



# Construcción y validación de un instrumento de observación de clases de probabilidad

## Construction and validation of a probability class observation tool

Claudia Alejandra Vásquez Ortiz  
*Pontificia Universidad Católica de Chile*  
*Departamento de Didáctica*  
*de la Matemática. Villarrica. Chile*  
cavasque@uc.cl

Ángel Alsina i Pastells  
*Universidad de Girona. Facultad*  
*de Educación y Psicología. Girona. España*  
angel.alsina@udg.edu

Nataly Goreti Pincheira Hauck  
*Pontificia Universidad Católica de Chile.*  
*Departamento de Didáctica*  
*de la Matemática. Villarrica. Chile*  
npincheirah@uc.cl

María Magdalena Gea Serrano  
*Universidad de Granada. Facultad*  
*de Ciencias de la Educación. Granada. España*  
mmgea@ugr.es

Eugenio Chandia Muñoz  
*Universidad de Concepción. Facultad*  
*de Educación. Concepción. Chile*  
echandia@udec.cl

**RESUMEN** • Se presenta el proceso de construcción y validación de un instrumento de observación de clases de probabilidad en Educación Primaria. En primer lugar, se describen las dimensiones, componentes y niveles considerados en el proceso de construcción; en segundo lugar, se presentan los resultados del proceso de validez de contenido a través del juicio de expertos y la posterior aplicación piloto, y, finalmente, se reflexiona acerca de la doble funcionalidad del instrumento: 1) para mejorar el conocimiento del profesorado de matemáticas acerca de la enseñanza de la probabilidad; 2) para promover su desarrollo profesional, con el propósito de diseñar planes de intervención que contribuyan a mejorar la enseñanza de la probabilidad.

**PALABRAS CLAVE:** Probabilidad; Instrumento de observación, Práctica docente, Desarrollo profesional; Educación Primaria.

**ABSTRACT** • The process of construction and validation of a tool to observe students at lectures on probability in Primary Education is here presented. Firstly, the specific dimensions, components and levels in the construction process are described; secondly, the results of the content validity process are exposed through expert judgment and subsequent application; and finally, we reflect on the double functionality of the instrument: 1) to improve the knowledge of mathematics teachers when teaching probability; 2) to promote their professional development, with the purpose of designing intervention plans that contribute to the improvement of the teaching of probability.

**KEYWORDS:** Probability; Observation tool; Teaching practice; Professional development; Primary Education.

Recepción: octubre 2018 • Aceptación: enero 2020 • Publicación: junio 2020

Vásquez Ortiz, C. A., Alsina Pastells, Á., Pincheira Hauck, N. G., Gea Serrano, M. M. y Chandia Muñoz, E. (2020). Construcción y validación de un instrumento de observación de clases de probabilidad. *Enseñanza de las Ciencias*, 38(2), 25-43.  
<https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2820>

## INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas se observa un creciente interés por el desarrollo de investigaciones sobre la formación del profesorado (Shulman, 1987), sobre todo de matemáticas (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2013; Hill, Ball y Schilling, 2008; Rowland, Huckstep y Thawaites, 2003). Este incremento es debido a que «los profesores son la clave de oportunidad de aprendizaje de las matemáticas» (Even y Ball, 2009, pp. 1-2). Además, la calidad de la enseñanza depende de su conocimiento y preparación para enseñar (Hattie, 2012).

Desde este prisma, el profesorado necesita comprender en profundidad las características y la naturaleza del conocimiento matemático, sobre todo en temas de reciente incorporación en el currículo, como la probabilidad (NCTM, 2000; MEC, 2007; MINEDUC, 2012). En este sentido, Batanero, Chernoff, Engel, Lee y Sánchez (2016) señalan que es necesario prestar especial atención a los problemas prácticos y pedagógicos vinculados a la incorporación de la probabilidad. Pero ¿qué conocimientos deben tener los profesores para llevar a cabo su enseñanza? y ¿qué caracteriza dichos conocimientos? Para responder a estos interrogantes, se observa un incremento de estudios que analizan los conocimientos del profesorado en ejercicio y sus prácticas para enseñar matemáticas (Ivars, Fernández y Llinares, 2016) y, por ende, comprender las características y naturaleza de este conocimiento, ya que «si uno sabe qué encierra la enseñanza experta, esperaría encontrar formas de ayudar a que los profesores desarrollen tales competencias» (Schoenfeld, 2011, p. 333).

En este artículo se asume que estos datos constituyen un valioso insumo y pueden ayudar a construir, desarrollar y mejorar el conocimiento profesional necesario para la enseñanza de la matemática (Jaworski, 2008). En estudios previos se ha analizado el conocimiento didáctico y matemático para enseñar probabilidad del profesorado en activo (Vásquez, 2014) y de futuros profesores de Educación Primaria (Gómez, 2014). Sin embargo, estos estudios se basan en el uso de cuestionarios en los que se plantean situaciones hipotéticas de aula (Vásquez y Alsina, 2017), lo que impide explorar y analizar exhaustivamente estos conocimientos, ya que hay aspectos que solo son observables en las prácticas de aula. Partiendo de esta consideración, en esta nueva investigación se analiza el conocimiento para enseñar probabilidad que se manifiesta en las prácticas de aula.

A pesar de que existen algunos instrumentos que permiten acceder al conocimiento puesto en juego durante la enseñanza de las matemáticas, como por ejemplo en prácticas de resolución de problemas (Giaconi, Perdomo-Díaz, Cerda y Saadati, 2018), no se cuenta con una herramienta específica para la enseñanza de la probabilidad. Así pues, el propósito de este nuevo estudio es construir y validar un instrumento de observación de clases para la enseñanza de la probabilidad en Educación Primaria.

## FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Nos centramos en los elementos que caracterizan el conocimiento matemático del profesorado para la enseñanza de la probabilidad, entendido como un proceso complejo que «depende fundamentalmente de lo que acontece dentro de la clase, en función de cómo interactúan los profesores y los alumnos con el currículo» (Ball y Forzani, 2011, p. 17). Por una parte, nos basamos en los principios para una enseñanza y aprendizaje eficaz de la matemática propuestos por el NCTM (2014): establecer metas enfocadas al aprendizaje (M); implementar tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas (R); usar y vincular representaciones matemáticas (L); favorecer el discurso matemático significativo (C); plantear preguntas que promuevan el razonamiento y den sentido al conocimiento matemático (S); potenciar la fluidez procedimental a partir de la comprensión conceptual (P); favorecer el esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas, aportando apoyo al estudiante (A); evaluar y utilizar evidencias del pensamiento de los estudiantes para adecuar la enseñanza (E).

Además, consideramos los significados de la probabilidad en el contexto de la matemática escolar: intuitivo, subjetivo, frecuencial, clásico y axiomático (Batanero, 2005), puesto que coexisten en la enseñanza y es fundamental contemplar sus enfoques. Por último, desde la perspectiva de Blömeke, Busse, Kaiser, König y Suhl (2016), entendemos el conocimiento matemático profesional del profesor como las capacidades cognitivas y de habilidad para resolver problemas en el aula, tales como conocimiento de la disciplina, conocimiento pedagógico, conocimiento didáctico del contenido y habilidades de percepción, interpretación y diagnóstico.

A partir de estos fundamentos se construyó un marco para avanzar hacia una enseñanza eficaz de la probabilidad. En concreto, se han identificado cinco dimensiones centradas en la acción del profesorado para la gestión de los conocimientos de probabilidad (Vásquez, Alsina, Pincheira, Gea y Chandia, 2019):

- *Tareas probabilísticas*: problemas, ejercicios, experimentos estocásticos, etc., que promuevan el razonamiento por medio de la exploración y la reflexión, que relacionen los diferentes significados de la probabilidad y que permitan contrarrestar los sesgos de razonamiento probabilístico en situaciones de incertidumbre (principios M, R, S y P).
- *Razonamiento probabilístico*: formulación, interpretación, obtención y validación de situaciones de incertidumbre para modelarlas, escapando a los sesgos probabilísticos y creencias erróneas (principios R, C, S, P, A y E).
- *Conexiones probabilísticas*: conexión de ideas, conceptos, definiciones, propiedades y procedimientos sobre azar y probabilidad, tanto con otros contenidos matemáticos como con niveles escolares anteriores o posteriores (principios M, S, A y E).
- *Comunicación probabilística*: interacción, negociación y diálogo para promover el aprendizaje de las ideas, conceptos, definiciones, propiedades y procedimientos de azar y probabilidad (principios L, C, A y E).
- *Lenguaje probabilístico*: múltiples lenguajes (verbal, numérico, simbólico, tabular y gráfico) utilizados para promover una comprensión adecuada (principios M, L, C y P).

Estas cinco dimensiones focalizan el estudio para indagar en las prácticas del profesorado de Educación Primaria para enseñar probabilidad.

## CONSTRUCCIÓN Y VALIDACIÓN DE UN INSTRUMENTO DE OBSERVACIÓN DE CLASES PARA LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD

Para caracterizar el conocimiento matemático del profesorado para enseñar probabilidad a partir del análisis de la práctica, se ha elaborado el instrumento de observación de clases de probabilidad (IOC-PROB). Los resultados de su aplicación, además, pueden servir de insumo para la mejora de la formación de futuros profesores. Cabe señalar que el IOC-PROB fue diseñado para observar clases de probabilidad videograbadas. Se consideró la videograbación de clases ya que, a diferencia de las observaciones *in situ*, proporciona una perspectiva más objetiva (Praetorius, Pauli, Reusser, Rakoczy y Klieme, 2014).

El proceso de elaboración implicó un proceso iterativo de tres años que abarcó cuatro fases que se describen a continuación.

### Fase 1: Revisión bibliográfica y análisis de instrumentos de observación de clases

Dada la ausencia de estudios específicos que se focalicen en instrumentos de observación de clases para la enseñanza de la probabilidad, se han revisado estudios genéricos sobre instrumentos de observación del aula de matemáticas a partir del meta-análisis de Schlesinger y Jentsch (2016). En la tabla 1 se puede apreciar que la principal finalidad de estos instrumentos consiste en evaluar holísticamente las interacciones profesor-contenido-estudiantes, a pesar de que no existe uniformidad en las dimensiones.

Tabla 1.  
Instrumentos de observación para el aula de matemáticas

<i>Instrumento</i>	<i>Finalidad</i>	<i>Dimensiones</i>
TIMSS video study 1999 (Hiebert, Gallimore, Garnier y Stigler, 2003)	Evaluar y describir prácticas de enseñanza en matemáticas y ciencias.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Prácticas de instrucción.</li> <li>– Contenido matemático.</li> </ul>
Inside the classroom observation protocol (Horizon Research, Inc., 2000)	Evaluar la calidad de la instrucción en el aula de ciencias o matemáticas a partir del diseño e implementación del contenido impartido.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Contenido matemático.</li> </ul>
Reformed teaching observation protocol (RTOP) (Sawada, Piburn, Judson, Turley, Falconer, Benford y Bloom, 2002)	Evaluar holísticamente la presencia/ausencia de estrategias de enseñanza específicas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Diseño e implementación de la lección.</li> <li>– Conocimiento propositivo y procesal.</li> <li>– Interacción alumno-docente.</li> <li>– Interacción alumno-alumno.</li> </ul>
Instructional quality assessment (IQA) (Matsumura, Garnier, Pascal y Valdés, 2002)	Evaluar la calidad de la instrucción desde una perspectiva pedagógica basada en la observación del aula y las tareas de los estudiantes.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Potencial e implementación de la tarea.</li> <li>– Discusión del estudiante en torno a la tarea.</li> <li>– Rigor de las expectativas.</li> </ul>
Criterios de idoneidad didáctica (EOS) (Godino, 2013)	Evaluar el diseño, desarrollo e implementación de situaciones didácticas y procesos de enseñanza y aprendizaje.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Idoneidad didáctica: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica.</li> </ul>
Mathematical quality of instruction (MQI) (Learning Mathematics for Teaching Project, 2011)	Evaluar la calidad matemática de la instrucción.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Riqueza de las matemáticas.</li> <li>– Errores matemáticos e imprecisiones.</li> <li>– Participación de los estudiantes en la construcción de significado y desarrollo de razonamiento.</li> <li>– Trabajo con los estudiantes y las matemáticas conectando las prácticas de aula con las matemáticas.</li> </ul>
TRU Math (Schoenfeld, 2013)	Evaluar y caracterizar la actividad en el aula de matemáticas en general, y en particular los problemas algebraicos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Foco en la matemática, en su coherencia y precisión.</li> <li>– Demanda cognitiva.</li> <li>– Acceso equitativo al contenido.</li> <li>– Autoridad e identidad.</li> <li>– Uso de la evaluación.</li> </ul>
Uteach teacher observation protocol (UTOP) (Marder y Walkington, 2014)	Evaluar la calidad general de la instrucción en el aula.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Estructura de la lección.</li> <li>– Implementación.</li> <li>– Contenido matemático.</li> </ul>
PROMATE (Barriendos, Berger, Dominguez y Martínez, 2018)	Evaluar las prácticas de enseñanza de las matemáticas de profesores noveles.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Gestión general de la clase.</li> <li>– Gestión de la enseñanza de las matemáticas.</li> </ul>

## Fase 2: Construcción de la versión inicial

Se diseñó un instrumento cerrado en forma de rúbrica para recoger evidencias sobre el conocimiento matemático para enseñar probabilidad. A partir del análisis de los instrumentos de la tabla 1 y de las cinco dimensiones descritas por Vásquez et al. (2019) se definieron un conjunto de componentes asociados a cada dimensión, así como sus respectivos niveles, que se deberían observar en una clase de probabilidad. Para cada uno de ellos se establecieron 4 niveles, desde el más bajo al más alto de ejecución, a los cuales hemos denominado: nivel 1: bajo, nivel 2: medio bajo, nivel 3: medio alto y nivel 4: alto. Cada nivel incluye una breve descripción para ayudar al usuario en la aplicación del instrumento. La descripción de cada nivel se basa en la línea de investigación desarrollada por los autores y que se resume en Vásquez (2015).

## Fase 3: Validación

La versión inicial se sometió a un proceso de validez de contenido a través del juicio de expertos y una aplicación piloto para obtener una primera indicación sobre su fiabilidad y aplicabilidad.

### *Validez de contenido por juicio de expertos*

En el proceso de validación participaron diez expertos de Argentina, Chile, España y Portugal: tres son expertos en construcción de instrumentos de observación de aula de matemáticas y siete en didáctica de la estadística y la probabilidad. Se les entregó, vía correo electrónico, una invitación en la que se explicaba el contexto, la descripción y el propósito del estudio, junto con una guía para valorar los siguientes aspectos de los componentes y sus niveles: *a*) suficiencia (si bastan para obtener la medición), *b*) claridad (si se comprenden sintácticamente y semánticamente), *c*) coherencia (si tienen relación lógica con la dimensión que miden) y *d*) relevancia (si son esenciales y deben ser incluidos). Se establecieron cuatro criterios (1: no cumple, 2: nivel bajo, 3: nivel moderado y 4: nivel alto). Asimismo, se disponía de una sección para comentarios de aspectos que se pudieran mejorar.

Los resultados se analizaron mediante el índice de Aiken (1980), con niveles de aceptación tanto en los componentes como en los niveles de 0,8 (Aiken, 1985). Para el índice de Aiken, también se determinaron los intervalos de confianza al 95 %, aceptando umbrales mayores a 0,5 en los límites inferiores (Charter, 2003).

### Análisis descriptivo de la validez de contenido por juicio de expertos

Los componentes de cada dimensión fueron valorados positivamente por los jueces, con promedios generales cercanos al valor máximo (4) en suficiencia, claridad, coherencia y relevancia. La distribución de las puntuaciones, según criterio, refleja el acuerdo en sus valoraciones (figura 1): la mitad de las valoraciones son de 4 y el 75 % o más son iguales o superiores a 3. Los criterios mejor valorados son coherencia y relevancia, seguidos de suficiencia, pues en este criterio la dimensión 2 posee un 28,6 % de valoraciones con puntaje moderado (3). Respecto a claridad, las dimensiones de menor valoración son la 1 (1 punto: 2 % de valoraciones; 2 puntos: 18,4 % de valoraciones) y la 5 (2 puntos: 10 % de valoraciones).

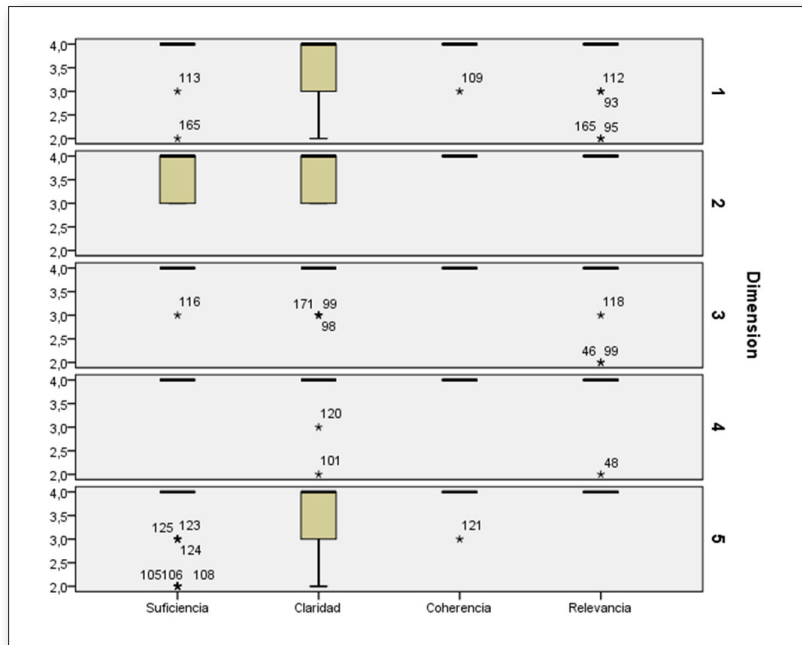


Fig. 1. Diagramas de caja de las puntuaciones otorgadas por los jueces a los componentes que conforman cada dimensión (filas) según criterio (columna).

Respecto a los niveles de los componentes, también lograron una valoración positiva, y se obtuvieron promedios generales superiores a 3 en suficiencia, claridad, coherencia y relevancia; solo tres promedios son inferiores a 3, con desviación aproximada de 1,3. La distribución de las valoraciones de los jueces se muestra en la figura 2.

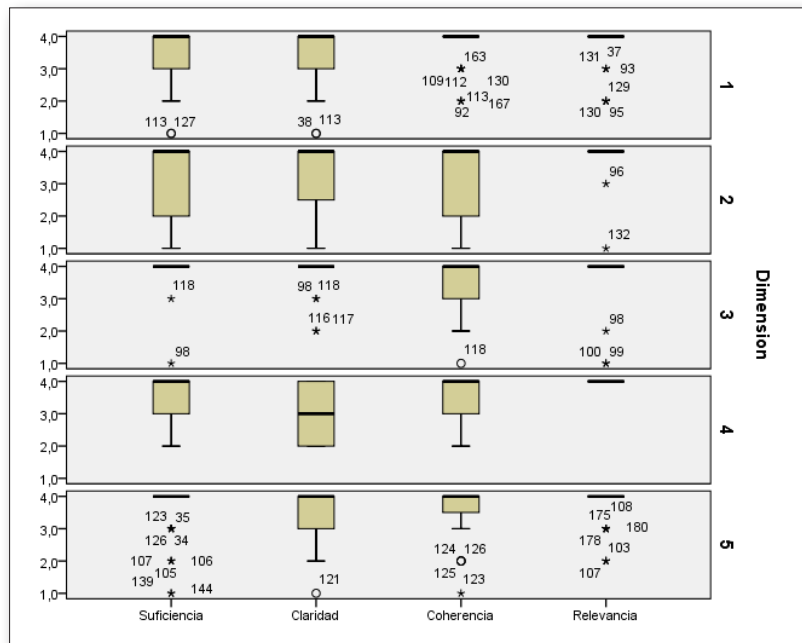


Fig. 2. Diagramas de caja de las puntuaciones otorgadas por los jueces a los niveles asociados a los componentes que conforman cada dimensión (filas) según criterio (columna).

Observamos que al menos la mitad de las puntuaciones en cada dimensión, en todos los criterios, son valoradas con la máxima puntuación (4). En las dimensiones 1, 3 y 5, al menos el 75 % de las valoraciones son moderadas-altas, mientras que en el resto de dimensiones la proporción de puntuaciones inferiores a 3 es más variable. La puntuación 1 es poco significativa en el análisis, pues su representatividad es inferior al 10 % en todos los criterios y dimensiones, excepto en la dimensión 2, en suficiencia (18,8 %) y claridad (15 %). Las valoraciones con puntuación 2 son significativas en la dimensión 4 (21,4 % de valoraciones en suficiencia y 27,8 % de valoraciones en claridad) y la dimensión 2 (20 % de valoraciones en coherencia).

### Análisis inferencial de la validez de contenido por juicio de expertos

Considerando los valores establecidos como aceptables para el índice de Aiken, solo los componentes 1, 2, 5 de la dimensión 1, y el componente 1 de la dimensión 2 no obtuvieron buenos resultados respecto a claridad, con valores menores que 0,7 en los límites inferiores de sus intervalos de confianza. Tales componentes fueron revisados y modificados. El resto de los componentes obtuvieron índices de Aiken superiores a 0,8 en todas las dimensiones de fiabilidad. Además, todos los límites inferiores de los intervalos de confianza obtuvieron valores aceptables superiores a 0,7.

Tabla 2.  
Índices e intervalos de confianza asimétricos para el 95 %  
de confianza para el índice Aiken en el análisis de los componentes

<i>Dim.</i>	<i>Comp.</i>	<i>Suficiencia</i>		<i>Claridad</i>		<i>Coherencia</i>		<i>Relevancia</i>	
D1	C1	1,00	[0,87 - 1]	0,73	[0,62 - 1]	0,87	[0,74 - 1]	1,00	[0,90 - 1]
	C2	1,00	[0,87 - 1]	0,77	[0,65 - 1]	0,97	[0,85 - 1]	0,97	[0,85 - 1]
	C3	0,90	[0,74 - 1]	0,85	[0,71 - 1]	0,96	[0,84 - 1]	0,81	[0,68 - 1]
	C4	1,00	[0,87 - 1]	0,97	[0,85 - 1]	0,93	[0,81 - 1]	0,90	[0,77 - 1]
	C5	0,95	[0,80 - 1]	0,73	[0,62 - 1]	0,97	[0,85 - 1]	0,90	[0,77 - 1]
D2	C1	0,90	[0,74 - 1]	0,67	[0,57 - 1]	0,90	[0,77 - 1]	0,90	[0,77 - 1]
	C2	0,90	[0,74 - 1]	0,96	[0,84 - 1]	1,00	[0,90 - 1]	0,97	[0,85 - 1]
D3	C1	0,95	[0,80 - 1]	0,97	[0,85 - 1]	1,00	[0,90 - 1]	1,00	[0,90 - 1]
	C2	1,00	[0,87 - 1]	0,90	[0,77 - 1]	1,00	[0,90 - 1]	0,87	[0,74 - 1]
	C3	1,00	[0,87 - 1]	0,97	[0,85 - 1]	1,00	[0,90 - 1]	0,83	[0,71 - 1]
D4	C1	1,00	[0,88 - 1]	0,87	[0,74 - 1]	1,00	[0,90 - 1]	1,00	[0,90 - 1]
	C2	1,00	[0,88 - 1]	0,93	[0,81 - 1]	1,00	[0,90 - 1]	0,93	[0,81 - 1]
D5	C1	0,92	[0,77 - 1]	0,87	[0,74 - 1]	0,97	[0,85 - 1]	1,00	[0,90 - 1]
	C2	0,90	[0,74 - 1]	0,87	[0,74 - 1]	1,00	[0,90 - 1]	0,93	[0,81 - 1]
	C3	0,86	[0,69 - 1]	0,87	[0,74 - 1]	1,00	[0,90 - 1]	0,93	[0,81 - 1]
	C4	0,86	[0,69 - 1]	0,83	[0,71 - 1]	1,00	[0,90 - 1]	0,93	[0,81 - 1]
	C5	0,86	[0,69 - 1]	0,87	[0,74 - 1]	1,00	[0,90 - 1]	0,93	[0,81 - 1]
	C6	0,88	[0,73 - 1]	0,90	[0,77 - 1]	1,00	[0,90 - 1]	1,00	[0,90 - 1]

En suficiencia, los componentes 1 y 5 de la dimensión 1 y los componentes 1 y 2 de la dimensión 2 obtuvieron valores inferiores a 0,8, y menores que 0,7 en los límites inferiores de sus intervalos de confianza. En claridad, los componentes 1 y 5 de la dimensión 1, el componente 1 de la dimensión 2, el componente 1 de la dimensión 3, los dos componentes de la dimensión 4 y los componentes 2 y 3 de la dimensión 5 obtuvieron valores inferiores 0,8, y menores que 0,7 en los límites inferiores de sus intervalos de confianza. En coherencia, el componente 1 de la dimensión 2, y los componentes 1 y 3 de la dimensión 3 obtuvieron valores inferiores 0,8, y menores que 0,7 en los límites inferiores de sus intervalos de confianza. El resto de los componentes obtuvo índices de Aiken superiores a 0,8 en todas las dimensiones de fiabilidad.

Tabla 3.  
Índices e intervalos de confianza asimétricos para el 95 %  
de confianza para el índice Aiken en el análisis de los niveles de los componentes

<i>Dim.</i>	<i>Nivel comp.</i>	<i>Suficiencia</i>		<i>Claridad</i>		<i>Coherencia</i>		<i>Relevancia</i>	
D1	C1	0,71	[0,58 - 1]	0,77	[0,65 - 1]	0,90	[0,77 - 1]	0,97	[0,85 - 1]
	C2	0,88	[0,73 - 1]	0,80	[0,68 - 1]	0,90	[0,77 - 1]	1,00	[0,90 - 1]
	C3	0,88	[0,73 - 1]	0,90	[0,77 - 1]	1,00	[0,90 - 1]	0,83	[0,71 - 1]
	C4	0,88	[0,73 - 1]	0,87	[0,74 - 1]	0,93	[0,81 - 1]	0,93	[0,81 - 1]
	C5	0,63	[0,51 - 1]	0,70	[0,59 - 1]	0,80	[0,68 - 1]	0,90	[0,77 - 1]
D2	C1	0,58	[0,48 - 1]	0,57	[0,49 - 1]	0,73	[0,62 - 1]	0,87	[0,74 - 1]
	C2	0,79	[0,65 - 1]	0,90	[0,77 - 1]	0,87	[0,74 - 1]	1,00	[0,90 - 1]
D3	C1	0,86	[0,69 - 1]	0,73	[0,62 - 1]	0,77	[0,65 - 1]	0,93	[0,81 - 1]
	C2	1,00	[0,87 - 1]	0,83	[0,71 - 1]	0,97	[0,85 - 1]	0,83	[0,71 - 1]
	C3	0,95	[0,80 - 1]	0,83	[0,71 - 1]	0,77	[0,65 - 1]	0,83	[0,71 - 1]
D4	C1	0,81	[0,65 - 1]	0,78	[0,65 - 1]	0,81	[0,68 - 1]	1,00	[0,89 - 1]
	C2	0,86	[0,69 - 1]	0,74	[0,62 - 1]	0,89	[0,75 - 1]	1,00	[0,89 - 1]
D5	C1	0,88	[0,73 - 1]	0,80	[0,68 - 1]	0,93	[0,81 - 1]	0,90	[0,77 - 1]
	C2	0,95	[0,80 - 1]	0,77	[0,65 - 1]	0,93	[0,81 - 1]	0,90	[0,77 - 1]
	C3	0,86	[0,69 - 1]	0,77	[0,65 - 1]	0,83	[0,71 - 1]	0,90	[0,77 - 1]
	C4	0,86	[0,69 - 1]	0,80	[0,68 - 1]	0,87	[0,74 - 1]	0,83	[0,71 - 1]
	C5	0,86	[0,69 - 1]	0,87	[0,74 - 1]	0,90	[0,77 - 1]	0,87	[0,74 - 1]
	C6	0,83	[0,69 - 1]	0,90	[0,77 - 1]	0,87	[0,74 - 1]	0,93	[0,81 - 1]

Los resultados de la validación de contenido por juicio de expertos de la primera versión del instrumento resaltan ciertos aspectos y proporcionan una evaluación bastante positiva. Sin embargo, como se ha señalado, hubo componentes y niveles que presentaron un índice de validez de Aiken levemente bajo, con valores inferiores en los límites inferiores de sus intervalos de confianza, lo que llevó a realizar un ajuste y reformulación de estos componentes y sus respectivos niveles.



### *Aplicación piloto*

Para la aplicación piloto del instrumento se consideraron 12 vídeos de 90 minutos de duración de clases de probabilidad que abordan los mismos contenidos y objetivos de aprendizaje por cada nivel, lo que garantiza que los resultados obtenidos a partir de la codificación sean comparables (Schlesinger y Jentsch, 2016).

Para el proceso de codificación, las clases se segmentaron en episodios de 7,5 minutos, ya que se presenta menor variabilidad en la observación (Joe, McClellan y Holtzman, 2015). En total, se analizó la presencia de los distintos componentes en 144 episodios a partir de los cuatro niveles establecidos, asignando puntuaciones según su presencia (1) o ausencia (0) en cada segmento. Cada segmento fue visto sin interrupción por el evaluador y codificado de forma independiente, sin tener en cuenta lo sucedido en los segmentos anteriores.

Se consideró una terna de codificadores externos, especialistas en Didáctica de la Probabilidad o en realizar codificaciones de clases de matemáticas, pues «es necesario que un mínimo de dos evaluadores observen una lección» (Schlesinger y Jentsch, 2016, p. 36).

Para garantizar la confiabilidad de las codificaciones, los evaluadores pasaron por un proceso de capacitación en el uso del instrumento y así disminuir la interpretación e inferencia sobre lo que sucede en la clase (Chapin, O'Connor y Canavan, 2013). Además, se proporcionaron ejemplos de cada nivel para facilitar la codificación y la objetividad (si bien se regían por la definición de los niveles de cada componente y no por los ejemplos, estos servían de apoyo para tomar decisiones al codificar).

Seguidamente se realizó un doble proceso de calibración de las ternas de codificadores que, mediante sesiones de codificación conjunta y de discusión de los desacuerdos, unificaron criterios, para luego realizar la codificación individual. Ello permitió evaluar los niveles de confiabilidad inter-juez, logrando un coeficiente de confiabilidad superior al 80 %, por encima del mínimo aceptable (Tinsley y Brown, 2000).

Para el proceso de codificación, se entregó a cada codificador una hoja de registro para cada segmento donde anotaban: *a*) aspectos generales (fecha, nombre del codificador, nombre del profesor, curso, contenido abordado, número de segmento) y *b*) evidencias que sirvieran de insumo para determinar la puntuación que asignar de acuerdo con los niveles preestablecidos. Además, disponían de otra hoja de registro de puntuación para cada componente por segmento.

También se entrevistó a los codificadores sobre la claridad de las dimensiones, componentes y niveles del instrumento al codificar los segmentos, identificando posibles limitaciones y aspectos que se debieran mejorar. El proceso de pilotaje permitió el análisis cualitativo de su implementación observando y recogiendo aspectos para su mejora. Se hizo explícita la necesidad de contar con un código 9 para registrar momentos fortuitos, sin instrucción.

### **Fase 4: Ajustes y construcción de la versión final**

A partir de los datos obtenidos se ajustaron y adecuaron diversos componentes (componente 1 de la dimensión 2, referida al razonamiento probabilístico, y componente 1 de la dimensión 3, referida a conexiones probabilísticas) y se decidió eliminar el componente 5 de la dimensión 1, referida a tareas probabilísticas, y el componente 3 de la dimensión 3, sobre conexiones probabilísticas. Asimismo, se ajustaron los niveles asociados a cada componente, según los resultados de la validación.

Un punto importante que se debe destacar es la decisión de reformular el componente 1 de la dimensión 1 en un nuevo componente 1 orientado al análisis de la gestión de los recursos de enseñanza-aprendizaje: se incorporó una *check list* para recopilar información sobre los recursos utilizados (material concreto, *software*, etc.) y la organización de la clase (trabajo individual, en parejas, etc.). Con todo, se obtuvo la versión definitiva del IOC-PROB (anexo 1).

## CONSIDERACIONES FINALES

Las fases descritas en este estudio han permitido la construcción de un instrumento que permite observar el conocimiento matemático para enseñar probabilidad que se manifiesta en las prácticas de aula, basado en tres fundamentos: conocimiento matemático profesional del profesor (Blömeke et al., 2016), significados de la probabilidad (Batanero, 2005) y principios para una enseñanza y aprendizaje eficaz de la matemática (NCTM, 2014). Las aportaciones de los expertos y la posterior prueba piloto durante el proceso de validación han dado lugar a diversos ajustes y reformulaciones en componentes e indicadores, principalmente en torno a las acciones del profesor, para promover la argumentación, las conexiones matemáticas y dar sentido al aprendizaje de la probabilidad.

Para concluir, cabe señalar que, en el marco de la agenda de investigación sobre el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas, el IOC-PROB tiene una doble función, al ser una herramienta de orientación para analizar el conocimiento matemático que pone en juego el profesorado de Educación Primaria para enseñar probabilidad y, por otro lado, dar cuenta del nivel óptimo de dicho conocimiento respecto a cada componente. De este modo, además de permitir acceder a la naturaleza del contenido matemático impartido durante la enseñanza, permite comprender qué ocurre en el aula y así diseñar planes de intervención específicos.

En síntesis, pues, se trata de un instrumento que puede contribuir al desarrollo profesional del profesorado para enseñar probabilidad en el sentido expuesto por Jaworski (2008) y Schoenfeld (2011). Desde esta visión, el instrumento puede ser útil para formadores de profesores y profesorado en ejercicio que desea mejorar sus prácticas.

Una de las principales limitaciones de nuestro estudio es la inexistencia de instrumentos específicos para observar los conocimientos para enseñar probabilidad en Educación Primaria, aspecto que se ha tratado de solventar analizando instrumentos más genéricos (Schlesinger y Jentsch, 2016). Estos instrumentos nos han orientado acerca de los principales elementos que se deben tener en cuenta al observar clases de matemáticas –interacciones profesor-contenido-estudiantes– y hemos intentado extrapolarlos a la enseñanza de la probabilidad, considerando los tres fundamentos mencionados. Una segunda limitación es no haber puesto en práctica el IOC-PROB más allá de la prueba piloto realizada, lo cual no nos ha permitido obtener datos más concretos sobre los beneficios y las dificultades que supone su uso. En el futuro, pues, será necesario realizar nuevos estudios en los que se use el instrumento en muestras mayores de distintos entornos geográficos, con el triple propósito de analizar con más detalle su efectividad, ejemplificar mejor su uso y, cómo no, seguir afinando el instrumento.

## AGRADECIMIENTOS

Proyecto FONDECYT N.º 11150412 financiado por CONICYT Chile. Proyecto EDU2016-74848-P (FEDER, AEI) y Grupo FQM126 (Junta de Andalucía). FEDER/Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades, Agencia Estatal de Investigación/Proyecto EDU2017-84979-R.

## REFERENCIAS

- Aiken, L. R. (1980). Content validity and reliability of single items or questionnaires. *Educational and Psychological Measurement*, 40, 955-959.  
<https://doi.org/10.1177/001316448004000419>
- Aiken, L. R. (1985). Three coefficients for analyzing the reliability and validity of ratings. *Educational and Psychological Measurement*, 45, 131-142.  
<https://doi.org/10.1177/0013164485451012>

- Ball, D. L. y Forzani, F. M. (2011). Building a common core for learning to teach and connecting professional learning to practice. *American Educator*, 35(2), 17-21.
- Barriandos, A., Berger, B., Domínguez, E. y Martínez, M. V. (2018). *Manual Promate. Pauta de observación de clases de matemáticas impartidas por profesores principiantes*. Santiago: Centro de Investigación Avanzada en Educación.
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *RELIME*, 8(3), 247-264.
- Batanero, C., Chernoff, E. J., Engel, J., Lee, H. S. y Sánchez, E. (2016). *Research on teaching and learning probability*. Cham: Springer.  
[https://doi.org/10.1007/978-3-319-31625-3\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-31625-3_1)
- Blömeke, S., Busse, A., Kaiser, G., König, J. y Suhl, U. (2016). The relation between content-specific and general teacher knowledge and skills. *Teaching and Teacher Education: An International Journal of Research and Studies*, 56, 35-46.  
<https://doi.org/10.1016/j.tate.2016.02.003>
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C. y Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Determining Specialized Knowledge for Mathematics Teaching. En B. Ubuz, C. Haser y M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the CERME 8* (pp. 2985-2994). Antalya: Middle East Technical University.
- Chapin, S., O'Connor, C. y Canavan, N. (2013). *Classroom discussions in math: A teacher's guide for using talk moves to support the common core and more, grades K-6* (3.<sup>a</sup> edición). Sausalito, CA: Scholastic, Inc.
- Charter, R. A. (2003). A breakdown of reliability coefficients by test type and reliability method, and the clinical implications of low reliability. *Journal of General Psychology*, 130(3), 290-304.  
<https://doi.org/10.1080/00221300309601160>
- Even, R. y Ball, D. L. (Eds.) (2009). *The professional education and development of teachers of mathematics – the 15th ICMI Study*. Nueva York: Springer.  
<https://doi.org/10.1007/978-0-387-09601-8>
- Giaconi, V., Perdomo-Díaz, J., Cerda, G. y Saadati, F. (2018). Prácticas docentes, autoeficacia y valor en relación con la resolución de problemas de matemáticas: diseño y validación de un cuestionario. *Enseñanza de las Ciencias*, 36(3), 99-120.  
<https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2351>
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132.
- Gómez, E. (2014). *Evaluación y desarrollo del conocimiento matemático para la enseñanza de la probabilidad en futuros profesores de educación primaria* (tesis doctoral). Universidad de Granada.
- Hattie, J. A. C. (2012). *Visible learning for teachers*. Londres: Routledge.  
<https://doi.org/10.4324/9780203181522>
- Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H. y Stigler, J. (2003). *Teaching mathematics in seven countries. Results from the TIMSS 1999 video study*. Washington: National Center for Education Statistics.  
<https://doi.org/10.1037/e610352011-003>
- Hill, H. C., Ball, D. L. y Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers topic specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Horizon Research, Inc. (2000). *Inside the classroom observation and analytic protocol*. San José, CA: Horizon Research, Inc.

- Ivars, P., Fernández, C. y Llinares, S. (2016). Descriptores del desarrollo de una mirada profesional sobre la enseñanza de las matemáticas en estudiantes para maestro. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 305-314). Málaga: SEIEM.
- Jaworski, B. (2008). Mathematics teacher educator learning and development. En B. Jaworski y T. Wood (Eds.), *The Mathematics Teacher Educator as a Developing Professional. Handbook of Mathematics Teacher Education* (vol. 4, pp. 1-13). Rotterdam: Sense Publishers.  
[https://doi.org/10.1163/9789087905521\\_002](https://doi.org/10.1163/9789087905521_002)
- Joe, J. N., McClellan, C. A. y Holtzman, S. L. (2015). Scoring Design Decisions: Reliability and the Length and Focus of Classroom Observations. En T. J. Kane, K. A. Kerr, y R. C. Pianta (Eds.), *Designing teacher evaluation systems. New guidance from the Measures of Effective Teaching Project* (pp. 415-443). San Francisco, CA: Jossey-Bass.  
<https://doi.org/10.1002/9781119210856.ch13>
- Learning Mathematics for Teaching Project (2011). Measuring the mathematical quality of instruction. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 25-47.  
<https://doi.org/10.1007/s10857-010-9140-1>
- Marder, M. y Walkington, C. (2015). Classroom observation and value-added models give complementary information about quality of mathematics teaching. En T. Kane, K. Kerr y R. Pianta (Eds.), *Designing teacher evaluation systems: New guidance from the Measuring Effective Teaching project* (pp. 234-277). Nueva York: Wiley.  
<https://doi.org/10.1002/9781119210856.ch8>
- Matsumura, L. C., Garnier, H. E., Pascal, J. y Valdés, R. (2002). Measuring instructional quality in accountability systems: Classroom assignments and students achievement. *Educational Assessment*, 8, 207-229.  
[https://doi.org/10.1207/s15326977ea0803\\_01](https://doi.org/10.1207/s15326977ea0803_01)
- MEC (2007). Orden ECI/2211/2007, del 20 de julio, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación Primaria. *Boletín Oficial del Estado*, 173, 31487-31566.
- MINEDUC (2012). *Bases Curriculares 2012: Educación Básica Matemática*. Santiago de Chile: Unidad de Currículum y Evaluación.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- NCTM (2014). *De los principios a la acción. Para garantizar el éxito matemático para todos*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Praetorius, A. K., Pauli, C., Reusser, K., Rakoczy, K. y Klieme, E. (2014). One lesson is all you need? Stability of instructional quality across lessons. *Learning and Instruction*, 31, 2-12.  
<https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2013.12.002>
- Rowland, T. Huckstep, P. y Thwaites, A. (2003). The knowledge quartet. En J. William (Ed.), *Proceedings of the British for Research into Learning Mathematics* (pp. 97-103). Birmingham: BSRLM.
- Sawada, D., Piburn, M. D., Judson, E., Turley, J., Falconer, K., Benford, R. y Bloom, I. (2002). Measuring reform practices in science and mathematics classrooms: The reformed teaching observation protocol. *School Science and Mathematics*, 102(6), 245-253.  
<https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2002.tb17883.x>
- Schlesinger, L. y Jentsch, A. (2016). Theoretical and methodological challenges in measuring instructional quality in mathematics education using classroom observations. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 48(1-2), 29-40.  
<https://doi.org/10.1007/s11858-016-0765-0>

- Schoenfeld, A. (2011). Reflections on Teacher Expertise. En Y. Li y G. Kaiser (Eds.), *Expertise in mathematics instruction* (pp. 327-341). Boston, MA: Springer.  
[https://doi.org/10.1007/978-1-4419-7707-6\\_15](https://doi.org/10.1007/978-1-4419-7707-6_15)
- Schoenfeld, A. H. (2013). Classroom observations in theory and practice. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 45(4), 607-621.  
<https://doi.org/10.1007/s11858-012-0483-1>
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.  
<https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>
- Tinsley, H. E. A. y Brown, S. D. (2000). *Handbook of applied multivariate statistics and mathematical modeling*. Nueva York: Academic Press.  
<https://doi.org/10.1016/b978-012691360-6/50002-1>
- Vásquez, C. (2014). *Evaluación de los conocimientos didáctico-matemáticos para la enseñanza de la probabilidad de los profesores de Educación Primaria en activo* (tesis doctoral). Universidad de Girona.
- Vásquez, C. (2015). Evaluación de los conocimientos didáctico-matemáticos para la enseñanza de la probabilidad de los profesores de educación primaria en activo. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(2), 255-256.  
<https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1715>
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2017). Aproximación al conocimiento común del contenido para enseñar probabilidad desde el modelo del conocimiento didáctico-matemático. *Revista Educación Matemática*, 29(3), 79-108.  
<https://doi.org/10.24844/em2903.03>
- Vásquez, C., Alsina, A., Pincheira, N., Gea, M. M. y Chandia, E. (2019). Una primera aproximación a la caracterización de un modelo para una enseñanza eficaz de la probabilidad a partir de las primeras edades. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Obtenido de [www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html](http://www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html)

## ANEXO 1 VERSIÓN FINAL DEL IOC-PROB

### a) Dimensión 1: tareas probabilísticas

A1. Gestión de recursos de enseñanza-aprendizaje: situaciones cotidianas, materiales manipulativos, juegos, experimentación, recursos tecnológicos, libros de texto, fichas, etc.			
<i>Bajo</i>	<i>Medio bajo</i>	<i>Medio alto</i>	<i>Alto</i>
Utiliza exclusivamente un recurso, sin gestionar adecuadamente el desarrollo del razonamiento probabilístico en sus estudiantes.	Utiliza al menos dos recursos, pero no gestiona adecuadamente el desarrollo del razonamiento probabilístico en sus estudiantes mediante su uso.	Utiliza al menos dos recursos, pero gestiona adecuadamente el desarrollo del razonamiento probabilístico en sus estudiantes con uno.	Utiliza al menos dos recursos y gestiona adecuadamente el desarrollo del razonamiento probabilístico en sus estudiantes mediante su uso.
A2. Contextos probabilísticos: social, personal, ocupacional, científico o relativo a la experimentación y juegos de azar			
<i>Bajo</i>	<i>Medio bajo</i>	<i>Medio alto</i>	<i>Alto</i>
Propone tareas probabilísticas desde contextos vinculados exclusivamente a la experimentación o los juegos de azar.	Propone tareas probabilísticas a partir de la experimentación y los juegos de azar principalmente, y anecdóticamente propone otros contextos cercanos al alumno.	Propone tareas probabilísticas desde diversos contextos probabilísticos cercanos al alumno, pero se centra en dos contextos diferentes.	Propone tareas probabilísticas desde contextos diversos y cercanos al alumno que, además de la experimentación y los juegos de azar, incluyen también contextos de tipo social, personal, ocupacional y científico.
A3. Reto cognitivo: coherencia entre los conocimientos previos y el nuevo contenido			
<i>Bajo</i>	<i>Medio bajo</i>	<i>Medio alto</i>	<i>Alto</i>
Propone tareas que no suponen un reto para los estudiantes, pues no facilitan que evoquen sus conocimientos previos para la construcción de nuevos aprendizajes vinculados al azar y la probabilidad.	Propone tareas que facilitan que los estudiantes evoquen y compartan sus conocimientos previos, pero no se vincula adecuadamente con los nuevos aprendizajes relativos al azar y la probabilidad.	Propone tareas que facilitan que los estudiantes evoquen y compartan sus conocimientos previos y los vincula adecuadamente con los nuevos aprendizajes relativos al azar y la probabilidad; aunque no propone tareas para valorar la reorganización de los nuevos conocimientos adquiridos.	Propone tareas que facilitan que los estudiantes evoquen y compartan sus conocimientos previos, los vincula con los nuevos aprendizajes relativos al azar y probabilidad; y propone tareas para valorar la reorganización de los nuevos conocimientos adquiridos.
A4. Procedimientos y estrategias: algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, etc.			
<i>Bajo</i>	<i>Medio bajo</i>	<i>Medio alto</i>	<i>Alto</i>
Propone tareas probabilísticas en las que aplica y/o adapta siempre el mismo procedimiento y/o estrategia para su resolución.	Propone tareas probabilísticas en las que aplica y/o adapta una variedad de procedimientos y/o estrategias de resolución apropiadas, pero no incentiva a los estudiantes a reflexionar sobre estas.	Propone tareas en las que es posible aplicar y/o adaptar una variedad de procedimientos y/o estrategias que utiliza para promover la reflexión sobre la resolución de tareas probabilísticas, pero no para decidir sobre cómo y cuándo usarlas.	Propone tareas en las que es posible aplicar y/o adaptar una variedad de procedimientos y/o estrategias para promover la reflexión sobre la resolución de tareas probabilísticas, así como para decidir sobre cómo y cuándo usarlas.
A5. Significados de la probabilidad: intuitivo, frecuencial, clásico, subjetivo y axiomático.			
<i>Bajo</i>	<i>Medio bajo</i>	<i>Medio alto</i>	<i>Alto</i>
Propone tareas probabilísticas para mostrar y explorar solo uno de los significados de la probabilidad.	Propone tareas probabilísticas para mostrar y explorar dos de los significados de la probabilidad, pero no promueve la reflexión en torno a ellos.	Propone tareas probabilísticas para mostrar, explorar, reflexionar y relacionar en torno a dos de los significados de la probabilidad.	Propone tareas probabilísticas para mostrar, explorar, reflexionar y relacionar al menos tres de los significados de la probabilidad.

**b) Dimensión 2: razonamiento probabilístico**

B1. Andamiaje: ayudas desde el punto de vista cognitivo (ejemplos, conexiones intra o interdisciplinares, etc.)			
<i>Bajo</i>	<i>Medio bajo</i>	<i>Medio alto</i>	<i>Alto</i>
Ofrece ayudas desde el punto de vista cognitivo, fundamentalmente mediante ejemplos, pero no indaga si contribuyen al desarrollo del razonamiento probabilístico en sus estudiantes.	Ofrece ayudas desde el punto de vista cognitivo (ejemplos, conexiones intra e interdisciplinares, generalizaciones, simulación, etc.), pero no indaga si contribuyen al desarrollo del razonamiento probabilístico en sus estudiantes.	Ofrece ayudas desde el punto de vista cognitivo, fundamentalmente mediante ejemplos, e indaga si contribuyen al desarrollo del razonamiento probabilístico en sus estudiantes.	Ofrece ayudas desde el punto de vista cognitivo (ejemplos, conexiones intra e interdisciplinares, generalizaciones, simulación, etc.), e indaga si contribuyen al desarrollo del razonamiento probabilístico en sus estudiantes.
B2. Argumentación probabilística: ejemplos y contraejemplos, generalizaciones, simulación de experimentos y/o razonamiento inductivo a partir de datos, etc.			
<i>Bajo</i>	<i>Medio bajo</i>	<i>Medio alto</i>	<i>Alto</i>
Promueve la argumentación probabilística únicamente mediante ejemplos y/o contraejemplos asociados al azar y la probabilidad.	Promueve la argumentación probabilística por medio de ejemplos y/o contraejemplos y generalizaciones asociados al azar y la probabilidad.	Promueve la argumentación probabilística por medio de ejemplos y/o contraejemplos, generalizaciones y simulación de experimentos asociados al azar y la probabilidad.	Promueve la argumentación probabilística utilizando ejemplos y/o contraejemplos, generalizaciones, simulación de experimentos y/o razonamiento inductivo a partir de datos.

**c) Dimensión 3: conexiones probabilísticas**

C1. Conexiones con otros contenidos matemáticos: geometría, aritmética, álgebra y/o medida			
<i>Bajo</i>	<i>Medio bajo</i>	<i>Medio alto</i>	<i>Alto</i>
Establece algunas relaciones entre conceptos y definiciones, pero no profundiza en las relaciones entre propiedades y procedimientos asociados al azar y la probabilidad.	Relaciona ideas, conceptos, definiciones y propiedades asociados al azar y la probabilidad, pero no con otros bloques de contenidos.	Relaciona ideas, conceptos, definiciones, propiedades y procedimientos asociados al azar y la probabilidad y, de modo anecdótico, con algunos bloques de contenidos (geometría, aritmética y medida), pero sin profundizar en estas últimas relaciones.	Relaciona ideas, conceptos, definiciones, propiedades y procedimientos asociados al azar y la probabilidad, así como con otros bloques de contenidos (geometría, aritmética y medida).
C2. Conexiones con niveles de escolaridad anteriores y/o posteriores			
<i>Bajo</i>	<i>Medio bajo</i>	<i>Medio alto</i>	<i>Alto</i>
Conecta solo conceptos o definiciones asociados al azar y la probabilidad, desarrollados en temas de niveles anteriores, pero no conecta con propiedades o procedimientos.	Conecta conceptos, definiciones, propiedades y procedimientos asociados al azar y la probabilidad con temas de niveles anteriores, pero no con temas de niveles posteriores.	Conecta conceptos, definiciones, propiedades y procedimientos asociados al azar y a la probabilidad con temas de niveles anteriores, y de modo anecdótico o superficial con temas de niveles posteriores.	Conecta conceptos, definiciones, propiedades y procedimientos asociados al azar y a la probabilidad con temas de niveles anteriores y posteriores.

**d) Dimensión 4: comunicación probabilística**

D1. Comunicación: interacción, negociación y diálogo en torno a las ideas, conjeturas, explicaciones y argumentos de los estudiantes			
<i>Bajo</i>	<i>Medio bajo</i>	<i>Medio alto</i>	<i>Alto</i>
Incita a los estudiantes a escuchar y comunicar a otros sus ideas, conjeturas, explicaciones y argumentos con coherencia y claridad, pero no se vinculan al azar y la probabilidad.	Incita a los estudiantes a escuchar y comunicar a otros sus ideas, conjeturas, explicaciones y argumentos con coherencia y claridad, especialmente vinculados al azar y la probabilidad, pero no promueve la negociación y reflexión entre los estudiantes.	Incita a los estudiantes a escuchar y comunicar a otros sus ideas, conjeturas, explicaciones y argumentos con coherencia y claridad, para reflexionar y organizar sus conocimientos vinculados al azar y la probabilidad, pero no indaga si la comunicación ha desarrollado el razonamiento probabilístico en sus estudiantes.	Incita a los estudiantes a escuchar y comunicar a otros sus ideas, conjeturas, explicaciones y argumentos con coherencia y claridad, para reflexionar y organizar sus conocimientos vinculados al azar y probabilidad, e indaga si la comunicación ha desarrollado el razonamiento probabilístico en sus estudiantes.
D2. Contribuciones de los estudiantes: preguntas, explicaciones, ideas incorrectas, ideas incompletas, ideas correctas, etc.			
<i>Bajo</i>	<i>Medio bajo</i>	<i>Medio alto</i>	<i>Alto</i>
Incorpora las contribuciones de los estudiantes a la clase, pero estas no se asocian al conocimiento del azar y la probabilidad.	Incorpora las contribuciones de los estudiantes a la clase, vinculándolas al conocimiento del azar y la probabilidad, pero sin promover su discusión y reflexión.	Incorpora las contribuciones de los estudiantes a la clase, vinculándolas al conocimiento del azar y la probabilidad, pero no indaga si la comunicación ha desarrollado el razonamiento probabilístico en sus estudiantes.	Incorpora las contribuciones de los estudiantes a la clase, vinculándolas al conocimiento del azar y la probabilidad, e indaga si la comunicación ha desarrollado el razonamiento probabilístico en sus estudiantes.

**e) Dimensión 5: Lenguaje Probabilístico**

E1. Lenguaje verbal: términos y expresiones verbales vinculados con la escala cualitativa de posibilidades de ocurrencia de un suceso			
<i>Bajo</i>	<i>Medio bajo</i>	<i>Medio alto</i>	<i>Alto</i>
Promueve una diversidad de términos y expresiones verbales, con el mismo significado o significados muy próximos tanto en el contexto probabilístico como en el cotidiano, pero no son adecuados al nivel ni valora si los estudiantes relacionan la diversidad de lenguaje verbal.	Promueve una diversidad de términos y expresiones verbales adecuadas al nivel, que tienen el mismo significado o significados muy próximos tanto en el contexto probabilístico como en el cotidiano, y valora si los estudiantes relacionan la diversidad de lenguaje verbal.	Promueve una diversidad de términos y expresiones verbales adecuadas al nivel, que se utilizan tanto en el contexto probabilístico como en el cotidiano, pero no siempre con igual significado en ambos contextos, y además valora si los estudiantes relacionan la diversidad de lenguaje verbal.	Promueve una diversidad de términos y expresiones verbales adecuadas al nivel, que se utilizan tanto en el contexto probabilístico como en el cotidiano, y valora si los estudiantes relacionan la diversidad de lenguaje verbal.
E2. Lenguaje numérico: representaciones cuantitativas asociadas a la cuantificación de la posibilidad de ocurrencia de un suceso			
<i>Bajo</i>	<i>Medio bajo</i>	<i>Medio alto</i>	<i>Alto</i>
Promueve una única representación numérica asociada a la cuantificación de la posibilidad de ocurrencia de un determinado suceso y/o a la comparación de probabilidades.	Promueve el uso de dos representaciones numéricas asociadas a la cuantificación de la posibilidad de ocurrencia de un determinado suceso y/o a la comparación de probabilidades, pero no las relaciona.	Promueve el uso de más de dos representaciones numéricas asociadas a la cuantificación de la posibilidad de ocurrencia de un determinado suceso y/o a la comparación de probabilidades, pero no las relaciona.	Promueve el uso de al menos dos representaciones numéricas asociadas a la cuantificación de la posibilidad de ocurrencia de un determinado suceso y/o a la comparación de probabilidades y las relaciona.



## Construcción y validación de un instrumento de observación de clases de probabilidad

E3. Lenguaje simbólico: símbolos para comunicar información relacionada con la probabilidad de ocurrencia de un suceso, así como para facilitar cálculos en operaciones algebraicas			
<i>Bajo</i>	<i>Medio bajo</i>	<i>Medio alto</i>	<i>Alto</i>
Promueve la relación entre representaciones numéricas, icónicas o gestuales asociadas a la probabilidad de un determinado suceso y/o a la comparación de probabilidades, pero no promueve el uso de símbolos en clase.	Promueve el lenguaje simbólico asociado a la probabilidad de un determinado suceso y/o a la comparación de probabilidades, pero no se opera con símbolos.	Promueve el lenguaje simbólico asociado a la probabilidad de un determinado suceso y/o a la comparación de probabilidades, opera con símbolos, pero no caracteriza con ellos propiedades relativas al razonamiento probabilístico.	Promueve el lenguaje simbólico asociado a la probabilidad de un determinado suceso y/o a la comparación de probabilidades, opera con símbolos y caracteriza propiedades con ellos que potencian el desarrollo de procesos de generalización relativos al razonamiento probabilístico.
E4. Lenguaje tabular: distintos tipos de tablas para la representación de datos			
<i>Bajo</i>	<i>Medio bajo</i>	<i>Medio alto</i>	<i>Alto</i>
Promueve el lenguaje tabular para representar datos, pero no los relaciona con la probabilidad/posibilidad de ocurrencia de un determinado suceso y/o con la comparación de probabilidades.	Promueve el lenguaje tabular para representar datos, que relaciona con la probabilidad/posibilidad de ocurrencia de un determinado suceso y/o con la comparación de probabilidades, pero no valora si los estudiantes comprenden dicha relación.	Promueve el lenguaje tabular para representar datos, que relaciona con la probabilidad/posibilidad de ocurrencia de un determinado suceso y/o con la comparación de probabilidades, y valora si los estudiantes comprenden dicha relación solo en el caso de la representación tabular de una única variable estadística.	Promueve el lenguaje tabular para representar datos, que relaciona con la probabilidad/posibilidad de ocurrencia de un determinado suceso y/o con la comparación de probabilidades, y valora si los estudiantes comprenden dicha relación para la representación tabular de una o más variables estadísticas.
E5. Lenguaje gráfico: representaciones gráficas			
<i>Bajo</i>	<i>Medio bajo</i>	<i>Medio alto</i>	<i>Alto</i>
Promueve el lenguaje gráfico para representar datos, pero no lo relaciona con la probabilidad/posibilidad de ocurrencia de un determinado suceso y/o con la comparación de probabilidades.	Promueve el lenguaje gráfico para representar datos, que relaciona con la probabilidad/posibilidad de ocurrencia de un determinado suceso y/o con la comparación de probabilidades, pero no valora si los estudiantes comprenden dicha relación.	Promueve el lenguaje gráfico para representar datos, que relaciona con la probabilidad/posibilidad de ocurrencia de un determinado suceso y/o con la comparación de probabilidades, y valora si los estudiantes comprenden dicha relación solo en el caso de una única representación gráfica.	Promueve el lenguaje gráfico para representar datos, que relaciona con la probabilidad/posibilidad de ocurrencia de un determinado suceso y/o con la comparación de probabilidades, y valora si los estudiantes comprenden dicha relación para más de una representación gráfica.
E6. Tránsito entre los distintos tipos de lenguaje			
<i>Bajo</i>	<i>Medio bajo</i>	<i>Medio alto</i>	<i>Alto</i>
Promueve el uso de distintos tipos de lenguaje probabilístico, pero no promueve la conexión y el tránsito entre ellos.	Promueve el uso de distintos tipos de lenguaje probabilístico, pero solo conecta y transita entre dos de ellos.	Promueve el uso de distintos tipos de lenguaje probabilístico, pero solo conecta y transita entre tres de ellos.	Promueve el uso de distintos tipos de lenguaje probabilístico, conectando y transitando entre, al menos, tres de ellos.

### Check list de aspectos complementarios que se deben observar

Recursos utilizados para la enseñanza de la probabilidad		B) Organización de la clase para la enseñanza de la probabilidad
Dados Bolas de colores Monedas Chinchetas <i>Software</i> Libro de texto Situaciones de la vida cotidiana Otro, indicar:_____	Juegos Experimentación Recursos tecnológicos Pizarrón Power Point Vídeos Guías	Trabajo individual Trabajo en parejas Trabajo en grupo Clase expositiva Otro, indicar:_____

---

# Construction and validation of a probability class observation tool

Claudia Alejandra Vásquez Ortiz  
Pontificia Universidad Católica de Chile  
Departamento de Didáctica  
de la Matemática. Villarrica. Chile  
cavasque@uc.cl

María Magdalena Gea Serrano  
Universidad de Granada. Facultad  
de Ciencias de la Educación.  
Granada. España  
mmgea@ugr.es

Ángel Alsina i Pastells  
Universidad de Girona. Facultad  
de Educación y Psicología.  
Girona. España  
angel.alsina@udg.edu

Eugenio Chandía Muñoz  
Universidad de Concepción. Facultad  
de Educación. Concepción. Chile  
echandia@udec.cl

Nataly Goreti Pincheira Hauck  
Pontificia Universidad Católica de  
Chile. Departamento de Didáctica  
de la Matemática. Villarrica. Chile  
npincheirah@uc.cl

Probability has been frequently introduced into the school curriculum in several countries (NCTM, 2000; MEC, 2007; MINEDUC, 2012). It is therefore necessary to pay special attention to the practical and pedagogical problems that are associated with its inclusion in the academic curriculum (Batanero, Chernoff, Engel, Lee y Sanchez, 2016). In the end, the success of its implementation will depend on the knowledge of teachers and their formation, consisting in applying such knowledge to the class (Hattie, 2012). In this sense, there is an increase in studies that focus on teachers and their teaching practices, in order to analyze the knowledge that they bring into play when teaching mathematics and, therefore, to gain a better understanding of the characteristics and nature of this knowledge.

This study is carried out in such context and its purpose is to analyze those elements that characterize mathematical knowledge when teaching probability and how, at the same time, this knowledge is manifested in the teaching practices of primary education teachers. Although there are tools that make it possible for them to access the nature of the mathematical content put into play during teaching, there are no specific tools for this subject (probability) and for this level (primary education).

To advance in this line, this article presents the construction and validation of an observation tool in lectures upon probability in primary education. To this end, five dimensions are considered (probabilistic tasks, probabilistic reasoning, probabilistic connections, probabilistic communication and probabilistic language), focusing on the action of teachers when using probability knowledge as proposed by Vásquez, Alsina, Pincheira, Gea and Chandía (2019).

The process of construction and validation of the tool involved an iterative process that covered four phases (bibliographic review and systematic analysis of instruments for observing classes in the mathematics classroom in general and probability classes in particular; construction of the initial version; validation of the instrument; adjustments and construction of the final version).

It should be noted that the initial version underwent a validation process, which considered the validity of content through the judgement of ten experts. Once the information was collected, the assessments obtained from these judges were analyzed. Firstly, a descriptive analysis was made of the values assigned to the components in each dimension, in terms of sufficiency, clarity, coherence and relevance; and subsequently, the same analysis was made of the ratings obtained from the judges at the levels of each component. These analyses were completed with an inferential study, respectively, where we highlight the results obtained through the use of the Aiken index. Thus, the suitability of the levels and components used to measure each dimension was operationalized and synthesized, generating a consensus on those aspects that might be initially poorly defined.

In addition, a pilot application was carried out in order to obtain a first indication of its reliability, as well as its applicability. For the pilot application of the tool, 12 videos of probability classes were considered. The process of piloting the tool allowed a qualitative analysis of its implementation, observing and collecting important aspects for the improvement of the tool, such as writing and clarity.

Finally, having a specific tool to analyze the mathematical knowledge of primary school teachers when teaching probability is an advance over previous tools that allow access to the nature of mathematical content put into play during teaching, since it makes a much better understanding of what happens within the classroom possible and, consequently, it allows teachers to design specific intervention plans that contribute to their professional development, that is, that provide with specific help to improve their probability teaching practices, in the sense described by Jaworski (2008) and Schoenfeld (2011).

