

中图分类号: TN821.8

文献标志码: A

文章编号: 1674-2230(2018)01-0054-06

# 基于改进的迭代 FFT 的平面稀疏阵列综合方法

张正鸿<sup>1</sup>, 罗阡珂<sup>2</sup>, 刘颜回<sup>2</sup>

(1. 电子信息控制重点实验室, 成都 610036; 2. 厦门大学电子科学与技术学院, 厦门 361005)

**摘要:** 针对在原有迭代 FFT 稀疏阵列综合方法中, 其迭代过程容易陷于死循环而必须通过多次重新随机初始化的问题, 提出一种改进的迭代 FFT 稀疏阵列综合方法。该方法具有两层循环迭代, 即在原有的迭代 FFT 方法基础上, 增加了内层循环迭代, 使得阵因子在满足副瓣约束之后再行激励大小排序并进行阵列稀疏处理, 避免了原有迭代 FFT 方法容易陷于局部死循环的问题。仿真结果表明, 改进的方法比原有的迭代 FFT 方法可以获得具有更低副瓣电平的平面稀疏薄阵综合结果。

**关键词:** 迭代快速傅里叶变换; 相控阵天线; 稀疏薄阵; 副瓣电平

DOI: 10.3969/j.issn.1674-2230.2018.01.011

## An Improved Iterative FFT Synthesis Method for Planar Thinned Arrays

ZHANG Zheng-hong<sup>1</sup>, LUO Qian-ke<sup>2</sup>, LIU Yan-hui<sup>2</sup>

(1. Science and Technology on Electronic Information Control Laboratory, Chengdu 610036, China;

2. College of Electronic Science and Technology, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

**Abstract:** In the original iterative FFT array thinning synthesis, the whole iterative process is easy to be trapped in a dead loop. Consequently this thinning array method has to reckon on a large number of repeated random initializations. To overcome this problem, in this paper an improved iterative FFT synthesis method is proposed for large-scale planar thinned arrays. The proposed method has two layers of iterations: the outer and inner layer iterations, and the additional inner layer iteration is used to make the array factor satisfied within the specified sidelobe level requirement with significant adjustment of element excitations before the thinning array processing is performed. The possibility of being trapped is reduced in a dead loop. Simulation results show that the improved method can obtain a sparse planar array with the sidelobe level much lower than the one obtained by the original iterative FFT method.

**Key words:** iterative FFT; phased array antenna; thinned array; sidelobe level

## 1 引言

现代战争对新型作战平台提出了电子战、雷达、通信、CNI 多功能综合一体化应用要求, 要求电子信息装备具备多功能下的超宽带、高增益、低副瓣系统能力。为了满足上述能力要求, 在工程上通常会设计一个大的阵列孔径来满足高增益的

应用需求, 并通过阵列孔径的灵活配置或重构来满足多功能应用需求。但是较大的阵列孔径会导致系统成本高, 直接合成存在副瓣高的缺点。因此, 对阵列进行稀疏化低副瓣设计就成为了阵列综合优化设计的一种重要内容。与相同口径的满阵相比, 稀疏阵列虽然具有一定的增益损失, 但其

收稿日期: 2017-10-10; 修回日期: 2017-11-07

作者简介: 张正鸿(1974—), 男, 研究员; 罗阡珂(1993—), 男, 硕士研究生, 研究方向为阵列天线技术; 刘颜回(1983—), 男, 博士, 教授, 研究方向为阵列天线理论与技术、电磁散射与成像。

优点是显而易见的,主要有三:一是在获得近似满阵的波束宽度的基础上可以减少阵元数目,从而降低阵列系统的成本和重量;二是稀疏部分平均间距增加,可以减少阵列互耦的影响,并减轻阵列系统的散热复杂度问题;三是相比于满阵时的等幅激励,稀疏阵列可以获得更低的副瓣电平。基于上述特点,阵列稀疏对解决大型多功能阵列的低副瓣、高性价比综合设计具有重要的意义。

关于稀疏阵列的综合及优化,国内外已有较多学者提出了许多不同的方法。主要包括:1) 各种解析的不等间隔阵列方法<sup>[1-3]</sup>,这些方法采用解析公式计算阵元位置,计算效率极高,但一般难以有效地控制所得阵列的副瓣分布;2) 随机优化类算法,如遗传算法<sup>[4-6]</sup>、粒子群算法<sup>[7]</sup>、模拟退火算法<sup>[8]</sup>、布尔代数差分进化算法<sup>[9]</sup>、杂草入侵算法<sup>[10]</sup>,这些方法采用了不同的群体智能策略,通过群体的不断智能进化,寻求最优的阵元位置分布。其主要缺点是优化效率低,难以适用于大规模阵列情况(如1000元以上平面阵列);3) 迭代凸优化的技术<sup>[11-13]</sup>,这些技术采用迭代加权L1范数优化来获得稀疏阵列分布,并通过在预先设定的离散空间角度设置约束条件来控制阵列副瓣,但也不适合需要大量角度空间采样的大型平面阵列情况。当考虑规则线性或平面阵列时,Keizer提出一种基于迭代快速傅里叶变换的低副瓣稀疏综合方法<sup>[14,15]</sup>。该方法的基本思想是采用修正的交替投影策略,在交替投影过程中利用了规则阵列方向图与离散傅里叶变换之间的关系,从而可以采用FFT来加速稀疏阵列综合。相比于其他优化方法,迭代FFT方法具有明显的计算优势。然而,该方法在每一次阵因子反推得到新激励之后,便对新的激励分布进行排序,基于预先设定的稀疏度挑选较大激励所对应的阵元位置并设置为1,其他位置设置为0。由于一次迭代往往不足以对激励排序造成明显变化,导致稀疏阵列的位置布局没有发生明显改变,从而使得这种迭代容易限于重复结果而无法跳出,最终只能通过重置随机初始值来进入新的迭代。因此,Keizer的迭代FFT方法过度依赖于初始随机数选择,导致难以实现最优的低副瓣综合设计。之后,文献[16-18]等进一步发展了迭代FFT综合方法,但也没有针对迭代FFT方法过度依赖初始随机化的问题进行改进。

本文针对上述迭代FFT方法所存在的问题,提出一种内外两层的迭代FFT方法。在内层迭代中,根据预先设定的方向图副瓣要求和给定的阵元位置选择,通过迭代FFT获得满足副瓣约束的阵元激励分布;在外层迭代中,对内层迭代的激励做稀疏处理,得到新的稀疏阵列位置布局,然后判断是否满足副瓣要求,若不满足则进入内层进行迭代。按此进行两层嵌套迭代,直至获得要求的副瓣约束条件及稀疏率,或者达到总的迭代次数为止。将该方法用于对大角度扫描的平面侧射多功能阵列进行稀疏综合仿真,结果表明,在相同口径的情况下,该方法可以获得比原来的迭代FFT方法更低的副瓣电平和更好的稀疏率。

## 2 基于迭代FFT的平面稀疏薄阵综合原理及算法流程

对于间距为 $d$ 的 $M$ 行 $N$ 列的阵列,阵元布局在均匀的矩形栅格平面上,其阵因子可写作:

$$AF(u, v) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} A_{mn} e^{i\beta d(mu+nv)} = AF(\theta, \phi) \tag{1}$$

其中, $A_{mn}$ 指阵元 $(m, n)$ 的复激励, $\beta$ 为波数 $(2\pi/\lambda)$ , $\lambda$ 为波长, $u = \sin(\theta) \cos(\phi)$ 和 $v = \sin(\theta) \cdot \sin(\phi)$ 为方向余弦, $\theta, \phi$ 是球坐标下的观测角。由式(1)可知,平面阵列的阵元激励 $A_{mn}$ 和阵因子 $AF(u, v)$ 之间存在离散的二维逆傅里叶变换(two-dimensional inverse fast Fourier transform, 2-D IFFT)关系。如果对阵因子 $AF(u, v)$ 运用二维快速傅里叶变换(2-D FFT),则可以得到阵元激励 $A_{mn}$ 。

为了应用迭代FFT方法,通常选择规则阵列进行稀疏抽取,将一些辐射的单元关闭或者移除,其余单元激励统一幅度。其中能够辐射(状态为开)的阵元数目 $T$ 是由 $T = \text{round}(f \times M_{\text{all}})$ 决定, $f$ 为填充因子,代表了状态为开的阵元占满阵时的阵元数目的比例, $M_{\text{all}}$ 为在孔径位置上的阵元总数。对于副瓣约束阈值为SLLT的平面稀疏阵列综合问题,Keizer在文献[14]中提出了一种迭代傅里叶变换的算法,其具体流程如下:

- (1) 随机初始化阵元激励 $A_{mn}$ ,对 $M_{\text{all}}$ 个阵元依照填充因子 $f$ 设定1或0;
- (2) 对阵列激励 $A_{mn}$ 使用 $K \times K$ 点的2-D IF-

FT, 得到阵因子  $AF(u, v)$ ;

(3) 将副瓣区域幅值大于 SLLT(副瓣电平阈值) 的点数用 SSLL(预定的副瓣电平值) 替代,  $AF(u, v)$  旁瓣区域的其他点值和主瓣区域保持不变, 得到修正后的方向图  $\widehat{AF}$ ;

(4) 对  $\widehat{AF}$  使用  $K \times K$  点 2-D FFT, 得到新的一组激励  $\bar{A}_{mn}$ ;

(5) 保留  $\bar{A}_{mn}$  的  $K \times K$  个采样点中与阵列栅格结构相符的前  $M \times N$  个点的值;

(6) 考虑到阵列孔径可能是非矩形形状的情况, 对位于孔径以外的  $\bar{A}_{mn}$  中的  $(M \times N - M_{all})$  个采样点置零;

(7) 根据填充因子  $f$ , 对激励幅值中较大的前  $T$  个阵元的激励置 1, 其余阵元的激励置 0, 得到新的阵列布局;

(8) 对比上一次迭代时的阵列布局, 如果两次布局没有变化, 则退出本次循环进入初始化步骤(1), 否则进入步骤(9);

(9) 重复步骤(2)至(8)直到新的阵列布局能够满足副瓣阈值或者循环次数达到上限为止, 结束整个综合流程。

在以上的迭代傅立叶变换综合法中, 在每一次阵因子反推得到新激励之后, 便对新的激励分布进行排序并挑选前  $T$  个最大的激励所对应的阵元位置。由于一次迭代往往不足以对激励分布造成明显的变化, 因此, 新的激励中前  $T$  个激励的位置常常并没有发生改变, 导致阵列布局没有发生改变。这样将导致这种迭代限于重复结果而无法跳出, 只能通过重置随机初始值来进入新的迭代。因此, 该方法过度依赖于初始随机数选择, 难以实现最优综合, 导致阵列难以达到较低的副瓣电平。

### 3 改进的迭代 FFT 平面稀疏阵列综合算法

为了解决 Keizer 的迭代 FFT 方法难以实现最优综合, 难以达到低副瓣电平的问题, 本文提出一种改进的迭代 FFT 稀疏阵列综合方法。其基本思想是引入两层循环的概念, 在激励改变较大(即满足副瓣约束条件)之后, 再对激励排序, 重置阵列布局, 如此可以大大降低激励幅度改变而激励大小顺序没变的可能, 从而使得阵列布局不

断地优化, 提高综合最优速度, 实现阵列较低副瓣电平综合实现。

其主要算法的流程如下:

(1) 对  $M_{all}$  个阵元在  $[0 - 1]$  范围内随机设置初始激励;

(2) 根据填充因子  $f$ , 对激励幅值中较大的前  $T$  个阵元的激励置为 1, 其余阵元的激励置为 0;

(3) 对阵列激励  $A_{mn}$  使用  $K \times K$  点的 2-D IFFT, 得到阵因子  $AF$ ;

(4) 确定方向图  $AF$  的副瓣区域, 将幅度值大于 SLLT 的副瓣区域的值用 SSLL(设定的副瓣电平值) 替代,  $AF$  旁瓣区域的其他点值和主瓣区域保持不变, 得到修正后的方向图  $\widehat{AF}$ ;

(5) 对  $\widehat{AF}$  使用  $K \times K$  点 2-D FFT, 得到新的一组激励  $\bar{A}_{mn}$ , 并保留在  $K \times K$  个采样点中与阵列栅格结构相符的前  $M \times N$  个点的值;

(6) 考虑到阵列孔径是非矩形形状的情况, 对位于孔径以外的  $\bar{A}_{mn}$  中的  $(M \times N - M_{all})$  个采样点置零;

(7) 重复步骤(3)至(6), 当新的激励所对应的  $AF$  满足副瓣阈值 SLLT, 或者内层循环的次数达到上限则终止内层循环, 进入步骤(8);

(8) 根据填充因子  $f$ , 对激励幅值中较大的前  $T$  个阵元的激励置为 1, 其余阵元的激励置为 0, 得到新的阵列布局;

(9) 对比上一次外层循环时的阵列布局, 如果两次阵列布局没有变化则退出本次外层循环, 进入初始化步骤(1), 否则进入步骤(10);

(10) 重复步骤(3)至(9)直到新的阵列布局能够满足副瓣阈值或者外层循环次数达到上限则终止整个综合过程。

以上稀疏阵列综合流程其外层循环中包含着内层循环, 而内层循环和迭代 FFT 低副瓣综合方法的步骤是一样的, 即步骤(3)到步骤(7), 阵元激励采用幅相同时优化, 直到新的激励能够满足预设的副瓣电平约束(或迭代次数达到上限), 则退出内层循环, 此时再对新的激励幅度由大到小排序, 形成新的阵列布局。然后将新的阵列布局与前一次外层循环的阵列布局相比较, 如果两次阵列布局不同, 则进入新阵列布局基础上的内循环; 如果两次阵列布局相同, 则需要重新随机初始化。仅当新的阵列布局能够满足副瓣阈值或者外

层循环次数达到上限时,终止整个综合过程。

本方法的阵列综合原理是基于激励改变较大原则进行阵列重置布局,降低了激励幅度改变而激励大小顺序不变的可能,从而加速阵列布局不断地优化,避免了原有迭代FFT方法容易陷于局部死循环的问题,实现阵列较低副瓣电平综合实现。

#### 4 平面阵列稀疏综合仿真试验

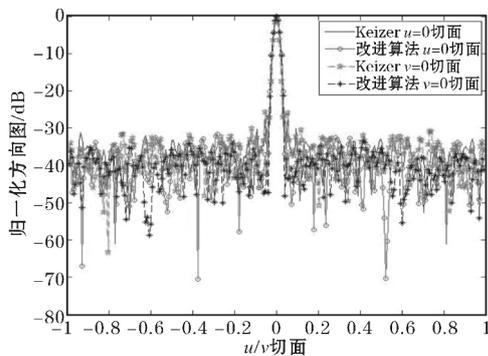
为了验证改进的迭代FFT平面稀疏阵列综合方法的有效性和性能,这里通过仿真计算来实现该算法与Keizer方法的对比。对宽频段阵列的稀疏优化,选择频段内频率波长为 $\lambda$ 的较高频率来构建正方形阵列,阵列间距为 $0.5\lambda$ ,阵列长和宽为 $50\lambda$ ,则FFT计算的阵列网格为 $101 \times 101$ 元,即 $M = 101, N = 101$ ,其中,圆形口径内所占的网格数目为:

$$M_{all} \approx \frac{\pi(25\lambda)^2}{(50\lambda) \times (50\lambda)} \cdot (M \times N) = 0.785 \times 10201 \approx 8012$$

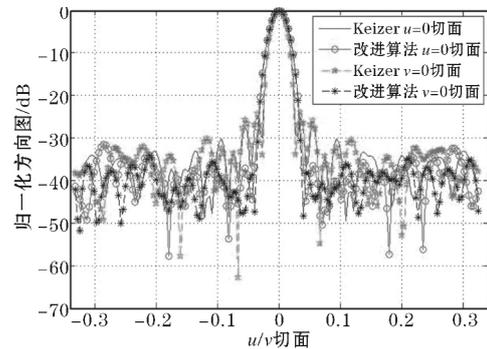
假定在圆形口径内填充因子 $f = 0.3$ ,则阵列中状态为开的阵元数目 $T = f \cdot M_{all} \approx 2404$ 。假定方向图采样参数 $K$ 取1024,随机初始激励试验次数的上限取为50。整个综合过程都是在 $u-v$ 面上进行,并且考虑各向同性单元的远场方向图阵因子。

设定SLLT为 $-35\text{dB}$ ,SSL为 $-60\text{dB}$ ,即副瓣高于 $-35\text{dB}$ 的区域用 $-60\text{dB}$ 来替换。仿真结果如下。

图1为由最优阵元布局求解的 $u/v$ 切面远场方向图,可以看出,改进方法可以获得更低的副瓣电平。



(a)  $u/v$  切面



(b)  $u/v$  切面局部放大

图1 圆形平面稀疏阵的U/V切面方向图

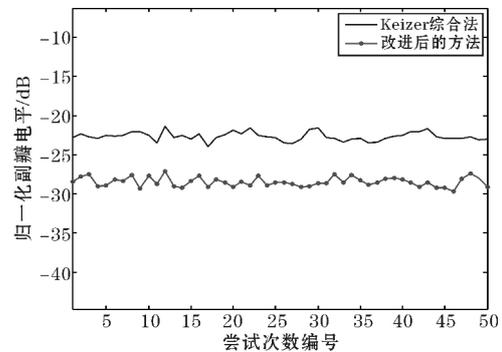
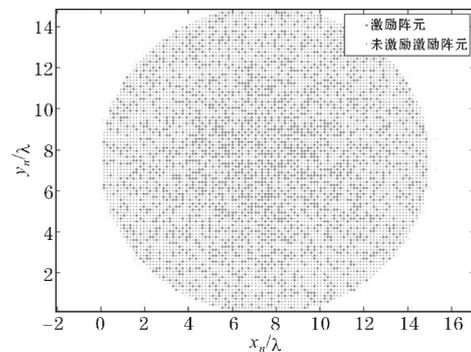


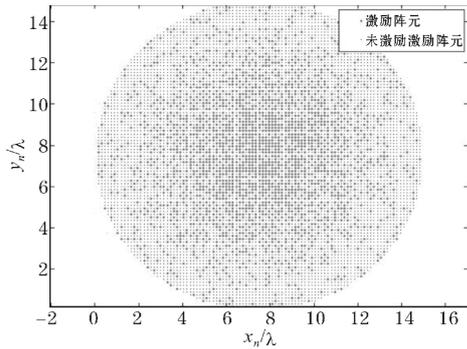
图2 两种方法副瓣电平曲线图

图2为两种方法综合后的副瓣电平综合结果。Keizer方法在阵列布局优化结束后的副瓣电平为 $-23.96\text{dB}$ ;而本文的改进的迭代FFT方法在阵列布局优化后的副瓣电平为 $-29.87\text{dB}$ ,与前者相比,大约有 $6\text{dB}$ 的副瓣电平改善。

图3为两种方法综合优化后的阵列布局,可以看出,改进方法可以获得比原来更好的稀疏结果。



(a) Keizer方法



(b) 改进的迭代 FFT 方法

图 3 两种方法综合优化后的阵元分布对比

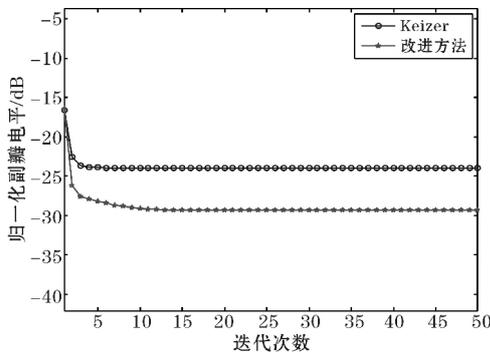


图 4 一次随机试验中副瓣电平变化曲线

图 4 显示了一次随机的试验中, 副瓣电平随迭代次数增加的变化情况。可以看出: Keizer 方法迭代到第四步之后副瓣电平就没有任何变化了, 阵列整合陷入局部死胡同, 此时副瓣电平比我们的预期目标 SLLT 高约 12dB; 在改进的方法下, 仅一次迭代副瓣电平就已经低于 Keizer 的最后结果, 经过大概 15 次迭代后该方法才进入死循环, 优化结果比 Keizer 方法低了约 6dB, 实现阵列较低副瓣电平综合。

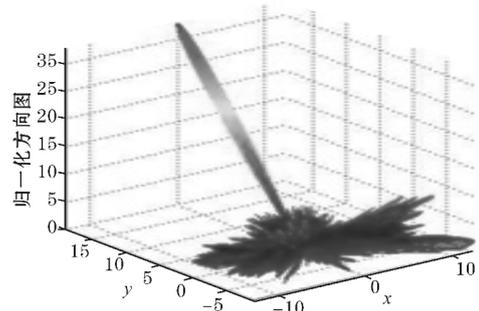
两种方法的性能对比情况如表 1 所示。

	试验次数	迭代次数	总时间	SLL
KEIZER	50	2021	379.37s	-23.96dB
改进法	5	788	130.35s	-29.87dB

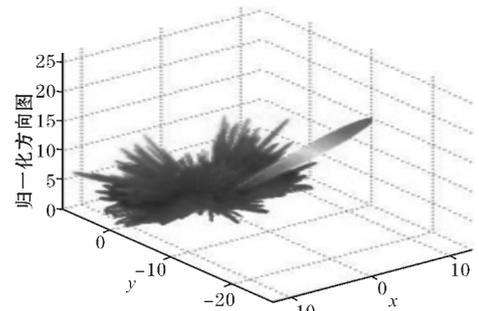
可以看出, 改进算法在试验次数较低的情况下, 得到了更优的副瓣电平, 并且迭代次数和总时间也有较大幅度的减少, 证明该方法减轻了对随机初始分布的依赖, 加速了阵列的优化, 并大大改善了最终稀疏阵列布局的副瓣电平综合结果。

图 5 给出了基于改进的迭代 FFT 方法所综合的稀疏阵列在不同扫描角时的的立体方向图及

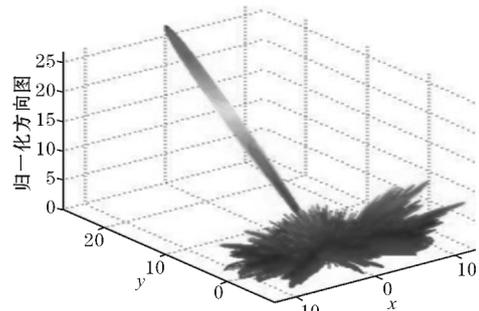
副瓣情况。



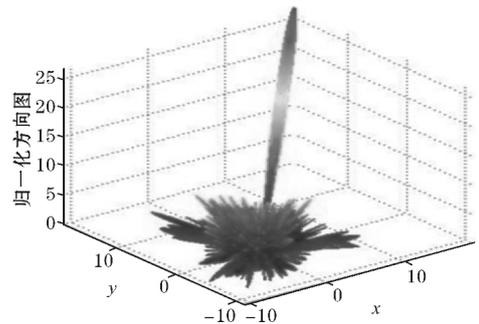
(a)  $\theta = 30^\circ, \varphi = 0^\circ$



(b)  $\theta = -45^\circ, \varphi = 0^\circ$



(c)  $\theta = 45^\circ, \varphi = 0^\circ$



(d)  $\theta = 45^\circ, \varphi = 45^\circ$

图 5 稀疏阵列波束扫描方向图

图 5 中,  $x, y$  坐标的数学表达式为:

$$x = 10 \log_{10} |AF(\theta, \phi)|^2 \sin(\theta) \cos(\phi)$$

$$y = 10 \log_{10} |AF(\theta, \phi)|^2 \sin(\theta) \sin(\phi)$$

上述仿真结果表明,波束扫描角在 $\pm 45^\circ$ 时,其副瓣电平约为 $-29.5\text{dB}$ ,改进方法在大角度扫描下的副瓣电平与方位、俯仰 $0^\circ$ 指向时的副瓣电平相当。

## 5 结束语

本文提出一种改进的迭代FFT平面稀疏阵列综合算法。该方法具有内外两层循环,即在Keizer提出的迭代FFT方法的基础上,增加了内层循环迭代,以改善原有的迭代FFT方法所综合的稀疏阵列布局容易陷于死循环的问题,减轻了对随机初始分布的依赖,并大大改善了最终稀疏阵列布局的副瓣电平综合结果。仿真表明,在相同稀疏率及阵列口径的情况下,本文方法所综合的副瓣电平比原有的Keizer方法低了约 $6\text{dB}$ ,迭代次数和总时间也有较大幅度的减少,验证了该方法的有效性和技术优势。

### 参考文献:

[1] LO Y, LEE S. A Study of Space - Tapered Arrays [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1966, 14(1): 22 - 30.

[2] KUMAR B P, BRANNER G R. Generalized Analytical Technique for the Synthesis of Unequally Spaced Arrays With Linear, Planar, Cylindrical or Spherical Geometry [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2005, 53(2): 621 - 634.

[3] GREGORY M D, WERNER D H. Ultrawideband Aperiodic Antenna Arrays Based on Optimized Raised Power Series Representations [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2010, 58(3): 756 - 764.

[4] HAUPT R L. Thinned Arrays Using Genetic Algorithms Sign in or Purchase [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1994, 42(7): 993 - 999.

[5] ARES - PENA F J, RODRIGUEZ - GONZALEZ J A, VILLANUEVA - LOPEZ E, et al. Genetic Algorithms in the Design and Optimization of Antenna Array Patterns [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1999, 47(3): 506 - 510.

[6] HA B V, MUSSETTA M, PIRINOLI P, ZICH R E. Modified Compact Genetic Algorithm for Thinned Array Synthesis [J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2015(15): 1105 - 1108.

[7] LIU D, JIANG Q L, CHEN J X. Binary Inheritance

Learning Particle Swarm Optimisation and Its Application in Thinned Antenna Array Synthesis With the Minimum Sidelobe Level [J]. IET Microwaves, Antennas & Propagation, 2015, 9(13): 1386 - 1391.

[8] CHEN P, ZHENG Y Y, ZHU W. Optimized Simulated Annealing Algorithm for Thinning and Weighting Large Planar Arrays in Both Far - Field and Near - Field [J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2011, 36(4): 658 - 664.

[9] ZHANG L, JIAO Y C, WENG Z B, et al. Design of Planar Thinned Arrays Using a Boolean Differential Evolution Algorithm [J]. IET Microwave Antennas & Propagation, 2010, 4(12): 2172 - 2178.

[10] BHATTACHARYA R, SAHA S, BHATTACHARYA T K. Synthesis of Thinned Uniformly - Excited Time - Modulated Linear Arrays Using an Improved Invasive Weed Optimization Algorithm [C]//2012 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium (APS/URSI), Chicago, IL, USA, 2012, July 8 - 14: 1 - 2.

[11] NAI S E, SER W, YU Z L, et al. Beam Pattern Synthesis for Linear and Planar Arrays With Antenna Selection by Convex Optimization [J]. IEEE Transactions on Antennas Propag, 2010, 58(12): 3923 - 2930.

[12] FUCHS B. Synthesis of Sparse Arrays With Focused or Shaped Beam Pattern via Sequential Convex Optimizations [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2012, 60(7): 3499 - 3503.

[13] LIU Y H, YOU P F, ZHU C H, TAN X F, et al. Synthesis of Sparse or Thinned Linear and Planar Arrays Generating Reconfigurable Multiple Real Patterns by Iterative Linear Programming [J]. Progress in Electromagnetics Research, 2016 (155): 27 - 38.

[14] KEIZER W P M N. Linear Array Thinning Using Iterative FFT Techniques [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2008, 56(8): 2757 - 2760.

[15] KEIZER W P M N. Large Planar Array Thinning Using Iterative FFT Techniques [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2009, 57(10): 3359 - 3362.

[16] 李龙军,王布宏,夏春和. 基于改进迭代FFT算法的均匀线阵交错稀疏布阵方法[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(4): 970 - 977.

[17] 李志刚. 基于同一子阵的平面稀疏阵列优化[J]. 无线电工程, 2014(3): 28 - 31.

[18] 王新宽,焦永昌,谭艳艳. 自适应迭代傅里叶算法用于阵列方向图综合[J]. 西安电子科技大学学报, 2013(4): 85 - 89, 187.