro de posição da ferramenta para base de testes – Tarefa 2

## Velocidade da ferramenta

A Figura 4.36 fornece as velocidades efetivas e ideais . A Figura 4.37 o erro de cada coordenada, com respeito ao referencial inercial.

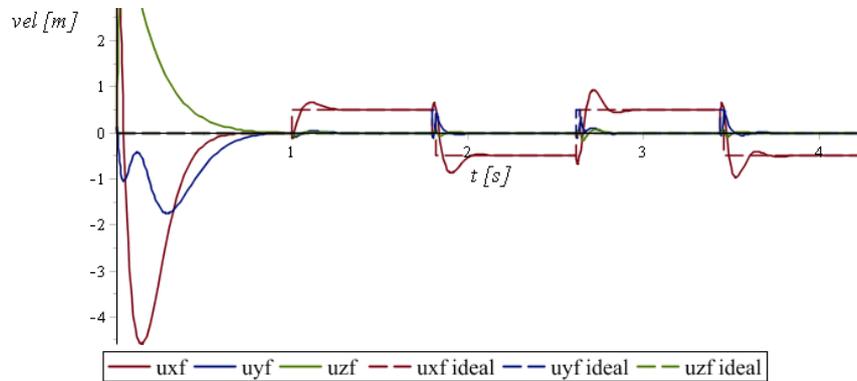


Figura 4.38: Velocidades das coordenadas da ferramenta base de testes – Tarefa 2

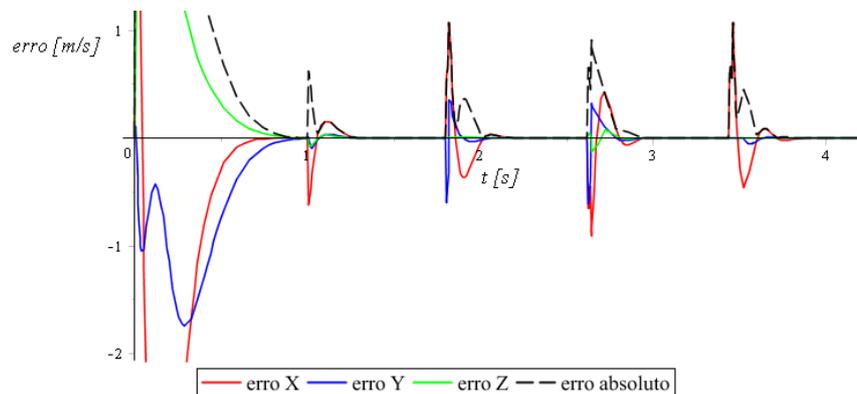


Figura 4.39: Erro de velocidade da ferramenta para base de testes – Tarefa 2

## Orientação da ferramenta

A Figura 4.40 apresenta o erro de orientação da ferramenta, representado pelo ângulo  $\theta$ .

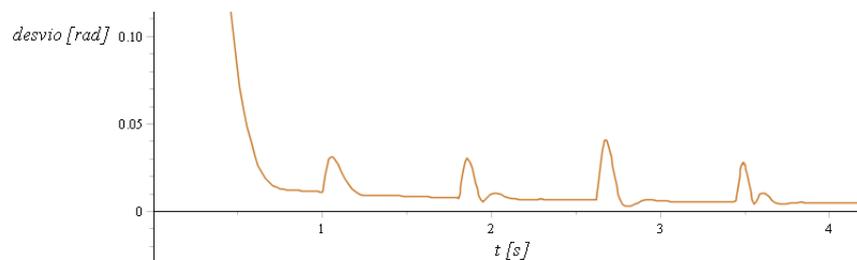


Figura 4.40: Erro de orientação da ferramenta para base de testes – Tarefa 2

### 4.2.3 Base PRP – Tarefa 2

#### Posição do ponto virtual

O resultado da Figura 4.41 apresenta a variação das coordenadas generalizadas  $q1$  a  $q3$ , referentes às translações, e  $q4$  a  $q6$ , referentes às rotações do ponto virtual de acoplamento base e robô. A Figura 4.42 ilustra o rastro da posição do ponto virtual (origem do robô) no ambiente 3D.

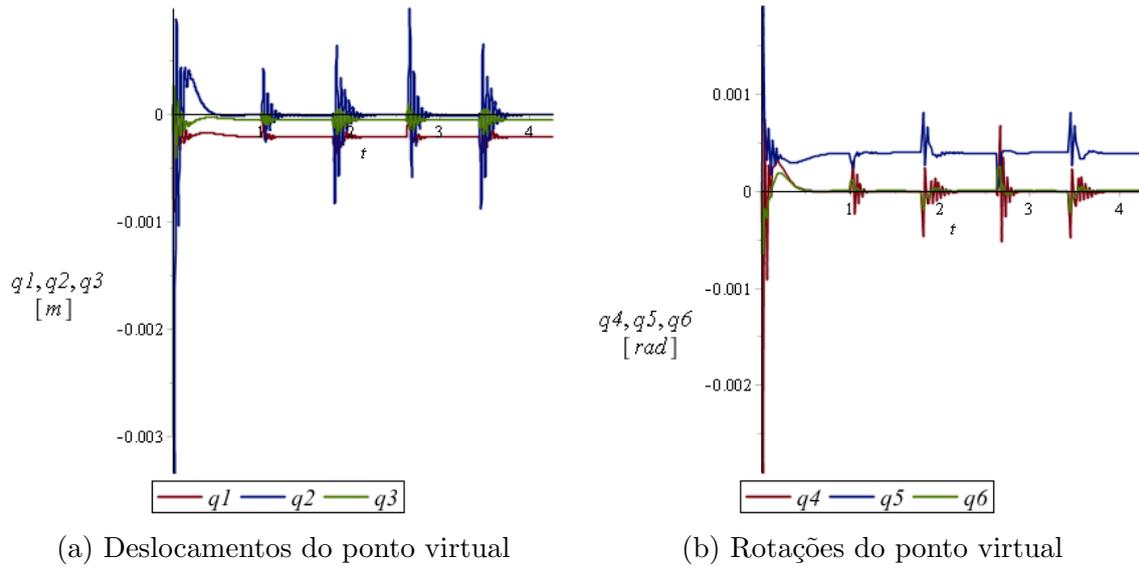


Figura 4.41: Variações de posição e orientação da base PRP – Tarefa 2

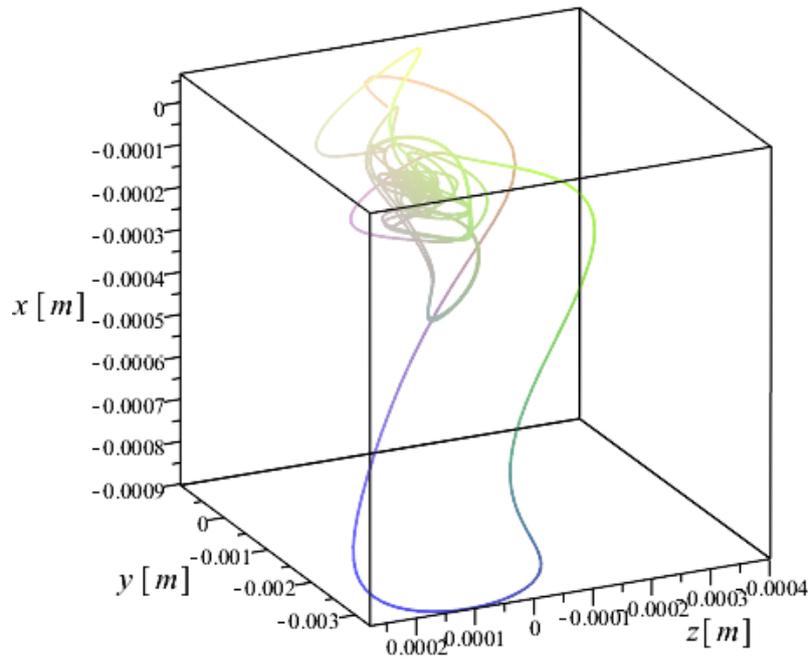


Figura 4.42: Rastro da posição do ponto virtual – Tarefa 2

### Posição da ferramenta

A Figura 4.43 fornece as posições efetiva e ideal da Tarefa 2, e a Figura 4.44 o erro de cada coordenada, com respeito ao referencial inercial.

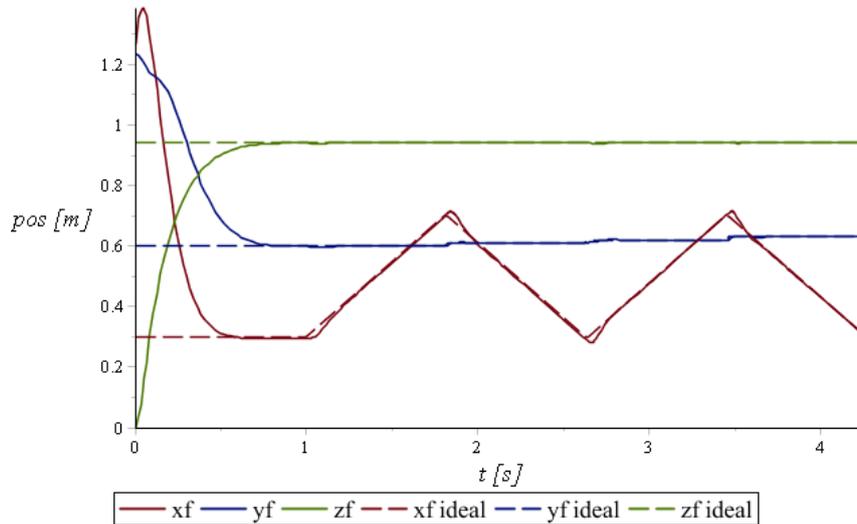


Figura 4.43: Posições das coordenadas da ferramenta para base PRP – Tarefa 2

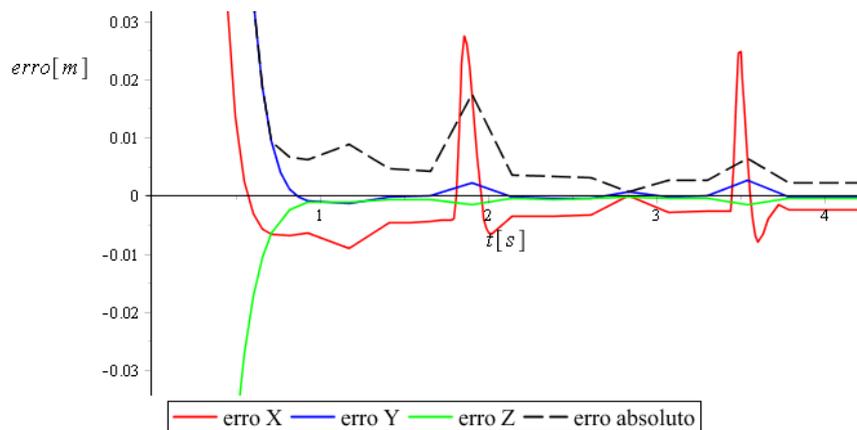


Figura 4.44: Erro de posição da ferramenta para base PRP – Tarefa 2

### Velocidade da ferramenta

A Figura 4.43 fornece as velocidades efetivas e ideais . A Figura 4.44 o erro de cada coordenada, com respeito ao referencial inercial.

### Orientação da ferramenta

A Figura 4.47 apresenta o erro de orientação da ferramenta, representado pelo ângulo  $\theta$ .

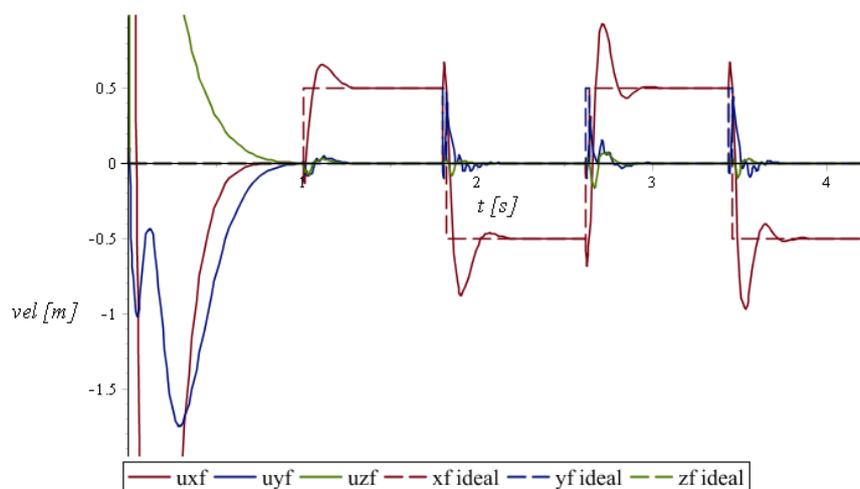


Figura 4.45: Velocidades das coordenadas da ferramenta base PRP – Tarefa 2

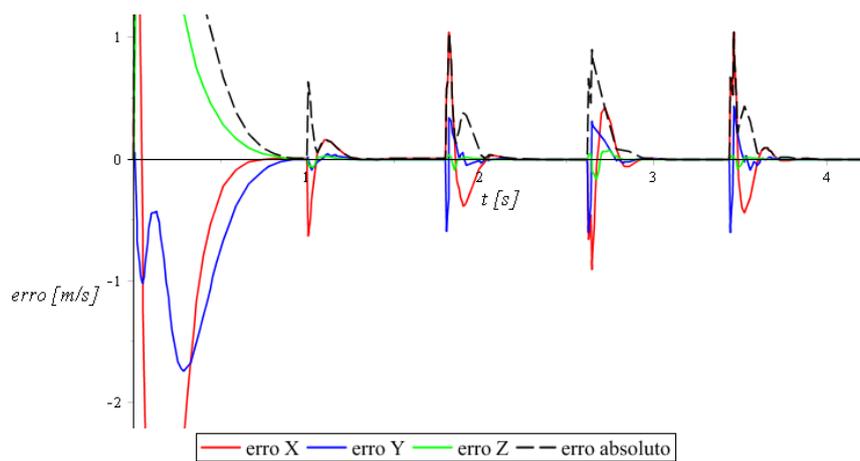


Figura 4.46: Erro de velocidade da ferramenta para base PRP – Tarefa 2

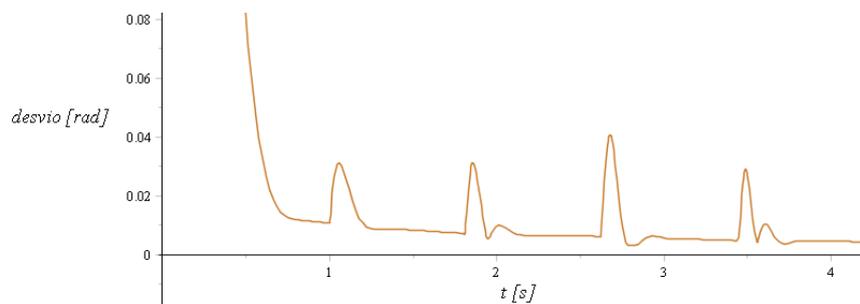


Figura 4.47: Erro de orientação da ferramenta para base PRP – Tarefa 2

## 4.2.4 Base PRPP – Tarefa 2

presenta-se os resultados das trajetórias considerando o manipulador montado sobre a base modular PRP, da seção 3.6.5, realizando a Tarefa 2.

### Posição do ponto virtual

O resultado da Figura 4.48 apresenta a variação das coordenadas generalizadas  $q_1$  a  $q_3$ , referentes às translações, e  $q_4$  a  $q_6$ , referentes às rotações do ponto virtual de acoplamento base e robô. A Figura 4.49 ilustra o rastro da posição do ponto virtual (origem do robô) no ambiente 3D.

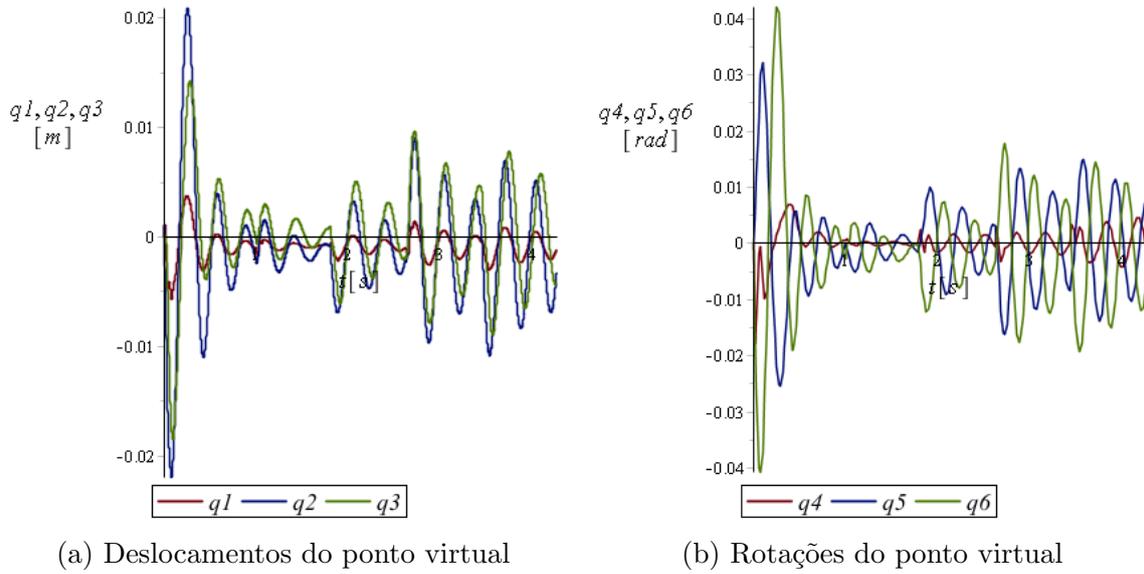


Figura 4.48: Variações de posição e orientação da base PRPP – Tarefa 2

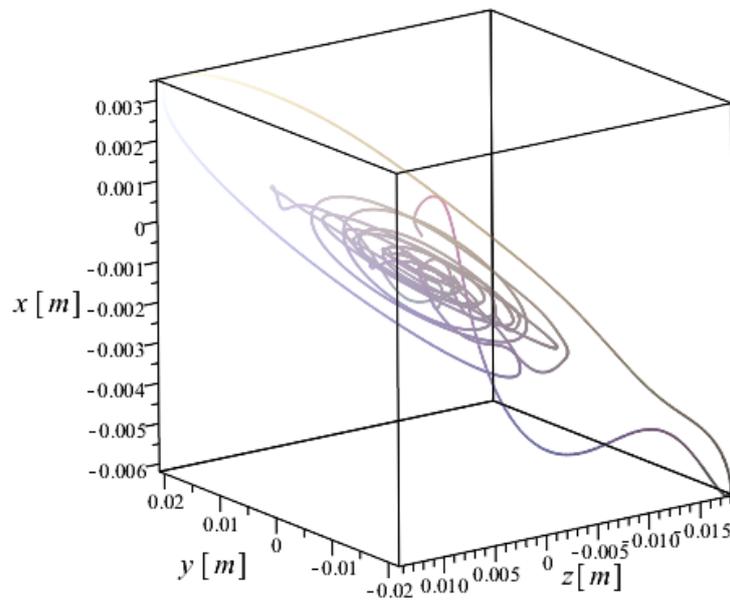


Figura 4.49: Rastro da posição do ponto virtual da base PRPP – Tarefa 2

## Posição da ferramenta

A Figura 4.50 fornece as posições efetiva (linhas cheias) e ideal (linhas tracejadas). E a Figura 4.51 o erro de cada coordenada, com respeito ao referencial inercial.

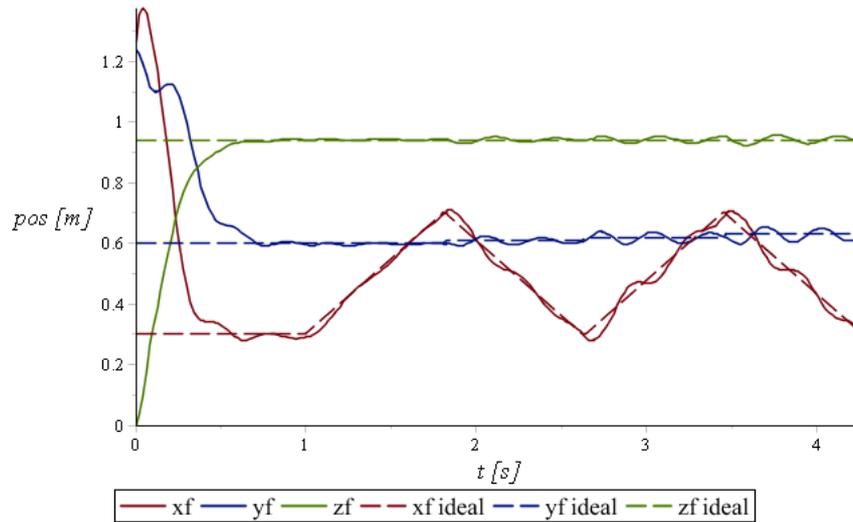


Figura 4.50: Posições das coordenadas da ferramenta para base PRPP – Tarefa 2

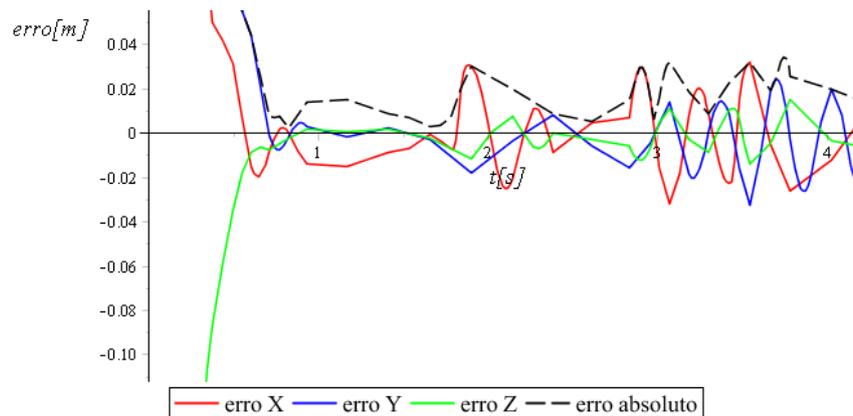


Figura 4.51: Erro de posição da ferramenta para base PRPP – Tarefa 2

## Velocidade da ferramenta

São apresentados os gráficos da velocidade da ponta da ferramenta (linhas cheias) e as velocidades de referência dadas pela cinemática inversa (linhas tracejadas), na Figura 4.52 e na Figura 4.53 os erros em relação a velocidade de referência, no referencial inercial.

## Orientação da ferramenta

A Figura 4.54 apresenta o erro de orientação, representado pelo ângulo  $\theta$ .

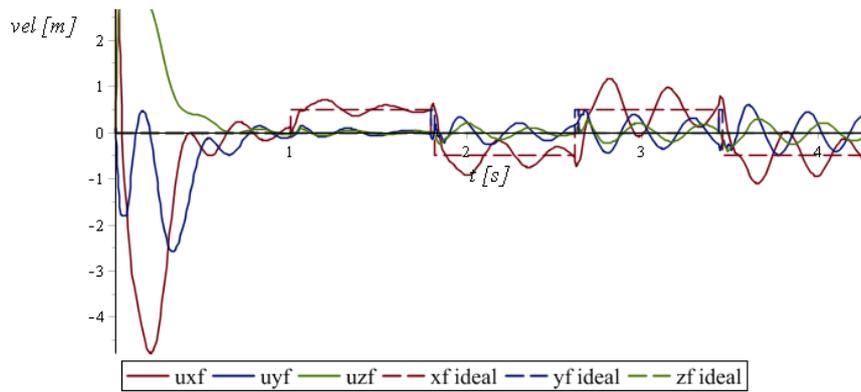


Figura 4.52: Velocidades das coordenadas da ferramenta base PRPP – Tarefa 2

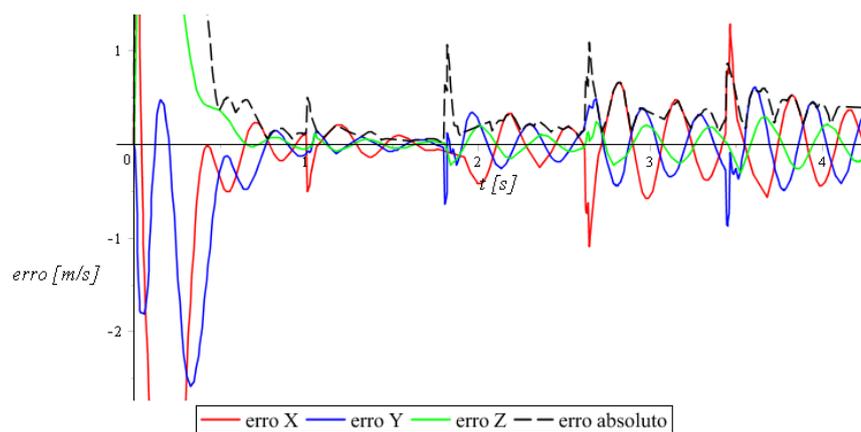


Figura 4.53: Erro de velocidade da ferramenta para base PRPP – Tarefa 2

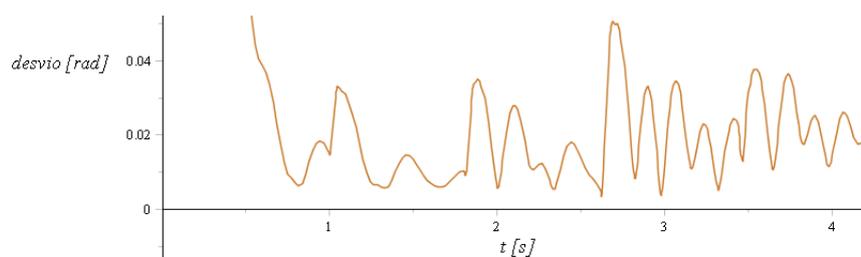


Figura 4.54: Erro de orientação da ferramenta para base PRPP – Tarefa 2

## 4.3 Comparação dos resultados

### 4.3.1 Trajetórias

A Figura 4.55 apresenta a projeção no plano  $xz$  da trajetória da ferramenta (linha cheia) e a trajetória de referência (linha tracejada), para realizar a Tarefa 1.

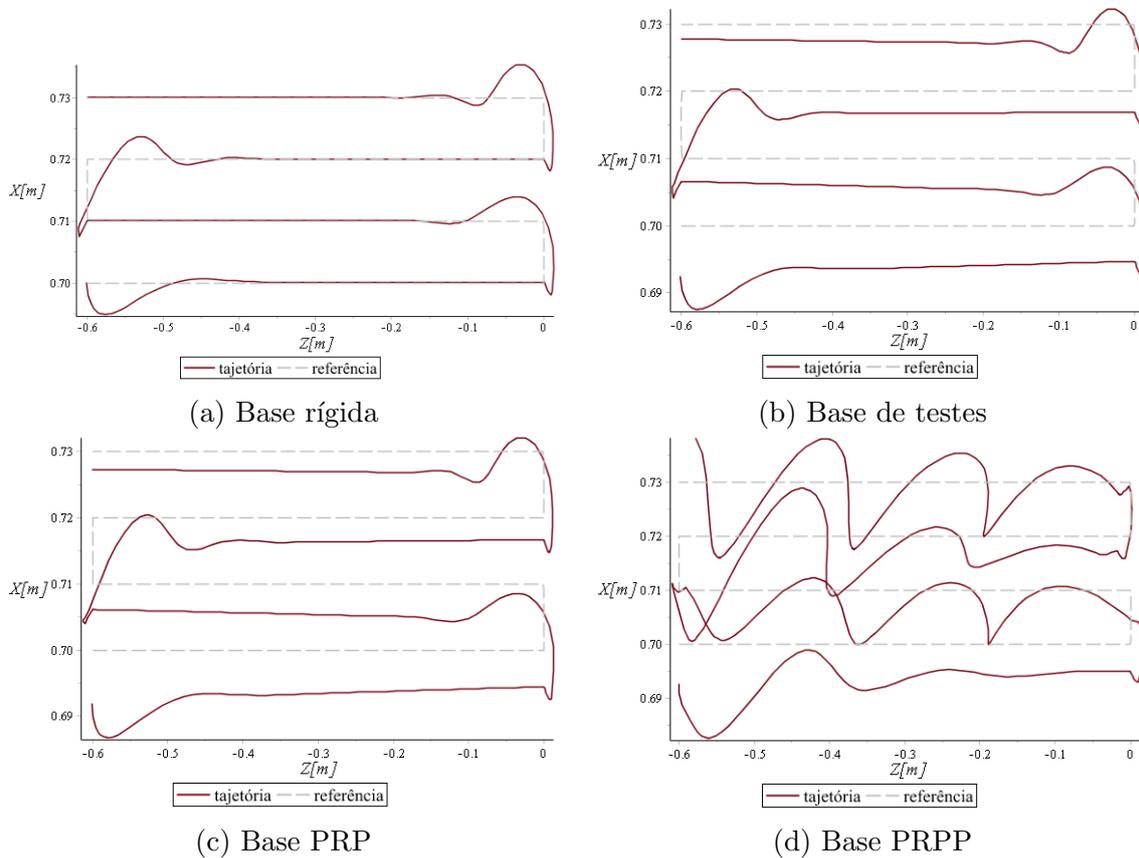


Figura 4.55: Trajetórias da Tarefa 1 projetadas no plano  $xz$  para cada base

A Figura 4.56 apresenta a projeção no plano  $xz$  da trajetória da ferramenta (linha cheia) e a trajetória de referência (linha tracejada), para realizar a Tarefa 1.

### 4.3.2 Erros máximos

As Tabelas 4.1 a 4.2 resumem os erros máximos de posição, velocidade e orientação encontrados em cada tarefa. Os erros de posição são dados nas 3 coordenadas cartesianas do referencial inercial; o erro de velocidade é fornecido na direção tangente ao plano da trajetória; e o erro de orientação é dado como um ângulo  $\theta$  na direção do eixo  $\omega$ .

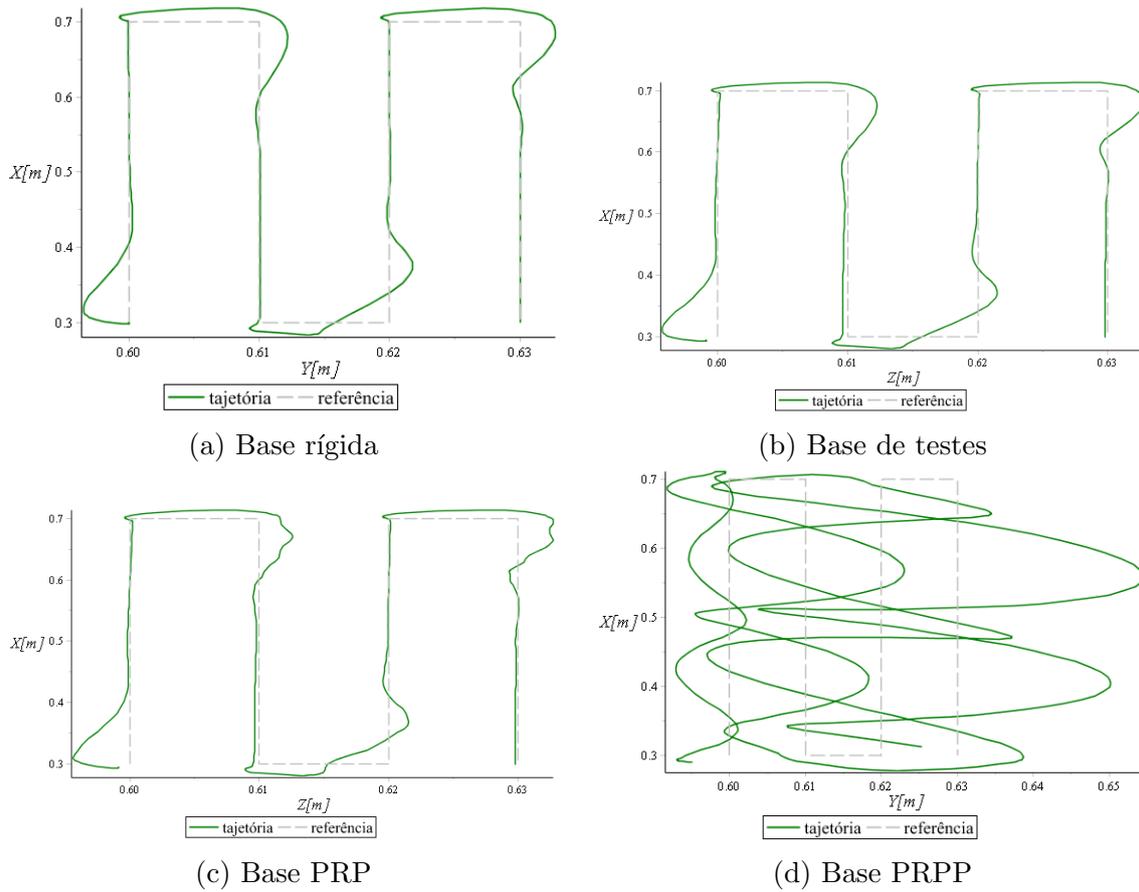


Figura 4.56: Trajetórias da Tarefa 1 projetadas no plano  $xy$  para cada base

Tabela 4.1: Resumo dos erros máximos de cada base para Tarefa 1

	Posição [mm]			Velocidade [m/s]	Orientação [rad]	
	x	y	z	tangente	$\theta$	$\omega$
Rígida	1,5	9,0	20,0	0,30	0,021	[0,995, -0,960, -0,029]
Testes	1,5	9,1	13,3	0,90	0,021	[0,989, -0,098, 0,111]
PRP	8,0	26,4	8,6	0,70	0,026	[0,932, -0,202, 0,301]
PRPP	14,6	38,5	12,9	0,98	0,028	[0,689, -0,656, 0,308]

Tabela 4.2: Resumo dos erros máximos de cada base para Tarefa 2

	Posição [mm]			Velocidade [m/s]	Orientação [rad]	
	x	y	z	tangente	$\theta$	$\omega$
Rígida	0,07	16,5	11,5	0,45	0,032	[0,999, 0,002, 0,046]
Testes	26,0	2,2	1,1	0,9	0,041	[-0,130, -0,830, 0,557]
PRP	27,4	2,6	1,5	0,44	0,040	[-0,043, -0,826, 0,561]
PRPP	31,8	32,2	15,0	1,09	0,050	[-0,083, -0,798, 0,597]

## 4.4 Possíveis soluções

Apesar de o modelo de base rígida não ter apresentado uma trajetória perfeita, o resultado aproximou-se da trajetória de referência, mantendo os erros aceitáveis para as tarefas propostas. Dado que este modelo considera o robô sobre uma base perfeitamente rígida, não ocorrem erros de trajetória devido a efeitos externos, logo, as diferenças entre a trajetória de referência e a efetiva restringem-se, pode-se dizer, às limitações do método de controle e devido ao torque entregue pelos motores.

A presente pesquisa não tem o objetivo de comparar e estudar métodos de controle para o manipulador robótico, tampouco alterar o projeto de manipuladores industriais para oferecer melhor relação de torque e inércia. Lembra-se que esta pesquisa visa oferecer ferramentas para prever a falha do sistema robô-base flexível em realizar uma tarefa. Logo, a discussão de possíveis soluções limita-se ao que diz respeito ao sistema acoplado.

O método proposto tem a característica de possibilitar iterações no cenário virtual de simulações. Isto propicia a verificação do projeto básico da estrutura que propõe-se como base para o manipulador, quanto aos erros devido a seu comportamento dinâmico. Logo, pode-se realizar modificações estruturais, como alteração de geometria, materiais, espessura de perfis, contraventamentos, reforços localizados, etc., que alteram as propriedades dinâmicas da base e fornecem um novo resultado. O resultado é avaliado e comparado com os requisitos do processo relacionado à tarefa e então aceito ou rejeitado. Se rejeitado, pode-se realizar novas modificações, até convergir para um resultado que atende às especificações; se aceito, pode-se pensar em uma otimização da estrutura de base, visando minimizar a massa, o volume, o custo, ou qualquer outra característica.

Comparando-se os resultados apresentados para a Tarefa 1, pela Figura 4.55, conclui-se que para as bases de testes e modular PRP houve um erro sistemático de defasagem, na direção  $x$  da trajetória. Isto pode ser explicado devido à posição de equilíbrio estático do sistema acoplado fornecer um erro de posição e de orientação da ferramenta do robô. Isto ocorre porque quando o robô é montado sobre a base, esta se deforma até a posição de equilíbrio estático. Se esta deformação não é considerada, resulta no erro sistemático apresentado nas duas versões de base. Interessantemente, este erro não é tão acentuado para a Tarefa 2, como pode ser verificado na Figura 4.56.

Uma solução para este erro estático seria o reforço estrutural da base contra as deformações que resultam o erro nesta direção. Uma opção com o mínimo de impacto no projeto original seria o acréscimo de contraventamentos, ou braços de apoio, a partir da estrutura até a superfície do ambiente, como pode ser verificado na Figura 4.57

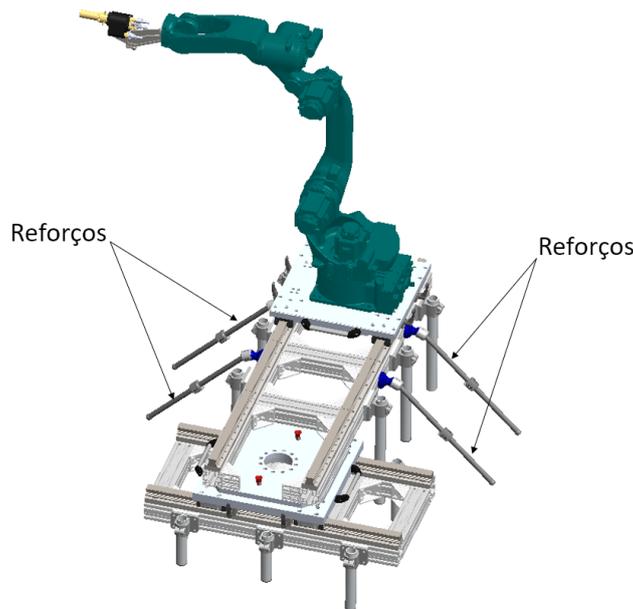


Figura 4.57: Reforços estruturais para estrutura da base modular PRP

Não garante-se que esta modificação irá solucionar o problema, por isso, deve-se realizar uma iteração do método. Para esta solução, deve-se incluir os reforços estruturais no modelo AEF da base, obter-se daí uma nova matriz de rigidez, e então simular o novo sistema.

Outra solução contra os erros sistemáticos devido à deformação estática da base é a calibração da posição resultante do robô após instalação. No projeto EMMA, esta calibração é realizada por meio de escaneamento 3D, que gera uma nuvem de pontos que permite a identificação e localização do robô e do ambiente. Identificando-se a pose inicial do robô, em relação a um referencial, pode-se calibrar a nova pose e eliminar tais erros sistemáticos. Porém, esta solução não elimina erros dinâmicos porque a calibração é realizada antes da operação, estaticamente.

Verifica-se em todos os resultados que quando há variação da direção da trajetória os erros de posição, velocidade e orientação aumentam abruptamente. Logo, nas regiões próximas às extremidades dos paralelos, os requisitos do processo de revestimento não são atendidos. Uma solução neste caso é a utilização de placas de sacrifício, que se sobrepõem ao material base a ser revestido e garantem que a faixa exposta ao revestimento esteja com os requisitos dentro de uma tolerância aceitável. Logo, estas placas devem ser posicionadas a cobrir a região onde ocorrem os erros mais acentuados, nas extremidades dos paralelos, conforme demonstrado na Figura 4.58.

Pelo o resultado da base telescópica PRPP, Figuras 4.55 e 4.56, percebe-se claramente que o sistema acoplado falhou em realizar as tarefas, dados os grandes erros de trajetória. Os resultados de posição e orientação do referencial localizado no ponto virtual da base, dados pelas Figuras 4.22 e 4.49 demonstram grandes oscilações, da

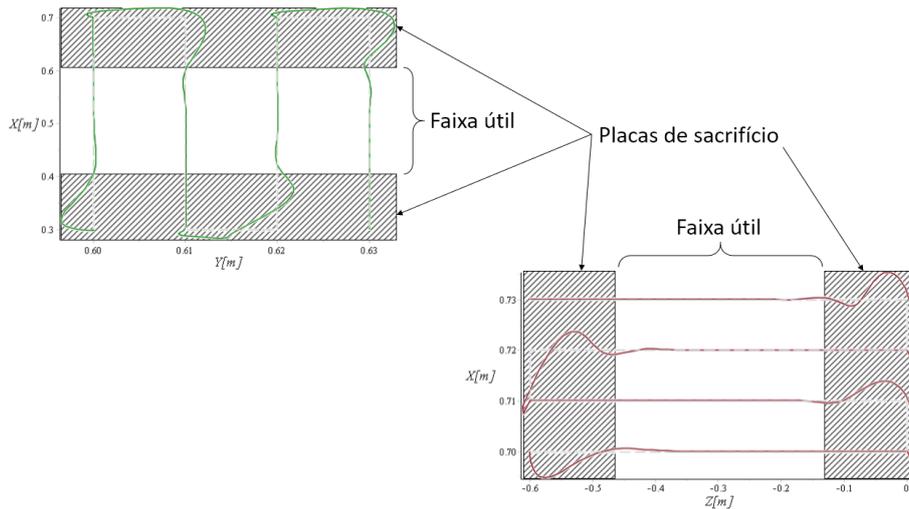


Figura 4.58: Placas de sacrifício para delimitar faixa aceitável

ordem de  $20\text{ mm}$  e  $0,04\text{ rad}$  de amplitude. Estas oscilações propagadas até a ponta da ferramenta resultam nos erros de trajetória apresentados. Esta base telescópica utilizada com o robô MH12 demonstrou-se muito flexível e inviável para a aplicação.

O controle do sistema acoplado atua apenas nas juntas do robô. No entanto, se temos conhecimento suficiente da dinâmica do sistema, que inclui os movimentos dinâmicos da base, pode-se desenvolver métodos de controle para compensar estes movimentos. LEW e MOON [62] propõem um método de controle cujo objetivo é determinar o torque de entrada das juntas do manipulador, de forma que as oscilações da base  $q_1$  a  $q_6$  amortecem o mais rapidamente possível, enquanto os ângulos de juntas do robô  $q_7$  a  $q_{11}$  seguem o caminho desejado. O algoritmo de controle utiliza o *feedback* dos sensores de oscilação da base para modular as entradas dos atuadores e induzir forças de inércia dissipativas.

Lembra-se que a análise modal experimental da base foi possível graças à instrumentação da base por acelerômetros. Os acelerômetros foram distribuídos e seus dados processados de forma que se obtivesse a aceleração em cada grau de liberdade no ponto virtual da base. Estas acelerações, se integradas, fornecem justamente as coordenadas generalizadas  $q_1$  a  $q_6$  ou as velocidades generalizadas  $u_1$  a  $u_6$ . Logo, pode-se incluir estes parâmetros nas estratégias de controle do robô, a fim de minimizar as oscilações da base. Existem diversas outras estratégias ([61], [73], [74] e [75]) que atuam no controle das juntas do manipulador, dado o conhecimento da dinâmica da base e estas podem ser exploradas nos modelos construídos neste trabalho.

# Capítulo 5

## Conclusões

O método de Kane utilizado com o Sophia-Maple, demonstrou uma forma sistemática de modelar o sistema multicorpos, permitindo a simplificação das equações de movimento e tornando o algoritmo de solução mais eficiente. A modelagem da estrutura e simulação pela Análise de Elementos Finitos mostrou-se uma forma prática e direta de se calcular a rigidez da base para qualquer ponto de interesse, obtendo-se assim a matriz de rigidez que alimenta o modelo dinâmico da base.

Pode-se ressaltar que obter a matriz de amortecimento é um processo custoso, pelos seguintes motivos:

- Requer o modelo físico construído;
- Requer instrumentos caros como os sensores, martelo e placas de aquisição;
- Requer cuidado na aquisição, processamento e tratamento dos dados;
- Requer *softwares* de processamento e pós-processamento;
- Mais difícil de se realizarem modificações estruturais;
- Requer boa análise crítica para validar os resultados, o que significa ter certo grau de experiência.

Como esperado, os coeficientes de amortecimento da estrutura metálica da base de testes, encontrados experimentalmente, apresentaram valores baixos em relação aos coeficientes de rigidez. Isto implica que as forças dissipativas de amortecimento são pequenas e influenciam pouco na dinâmica do sistema. Assim, para estruturas metálicas, sem dispositivos especiais para amortecimento, pode-se estimar os valores dentro de uma faixa razoável e pequena, para obter uma solução estimada de simulação e dispensar a necessidade de todo o aparato experimental e o modelo físico real da estrutura.

Nesta pesquisa foram estudadas 3 bases e 2 tarefas com requisitos distintos de trajeto, velocidade e orientação da ferramenta acoplada ao efetuador do robô. Os resultados das simulações demonstraram que a base de testes pode ser considerada praticamente rígida para realização das tarefas propostas, porque apresentou um comportamento dinâmico insignificante com relação às variações de posição e velocidade do ponto de acoplamento base e robô. No entanto, uma pequena deformação estática da base, após a montagem do robô, propagada até a ponta da ferramenta acoplada, evidenciou uma notável diferença de trajetória para a Tarefa 1 e uma pequena mas visível diferença de trajetória para a Tarefa 2. Ser capaz de prever este aspecto da base, permite que sejam realizadas alterações estruturais, a fim de evitar a deformação estática excessiva. A base modular PRP apresentou resultados parecidos, neste sentido, com a base de testes.

Para a tarefa que foi proposta, de cobertura de revestimento, os erros sistemáticos notados nas bases de teste e PRP não significam necessariamente a reprovação de sua utilização, porém para tarefas de outra natureza, como posicionamento mais preciso, encaixe de peças, operações *pick and place*, este tipo de erro pode representar a falha da tarefa e reprovação do projeto.

A base telescópica PRPP apresentou oscilações muito grandes, inclusive divergindo da trajetória de referência para as duas tarefas. Para o caso específico de revestimento, o resultado classifica o projeto desta base como impróprio para a aplicação. Da mesma forma que a base PRP, poderia-se propor alterações estruturais e verificar-se novos resultados. No entanto, limitações do acesso pela escotilha restringem o volume desta base, limitando formas mais variadas de geometria. Se não há alternativa estrutural, deve-se investir em sistemas de controle mais sofisticados que o PID utilizado, em que o robô pode até suprimir as oscilações da base com uma estratégia de seguimento de trajetória e torques de entrada bem elaborada. Como foi citado, existem diversos métodos de controle voltados para este problema. A vantagem do presente método é a possibilidade de incorporar estas estratégias de controle ao modelo dinâmico do Sophia-Maple, com pequenas modificações no código original.

# Referências Bibliográficas

- [1] FREITAS, R. S., SILVA, G. A., SOARES, E. E., et al. “State of the Art and Conceptual Design of Robotic Solutions for In Situ Hard Coating of Hydraulic Turbines”, *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, v. 28, n. 1, pp. 105–113, 2017.
- [2] LESSER, M. *The Analysis of Complex Nonlinear Mechanical Systems: A Computer Algebra Assisted Approach (With Diskette of Maple Programming)*, v. 17. World Scientific Publishing Company, 1995.
- [3] MAPLESOFT. *Maple, version 18*. Waterloo, ON Canadá, 2017. Disponível em: <<https://www.maplesoft.com/>>.
- [4] DASSAULT SYSTEMES. *SolidWorks, version 2018-SP1*. Massachusetts, EUA, 2018. Disponível em: <<http://www.solidworks.com/>>.
- [5] AUTODESK. *Simulation Mechanical, version 2017*. California, EUA, 2017. Disponível em: <<https://www.autodesk.com/>>.
- [6] NATIONAL INSTRUMENTS. *NI SignalExpress*. Texas, EUA, 2017. Disponível em: <<http://www.ni.com/labview/signalexpress>>.
- [7] VIBRANT TECHNOLOGY. *ME'Scope VES, version 5.1*. Colorado, EUA, 2011. Disponível em: <<https://www.vibetech.com/mescope/>>.
- [8] DE JALON, J. G., BAYO, E. *Kinematic and dynamic simulation of multibody systems: the real-time challenge*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [9] FLORES, P., AMBRÓSIO, J., CLARO, J. P., et al. *Kinematics and dynamics of multibody systems with imperfect joints: models and case studies*, v. 34. Springer Science & Business Media, 2008.
- [10] NETO, M. A., AMBRÓSIO, J. “Stabilization Methods for the Integration of DAE in the Presence of Redundant Constraints”, *Multibody System Dynamics*, v. 10, n. 1, pp. 81–105, 2003.

- [11] SCHIEHLEN, W. “Multibody system dynamics: Roots and perspectives”, *Multibody system dynamics*, v. 1, n. 2, pp. 149–188, 1997.
- [12] TENENBAUM, R. A. *Fundamentals of applied dynamics*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [13] KANE, T. R., LEVINSON, D. A. *Dynamics, theory and applications*. McGraw Hill, 1985.
- [14] SHABANA, A. A. *Dynamics of multibody systems*. Cambridge university press, 2013.
- [15] SCIAVICCO, L., SICILIANO, B. *Modelling and control of robot manipulators*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [16] SPONG, M. W., HUTCHINSON, S., VIDYASAGAR, M., et al. *Robot modeling and control*, v. 3. Wiley New York, 2006.
- [17] WITTENBURG, J. *Dynamics of systems of rigid bodies*, v. 33. Springer-Verlag, 2013.
- [18] DAI, J. S. “Euler–Rodrigues formula variations, quaternion conjugation and intrinsic connections”, *Mechanism and Machine Theory*, v. 92, pp. 144–152, 2015.
- [19] MURRAY, R. M., LI, Z., SASTRY, S. S., et al. *A mathematical introduction to robotic manipulation*. CRC press, 1994.
- [20] DENAVIT, J., HARTENBERG, R. S. “A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices.” *Trans. of the ASME. Journal of Applied Mechanics*, v. 22, pp. 215–221, 1955. Disponível em: <<http://ci.nii.ac.jp/naid/10008019314/en/>>.
- [21] PINTO, F. A. D. N. C., BEVILACQUA, L. “Método Geométrico Iterativo para Solução da Cinemática Inversa de Manipuladores Mecânicos”. In: *X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, v. 2, pp. 447–449, Rio de Janeiro, 1989.
- [22] BUSS, S. R. “Introduction to inverse kinematics with jacobian transpose, pseudoinverse and damped least squares methods”, *IEEE Journal of Robotics and Automation*, v. 17, n. 1-19, pp. 16, 2004.
- [23] GALCERAN, E., CARRERAS, M. “A survey on coverage path planning for robotics”, *Robotics and Autonomous systems*, v. 61, n. 12, pp. 1258–1276, 2013.

- [24] LATOMBE, J.-C. “Exact cell decomposition”. In: *Robot Motion Planning*, Springer, pp. 200–247, 1991.
- [25] CHOSET, H. “Coverage of known spaces: The boustrophedon cellular decomposition”, *Autonomous Robots*, v. 9, n. 3, pp. 247–253, 2000.
- [26] FREITAS, R. S., SOARES, E. E. M., COSTA, R. R., et al. “High precision trajectory planning on freeform surfaces for robotic manipulators”. In: *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 3695–3700, Set 2017. doi: 10.1109/IROS.2017.8206216.
- [27] PAPASTAVRIDIS, J. “On the Boltzmann-Hamel equations of motion: a vectorial treatment”, *Journal of applied mechanics*, v. 61, n. 2, pp. 453–459, 1994.
- [28] ARDEMA, M. D. “Gibbs-Appell Equations”. In: *Analytical Dynamics*, cap. 14, Massachusetts, EUA, Springer, 2005.
- [29] KANE, T. R., WANG, C. “On the derivation of equations of motion”, *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, v. 13, n. 2, pp. 487–492, 1965.
- [30] STONEKING, E. “Implementation of Kane’s Method for a Spacecraft Composed of Multiple Rigid Bodies”. In: *AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference*, p. 4649, 2013.
- [31] LENNARTSSON, A. *Efficient multibody dynamics*. Tese de Doutorado, KTH Royal Institute of Technology, 1999.
- [32] PAZ, M. *Structural dynamics: theory and computation*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [33] CRAIG, R. R., KURDILA, A. J. *Fundamentals of structural dynamics*. John Wiley & Sons, 2006.
- [34] TURNER, M., MARTIN, R. C., TOPP, L. “Stiffness and Deflection Analysis of Complex ‘S Structures’”, *Journal of Aeronautical Sciences*, v. 23, n. 09, 1956.
- [35] WEAVER, W., GERE, J. M. *Matrix Analysis Framed Structures*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [36] CHEN, S., JU, M., TSUEI, Y. “Estimation of mass, stiffness and damping matrices from frequency response functions”, *Journal of vibration and acoustics*, v. 118, n. 1, pp. 78–82, 1996.

- [37] ADHIKARI, S., PHANI, A. S. “Rayleigh’s Classical Damping Revisited”. 2004.
- [38] SCHWARZ, B., RICHARDSON, M. “Proportional damping from experimental data”, *Journal of sound and vibration*, v. 47, n. 6, pp. 14–17, 2013.
- [39] AVITABILE, P. “Experimental modal analysis”, *Journal of sound and vibration*, v. 35, n. 1, pp. 20–31, 2001.
- [40] SCHWARZ, B. J., RICHARDSON, M. H. “Experimental modal analysis”, *CSI Reliability week*, v. 35, n. 1, pp. 1–12, 1999.
- [41] RAO, S. S., YAP, F. F. *Mechanical vibrations*, v. 4. Prentice Hall Upper Saddle River, 2011.
- [42] DOSSING, O. “Structural Testing Part II: Modal Analysis and Simulation”, *Naerum: Bruel & Kjaer*, 1988.
- [43] BRÜEL & KJÆR. *PULSE Operational Modal Analysis*. Denmark, 2018. Disponível em: <<https://www.bksv.com>>.
- [44] OROS. *Modal Analysis*. França, 2005. Disponível em: <<http://www.oros.com/3900-oros-modal-2.htm>>.
- [45] MOALLEM, M., PATEL, R. V., KHORASANI, K. *Flexible-link robot manipulators*. Springer, 2000.
- [46] TOKHI, M. O., AZAD, A. K. *Flexible robot manipulators: modelling, simulation and control*, v. 68. Iet, 2008.
- [47] SUNADA, W., DUBOWSKY, S. “On the dynamic analysis and behavior of industrial robotic manipulators with elastic members”, *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, v. 105, n. 1, pp. 42–51, 1983.
- [48] BAYO, E. “A finite-element approach to control the end-point motion of a single-link flexible robot”, *Journal of Field Robotics*, v. 4, n. 1, pp. 63–75, 1987.
- [49] YANG, G.-B., DONATH, M. “Dynamic model of a one-link robot manipulator with both structural and joint flexibility”. In: *Robotics and Automation, 1988. Proceedings., 1988 IEEE International Conference on*, pp. 476–481. IEEE, 1988.
- [50] BENOSMAN, M., LE VEY, G. “Control of flexible manipulators: A survey”, *Robotica*, v. 22, n. 5, pp. 533–545, 2004.

- [51] DWIVEDY, S. K., EBERHARD, P. “Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review”, *Mechanism and machine theory*, v. 41, n. 7, pp. 749–777, 2006.
- [52] ROBINETT III, R. D., FEDDEMA, J., EISLER, G. R., et al. *Flexible robot dynamics and controls*, v. 19. Springer Science & Business Media, 2012.
- [53] BRICOUT, J., DEBUS, J., MICHEAU, P. “A finite element model for the dynamics of flexible manipulators”, *Mechanism and Machine Theory*, v. 25, n. 1, pp. 119–128, 1990.
- [54] ZHU, G., GE, S. S., LEE, T. H. “Simulation studies of tip tracking control of a single-link flexible robot based on a lumped model”, *Robotica*, v. 17, n. 1, pp. 71–78, 1999.
- [55] YOSHIDA, K., NENCHEV, D. N., UCHIYAMA, M. “Moving base robotics and reaction management control”. In: *Robotics Research*, Springer, pp. 100–109, 1996.
- [56] RIDAO, P., CARRERAS, M., RIBAS, D., et al. “Intervention auvs: The next challenge”, *Annual Reviews in Control*, v. 40, pp. 227–241, 2015.
- [57] SHARON, A., HOGAN, N., HARDT, D. E. “The macro/micro manipulator: An improved architecture for robot control”, *Robotics and computer-integrated manufacturing*, v. 10, n. 3, pp. 209–222, 1993.
- [58] BOOK, W. J., LEE, S. H. “Vibration control of a large flexible manipulator by a small robotic arm”. In: *American Control Conference, 1989*, pp. 1377–1380. IEEE, 1989.
- [59] TORRES, M. A., DUBOWSKY, S. “Path-planning for elastically constrained space manipulator systems”. In: *Robotics and Automation, 1993. Proceedings., 1993 IEEE International Conference on*, pp. 812–817. IEEE, 1993.
- [60] SCHUBERT, H. C. *Impedance Control of Flexible Macro/Mini Manipulators*. Tese de Doutorado, stanford university, 2000.
- [61] GEORGE, L. E., BOOK, W. J. “Inertial vibration damping control for a flexible base manipulator”. In: *ASME 2002 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, pp. 347–354. American Society of Mechanical Engineers, 2002.

- [62] LEW, J. Y., MOON, S.-M. “A simple active damping control for compliant base manipulators”, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v. 6, n. 3, pp. 305–310, 2001.
- [63] MAVROIDIS, C., DUBOWSKY, S., THOMAS, K. “Optimal sensor location in motion control of flexibly supported long reach manipulators”, *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, v. 119, n. 4, pp. 718–726, 1997.
- [64] LEW, J. Y., BOOK, W. J. “Bracing micro/macro manipulators control”. In: *Robotics and Automation, 1994. Proceedings., 1994 IEEE International Conference on*, pp. 2362–2368. IEEE, 1994.
- [65] MAVROIDIS, C., DUBOWSKY, S., RAJU, V. “End-point control of long reach manipulator systems”, *Proc. 9th World Congr. IFToMM*, pp. 1740–1744, 1995.
- [66] KNAPE, B., BARES, L. “Development of a remote tank inspection robotic system”, *Transactions of the American Nuclear Society;(USA)*, v. 62, n. CONF-901101–, 1990.
- [67] OH, J.-K., JANG, G., OH, S., et al. “Bridge inspection robot system with machine vision”, *Automation in Construction*, v. 18, n. 7, pp. 929–941, 2009.
- [68] NOF, S. Y. *Handbook of industrial robotics*, v. 1. John Wiley & Sons, 1999.
- [69] ESCALER, X., EGUSQUIZA, E., FARHAT, M., et al. “Detection of cavitation in hydraulic turbines”, *Mechanical systems and signal processing*, v. 20, n. 4, pp. 983–1007, 2006.
- [70] KURODA, S., KAWAKITA, J., WATANABE, M., et al. “Warm spraying—a novel coating process based on high-velocity impact of solid particles”, *Science and technology of advanced materials*, v. 9, n. 3, 2008.
- [71] *MH12 Operating and Maintenance Instructions*. Yaskawa Motoman, Fev. 2014.
- [72] *Large-sledge Impulse Hammer w/ force sensor & tips: Installation and Operating Manual*. PCB Piezotronics, Nov. 2016.
- [73] KWON, D.-S., HWANG, D.-H., BABCOCK, S. M., et al. “Input shaping filter methods for the control of structurally flexible, long-reach manipulators”. In: *Robotics and Automation, 1994. Proceedings., 1994 IEEE International Conference on*, pp. 3259–3264. IEEE, 1994.

- [74] TAHBOUB, K. A. “Intelligent control for manipulators with moving bases”, *Journal of Intelligent Manufacturing*, v. 9, n. 1, pp. 1–7, 1998.
- [75] NENCHEV, D. N., YOSHIDA, K., VICHITKULSAWAT, P., et al. “Reaction null-space control of flexible structure mounted manipulator systems”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, v. 15, n. 6, pp. 1011–1023, 1999.