

DOI: 10.16285/j.rsm.2016.2688

饱和土动力方程全显式有限元法在 OpenSees 中的实现与应用

宋 佳¹, 古 泉², 许成顺¹, 杜修力¹

(1. 北京工业大学 城市与工程安全减灾教育部重点实验室, 北京 100124; 2. 厦门大学 建筑与土木工程学院, 福建 厦门 361005)

摘 要: 饱和土的动力响应一直是土动力学重点关注的问题, 尤其是在循环荷载作用下饱和砂土容易发生孔压升高、强度降低的液化现象。同时, 采用有限元法求解尺寸较大的实际饱和土地, 巨大的自由度往往造成整体系统的计算效率极低, 制约着饱和土数值方法的发展。因此, 基于已提出的 $u-p$ (u 为固相土骨架位移, p 为孔压) 饱和两相多孔介质动力方程的全显式有限元法, 将其嵌入 OpenSees 开放性平台中, 并利用软件自带的饱和和多孔介质单元和本构模型, 实现了高效、显式计算饱和土的动力响应。通过计算二维弹性饱和土动力响应, 与 Newmark 法的计算结果对比, 两者结果吻合较好, 验证了嵌入算法的正确性。将提出方法计算非线性自由场海床土的地震响应问题, 有效模拟了海床土的液化过程和失效模式以及发生的侧向变形, 同时说明了提出方法在计算效率方面具有的显著优势。

关 键 词: OpenSees; 饱和多孔介质; 全显式有限元法

中图分类号: TU 435

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2018) 09-3477-09

Implementation of fully explicit method for dynamic equation of saturated soil in OpenSees

SONG Jia¹, GU Quan², XU Cheng-shun¹, DU Xiu-li¹

(1. The Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering of Ministry of Education, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China;

2. School of Architecture and Civil Engineering, Xiamen University, Xiamen, Fujian 361005, China)

Abstract: The dynamic responses of saturated soil are the always concerning problems of soil dynamics. The liquefaction caused by cyclic loadings often increases the pore pressure and decreases the strength of the soil. In addition, for the site with large size saturated soil, large numbers of degrees of freedom often lead to low calculation efficiency, and restrict the development of the numerical method of saturated soil. Therefore, the proposed fully explicit finite element method for the equations of saturated porous medium in $u-p$ formulation is implemented into the OpenSees software. By using the element and constitutive models in OpenSees, the efficient and explicit computation of the dynamic responses of saturated soils can be realized in this paper. In a two-dimensional saturated model, the elastic dynamic responses obtained from the Newmark method are compared with the results obtained from the embedded method. Two results are in good agreement, which verify the embedded algorithm. The proposed algorithm is used to compute the nonlinear free field seismic responses of the seabed soil. This method simulates liquefaction process, failure modes and the lateral deformation of the seabed soil effectively. The proposed algorithm illustrates significant advantages in terms of computational efficiency.

Keywords: OpenSees; saturated porous media; completed explicit finite element method

1 引 言

饱和土可以近似看作由固体颗粒土骨架和孔隙

流体构成的饱和两相多孔介质。地震作用下, 土颗粒的重新排列, 孔隙流体承受了原本由土骨架承担的应力, 造成孔压增加, 固相应力减小的液化现象,

收稿日期: 2016-11-17

基金项目: 国家自然科学基金创新群体项目 (No.51421005); 国家自然科学基金面上项目 (No.51578026)。

This work was supported by the Foundation for Innovative Research Groups of the General Program of National Natural Science Foundation of China(51421005) and the National Natural Science Foundation of China(51578026).

第一作者简介: 宋佳, 女, 1986 年生, 博士研究生, 主要从事土动力学理论与数值计算方法研究工作。E-mail: sjandrew@163.com

通讯作者: 许成顺, 女, 1977 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 从事岩土力学基础理论与试验研究工作。E-mail: xuchengshun@bjut.edu.cn

进而引起海床失稳，产生侧向大变形，导致海床发生淤积、冲刷或上部建筑的倾斜破坏。因此，研究地震作用下的海床土动力响应具有重要意义。近年来，国内学者对海床的地震动响应研究工作相继展开。栾茂田等^[1]研究了地震荷载作用下海底管线周围砂质海床的液化问题，在二维饱和土固结方程中通过考虑孔压累积源项，得到了孔压的增长模式；陈永伟等^[2]对印尼某进水明渠堤坝展开非线性有限元模拟，分析并预测了强震作用下松散海床场地土的液化、震陷及流滑等现象；Ye 等^[3]采用完全耦合的流体-结构-海床相互作用模型 FSSI-CAS^{2D}，模拟了液化海床地基上防波堤的地震响应，并指出该模型能有效模拟结构与海床地基土之间的非线性相互作用；同时，Ye 等^[4]利用饱和土本构模型 PZIII，并考虑可变的孔隙比和渗透系数，将 FSSI-CAS^{2D} 模型应用于研究地震作用下沉积海床的液化机制。

OpenSees 作为一种有限元程序开源的软件体系^[5-6]，主要用于结构和岩土工程方面的地震响应仿真分析和模拟。软件中内嵌了丰富的材料库、单元库以及多种分析方法和求解算法，用户可根据需求选择，也可自行编制程序代码，针对性地实现相关问题的计算分析。OpenSees 中包含多种饱和和多孔介质单元^[7-8]及本构模型^[9-10]，可用于集成饱和和多孔介质的动力方程的系数矩阵，通过结合相应的算法，有效地模拟饱和和多孔介质在动力荷载作用下孔压的发展过程、土体的液化过程、土体的侧向变形及沉降等动力响应^[11-15]。

当处理自由度数目巨大且具有强非线性饱和土动力问题时，时域算法的计算效率是制约饱和土数值方法最重要的因素之一。然而，现有的适用于饱和土全显式时域算法大多针对 $u-U$ 格式或 $u-w$ 格式

饱和两相介质动力方程^[16-17]，其中 u 表示固相土骨架位移， U 代表了液相的绝对位移， w 表示液相与固相间的相对位移， p 表示孔压。对于 $u-p$ 格式饱和两相介质动力方程的时域解法基本上采用了隐-隐格式或显-隐格式^[18-23]，这是因为在 $u-p$ 方程中固-液两相动力方程是标准的波动方程，可以采用显式的时域算法求解；对于液相方程，通过忽略固-液两相间的相对加速度，在形式上该方程是一个关于孔压 p 的扩散方程，通常采用隐式算法求解。

隐式算法模拟饱和两相多孔介质动力响应通常存在计算量大、求解效率低的问题。鉴于此，本文基于 OpenSees 开放性平台，将文献[24]中提出的全显式时域有限元法嵌入分析模块中的时域积分法 integrator 和迭代算法 algorithm，并添加饱和土 4 结点单元中质量和流体压缩矩阵对角化程序。同时，将提出方法应用于分析斜坡海床自由场的地震响应问题。通过与隐式 Newmark 法的计算结果进行对比，证明了嵌入方法的正确性，并比较了 2 种方法的计算效率，说明提出的全显式算法在处理实际大自由度、非线性工程问题具有显著优势。

2 $u-p$ 方程的全显式算法在 OpenSees 中的实现

OpenSees 中分析命令共包括结点自由度编号优化 Numberer、约束处理方法 Constraints、方程组存储计算方法 System of Equation、迭代算法 Algorithm、时域积分方法 Integrator 5 个部分，如图 1 所示。本文在 Element、Algorithm 和 Integrator 3 个分析命令中嵌入了新的方法，实现了 $u-p$ 格式饱和土动力方程的显式计算。

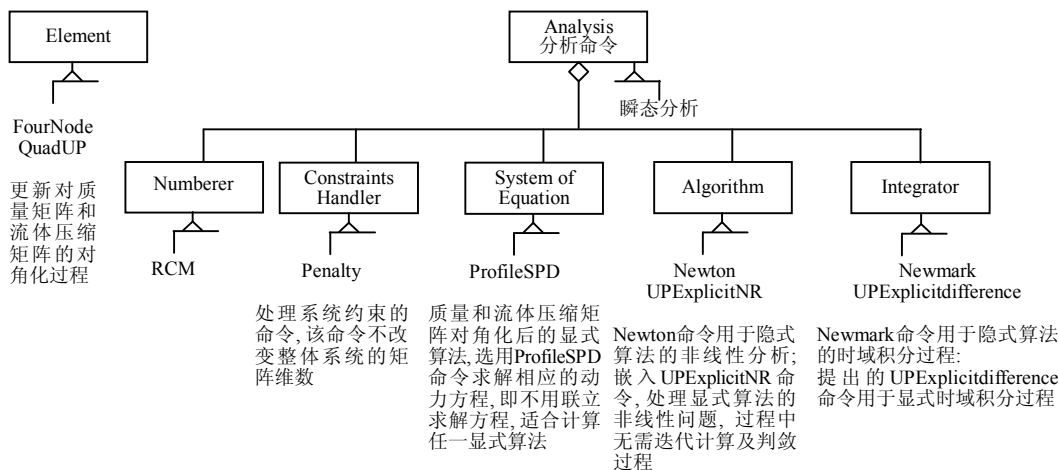


图 1 本文采用的饱和土 $u-p$ 方程的计算分析命令

Fig.1 Analysis codes of $u-p$ equation of saturated soils in literature

2.1 矩阵的对角化

对于一般定常系统动力方程，实现显式时域积分的两个必要前提是对角化的质量矩阵，以及逐步递推的时域积分格式，方法无需联立求解方程组，有效提高计算效率。

对于 $u-p$ 格式饱和两相多孔介质动力方程，也需要满足上述两个必要条件。基于文献[24]中提出的全显式时域方法，首先实现质量矩阵和流体压缩矩阵的对角化，在 FourNodeQuadUP 单元代码中嵌入质量矩阵和流体压缩矩阵的对角化程序。对角化方法简述如下：

M_1^e 每一行主对角元素与 M^e 该行主对角元素成比例，且保持 M_1^e 的所有元素与 M^e 的所有元素之和相等。 S_1^e 的构造方法与 M_1^e 相同。

$$(M_1^e)_{ij} = \begin{cases} a(M^e)_{ii} = a \int_{V^e} \rho N_i^T N_i dV, j = i \\ 0, j \neq i \end{cases} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{n_e} (M_1^e)_{ii} = a \sum_{i=1}^{n_e} (M^e)_{ii} = WI_d = \rho V_e I_d \quad (2)$$

$$(S_1^e)_{ij} = \begin{cases} b(S^e)_{ii} = b \int_{V^e} \frac{1}{Q_b} N_i^T N_i dV, j = i \\ 0, j \neq i \end{cases} \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{n_e} (S_1^e)_{ii} = b \sum_{i=1}^{n_e} (S^e)_{ii} = VI_d = \frac{1}{Q_b} V_e I_d \quad (4)$$

式中： M_1^e 和 M^e 分别为单元集中和一致质量矩阵； S_1^e 和 S^e 分别为单元集中和一致流体压缩矩阵； I_d 为单位矩阵； ρ 为两相介质密度； Q_b 为孔隙流体的可压缩系数； V_e 为单元体积； W 和 V 分别表示单元的质量和压缩量； a 和 b 均为比例系数； n_e 为单元数目； N 为形函数。

2.2 $u-p$ 方程全显式时域积分方法

文献[24]提出的全显式时域分析法推导过程如下：

$u-p$ 格式饱和两相多孔介质的非线性动力方程，经过有限元空间离散后，得到其动力方程的具体形式表示为

$$\begin{cases} M\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{R}(\mathbf{u}) - \mathbf{Q}\mathbf{p} = \mathbf{f}_u \\ \mathbf{S}\dot{\mathbf{p}} + \mathbf{J}\mathbf{p} + \mathbf{Q}^T \dot{\mathbf{u}} = \mathbf{f}_q \end{cases} \quad (5)$$

式中： \mathbf{u} 为计算模型中所有结点的位移向量； \mathbf{p} 为计算模型中所有结点的孔压向量； \mathbf{M} 为两相介质的质量矩阵； \mathbf{R} 为非线性抗力； \mathbf{Q} 为耦合矩阵； \mathbf{S} 为流体压缩矩阵； \mathbf{J} 为渗流矩阵； \mathbf{f}_u 和 \mathbf{f}_q 均为外荷载。

将荷载作用时间分成时步为 Δt 的时间间隔，任一时刻可表示为 $t_k = k\Delta t$ ，且 $t_k = t_{k-1} + \Delta t$ ($k =$

$1, 2, \dots$)， t_k 时刻固相介质加速度、速度以及孔压分别通过以下形式展开：

$$\ddot{\mathbf{u}}_k = (\mathbf{u}_{k+1} - 2\mathbf{u}_k + \mathbf{u}_{k-1}) / \Delta t^2 \quad (6)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_k = [\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{k-1}] / \Delta t \quad (7)$$

$$\dot{\mathbf{p}}_k = [\mathbf{p}_{k+1} - \mathbf{p}_k] / \Delta t \quad (8)$$

将式 (6) ~ (8) 分别代入式 (5)，得到用位移和孔压整体变量表示的递推公式：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{u}_{k+1}}{\Delta t^2} \\ \frac{\mathbf{p}_{k+1}}{\Delta t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{uk} \\ -\mathbf{f}_{qk} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{u}_{k-1} - 2\mathbf{u}_k}{\Delta t^2} \\ -\frac{\mathbf{p}_k}{\Delta t} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{Q} \\ -\mathbf{Q}^T & -\mathbf{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{k-1}}{\Delta t} \\ \mathbf{p}_k \end{bmatrix} - \mathbf{R}(\mathbf{u}_k) \quad (9)$$

式 (9) 的等价方程表示为

$$\tilde{\mathbf{K}} \tilde{\mathbf{v}}_{k+1} = \tilde{\mathbf{F}} \quad (10)$$

其中：

$$\tilde{\mathbf{F}} = \mathbf{F} - \mathbf{R} - \bar{\mathbf{M}} \ddot{\mathbf{v}}_k - \bar{\mathbf{C}} \dot{\mathbf{v}}_k \quad (11)$$

$$\tilde{\mathbf{K}} = \bar{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{S} \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{Q} \\ -\mathbf{Q}^T & -\mathbf{J} \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{uk} \\ -\mathbf{f}_{qk} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\ddot{\mathbf{v}}_k = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{u}_{k-1} - 2\mathbf{u}_k}{\Delta t^2} \\ -\frac{\mathbf{p}_k}{\Delta t} \end{bmatrix}, \dot{\mathbf{v}}_k = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{k-1}}{\Delta t} \\ \mathbf{p}_k \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{v}}_{k+1} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{u}_{k+1}}{\Delta t^2} \\ \frac{\mathbf{p}_{k+1}}{\Delta t} \end{bmatrix} \quad (13)$$

求解式 (10) 即可得到任一时步各结点的位移与孔压：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{k+1} \\ \mathbf{p}_{k+1} \end{bmatrix} = \mathbf{v}_{k+1} = \tilde{\mathbf{v}}_{k+1} \begin{bmatrix} \Delta t^2 \\ \Delta t \end{bmatrix} \quad (14)$$

提出方法的稳定性条件参见文献[24]。通过式 (6) ~ (8) 可以看出，式 (6) 中加速度采用具有二阶精度的中心差分法，式 (7) 和式 (8) 速度和孔压的一阶导均采用具有一阶精度的单边差值法，因此提出的全显式时域积分法具有一阶精度^[24]。

提出的显式时域方法具有式 (10) 所示的标准方程形式，在 OpenSees 中嵌入该方法时，首先在单元模型 FourNodeQuadUP 中添加质量矩阵 \mathbf{M} 和流体压缩矩阵 \mathbf{S} 的对角化方法；然后根据式 (13) 和式 (14)，在 Integrator 模块中嵌入时域积分 UPExplicitdifference 命令，计算任一结点的加速度、速度和位移；最后嵌入适用于显式时域积分法的算

法命令，即 UPExplicit。

3 选用分析命令的一些限制和要求

由于嵌入的时域算法均基于结点的 3 个自由度分别进行计算，对于分析步中的 Constraint 模块，要求整体系统的自由度不随着约束条件而改变，此时系数矩阵和未知向量的维数是固定不变的，建议采用 Penalty 命令。同时，因显式算法的计算时步较短，相应于每一时步内的动力反应值相对较小。因此，对于阈值的选择需要相对较小，以保证计算结果的准确性，建议参考值为 $10^6 \sim 10^{10}$ 。

显式时域方法求解方程时要求不联立求解方程组，经过对角化后的质量和流体压缩矩阵均为集中矩阵形式，此时，采用 ProfileSPD 命令计算方程组时，只存储及计算质量和流体压缩矩阵对角线上的值，有效避免了联立求解方程组问题，且显著提高了计算效率。

4 方法的正确性验证

对图 2 所示的二维计算模型加载一致正弦激励 $f(t) = 2\sin(2\pi t/10)$ ，分别采用 Newmark 隐式法及提出的全显式时域方法对该模型进行数值计算，分别对比两种方法获得的 A 点竖向位移和 B 点孔压时程，验证嵌入时域方法的正确性。

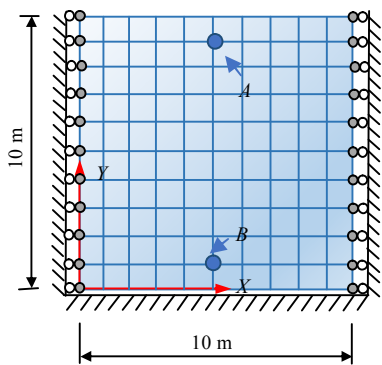


图 2 二维饱和土计算模型
Fig.2 Two-dimensional computational model of saturated soils

图 3 对比了提出全显式方法与 Newmark 方法的计算结果，A 点处两者计算的位移时程基本重合，B 点孔压时程也吻合较好，说明嵌入时域算法的计算正确有效。因计算时长较短，且计算初期产生一定的震荡，但会随着计算时长增加而逐渐减小。

由于提出的全显式时域积分法仅具有一阶精度，相比 Newmark 方法，计算结果存在一定差异。

图 4 对比了采用对角化和未采用对角化流体压缩矩阵的显式方法计算结果，两种结果近似一致，

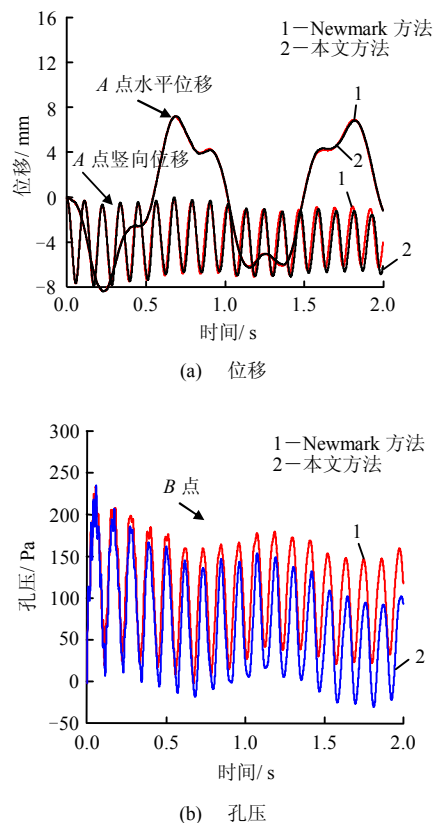


图 3 提出方法与 Newmark 法的计算结果对比
Fig.3 Comparison of results of proposed methods and Newmark method

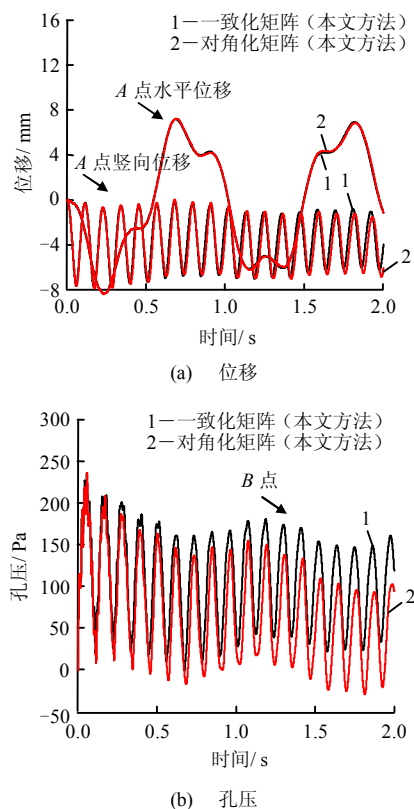


图 4 采用对角化和未对角化的流体压缩矩阵时提出方法的计算结果对比
Fig.4 Comparison of results of proposed methods with diagonal and non-diagonal fluid compressional matrix

同样验证了对角化方法的正确性。未采用对角化流体压缩矩阵（一致矩阵）算法的时间步长为 10^{-5} s，而采用对角矩阵算法的时间步长为 10^{-4} s，说明质量和流体压缩矩阵对角化后提高了整体算法的稳定性。

对比图 3 和图 4 中未采用对角化流体压缩矩阵的显式方法与 Newmark 方法的计算结果，可以发现两者结果几乎完全重合，再一次证明提出显式方法的递推格式计算准确。基于该递推格式，当采用对角化流体压缩矩阵时，不存在矩阵的求逆计算，显著提高了计算效率。

5 饱和土自由场有限元数值模拟

基于 OpenSees 计算平台，采用全显式时域积分法计算成层海床模型的非线性地震反应，并通过与

Newmark 法的计算耗时进行比较，说明提出方法在计算效率方面具有的显著优势。

斜坡成层海床的计算模型如图 5 所示，网格划分后的模型具有 2 781 个自由度。模型底部为不透水的刚性地基，固定该边界各结点的竖向位移，而水平向可以发生自由运动；海床上表面为自由排水边界，且水位线以上的海床土孔压为 0。为了使左、右两侧边界不影响内部关注域的动力响应，在左、右边界处施加自由场土柱，并设置在离关键区域较远的位置，且规定边界上的结点（主动结点）和其水平向内部结点（被动结点）的水平 and 竖向位移相同^[25]。图 5 中海床模型部分土体淹没在海水以下，这部分土体上需要施加海水自重，通过在其土结点上施加结点力来实现。

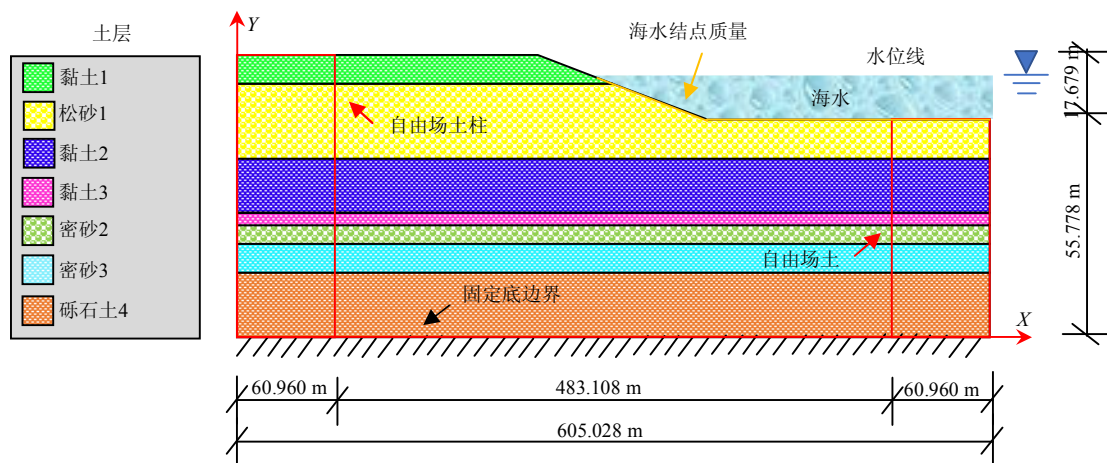


图 5 成层饱和海床土的计算模型
Fig.5 Computational model of layered saturated seabed

图 5 所示的成层海床模型中，共分成 7 层具有不同渗透性的饱和土，包括松砂、密砂、砾石土的砂土类和黏土类两大类，在 OpenSees 中饱和砂土、

黏土的本构模型分别选用命令 Pressure Depend MutiYield02(PDMY)和 Pressure Independ MutiYield (PIMY)。具体的材料参数参见表 1 和表 2。

表 1 饱和砂土 PDMY 模型的参数
Table 1 Parameters of PDMY model for saturated sand

土层	密度 / (g/cm ³)	参考剪切模量/ kPa	参考体积模量/ kPa	摩擦角 / (°)	八面体峰值剪应变	参考围压 / kPa	压力系数	剪胀角 / (°)	剪缩参数	剪胀参数	屈服面数	液化参数	初始孔隙比
松砂 1	1.84	4.3×10 ⁴	1.3×10 ⁵	33	0.1	100	0.5	26	0.067	0.06	30	1	0.730
密砂 2	2.24	4.3×10 ⁴	1.3×10 ⁵	40	0.1	100	0.5	26	0.013	0.30	30	1	0.532
密砂 3	2.24	4.3×10 ⁴	1.3×10 ⁵	40	0.1	100	0.5	26	0.013	0.30	30	1	0.490
砾石 4	2.24	4.3×10 ⁴	1.3×10 ⁵	40	0.1	100	0.5	26	0.013	0.30	30	1	0.490

表 2 饱和黏土 PIMY 模型的参数
Table 2 Parameters of PIMY model for saturated silt

土层	质量密度 / (g/cm ³)	参考剪切模量 / kPa	参考体积模量 / kPa	黏聚力 / kPa	八面体峰值剪应变	摩擦角 / (°)	参考围压 / kPa	压力系数 n	屈服面数
黏土 1	1.68	1.4×10 ⁴	4.2×10 ⁴	35.9	0.1	0.0	100	0.0	30
黏土 2	1.68	3.9×10 ⁴	1.2×10 ⁵	183.8	0.1	0.0	100	0.0	30
黏土 3	1.68	8.8×10 ⁴	2.6×10 ⁵	183.8	0.1	0.0	100	0.0	30

选用 Yang 等^[7]提出适用于饱和土的 4 结点四边形平面应变单元 FourNodeQuadUP。该单元任一结点均有 3 个自由度，其中第一和第二自由度分别代表二维 x 和 y 方向的位移，第三自由度代表了孔压。

计算模型中左右侧自由场单元与内部单元的厚度不同，分别选用 1 000 m 和 1 m 厚度，具体的单元参数参见表 3。

表 3 单元参数
Table 3 Parameters of elements

土层	单元厚度 / m	竖向重力加速度 / (m ² /s)	液相不排水体积模量 / kPa	水平向渗透系数 / (m/s)	竖向渗透系数 / (m/s)
黏土 1	1, 10 ³	-9.81	2.2×10 ⁵	1×10 ⁻⁵	1×10 ⁻⁵
黏土 2	1, 10 ³	-9.81	6.0×10 ⁶	1×10 ⁻⁵	1×10 ⁻⁵
黏土 3	1, 10 ³	-9.81	6.0×10 ⁶	1×10 ⁻⁵	1×10 ⁻⁵
松砂 1	1, 10 ³	-9.81	6.7×10 ⁶	1×10 ⁻³	1×10 ⁻³
密砂 2	1, 10 ³	-9.81	6.3×10 ⁶	1×10 ⁻³	1×10 ⁻³
密砂 3	1, 10 ³	-9.81	5.2×10 ⁶	1×10 ⁻⁴	1×10 ⁻⁴
砾石土 4	1, 10 ³	-9.81	6.7×10 ⁶	1×10 ⁻³	1×10 ⁻³

土体材料在应变较小情况下就会表现出非线性，同时具备耗能能力。为了准确模拟土体的动力非线性特性，在数值计算中引入瑞利阻尼，选用阻尼比为 2%，控制频率为 0.2~20.0 Hz。

地震动输入选用 Kobe 地震的水平位移时程记录 (图 6)，并施加在模型底边界各结点上。由于刚性底边界水平向无约束，因此，需要水平位移来约束整体模型的水平向运动，避免由于边界水平向约束问题造成矩阵在计算时产生奇异。地震动在输入时选取的时间间隔要求与时间步长相同。

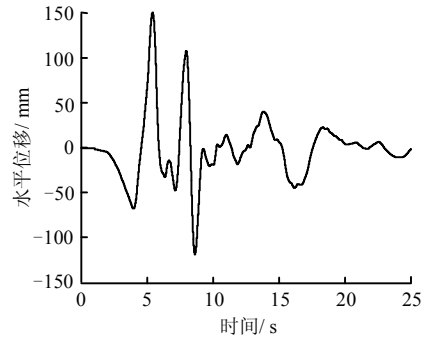


图 6 Kobe 波水平位移时程曲线
Fig.6 Time curve of horizontal displacement of Kobe wave

6 数值结果与分析

图 7 展示了海床模型的孔压分布云图。从图中可以看出，由于海床上表面为自由排水边界，水平线以上海床土的各结点孔压为 0，随着海床深度的增加，孔压也呈现逐渐增大的趋势。图 8 给出了几个关键结点的孔压时程曲线，包括坡顶、坡腰、坡脚，海床中部和底部结点，图中各结点的孔压在地震加载初期涨幅不明显，当地震加载 5 s 后，即加载地震动峰值最大时，各结点的孔压显著增大。坡顶孔压始终为 0，斜坡各点处的孔压最大值约为 100 kPa，海床中部和底部的孔压时程基本一致，相比其余各点孔压较大，约为 300 kPa，这与图 7 所示的孔压结果相一致。同时，随着地震的持续作用各点孔压逐渐趋于定值，只有当地震作用停止后，各点孔压逐渐降至静水孔压。

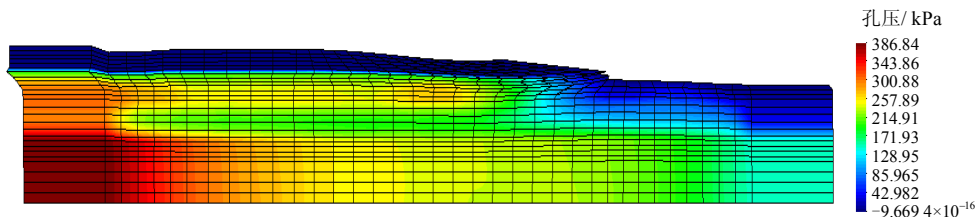


图 7 海床模型的孔压云图
Fig.7 Contour plot of pore pressure of seabed model

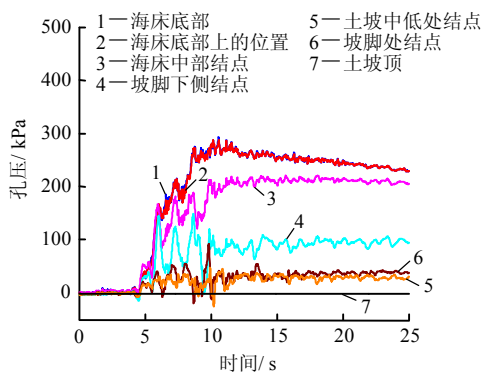


图 8 海床斜坡处及附近结点的孔压时程曲线
Fig.8 Time curves of pore pressure of slope and adjacent nodes

孔压比为超孔隙水压力与初始有效应力的比值，是判断饱和砂土在循环往复荷载作用下是否发生液化的指标。图 9 展示海床模型孔压比的云图，从图中看出，斜坡下半部分的松砂层相比其他土层的孔压比大很多，且接近于 1.0，同时在坡脚处及附近的土体结点孔压比达到 1.0，表明此处的饱和砂土发生液化，此时坡脚处的松砂层，其竖向有效应力为最小值。同时，图 10 给出了海床斜坡的几个关键结点的孔压比时程，包括坡顶、坡腰和坡脚等 5 个代表性结点。由于坡顶处为自由排水边界，该点的孔压比始终为 0。

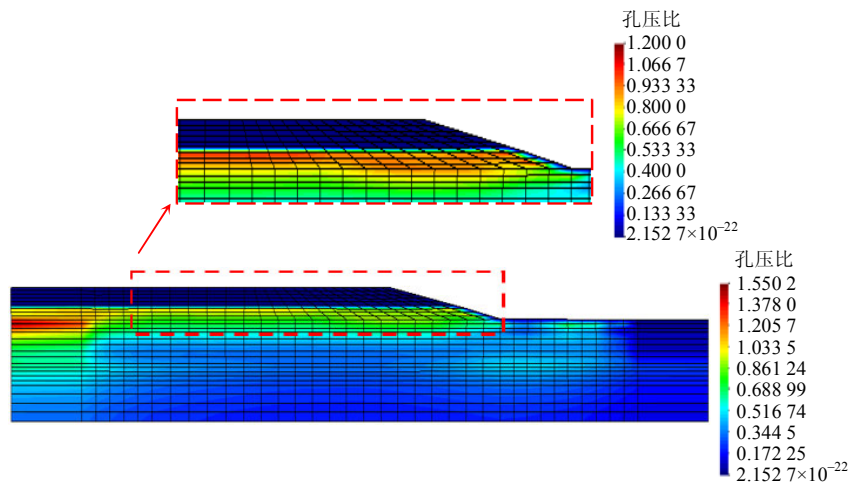


图 9 海床模型的孔压比云图
 Fig.9 Contour plot of pore pressure ratio of seabed model

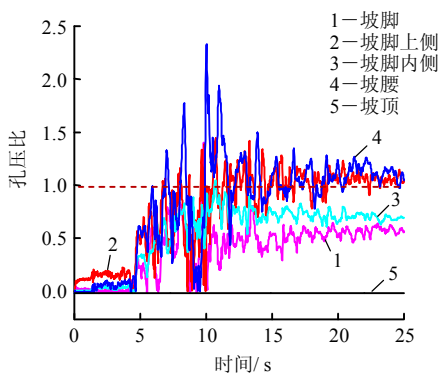


图 10 海床斜坡处结点的孔压比时程曲线
 Fig.10 Time curves of pore pressure ratio of slope nodes

而坡脚处及附近的结点孔压比始终小于 1.0, 说

明坡脚处的砂土未发生液化现象；而中部的坡腰及其下部结点在地震作用 5 s 之后，孔压比出现大于 1.0 的情况，且该土层为渗透系数 $k = 10^{-3}$ m/s 的饱和松砂层，此时饱和砂土开始发生初始液化，并且伴随地震的持续作用，该土层部分结点始终处于液化状态。

地震作用引起的砂土层液化，造成海床斜坡发生侧向大变形。图 11 和图 12 分别为海床模型的水平位移和竖向位移云图。从图 11 中可知，模型斜坡处产生了较大的水平侧向位移，最大值达到 2.8 m。同时，斜坡处为松砂层，松砂层液化后引起海床斜坡处产生了较大的水平侧向滑移，也导致海床斜坡处的竖向位移相比其余结点处更大，如图 12 所示。

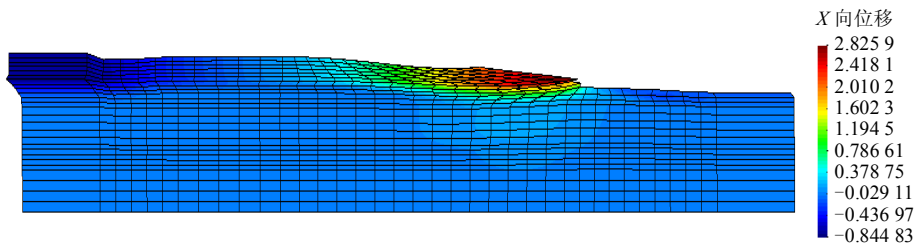


图 11 水平位移云图 (单位: m)
 Fig.11 Contour plot of horizontal displacements (unit: m)

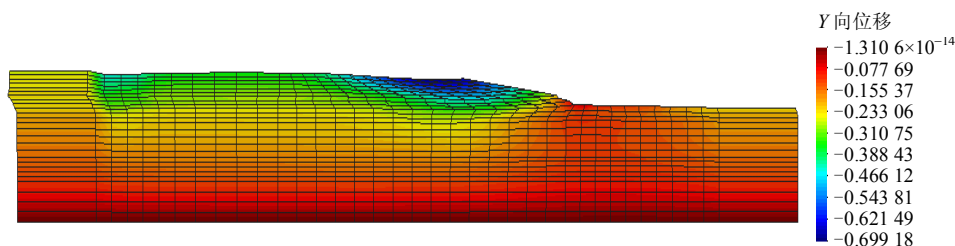


图 12 竖向位移云图 (单位: m)
 Fig.12 Contour plot of vertical displacements (unit: m)

图13给出了海床斜坡处的5个关键结点的水平位移时程曲线。图中模型坡底部边界各结点的位移时程与图6所示的地震位移输入相同。通过对比坡脚、坡腰及坡顶处的位移可知,坡顶比坡脚处的侧向位移大,但发生最大侧向位移的结点并不在坡顶处,而是在坡腰处,位移的最大值达到2.8 m左右。

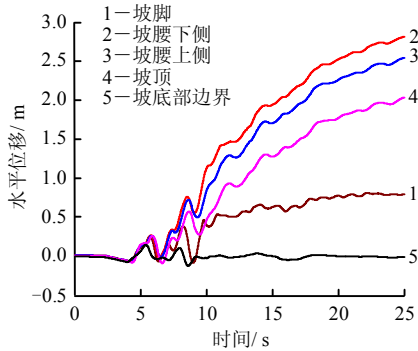


图13 海床斜坡处结点的水平位移时程曲线
Fig.13 Time curves of displacement of slope nodes

最后,对比了采用Newmark法和本文提出的全显式法的计算用时,如图14所示。由图可以看出,虽然提出方法的时间步长是Newmark法的1/10,但计算耗时相比Newmark法的减小约1/2,说明了提出方法在计算效率方面的显著优势。

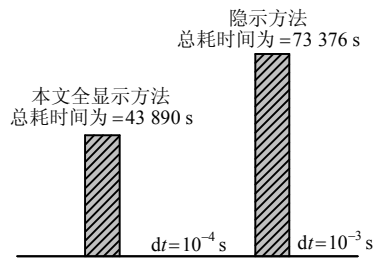


图14 计算用时的对比
Fig.14 Comparison of computational time

7 结论

本文基于OpenSees开源平台,嵌入了提出的全显式有限元法,实现了 $u-p$ 格式饱和两相多孔介质动力方程的显式计算。并结合软件自带的饱和土本构模型和单元模型,将该算法应用于计算海床土的非线性地震响应,并模拟了饱和土的整体液化过程及发生的侧向大变形。得到如下结论:

(1) 本文嵌入OpenSees平台的全显式时域算法,具有较少的计算步骤,通过计算大自由度饱和土动力问题,提出的全显式算法比Newmark方法的总耗时更少,计算效率更高。

(2) 给出了全显式时域算法的命令和计算流程,

以及应用该方法时的一些限制条件,为用户了解及应用提供便利。

参考文献

- [1] 栾茂田, 张小玲, 张其一. 地震荷载作用下海底管线周围砂质海床的稳定分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(6): 1155—1161.
LUAN Mao-tian, ZHANG Xiao-ling, ZHANG Qi-yi. Stability analysis of sandy seabed around submarine pipelines under seismic load[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2008, 27(6): 1155—1161.
- [2] 陈永伟, 刘显群, 王立忠, 等. 强震作用下松散海床地基的动力响应[J]. 岩土力学, 2011, 32(7): 2225—2230.
CHEN Yong-wei, LIU Xian-qun, WANG Li-zhong, et al. Dynamic response of loose seabed foundation under meizoseismic load[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, 32(7): 2225—2230.
- [3] YE J H, WANG G. Seismic dynamics of offshore breakwater on liquefiable seabed foundation[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2015, 76: 86—99.
- [4] YE J H, WANG G. Numerical simulation of the seismic liquefaction mechanism in an offshore loosely deposited seabed[J]. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 2016, 75(3): 1183—1197.
- [5] MAZZONI S, MCKENNA F, SCOTT M H, et al. OpenSees command language manual[M]. [S. l.]: [s. n.], 2007.
- [6] MCKENNA F T. Object-oriented finite element programming: frameworks for analysis, algorithms and parallel computing[D]. Berkeley: University of California, Berkeley, 1997.
- [7] YANG Z H, LU J, ELGAMAL A. OpenSees soil models and solid-fluid fully coupled elements[R]. [S. l.]: [s. n.], 2008.
- [8] YANG Z H, ELGAMAL A. Command manual and user reference for OpenSees soil models and fully coupled

- element developed at university of California at San Diego[R]. [S. 1.]: [s. n.], 2003.
- [9] ELGAMAL A, YANG Z H, PARRA E, et al. Modeling of cyclic mobility in saturated cohesionless soils[J]. **International Journal of Plasticity**, 2003, 19(6): 883—905.
- [10] YANG Z, ELGAMAL A. Numerical modeling of earthquake site response including dilation and liquefaction[D]. New York: Columbia University, 2000.
- [11] TAIEBAT M, JEREMIC B, DAFALIAS Y F, et al. Earthquake-induced shear deformation of slopes for performance-based engineering[C]//Performance-Based Design in Earthquake Geotechnical Engineering. London: Taylor & Francis Group, 2009: 907—914.
- [12] OLSON S M, HASHASH Y M A, RUTHERFORD C J, et al. Experimental and numerical investigation of cyclic response of dense sand under multidirectional shaking[C]//6th International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering. Christchurch: [s. n.], 2015.
- [13] SHAHIR H, MOHAMMADI-HAJI B, GHASSEMI A. Employing a variable permeability model in numerical simulation of saturated sand behavior under earthquake loading[J]. **Computers and Geotechnics**, 2014, 55: 211—223.
- [14] JEREMIC B, CHENG Z, TAIEBAT M, et al. Numerical simulation of fully saturated porous materials[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2008, 32(13): 1635—1660.
- [15] SIYABI B, ARSLAN H. Nonlinear dynamic finite element simulation of Alibey earth dam[J]. **Environmental Geology**, 2008, 54(1): 77—85.
- [16] ZHAO C G, LI W H, WANG J T. An explicit finite element method for Biot dynamic formulation in fluid-saturated porous media and its application to a rigid foundation[J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2005, 282(3): 1169—1181.
- [17] WANG J T, ZHANG C H, DU X L. An explicit integration scheme for solving dynamic problems of solid and porous media[J]. **Journal of Earthquake and Engineering**, 2008, 12(2): 293—311.
- [18] ZIENKIEWICZ O C, LEUNG K H, HINTON E, et al. Liquefaction and permanent deformation under dynamic conditions-numerical solution and constitutive relations[M]//Soil Mechanics-Transient and Cyclic Loads, Constitutive Relations and Numerical Treatment. New York: John Wiley & Sons, 1982: 71—104.
- [19] SIMON B R, ZIENKIEWICZ O C, PAUL D K. An analytical solution for the transient response of saturated porous elastic solids[J]. **Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1984, 8(4): 381—398.
- [20] PARK K C. Stabilization of partitioned solution procedure for pore fluid-soil interaction analysis[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 1983, 19(11): 1669—1673.
- [21] ZIENKIEWICZ O C, PAUL D K, CHAN A H C. Unconditionally stable staggered solution procedure for soil-pore fluid interaction problems[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 1988, 26(5): 1039—1055.
- [22] HUANG M S, ZIENKIEWICZ O C. New unconditionally stable staggered solution procedures for coupled soil-pore fluid dynamic problems[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 1998, 43(6): 1029—1052.
- [23] PARK T, TAK M. A new coupled analysis for nearly incompressible and impermeable saturated porous media on mixed finite element method: I proposed method[J]. **Journal of Civil Engineering**, 2010, 14(1): 7—16.
- [24] XU C, SONG J, DU X, et al. A completely explicit finite element method for solving dynamic up equations of fluid-saturated porous media[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2017, 97: 364—376.
- [25] FORCELLINI D, TARANTINO A M. Countermeasures assessment of liquefaction-induced lateral deformation in a slope ground system[J]. **Journal of Engineering**, 2013, 2013: 1—9.