

# Problemas

Editor:  
*Jorge Nuno Silva*

---

## Notas sobre o Problema anterior e *Erdős Latino*

Jorge Nuno Silva

Os leitores são convidados a enviar, para eventual publicação, soluções, comentários, propostas de problemas, etc. Essa correspondência deve ser enviada para a SPM, ao cuidado do editor desta secção. Há livros da Gradiva para sortear entre as soluções recebidas em cada número.

Relembremos o problema do número anterior.

### *Um problema de pesagens*

Há cem bolas, numeradas de 1 a 100, mas iguais em tudo o resto.

Há um grupo de pessoas que sabem que uma ou duas bolas são falsas.

Sabem também que as falsas pesam menos do que as outras (e que todas as falsas têm o mesmo peso).

Há uma balança de pratos.

Há uma pessoa, seja ela o Viriato, que sabe que há exactamente duas bolas falsas (e sabe quais são).

O Viriato pode usar a balança o número de vezes que quiser. A sua tarefa consiste em comunicar às outras pessoas, através das pesagens, que há exactamente duas bolas falsas.

Restrição: no processo, o Viriato não pode comunicar a natureza de nenhuma bola aos seus amigos (isto é, eles não podem ficar a saber, com 100% de certeza, se uma dada bola é falsa ou verdadeira).

Este problema é de fácil resolução. O Viriato coloca 50 bolas em cada prato, tendo o cuidado de colocar as duas bolas falsas em pratos distintos. A balança equilibrará. Ora se existisse somente uma falsa não se teria equilíbrio, pelo que se conclui que há duas bolas falsas. A restrição foi cumprida: ninguém sabe, com certeza absoluta, a natureza de nenhuma bola particular.

O problema que propomos agora é o de considerar a situação em que todos sabem que das cem bolas há duas ou três falsas (com os mesmo peso), sendo que o Viriato sabe que na realidade são três (e sabe quais são).

O número de pesagens permitidas é ilimitado, mas finito.

Como deve proceder o Viriato para “dizer” aos seus amigos que há três bolas falsas, sem revelar a natureza de nenhuma delas?

Este problema, que nos foi apresentado por Tanya Khovanova, pode ser resolvido da forma seguinte<sup>1</sup>.

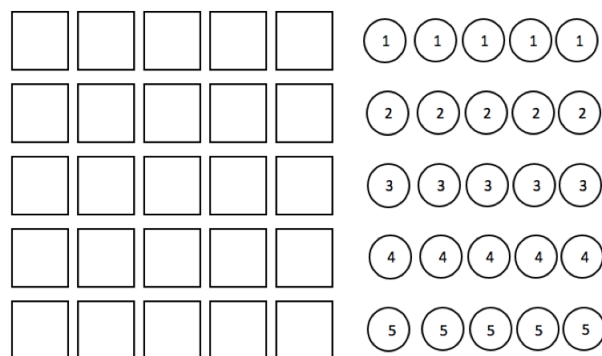
Viriato deve separar três conjuntos de 32 bolas, cada um com uma bola falsa. Usando a balança duas vezes ele mostra que os três têm o mesmo peso. Retira agora as falsas e uma legítima qualquer, substituindo-as pelas quatro que tinham ficado fora dos três conjuntos. Novamente, Viriato obtém equilíbrio em duas pesagens. Esta situação não poderia suceder se existissem somente duas bolas falsas.

---

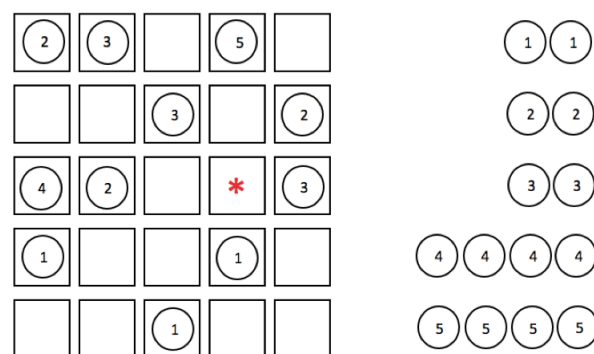
<sup>1</sup>Para referências consultar o blog <http://blog.tanyakhovanova.com/>

### *Erdős Latino*

Neste jogo cada jogada consiste em colocar um disco com um número num quadrado livre, desde que tal movimento não origine nenhuma repetição em nenhuma linha ou coluna (regras do *quadrado latino*).



Por exemplo



Na casa marcada não se pode introduzir nenhum número

Dois jogadores alternam. O primeiro que, na sua vez, não conseguir jogar pro não ter nenhum lance legal ao seu dispor, perde.

Pode acontecer que o tabuleiro fique completamente preenchido com peças. Neste caso o vencedor é o jogador que tiver conquistado mais colunas.

Uma coluna é conquistada pelo jogador que, na sua vez, primeiro consegue uma sequência crescente de comprimento 3 nessa coluna. Crescente, neste contexto, significa que os números crescem de si para o adversário.

Exemplo:

<b>B</b>
4
2
3
*
*
<b>A</b>

Se o jogador A colocar um 1 numa das casas marcadas com asteriscos, ganhará esta coluna (seqüência 1-3-4); se o jogador B colocar o 5 num desses quadrados, ganhará ele a coluna (seqüência 2-3-5).

Pode acontecer uma coluna conter seqüências crescentes de comprimento 3 para ambos os jogadores, como neste exemplo (1-2-4, 2-3-5):

4
2
3
1
5

Portanto, é importante saber quem o fez primeiro, conquistando a coluna.

Este jogo pode ser praticado em três níveis:

I (Principiante) — As peças baralham-se e cada jogador deve tirar uma à sorte em cada turno.

II (Iniciado) — As peças mostram sempre as suas faces e cada jogador, quando lhe toca a vez, escolhe livremente qual jogar.

III (Misto) — As peças baralham-se no início e distribuem-se 12-13 entre os jogadores. O que recebeu 13 começa.

Dois problemas para os leitores:

1. Mostre que, na versão II, o primeiro jogador pode escolher uma estratégia que lhe permite nunca ficar sem lance legal.
2. Mostre que este jogo, em qualquer das suas versões, nunca pode terminar empatado.