



LOCALIZAÇÃO DE SENSORES DE TRÁFEGO COM LIMITAÇÕES QUANTO AO
NÚMERO DE EQUIPAMENTOS E DE FAIXAS OBSERVADAS: TÉCNICAS
HEURÍSTICAS E UM BRANCH-AND-CUT

Victor Hugo Souza de Abreu

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Transportes, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Transportes.

Orientador: Glaydston Mattos Ribeiro

Rio de Janeiro

Abril de 2018

LOCALIZAÇÃO DE SENSORES DE TRÁFEGO COM LIMITAÇÕES QUANTO AO
NÚMERO DE EQUIPAMENTOS E DE FAIXAS OBSERVADAS: TÉCNICAS
HEURÍSTICAS E UM BRANCH-AND-CUT

Victor Hugo Souza de Abreu

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA
(COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE TRANSPORTES.

Examinada por:

Prof. Glaydston Mattos Ribeiro, D.Sc.

Prof. Rômulo Dante Orrico Filho, Dr.Ing.

Prof. Pedro Henrique González Silva, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

ABRIL DE 2018

Abreu, Victor Hugo Souza de

Localização de sensores de tráfego com limitações quanto ao número de equipamentos e de faixas observadas: técnicas heurísticas e um *Branch-and-Cut* / Victor Hugo Souza de Abreu – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2018.

XIII, 93 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Glaydston Mattos Ribeiro

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia de Transportes, 2018.

Referências Bibliográficas: p. 89-93.

1. Problema de Localização de Sensores em Redes. 2. Modelagem Matemática. 3. *Branch-and-Cut*. I. Ribeiro, Glaydston Mattos. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia de Transportes. III. Título.

DEDICATÓRIA

*Dedico este trabalho aos meus pais, Nelson e Rosa,
pela confiança depositada em mim e, principalmente,
por terem sido essenciais em meu processo
de formação pessoal e acadêmica.*

EPÍGRAFE

*"Aquele que habita no esconderijo do Altíssimo, à sombra do Onipotente
descansará."*

Salmo 91:1

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelo dom da vida.

Aos meus pais por sempre estarem ao meu lado em todas as dificuldades e acreditarem nos meus sonhos.

Às minhas irmãs e sobrinhos, pelo carinho, amizade e companheirismo.

Ao meu professor/orientador Glaydston Mattos Ribeiro pela dedicação, paciência e ensinamentos indispensáveis.

Aos professores Rômulo Dante Orrico Filho e Pedro Henrique González Silva por aceitarem participar da minha banca e por toda contribuição para aprimoramento da pesquisa.

Aos professores do Programa de Engenharia de Transportes do Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia e à equipe do Plano Nacional de Contagem de Tráfego por todo conhecimento compartilhado.

Ao Departamento Nacional de Infraestrutura de Tráfego pela parceria e disponibilização dos dados.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo apoio financeiro concedido.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

LOCALIZAÇÃO DE SENSORES DE TRÁFEGO COM LIMITAÇÕES QUANTO AO
NÚMERO DE EQUIPAMENTOS E DE FAIXAS OBSERVADAS: TÉCNICAS
HEURÍSTICAS E UM BRANCH-AND-CUT

Victor Hugo Souza de Abreu

Abril/2018

Orientador: Glaydston Mattos Ribeiro

Programa: Engenharia de Transportes

O problema de localização de sensores na rede de transporte para monitorar o fluxo de veículos tem sido objeto de crescente interesse nos últimos anos, devido à sua relevância para o gerenciamento e controle de tráfego, ao fornecer dados para desenvolvimento de novas políticas públicas relacionadas ao setor de transportes e direcionar decisões governamentais. Nesse sentido, esta dissertação apresenta um modelo matemático de localização de sensores de contagem de veículos, instalados em segmentos viários, para o problema de estimativa de fluxo de veículos entre pares de origem e destino, que incorpora restrições relativas ao número de sensores e de faixas de tráfego observadas. Além disso, este trabalho propõe um algoritmo exato, *Branch-and-Cut*, e três heurísticas que podem ser incorporadas a ele para melhorar o desempenho computacional. A partir de dados reais da rede rodoviária brasileira, testes computacionais foram realizados para avaliar o comportamento do *Branch-and-Cut* com e sem as heurísticas. Os resultados mostram que o *Branch-and-Cut* com as heurísticas fornece melhores soluções em 49,59% dos cenários avaliados, contra 16,67% do *Branch-and-Cut* puro.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

TRAFFIC SENSORS LOCATION WITH CONSTRAINTS ON THE NUMBER OF
EQUIPMENTS AND LANES OBSERVED: HEURISTIC TECHNIQUES AND A
BRANCH-AND-CUT

Victor Hugo Souza de Abreu

April/2018

Advisor: Glaydston Mattos Ribeiro

Department: Transportation Engineering

The network sensors location problem to monitor the vehicles flow has been an object of increasing interest in recent years, due to its relevance to traffic management and control, by providing data for the development of new public policies related to the transport sector and direct government decisions. In this sense, this dissertation presents a mathematical model of sensors location for vehicle counting, installed in road segments, for the problem of vehicle flow estimation between source and destination pairs, which incorporates constraints regarding the number of sensors and lanes observed. In addition, this work proposes an exact algorithm, Branch-and-Cut, and three heuristics that can be incorporated into it to improve computational performance. Based on real data from the Brazilian road network, computational tests were runned to evaluate the behavior of Branch-and-Cut with and without heuristics. The results show that Branch-and-Cut with heuristics provides better solutions in 49.59% of the evaluated scenarios, versus 16.67% of pure Branch-and-Cut.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Objetivos	7
1.2 Procedimento Metodológico	7
1.3 Estrutura da dissertação.....	11
2. MÉTODO DE REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
2.1 Processo de Revisão Bibliográfica Sistemática.....	14
2.1.1 <i>Fase de entrada</i>	14
2.1.2 <i>Fase de processamento</i>	18
2.1.3 <i>Fase de saída</i>	20
2.2 Processo de Inclusão e Qualificação dos Artigos.....	22
2.3 Considerações Finais do Capítulo.....	23
3. PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DOS SENSORES EM REDES DE TRANSPORTE.....	24
3.1 PLSR Quanto à sua Classificação	24
3.1.1 <i>Flow-Observability Problem</i>	25
3.1.2 <i>Flow-Estimation Problem</i>	26
3.1.3 <i>Exemplificação.....</i>	26
3.2 PLSR Quanto ao Fluxo de Tráfego em uma Rede	29
3.3 PLSR Quanto à Modelagem do Problema de Estimativa do Fluxo.....	30
3.3.1 <i>Máximo erro relativo possível</i>	32
3.3.2 <i>Critérios de avaliação relacionados.....</i>	34
3.3.3 <i>Modelagens matemáticas aplicadas ao problema de estimativa de fluxo.....</i>	35
3.4 Considerações Finais do Capítulo.....	47
4. MÉTODOS DE SOLUÇÃO	48
4.1 Formulação Matemática do Problema	48
4.2 Algoritmos de Solução	51
4.2.1 <i>Heurísticas Propostas</i>	54
4.2.2 <i>Algoritmo Exato Branch-and-Cut Proposto</i>	56
4.2.3 <i>Algoritmo Exato, Branch-and-Cut, com a incorporação das heurísticas.....</i>	58
4.3 Considerações Finais do Capítulo.....	59
5. TESTES COMPUTACIONAIS	60
5.1 Utilização das Instâncias	60
5.2 Resultados Computacionais	61

5.2.1	<i>Branch-and-Cut Puro</i>	62
5.2.2	<i>Branch-and-Cut + Heurísticas</i>	70
5.2.3	<i>Branch-and-Cut Puro Versus Branch-and-Cut + Heurísticas</i>	84
5.3	Considerações Finais do Capítulo	86
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS E RECOMENDAÇÕES	87
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	89

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Rede Hipotética.....	2
Figura 1.2 – Base Conceitual.	8
Figura 1.3 – Modelagem Matemática e Geração das Instâncias.	9
Figura 1.4 – Elaboração dos Algoritmos de Solução.	10
Figura 1.5 – Análise dos Resultados.	11
Figura 2.1 – Etapas da Fase de Entrada.....	15
Figura 2.2 – Etapas da fase de Processamento.	18
Figura 2.3 – Etapas da fase de Saída.	21
Figura 3.1 – Rede Hipotética.....	26
Figura 4.1 – Espaço de Busca de Soluções.	52
Figura 5.1 – Solução da Instância RJ.	83

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Critério de Inclusão de Artigos.....	17
Tabela 2.2 – Critérios de Qualificação de Artigos.	17
Tabela 3.1 – Proporcionalidade de escolha do segmento por cada Par OD.	27
Tabela 5.1 – Dados de Cada Instância.....	60
Tabela 5.2 – Resultados Computacionais B&C Puro.....	63
Tabela 5.3 – Resultados Computacionais B&C + H.	71
Tabela 5.4 – Comparação entre os Limites Médios Superiores.	84
Tabela 5.5 – Comparação entre os Tempos Médios.....	85

LISTA DE SIGLAS

B&C Puro – *Branch-and-Cut* Puro sem heurísticas

B&C + H – *Branch-and-Cut* com heurísticas

COPPE – Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa em Engenharia

DNIT – Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes

MPRE – *Maximal Possible Relative Error*

OD – Origem e Destino

PLSR – Problema de Localização dos Sensores em Rede

PNCT – Plano Nacional de Contagem de Tráfego

PO – Pesquisa Operacional

RBS – Revisão Bibliográfica Sistemática

RFID – *Radio-Frequency IDentification*

UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro

1. INTRODUÇÃO

O transporte rodoviário é um dos mais complexos sistemas dinâmicos, pois está diretamente ligado as relações entre os seres humanos, o meio ambiente, os veículos e as vias. As interações, muitas vezes problemáticas, dos diferentes componentes de tráfego podem acarretar em problemas como os congestionamentos, deterioração do pavimento, aumento da poluição ambiental (atmosférica, sonora e visual) e do número de acidentes, diminuição da qualidade de vida dos cidadãos, entre outros.

Nesse sentido, é papel das instituições de gerenciamento e controle de tráfego monitorar constantemente os fluxos de veículos nas vias, planejar e implantar formas de redução das externalidades negativas causadas pela excessiva utilização do transporte motorizado, principalmente o privado.

Uma forma de monitorar as condições de tráfego, tanto em dias atípicos, como em dias normais, consiste na implantação de sensores de tráfego em pontos estratégicos da rede de transportes (Fei *et al.*, 2013).

Um sensor de tráfego é um dispositivo que indica a presença ou passagem de veículos por um determinado ponto, durante um período de tempo especificado (Garber e Hoel, 1999), e fornece dados ou informações para apoiar as aplicações de gestão de tráfego, tais como controle de sinais, controle de rampa, detecção de incidentes e coleta de dados do volume de veículos e sua classificação (Wang, 2013).

Gentili e Mirchandani (2012) agruparam os sensores de tráfego em quatro categorias:

- **Sensores de contagem de tráfego:** equipamentos que medem o volume de veículos em um intervalo de tempo considerado. Quando um sensor de contagem está localizado no segmento da rede, assume-se que este mede o volume de veículos no segmento. Quando um sensor de contagem está localizado em um nó, assume-se que ele mede os fluxos de todos os segmentos de entrada e saída deste nó. Para melhor ilustrar essas duas situações, considere a rede hipotética apresentada na Figura 1.1 e suponha que exista um sensor situado no segmento a_1 e outro sensor localizado no nó 2. Enquanto o primeiro sensor é capaz de determinar apenas o fluxo do segmento em que se encontra localizado, no caso o fluxo do segmento a_1 , o segundo é capaz de determinar o fluxo de entrada no nó 2, fluxo do segmento a_1 , e os de saída, fluxos dos segmentos a_3 e a_4 ;

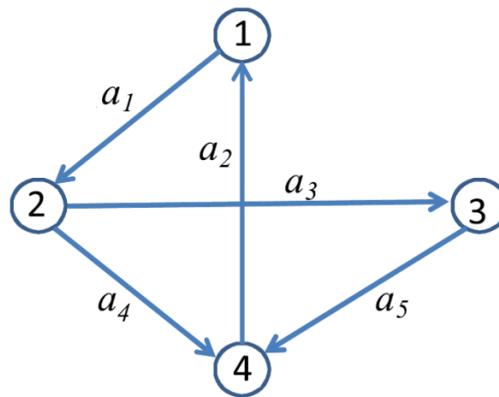


Figura 1.1 – Rede Hipotética.

Fonte: Gentili e Mirchandani (2012).

- **Sensores de identificação de rota (rota-ID):** dispositivos que quando localizados em um segmento da rede podem medir os volumes de fluxo nas rotas que esse segmento pertence, por meio de tecnologias implantadas nos veículos como “tags” *Radio-Frequency IDentification* (RFID) ou códigos de barras, a partir do qual pode-se obter a rota planejada do veículo. Embora os sensores rota-ID não sejam amplamente implantados, as ricas informações que eles fornecem tornariam os dados de tráfego mais significativos e reduziriam a quantidade de sensores necessariamente implementados nas vias;
- **Sensores de imagem:** são todos aqueles sensores que podem capturar imagens do fluxo em movimento. Ao processar as imagens, é possível reconhecer veículos em movimento na cena e, assim, dentre outras vantagens, identificar as placas e classificá-los por tipo; e
- **Sensores de identificação de veículo (veículo-ID):** sensores capazes de identificar informações acopladas nos veículos de maneira automática. Quando um veículo é detectado, o tempo de detecção também é conhecido, assim, se o mesmo veículo é identificado primeiramente em um segmento e posteriormente em outro segmento, então é possível afirmar que tal veículo está usando uma rota que contenha ambos os segmentos nessa determinada ordem. Note que esse tipo de sensor, apesar de identificar características das rotas, não a determina completamente como os sensores do tipo Rota-ID.

Os sensores agrupados nas quatro categorias detalhadas podem ainda ser divididos, segundo Wang (2013), em:

- **Sensores passivos:** são sensores que não obtém qualquer tipo de informação transmitida pelo veículo. Nessa categoria incluem-se os sensores de contagem e os sensores de imagem; e
- **Sensores ativos:** são sensores capazes de obter as informações transmitidas pelos veículos, por meio de identificadores instalados. Nessa categoria estão os sensores de veículo-ID e rota-ID.

Por meio dos sensores de tráfego é possível suprir a necessidade de informações sobre o volume de veículos nas vias. Os dados obtidos por esses equipamentos fornecem informações essenciais sobre as características do tráfego, como o volume médio diário anual, quilômetros percorridos por veículo, composição do tráfego, volume de pico em um determinado período, etc. Além disso, podem ser eficientes no desenvolvimento das matrizes de Origem e Destino (OD), que representam a distribuição espacial das viagens entre as zonas de tráfego de uma área de estudo.

Assim, é possível realizar, por meio de estudos técnicos específicos, o planejamento e o gerenciamento necessários ao desenvolvimento do setor rodoviário de transportes, inclusive, a avaliação de investimentos e alocação de recursos para infraestrutura viária.

No entanto, para que exista confiabilidade nas informações a serem obtidas, tanto relativo à quantidade quanto à qualidade, são necessários estudos específicos, uso de sistemas, modelos e eventos de campo com elevado grau de complexidade logística e operacional, principalmente, quando se considera a abrangência territorial e diversidade socioeconômica e de infraestrutura presente nas cinco regiões brasileiras.

Sendo assim, uma atividade importante nos estudos de tráfego consiste na definição dos locais de instalação de sensores de contagem de veículos. Tais locais, além de serem posicionados em pontos estratégicos, com representativos volumes de tráfego, devem permitir a obtenção da maior quantidade de dados possíveis.

Atrelado a isto, as atividades de instalação, operação e manutenção dos sensores são custosas, necessitam de mão de obra especializada e possuem orçamento reduzido, dessa forma, deve-se localizar os sensores na rede de transportes de maneira que os recursos disponíveis sejam bem aproveitados, tal que, os dados obtidos sejam significativos e úteis para determinar o volume de tráfego nos segmentos da rede da

melhor forma possível. Assim, surge o Problema de Localização dos Sensores de tráfego na Rede (PLSR).

Gentili e Mirchandani (2012) dividiram esse problema em dois subproblemas: (I) Localizar sensores para observar completamente volumes de fluxo na rede (*Sensor Location Flow-Observability Problems*); e (II) Localizar sensores para estimar volumes de fluxo na rede (*Sensor Location Flow-Estimation Problems*).

Essa dificuldade de localizar sensores em pontos estratégicos da rede de transportes é solucionada pela utilização dos procedimentos e técnicas da Pesquisa Operacional (PO) que permitem avaliar alternativas e encontrar soluções que melhor servem aos objetivos predefinidos.

Segundo Hillier e Lieberman (2006), um problema de Pesquisa Operacional pode ser dividido nas seguintes fases:

1. **Definição do problema:** Determinação do escopo da dificuldade sob investigação, buscando identificar, segundo Cordeiro (2009), três elementos primordiais: (I) Descrição das alternativas de decisão; (II) Determinação do objetivo do estudo; e (III) Especificação das limitações do sistema;
2. **Formulação do modelo matemático que representa o problema:** Um modelo matemático pode ser definido como uma representação ou interpretação simplificada da realidade ou a interpretação de um fragmento de um sistema, conforme uma estrutura de conceitos mentais ou experimentais. A modelagem deve representar, por meio de expressões matemáticas, a essência do problema real a ser investigado. Em um modelo matemático são incluídos três conjuntos principais de elementos: (I) Variáveis de decisão e parâmetros: variáveis de decisão são as incógnitas a serem determinadas pela solução do modelo e podem ser contínuas ou discretas; e os parâmetros são valores fixos no problema que podem ser determinísticos ou probabilísticos; (II) Restrições: limitam as variáveis de decisão a seus valores viáveis e podem ser lineares ou não-lineares; e (III) Função objetivo: é a função matemática que representa o objetivo do problema propriamente dito relacionando as variáveis de decisão;
3. **Desenvolvimento de um procedimento computacional para obter soluções a partir do modelo matemático:** Tem como objetivo encontrar soluções para o problema de otimização analisado por meio de técnicas de

otimização. Na literatura científica, verificam-se diversos métodos que podem ser classificados como exatos, heurísticos, meta-heurísticos, entre outros (Hillier e Lieberman, 2006; Arenales *et al.*, 2007). Métodos exatos buscam a solução ótima (melhor solução) do problema investigado. Já métodos heurísticos e meta-heurísticos encontram boas soluções, podendo eventualmente encontrar a ótima, em tempo computacional reduzido, quando comparado aos métodos exatos;

4. **Teste do modelo e redefinição se necessário:** Busca testar o modelo matemático a partir de dados reais para fins de validação. Com as soluções produzidas, pode-se avaliar se os resultados gerados estão de acordo com o que se esperava a partir, por exemplo, do conhecimento de um especialista do problema estudado;
5. **Preparação para implantação do modelo:** Deve elaborar guias que auxiliem o usuário no processo de entrada de dados, solução e análise de resultados, incluindo, se possível, análises de pós-otimização como, por exemplo, a variação de custo esperada (variação da função objetivo) caso a disponibilidade de um dado recurso seja alterada; e
6. **Utilização:** Busca-se utilizar, repetidamente, o processo de solução conforme os dados de entrada. Nesta etapa considera-se importante auxiliar as equipes operacionais para eliminar dúvidas.

O estudo aqui proposto busca seguir as fases de elaboração de um estudo de PO, a fim de resolver o problema de localização dos sensores de contagem de veículos, instalados em segmentos rodoviários, necessários para estimar o fluxo de viagens entre Pares OD da rede de transportes do Brasil. Como o território brasileiro é grande demais para a devida calibragem e comparação dos métodos de solução, foi gerada uma instância para cada estado brasileiro, totalizando assim 26 instâncias (tomando o Distrito Federal e Goiás como um só estado), com suas respectivas cidades, rodovias intermunicipais, estaduais e federais.

O PLSR tem sido objeto de crescente interesse nos últimos anos. Assim, a seleção de artigos que dão embasamento adequado à realização de pesquisas científicas sobre o assunto se tornou muito complexa, dada à quantidade de informações disponíveis na literatura internacional hoje em dia. Além disso, nem tudo o que é abordado na literatura é de igual rigor (Ngai e Wat, 2002), apenas, a literatura de

qualidade estimula estudos adicionais de investigação e proporciona a validação da teoria original proposta pelo estudo (Barnes, 2005).

Dessa forma, para melhor compreender o problema estudado, o presente estudo foi planejado, detalhado e documentado em um protocolo de Revisão Biográfica Sistemática – RBS criterioso, baseado em Conforto *et al.* (2011), que buscou reduzir o viés (erro tendencioso) existente na literatura, a respeito do assunto, e que descreve os objetivos da pesquisa, bem como a estratégia de busca, critérios de seleção (inclusão e qualificação), o processo de extração e a síntese de dados.

Com a revisão sistemática foram encontradas diversas formulações matemáticas, desenvolvidas ao longo dos anos, para representar o problema em redes reais ou fictícias. Dessa forma, foi necessário estudar cada formulação detalhadamente, a fim de se verificar qual seria a mais adequada para ser aplicada na rede em estudo.

Analisando criteriosamente as formulações matemáticas encontradas na literatura internacional, constatou-se que elas não levam em consideração a questão do sensor estar posicionado em segmentos com uma ou mais faixas de rolamento. Entretanto, sabe-se que o custo para implantar e contar adequadamente os veículos que passam em um segmento com, por exemplo, três faixas de rolamento por sentido, é maior do que se este equipamento fosse instalado em local onde se tem apenas uma faixa por sentido. Essa característica foi explorada pelo Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes (DNIT) na contratação de serviços de contagem de tráfego em apoio ao Plano Nacional de Contagem de Tráfego (PNCT).

Surge assim, a necessidade de estudar modelos matemáticos que incorporem uma restrição referente ao número de faixas monitoradas pelos sensores. Dessa forma, tomando como base o modelo matemático de Yang *et al.* (2006), este trabalho apresenta uma nova formulação matemática que incorpora uma restrição quanto ao número de faixas de rolamento por sentido.

Além disso, como o problema de localização de sensores em redes tradicional é um problema combinatório NP-Difícil (Chen *et al.*, 2007), a obtenção de soluções ótimas por técnicas exatas exige o emprego de algoritmos de alta complexidade que consomem elevado tempo de processamento. Nesse sentido, o presente estudo propõe um algoritmo exato, *Branch-and-Cut*, e heurísticas que possam ser incorporados a ele para melhorar seu desempenho.

1.1 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho consiste em desenvolver uma modelagem matemática inovadora para o problema de localização de sensores de tráfego em redes, que incorpora uma restrição relativa ao número de faixas ao modelo desenvolvido por Yang *et al.* (2006), e propor um algoritmo *Branch-and-Cut*, aprimorado por meio da incorporação de três heurísticas, para solucionar o problema da melhor maneira possível.

O presente estudo tem ainda como objetivos específicos:

1. Realizar uma Revisão Bibliográfica Sistemática – RBS sobre o Problema de Localização dos Sensores em Redes – PLSR, por meio do protocolo de revisão desenvolvido por Conforto *et al.* (2011);
2. Estudar as principais formulações matemáticas desenvolvidas, ao longo das últimas décadas, que buscam investigar o problema de localização dos sensores de contagem em redes, baseados na estimativa do fluxo entre Pares OD;
3. Utilizar instâncias sobre o problema que consideram a rede rodoviária brasileira;
4. Propor três heurísticas, que encontrem soluções viáveis para o problema, e um algoritmo exato, *Branch-and-Cut*, que encontre a solução ótima (melhor solução possível) para as instâncias estudadas; e
5. Realizar testes computacionais considerando o *Branch-and-Cut* com e sem as heurísticas.

Dessa forma, este estudo mostra-se relevante ao fornecer uma ferramenta de apoio ao processo de planejamento de pesquisas de tráfego, com vistas à redução de custos de implantação, manutenção e operação de sensores, e, conseqüentemente, na melhor utilização de recursos.

1.2 Procedimento Metodológico

O procedimento metodológico elaborado para alcançar os objetivos propostos nesta dissertação encontra-se representado por meio de um fluxograma que é dividido em quatro etapas: Base Conceitual, Modelagem Matemática e Geração das Instâncias, Elaboração dos Algoritmos de Solução e Análise dos Resultados.

A Primeira Etapa (Base Conceitual) consiste no levantamento bibliográfico sistemático de conceitos, características, metodologias, particularidades e diferenciações envolvidas no problema de localização de sensores de tráfego em redes, existentes na literatura, de forma a estabelecer elementos consubstanciados, de fundamental importância, no processo de desenvolvimento do modelo matemático, do algoritmo exato e das heurísticas. A descrição de cada passo da Primeira Etapa do Procedimento Metodológico encontra-se na Figura 1.2.

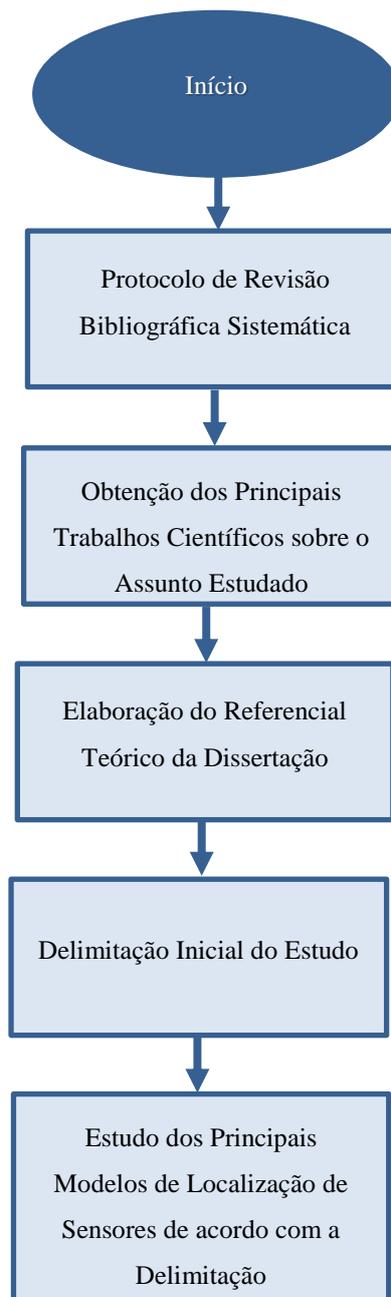


Figura 1.2 – Base Conceitual.

A Segunda Etapa (Modelagem Matemática e Geração das Instâncias), veja Figura 1.3, consiste no desenvolvimento e proposição do modelo matemático para o PLSR. Nesta etapa, codificações em linguagem C/C++ são necessárias para representação explícita da formulação matemática em função dos parâmetros de entrada correspondentes as instâncias do estudo de caso que representam os estados brasileiros.

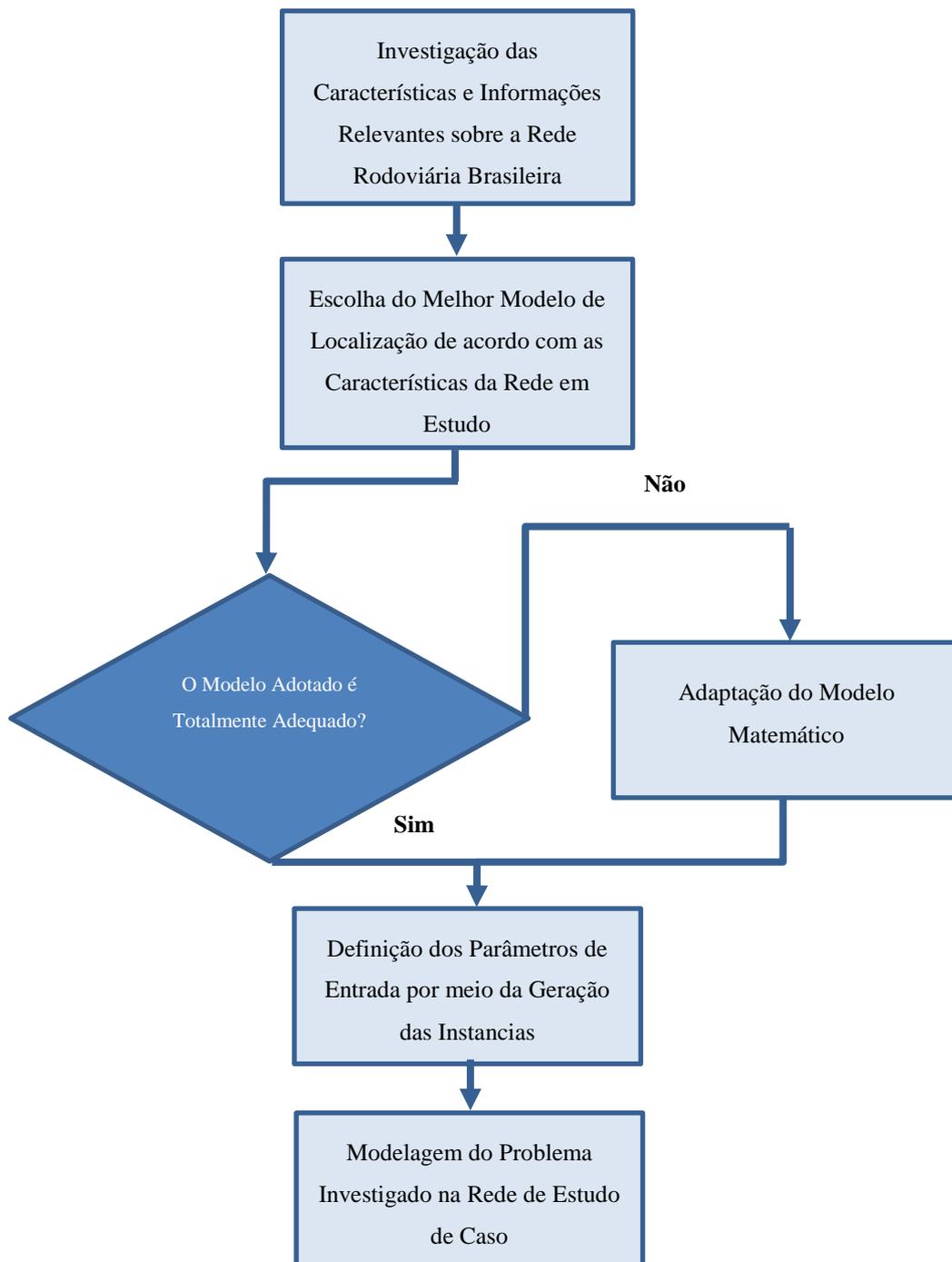


Figura 1.3 – Modelagem Matemática e Geração das Instâncias.

A Terceira Etapa (Elaboração dos Algoritmos de Solução) consiste no desenvolvimento de heurísticas para o modelo matemático proposto na Segunda Etapa e do algoritmo exato, *Branch-and-Cut*, necessário para encontrar as soluções ótimas para as instâncias estudadas (Figura 1.4). Também nessa etapa, são realizados os experimentos computacionais por meio do *solver* ILOG IBM CPLEX 12.6 (IBM, 2015).

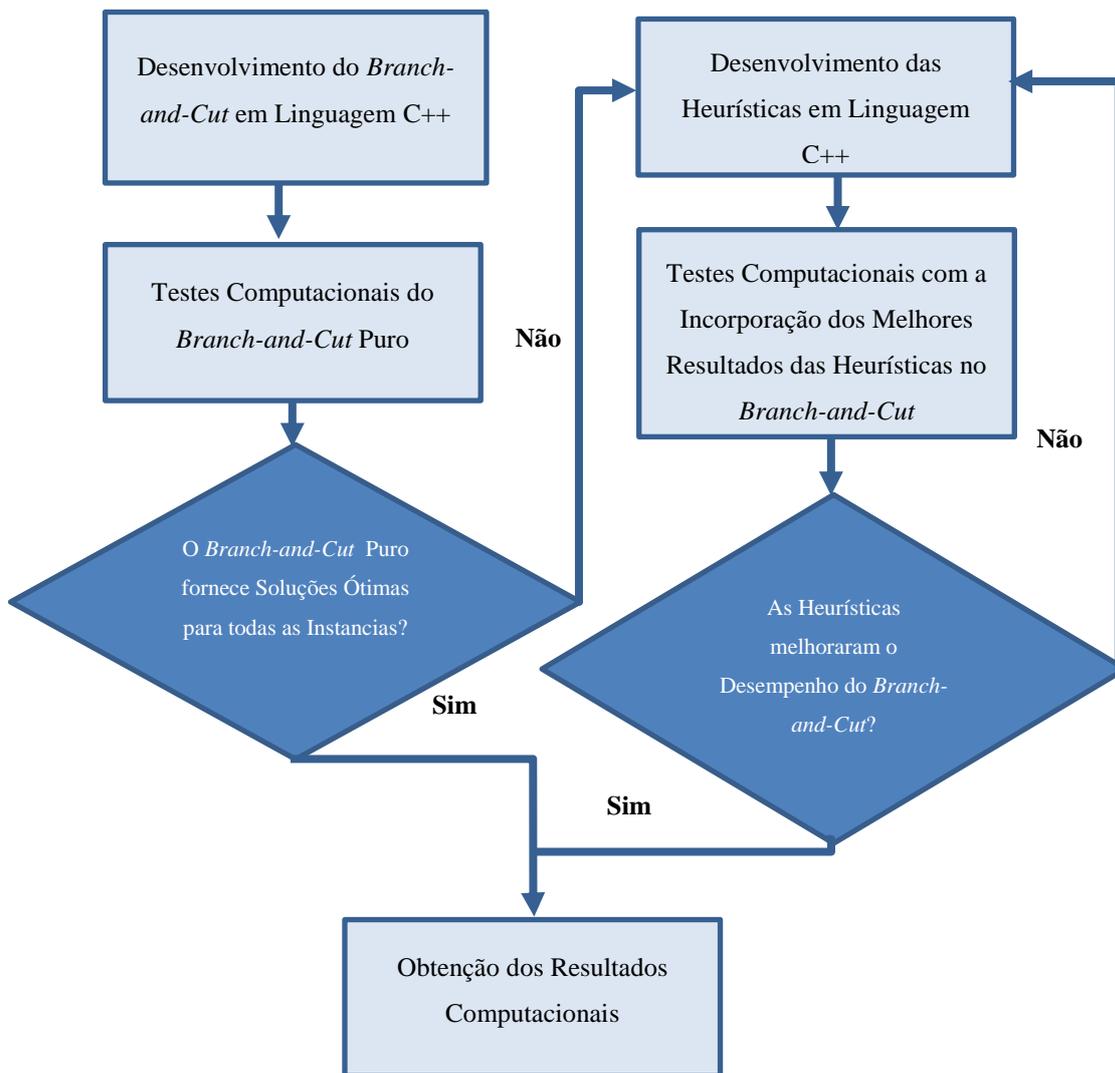


Figura 1.4 – Elaboração dos Algoritmos de Solução.

Por fim, com a obtenção dos Resultados Computacionais, na Quarta Etapa (Análise dos Resultados), descrita na Figura 1.5, são analisados e discutidos os resultados computacionais, as considerações finais e as sugestões para trabalhos futuros.

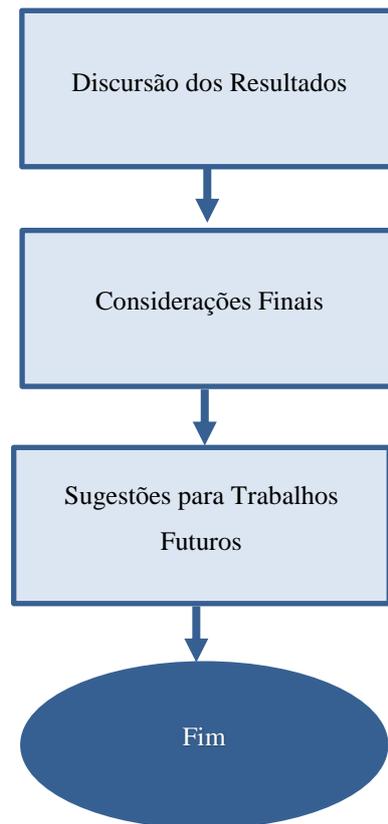


Figura 1.5 – Análise dos Resultados.

1.3 Estrutura da dissertação

Esta dissertação está dividida em 6 capítulos. No Primeiro Capítulo, apresenta-se a introdução, que trata das considerações iniciais da pesquisa, envolvendo a temática e o problema de estudo, ao mesmo tempo em que são apresentados os objetivos e a justificativa/importância da pesquisa.

No Segundo Capítulo é detalhado o protocolo de Revisão Bibliográfica Sistemática necessário à condução eficiente da busca por artigos científicos e dissertações e teses diretamente aplicáveis ao assunto investigado.

No Terceiro Capítulo é apresentada a síntese da revisão sistemática que envolve desde a definição/diferenciação do PLSR até apresentação das formulações matemáticas, existentes na literatura, necessárias para modelar o problema.

No Quarto Capítulo são expostos/descritos: a formulação matemática que incorpora restrições relativas ao número de faixas de rolamento e os algoritmos heurísticos e exatos necessários para a solução do modelo proposto.

O Quinto Capítulo trata-se das instâncias utilizadas no estudo de caso, dos experimentos computacionais e da discursão dos resultados.

No Sexto Capítulo são feitas as considerações finais do trabalho, com foco na avaliação de cumprimento dos objetivos propostos e nos principais resultados obtidos, além de considerações e recomendações para trabalhos futuros.

2. MÉTODO DE REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para uma revisão da literatura bem-sucedida, "qualidade significa amplitude e profundidade apropriadas, rigor e consistência, clareza e brevidade e análise e síntese eficazes " (HART, 1998, p. 1).

Nesse sentido, há uma série de métodos já estabelecidos, bem como emergentes, úteis para realização de uma revisão da literatura adequada, que podem ser divididos em Meta-Análise, Revisão Narrativa Tradicional e Revisão Bibliográfica Sistemática (Pickering e Byrne, 2014).

A Meta-Análise centra-se principalmente na análise estatística dos resultados obtidos na investigação dos pesquisadores e muitas vezes envolve a conversão de dados e procedimentos. Esse método é eficaz quando os estudos extraídos têm projetos de pesquisa comparáveis (Mays *et al.*, 2005).

A Revisão Narrativa Tradicional não utiliza critérios explícitos e sistemáticos para a busca e análise crítica da literatura. Apresenta uma temática mais aberta, dificilmente parte de uma questão de pesquisa bem definida e não exige um protocolo rígido para sua confecção. A seleção dos artigos é arbitrária, provendo o autor de informações sujeitas a viés (erro) de seleção, com grande interferência da percepção subjetiva.

Levy e Ellis (2006) definem o processo de Revisão Bibliográfica Sistemática (RBS) como: etapas sequenciais para coletar, conhecer, compreender, aplicar, analisar, sintetizar e avaliar a literatura de qualidade, a fim de fornecer uma base sólida para um assunto relevante. Além disso, destacam que a revisão deve contribuir para o conhecimento de algo novo.

Durante a RBS devem ser utilizadas fontes que fundamentam a presença do problema sob investigação (Barnes, 2005). Esse procedimento permitirá que o pesquisador forneça um sólido argumento relacionado à necessidade do estudo, bem como o ponto onde a literatura se encaixa com o objetivo estipulado. Além disso, o uso da literatura deve fornecer os motivos de legitimação das questões estabelecidas, bem como validar a abordagem proposta no estudo (Levy e Ellis, 2006).

2.1 Processo de Revisão Bibliográfica Sistemática

Considerando os objetivos da pesquisa, realizou-se uma revisão sistemática da literatura, a fim de identificar o atual estado das pesquisas desenvolvidas a respeito do problema de localização de sensores de tráfego da rede de transportes.

O estudo foi planejado, detalhado e documentado em um protocolo de revisão sistemática criteriosa que descreve os objetivos da pesquisa, bem como a estratégia de busca, critérios de seleção (inclusão e qualificação), o processo de extração e a síntese de dados.

A investigação dos artigos foi dividida em diferentes etapas e fases e foi conduzida durante o primeiro ano de desenvolvimento do projeto, ou seja, entre março de 2016 e março de 2017.

O roteiro da revisão bibliográfica sistemática utilizado nesse projeto baseou-se em Conforto *et al.* (2011), que adaptou modelos, de diversas áreas do conhecimento, como o estudo desenvolvido por Levy e Ellis (2006) e Biolchini *et al.* (2007).

Assim como estabelecido por Levy e Ellis (2006), Conforto *et al.* (2011) dividiu a RBS em três principais fases com o objetivo de orientar os jovens pesquisadores sobre o desenvolvimento de uma revisão da literatura sólida e eficaz:

- Entrada;
- Processamento; e
- Saída.

É importante salientar que embora o foco da presente dissertação esteja em uma área distinta da estudada por Conforto *et al.* (2011), as etapas desenvolvidas pelos autores são úteis para realizar um estudo sólido a respeito do problema investigado.

2.1.1 Fase de entrada

Levy e Ellis (2006) indicam que em qualquer abordagem sistemática, se a fase de entrada (Figura 2.1) estiver incorreta, for de baixa qualidade ou irrelevante, os resultados obtidos na fase de saída serão ineficazes, independentemente da qualidade da fase de processamento.

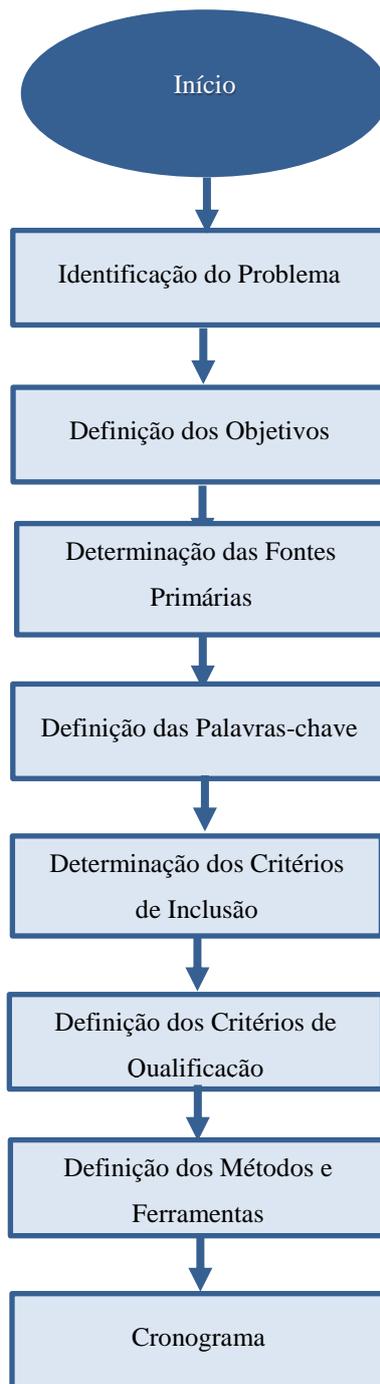


Figura 2.1 – Etapas da Fase de Entrada.

Fonte: Conforto et al (2011).

Dessa forma, as descrições e aplicações no estudo estão descritas a seguir:

- **Identificação do Problema:** problema é uma dificuldade, teórica ou prática, no conhecimento de um assunto de real importância, para a qual se deve encontrar uma solução (Silva e Menezes, 2005). "Formular o

problema consiste em dizer, de maneira explícita, clara, compreensível e operacional, qual a dificuldade que nos defrontamos e que pretendemos resolver, limitando o seu campo e apresentando suas características. Desta forma, o objetivo da formulação do problema da pesquisa é tomá-lo individualizado, específico e inconfundível" (RUDIO, 1978: p. 75). Conforme já exposto anteriormente, o presente estudo busca investigar o problema de localização dos sensores de tráfego na rede de transportes;

- **Definição dos Objetivos:** os objetivos buscam sintetizar o que o pesquisador pretende alcançar com a pesquisa ou qual a contribuição que o estudo proporcionará efetivamente (Silva e Menezes, 2005). Os objetivos podem definir "a natureza do trabalho, o tipo de problema a ser selecionado, o material a coletar" (CERVO, 1978: p 49). Nesse sentido, este projeto busca apresentar uma formulação matemática e desenvolver um algoritmo exato e três heurísticas, que possam ser incorporadas a ele, para resolver o problema investigado;
- **Determinação das Fontes Primárias:** as fontes primárias são úteis para a definição de palavras-chave e identificação dos principais autores e artigos relevantes. É possível determinar as fontes primárias por meio de consultas a especialistas e pesquisadores seniores, na área de estudo, ou a partir de uma revisão bibliográfica preliminar, sem o rigor de uma revisão sistemática, fazendo a leitura de periódicos (Conforto *et al.*, 2011). As fontes primárias utilizadas no presente estudo foram: Gentili e Mirchandani (2012) e Bianco *et al.* (2014).
- **Determinação das Palavras-Chave:** a definição das palavras-chave é importante para obtenção de artigos diretamente relacionados ao assunto estudado, evitando assim que o pesquisador desperdice tempo analisando artigos que não vão ao encontro dos objetivos da pesquisa. Com o estudo das fontes primárias e os diversos testes realizados na base de dados foi possível determinar os termos em inglês "*Network Sensor Location Problem*" e "*Flow-Estimation Problem*";
- **Definição dos Critérios de Inclusão:** os critérios de inclusão são de grande importância para obtenção de estudos diretamente relacionados

ao problema investigado, tornando a pesquisa mais rígida e eficaz. Os critérios de inclusão encontram-se na Tabela 2.1;

Tabela 2.1 – Critério de Inclusão de Artigos.

Critério de Inclusão (I)	Descrição
<i>I1</i>	Enquadramento com o objetivo proposto.
<i>I2</i>	Fator de Impacto da Revista.

- **Definição dos Critérios de Qualificação:** os critérios de qualificação estão ligados às características qualitativas dos estudos e só podem ser avaliados com a leitura minuciosa dos artigos. É importante que o pesquisador tenha em mente todos os critérios que serão averiguados de modo a evitar que sejam aprovadas pesquisas inadequadas. Como critérios de qualificação foram utilizadas as perguntas apresentadas na Tabela 2.2;

Tabela 2.2 – Critérios de Qualificação de Artigos.

Critério de Qualificação (Q)	Descrição
<i>Q1</i>	A pesquisa apresenta revisão bibliográfica bem fundamentada?
<i>Q3</i>	O estudo apresenta inovação técnica?
<i>Q4</i>	As contribuições do estudo são discutidas?
<i>Q5</i>	As limitações do estudo são apresentadas explicitamente?
<i>Q6</i>	Os resultados e conclusão foram condizentes com os objetivos estabelecidos?

- **Determinação dos Métodos e Ferramentas:** a definição do método de busca e das ferramentas envolvem definir as etapas para a condução das buscas e dos filtros de busca, como será realizado a busca nos periódicos e bases de dados, como os resultados serão armazenados, etc. O método de buscas desse projeto foi iterativo, ou seja, contemplando ciclos que favoreceram o aprendizado, refinando a busca, e buscas cruzadas, a partir de referenciais citadas nos artigos encontrados; e

- **Cronograma:** é preciso estar atento quanto ao prazo máximo viável para a conclusão da RBS. Dependendo dos objetivos, a RBS pode ter uma duração distinta, desde o planejamento até a conclusão. Essa estimativa de prazo é importante, e pode ser definida com base no registro do tempo gasto na pesquisa em cada periódico, bem como na leitura dos textos segundo os filtros de busca (Conforto *et al.*, 2011). Nesse sentido, o tempo disponível para a pesquisa de Revisão Bibliográfica limitou-se ao período de um ano, entre março de 2016 e março de 2017.

2.1.2 Fase de processamento

Na segunda etapa de desenvolvimento da RBS, denominada Fase de Processamento, são realizadas as buscas efetivas, a leitura, a documentação e o arquivamento dos artigos selecionados para o estudo, conforme apresentado na Figura 2.2.



Figura 2.2 – Etapas da fase de Processamento.

Fonte: Conforto et al (2011).

As definições de cada etapa e as respectivas aplicações no estudo estão descritas a seguir:

- **Condução das Buscas:** compreende a ação efetiva de procurar por artigos na base de dados escolhida para realização da pesquisa, por meio do método de busca e das ferramentas definidas na Fase de Entrada. Dessa forma, os 100 (cem) artigos mais relevantes na base de dados *Science Direct*, obtidos pelas palavras-chave selecionadas, foram avaliados por quatro criteriosos filtros. Posteriormente, a partir dos artigos selecionados optou-se por realizar uma busca cruzada, a fim de obter mais artigos relevantes ao estudo e maximizar os resultados obtidos;
- **Desenvolvimento dos Filtros:** no processo de filtragem dos artigos, dois aspectos precisam ser considerados: aplicabilidade e qualidade. Aplicabilidade refere-se ao enquadramento com o objetivo proposto e qualidade significa que o artigo responde adequadamente ao seu propósito. Os filtros escolhidos para o estudo encontram-se na Tabela 2.3 e descritos mais profundamente na Seção 2.2;

Tabela 2.3 – Filtros de seleção de artigos.

Filtro de Seleção (F)	Descrição
F0	Leitura do título e das palavras-chave.
F1	Leitura do Resumo.
F2	Leitura da introdução e da conclusão.
F3	Leitura completa do documento.

- **Leitura dos Artigos:** a leitura constitui-se em fator decisivo do estudo, pois propicia a ampliação de conhecimentos, a obtenção de informações básicas ou específicas, a abertura de novos horizontes para a mente, a sistematização do pensamento, o enriquecimento de vocabulário e o melhor entendimento do conteúdo das obras (Marconi e Lakatos, 2003);
- **Análise dos Resultados:** a análise de um texto refere-se ao processo de conhecimento de determinada realidade e implica no exame sistemático dos elementos; portanto, é decompor um todo em suas partes, a fim de efetuar um estudo mais completo, encontrando o elemento-chave do autor, determinar as relações que prevalecem nas partes constitutivas,

compreendendo a maneira pela qual estão organizadas, e estruturar as ideias de maneira hierárquica (Marconi e Lakatos, 2003). Durante o processo de leitura observou-se que o pesquisador responsável pelo presente projeto adquiriu uma análise cada vez mais crítica à medida que mais artigos foram lidos, aumentando assim o seu campo de conhecimento; e

- **Documentação e Arquivamento:** Consiste em verificar como possíveis informações documentadas podem ser utilizadas: quantidade de artigos encontrados por periódico, quantidade de artigos excluídos, quantidade de artigos encontrados na busca cruzada, entre outras. Esses dados são importantes para refinar as buscas e posteriormente serão úteis para argumentação teórica e embasamento da síntese (Conforto *et al.*, 2011). Foi desenvolvido um formulário com os dados dos periódicos incluídos na pesquisa, contendo informações como título do artigo, ano, tipo de estudo, objetivos, aplicações, entre outros. O conteúdo permite que outros pesquisadores possam fazer uso do material da forma mais adequada possível.

2.1.3 Fase de saída

A última fase da RBS, fase de saída, compreende as etapas de desenvolvimentos de alertas, cadastro dos artigos selecionados/aprovados no filtro F3, apresentado na Tabela 2.3, e a síntese dos resultados, como pode ser verificado na Figura 2.3.

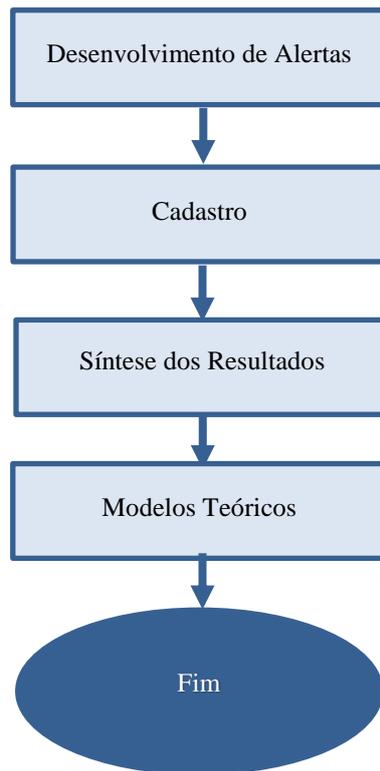


Figura 2.3 – Etapas da fase de Saída.

Fonte: Conforto *et al.* (2011).

As descrições das etapas e as aplicações no presente estudo estão a seguir:

- **Desenvolvimento de Alertas:** consiste no mecanismo realizado para o recebimento de e-mails com avisos a respeito de artigos publicados em futuras edições de revistas acadêmicas que tenham referência direta com o objetivo do estudo, permitindo rastrear novos modelos e métodos de solução e atualizar o repertório da pesquisa;
- **Cadastro:** os artigos selecionados no Filtro F3, depois de analisados e interpretados, foram incluídos no repositório de artigos da pesquisa;
- **Síntese dos Resultados:** a síntese do estudo busca concentrar resultados de vários estudos em um único documento e definir o atual estágio do conhecimento sobre um determinado problema de pesquisa (Figueiredo Filho *et al.*, 2014). A presente dissertação, os artigos elaborados ao longo dessa pesquisa e o formulário desenvolvido constituem-se na síntese dos resultados; e

- **Modelos Teóricos:** a construção de modelos teóricos e definição de hipóteses têm como embasamento os resultados da RBS e a síntese do tema estudado. É especialmente útil para a continuação da pesquisa, na construção do método para realização de estudos de caso ou *surveys* (Conforto *et al.*, 2011).

2.2 Processo de Inclusão e Qualificação dos Artigos

Antes de apresentar os resultados da pesquisa (Capítulo 3), apresenta-se aqui uma breve descrição sobre como se deu o processo de verificação da qualidade e da aplicabilidade dos artigos selecionados por meio dos filtros apresentados na Tabela 2.3.

O filtro F0 (leitura do título e das palavras-chave) serviu como parâmetro inicial para selecionar os artigos que seriam avaliados mais profundamente.

Dois importantes aspectos foram considerados no filtro F1 (leitura do resumo): (I) Tipo de estudo (aplicação ou revisão); e (II) assunto estudado no artigo. Aqueles artigos que não apresentavam uma proposta inovadora para resolução do problema investigado, foram excluídos, assim como os que, apesar do título está associado ao tema proposto, não estavam diretamente relacionados ao assunto estudado.

No filtro F2 (leitura da introdução e da conclusão) foi verificado se os artigos selecionados apresentavam revisão bibliográfica bem fundamentada, objetivo compatível com o proposto nesta dissertação e conclusão satisfatória e condizente com o que foi estipulado pelos autores.

No filtro F3 (leitura completa do artigo) foi realizada uma avaliação rigorosa a respeito da qualidade dos artigos, como a análise da técnica de otimização utilizada, do desenvolvimento de testes experimentais em redes fictícias e reais que comprovariam a validade do modelo ou método de solução proposto, do cumprimento dos objetivos, da discursão das contribuições e limitações e do surgimento de possíveis lacunas.

A partir desses trabalhos obtidos por meio da busca direta, foi realizada uma busca cruzada com o intuito de obter uma quantidade maior de artigos aplicáveis à investigação do problema, tornando-o ainda mais explícito e apresentando a sua evolução ao longo dos anos.

2.3 Considerações Finais do Capítulo

Ao buscar material bibliográfico necessário ao estudo de qualquer assunto científico, os pesquisadores frequentemente se deparam com resultados contraditórios. Assim, há necessidade de estabelecer um protocolo definido de revisão sistemática que tenha como intuito identificar, selecionar, avaliar e sintetizar as evidências relevantes disponíveis na literatura a partir de material bibliográfico diretamente aplicável e qualificado sobre o assunto.

Partindo desse princípio, neste capítulo foram descritas as fases de elaboração da RBS que envolve desde a identificação da problemática e dos objetivos da pesquisa até o desenvolvimento de filtros de qualidade e de aplicabilidade dos estudos existentes na literatura internacional.

As principais contribuições daí recorrentes para a teoria é a sistematização do procedimento de revisão bibliográfica, voltado especificamente para pesquisas na área de localização de sensores de tráfego em rede. Destaca-se que o próximo capítulo apresenta a síntese dos resultados obtidos a partir da revisão sistemática.

3. PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DOS SENSORES EM REDES DE TRANSPORTE

Como mencionado anteriormente, este capítulo tem como propósito apresentar e descrever os resultados da RBS, desenvolvida com o intuito de obter informações relevantes e livres de erros tendenciosos sobre o PLSR, a fim de conceituar, classificar, diferenciar e modelar adequadamente o problema em estudo.

As contagens de tráfego realizadas em pontos da rede de transportes, segmentos ou nós, podem ser utilizadas, por exemplo, para estimar a matriz de OD das viagens, que é útil para muitas aplicações de transporte. Entretanto em redes de grandes dimensões, não é viável economicamente realizá-las em todos os seus segmentos, devido às restrições orçamentárias a que as agências de controle e gestão de tráfego estão submetidas.

Dessa forma, há a necessidade de localizar os sensores em pontos estratégicos para melhorar a qualidade e quantidade das informações de fluxo coletadas, assim, surge o PLSR.

Ao longo das últimas décadas, foram desenvolvidas várias pesquisas focadas na resolução deste problema. A determinação do fluxo do segmento, a origem e destino das viagens e a estimativa do tempo de viagem são três importantes objetivos desse tipo de problema (Liu *et al.*, 2015).

Sendo assim, nesse Capítulo são, inicialmente, apresentadas e descritas as classificações/diferenciações do problema e as relações matemáticas do fluxo de tráfego. Posteriormente, dados os objetivos específicos do presente projeto, são apresentados e detalhados os modelos matemáticos desenvolvidos para representar o problema de estimativa do fluxo de OD na rede, a fim de determinar a melhor formulação matemática para modelá-lo.

3.1 PLSR Quanto à sua Classificação

Gentili e Mirchandani (2012) desenvolveram uma revisão detalhada sobre o problema de localização de sensores em redes, classificando-o em dois tipos principais:

1. Problema de observação do fluxo (*Flow-Observability Problem*): identifica a localização ideal de sensores para observação completa ou parcial dos fluxos, sem a necessidade de realizar estimativas de fluxo; e

2. Problema de estimativa do fluxo (*Flow-Estimation Problem*): identifica a localização ótima de sensores para melhorar a qualidade das estimativas de fluxo (por exemplo, demandas entre Pares OD e fluxos em segmento/rota).

3.1.1 *Flow-Observability Problem*

O problema de observação do fluxo (*Flow-Observability Problem*) consiste em identificar o número mínimo de sensores e suas localizações ótimas, de modo que as medições coletadas permitam a determinação completa dos fluxos em todos os segmentos diretamente ou indiretamente observados (Castillo *et al.*, 2013, 2015).

Em problemas desse tipo, o objetivo é encontrar o conjunto mínimo de segmentos com fluxos (ou rota, ou OD) observados capazes de fornecer informações sobre os segmentos restantes não contemplados pelos sensores, tornando o sistema observável, enquanto que, ao mesmo tempo, os fluxos observados são linearmente independentes, ou seja, não há informações redundantes incluídas.

As informações necessárias para resolver problemas de observação são as relações topológicas expressas na chamada incidência, que relaciona o segmento, o nó, a rota e possivelmente as variáveis OD entre si (Rinald *et al.*, 2015).

Problemas de observação surgem, por exemplo, quando os sensores de rota-ID ou veículo-ID precisam estar localizados nos segmentos da rede para determinar volumes de fluxo de rota ou volumes de fluxo nos próprios segmentos (Cerrone *et al.*, 2015).

Os problemas de observação do fluxo podem ainda ser subdivididos em dois grupos:

- **Problema de Observação Total:** todos os fluxos são indiretamente observáveis em função dos fluxos observados, isto é, permitem encontrar o conjunto de sensores capazes de explicar completamente o sistema, mas estas soluções são caracterizadas por um número muito grande de variáveis a serem observadas; e
- **Problema de Observação Parcial:** ocorre quando nem todos os fluxos de tráfego são observados (contém um sensor) ou observáveis.

3.1.2 Flow-Estimation Problem

A análise empírica e os métodos analíticos mostraram que até 60-70% dos segmentos em uma rede teriam que ser observados para atingir a observação do sistema completo (Hu *et al.*, 2009; Ng, 2012; Castillo *et al.*, 2013), o que é economicamente inviável para qualquer rede de tamanho real. Dessa forma, a estimativa de fluxos observados se faz necessária para que haja redução da quantidade de sensores implantados.

O problema de estimativa do fluxo (*Flow-Estimation Problem*) surge em dois casos distintos: (I) Quando a matriz de coeficientes de sensores relacionada à rede possui um sistema com solução indeterminada; ou (II) Quando o número total de sensores é limitado devido à presença de restrições (Gentili e Mirchandani, 2012).

3.1.3 Exemplificação

Para melhorar o entendimento a respeito dos tipos de problemas averiguados pela literatura, considera-se relevante apresentar o exemplo simplificado de uma rede hipotética proposto por Gentili e Mirchandani (2012).

Considere a rede na Figura 3.1 composta por seis nós (1, 2, 3, 4, 5 e 6) e oito segmentos ($a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ e a_8). Nela existem três Pares Origem e Destino (OD), a saber $w_1 = (1, 5)$, $w_2 = (6, 5)$ e $w_3 = (2, 6)$. O primeiro par OD w_1 pode ser realizado pelas rotas $R_1 = \{a_3, a_4, a_5\}$ e $R_2 = \{a_3, a_6, a_7\}$, o par OD w_2 por $R_3 = \{a_1, a_3, a_4, a_5\}$ e $R_4 = \{a_2, a_6, a_7\}$, e existe ainda uma única rota $R_5 = \{a_6, a_8\}$ para o par OD w_3 .

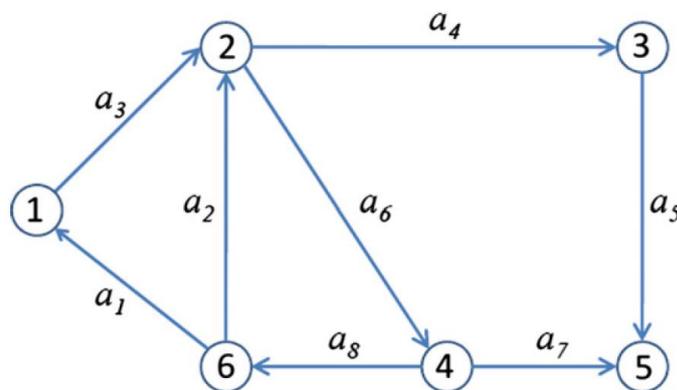


Figura 3.1 – Rede Hipotética.

Fonte: Gentili e Mirchandani (2012).

Considere ainda que as informações relativas a proporcionalidade de escolha do segmento em cada par OD da rede (w_1 , w_2 e w_3), o fluxo total de cada par OD e o fluxo de cada segmento encontram-se na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Proporcionalidade de escolha do segmento por cada Par OD.

Segmento	Par OD			Fluxo Observado no Segmento
	$w_1 = (1, 5)$	$w_2 = (6,5)$	$w_3 = (2,6)$	
a_1	0	0,2	0	10
a_2	0	0,8	0	40
a_3	1	0,2	0	60
a_4	0,6	0,2	0	40
a_5	0,6	0,2	0	40
a_6	0,4	0,8	1	90
a_7	0,4	0,8	0	60
a_8	0	0	1	30

Fonte: Gentili e Mirchandani (2012).

Os valores relativos à proporcionalidade de escolha do segmento, apresentados na Tabela 3.1, foram obtidos a partir do seguinte raciocínio: considerando como exemplo o segmento a_1 , pode ser observado que apenas o par OD w_2 pode utilizar esse segmento para realizar o deslocamento da sua origem ao seu destino, por meio da rota R3, dessa forma, os Pares OD w_1 e w_2 receberam valor igual a 0. O valor de proporcionalidade de escolha do segmento a_1 pelo par OD w_2 seria igual a 1 caso, para realizar o deslocamento, necessariamente os viajantes tivessem que utilizar o segmento a_1 , entretanto, como também há a possibilidade de utilização do segmento a_2 , pela rota R4, o valor relativo a escolha do segmento a_1 foi arbitrariamente igual a 0,2 e de escolha do segmento a_2 foi de 0,8.

O problema consistiria em determinar a localização ideal de um conjunto mínimo de sensores que permite identificar o volume de veículos em cada Par OD, mas para que seja apresentada a diferença entre os tipos de problema (problema de observação e problema de estimativa) foram consideradas localizações fixas em dois casos distintos hipotéticos:

1. Existe um único sensor de contagem de tráfego localizado no nó 2; e
2. Existe um único sensor de contagem de tráfego localizado no nó 4.

Utilizando um único sensor localizado no nó 2, tem-se que os segmentos observados por esse sensor são: os segmentos de entrada no nó, a_2 e a_3 , e os segmentos de saída do nó, a_4 e a_6 . Assim, o sistema de equações lineares fica da seguinte forma:

$$\text{(Segmento } a_2\text{)} \quad 0,8 h^{w2} = 40 \quad (3.1)$$

$$\text{(Segmento } a_3\text{,)} \quad h^{w1} + 0,2 h^{w2} = 60 \quad (3.2)$$

$$\text{(Segmento } a_4\text{)} \quad 0,6 h^{w1} + 0,2 h^{w2} = 40 \quad (3.3)$$

$$\text{(Segmento } a_6\text{)} \quad 0,4 h^{w1} + 0,8 h^{w2} + h^{w3} = 90 \quad (3.4)$$

onde h^w é número médio de viagens ligando o par OD w dentro de um dado período de tempo.

Conforme pode ser percebido facilmente, o sistema possui quatro equações e três incógnitas e uma solução única em que:

$$h^{w1} = 50; h^{w2} = 50; e h^{w3} = 30.$$

Dessa forma, o sistema é totalmente observado e trata-se do problema de observação total.

Agora, supondo que um sensor esteja localizado unicamente no nó 4, tem-se que os segmentos observados por esse sensor são: o de entrada a_6 , e os de saída, a_7 e a_8 . Dessa forma, o sistema de equações lineares é:

$$\text{(Segmento } a_6\text{)} \quad 0,4 h^{w1} + 0,8 h^{w2} + h^{w3} = 90 \quad (3.5)$$

$$\text{(Segmento } a_7\text{)} \quad 0,4 h^{w1} + 0,8 h^{w2} = 60 \quad (3.6)$$

$$\text{(Segmento } a_8\text{)} \quad h^{w3} = 30 \quad (3.7)$$

onde, novamente, h^w é número médio de viagens ligando o par OD w dentro de um dado período de tempo.

Como pode ser percebido, embora o sistema apresenta três equações e três incógnitas, as duas primeiras equações são redundantes e o sistema é indeterminado com:

$$h^{w1} = 150 - 2 h^{w2}; \text{ e } h^{w3} = 30.$$

Nesse caso, apenas $h^{w3} = 30$ é observado. Diz-se que este sistema é parcialmente observável e trata-se do problema de observação parcial.

O sistema ainda pode ser resolvido estimando os fluxos não observados, utilizando o problema de estimativa, conforme já abordado anteriormente, já que este tipo de problema resolve sistemas lineares com solução indeterminada e os fluxos OD analisados podem ser obtidos, por exemplo, por meio da utilização de dados históricos.

3.2 PLSR Quanto ao Fluxo de Tráfego em uma Rede

Considere uma rede de transportes não orientada $G = (V, A)$, onde o conjunto de nós V representa interseções da rede e o conjunto de segmentos A , representa as vias. Os fluxos de tráfego nos segmentos da rede são os veículos que viajam por ela de um dado conjunto de origens para um conjunto de destinos, usando rotas diferentes.

Considere que W é o conjunto de todos os Pares OD w e R é o conjunto de todas as rotas r que conectam os Pares OD.

Denote h^w como sendo o número médio de viagens conectando o par OD $w \in W$, dentro de um dado período de tempo, v_a como o volume de fluxo no segmento $a \in A$ e f_r como o volume médio de fluxo da rota $r \in R$. Considere que p_a^w é a proporção de escolha do segmento, indicando a fração de volumes para o par OD w que usa o segmento a , e p_{ar} é o parâmetro segmento-rota que é igual a 1, se a rota r usa o segmento a e é igual a 0, caso contrário. Finalmente, considere que F_j é o fluxo líquido no nó j , em que, $F_j = 0$, se o nó j é um nó de transferência, e, $F_j \neq 0$, se o nó j é um nó de origem ou um nó de destino, e que $S(j)$ é o conjunto de segmentos de saída do nó j e $C(j)$ o conjunto de segmentos de chegada ao nó j .

As principais relações entre os fluxos de segmentos, os fluxos de rotas e as restrições dos problemas de localização do sensor estão relacionadas pelas seguintes equações lineares:

$$\sum_{w=1}^{|W|} p_a^w h^w = v_a \quad \forall a \in A \quad (3.8)$$

$$\sum_{Ri=1}^{|R|} p_{ar} f_r = v_a \quad \forall a \in A \quad (3.9)$$

$$\sum_{a \in S(j)} v_a - \sum_{a \in C(j)} v_a = F_j \quad \forall j \in V \quad (3.10)$$

A Eq. (3.8) expressa o fluxo v_a no segmento como a soma dos fluxos das viagens OD que usam o segmento a . Na verdade, a proporção de escolha de segmento, p_a^w , é igual a zero se nenhuma das viagens do par OD usa o segmento a , caso contrário, o produto $p_a^w h^w$ é a quantidade de fluxo de h^w que usa o segmento a . A Eq. (3.9) expressa o fluxo v_a no segmento como a soma dos fluxos das rotas que atravessam o segmento. Por último, a Eq. (3.10) corresponde a equação de conservação dos fluxos dos segmentos.

Observe que, as variáveis desconhecidas do sistema (3.10) são as variáveis de fluxo de segmento v_a , $a \in A$, e as variáveis de fluxo líquido F_j , $j \in V$. No entanto, uma vez que as variáveis de fluxo líquido serão sempre consideradas juntamente com variáveis de fluxo no segmento, assim, os fluxos de interesse para este sistema podem ser considerados como fluxos de segmentos. Adicionalmente, devido à conservação de fluxo (3.10):

$$\sum_{j \in V} F_j = 0 \quad (3.11)$$

3.3 PLSR Quanto à Modelagem do Problema de Estimativa do Fluxo

Considerando a complexidade e a grandeza da rede de transporte rodoviária brasileira, foco da presente dissertação, os objetivos estipulados e o fato das restrições orçamentárias não permitirem a instalação de uma grande quantidade de sensores de

tráfego na rede, necessária ao estudo do problema de observação do fluxo, optou-se por estudar mais profundamente o problema de estimativa de fluxo.

Conforme já dito anteriormente, quando a observação única dos fluxos não é possível, existem muitas soluções, geralmente um número infinito para o sistema de equações lineares associadas à localização dos sensores que reproduzem os fluxos medidos.

Nesse caso, uma maneira de definir quando um conjunto de soluções é melhor do que outro consiste em encontrar um critério de avaliação local g , que associa a cada conjunto de locais S um valor $g(S)$ que representa uma medida da qualidade da estimativa do fluxo, que pode ser obtida pelo sistema de equações associadas a S .

Assim, pode-se concluir que um conjunto de localização S é melhor do que outro conjunto de localização S' , se o valor $g(S) = z^S$ associado a S é melhor do que o valor $g(S') = z^{S'}$ associado a S' . Na literatura científica que envolve a localização de sensores, observa-se diferentes critérios propostos para a avaliação de localização.

Assume-se que foi definido um critério de avaliação g , associando um valor real $g(S)$ a cada conjunto de localização S . O PLSR para estimativa de fluxo tenta responder à seguinte pergunta: se um número fixo de sensores deve ser localizado na rede, onde devem ser posicionados para que o critério de avaliação g seja o melhor possível?

Mais formalmente, seja Ω o conjunto de todos os conjuntos de localização possíveis que podem ser definidos em uma dada rede, seja k um valor inteiro e l um valor real, o PLSR para estimativa de fluxo pode ser declarado da seguinte forma:

Problema Localização de Sensores em Redes para Estimativa de Fluxo: Existe um subconjunto de posições dos sensores $S \in \Omega$ a ser localizado na rede, tal que $g(S) \leq l$ e $|S| \leq k$?

A definição formal, acima apresentada, fornece um quadro unificador, tanto para definir novas necessidades de pesquisa, quanto para discutir e unir os modelos e resultados relatados. O nível superior determina a melhor localização dos sensores e o nível de estimativa mais baixo calcula a melhor estimativa dos fluxos para os locais candidatos. Assim, a solução do Problema Localização de Sensores em Redes para Estimativa de Fluxo é tanto a localização de sensores quanto as estimativas de fluxo.

A maioria dos modelos existentes estão voltados para a localização e direcionam indiretamente ao nível de estimativa, portanto, eles não tentam explicitamente minimizar um erro de estimativa.

A maioria dos modelos propostos na literatura concentra-se em construir medidas de qualidade de estimativas indiretas que não exigem o conhecimento dos valores exatos dos fluxos OD por sensores localizados nos segmentos da rede. Recentemente, os autores Wang *et al.* (2012) abordaram o problema da localização de sensores de contagem para minimizar diretamente os erros de estimação antecipados.

Todos os modelos descritos nas próximas seções usam alguns critérios para a localização, referidos na literatura como "regras", que não explicitamente melhoram uma função de estimativa, mas definem diretrizes na localização dos sensores que são usados para definir restrições e/ou objetivos nos modelos de localização de otimização.

Em particular, a primeira regra proposta vem do conceito do Máximo Erro Relativo Possível (*Maximal Possible Relative Error* - MPRE), introduzido por Yang *et al.* (1991). O MPRE representa uma medida de robustez das estimativas de fluxo e é um critério de avaliação onde o conhecimento das viagens OD (ou fluxos, ou tempos de viagem, etc.) desempenha pouco ou nenhum papel.

Posteriormente, várias regras de localização foram propostas e vários modelos foram desenvolvidos em conformidade. Estes modelos consideram explicitamente o MPRE como objetivo ou implicitamente o consideram por meio de restrições a serem satisfeitas que são derivadas das regras de localização.

3.3.1 Máximo erro relativo possível

O conceito de MPRE, definido por Yang *et al.* (1991), relaciona-se com a precisão das estimativas de viagens OD obtidas pela aplicação de um método de estimativa (por exemplo, estimador de mínimos quadrados, estimador de máxima entropia, entre outros) que usa dados de volumes de fluxo de segmentos monitorados.

Medir o erro verdadeiro, que é a distância entre o obtido nas estimativas e nas verdadeiras viagens OD, obviamente não é possível quando não se tem conhecimento das verdadeiras viagens OD.

Contudo, o MPRE permite calcular um limite superior como o pior caso do tal erro e, portanto, fornece um critério de avaliação de localização para estimativas que podem ser obtidas a partir dos dados do sensor.

Mais formalmente, dado um subconjunto $\hat{A} \subseteq A$ dos fluxos de segmentos observados, tanto as verdadeiras viagens OD h , quanto para os fluxos estimados \hat{h} devem satisfazer (3.8), ou seja:

$$\sum_{w=1}^{|W|} p_a^w h^w = v_a \quad \forall a \in \hat{A} \quad (3.12)$$

$$\sum_{w=1}^{|W|} p_a^w \hat{h}^w = v_a \quad \forall a \in \hat{A} \quad (3.13)$$

Subtraindo as duas equações têm-se:

$$\sum_{w=1}^{|W|} p_a^w (h^w - \hat{h}^w) = 0 \quad \forall a \in \hat{A} \quad (3.14)$$

Denote por $\lambda^w = \frac{h^w - \hat{h}^w}{\hat{h}^w}$, o desvio relativo entre as viagens estimadas e as verdadeiras; observe que $\lambda^w \geq -1, \forall w \in W$. A Equação (3.14) pode ser escrito como:

$$\sum_{w=1}^{|W|} p_a^w \hat{h}^w \lambda^w = 0 \quad \forall a \in \hat{A}. \quad (3.15)$$

Defina:

$$G(\lambda) = \sqrt{\frac{\sum_{w=1}^{|W|} (\lambda^w)^2}{|W|}} = 0 \quad (3.16)$$

como uma medida do desvio relativo médio nas viagens de OD estimadas. Obviamente, quanto menor o $G(\lambda)$, melhor a qualidade das estimativas.

Assim, o erro relativo máximo possível pode ser calculado resolvendo o seguinte problema, de acordo com Yang *et al.* (1991):

$$MPRE(\lambda) = \max G(\lambda) \quad (3.17)$$

$$\sum_{w=1}^{|W|} p_a^w \hat{h}^w \lambda^w = 0 \quad \forall a \in \hat{A} \quad (3.18)$$

$$\lambda^w \geq -1 \quad \forall w \in W \quad (3.19)$$

onde a Função Objetivo (3.17) representa o erro quadrático médio definido na região viável descrita pelas Restrições (3.18) e (3.19). Observe que o valor máximo pode se tornar infinito em determinadas circunstâncias. Na verdade, pode ser mostrado que se existe um par OD que não é observado por qualquer sensor nos segmentos, então o correspondente λ^w pode tender ao infinito (Yang *et al.*, 1991).

Portanto, para garantir um erro finito na estimativa de viagens OD, uma viagem entre cada par OD deve ser observada por pelo menos um sensor localizado. Isto é, para cada par OD w , deve existir pelo menos um segmento a com um sensor localizado para o qual a correspondente proporção de escolha do segmento p_a^w é positiva.

Em particular, o seguinte teorema é válido:

Teorema 1. (Yang *et al.*, 1991). Se o subconjunto $\hat{A} \subseteq A$ de segmentos onde os sensores de contagem estão localizados é tal que cada par OD é observado por pelo menos um sensor localizado, então (a) a região viável H_A associada com \hat{A} é um conjunto convexo fechado; e (b) MPRE é finito.

A discussão acima leva à definição da primeira "regra" de localização ou objetivo que será discutida na próxima seção.

3.3.2 Critérios de avaliação relacionados

Gentili e Mirchandani (2012) apresentaram as seguintes regras/objetivos de localização relacionados ao MPRE:

- **Regra 1.** *OD Covering Rule* (Yang *et al.*, 1991): os sensores de contagem devem estar localizados em segmentos de modo que alguma fração positiva de viagens entre qualquer Par OD é observada (cada Par OD é coberto pelo conjunto de localização, ou seja, existe pelo menos um sensor implantado em algum segmento do Par OD);
- **Regra 2.** *Maximal Flow Fraction Rule* (Yang e Zhou, 1998): os sensores de contagem devem estar localizados nos segmentos de modo que, para cada Par OD coberto, a fração de fluxo p_a^w é tão grande quanto possível;

- **Regra 3.** *Route Covering Rule* ou *OD Separation Rule* (Yang *et al.*, 2006; Ma *et al.*, 2006): os sensores de contagem devem estar localizados em segmentos de modo que, para cada Par OD w , todas as rotas conectando w devem ser cobertas;
- **Regra 4.** *Maximal Flow Intercepting Rule* (Yang e Zhou, 1998): os sensores de contagem devem estar localizados nos segmentos de modo que sejam observados a maior quantidade possível de fluxo;
- **Regra 5.** *Maximal OD Demand Fraction Rule* (Cipriani *et al.*, 2006): os sensores de contagem devem estar localizados em segmentos que maximizem a soma da fração de demanda de OD interceptada. Esta regra é semelhante à Regra 2, mas a fração de demanda é calculada como a razão entre o fluxo de rota no segmento do Par OD w (que é $h_a^w = p_a^w h^w$) e o número de viagens do próprio Par OD;
- **Regra 6.** *Maximal Net Route Flow Captured Rule* (Yang e Zhou, 1998): os sensores de contagem devem estar localizados em segmentos de modo que, para um dado número de sensores de contagem, o melhor conjunto de localização é aquele que capta os maiores fluxos de rotas de OD;
- **Regra 7.** *Maximal Net OD Flow Captured Rule* (Yim e Lam, 1998): os sensores de contagem devem estar localizados em segmentos de modo que, para um número de sensores de contagem, o melhor conjunto de localização é aquele que capta o maior número de viagens OD; e
- **Regra 8.** *Segmento Independence Rule* (Yang e Zhou, 1998): os sensores de contagem devem estar localizados em segmentos de modo que o resultado das contagens de tráfego nos segmentos escolhidos deve ser linearmente independente.

As regras apresentadas nessa seção foram úteis para o desenvolvimento dos modelos matemáticos que são descritos na Subseção 3.3.3.

3.3.3 Modelagens matemáticas aplicadas ao problema de estimativa de fluxo

O problema de estimativa pode ser modelado como um problema de otimização de acordo com as regras ou critérios de avaliação descritos na Seção 3.3.2. De fato, todos os modelos existentes consideram: (I) Como variáveis de decisão as localizações

dos sensores de contagem nos segmentos; e (II) Otimizam um dos critérios de avaliação (ou uma combinação dos mesmos) ou tem algum desses critérios como restrição.

Os modelos de otimização que serão descritos na próxima seção, apresentados por Gentili e Mirchandani (2012), são:

- Modelo M1: minimiza o número total de sensores que devem ser localizados e garante a Regra 1;
- Modelo M2: minimiza o número total de sensores que devem ser localizados e assegura a Regra 3;
- Modelo M3: localiza um dado número k de sensores; maximiza a Regra 6 e assegura a Regra 1;
- Modelo M4: localiza um dado número k de sensores e maximiza a Regra 7;
- Modelo M5: localiza um dado número k de sensores e maximiza a Regra 1;
- Modelo M6: localiza um dado número k de sensores e maximiza a Regra 4;
- Modelo M7: localiza um dado número k de sensores e maximiza a Regra 3;
- Modelo M8: localiza sensores limitados por um determinado limite de orçamento em um determinado horizonte de planejamento e maximiza a Regra 1;
- Modelo M9: minimiza o número total de sensores que devem ser localizados em um determinado horizonte de planejamento e garante que a Regra 1 em cada período; e
- Modelo M10: localiza um dado número k de sensores e minimiza o erro de estimativa de fluxo OD.

3.3.3.1 Modelo M1 (Yang et al., 1991)

Considere que A é o conjunto de segmentos da rede, W é o conjunto de todos os Pares OD e R é o conjunto de todas as rotas que conectam os Pares OD. Defina uma variável binária x_a para cada segmento $a \in A$ como igual a 1 se um sensor estiver localizado no segmento a e 0, caso contrário. Considere δ_a^w como sendo um parâmetro que é igual a 1 caso alguma viagem entre o Par OD $w \in W$ utiliza o segmento $a \in A$, e 0 caso contrário.

Então, a solução do modelo consiste em encontrar o número mínimo de sensores de contagem a ser localizado em segmentos para que todas as viagens OD sejam observadas (Regra 1):

$$\text{Minimizar } Z_1 = \sum_{a \in A} x_a \quad (3.20)$$

Sujeito a:

$$\sum_{a \in A} \delta_a^w x_a \geq 1 \quad \forall w \in W \quad (3.21)$$

$$x_a \in \{0,1\} \quad \forall a \in A \quad (3.22)$$

A Função Objetivo (3.20) minimiza o número total de sensores de contagem, enquanto o conjunto de Restrições (3.21) asseguram que qualquer Par OD seja coberto por pelo menos um sensor, e as Restrições (3.22) definem o domínio das variáveis de decisão.

3.3.3.2 Modelo M2 (Yang et al., 2006; Ma et al., 2006)

O Modelo M2 considera a cobertura de todas as rotas da rede, satisfazendo, assim, a Regra 3.

Defina o Parâmetro p_{ar} como igual a 1 se o segmento $a \in A$ está na rota $r \in R$ e 0, caso contrário. Considere, também, a mesma definição de x_a apresentada na Subseção 3.3.3.1. Então, o modelo é apresentado da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } Z_2 = \sum_{a \in A} x_a \quad (3.23)$$

Sujeito a:

$$\sum_{a \in A} p_{ar} x_a \geq 1 \quad \forall r \in R \quad (3.24)$$

$$x_a \in \{0,1\} \quad \forall a \in A \quad (3.25)$$

A Função Objetivo (3.23) é a mesma que no modelo anterior e requer a minimização do número de sensores de contagem a serem localizados nos segmentos da rede. As Restrições (3.24) asseguram que todas as rotas entre qualquer Par OD sejam cobertas; ou seja, os segmentos onde os sensores estão localizados separam as origens e os destinos. E finalmente, as Restrições (3.25) definem o domínio das variáveis de decisão.

Tanto o Modelo M1 como o Modelo M2 são definidos como problemas de cobertura. Portanto, eles são NP-Completo (Garey e Johnson, 1979). Quando há um número limitado de sensores que podem ser localizados ou há um limite de orçamento a ser respeitado, surgem os modelos matemáticos de M3 a M10.

3.3.3.3 Modelo M3 (Yang e Zhou, 1998)

O Modelo M3 maximiza os fluxos de rotas cobertas, limitado pelo número total de sensores e cobertura de OD satisfatórias.

Defina f_r como sendo o fluxo de rota $r \in R$ associado às OD prévias (obtidas, por exemplo, por dados históricos) e as variáveis binárias z_r como iguais a 1 se o sensor está localizado em pelo menos um segmento da rota r e 0, caso contrário. Considere, também, as mesmas definições de x_a e δ_a^w apresentadas na Subseção 3.3.3.1. Então, o modelo é apresentado da seguinte forma:

$$\text{Maximizar } Z_3 = \sum_{r \in R} f_r z_r \quad (3.26)$$

Sujeito a:

$$\sum_{a \in A} x_a = k \quad (3.27)$$

$$\sum_{a \in A} x_a \geq z_r \quad \forall r \in R \quad (3.28)$$

$$\sum_{a \in A} \delta_a^w x_a \geq 1 \quad \forall w \in W \quad (3.29)$$

$$x_a \in \{0,1\} \quad \forall a \in A \quad (3.30)$$

$$z_r \in \{0,1\} \quad \forall r \in R \quad (3.31)$$

onde a Função Objetivo (3.26) maximiza o fluxo interceptado (Regra 6). A Restrição (3.27) permite posicionar exatamente k sensores. As Restrições (3.28) faz com que as variáveis z_r sejam iguais a 0, se não houver um sensor localizado na rota r , caso contrário, ele são iguais a 1.

As Restrições (3.29) garantem que todos os Pares OD são cobertos (Regra 1). Claro que este modelo admite uma solução viável apenas se $k \leq k'$ em que k' é a solução ótima do Modelo M1. E finalmente, as Restrições (3.30) e (3.31) definem o domínio das variáveis de decisão.

3.3.3.4 Modelo M4 (Yim e Lam, 1998)

O Modelo M4 maximiza o fluxo total capturado (Regra 7), localizando k sensores nos segmentos.

Defina h^w como a quantidade de viagens do Par OD $w \in W$ no segmento $a \in A$. Introduza a variável binária z_a^w que é igual a 1 se viagens do Par OD w são interceptadas no segmento a , e 0, caso contrário. Considere, também, a mesma definição de x_a apresentada na Subseção 3.3.3.1. O modelo é descrito da seguinte forma:

$$\text{Maximizar } Z_4 = \sum_{w \in W} \sum_{a \in A} h_a^w z_a^w \quad (3.32)$$

Sujeito a:

$$\sum_{a \in A} z_a^w = 1 \quad \forall w \in W \quad (3.33)$$

$$z_a^w \leq x_a \quad \forall a \in A \quad \forall w \in W \quad (3.34)$$

$$\sum_{a \in A} x_a = k \quad (3.35)$$

$$x_a \in \{0,1\} \quad \forall a \in A \quad (3.36)$$

$$z_a^w \in \{0,1\} \quad \forall a \in A \quad \forall w \in W. \quad (3.37)$$

A Função Objetivo (3.32) maximiza o fluxo total interceptado de OD (Regra 7). As Restrições (3.33) (juntamente com a Função Objetivo) garantem que, no caso de múltiplos segmentos conterem os mesmos Pares OD, o efeito duplicado é eliminado selecionando o segmento com o maior fluxo de OD. As Restrições (3.34) são as restrições de acoplamento que asseguram viagens de um dado Par OD que podem ser capturadas em um segmento somente se um sensor estiver localizado nele. Finalmente, a Restrição (3.35) requer a localização de exatamente k sensores e as Restrições (3.36) e (3.37) definem o domínio das variáveis de decisão.

3.3.3.5 Modelo M5 (Elhert et al., 2006)

Quando o número de sensores disponíveis não é suficiente para cobrir todos os Pares OD, então o objetivo poderia ser a maximização do número total de Pares OD que podem ser cobertos, conforme formulado pelo Modelo M5.

A variável γ^w indica se o Par OD $w \in W$ está coberto ($\gamma^w = 1$) ou não ($\gamma^w = 0$). Um peso específico u^w é introduzido para permitir classificação de viagens OD por ordem de importância. Considere, também, as mesmas definições de x_a e δ_a^w apresentadas na Subseção 3.3.3.1. O modelo matemático de Elhert et al., (2006) encontra-se apresentado a seguir.

$$\text{Maximizar } Z_5 = \sum_{w \in W} u^w \gamma^w \quad (3.38)$$

Sujeito a:

$$\sum_{a \in A} \delta_a^w x_a \geq \gamma^w \quad \forall w \in W \quad (3.39)$$

$$\sum_{a \in A} x_a \leq k \quad (3.40)$$

$$x_a \in \{0,1\} \quad \forall a \in A \quad (3.41)$$

$$\gamma^w \in \{0,1\} \quad \forall w \in W \quad (3.42)$$

A Função Objetivo (3.38) maximiza o número total de Pares OD cobertos. As Restrições (3.39) asseguram que se não houver pelo menos um sensor de contagem cobrindo o Par OD (isto é, $\sum_{a=1}^{|A|} \delta_a^w x_a$ maior que um), então, a variável γ^w é forçada a ser igual a zero, caso contrário, a maximização da função objetivo impulsiona o valor da variável a ser igual a 1. A Restrição (3.40) permite a localização de no máximo k sensores, quando houver restrição relativa ao orçamento. As Restrições (3.41) e (3.42) definem o domínio das variáveis de decisão. O problema é NP-Difícil, de fato, pois é equivalente ao Problema de Localização de Máxima Cobertura (Church e ReVelle, 1974).

3.3.3.6 Modelo M6 (Larsson et al., 2009)

Considere v_a como sendo o volume de fluxo no segmento $a \in A$. Considere, também, a mesma definição de x_a apresentada na Subseção 3.3.3.1. Assim, o Modelo M6 é representado a seguir.

$$\text{Maximizar } Z_6 = \sum_{a \in A} v_a x_a \quad (3.43)$$

Sujeito a:

$$\sum_{a \in A} x_a \leq k \quad (3.44)$$

$$x_a \in \{0,1\} \quad \forall a \in A \quad (3.45)$$

A Função Objetivo (3.43) maximiza o fluxo total interceptado (Regra 4). A Restrição (3.44) permite a localização de no máximo k sensores na rede e refere-se as limitações orçamentárias. As Restrições (3.45) definem o domínio das variáveis de decisão. O objetivo principal desse modelo é cobrir ao máximo o fluxo de tráfego, sem qualquer relação com a qualidade da estimativa de OD.

Esse problema pode ser resolvido em tempo polinomial por meio de uma estratégia gulosa que seleciona os k segmentos com maiores volumes de fluxo.

3.3.3.7 Modelo M7 (Yang et al., 2006)

Seja γ^w uma variável binária associada a cada Par OD $w \in W$ que assume valor igual a 1, se w é separado (isto é, todas as rotas que ligam o Par OD w são interceptadas), e 0, caso contrário. Seja R^w o conjunto de rotas conectando o Par OD w , onde, $R = \cup_{w \in W} R^w$. Considere, também, a mesma definição de x_a apresentada na Subseção 3.3.3.1 e de p_{ar} apresentada na Subseção 3.3.3.2. O modelo maximiza o número total de OD's separadas (Regra 3) quando um limitado número de sensores pode ser localizado. Tem-se assim, o Modelo M7:

$$\text{Maximizar } Z_7 = \sum_{w \in W} \gamma^w \quad (3.46)$$

Sujeito a:

$$\sum_{a \in A} p_{ar} x_a \geq \gamma^w \quad \forall r \in R_w, w \in W \quad (3.47)$$

$$\sum_{a \in A} x_a \leq k \quad (3.48)$$

$$x_a \in \{0,1\} \quad \forall a \in A \quad (3.49)$$

$$\gamma^w \in \{0,1\} \quad \forall w \in W \quad (3.50)$$

A Função Objetivo (3.46) busca maximizar o número de Pares OD cobertos, ou seja, interceptados pelos sensores de tráfego. As Restrições (3.47) asseguram que se houver pelo menos um sensor de contagem em um segmento de rota r conectando o Par OD w , a função objetivo de maximização define a variável γ^w como igual a 1; caso contrário, seu valor será igual a 0, para satisfazer as restrições. A Restrição (3.48) requer a localização de uma quantidade de no máximo k sensores. Por último, as Restrições (3.49) e (3.50) estão associadas ao domínio das variáveis de decisão. Este modelo é uma variante do problema de máxima cobertura (Church e ReVelle, 1974).

Os Modelos M8 e M9 apresentados a seguir levam em consideração a dimensão temporal.

3.3.3.8 Modelo M8 (Yang *et al.*, 2003)

O Modelo M8 (proposto por Yang *et al.*, 2003) é uma formulação restrita que estende as decisões de localização ao longo de um determinado horizonte de tempo e é uma variante de vários estágios do Modelo M5. Ele resolve o problema de maximizar o número total de Pares OD que estão sendo cobertos em cada momento t durante um horizonte de planejamento $T = \{1, 2, \dots, |T|\}$ em que são localizados sensores de contagem nos segmentos da rede, sujeitos a restrições orçamentárias. A variável binária γ_t^w assume valor igual a 1, se o Par OD w estiver coberto no instante t , e 0, caso contrário. A variável binária x_{at} é igual a 1, se um sensor estiver localizado no segmento a no instante t , e 0, caso contrário. Os Parâmetros u_t^w , $\forall w \in W$, são pesos apropriados para priorizar Pares OD e c_a representa o custo associado à utilização do segmento $a \in A$. Considere, também, as mesmas definições de x_a e δ_a^w apresentadas na Subseção 3.3.3.1. O Modelo M8 é então apresentado a seguir.

$$\text{Maximizar } Z_8 = \sum_{t \in T} \sum_{w \in W} u_t^w \gamma_t^w \quad (3.51)$$

Sujeito a:

$$\sum_{a \in A} \delta_a^w x_{at} \geq \gamma_t^w \quad \forall w \in W \quad \forall t \in T \quad (3.52)$$

$$\sum_{a \in A} c_a x_a \leq C \quad (3.53)$$

$$x_{at} \geq x_{at-1} \quad \forall a \in A \quad \forall t \in T \setminus \{1\} \quad (3.54)$$

$$x_a \geq x_{at} \quad \forall a \in A \quad \forall t \in T \quad (3.55)$$

$$x_{at} \in \{0,1\} \quad \forall a \in A \quad \forall t \in T \quad (3.56)$$

$$x_t \in \{0,1\} \quad \forall a \in A \quad (3.57)$$

$$\gamma^w \in \{0,1\} \quad \forall w \in W \quad (3.58)$$

A Função Objetivo (3.51) busca maximizar a soma ponderada dos Pares OD cobertos ao longo de todo o horizonte de planejamento. As Restrições (3.52) garantem que o Par OD w é coberto no tempo t , somente se houver pelo menos um sensor localizado em um segmento, onde viagens de Pares OD podem ser interceptadas. A Restrição (3.53) é a de orçamento e garante que o custo total de instalação dos sensores não excede o valor disponível. As Restrições (3.54) garantem a localização dos sensores ao longo de todo o horizonte de tempo; isto é, se um sensor está localizado no segmento a em qualquer momento t , então a localização é ativa para todo o horizonte temporal. As Restrições (3.55) relacionam as variáveis binárias x_a e x_{at} . E por fim, as Restrições (3.56), (3.57) e (3.58) definem o domínio das variáveis de decisão.

Todos os modelos matemáticos apresentados até agora são baseados em volume de tráfego estático. No entanto, o conjunto de rotas que conectam os Pares OD pode mudar durante o dia e, portanto, se uma regra de localização é satisfeita no momento t

pode não ser satisfeita no instante $t + 1$. Uma variante do Modelo M1 que leva em conta a dimensão temporal é apresentada na Subseção 3.3.2.9.

3.3.3.9 Modelo M9 (Fei et al., 2007)

O Modelo M9, proposto por Fei *et al.* (2007), leva em consideração a mudança que pode ocorrer nos padrões de viagem em um determinado horizonte de tempo e define decisões de localização ótima em tais contextos.

Seja T um determinado horizonte de tempo de planejamento para a coleta de dados do sensor e seja l_t um limiar que define os Pares OD relevantes no instante t , isto é, um Par OD é relevante quando $h_t^w \geq l_t$, onde h_t^w são as viagens do Par OD w no tempo t e $\delta_{at}^w = 1$, se algumas viagens com horário de partida t entre Pares OD w utilizam o segmento a , e $\delta_{at}^w = 0$, caso contrário. Considere, também, a mesma definição de x_a apresentada na Subseção 3.3.3.1. Assim, o Modelo M9 é apresentado a seguir.

$$\text{Minimizar } Z_9 = \sum_{a \in A} x_a \quad (3.59)$$

Sujeito a:

$$\sum_{a \in A} \delta_{at}^w x_a \geq 1 \quad \forall w \in W: h_t^w \geq l_t \quad \forall t \in T \quad (3.60)$$

$$x_a \in \{0,1\} \quad \forall a \in A \quad (3.61)$$

A Função Objetivo (3.59) minimiza o número total de sensores de contagem a serem localizados na rede. As Restrições (3.60) satisfazem a regra de abrangência de OD e as Restrições (3.61) definem o domínio das variáveis de decisão.

Note que este modelo, ao contrário do anterior, localiza todos os sensores simultaneamente e tenta maximizar a cobertura dinâmica de Pares OD com um único conjunto, enquanto o Modelo M8 divide as decisões em estágios.

3.3.3.10 Modelo M10 (Wang et al., 2012)

O Modelo M10 difere dos anteriores, na medida em que considera explicitamente a minimização do erro da estimativa na decisão de localização. Em particular, assume níveis de confiança dos fluxos conhecidos das rotas utilizadas, ou seja, fluxos de todos segmentos que compõem os caminhos utilizados, obtidos previamente por meio de uma das seguintes ações ou de uma combinação delas: obtenção de dados históricos, levantamentos iniciais realizados e modelos estáticos de alocação de tráfego calibrados para fins de planejamento. O problema pode ser o de como localizar sensores em um subconjunto de segmentos para maximizar a redução de incertezas em estimativas de fluxo de rota.

Pressupõe-se que a confiabilidade do fluxo conhecido da rota \hat{f}_r é dada em termos de um intervalo de confiança. Por exemplo, tem-se uma boa previsão quando o fluxo da rota r é $\hat{f}_r \pm 1\%$ de erro, enquanto que em uma má previsão o fluxo na rota r é $\hat{f}_r \pm 15\%$ de erro (Gentili e Mirchandani, 2012). Essa incerteza é explicitamente apresentada no modelo matemático. Em particular, presume-se que se o fluxo conhecido da rota r for \hat{f}_r , então $\hat{f}_r = f_r (1 + e_i)$ onde f_r é o verdadeiro fluxo desconhecido e e_i pertence ao intervalo $(-\hat{u}_r, \hat{u}_r)$, onde, $\hat{u}_r \in (0,1)$ representa a incerteza do fluxo conhecido da rota. Considere, também, a mesma definição de x_a apresentada na Subseção 3.3.3.1 e de p_{ar} descrita na 4.4.3.2. Com isso, o modelo resultante é apresentado a seguir.

$$\text{Minimizar } Z_{10} = \sum_{a \in A} \left(\sum_{r \in R} p_{ar} \hat{f}_r \frac{\hat{u}_r}{1 - \hat{u}_r} \right) x_a \quad (3.62)$$

Sujeito a:

$$\sum_{a \in A} x_a = k \quad (3.63)$$

$$x_a \in \{0,1\} \quad \forall a \in A \quad (3.64)$$

A Função Objetivo (3.62) busca minimizar o erro da estimativa na decisão da localização dos sensores. A Restrição (3.63) garante que exatamente k sensores sejam implantados. E finalmente, as Restrições (3.64) definem o domínio das variáveis de

decisão. Nota-se que este modelo é semelhante ao Modelo M6, exceto que os pesos nos segmentos não são fluxos v_a , mas sim o nível de incerteza dos fluxos que utilizam o segmento.

3.4 Considerações Finais do Capítulo

Nesse capítulo foram apresentados e descritos os aspectos mais relevantes (conceitos, diferenciações, formulações matemáticas, etc.) a respeito do PLSR, a partir dos resultados obtidos na RBS descrita no Capítulo 2.

Essa atividade buscou reportar de maneira concisa o conhecimento adquirido durante a leitura aprofundada e intensiva dos artigos utilizados como referência, construir uma contextualização para o problema analisado na pesquisa, integrar as informações de um conjunto de estudos realizados separadamente, que podem apresentar resultados comparáveis, bem como identificar temas que necessitam de investigações e aprimoramentos.

Dessa forma, com essa base teórica, foi possível desenvolver a formulação matemática necessária para modelar o problema em redes reais e as heurísticas e o algoritmo exato elaborados para solucionar o problema, bem como melhor compreender e discutir os resultados dos experimentos computacionais, conforme apresentado no próximo capítulo.

4. MÉTODOS DE SOLUÇÃO

A fundamentação teórica apresentada no Capítulo 3 viabilizou, de forma clara e explícita, a ampliação do conhecimento sobre o PLSR e, a partir disso, possibilitou mapear as formulações matemáticas desenvolvidas na literatura internacional e identificar possíveis oportunidades de estudo.

Nesse sentido, este capítulo tem o propósito de apresentar e descrever a formulação matemática proposta para modelar o PLSR que incorpora uma restrição relativa ao número de faixas de rolamento.

Além disso, também são descritas três heurísticas e um algoritmo exato, *Branch-and-Cut*, desenvolvidos nessa pesquisa para solucionar o problema em redes reais.

4.1 Formulação Matemática do Problema

Os modelos matemáticos apresentados no Capítulo 3 dependem de diversas fontes de informação que podem incluir a estrutura de rede (topologia, conjunto de segmentos e nós, etc.), valores médios dos fluxos de interesse e a confiabilidade dos dados.

Além disso, como já dito anteriormente, as agências de gestão e controle de tráfego são submetidas às restrições orçamentárias que podem significar na instalação de uma quantidade de sensores menor que os determinados no modelo de cobertura total de Par OD (Yang *et al.*, 1991) ou de rota (Yang *et al.*, 2006), o que torna necessário a utilização de modelos que busquem maximizar alguma “regra” de localização para melhorar a qualidade e quantidade dos fluxos observados.

Dessa forma, a escolha de um ou outro modelo matemático pelo planejador de transportes precisa ser minuciosamente analisada e todas as informações e peculiaridades da rede em estudo precisam ser verificadas, de modo a garantir que o modelo utilizado para representar o problema investigado seja o mais adequado possível para implantação dos sensores na rede viária.

Dessa forma, buscou-se encontrar a formulação matemática que melhor representasse as peculiaridades e informações existentes atualmente sobre a rede analisada, que corresponde a rede de transporte rodoviário brasileira, composta por segmentos das rodovias federais, estaduais e municipais.

Por meio do estudo dos dez modelos descrito no Capítulo 3, constatou-se que o modelo desenvolvido por Yang *et al.* (2006), Modelo M7, que busca maximizar o

número de Pares OD cobertos, dado um número restrito de sensores, apresenta características semelhantes ao problema abordado nesta dissertação e, assim, deveria ser utilizado como base para a modelagem proposta.

A formulação matemática desenvolvida por Yang *et al.* (2006) foi considerada a mais adequada porque em redes reais de médio e grande porte, com elevado número de segmentos, há necessidade de implantação de um grande número de sensores para estimar o fluxo de tráfego, considerando recurso ilimitado, e o contexto de recurso ilimitado não se encaixa na realidade orçamentaria das agências de controle e gestão de tráfego. Além disso, essa formulação matemáticas não necessita de informações relativas ao fluxo de tráfego, obtidas previamente, por exemplo, pela utilização de dados históricos, levantamentos iniciais ou modelos estáticos de atribuição de tráfego.

Como mencionado no Capítulo 1, o custo de implantação do equipamento difere quanto ao número de faixas monitoradas pelos sensores, ou seja, um sensor implantado em uma rodovia com uma faixa por sentido tem um custo menor que um sensor posicionado em uma rodovia que tem três faixas por sentido.

Dessa forma, assim como apresentado na Seção 3.2, considere uma rede de transportes não orientada $G = (V, A)$, em que o conjunto de nós V representa as interseções da rede e o conjunto de segmentos A representa as vias ou os segmentos da rede. O conjunto V contém dos os municípios da rede de transportes estudada. Considere ainda que W é o conjunto de todos os pares OD e R^w o conjunto de rotas conectando o Par OD w , onde, $R = \cup_{w \in W} R^w$.

Seja p_{ra}^w um parâmetro que é igual a 1 se o segmento $a \in A$ estiver na rota $r \in R$ entre o par OD $w \in W$, e 0, caso contrário.

Considere o Parâmetro α igual à quantidade máxima de sensores, calculado em função da quantidade de segmentos de cada instância, e o Parâmetro β igual à quantidade máxima de faixas monitoradas, calculado em função da quantidade de faixas existentes em cada instância. Além disso, seja c_a um parâmetro que representa o número de faixas do segmento $a \in A$. Dessa forma, se um dado segmento $a_1 \in A$ possui duas faixas por sentido, $c_{a_1} = 4$.

Como descrito na Subseção 3.3.3.1, com relação às variáveis de decisão, seja x_a , $a \in A$, uma variável de decisão binária que ao assumir o valor 1, indica que um sensor de contagem de tráfego deve ser localizado no segmento a , caso contrário, $x_a = 0$.

E por último, como exposto na Subseção 3.3.3.7, seja γ^w uma variável de decisão também binária que indica se um par OD $w \in W$ está ($\gamma^w = 1$) ou não ($\gamma^w = 0$) sendo coberto.

Assim, o modelo matemático para o PLSR proposto nessa dissertação é apresentado a seguir.

$$\text{Maximizar } Z = \sum_{w \in W} \gamma^w \quad (4.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{a \in A} p_{ra}^w x_a \geq \gamma^w \quad \forall r \in R_w, w \in W \quad (4.2)$$

$$\sum_{a \in A} x_a \leq \alpha \quad (4.3)$$

$$\sum_{a \in A} c_a x_a \leq \beta \quad (4.4)$$

$$x_a \in \{0,1\} \quad \forall a \in A \quad (4.5)$$

$$\gamma^w \in \{0,1\} \quad \forall w \in W \quad (4.6)$$

A Função Objetivo (4.1) busca maximizar o número de Pares OD cobertos, ou seja, interceptados pelos sensores de tráfego. As Restrições (4.2) garantem a cobertura de um subconjunto de Pares OD. A Restrição (4.3) indica que o número total de segmentos selecionados (número máximo de sensores posicionados) deve respeitar o número máximo de segmentos permitidos. A Restrição (4.4) garante que o número de faixas observadas deve respeitar o valor máximo permitido. Por último, as Restrições (4.5) e (4.6) estão associadas ao domínio das variáveis de decisão.

4.2 Algoritmos de Solução

Com a formulação do modelo matemático, deve-se buscar um método de solução. De acordo com Stefanello (2011), os problemas de otimização são normalmente fáceis de serem descritos, mas difíceis de serem resolvidos. Essa dificuldade reside no objetivo de encontrar uma solução que receba a melhor avaliação possível e, ao mesmo tempo, consiga satisfazer todas as restrições impostas.

A formulação matemática proposta na Seção 4.1 apresenta relações lineares entre variáveis de decisão inteiras, restrições e função objetivo. Sendo assim, problemas com estas características podem ser resolvidos com técnicas de Programação Linear Inteira (PLI) (Hillier e Lieberman, 2006).

Nesse sentido, os algoritmos necessários para obtenção de soluções para os problemas de PLI podem, por exemplo, ser divididos em: heurísticas, meta-heurísticas, exatos ou uma combinação deles (híbridos).

Segundo Silver *et al.* (1980), heurísticas são procedimentos dedicados a resolução de problemas cuja estrutura pode ser interpretada e explorada de forma inteligente, permitindo assim que uma solução razoável seja obtida por meio de uma abordagem intuitiva.

Sucupira (2004) aponta ainda que um algoritmo é considerado um método heurístico quando não há conhecimentos matemáticos completos sobre seu comportamento, ou seja, quando, sem oferecer garantias, o algoritmo objetiva resolver problemas complexos utilizando uma quantidade não muito grande de recursos.

Os tipos de heurísticas mais comumente encontradas em trabalhos que envolvem problemas de otimização combinatória, são as **heurísticas construtivas** e **de busca local**. Enquanto que a primeira tem como ideia básica adicionar, iterativamente, componentes individuais a uma solução parcial até obter uma solução completa viável, a segunda tem por objetivo tentar melhorar uma solução viável ao manipular os elementos que a compõe, até que se encontre um ótimo local (Veja Figura 4.1).

As heurísticas construtivas buscam construir uma solução de um problema de forma incremental. Dessa forma, passo a passo, um componente é escolhido e inserido na solução até gerar uma solução completa para o problema. O componente escolhido em cada passo é, em geral, o melhor candidato de acordo com algum critério pré-estabelecido.

Uma heurística de busca local define, para cada solução, uma vizinhança formada por um conjunto de soluções com características “muito próximas”. Dada uma solução corrente, pode-se percorrer a vizinhança dessa solução em busca de outra com valor menor (maior) para um problema de minimização (maximização). Se tal solução vizinha for encontrada, torna-se a nova solução corrente e o algoritmo continua. Caso contrário, a solução corrente é um ótimo local em relação a vizinhança adotada. Dessa forma, algoritmos de busca local operam sobre um único estado corrente, ao invés de vários caminhos, movendo-se apenas para os vizinhos desse estado.

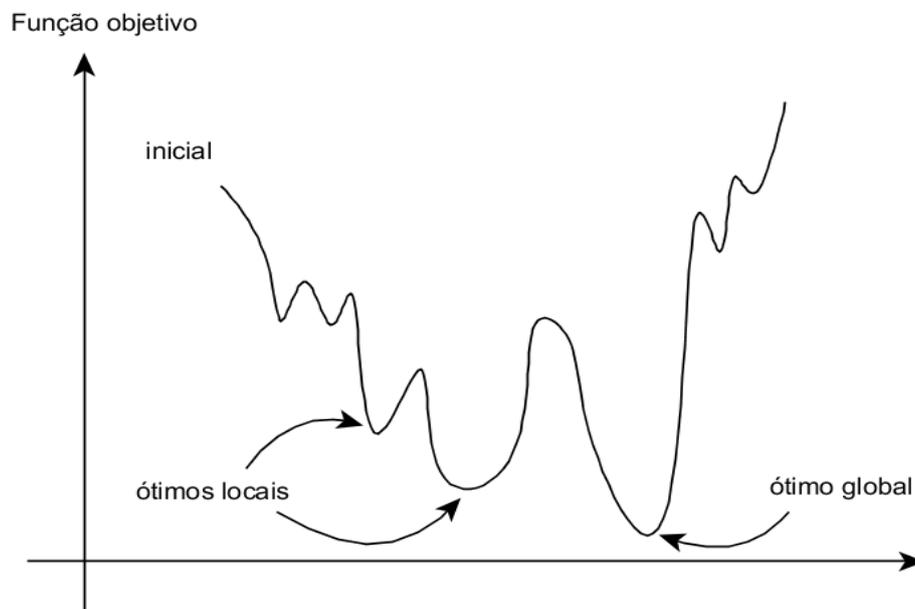


Figura 4.1 – Espaço de Busca de Soluções.

As meta-heurísticas baseiam-se, em geral, na combinação dos dois tipos de heurísticas mencionados, bem como outros procedimentos que os auxiliem. São procedimentos que procuram encontrar uma boa solução para um determinado problema, eventualmente a ótima, alternando procedimentos de intensificação e de diversificação com o objetivo de fugir (escapar) de ótimos locais e obter soluções cada vez mais próximas do ótimo global.

As meta-heurísticas popularizaram-se por serem flexíveis, fáceis de entender e, ainda, por utilizarem, em alguns casos, comportamentos da natureza para justificarem suas abordagens. Dessa forma, existem diversas meta-heurísticas já consolidadas e comprovadamente eficientes como o *Simulated Annealing*, o *Iterated Local Search*, o *Variable Neighborhood Search* e os Algoritmos Genéticos.

Os Métodos Exatos podem ser definidos como procedimentos que garantem a obtenção da solução melhor possível, solução ótima, no entanto, costumam ser eficientes apenas em instâncias de pequeno e médio porte, pois o tempo de execução computacional, frequentemente, aumenta com o tamanho da instância, o que restringe o uso prático destes algoritmos (Stefanello, 2011).

Os principais métodos de solução exatos existentes na literatura que buscam solucionar problemas de Programação Linear (PL) ou de PLI são:

- **Método Simplex:** O método Simplex é aplicado a problemas de PL e busca uma solução ótima por meio de deslocamentos entre os pontos extremos da fronteira da região de factibilidade (vértices), usando a informação de que um desses pontos é a solução ótima do problema.
- **Método Busca Exaustiva:** Quando as variáveis de decisão de um problema de otimização estão restritas a números inteiros (problemas de PLI), o método exato mais intuitivo é a busca exaustiva que consiste na avaliação de todas as soluções possíveis e na seleção daquela que produz o melhor valor para a função objetivo a ser otimizada.
- **Branch-and-Bound e Branch-and-Cut:** Voltados para problemas de PLI, apresentam garantia de convergência e fornecem a solução ótima para um determinado problema. Entretanto, requisitos computacionais desses métodos tendem a ser proibitivos, dependendo do tamanho do problema a ser resolvido. Ambos os métodos utilizam uma árvore de busca em que cada ramificação nessa árvore implica na fixação de variáveis. Esses métodos buscam a solução ótima por meio de uma enumeração parcial do espaço de soluções, que é recursivamente particionando e regiões que não são promissoras são eliminadas. Eles ainda consideram o cálculo de um limitante inferior (superior) no caso de minimização (maximização) de uma função objetivo. Esse limitante normalmente é obtido por meio de técnicas de relaxação. Dependendo da estrutura do problema de otimização, novas restrições podem ser derivadas a partir dos nós dessa árvore, gerando novas restrições denominadas cortes (*cuts*) que, por sua vez, reduzem o número de ramificações.
- **Relaxação Lagrangeana:** Remove algumas restrições de um problema de PLI, atribui um peso (multiplicador de Lagrange) a cada uma delas e altera a

função objetivo para penalizar as soluções que seriam inviáveis no problema original.

- **Decomposição Dantzig-Wolfe:** A ideia básica do método é reescrever o problema, substituindo as variáveis originais por uma combinação convexa dos pontos extremos da região factível do problema.

Para melhoria do desempenho dos algoritmos exatos, no que se diz respeito ao seu tempo de processamento, uso da memória e qualidade das soluções, muitos pesquisadores utilizam como alternativa viável a incorporação/combinção de heurísticas no algoritmo.

Nesse sentido, tendo em vista os objetivos da presente dissertação, buscou-se desenvolver novas heurísticas construtivas capazes de obter boas soluções, eventualmente as ótimas, e combinar a melhor delas à um algoritmo exato inovador, *Branch-and-Cut*, desenvolvido para encontrar necessariamente soluções ótimas para instâncias que correspondem aos estados brasileiros, propostas por González *et al.* (2016), que permitem demonstrar a eficiência do algoritmo desenvolvido. Tanto as heurísticas, quanto o algoritmo exato, são apresentados e descritos nas próximas subseções.

4.2.1 Heurísticas Propostas

Esta subseção apresenta e descreve as três heurísticas construtivas desenvolvidas para geração de uma solução inicial viável para ser incorporada ao algoritmo *Branch-and-Cut*.

Essas heurísticas são importantes para melhorar o desempenho do algoritmo exato, tanto na qualidade da solução encontrada, quanto em relação ao tempo computacional empregado pelo mesmo.

A primeira delas verifica qual dos extremos (origem ou destino) possui menor número de arestas incidentes e localiza sensores nesse extremo. Já a segunda e a terceira heurísticas separam as origens de seus destinos por meio da aplicação sucessiva do algoritmo de corte mínimo, distinguindo-se quando a aleatoriedade de escolha dos Pares OD, ou seja, na segunda heurística os pares são escolhidos por sua ordem de inserção e resolvidos separadamente e na terceira são escolhidos aleatoriamente e resolvidos em lotes com mesmas origens.

As subseções descritas a seguir descrevem detalhadamente cada uma dessas heurísticas.

4.2.1.1. Heurística de Fluxo Máximo H1

A Heurística H1 (Algoritmo 4.1) se baseia no uso do limite superior para o problema de fluxo máximo. Seja OD o conjunto de todos os Pares OD de uma rede (grafo) $G(V, A)$ onde V é o conjunto de vértices e A o conjuntos de arcos. Dada uma rede, para cada Par $k \in OD$, escolhido aleatoriamente, enquanto sejam respeitadas às restrições referentes ao número máximo de sensores e de faixas permitidas, o algoritmo verifica qual dos extremos do Par (o_k ou d_k) possui menos arestas incidentes e aquele extremo que possuir menos arestas incidentes recebe um contador de tráfego em cada uma de suas arestas. Repete-se o procedimento até que não seja mais possível posicionar sensores dadas às restrições. Destaca-se que o algoritmo também verifica se ao cobrir um Par $k \in OD$ outro par é coberto indiretamente.

Neste método, $N(\cdot)$ representa o conjunto das arestas incidentes ao vértice passado como argumento. Dessa forma, $s \leftarrow s \cup N(\cdot)$ indica que as arestas vizinhas ao vértice passado como parâmetro são adicionadas a solução s .

Algoritmo 1: $H1(G(V, A), OD)$

```

1   $s \leftarrow \emptyset; \{\text{Conjunto Solução}\}$ 
2  Enquanto  $OD \neq \emptyset$  faça
3     $k \leftarrow \text{rand}(OD)$ 
4     $OD/\{k\}$ 
5    Se  $\#N(o_k) \leq \#N(d_k)$  então
6      Se  $Q\text{Sensor}(s) + N(o_k) \leq \alpha$  e  $Q\text{faixa}(s) + Q\text{faixa}(N(o_k)) \leq \beta$  então
7         $s \leftarrow s \cup N(o_k);$ 
8    Senão
9      Se  $Q\text{Sensor}(s) + N(d_k) \leq \alpha$  e  $Q\text{faixa}(s) + Q\text{faixa}(N(d_k)) \leq \beta$  então
10        $s \leftarrow s \cup N(d_k);$ 
11    Fim – se
12  Fim – enquanto
13  Retorne  $s;$ 

```

4.2.1.2. Heurística de Corte Mínimo H2

A Heurística H2 (Algoritmo 4.2) baseia-se na ideia de separar as origens de seus destinos por meio da aplicação sucessiva do algoritmo de corte mínimo. Inicialmente escolhe-se um Par $k \in OD$ (a escolha de k é feita na inserção dos pares no conjunto OD , ou seja, do menor índice para o maior) e separa-se o_k de d_k utilizando um algoritmo de

corte mínimo. Após a separação, deve-se verificar se para algum outro par, sua origem e seu destino também foram indiretamente cobertos. Por fim, todo par coberto (direta ou indiretamente) é removido do conjunto OD e as arestas que fazem parte do corte recebem sensores. O procedimento é então repetido até que as restrições quanto ao número de sensores possíveis de serem instalados e de faixas possíveis de serem monitoradas sejam desrespeitadas.

Salienta-se que a função $MinCut(.)$ recebe uma rede G e um Par $k \in OD$, encontra o corte mínimo o_k e d_k e retorna um conjunto com os nós pertencentes a um dos subgrafos separados e o conjunto de arestas que fazem parte do corte,

Algoritmo 4.2: $H2(G(V, A), OD)$

```

1   $s \leftarrow \emptyset; \{Conjunto\ Solução\}$ 
2  Enquanto  $OD \neq \emptyset$  e  $QSensor(s) \leq \alpha$  e  $Qfaixa(s) \leq \beta$  faça
3     $H \leftarrow \emptyset;$ 
4     $k \leftarrow OD [0];$ 
5     $\{W, E\} \leftarrow MinCut(G, k);$ 
6     $\overline{W} \leftarrow N \setminus W;$ 
7    Para  $k \in OD \setminus o_k \in W$  e  $d_k \in \overline{W}$  faça
8       $H \leftarrow \{k\};$ 
9    Fim – para
10   Se  $QSensor(s) + |E| \leq \alpha$  e  $Qfaixa(s) + Qfaixa(E) \leq \beta$ 
11      $OD \setminus H;$ 
12      $s \leftarrow s \cup E;$ 
13   Senão
14     Pare
15   Fim – Se
16 Fim – enquanto
17 Retorne  $s;$ 

```

4.2.1.3. Heurística de Corte Mínimo H3

A Heurística H3 é uma variação aleatória da H2, distinguindo-se quanto à forma e ordem de escolha dos Pares OD analisados. A H3 seleciona as origens i (e seus respectivos destinos j) de maneira pseudoaleatória, ou seja, não as organiza do menor índice para o maior como ocorre na H2 e resolve individualmente cada lote (conjunto de origens i).

4.2.2 Algoritmo Exato Branch-and-Cut Proposto

Nemhauser e Wolsey (1988) apontam que as técnicas exatas *Branch-and-Bound* e *Branch-and-Cut* foram desenvolvidas com o propósito de garantir a convergência e

fornecer a solução ótima (melhor solução) para problemas de Programação Linear Inteira (PLI) que, por definição, são problemas que possuem restrições que garantem que um subconjunto das variáveis só pode assumir valores inteiros.

Ao considerar o conjunto \mathcal{P} de pontos de coordenadas inteiras viáveis para o problema, a envoltória convexa é definida como o menor poliedro que contém \mathcal{P} . Para problemas *NP-hard*, não se pode encontrar todas as desigualdades que definem a envoltória convexa em tempo polinomial, a não ser que $\mathcal{P} = NP$, já que do contrário seria possível resolver o problema de PLI sem necessidade de uma técnica desenvolvida especificamente para ele.

Nesse sentido, a ideia por trás de *Branch-and-Cut* é encontrar famílias de desigualdades válidas que permitam uma melhor aproximação da envoltória convexa do problema. Depois de resolver a relaxação de programação linear em um nó da árvore, é possível verificar se a solução ótima encontrada viola algumas dessas desigualdades. Se assim for, uma nova restrição é inserida no modelo matemático e a relaxação é resolvida novamente. Este processo é repetido até que o limite inferior estabilize.

O conjunto de Restrições (4.2) cresce à medida que a rede cresce. Portanto, é difícil enumerar todos os caminhos (crescimento exponencial) para obter a solução ótima do Modelo (4.1) - (4.6). Assim, adotou-se inicialmente um modelo matemático relaxado que é composto apenas da Função Objetivo (4.1) e das Restrições (4.3) - (4.6) e que recebe mais restrições do tipo (4.2) por meio de um algoritmo de planos de corte. Este procedimento é repetido enquanto a solução viável encontrada violar algum aspecto do conjunto de restrições. Ao adotar esta estratégia, trabalha-se com um número menor de restrições do tipo (4.2).

O algoritmo de planos de corte trabalha da seguinte maneira. Considere que \mathbf{x} denota o vetor das variáveis binárias correspondentes aos elementos $x_a, a \in A$. Um algoritmo de separação para uma determinada classe de desigualdades do PLSR é um procedimento que toma um vetor \mathbf{x} como entrada e retorna uma ou mais desigualdades do tipo (4.2) que são violadas por \mathbf{x} .

Denote $u^w(\mathbf{x})$ como o caminho mais curto entre o Par OD $w \in W$, determinado como uma função do vetor binário \mathbf{x} . Se o valor do caminho mínimo (denotado por $val(u^w(\mathbf{x}))$) for maior do que zero, então o caminho mais curto entre o Par OD $w \in W$, obtido, por exemplo, pelo método de Dijkstra (Ahuba *et al.*, 1993; Bertsekas, 1998), inclui pelo menos um sensor de contagem. Caso contrário, há pelo menos um caminho

entre a origem e o destino do Par OD em questão que não passa por qualquer sensor de contagem.

Para adicionar as Restrições (4.2) como cortes, o algoritmo de separação precisa de uma cobertura s , uma rede G e um conjunto de Pares OD W . O pseudocódigo deste método é descrito no Algoritmo 4.3 que emprega o método de Floyd - Warshall (Passo 3) para retornar o conjunto U de todos os caminhos mais curtos entre todos os nós na rede. Para cada caminho entre os Pares OD, $u^w \in U$, aqueles onde $val(u^w(x)) < val(\gamma^w)$ violam as Restrições (4.2) e, portanto, são candidatos a entrarem como restrições de corte. O termo candidato é usado, porque nem todos os caminhos “desobstruídos” são adicionados como cortes. A adição de cortes de todos os candidatos pode gerar um número muito grande de cortes que, na maioria das vezes, não são necessários. Desta maneira optou-se por adicionar somente os caminhos que não possuam arestas em comum (Passo 5).

Algoritmo 4.3: *GeraCortes(s)*

```

1  Início
2     $R = \{ \};$ 
3     $U = Floyd - Warshall(G, s, W);$ 
4    Para  $w \in W$  faça
5      Se  $val(u^w(s)) < val(\gamma^w)$  e  $u^w(s)$  é ortogonal a todo  $u^{w2} \in R$  Então
6         $R \leftarrow R \cup \{u^w(s)\};$ 
7      Fim
8    Fim
9    Retorna  $R;$ 
10 Fim

```

4.2.3 *Algoritmo Exato, Branch-and-Cut, com a incorporação das heurísticas*

Conforme estipulado nos objetivos dessa pesquisa busca-se também incorporar ao algoritmo exato puro, descrito na Subseção 4.3.2, a melhor solução encontrada pelas heurísticas, apresentadas na Subseção 4.3.1.

Considerou-se pertinente esse procedimento pois acredita-se que, ao fornecer ao *Branch-and-Cut* uma solução inicial viável, seu desempenho pode melhorar substancialmente, pois alguns nós da árvore de busca podem ser eliminados mais rapidamente durante o processo, reduzindo assim o tempo de execução do algoritmo.

4.3 Considerações Finais do Capítulo

Esse capítulo apresentou uma formulação matemática que incorpora, ao modelo matemático de Yang *et al.* (2006), uma restrição referente ao número de faixas monitoradas pelos sensores. Além disso, com relação ao processo de solução desse modelo matemático, esse capítulo também apresentou um algoritmo exato, *Branch-and-Cut*, e três heurísticas que podem ser incorporadas a ele para melhorar as soluções obtidas.

O próximo capítulo apresenta os experimentos computacionais realizados considerando 26 instâncias que são baseadas na rede rodoviária brasileira. Esses experimentos têm como objetivo mostrar o desempenho dos métodos de solução propostos.

5. TESTES COMPUTACIONAIS

Este capítulo tem o propósito de apresentar e descrever as instâncias reais utilizadas para testar a eficiência dos algoritmos e os resultados dos experimentos computacionais realizados considerando o *Branch-and-Cut* com e sem a incorporação das heurísticas.

5.1 Utilização das Instâncias

As 26 instâncias, que representam cada um dos estados brasileiros, propostas por González *et al.* (2016), foram consideradas para realização dos testes computacionais. Os dados foram extraídos da base georreferenciada do ano de 2016, disponibilizada pelo DNIT.

Cada ponto de origem ou destino é um município brasileiro e cada aresta é um segmento de rodovia estadual ou federal. Salienta-se que como cada município é considerado origem ou destino para todos os outros municípios da rede, o número de Pares OD ($|W|$) para cada instância, foi calculado como $|W| = \frac{M(M-1)}{2}$, onde M representa o número de municípios da instância.

A Tabela 5.1 descreve as características de cada instância utilizada nos experimentos computacionais. A primeira coluna contém a sigla de cada um dos estados brasileiros. A segunda coluna apresenta a quantidade de nós, a terceira a quantidade de segmentos, a quarta contém o número de municípios de cada instância, a quinta apresenta a quantidade de Pares OD e a sexta o número total de faixas de cada uma.

Tabela 5.1 – Dados de Cada Instância.

Instância	V	A	M	W	F
AC	91	114	20	190	232
AL	192	242	97	4656	490
AM	207	210	37	666	432
AP	75	100	13	78	200
BA	970	1271	395	77815	2574
CE	514	725	177	15576	1500
ES	352	463	75	2775	942
GOeDF	929	1295	241	28920	2760
MA	308	406	163	13203	850
MG	2105	2548	803	322003	5352
MS	532	686	76	2850	1410
MT	1339	1697	140	9730	3450

Instância	 V 	 A 	 M 	 W 	 F
PA	461	542	122	7381	1108
PB	431	527	213	22578	1114
PE	426	536	172	14706	1168
PI	486	631	212	22366	1280
PR	1018	1321	381	72390	2890
RJ	850	1069	86	3655	2270
RN	378	478	160	12720	1012
RO	251	324	50	1225	666
RR	153	175	13	78	350
RS	834	1019	391	76245	2216
SC	531	654	266	35245	1360
SE	219	284	74	2701	582
SP	1458	1861	606	183315	4798
TO	432	584	134	8911	1196

Conforme pode ser percebido facilmente pela Tabela 5.1, o conjunto de instâncias mostrou-se bem representativo/diverso, já que possui desde instâncias com menos de 300 arestas (AC, AL, AM, AP, RO, RR e SE) até instâncias com mais de 1000 arestas (MG, MT, PR e SP).

A menor instância representa o estado do Amapá com 75 nós, 100 arestas, 78 Pares OD e 148 faixas de rolamento e a maior considerada é a do estado de Minas Gerais (MG) com 2105 nós, 2548 arestas e 803 municípios, totalizando pouco mais de 322 mil Pares OD a serem cobertos, e 4034 faixas de rolamento.

Salienta-se que a base de dados, disponibilizada pelo DNIT, pode ter subestimado a quantidade de nós e segmentos de algumas instâncias e superestimado de outras. Isso acontece porque algumas instâncias podem ter sido mais bem detalhadas que outras. Além disso, nota-se que estudos mais aprofundados dos dados de entrada precisam ser realizados de modo a identificar mecanismos de redução/simplificação da rede (quantidade de nós e segmentos viários) das 26 instâncias para melhorar o desempenho computacional.

5.2 Resultados Computacionais

Os experimentos computacionais foram realizados da seguinte maneira. Inicialmente, realizaram-se testes utilizando o *Branch-and-Cut* Puro (daqui por diante denominado B&C Puro), ou seja, aquele que não utiliza os resultados das heurísticas. Posteriormente, incorporou-se o melhor resultado encontrado pelas três heurísticas ao

Branch-and-Cut (denominado B&C + H) e novos experimentos foram realizados. Por fim, os resultados dos dois experimentos foram comparados e discutidos. Informa-se, mais uma vez, que os testes computacionais foram realizados com o auxílio do *solver* ILOG IBM CPLEX 12.6 (IBM, 2015). Além disso, salienta-se que foi utilizado um Processador Intel® Core™ i7-6700 (6ª Geração, 16 GB).

A fim de testar a eficiência dos algoritmos foram elaborados cenários em que o Parâmetro α (quantidade de sensores a serem implantados) variou em 10%, 20% e 30% do número total de segmentos de cada instância em estudo e que o Parâmetro β (quantidade de faixas a serem monitoradas) variou em 10%, 20% e 30% do total de faixas existentes em cada instância. Dessa forma, para cada instância foram realizados 9 experimentos computacionais distintos com máxima duração de 3600 segundos (1 hora).

Ressalta-se ainda que a criação dos cenários em que os Parâmetros α e β foram variados permite verificar se existe algum parâmetro que exerce maior influência nos resultados computacionais que o outro.

5.2.1 *Branch-and-Cut* Puro

Considerou-se relevante realizar testes computacionais primeiramente utilizando o algoritmo *Branch-and-Cut* Puro – B&C Puro, ou seja, sem a incorporação das três heurísticas (H1, H2 e H3).

Essa atividade faz-se necessária para verificar se o algoritmo exato é capaz de fornecer soluções ótimas para todos os cenários propostos em um tempo computacional satisfatório, bem como comparar seus resultados com o do *Branch-and-Cut* que incorpora a melhor solução das três heurísticas – B&C + H, ou seja, verificar se as heurísticas desenvolvidas de fato trazem melhor desempenho computacional aos testes.

Assim, a Tabela 5.2 contém os resultados dos testes computacionais do B&C Puro. A primeira coluna representa a instância sob análise. A segunda e terceira colunas apresentam, respectivamente, as variações relativas ao Parâmetro α e Parâmetro β . A quarta, quinta e sexta colunas representam, respectivamente, a melhor solução do *Branch-and-Cut* Puro, para cada cenário, o tempo gasto para encontrá-la (com limite de 3600 segundos) e o *gap* residual da execução do método.

Tabela 5.2 – Resultados Computacionais B&C Puro.

Instancia	Parâmetro α	Parâmetro β	Solução	Tempo (s)	GAP %
AC	11	23	167	0,30	0
		46	167	0,30	0
		70	167	0,21	0
		23	167	0,19	0
	22	46	185	0,14	0
		70	185	0,12	0
		23	167	0,2	0
	34	46	186	0,1	0
70		190	0,02	0	
AL	24	49	4206	3241,04	0
		98	4206	1126,15	0
		147	4206	1080,18	0
		49	4206	402,87	0
	48	98	4507	1468,52	0
		147	4507	3460,04	0
		49	4206	652,3	0
	72	98	4513	1849,04	0
147		4589	39,67	0	
AM	21	43	648	0,25	0
		86	648	0,21	0
		130	648	0,20	0
		43	648	0,32	0
	42	86	666	0,02	0
		130	666	0,02	0
		43	648	0,3	0
	63	86	666	0,02	0
130		666	0,02	0	
AP	10	20	68	0,10	0
		40	68	0,08	0
		60	68	0,08	0
		20	68	0,08	0
	20	40	77	0,09	0
		60	77	0,11	0
		20	68	0,08	0
	30	40	77	0,11	0
60		78	0,04	0	

Tabela 5.2 – Resultados Computacionais B&C Puro. (Continuação)

Instancia	Parâmetro α	Parâmetro β	Solução	Tempo (s)	GAP %
BA	127	257	-	3600	-
		515	-	3600	-
		772	-	3600	-
	254	257	-	3600	-
		515	-	3600	-
		772	-	3600	-
	381	257	-	3600	-
		515	-	3600	-
		772	77466	3600	0,2305
CE	72	150	14331	3600	4,3521
		300	13943	3600	7,1846
		450	-	3600	-
	145	150	-	3600	-
		300	15338	3600	0,3458
		450	15335	3600	0,3575
	217	150	-	3600	-
		300	15315	3600	0,2720
		450	15488	3600	0,1313
ES	46	94	2625	3600	0,4301
		188	2623	3600	0,4606
		283	2624	3600	0,4744
	92	94	2631	3600	0,3751
		188	2742	3600	0,1185
		283	2742	3600	0,0751
	138	94	2631	3600	0,3756
		188	2743	3600	0,1352
		283	2770	3600	0,1805
GO e DF	129	276	-	3600	-
		552	-	3600	-
		828	-	3600	-
	259	276	-	3600	-
		552	-	3600	-
		828	-	3600	-
	388	276	-	3600	-
		552	-	3600	-
		828	28819	3600	0,3505

Tabela 5.2 – Resultados Computacionais B&C Puro. (*Continuação*)

Instância	Parâmetro α	Parâmetro β	Solução	Tempo (s)	GAP %
MA	40	85	12260	3600	1,2020
		170	12296	3600	0,7503
		255	12268	3600	1,0533
	81	85	12348	3600	0,5704
		170	12884	3600	0,2858
		255	12872	3600	0,3929
	121	85	12345	3600	0,6153
		170	12907	3600	0,2498
		255	13060	3600	0,1034
MG	254	535	-	3600	-
		1070	-	3600	-
		1606	-	3600	-
	509	535	-	3600	-
		1070	-	3600	-
		1606	-	3600	-
	764	535	-	3600	-
		1070	-	3600	-
		1606	-	3600	-
MS	68	141	2765	3600	0,6007
		282	2766	3600	0,4859
		423	2768	3600	0,4294
	137	141	2769	3600	0,5144
		282	2840	3600	0,3521
		423	2840	3600	0,3521
	205	141	2769	3600	0,4887
		282	2841	3600	0,3168
		423	2850	7	0
MT	169	345	-	3600	-
		690	-	3600	-
		1035	-	3600	-
	339	345	-	3600	-
		690	9721	3600	0,0926
		1035	9719	3600	0,1132
	509	345	-	3600	-
		690	9716	3600	0,1441
		1035	9730	186,86	0

Tabela 5.2 – Resultados Computacionais B&C Puro. (*Continuação*)

Instância	Parâmetro α	Parâmetro β	Solução	Tempo (s)	GAP %
PA	54	111	7136	3600	0,4371
		222	7134	3600	0,4245
		332	7138	3600	0,3823
	108	111	7130	3600	0,5020
		222	7325	3600	0,0648
		332	7322	3600	0,1124
	162	111	7130	3600	0,5170
		222	7325	3600	0,0899
		332	7375	3600	0,0814
PB	52	111	21539	3600	0,8177
		223	21530	3600	0,8724
		334	21514	3600	0,9332
	105	111	21516	3600	1,0673
		223	22245	3600	0,2689
		334	22250	3600	0,2475
	158	111	-	3600	-
		223	22256	3600	0,2950
		334	22437	3600	0,0739
PE	53	117	13950	3600	1,0865
		234	13967	3600	0,9404
		350	14005	3600	0,6693
	107	117	13995	3600	0,8868
		234	14490	3600	0,3159
		350	14485	3600	0,3593
	160	117	-	3600	-
		234	14502	3600	0,3431
		350	14625	3600	0,1316
PI	63	128	21504	3600	0,5206
		256	21512	3600	0,4951
		384	21472	3600	0,6910
	126	128	21524	3600	0,4995
		256	22091	3600	0,1831
		384	22091	3600	0,1852
	189	128	21496	3600	0,6280
		256	22103	3600	0,1588
		384	22255	3600	0,0553

Tabela 5.2 – Resultados Computacionais B&C Puro. (*Continuação*)

Instância	Parâmetro α	Parâmetro β	Solução	Tempo (s)	GAP %
		289	-	3600	-
	132	578	-	3600	-
		867	-	3600	-
		289	-	3600	-
PR	264	578	-	3600	-
		867	-	3600	-
		289	-	3600	-
	396	578	-	3600	-
		867	72146	3600	0,1694
<hr/>					
		227	3567	3600	1,9650
	106	454	3602	3600	1,0715
		681	3605	3600	0,9883
		227	3610	3600	0,8693
RJ	213	454	3655	83,07	0
		681	3655	138,05	0
		227	3609	3600	0,9016
	320	454	3655	32,05	0
		681	3655	12,42	0
<hr/>					
		101	12032	3600	0,7687
	47	202	12034	3600	0,6995
		304	12040	3600	0,6168
		101	12101	3600	0,4838
RN	95	202	12514	3600	0,2571
		304	12512	3600	0,2808
		101	12099	3600	0,5195
	143	202	12535	3600	0,2344
		304	12641	3600	0,0998
<hr/>					
		67	1155	318,50	0
	32	133	1155	354,34	0
		200	1155	355,68	0
		67	1157	419,93	0
RO	64	133	1210	178,44	0
		200	1210	269,38	0
		67	1157	421,93	0
	97	133	1211	3600	0,2064
		200	1225	1,7	0

Tabela 5.2 – Resultados Computacionais B&C Puro. (*Continuação*)

Instância	Parâmetro α	Parâmetro β	Solução	Tempo (s)	GAP %
RR		35	77	0,34	0
	17	70	77	0,34	0
		105	77	0,34	0
	35	35	77	0,33	0
		70	78	0,04	0
		105	78	0,06	0
	52	35	77	0,35	0
		70	78	0,04	0
105		78	0,04	0	
RS		222	-	3600	-
	101	443	-	3600	-
		665	-	3600	-
		222	-	3600	-
	203	443	-	3600	-
		665	-	3600	-
		222	-	3600	-
	305	443	-	3600	-
665		75914	3600	0,1849	
SC		136	-	3600	-
	65	272	-	3600	-
		408	-	3600	-
		136	-	3600	-
	130	272	34788	3600	0,2976
		408	34791	3600	0,2795
		136	-	3600	-
	196	272	34809	3600	0,2719
408		35049	3600	0,1065	
SE		58	2491	56,18	0
	28	116	2491	117,60	0
		175	2491	85,29	0
		58	2503	82,52	0
	56	116	2643	41,81	0
		175	2643	38,47	0
		58	2503	146,28	0
	85	116	2647	38,39	0
175		2681	3,72	0	

Tabela 5.2 – Resultados Computacionais B&C Puro. (*Continuação*)

Instância	Parâmetro α	Parâmetro β	Solução	Tempo (s)	GAP %
SP	186	480	-	3600	-
		960	-	3600	-
		1439	-	3600	-
		480	-	3600	-
		960	-	3600	-
		1439	-	3600	-
	372	480	-	3600	-
		960	-	3600	-
		1439	-	3600	-
		480	-	3600	-
		960	-	3600	-
		1439	-	3600	-
TO	58	120	8516	3600	0,4253
		239	8515	3600	0,5010
		359	8516	3600	0,4957
		120	8498	3600	0,6975
		239	8797	3600	0,2679
		359	8794	3600	0,3137
	116	120	8501	3600	0,6765
		239	8797	3600	0,3011
		359	8873	3600	0,1688
		120	8516	3600	0,4253
		239	8515	3600	0,5010
		359	8516	3600	0,4957

Com a Tabela 5.2 pode-se destacar que o B&C Puro foi capaz de encontrar e provar as soluções ótimas para todos os cenários em 6 Instâncias (AC, AL, AM, AP, RR e SE) e que para a Instância RO apenas um dos cenários apresentou GAP% igual a 0,2054, o que indica que apesar do algoritmo não ter encontrado a melhor solução possível nesse caso, a solução encontra-se próxima a ótima. Além disso, outras 8 Instâncias (ES, MA, MS, PA, PI, RJ, RN e TO) apresentaram boas soluções (ou seja, GAP% bem próximo a zero) para todos os cenários possíveis.

O B&C Puro não foi capaz de encontrar solução viável em todos os cenários nas instâncias MG e SP. Em outros casos, encontrou apenas uma solução viável nas instâncias BA, GO e DF, PR e RS.

De uma maneira geral, considerando que cada instância apresenta 9 possíveis combinações entre os Parâmetros α e β , trabalhou-se com 234 cenários distintos. Destes cenários o B&C Puro não foi capaz de encontrar uma solução viável para 27,78% dos casos e forneceu soluções com *gap* diferente de zero (ou seja, não encontrou solução ótima) em 70,94%.

Dessa forma, considerou-se pertinente realizar testes computacionais que incorporassem, ao *Branch-and-Cut* Puro, heurísticas que pudessem fornecer inicialmente uma solução viável e, conseqüentemente, melhorar a solução final encontrada para os cenários propostos, tanto relativo a qualidade das soluções, quanto ao tempo computacional gasto para encontrá-la.

5.2.2 *Branch-and-Cut + Heurísticas*

Nessa subseção são apresentados os resultados dos experimentos computacionais realizados para testar a eficiência da incorporação das heurísticas no *Branch-and-Cut* proposto.

Dessa forma, a Tabela 5.3 apresenta os resultados gerados durante a execução do algoritmo. As três primeiras colunas são as mesmas da Tabela 5.2. A quarta, quinta, sexta e sétima colunas representam, respectivamente, as soluções (ou seja, o maior número possível de Pares OD interceptados pelos sensores de tráfego) encontradas na execução da Heurística H1, da Heurística H2, da Heurística H3 e do *Branch-and-Cut*. Salienta-se que a solução encontrada na sétima coluna (Solução B&C + H) incorpora como solução viável inicial a melhor solução dentre as três heurísticas (H1, H2 e H3). Por fim, a oitava coluna apresenta o tempo computacional gasto para gerar as soluções, com limite de 3600 segundos, e a nona exibe o *gap* residual da execução.

Tabela 5.3 – Resultados Computacionais B&C + H.

Instancia	Parâmetro α	Parâmetro β	Solução H1	Solução H2	Solução H3	Solução B&C + H	Tempo B&C + H (s)	GAP B&C + H (%)
AC	11	23	70	120	89	167	0,25	0
		46	99	111	37	167	0,22	0
		70	99	111	37	167	0,19	0
	22	23	99	111	54	167	0,27	0
		46	135	154	85	185	0,1	0
		70	135	154	85	185	0,1	0
	34	23	112	85	68	167	0,27	0
		46	145	99	134	186	0,13	0
		70	169	168	128	190	0,02	0
AL	24	49	1001	2466	2391	4206	791,18	0
		98	1170	3214	561	4206	803,7	0
		147	1335	2670	651	4206	394,37	0
	48	49	915	2878	1250	4206	225,63	0
		98	1806	3875	2287	4507	954,36	0
		147	2241	3881	1170	4507	3600	0
	72	49	1170	2803	1086	4206	402,36	0
		98	2844	3478	1574	4513	736,48	0
		147	2378	4111	3255	4589	212,99	0
AM	21	43	539	593	538	648	0,16	0
		86	518	610	442	648	0,27	0
		130	518	610	442	648	0,22	0
	42	43	544	599	612	648	0,16	0
		86	608	631	607	666	0,02	0
		130	608	636	607	666	0,02	0
	63	43	508	580	510	648	0,16	0
		86	634	634	525	666	0,02	0
		130	649	651	589	666	0,02	0

Tabela 5.3 – Resultados Computacionais B&C + H. (Continuação)

Instancia	Parâmetro α	Parâmetro β	Solução H1	Solução H2	Solução H3	Solução B&C + H	Tempo B&C + H	GAP B&C + H (%)
AP	10	20	33	50	12	67	0,07	0
		40	33	50	12	67	0,07	0
		60	33	50	33	67	0,07	0
	20	20	33	50	33	67	0,07	0
		40	57	62	51	77	0,14	0
		60	57	62	51	77	0,14	0
	30	20	33	49	51	67	0,17	0
		40	57	62	55	77	0,13	0
		60	63	69	42	78	0,04	0
BA	127	257	25422	41000	10286	41000*	3600	86,4102
		515	19845	32475	8809	32475*	3600	135,3317
		772	24478	34169	13866	34169*	3600	123,6939
	254	257	18130	35044	14979	35044*	3600	118,0926
		515	40030	56188	26340	56188*	3600	37,8084
		772	38710	59805	25462	59805*	3600	29,4344
	381	257	19504	30629	20174	30629*	3600	149,5459
		515	36486	39101	38620	39101*	3600	97,9498
		772	49370	63227	38299	77525	3600	0,1537
CE	72	150	4991	7746	2046	7746*	3600	92,9174
		300	4401	6908	2373	6908*	3600	116,1944
		450	4698	6768	2046	6768*	3600	120,7077
	145	150	5417	6631	3793	6631*	3600	125,9262
		300	8315	6634	4839	15338	3600	0,3245
		450	7823	11032	4694	15341	3600	0,3135
	217	150	4550	6092	4693	6092*	3600	146,1203
		300	7575	8536	6524	15361	3600	0,2147
		450	9248	12874	5279	15488	3600	0,1344

Tabela 5.3 – Resultados Computacionais B&C + H. (Continuação)

Instancia	Parâmetro α	Parâmetro β	Solução H1	Solução H2	Solução H3	Solução B&C + H	Tempo B&C + H	GAP B&C + H (%)
ES	46	94	945	1840	630	2625	3600	0,4172
		188	1064	1761	1463	2623	3600	0,6053
		283	1122	1542	564	2625	3600	0,4550
	92	94	945	1234	1289	2629	3600	0,4847
		188	1785	1853	1178	2742	3600	0,1210
		283	1740	2336	822	2742	3600	0,1368
		94	1064	1115	1122	2629	3600	0,4462
	138	188	1694	2105	1550	2742	3600	0,1565
		283	2109	2451	1693	2770	3600	0,1805
		GOeDF	129	276	10199	14927	5915	14927*
552	10392			14902	5267	14902*	3600	90,5263
828	10392			15483	5267	15483*	3600	83,3681
259	276		9614	14972	10392	14972*	3600	89,8442
	552		17139	23046	11342	23046*	3600	25,0170
	828		17444	23268	11335	23268*	3600	23,8252
	276		9810	14285	12077	14285*	3600	98,9765
388	552		16830	23435	17156	23435*	3600	22,9893
	828		20535	27115	17622	27115*	3600	6,6568
	MA		40	85	3050	6931	1572	12304
170		2325		4645	1724	12240	3600	1,3490
255		2763		5150	1569	12250	3600	1,2264
81		85	3050	6874	2612	12357	3600	0,5721
		170	4946	9055	4080	12878	3600	0,3532
		255	4688	8050	3987	12882	3600	0,3138
		85	2763	3327	4709	12357	3600	0,6319
121		170	5437	9083	6118	12913	3600	0,1987
		255	6984	11837	4285	13061	3600	0,0932

Tabela 5.3 – Resultados Computacionais B&C + H. (Continuação)

Instancia	Parâmetro α	Parâmetro β	Solução H1	Solução H2	Solução H3	Solução B&C + H	Tempo B&C + H	GAP B&C + H (%)
MG	254	535	105189	131276	56624	131276*	3600	143,8007
		1070	97888	144544	55914	144544*	3600	121,4268
		1606	106479	149078	60992	149078*	3600	114,6924
	509	535	103210	154179	109720	154179*	3600	1404,8324
		1070	175382	262500	98546	262500*	3600	22,4812
		1606	172102	253171	106414	253171*	3600	26,9926
	764	535	102549	199934	116799	199934*	3600	60,1206
		1070	172080	252850	157486	252850*	3600	27,1669
		1606	210338	303565	134388	303565*	3600	6,0168
MS	68	141	1472	1813	833	2766	3600	0,5849
		282	1574	1979	958	2767	3600	0,4625
		423	1310	2017	958	2766	3600	0,4869
	137	141	1310	2013	1665	2766	3600	0,5995
		282	2030	2624	1926	2841	3600	0,3168
		423	2030	2539	1892	2842	3600	0,2815
	205	141	1419	1963	1472	2769	3600	0,4965
		282	1904	2647	2246	2843	3600	0,2462
		423	2444	2786	2220	2850	3,08	0
MT	169	345	5989	7933	4164	7933*	3600	22,0807
		690	6327	8243	3625	8243*	3600	17,4882
		1035	6160	7759	4164	7759*	3600	24,8099
	339	345	6327	7445	6724	7445*	3600	30,1247
		690	8404	9617	7101	9724	3600	0,0617
		1035	7960	9628	7028	9628*	3600	1,0594
	509	345	5989	7640	6880	7640*	3600	4108,6596
		690	8245	9538	8839	9725	3600	0,0514
		1035	9135	9729	8905	9730	190,25	0

Tabela 5.3 – Resultados Computacionais B&C + H. (Continuação)

Instancia	Parâmetro α	Parâmetro β	Solução H1	Solução H2	Solução H3	Solução B&C + H	Tempo B&C + H	GAP B&C + H (%)
PA	54	111	2431	4783	1708	7131	3600	0,5355
		222	3009	5025	1602	7135	3600	0,4412
		332	2725	5691	1600	7134	3600	0,4569
	108	111	3720	5047	2817	7135	3600	0,4608
		222	4867	6379	3276	7325	3600	0,0751
		332	4938	6690	3192	7325	3600	0,0666
	162	111	3932	6298	3369	7131	3600	0,5194
		222	5349	6358	5343	7324	3600	0,1024
		332	6599	6983	5817	7375	3600	0,0814
PB	52	111	5373	12747	2874	21532	3600	0,8030
		223	13244	15866	2277	21549	3600	0,7126
		334	5558	14273	3074	21487	3600	1,0873
	105	111	5000	14544	5921	21506	3600	1,0836
		223	8717	19444	6098	22243	3600	0,2847
		334	14810	17250	5179	22248	3600	0,2563
	158	111	5558	13616	5185	21475	3600	1,2209
		223	11078	18800	8188	22252	3600	0,3126
		334	13427	20565	9190	22435	3600	0,0828
PE	53	117	4266	8779	3074	13974	3600	0,8726
		234	4836	10555	5131	13980	3600	0,8028
		350	4410	10478	2142	13998	3600	0,7161
	107	117	4266	10392	4693	10392*	3600	36,0501
		234	8372	12792	9012	14484	3600	0,3684
		350	7446	12503	3974	14490	3600	0,3313
	160	117	4553	9551	3972	13967	3600	1,2056
		234	8265	11807	10519	14505	3600	0,3271
		350	9855	12657	6949	14623	3600	0,1419

Tabela 5.3 – Resultados Computacionais B&C + H. (Continuação)

Instancia	Parâmetro α	Parâmetro β	Solução H1	Solução H2	Solução H3	Solução B&C + H	Tempo B&C + H	GAP B&C + H (%)
PI	63	128	6075	10249	5377	21487	3600	0,5887
		256	5895	11284	3256	21482	3600	0,6241
		384	6076	13031	3450	21502	3600	0,5405
	126	128	5346	10448	5889	21540	3600	0,4296
		256	9319	17498	6426	22094	3600	0,1712
		384	10120	17525	8531	22090	3600	0,1994
	189	128	5713	14211	8858	21524	3600	0,5624
		256	11475	13887	10294	22099	3600	0,1771
		384	18072	19298	8169	22252	3600	0,0650
PR	132	289	21349	27225	11315	27225*	3600	161,8127
		578	20709	28119	12004	28119*	3600	153,3983
		867	21986	24488	9554	24488*	3600	191,0136
	264	289	21669	24468	21346	24468*	3600	191,7358
		578	35805	50991	23239	50991*	3600	41,3711
	396	867	37410	49959	20386	49959*	3600	44,2943
		289	23871	31631	20701	31631*	3600	125,6518
RJ	106	578	35534	36811	26309	36811*	3600	95,9068
		867	45361	47131	33029	72149	3600	0,1652
		227	2430	3091	1639	3091*	3600	17,6990
	213	454	2430	3109	1575	3502	3600	3,8835
		681	2751	3118	1638	3118*	3600	16,6852
		227	2329	3285	2911	3610	3600	0,8469
	320	454	3159	3388	3367	3655	63,66	0
		681	3060	3479	2793	3655	85,32	0
		227	2574	3159	2793	3607	3600	0,9294
320	454	3277	3537	3463	3655	106,97	0	
	681	3355	3638	3443	3655	12,46	0	

Tabela 5.3 – Resultados Computacionais B&C + H. (Continuação)

Instancia	Parâmetro α	Parâmetro β	Solução H1	Solução H2	Solução H3	Solução B&C + H	Tempo B&C + H	GAP B&C + H (%)
RN	47	101	3675	7549	2952	12022	3600	0,8341
		202	3809	3910	1841	12041	3600	0,6110
		304	3267	7879	1545	12012	3600	0,8262
	95	101	3675	7919	3792	12101	3600	0,3647
		202	5934	10056	5001	12512	3600	0,2871
		304	7825	9002	3540	12514	3600	0,2694
	143	101	3675	7425	2849	12099	3600	0,3697
		202	6613	10958	8952	12528	3600	0,2974
		304	7467	10816	4843	12642	3600	0,0861
RO	32	67	445	843	439	1155	195,10	0
		133	559	972	507	1155	515,06	0
		200	559	978	361	1155	246,93	0
	64	67	688	687	522	1157	565,14	0
		133	819	1086	775	1210	355,48	0
		200	790	1146	719	1210	327,03	0
	97	67	661	828	722	1157	1302,78	0
		133	899	1079	780	1211	3600	0,1858
		200	900	1182	892	1225	1,26	0
RR	17	35	72	68	61	77	0,48	0
		70	68	69	42	77	0,48	0
		105	68	69	42	77	0,48	0
	35	35	68	68	63	77	0,48	0
		70	75	77	68	78	0,03	0
		105	77	77	70	78	0,03	0
	52	35	57	74	66	77	0,25	0
		70	77	77	74	78	0,03	0
		105	77	78	77	78	0,03	0

Tabela 5.3 – Resultados Computacionais B&C + H. (Continuação)

Instancia	Parâmetro α	Parâmetro β	Solução H1	Solução H2	Solução H3	Solução B&C + H	Tempo B&C + H	GAP B&C + H (%)	
RS	101	222	20299	26447	10901	26447*	3600	182,7526	
		443	18615	24228	10901	24228*	3600	208,6575	
		665	21628	30115	10539	30115*	3600	148,2752	
	203	222	19965	27060	18608	27060*	3600	176,6528	
		443	33755	31932	20624	33755*	3600	124,5613	
		665	32582	50846	19956	75133	3600	0,8845	
	305	222	20300	23251	18952	23251*	3600	221,9563	
		443	31694	30101	30775	31694*	3600	139,2383	
		665	43602	62493	29567	75884	3600	0,2262	
	SC	65	136	7515	17460	5349	17460*	3600	95,8533
			272	7750	27042	4615	27042*	3600	26,3923
			408	8676	23409	5812	23409*	3600	46,0306
130		136	9136	20591	10475	20591*	3600	66,0982	
		272	15142	30694	7979	34781	3600	0,3124	
		408	19835	26994	16867	34798	3600	0,2538	
196		136	9592	24881	10017	33779	3600	1,2660	
		272	13717	28661	14507	34814*	3600	0,2569	
		408	27700	30092	16415	35049	3600	0,1156	
SE	28	58	810	928	490	2491	63,71	0	
		116	990	1300	355	2491	64,4	0	
		175	1048	1781	553	2491	118,46	0	
	56	58	1048	1310	1575	2503	73,72	0	
		116	1711	2076	924	2643	49,81	0	
		175	1619	2251	869	2643	15,78	0	
	85	58	990	1309	1649	2503	91,07	0	
		116	1525	1519	1320	2647	52,39	0	
		175	1998	2456	1574	2681	4,04	0	

Tabela 5.3 – Resultados Computacionais B&C + H. (Continuação)

Instancia	Parâmetro α	Parâmetro β	Solução H1	Solução H2	Solução H3	Solução B&C + H	Tempo B&C + H	GAP B&C + H (%)
SP	186	480	56559	86590	36661	86590*	3600	109,6885
		960	59562	91215	31779	91215*	3600	99,0560
		1439	64481	93344	32880	93344*	3600	94,5160
	372	480	68827	96815	66854	96815*	3600	87,7837
		960	99879	129218	60517	129218*	3600	41,5488
		1439	94904	139120	41526	139120*	3600	31,4802
	558	480	62528	93018	73470	93018*	3600	95,4491
		960	103515	146642	52474	146642*	3600	24,7861
		1439	120477	131568	89736	182761	3600	0,2262
TO	58	120	2583	5159	1770	8484	3600	0,9712
		239	2695	5687	3427	8513	3600	0,5292
		359	2695	5690	2230	8497	3600	0,7982
	116	120	2695	4935	4243	8500	3600	0,6629
		239	6380	7173	3022	8792	3600	0,3185
		359	4255	7661	3550	8796	3600	0,2607
	175	120	2470	5169	4020	8499	3600	0,6778
		239	4446	7847	6169	8798	3600	0,2785
		359	6136	8207	3237	8873	3600	0,1548

* Cenários em que o *Branch-and-Cut* não foi capaz de encontrar uma solução viável melhor que a melhor solução heurística.

Constata-se com a Tabela 5.3 que o B&C + H é capaz de encontrar e provar as soluções ótimas para todos as variações dos Parâmetros α e β em seis instâncias (AC, AL, AM, AP, RR e SE), assim como ocorreu na execução do B&C Puro. Além disso, na instância RO, mais uma vez, apenas em uma das variações não é encontrada a solução ótima, entretanto, o *gap* desta solução apresenta valor bem próximo a zero, o que indica que foi encontrada uma boa solução nesse caso.

Percebe-se também que dez outras instâncias (ES, MA, MS, PA, PB, PE, PI, RJ, RN e TO) apresentam *gap* menor que um para todas as variações dos Parâmetros α e β , ou seja, os algoritmos desenvolvidos são capazes de gerar boas soluções, bem próximas as ótimas, para essas instâncias.

A Instância RJ apresenta boas soluções para seis variações dos Parâmetros α e β , a Instância SC apresenta boas soluções para cinco variações e as Instâncias CE e MT apresentam boas soluções para quatro variações.

O algoritmo B&C + H não foi capaz de fornecer boas soluções para as Instâncias BA (com exceção de um caso) GOeDF (todos os casos), MG (todos os casos), PR (exceto um caso), RS (exceto dois casos) e SP (exceto um caso).

Ao levar em consideração as soluções dos 234 cenários distintos, nota-se que 68 (cerca de 29,06% do total) constituem-se de soluções ótimas (*gap* igual a zero) e que outros 101 cenários (cerca de 42,74% do total) apresentam boas soluções (*gap* maior que zero e menor que 5%). Dessa forma, o algoritmo combinado foi capaz de fornecer soluções adequadas para 168 cenários, ou seja, 71,79% do total.

Além disso, diferente do B&C Puro, o B&C + H apresentou uma solução viável para todos os cenários de todas as instâncias, isso porque ele considera a melhor solução encontrada pelas heurísticas.

Em relação às soluções geradas pelas heurísticas, utilizadas como solução viável inicial a ser incorporada no algoritmo exato, nota-se que a Heurística H2 apresentou superioridade quando comparada as demais heurísticas (H1 e H3). Isso porque a H2 foi capaz de fornecer a melhor solução para 218 cenários dos 234, ou seja, em 93,16% dos casos possíveis. Nos demais casos a Heurística H1 apresentou melhor solução em 13 cenários (5,56%) e a Heurística H3 em 7 cenários (2,99%). Acredita-se que a H2 tenha encontrado melhores resultados que a H3, sua variante pseudoaleatória, porque a H3 foi executada apenas uma vez. Dessa forma, acreditasse que para melhorar o

desempenho da H3, seja necessário realizar pelo menos 10 execuções por cenário para obtenção do melhor resultado.

Destaca-se, entretanto, que nos casos em que o B&C + H não conseguiu melhorar a solução inicial das heurísticas (28,63% dos cenários), ou seja, a melhor solução encontrada pelas heurísticas representou a solução final do algoritmo, o desempenho computacional foi abaixo do esperado na maior parte dos casos, conforme pode ser comprovado pelos elevados valores dos *gaps* que em sua maioria apresentam valor bem superior a 5%.

Com os resultados dos testes computacionais também é possível verificar qual dos Parâmetros (α ou β) exerce maior influência quanto à cobertura dos Pares OD, isso porque, conforme já abordado anteriormente, para cada uma das 26 instâncias foram propostas combinações com os Parâmetros α e β variando em 10%, 20% e 30% do número total de segmentos e do total de faixas existentes em cada instância, respectivamente.

Como era de se esperar, à medida que se aumenta a quantidade de sensores e/ou de faixas a serem monitoradas (ou seja, os Parâmetros α e β são maiores) o número de Pares OD cobertos pode aumentar ou permanecer igual e indicar maior ou menor influência de um ou outro parâmetro na obtenção desses pares. Como exemplo, aponta-se a Instância AC (instância com solução ótima encontrada para as 9 combinações) que quando o Parâmetro α corresponde a 22 sensores (20% do número total de segmentos da instância) o número de Pares OD cobertos aumenta de 167, com Parâmetro β igual a 23 faixas (10% do total de faixas), para 185, com Parâmetro β igual a 46 faixas (20 % do total de faixas). Nota-se ainda que quando se varia o Parâmetro β de 46 faixas (20 % do total de faixas) para 70 faixas (30 % do total de faixas) a quantidade de Pares OD cobertos não varia, ou seja, permanece igual a 185, isso indica que nessa situação específica o aumento da possibilidade de monitoramento de mais faixas não implica no aumento de Pares OD cobertos.

Aponta-se, entretanto, que quando se fixa o Parâmetro β como igual a 46 faixas, o número de Pares OD cobertos aumenta para todas as três variações do Parâmetros α : 167, com 11 sensores, 185, para 22 sensores, e 186, para 34 sensores, o que indica que nesse caso o aumento do número de sensores implica no aumento de Pares OD cobertos, ou seja, todas as três variações do Parâmetro α são relevantes para essa situação específica.

Ainda considerando o fato de que ao fixar um dos parâmetros e aumentar o outro, tendenciosamente, o número de Pares OD cobertos deve aumentar ou permanecer igual quando soluções ótimas forem obtidas. Entretanto, quando as soluções apresentarem *gap* diferente de zero, essa análise deve ser realizada com os devidos cuidados. Por exemplo, considere a Instância TO. Nota-se que ao fixar o Parâmetro α como igual a 58 sensores tem-se: 8484 Pares OD cobertos (Parâmetro β igual a 120 faixas monitoradas), 8513 Pares OD cobertos (Parâmetro β igual a 239 faixas monitoradas) e 8497 Pares OD cobertos (Parâmetro β igual a 359 faixas monitoradas). Note que quando β assume o valor de 359 faixas monitoradas, o número de Pares OD cobertos é menor do que quando esse parâmetro assume o valor de 239. Isso acontece porque essas soluções não são ótimas, conforme demonstrado na Tabela 5.3 que exhibe *gaps* diferentes de zero para esses cenários.

Além dos valores fornecidos na Tabela 5.3, o algoritmo é capaz de apresentar todos os segmentos selecionados, pela melhor solução encontrada, para receber um sensor, na instância sob análise.

Assim, é possível exemplificar graficamente a solução de cada cenário de cada instância. Por exemplo, a solução ótima da Instância RJ para o cenário em que o Parâmetro α corresponde a 320 sensores (30% do total de segmentos da instância) e o Parâmetro β corresponde a 681 faixas (30% do total de faixas da instância), é exibida na Figura 5.1. Essa solução é capaz de interceptar 3655 Pares OD (municípios) do Rio de Janeiro. Nota-se uma distribuição espacial que considera os principais segmentos rodoviários como as Rodovias BR 040, BR 101 e BR 116.

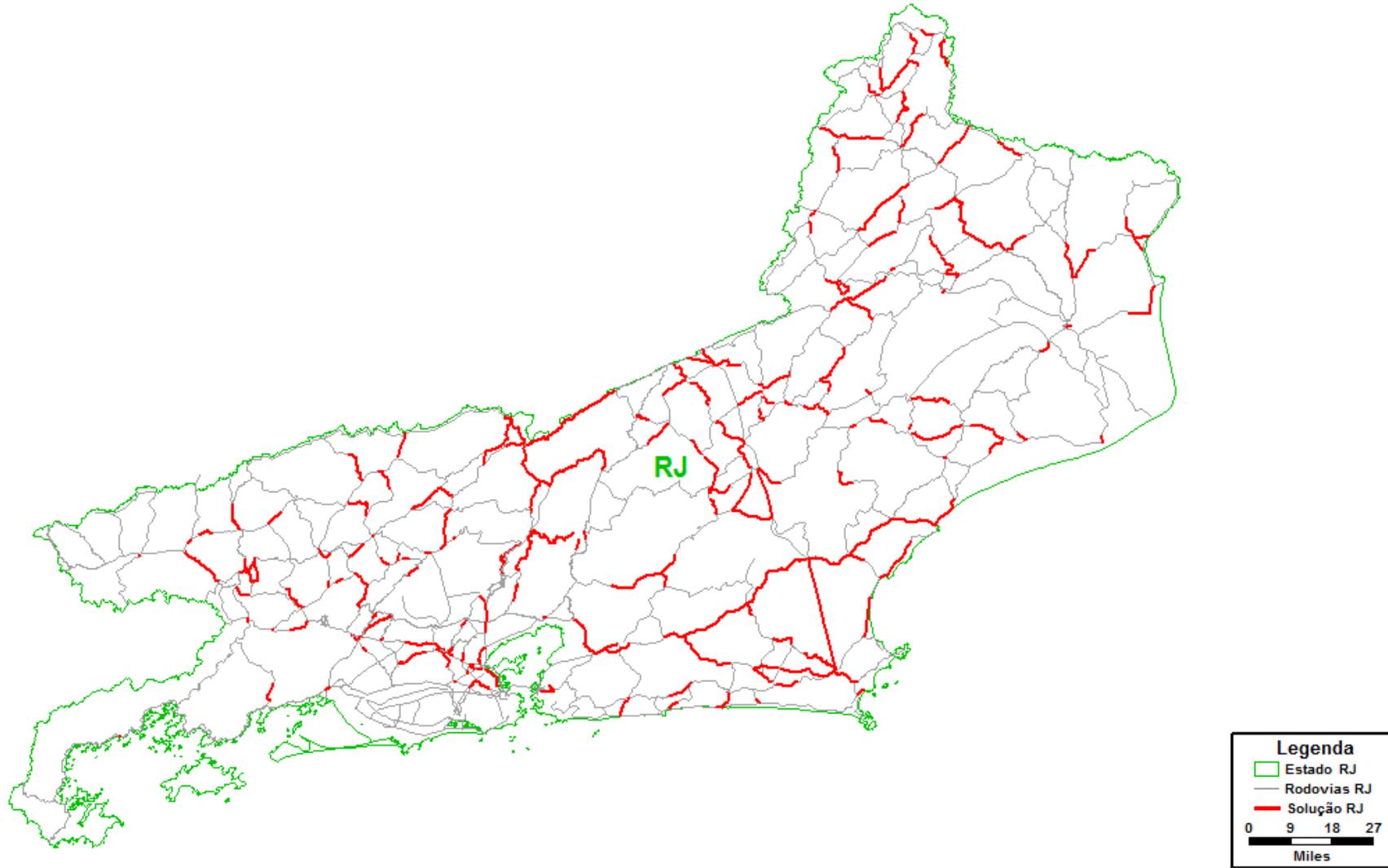


Figura 5.1 – Solução da Instância RJ.

5.2.3 *Branch-and-Cut Puro Versus Branch-and-Cut + Heurísticas*

Comparando os dados presentes na Tabela 5.2 (Solução do B&C Puro) com os da Tabela 5.3 (Solução do B&C + H), destaca-se que o *Branch-and-Cut* com as heurísticas fornece melhores soluções em 49,59 % dos casos, contra 16,67% do *Branch-and-Cut* Puro. Os outros 33,76% referem-se a cenários que tiveram soluções iguais em ambos e mesmo *gap*.

Dos cenários que apresentaram mesma solução tanto para o *Branch-and-Cut* Puro quanto para o que incorpora heurísticas: (I) 35,44% possuem menor tempo computacional na execução do B&C + H; (II) 36,71% apresentam menor tempo computacional na execução do B&C Puro; e (III) 27,85%, além de apresentarem mesma solução, também apresentam mesmo tempo limite para encontrá-la.

Destaca-se ainda que o B&C Puro não foi capaz de encontrar uma solução viável em 27,78 % dos cenários, dessa forma, a incorporação das heurísticas forneceu uma solução viável para estes casos. Entretanto, estas soluções apresentaram, na maior parte dos cenários, *gaps* bem maiores que 5%, ou seja, a melhor solução encontrada pelas três heurísticas não apresentou desempenho computacional satisfatório.

A fim de testar a eficiência das heurísticas incorporadas ao *Branch-and-Cut*, realizou-se uma avaliação quanto ao limite superior do algoritmo exato encontrando ao final do processo de busca. Dessa forma, considerou-se pertinente comparar os valores médios do limite superior para cada uma das combinações dos Parâmetros α e β variando em 10%, 20% e 30% do número total de segmentos e do total de faixas existentes em cada instância, respectivamente, conforme exposto na Tabela 5.4.

A primeira coluna refere-se à combinação entre os Parâmetros α e β e a segunda e terceira coluna apresentam, respectivamente, os limites médios superiores do *Branch-and-Cut* Puro e do *Branch-and-Cut* com heurísticas após uma hora de execução. Destaca-se ainda que a última linha da Tabela 5.4 apresenta o limite médio superior geral de todos os cenários propostos.

Tabela 5.4 – Comparação entre os Limites Médios Superiores.

Cominação entre Parâmetros $[\alpha; \beta]$	Limite Médio Superior B&C Puro	Limite Médio Superior B&C + H
[0,1; 0,1]	35647,87	35648,23
[0,1; 0,2]	35648,95	35646,16
[0,1; 0,3]	35648,44	35647,50
[0,2; 0,1]	35678,03	35676,98

Cominação entre Parâmetros $[\alpha; \beta]$	Limite Médio Superior B&C Puro	Limite Médio Superior B&C + H
[0,2; 0,2]	36066,72	36068,13
[0,2; 0,3]	36067,33	36067,31
[0,3; 0,1]	35680,27	35675,84
[0,3; 0,2]	36078,92	36077,76
[0,3; 0,3]	36167,86	36167,90
Média Geral	35853,82	35852,87

Com os dados presentes na Tabela 5.4 nota-se que, embora a incorporação das heurísticas no B&C tenha sido capaz de reduzir o limite médio superior em 6 dos 9 casos possíveis, o limite médio superior geral apresentou valor bem próximo do obtido pelo B&C Puro, dessa forma não houveram melhorias significativas nessa avaliação.

Também se considerou pertinente comparar os tempos médios de execução (em segundos) dos algoritmos, mais uma vez considerando as combinações entre os Parâmetros α e β , conforme apresentado na Tabela 5.5.

A primeira coluna refere-se à combinação entre os Parâmetros α e β e a segunda e terceira coluna apresentam, respectivamente, os tempos médios de execução do *Branch-and-Cut* Puro e do *Branch-and-Cut* com heurísticas, após uma hora de execução. Nota-se ainda que a última linha (Média Geral) apresenta o tempo médio geral de todos os cenários propostos.

Tabela 5.5 – Comparação entre os Tempos Médios.

Cominação entre Parâmetros $[\alpha; \beta]$	Tempo Médio B&C Puro (s)	Tempo Médio B&C + H (s)
[0,1; 0,1]	2769,87	2671,19
[0,1; 0,2]	2692,27	2684,01
[0,1; 0,3]	2689,31	2660,03
[0,2; 0,1]	2665,63	2664,06
[0,2; 0,2]	2560,47	2547,06
[0,2; 0,3]	2642,55	2647,25
[0,3; 0,1]	2677,75	2680,66
[0,3; 0,2]	2704,61	2665,23
[0,3; 0,3]	2225,06	2231,70
Média Geral	2625,28	2605,69

Observa-se com a Tabela 5.5 que o B&C + H foi capaz de reduzir o tempo médio gasto na execução dos testes em 6 das 9 combinações possíveis, entretanto, seu tempo médio geral dos cenários apresentou baixo desempenho por melhorar a média em apenas 19,59 segundos.

Dessa forma, aponta-se que é necessário que sejam realizadas melhorias no algoritmo exato e/ou nas heurísticas, com o intuito de melhorar a média geral do limite superior e do tempo de execução do algoritmo, assim como reduzir os *gaps* residuais das soluções.

5.3 Considerações Finais do Capítulo

Esse capítulo apresentou os testes computacionais do *Branch-and-Cut* Puro e do *Branch-and-Cut* com a incorporação das três heurísticas em 26 instâncias que correspondem aos estados brasileiros, propostas na literatura.

Os resultados mostraram que a inserção das heurísticas permitiu encontrar melhores soluções ao final do processo de busca. Entretanto, cabe destacar que mesmo com essa inserção, o *Branch-and-Cut* apresentou *gaps* residuais, não resolvendo de maneira ótima vários cenários.

Isso demonstra que novas estratégias precisam ser realizadas no *Branch-and-Cut*, como novas restrições de corte para que as soluções ótimas possam ser encontradas. Além disso, aperfeiçoamentos nas heurísticas, principalmente na H2 (heurística que apresentou melhor desempenho), podem ser realizados para melhorar as soluções iniciais viáveis encontradas, auxiliando assim o *Branch-and-Cut* no seu processo de busca. Em relação a H3, heurística que apresentou piores resultados, acredita-se que podem ser realizadas mais execuções por cenário, de modo que sejam encontradas melhores soluções, tendo em vista que a sua forma (pseudoaleatória) de escolha dos Pares OD pode ser melhor explorada.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS E RECOMENDAÇÕES

Os sensores de contagem de tráfego são pequenos dispositivos eletrônicos que medem e classificam o volume de veículos que trafega em determinados pontos da via em um período de tempo especificado. As informações transmitidas por esses equipamentos apoiam várias aplicações de controle e gestão de tráfego.

Entretanto, sabe-se que os sensores são custosos e que as agências responsáveis por sua obtenção, implantação e operação são submetidas às limitações orçamentárias que impedem a utilização de um grande número de equipamentos. Dessa forma, faz-se necessário que sejam estudadas estratégias que busquem localizar esses dispositivos da melhor maneira possível na rede de transportes.

Nesse sentido, este trabalho apresentou uma nova formulação matemática para o Problema de Localização de Sensores em Rede (PLSR) que incorpora uma restrição relativa ao número de faixas de rolamento.

O custo para implantar e contar adequadamente os veículos que passam em um segmento com, por exemplo, três faixas de rolamento por sentido, é maior do que em segmentos com uma faixa de rolamento apenas. Essa característica vem sendo explorada para contratação de serviços de contagem de tráfego. Sendo assim, esse trabalho ganha relevância ao propor uma ferramenta matemática para auxiliar os tomadores de decisão quanto à localização ideal dos sensores de tráfego.

Essa formulação matemática foi obtida após a realização de uma revisão bibliográfica sistemática que adotou o protocolo de revisão proposto por Conforto *et al.* (2011), a fim de reduzir o viés existente na literatura sobre assunto estudado e fornecer embasamento adequado ao problema investigado.

Além disso, esse trabalho propôs um algoritmo exato, *Branch and Cut*, e três heurísticas para resolução do problema abordado. Essas heurísticas foram incorporadas ao *Branch and Cut* para melhorar o seu desempenho (qualidade das soluções e tempo de execução).

Para testar a eficiência dos algoritmos propostos foram realizados testes computacionais em instâncias reais, correspondentes aos estados brasileiros, propostas por González *et al.* (2016).

Esses experimentos mostraram que o *Branch and Cut* Puro (sem heurísticas) é capaz de fornecer boas soluções para muitos cenários e que a incorporação das três

heurísticas melhora ainda mais o seu desempenho, embora o tempo médio geral e o limite superior médio geral não tenham apresentado melhoras significativas.

Desta forma, o modelo matemático e os algoritmos desenvolvidos possibilitam o uso eficiente dos recursos financeiros destinados à instalação, manutenção e operação de sensores para monitorar as condições de tráfego. Isso porque permite que, dada uma quantidade limitada de sensores e de faixas possíveis de serem monitoradas, estes equipamentos sejam localizados da melhor forma possível nos segmentos da rede considerada, trazendo ganhos relativos à qualidade e quantidade das informações coletadas.

Destaca-se ainda que as ferramentas desenvolvidas nessa dissertação podem ser utilizadas fora do contexto rural (rodovias federais, estaduais e municipais) para, por exemplo, determinar as melhores localizações de sensores de velocidade em área urbana.

Face às possibilidades de aprimoramento desta dissertação e a necessidade crescente de se realizar estudos sobre o PLSR, faz-se a seguir recomendações para trabalhos futuros.

Como sugestão, aconselha-se realizar melhorias no *Branch and Cut* e/ou nas heurísticas, em especial, nas Heurísticas H2 e H3, com o intuito de encontrar melhores soluções para os cenários que apresentaram *gaps* residuais, bem como reduzir o tempo de execução para os cenários com solução ótima encontrada.

Além disso, podem ser desenvolvidas meta-heurísticas para o modelo desenvolvido, aplicá-las em redes reais, como a abordada neste estudo, e comparar os seus resultados computacionais com os das heurísticas e do *Branch-and-Cut* propostos nesse trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arenales, M., Armentano, V., e Morabito, R. (2007). Pesquisa operacional: para cursos de engenharia. Campus.
- Barnes, S. J. (2005). Assessing the value of IS journals. *Communications of the ACM*, 48(1), 110–112.
- Bianco, L., Cerrone, C., Cerulli, R., e Gentili, M. (2014). Locating sensors to observe network arc flows: Exact and heuristic approaches. *Computers and Operations Research*, 46, 12–22.
- Biolchini J. C. A., Mian, P. G., Natali, A. C. C., Conte, T.U., e Travassos, G. H. (2007). Scientific research ontology to support systematic review in software engineering. *Advanced Engineering Informatics*, 21(2), 133-51.
- Castillo, E., Grande, Z., Calviño, A, Szeto, W.Y., e Lo, H.K. (2015). A state-of-the-art review of the sensor location, flow observability, estimation, and prediction problems in traffic networks. *Journal of Sensors*. <http://dx.doi.org/10.1155/2015/903563>.
- Castillo, E., Nogal, M., Rivas, A., e Sánchez-Cambronero, S. (2013). Observability of traffic networks: optimal location of counting and scanning devices. *Transportmetrica B: Transport Dynamics*, 1 (1), 68–102
- Cerrone, C., Cerulli, R., e Gentili, M. (2015). Vehicle-ID sensor location for route flow recognition: Models and algorithms. *European Journal of Operational Research*, 247(2), 618–629.
- Cervo, A. L.; e Bervian, P. A. (1978). Metodologia científica: para uso dos estudantes universitários. 2. ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil.
- Chen, A., Pravinvongvuth, S., Chootinan, P., Lee, M., e Recker, W. (2007). Strategies for selecting additional traffic counts for improving O-D trip table estimation. *Transportmetrica*, 3 (3), 191–211.
- Church, R., e ReVelle, C. (1974). The maximal covering location problem. *Journal Papers in Regional Science*, 32, 101–118.
- Cipriani, E., Fusco, G., Gori, S., e Petrelli, M. (2006). Heuristic methods for the optimal location of road traffic monitoring stations. *IEEE Intelligent Transportation Systems Conference*, 1072–1077.
- Conforto, E. C.; Amaral, D. C.; e Silva, S. L. (2011). Roteiro para Revisão Bibliográfica Sistemática: Aplicação no Desenvolvimento de Produtos e Gerenciamento de

- Projetos. 8o. Congresso Brasileiro de Gestão de Desenvolvimento de Produto – CBGDP 2011, Porto Alegre, RS, Brasil.
- Cordeiro, E. L. (2009). Pesquisa Operacional: Modelagem Matemática na Tomada de Decisão de Ações Administrativas. *Revista São Luis Orione*, 1(3), 113-122.
- Ehlert, A., Bell, M.G.H., e Grosso, S. (2006). The optimization of traffic count locations in road networks. *Transportation Research Part B: Methodological*, 40, 460–479.
- Figueiredo Filho, D. B.; Paranhos, R.; Silva Júnior, J. A.; Rocha, E. C; e Alves, D. P. (2014). O que é, para que serve e como se faz uma Meta-análise? *Teoria e Pesquisa*, 205– 228.
- Fei, X., Mahmassani, H.S., e Eisenman, S.M. (2007). Sensor coverage and location for real-time traffic prediction in large-scale networks. *Transportation Research Record*, 2039, 1–15.
- Fei, X., Mahmassani, H. S., e Murray-Tuite, P. (2013). Vehicular network sensor placement optimization under uncertainty. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 29, 14–31.
- Fu, C., Zhu, N., Ling, S., Ma, S., e Huang, Y. (2016). Heterogeneous sensor location model for path reconstruction. *Transportation Research Part B: Methodological*, 91, 77–97.
- Garber, N.J. e Hoel, L.A. (1999). *Traffic and Highway Engineering (Second Edition)*, PWS Publishing Company, Boston, Massachusetts.
- Gentili, M., e Mirchandani, P.B. (2012). Locating sensors on traffic networks: models, challenges and research opportunities. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 24, 227–255.
- Goldberg, M. C.; e Luna, H. P. L. (2000). *Otimização combinatória e programação Linear*. Editora Campus. São Paulo, SP, Brasil.
- González, P. H., Clímaco, G., Simonetti, L., Gomes, H. A. e Ribeiro, G. M. (2016). Heurísticas para o Problema de Localização de Contadores de Tráfego em Redes de Transporte. In *Anais do XXX ANPET*. ANPET.
- Hart, C. (1998). *Doing a literature review: Releasing the social science research imagination*. London, UK: Sage Publications.
- Hillier, F. S., e Lieberman, G. J. (2006). *Introdução a Pesquisa Operacional*. São Paulo: McGraw-Hill.
- Hu, S., S. Peeta, e C. H. Chu. (2009). Identification of Vehicle Sensor Locations for

- Segmento-Based Network Traffic Applications. *Transportation Research Part B: Methodological*, 43(8–9), 873–894.
- Hu, S. R., e Liou, H. T. (2014). A generalized sensor location model for the estimation of network origin-destination matrices. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 40, 93–110.
- Larsson, T., Lundgren, J.T., e Peterson, A. (2009). Allocation of segmento flow detectors for origin-destination matrix estimation – a comparative study. *Computer- Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 00, 1–16.
- Levy, Y., e Ellis, T. J. (2006). A systems approach to conduct an effective literature review in support of information systems research. *Informing Science: The International Journal of an Emerging Transdiscipline*, 9, 181-212.
- Li, H., Dong, H., Jia, L., Ren, M., e Li, S. (2015). Analysis of factors that influence the sensor location problem for freeway corridors. *Journal of Advanced Transportation*, 49(1), 10–28.
- Ma, G. Y., Li, P., Yao, e Yun, L. (2006). Research on location of traffic counting points for estimating origin-destination matrix. 6th International Conference on ITS Telecommunications, 1216–1219.
- Ma, S., Liu, Y., Jia, N., e Zhu, N. (2015). Traffic sensor location approach for flow inference. *IET Intelligent Transport Systems*, 9, 184–192.
- Marconi, M. A.; e Lakatos, E. M. (2003). *Fundamentos de Metodologia Científica*. Editora ATLAS S.A. 5 Edição. São Paulo.
- Mays, N., Pope, C., e Popay, J. (2005). Systematically reviewing qualitative and quantitative evidence to inform management and policy-making in the health field. *Journal of Health Services Research and Policy*.
- Nemhauser, G. L. e Wolsey, L. A. (1988). *Integer Programming and Combi-Natorial Optimization*. John Wiley and Sons, New York.
- Ngai, E. W. T., e Wat, F. K. T. (2002). A literature review and classification of electronic commerce research. *Information and Management*, 39(5), 415-429.
- Ng, M. (2012). Synergistic Sensor Location for Segmento Flow Inference Without Path Enumeration: A Node-Based Approach. *Transportation Research Part B: Methodological*, 46 (6), 781–788.
- Pickering, C. e Byrne, J. (2014). The benefits of publishing systematic quantitative literature reviews for PhD candidates and other early-career researchers. *Higher*

- Education Research and Development, 33(3), 534-548.
- Rinaldi, M., Corman, F., e Viti, F. (2015). Assessing the effect of route information on network observability applied to sensor location problems. *Transportation Research Procedia*, 10, 3–12.
- Rudio, F. V. (1979) *Introdução ao projeto de pesquisa científica*. 2. ed. Petrópolis: Vozes.
- Silva, E. L. e Menezes, E. M. (2005). *Metodologia da Pesquisa e Elaboração de Dissertação*. 4a Edição. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil.
- Silver E. A., Victor R., Vidal V., De Werra D. (1980). A tutorial on heuristic methods. *European Journal of Operational Research*, 5, 513-520.
- Stefanello, F. (2011). *Dissertação de Mestrado. Hibridização de Métodos Exatos e Heurísticos para Resolução de Problemas de Otimização Combinatória*. Universidade Federal de Santa Maria. Centro de Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Informática. Santa Maria, RS, Brasil.
- Sucupira, I. R. (2004) *Métodos heurísticos genéricos: meta-heurísticas e hiper-heurísticas*. Universidade de São Paulo. São Paulo, Brasil.
- Xu, X., Lo, H. K., Chen, A., e Castillo, E. (2016). Robust network sensor location for complete segment flow observability under uncertainty. *Transportation Research Part B: Methodological*, 88, 1–20.
- Wang, N. (2013). *Locating Counting Sensors in Traffic Network to Estimate Origin-Destination Volumes*. A Dissertation Presented in Partial Fulfillment Of the Requirements for the Degree Doctor of Philosophy. Arizona State University, USA.
- Wang, N., Gentili, M., e Mirchandani, P. (2012). A model to locate sensors for estimating static OD volumes given prior flow information. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2283, 67–73.
- Yang, C., Chootinan, P., e Chen, A. (2003). Traffic counting location planning using genetic algorithm. *Journal of Eastern Asian Society for Transportation Studies*, 5, 898–913.
- Yang, H., Lida, Y. e Sasaki, T. (1991). An Analysis of the Reliability of an Origin–Destination Trip Matrix Estimated from Traffic Counts. *Transportation Research Part B: Methodological*, 25 (5), 351–363.

- Yang, H., Yang, C., e Gan, L. (2006). Models and algorithms for the screen line-based traffic-counting location problems. *Computers and Operations Research*, 33 (3), 836–858.
- Yang, H., e Zhou, J. (1998). Optimal Traffic Counting Locations for Origin–Destination Matrix Estimation. *Transportation Research Part B: Methodological*, 32 (2), 109–126.
- Yim, P.K.N., e Lam, W.H.K. (1998). Evaluation of count location selection methods for estimation of O–D matrices. *Journal of Transportation Engineering*, 376. <http://www.its.dot.gov/connected_vehicle/connected_vehicle.htm>.