文章编号: 1000-4750(2018)02-0153-07

考虑 P-△效应的框架结构弹塑性 数值子结构分析

孙宝印¹, 古 泉², 张沛洲¹, 欧进萍^{1,3}

(1. 大连理工大学建设工程学部,辽宁,大连 116024; 2. 厦门大学建筑与土木学院,福建,厦门 361005;3. 哈尔滨工业大学土木工程学院,黑龙江,哈尔滨 150090)

摘 要:几何非线性是土木工程结构在强震作用下动力时程分析过程中必要的考虑因素。该文基于数值子结构方法,结合平面 Euler-Bernoulli 梁柱单元的几何大变形理论,将平面框架结构的非线性分析转化为线弹性主结构的 弹性分析,并提出材料和几何非线性修正力项,作为等效为外荷载项施加于主结构以考虑结构的双非线性。最后, 对一平面钢框架结构进行地震动力时程分析,分析结果表明考虑了双非线性的数值子结构方法具有良好的精确性 与高效性;同时,几何非线性对结构动力响应具有重要影响。 关键词:数值子结构方法;几何非线性;弹塑性;非线性分析;非线性修正力

中图分类号: TU375.4; TU311.3 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2016.10.0773

ELASTOPLASTIC NUMERICAL SUBSTRUCTURE METHOD OF FRAME STRUCTURE CONSIDERING $P-\Delta$ EFFECTS

SUN Bao-yin¹, GU Quan², ZHANG Pei-zhou¹, OU Jin-ping^{1,3}

(1. Faculty of Infrastructure Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China;

2. School of Architecture and Civil Engineering, Xiamen University, Xiamen, Fujian 361005, China;

3. School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150090, China)

Abstract: Geometric nonlinearity is the essential problem of seismic analysis for civil engineering structures under strong earthquakes. In this paper, based on the numerical substructure method and the geometric nonlinearity theory of the plane Euler-Bernoulli beam-column element, nonlinear analyses for plane frame structures are equivalent to elastic analyses of linear elastic master structures, whose nonlinear properties are considered by two material and geometric nonlinear force correctors applied to the structures. At last, a seismic nonlinear analysis for a plane steel frame structure is performed to verify the accuracy and efficiency of the numerical substructure method considering the material and geometric nonlinearities; in addition, the geometric nonlinearity has a deep influence on the structural seismic response.

Key words: numerical substructure method; geometric nonlinear; elastoplastic; nonlinear analysis; nonlinear force corrector

通讯作者:欧进萍(1959-),男,湖南人,教授,博士,院士,从事结构监测、控制与防灾减灾领域的研究(E-mail: oujinping@dlut.edu.cn).

作者简介: 孙宝印(1989-), 男, 安徽人, 博士生, 主要从事建筑结构非线性分析研究(E-mail: baoyin_sun@126.com);

收稿日期: 2016-10-10; 修改日期: 2017-01-16

基金项目: 国家自然科学基金项目(51261120376; 91315301-12)

古 泉(1974-),男,新疆人,教授,博士,从事结构可靠度、土结相互作用及高层和桥梁抗震分析研究(E-mail: quangu@xmu.edu.cn); 张沛洲(1987-),男,宁夏人,博士生,主要从事建筑结构抗震分析研究(E-mail: zpz_87@163.com).

大型复杂土木工程结构在整个社会经济命脉 中扮演重要角色,进行非线性弹塑性动力时程计算 对于该类结构的安全性设计和分析至关重要。而对 于大体量结构的非线性分析往往受制于计算效率 和计算精度,二者相互矛盾,无法均达到最优。如 何平衡计算效率和精度一直是工程界比较棘手的 问题。

为了解决这个矛盾, 早在 20 世纪有研究学者 作了大量研究工作。根据实际震害资料反映[1],土 木工程结构在地震等荷载用下失效破坏具有局部 非线性的特性。针对这一特性, 1979 年 Clough 等^[2] 提出传统子结构方法,对于弹性部分通过静力凝聚 方法降低总体刚度矩阵的维数,塑性区域精细化网 格划分以提高计算精度。该方法可以有效平衡计算 精度和计算效率,并在实际工程中有广泛运用。 1999 年 Wong 等^[3]提出拟力法,将可能出现塑性的 区域用附加塑性铰模型来反应其非线性,整体结构 以初始弹性刚度进行迭代分析,有效提高计算效率。 2006 年 Zhao 和 Wong^[4]基于拟力法,分析考虑 P-Delta 效应的平面非弹性框架结构。2008 年陆新 征等^[5]对一框架结构进行多尺度建模分析,节点处 采用精细化的实体单元模拟,其余部分采用粗糙的 梁柱单元模拟。2012年王景玄等[6]基于多尺度建模 方法对钢管混凝土组合框架进行耐火性能数值模 拟。2016年陈宇等[7]提出了钢筋混凝土柱多尺度模 型界面连接,采用多尺度建模方法对一钢筋混凝土 柱进行地震破坏分析。2015 年 Sun 和 Li^[8]提出一种 三级模型的自适应并发多尺度方法,模拟大型混凝 土结构的跨尺度损伤过程,从材料中微观损伤到局 部部件的损坏和失效,最终导致结构水平的破坏。 2015年孙宝印等[9]提出替换子结构的混合建模方法, 结构初始以弹性单元建模分析,随着地震动强度增 大,将进入弹塑性状态的结构构件替换成非线性单 元,避免结构采用非线性模型进行全过程分析,有 效提高计算效率;在此工作基础上进一步提出数值 子结构分析方法[10-11],将结构的大规模非线性分析 转化为主结构的弹性分析和局部非线性构件的精 细化子结构分析,既可以提高计算效率,又保证模 拟精确。

由于几何非线性是土木工程结构在强震作用 下动力时程分析过程中必要的考虑因素,本文在文 献[10-11]中的工作基础上作了进一步深入研究。 首先推导了平面 Euler-Bernoulli 梁柱 *P-*Δ效应; 然 后给出考虑材料和几何非线性的数值子结构分析 方法;最后通过算例验证其精确性和高效性,并研 究几何非线性对结构动力响应的影响。

1 梁柱 P-∆效应

本节主要研究二维梁柱单元的 P-A效应,梁柱 单元满足以下基本假定:1) 依据 Euler- Bernoulli 梁柱理论;2) 梁柱单元为线弹性;3) 考虑大位移 小应变;4) 采用总体拉格朗日(Total Langrage, TL)描述。

图 1 仅给出梁柱单元在受到轴力作用下对应的 *P*- Δ 效应变形图及变分图^[12]。其中,图 1(a)给出梁 柱单元在外力作用下的变形图以及对应的变分图, *x* 和 *y* 分别为局部坐标系,梁柱节点位移 $u = [u_1 \ v_1 \ \theta_1 \ u_2 \ v_2 \ \theta_2]^T$ 以及节点外力 $q = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6]^T$;延梁柱单元长度 方向任一微元 dx 的变形图和变分图如图 1(b)所示, P(x)为微元所受轴力, dv和 d(δv)为微元横向位 移及其变分, d(δe)表示微元应变变分。



图 1 考虑 P-A效应的二维梁柱单元变形图及变分图

Fig.1 Deformation and variation of 2D beam-column element considering $P-\Delta$ effect

根据位移插值形函数,横向位移可以表示为: $v(x) = N_v u$

其中, N_v为横向位移插值形函数。

由图 1(b)所示,根据基本假定 3),满足小应变 理论,微元应变变分可表示为:

$$d(\delta e) = \frac{dv}{dx}d(\delta v) = \frac{dv}{dx}\delta\left(\frac{dv}{dx}dx\right)$$

则微元应变能的变分为:

$$d(\delta U) = P(x)\frac{dv}{dx}\delta\left(\frac{dv}{dx}dx\right)$$

微元应变能变分沿着单元长度积分可得到梁 柱单元应变能变分,即:

$$\delta U = \int_{L} P(x) \frac{dv}{dx} \delta\left(\frac{dv}{dx}\right) dx = \delta \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}} \left(\int_{L} P(x) N_{v}^{\prime \mathrm{T}} N_{v}^{\prime \mathrm{T}} dx\right) \boldsymbol{u}$$

外力虚功变分为:
 $\delta W = \delta \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{a}$

根据最小势能原理:

$$\delta \Pi = \delta U - \delta W = 0$$

在局部坐标下, 仅考虑 *P-A*效应时, 满足如下 平衡方程式:

$$\boldsymbol{k}_{\mathrm{g}}\boldsymbol{u} = \boldsymbol{q} \tag{1}$$

式中: q 仅为考虑重力 P-A效应时的单元节点外力; k_a为几何刚度矩阵,可表示为:

$$\boldsymbol{k}_{g} = \int_{0}^{L} P(\boldsymbol{x}) \boldsymbol{N}_{v}^{\prime T} \boldsymbol{N}_{v}^{\prime T} d\boldsymbol{x}$$
(2)

当轴力 *P*(*x*) 沿着单元长度方向保持不变,则 *k*₂为:

$$\boldsymbol{k}_{g} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6P}{5L} & \frac{P}{10} & 0 & -\frac{6P}{5L} & \frac{P}{10} \\ 0 & \frac{P}{10} & \frac{2PL}{15} & 0 & -\frac{P}{10} & -\frac{PL}{30} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6P}{5L} & -\frac{P}{10} & 0 & \frac{6P}{5L} & -\frac{P}{10} \\ 0 & \frac{P}{10} & -\frac{PL}{30} & 0 & -\frac{P}{10} & \frac{2PL}{15} \end{bmatrix}$$

由平衡方程式(1)以及上述刚度矩阵 kg 表达式 可以看出,局部坐标系下,梁柱单元受轴向压力作 用时会有附加剪力和弯矩作用,考虑了单元弯矩 (q3,q6)和剪力(q2,q5)分别对横向平动自由度(v1,v2)和 转动自由度(θ1,θ2)之间的非线性。

根据假定 4),采用 TL 描述,以初始构型为参考系,则局部坐标系和总体坐标系之间的转换矩阵 *T* 保持不变^[13],并且当梁柱单元轴力保持不变时, 总体坐标系下的几何刚度矩阵 $K_g = T^T k_g T$ 为常刚 度矩阵。

更具一般性,考虑结构阻尼和材料非线性,总 体坐标下平面框架结构系统满足运动方程:

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + R + K_{g}U = F$$
(3)

其中: *M*、*R*和*F*分别为结构质量矩阵、抗力向 量和外力列向量; *C*表示为瑞丽阻尼矩阵:

$$\boldsymbol{C} = a_1 \boldsymbol{M} + a_2 \boldsymbol{K}_{\mathrm{m}}$$

式中, *a*₁ 和 *a*₂ 分别表示质量矩阵和刚度矩阵相关 系数。

2 数值子结构方法(NSM)

根据文献[7-8]中介绍的数值子结构方法,式 (3)可以改写为:

$$\boldsymbol{M}\boldsymbol{\ddot{U}} + \boldsymbol{C}\boldsymbol{\dot{U}} + \boldsymbol{K}_{\rm m}\boldsymbol{U} = \boldsymbol{F} + \boldsymbol{\tilde{F}} + \boldsymbol{F}_{\rm g} \tag{4}$$

其中, \tilde{F} 为材料非线性修正力项, 如:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{K}_{\mathrm{m}}\boldsymbol{U} - \boldsymbol{R} \tag{5}$$

并定义几何非线性修正力项 Fg为:

$$F_{\rm g} = -K_{\rm g}U \tag{6}$$

对式(4)进行时间和空间离散,以 Newmark- β 法为例,式(4)可以改写为:

$$\boldsymbol{K}^{\text{dyn}}\boldsymbol{U}_{n+1} = \boldsymbol{P}_{n+1} + \tilde{\boldsymbol{F}}_{n+1} + \boldsymbol{F}_{g}^{n+1}$$
 (7)

式中: K^{dyn} 为等效动力刚度; P_{n+1} 为等效外荷载项; \tilde{F}_{n+1} 和 F_{\circ}^{n+1} 分别为材料和几何非线性修正力项。

对于式(7)的求解,本文给出隐式、显式两种算法。 2.1 隐式数值子结构方法(INSM)

2.1 隐氏致值于纪构力法(INSM)

较文献[10-11]描述有所不同,当考虑 P-A效应时,需要计算整体结构系统的几何非线性修正力项。

具体迭代过程如下:

i) 令 *i*=0, $U_{n+1,i} = U_n$, 主结构对所有单元进行 弹塑性判断,将进入弹塑性状态单元的节点位移传 递给该单元对应的隔离子结构系统;

ii) 子结构系统根据式(5)和式(6), 计算得到材 料和几何非线性修正力项, 即 $\tilde{F}_{n+1,i} = K_{m}U_{n+1,i} - R(U_{n+1,i})$ 和 $F_{g}^{n+1,i} = -K_{g}^{n+1,i}U_{n+1,i}$,并返回给主结构;

iii) 主结构系统计算 $P_{n+1,i}$,并计算当前迭代步 位移 $U_{n+1,i+1} = [K^{dyn}]^{-1}(P_{n+1,i} + \tilde{F}_{n+1,i} + F_g^{n+1,i});$

iv) 主结构系统进行收敛性判断,即 $\|U_{n+1,i+1} - U_{n+1,i}\| \le \text{Tol}(\text{Tol}为收敛误差)。若是,则$ $当前荷载步收敛,令<math>U_{n+1} = U_{n+1,i+1}$, n = n+1,进 行下一荷载步分析;若否,令i = i+1,重复ii)~iv)。

2.2 显式数值子结构方法(ENSM)

显式数值子结构方法中,较隐式算法,每一荷 载步无需迭代计算。

具体分析过程如下:

i) 令当前荷载步尝试位移 U_{n+l,t} = U_n, 主结构
 对所有单元进行弹塑性判断,将进入弹塑性状态单
 元的节点位移传递给该单元对应的隔离子结构系统;

156

ii) 子结构系统根据式(5), 计算得到材料非线 性修正力项 $\tilde{F}_{n+1,t} = K_m U_{n+1,t} - R(U_{n+1,t})$ 和几何非 线性修正力项 $F_g^{n+1,t} = -K_g^{n+1,t}U_{n+1,t}$, 并返回给主 结构:

iii) 主结构系统计算 $P_{n+1,t}$,并计算得到当前荷 载步位移 $U_{n+1} = [K^{dyn}]^{-1} (P_{n+1,t} + \tilde{F}_{n+1,t} + F_{g}^{n+1,t});$

iv) 令n = n+1, 重复 i)~iv)进行下一荷载分析。

以上隐式、显式算法中单元弹塑性状态判断参 考文献[9]。

3 算例分析

为验证本文介绍的考虑几何非线性数值子结构方法的精确性和高效性,并研究几何非线性对结构动力响应的影响。本文以文献[14]中15层3跨的平面钢框架结构为研究对象,该结构共计105个构件,依据我国《钢结构设计规范》GB 50017-2003^[15]中8度设防,II类场地设计,据此选取合适的El-Centrol地震波,并将地震动峰值调整为400gal,对应8度大震水平,地震动持时为20s,时间步长为0.02s。结构有限元模型中每根梁柱建立5个基于纤维模型的位移法单元,共计525个单元,每个单元采用5点Gauss-Legendre积分方案,积分点处截面材料采用Giuffre-Menegotto-Pinto模型^[16],屈服强度为345 MPa,弹性模量为206 GPa,后屈服硬化比为0.01。

3.1 结构计算精度与效率分析

当考虑几何非线性时,分别对上述模型采用隐 式、显式数值子结构方法和常规 Newton-Raphson (NR)方法进行动力时程分析,结构顶点位移时程曲 线如图 2 所示。从图 2 可以看出,当地震动峰值强 度为 8 度设防大震水平(400 gal)时,采用隐式、显 式数值子结构方法和常规 NR 方法计算结果基本一 致。根据式(9)进行误差量化,与 NR 算法对比,隐 式、显式算法计算误差分别为 0.13%和 0.53%,均 不足 1%。

进一步增加地震动峰值强度,同样采用式(9) 中的均方根进行误差量化,得到不同地震动强度下 的误差,如表1所示。从表1可以看出,隐式算法 与 NR 算法计算结果之间误差基本保持不变,误差 不足 0.2%;而显式算法与 NR 算法之间误差随地震 动强度增加而变大。尽管本算例中地震动峰值强度 增加到 1000 gal,计算误差仍只有 7.04%,满足工 程计算误差要求。



图 2 不同分析方法结构顶点位移时程曲线(400 gal) Fig.2 Top displacement time histories using various methods (400 gal)

表1 不同地震动强度不同算法计算结果误差统计表

 Table 1
 Table of computational errors between using different methods under various earthquake intensions

地震动峰值/gal	$e_{\mathrm{RMS}} _{\mathrm{INSM/NR}}$ / (%)	$e_{\mathrm{RMS}} _{\mathrm{ENSM/NR}}$ / (%)	隔离率/(%)
400	0.13	0.53	4.2
600	0.08	2.17	5.7
1000	0.05	7.04	8.8

$$e_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{N} \times \sum_{i=1}^{N} (X_i - Y_i)^2} / \max(X) \times 100\%$$
 (9)

其中: i 表示数据序列; N 表示总的数据量; X_i 和 Y_i 表示第 i 时刻采用隐式(或显式)数值子结构方法和 Newton-Raphson 方法分析过程中结构的响应值。

不同算法分析过程中的迭代信息如表 2 所示, 从表中可以看出,较 NR 算法相比,INSM 需要较 多迭代次数,ENSM 需要较少迭代次数;隐式、显 式数值子结构方法仅仅需要一次刚度矩阵 LU 三角 分解,而 NR 需要较多次整体结构刚度矩阵 LU 三 角分解。根据文献[10-11]所述,当结构规模增大, 结构刚度矩阵 LU 三角分解将占据主要计算耗费。 所以,隐式、显式数值子结构方法具有较高计算效 率。这里,隐式、显式数值子结构方法在计算几何 非线性修正力项时,需对几何刚度矩阵进行集成, 因此额外消耗一部分计算时间。然而,随着结构规 模的增大,其计算耗时占总体耗时比例可忽略不计。

表 2 计算信息统计表 (400 gal) Table 2 Table of computational information (400 gal)

		-	
算法	11:16-46	刚度矩阵 LU	几何刚度矩阵
	达代伏敛	三角分解次数	集成次数
NR	4699	4699	0
INSM	6293	1	6293
ENSM	1000	1	1000

综上所述,本文所述数值子结构方法在考虑几 何非线性时与常规 NR 算法相比,计算结果基本一 致,其中,显式算法误差较隐式算法大,但仍满足 工程计算误差要求;通过对计算信息的比较分析, 可以看出数值子结构方法具有较高的计算效率。

3.2 几何非线性对结构响应的影响

研究几何非线性对结构动力响应的影响,调整 地震动峰值为400gal,对应8度大震水平,将考虑 几何非线性与几何线性时结构的顶点位移时程曲 线和最大层间位移角进行对比,如图3和图4所示。 从图中可以看出,考虑几何非线性时结构最大顶点 位移绝对值为0.288m,较不考虑几何非线性时最 大顶点位移(0.253m)增大13.8%。最大层间位移角 出现在第四楼,并且考虑几何非线性时最大层间位 移角(1.12%)较考虑几何线性(1.075%)增大6.2%。

进一步增加地震动峰值强度,分别得到地震动 峰值强度为 600 gal 和 1000 gal 时的结构响应,考 虑几何非线性和几何线性时结构响应误差如表 3 所 示。从表 3 可以看出,结构顶点位移均方根误差随 着地震动强度的增加而增大;而结构顶点最大位移 响应值以及最大层间位移角误差值并非随地震动 强度的增大而增大。





time-history curves (400 gal)



表 3 不同地震动峰值作用下考虑几何线性和 几何非线结构响应间的误差

Table 3 Structural response errors between considering geometric nonlinearity and geometric linearity under various ground motion intensities

地震动峰值/gal	顶点位移均方根	最大顶点位移	最大层间位移角
	误差/(%)	误差/(%)	误差/(%)
400	7.0	13.7	6.2
600	7.4	12.6	17.8
1000	11.1	7.9	11.5

图 5 和图 6 给出三种地震动强度下考虑几何线 性和几何线性时结构单元的隔离率时程曲线图和 底层梁截面弯矩曲率图。从图 5 可以看出,同等荷 载水平输入情况下,考虑几何非线性和几何线性时



图 5 不同地震动强度作用下考虑几何线性和 几何非线性单元隔离率时程图

Fig.5 Isolation rate time histories of structural elements considering geometric linear and geometric nonlinear under various ground motion intensities



considering geometric linear and geometric nonlinear under various ground motion intensities

结构构件的屈服路径以及数量不尽相同;随着地震动强度增加,考虑几何非线性与几何线性时结构最终的替换率差异愈明显。从图6中梁截面弯矩曲率关系可以看出考虑几何非线性时截面最大曲率较大,构件偏于危险状态。且本算例中梁构件截面弯矩曲率智慧行为随着地震动强度的增大受几何非线性影响增大。

通过以上分析可以看出,考虑几何非线性后, 结构分析结果趋于合理,使其安全性得到保障,因 此在强震作用下几何非线性是结构动力分析过程 中必要的考虑因素。

4 结论

几何非线性是结构在强震作用下动力分析过 程中必要的考虑因素。本文首先推导了平面 Euler-Bernoulli 梁柱 *P-A*效应,并研究了考虑几何非线性 的二维平面框架结构数值子结构分析方法,最后对 一榀钢框架结构进行地震动力时程分析,得到以下 结论。

(1)根据 Euler-Bernoulli 梁柱基本假定,推导了 考虑 P-A效应的平面梁柱理论。结合数值子结构方 法,将结构非线性分析转化为主结构的弹性分析, 提出材料和几何非线性修正力项,并将其等效为外 荷载项作用于主结构以考虑结构的双非线性效应。

(2) 将考虑几何非线性的数值子结构分析方法 与传统 Newton-Raphson 方法进行对比,其中隐式 数值子结构方法与 NR 算法计算结果基本一致,并 且随着地震动强度的增大,结构非线性程度的升 高,计算误差不足 0.2%。而显式算法与 NR 算法计 算结果之间误差随着地震动强度的增大有明显变 大,但是,本文算例中误差均可满足工程计算误差 要求(误差低于 10%)。隐式、显式数值子结构方法 和 NR 算法计算迭代信息表明,数值子结构方法仅 进行一次刚度矩阵集成以及 LU 三角分解,理论上 验证该方法具有高效性。由于本算例规模较小,尚 无法从计算耗时直接验证,若结构规模变大,该方 法将具有较高计算效率。

(3)考虑几何非线性与几何线性时结构的动力 响应误差较大,结构屈服失效路径以及数量不尽相 同;随着地震动强度增加,考虑几何非线性与几何 线性时结构的隔离率差异愈明显;考虑几何非线性 时,本文算例中梁构件截面最大曲率较大,构件偏 于危险状态。在强震作用下,考虑几何非线性后, 结构分析结果趋于合理。

综上所述可知,本文所述的考虑几何非线性平 面框架结构弹塑性数值子结构分析方法是高效、精 确的,同时几何非线性是结构在强震作用下动力时 程分析必要的考虑因素。不过本文研究工作尚有不 足,由于文中算例规模偏小,有待进一步研究三维 结构以及更大规模结构,以验证其高效性。

参考文献:

- 叶列平,陆新征,赵世春,等. 框架结构抗地震倒塌能 力的研究——汶川地震极震区几个框架结构震害案例 分析[J]. 建筑结构学报. 2009, 30(6): 67-76.
 Ye Lieping, Lu Xinzheng, Zhao Shichun, et al. Seismic collapse resistance of RC frame structures [J]. Journal of Building Structures. 2009, 30(6): 67-76. (in Chinese)
- [2] Clough R W, Wilson E L. Dynamic analysis of large structural systems with local nonlinearities [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1979, 17(79): 107-129.
- [3] Wong K K, Yang R. Inelastic dynamic response of structures using force analogy method [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1999, 125(10): 1190-1199.
- [4] Zhao D, Wong K K. New approach for seismic nonlinear analysis of inelastic framed structures [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2006, 132(9): 959-966.
- [5] 陆新征,林旭川,叶列平.多尺度有限元建模方法及 其应用[J]. 华中科技大学学报(城市科学版), 2008, 25(4): 76-80.
 Lu Xinzheng, Lin Xuchuan, Ye Lieping. Multiscale finite element modeling and its application in structural

analysis [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Urban Science Edition), 2008, 25(4): 76-80. (in Chinese)

- [6] 王景玄,王文达,周小燕.基于多尺度建模的钢管混凝土组合框架耐火性能数值模拟[J].工程力学,2012,29(增刊 2):170-175.
 Wang Jingxuan, Wang Wenda, Zhou Xiaoyan. Numerical simulation of fire resistance of composite frame with CFST columns based on multi-scale method [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2012, 29(Suppl 2):170-175. (in Chinese)
- [7] 陈宇,李忠献,李宁. 钢筋混凝土柱地震破坏分析的 多尺度建模方法[J]. 工程力学, 2016, 33(6): 46-53.
 Chen Yu, Li Zhongxian, Li Ning. Multi-scale modeling for seismic failure analysis of reinforced concrete columns [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2016, 33(6): 46-53. (in Chinese)
- [8] Sun Bin, Li Zhaoxia. Multi-scale modeling and translevel simulation from material meso-damage to structural failure of reinforced concrete frame structures under seismic loading [J]. Journal of Computational Science,

2016, 12: 38-50.

- [9] 孙宝印,张沛洲,古泉,欧进萍.基于数值子结构方法的结构弹塑性分析[J]. 计算力学学报, 2015, 32(4):465-472.
 Sun Baoyin, Zhang Peizhou, Gu Quan, Ou Jinping. Numerical substructure method for nonlinear structural analysis [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2015, 32(4): 465-472. (in Chinese)
- [10] 孙宝印, 古泉, 张沛洲, 欧进萍. 钢筋混凝土框架结构 弹塑性数值子结构分析方法[J]. 工程力学. 2016, 33(5): 44-49.
 Sun Baoyin, Gu Quan, Zhang Peizhou, Ou Jinping. Elastoplastic numerical substructure method of reinforced concrete frame structures [J]. Engineering Mechanics, 2016, 33(5): 44-49. (in Chinese)
- [11] Sun Baoyin, Gu Quan, Zhang Peizhou, Ou Jinping. A practical numerical substructure method for seismic nonlinear analysis of tall building structures [J]. The Structural Design of Tall and Special Buildings, 2017, 26(16): e1377.
- [12] Clough R W, Penzien J. Dynamics and structures [M].

(上接第 91 页)

- [16] Shen L, Ren Q, Xia N, et al. Mesoscopic numerical simulation of effective thermal conductivity of tensile cracked concrete [J]. Construction and Building Materials, 2015, 95: 467-475.
- [17] Xi Y, Nakhi A. Composite damage models for diffusivity of distressed materials [J]. ASCE Journal of Materials in Civil Engineering, 2005, 17(3): 286-295.
- [18] Kaddouri W, El Moumen A, Kanit T, et al. On the effect of inclusion shape on effective thermal conductivity of heterogeneous materials [J]. Mechanics of Materials, 2016, 92: 28-41.
- [19] Šavija B, Pacheco J, Schlangen E. Lattice modeling of chloride diffusion in sound and cracked concrete [J]. Cement and Concrete Composites, 2013, 42: 30–40.
- [20] Jin L, Zhang R, Du X, et al. Investigation on the cracking behavior of concrete cover induced by corner located rebar corrosion [J]. Engineering Failure Analysis, 2015, 52: 129–143.
- [21] 杜修力, 韩亚强, 金浏, 等. 骨料空间分布对混凝土压 缩强度及软化曲线影响统计分析[J]. 水利学报, 2015, 46(6): 631-639.

Du Xiuli, Han Yaqiang, Jin Liu, et al. Statistical investigation on effects of aggregate distribution on concrete compression strength and the descending part of New York: McGraw-Hill Inc., 1975: 191-198.

- [13] Bathe K J, Ramm E, Wilson E L. Finite element formulations for large deformation dynamic analysis [J]. International Journal for Numerical Method in Engineering, 1975, 9(2): 353-386.
- [14] 孙爱伏, 欧进萍. 高层钢结构地震失效模式控制的失效路径修正法[J]. 地震工程与工程振动, 2010, 30(1): 22-28.
 Sun Aifu, Ou Jinping. Seismic failure mode control of tall steel buildings by changing the failure path [J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2010, 30(1): 22-28. (in Chinese))
- [15] GB 50017-2003, 钢结构设计规范[S]. 北京: 中国建筑 工业出版社, 2003.
 GB 50017-2003, Code for design of steel structures [S]. Beijing: China Building Industry Press, 2003. (in Chinese)
- [16] Gu Q, Barbato M, Conto J P, Mackenna F. Opensees-SNOPT framework for finite-element-based optimization of structural and geotechnical systems [J]. Journal of Structural Engineering, 2012, 138(6): 822-834.

stress-strain curve [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2015, 46(6): 631–639. (in Chinese)

- [22] Du X, Jin L, Ma G. A meso-scale numerical method for the simulation of chloride diffusivity in concrete [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2014, 85: 87– 100.
- [23] Wriggers P, Moftah S O. Mesoscale models for concrete: homogenisation and damage behaviour [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2006, 42(7): 623-636.
- [24] Lubliner J, Ollivier J, Oller S, et al. A plastic-damage model for concrete [J]. International Journal of Solids and Structures, 1989, 25(3): 299-326.
- [25] Lee J, Fenves G. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures [J]. ASCE Journal of Engineering Mechanics, 1998, 124(8): 892-900.
- [26] Zhao J, Zheng J, Peng G, et al. A meso-level investigation into the explosive spalling mechanism of high-performance concrete under fire exposure [J]. Cement and Concrete Research, 2014, 65: 64-75.
- [27] International Organization for Standardization. ISO 834-1 Fire resistance test on elements of building construction [S]. 1999.