第xx卷 第x期	控制与	决 策	Vol.xx No.x
xxxx年 x月	Control and	Decision	xxx. xxxx

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2018.0843

# 基于RBF神经网络补偿的一种绳牵引并联机器人 支撑系统的力/位混合控制

王宇奇 林 麒 王晓光 周凡桂 刘 骏

(厦门大学 航空航天学院,厦门 361005)

摘 要:为了保证用于风洞试验的绳牵引并联机器人支撑系统(Wire-Driven Parallel Robot Support System-WDPRSS)的末端执行精度,设计了一种采用Hamilton-Jacobi Inequality(HJI)定理并基于RBF神经网络补偿的 力/位混合控制。通过对WDPRSS的动力学建模分析,选择以位姿作为变量建立WDPRSS的整体动力学方程。 将所设计的力/位混合控制代入到整体动力学方程中得误差闭环系统,对闭环系统进行稳定性分析,结果证 明WDPRSS是趋于渐进稳定特性的。对八绳牵引的并联机器人支撑系统进行MATLAB/SIMULINK仿真实验, 仿真结果表明所设计的力/位混合控制是正确有效的,满足控制精度要求,并将所设计的力/位混合控制与PD控 制进行对比分析。最后,通过样机实验验证了所提控制方案的有效性。仿真实验和样机实验为在样机上进行技 术实现提供了理论依据和实验基础。

关键词: WDPRSS; 动力学; HJI定理; RBF神经网络补偿; 力/位混合控制; 仿真分析和实验 中图分类号: TP24 文献标志码: A

# **Force/Position Hybrid Control for a Wire-Driven Parallel Robot Support System Based on RBF Neural Network Compensation**

WANG Yu-qi, LIN Qi, WANG Xiao-guang, Zhou Fangui, LIU Jun

(School of Aerospace Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: In order to guarantee the precision of the end effector of a wire-driven parallel robot support system (WDPRSS) used in a wind tunnel test, a force/position hybrid control is proposed based on Hamilton-Jacobi Inequality (HJI) theorem and RBF neural network compensation. Through dynamic modeling analysis of the WDPRSS, the whole dynamic equation of the WDPRSS is established using the pose as the variable. The proposed force/position hybrid control is substituted into the dynamic equation to obtain the error closed-loop system. Stability analysis of the closed-loop system shows that the WDPRSS tends to be asymptotic stable. A MATLAB/SIMULINK simulation experiment of the WDPRSS is conducted. The simulation results show that the proposed force/position hybrid control are compared and analyzed. Finally, the effectiveness of the proposed control scheme is verified by prototype experiments. Simulation experiments and prototype experiments provide the theoretical evidence and the experiment foundation for the technology implementation on the prototype.

**Keywords:** WDPRSS; Dynamics; HJI theorem; RBFNN compensation; Force/position hybrid control; Simulation analysis and experiment

# 0 引 言

绳牵引并联机器人支撑系统(WDPRSS)作为机器人中的一种重要形式在航空、工业、军事等领域起着极其重要的作用<sup>[1-2]</sup>。尤其在风洞试验中的应用对空气动力学的研究以及新型飞行器的研制和开发

有着积极的推动作用<sup>[3-4]</sup>。随着绳牵引并联机器人技术的提高以及应用领域的扩展延伸,研究人员对其工作的可靠性及控制精度的要求越来越高。因此,提高WDPRSS工作的可靠性及控制精度是本文需要研究的主要内容。

收稿日期: 2018-06-20; 修回日期: 2018-09-20.

基金项目:国家自然基金项目(11472234,11072207,11702232)

**作者简介:**王宇奇(1983-),女,博士研究生,从事机电一体化控制的研究;林麒(1954-),女,博士,教授,博士生导师,从事机电工程的研究、飞行器控制等研究.

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup>通讯作者. E-mail:qilin@xmu.edu.com

WDPRSS在运行过程中,末端执行器(飞机模 型)与牵引绳、外界环境之间会产生力的相互作 用(即动态耦合)。为了使末端执行器能够精确的 完成运动轨迹,需要同时对末端执行器进行位姿的 控制以及力的控制(即力/位混合控制)。基本的力/位 混合控制方案最初是由Craig和Raibert于1979年提出 的<sup>[5]</sup>。此后,许多研究人员提出并探索出了新的 混合控制策略。Vikas Panwar和N.Sukavanam针对机 器人手臂,基于二次优化和滑模方法,提出了一 种力/位混合控制, 仿真结果实现了对椭圆平面约 束面的跟踪<sup>[6]</sup>; Shuhuan Wen和Wei Zheng等人针对 移动机器人,基于Elman模糊神经网络提出了一种 力/位混合控制的在线学习方法,仿真实例证明了 所提方法的有效性<sup>[7]</sup>; YiannisKarayiannidis和George Rovithakis等人针对机械手提出了一种基于神经网络 自适应控制的力/位混合跟踪策略, 仿真结果突出 了该方案的有效性<sup>[8]</sup>; Yuanchun Li和Guogang Wang 等人针对约束的可重构机器人,提出了一种基于自 适应神经网络的力/位混合控制,并通过仿真对该方 法的有效性进行了研究<sup>[9]</sup>; Kazuo Kiguchi和Toshio Fukuda针对集合未知的机器人,采用基于模糊神经 网络的力/位混合控制,实现了对未知对象的约束面 的方向搜索[10]。

对以上研究进行综合分析发现,针对多自由度 的、以绳为介质的非线性并联机器人却基本没有相 关力/位混合控制的研究。本文参考研究人员的设 计理论,针对WDPRSS的任务和性质特点,提出了 一种适合WDPRSS的新的力位混合控制策略。在实 际机器人系统中,对于复杂的多自由度运动,被控 对象(末端执行器)通常都伴随着各种各样的不确定 性以及动态耦合,且由于绳的柔性特征所产生的力 的变化也会影响到运动轨迹。因此,采用传统单一 的位置控制或者力控制已经不能满足风洞试验时末 端执行器的运动控制精度,而且传统的力/位混合控 制中的力控制环,并不适合所研究的WDPRSS。本 文的创新点在于根据WDPRSS 的任务性质和工作特 点,采用RBF神经网络补偿不确定性以及动态耦合, 并根据HJI定理设计了一个新的力反馈控制律,将 所设计的力反馈控制律融入到力控制环中,综合力 反馈型阻抗控制与力/位混合控制的优点,提出了一 种新的力/位混合控制对WDPRSS进行研究分析。

## **1 WDPRSS**的动力学

#### 1.1 WDPRSS的描述及动力学建模分析

以用于风洞试验的WDPRSS作为研究对象。

WDPRSS的主要构件有:机架、动平台(飞机模型)、 万向滑轮、滚珠丝杠、控制柜及上位机等。风洞试 验时,动平台上的末端执行器(飞机模型)由八根绳 进行牵引,通过绳长的变化,其位姿能够实现三个 平动和三个转动六自由度的灵活变化,其绳系结构 实物图如图1所示。



图1 飞机模型绳系结构图

八根牵引绳的运动相对独立,有独立的运动牵 引单元,因此,WDPRSS有八套电机和八套滚珠丝 杠牵引组件。其结构原理图如图2所示。



图 2 WDPRSS的结构原理图

为了设计合适的力/位混合控制策略,进一步 提高WDPRSS在风洞试验中的控制精度,首先要 对WDPRSS的动力学进行研究分析。WDPRSS的动 力学是研究并联机器人运动和作用力之间的关系, 其研究的主要目的是进行运动控制的设计,以实 现并联机器人末端执行器的特定运动,达到最优 控制目标或更好的动态性能。WDPRSS的动力学 分析对并联机器人支撑系统的动态特性、系统控 制、运动精度等方面的研究具有重要的意义。由 于WDPRSS主要有动平台(末端执行器)以及驱动系 统(电机、驱动器、滚珠丝杠、滑块等)两大模块,而 且动平台(末端执行器)的动力学建模是运动控制设 计的基础。因此,主要针对这两个模块进行动力学 建模。驱动系统与动平台(末端执行器)的动力学模 型如式(1)和式(2)所示[11]:

$$\boldsymbol{M}_{0} \ddot{\boldsymbol{\Theta}}_{m} + \boldsymbol{C}_{0} \dot{\boldsymbol{\Theta}}_{m} + \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{T} = \boldsymbol{\tau} . \tag{1}$$

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{X})\ddot{\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{N}(\boldsymbol{X}, \dot{\boldsymbol{X}}) - \boldsymbol{w}_{q} - \boldsymbol{w}_{e} = -\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T} . \qquad (2)$$

式(1)和式(2)中,  $M_0$ 为等效到驱动器的惯性矩 阵;  $θ_m$ 为伺服电机的转角矢量;  $C_0$ 为等效到 驱动器的粘性摩擦系数矩阵; μ 为滚珠丝杠的 传动系数; T为绳拉力矢量; T为驱动器的输 出力矩向量; *M*(*X*)为末端执行器的惯性矩阵;  $X = (X_P, Y_P, Z_P, \phi, \theta, \psi)^{T}$ 为末端执行器的实际位 姿,  $(X_P, Y_P, Z_P)^{\mathsf{T}}$ 为相对于静平台的P点的坐标,  $(\phi, \theta, \psi)^{\mathrm{T}}$ 为末端执行器的姿态角, $\phi$ 、 $\theta$ 和 $\psi$ 分别是 末端执行器的滚转角、俯仰角和偏航角; N(X,X)为 非线性哥氏离心力矩阵; J为8行6列的雅可比矩阵; w<sub>a</sub>为末端执行器的重力向量, m为末端执行器的 质量,g为重力加速度;we为末端执行器所受外界 的空气动力载荷,  $w_e = [f_e; \tau_e], f_e 和 \tau_e 分别是作用$ 在末端执行器上的空气动力和动力矩,如果在风 速为0的条件下进行动力学研究分析,则w<sub>e</sub>=0。其 中,

$$M(X) = \begin{bmatrix} (\mathbf{m}I)_{3\times 3} & \mathbf{0}_{3\times 3} \\ \mathbf{0}_{3\times 3} & A_{\mathrm{G}3\times 3}H \end{bmatrix}$$
$$N(X, \dot{X}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3\times 1} \\ A_G \dot{H} \dot{Q} + (H \dot{Q}) \times (A_G H \dot{Q}) \end{bmatrix}_{6\times 1}$$
$$H = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \cos\theta\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ -\sin\theta & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ \dot{Q} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}.$$

 $A_G$ 是末端执行器关于重心的惯性矩阵, $\hat{Q}$ 是姿态角速度矢量。

#### **1.2** WDPRSS的动力学方程(X-变量)

绳长L、位姿X、电机转角 $\theta_m$ 三者之间存在逻辑关系,如式(3)和式(4)所示:

$$\dot{\boldsymbol{L}} = \mu \, \boldsymbol{\theta}_m = \boldsymbol{J} \boldsymbol{G} \boldsymbol{X}. \tag{3}$$

$$\ddot{\boldsymbol{L}} = \mu \, \ddot{\boldsymbol{\Theta}}_{m} = \dot{\boldsymbol{J}} \boldsymbol{G} \dot{\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{J} \dot{\boldsymbol{G}} \dot{\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{J} \boldsymbol{G} \ddot{\boldsymbol{X}}. \tag{4}$$

将式(3)和式(4)化简后,得式(5)和式(6):

$$\dot{\boldsymbol{X}} = \boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{G}^{-1} \boldsymbol{J}^{+} \dot{\boldsymbol{\Theta}}_{m}.$$
 (5)

$$\ddot{X} = \boldsymbol{G}^{-1} \boldsymbol{J}^{+} (\boldsymbol{\mu} \cdot \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{m} - \boldsymbol{J} \boldsymbol{G} \dot{\boldsymbol{X}} - \boldsymbol{J} \boldsymbol{G} \dot{\boldsymbol{X}})$$

$$= \boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{G}^{-1} \boldsymbol{J}^{+} \ddot{\boldsymbol{\theta}}_{m} - \boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{G}^{-1} \boldsymbol{J}^{+} \dot{\boldsymbol{J}} \boldsymbol{J}^{+} \dot{\boldsymbol{\theta}}_{m}$$

$$- \boldsymbol{\mu} \cdot \boldsymbol{G}^{-1} \dot{\boldsymbol{G}} \boldsymbol{G}^{-1} \boldsymbol{J}^{+} \dot{\boldsymbol{\theta}}_{m} \qquad (6)$$

其中,  $GG^{-1} = I_{6\times 6}$ ,  $(G^{-1})G = I_{6\times 6}$ ,  $G = \begin{bmatrix} I_{3\times 3} & \mathbf{0}_{3\times 3} \\ \mathbf{0}_{3\times 3} & H \end{bmatrix}$ 是基于姿态角的转换矩阵。

针对位姿X与电机转角 $\Theta_m$ 之间的关系,以末端执行器的位姿X作为变量,将公式(1)代入到公式(2)中,求得WDPRSS的整体动力学方程:

$$M(X)\ddot{X} + N(X,\dot{X}) - w_g - w_e$$
  
=  $-(1/\mu)J^{\mathrm{T}}(\tau - (1/\mu)C_0JG\dot{X}$   
 $-(1/\mu)M_0(\dot{J}G\dot{X} + J\dot{G}\dot{X} + JG\ddot{X}))$  (7)

将式(7)进行化简,得到以位姿**X**为变量的整体动力 学方程(8):

$$(\boldsymbol{M}(\boldsymbol{X}) - (1/\mu^{2}) \cdot \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M}_{0} \boldsymbol{J} \boldsymbol{G}) \boldsymbol{\hat{X}}$$
  

$$- (1/\mu^{2}) (\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M}_{0} \boldsymbol{\dot{J}} \boldsymbol{G} + \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M}_{0} \boldsymbol{J} \boldsymbol{\dot{G}} + \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}_{0} \boldsymbol{J} \boldsymbol{G}) \boldsymbol{\dot{X}}$$
  

$$= - (1/\mu) \cdot \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{w}_{g} + \boldsymbol{w}_{e} - \boldsymbol{N}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\dot{X}}) \qquad (8)$$
  

$$\boldsymbol{\hat{x}} \quad \boldsymbol{A} = -\mu (\boldsymbol{M}(\boldsymbol{X}) - (1/\mu^{2}) \cdot \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M}_{0} \boldsymbol{J} \boldsymbol{G})$$
  

$$\boldsymbol{B} = (1/\mu) (\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M}_{0} \boldsymbol{\dot{J}} \boldsymbol{G} + \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}_{0} \boldsymbol{J} \boldsymbol{G})$$
  

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}$$
  

$$\boldsymbol{D} = -\mu \boldsymbol{w}_{g} - \mu \boldsymbol{w}_{e} + \mu \boldsymbol{N}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\dot{X}})$$
  
将式(8) 化简得:

$$A\ddot{X} + B\dot{X} = C \tau + D \tag{9}$$

通过MATLAB验证得出,式(9)中的A和B均为 正定矩阵。

根据风洞试验的要求,末端执行器的位姿需 要进行调整,而末端执行器位姿的调整是通过绳 长的变化来进行实现的,动力学建模及运动控制 也与位姿*X*、电机转角θ<sub>m</sub>及绳长*L*紧密相关。由 于WDPRSS是非线性并联机器人,并联机器人的逆 解容易,正解困难且存在多解的情况。因此,以位 姿*X* 作为动力学方程的变量,即已知末端执行器的 运动规律,求解绳长*L*的变化,则动力学分析就会 相对简单化。

#### 2 HJI定理及RBF神经网络设计

#### 2.1 HJI定理

在实际工程应用中,机器人系统的状态通常不 是完全可测量的。基于机器人系统不确定的非精确 模型,本节采用一个定理,设计绳牵引并联机器人 支撑系统的闭环控制误差系统的模型为<sup>[12]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{\xi} (\mathbf{x}) + \delta(\mathbf{x})\vartheta(\mathbf{t}) \\ \Lambda = \mathbf{G}(\mathbf{x}) \end{cases}$$
(10)

式(10)中的 $\vartheta(t)$ 为外界干扰;  $\Lambda$ 为非线性系统的评判 指标。对于干扰信号 $\vartheta(t)$ ,其 $L_2$ 范数如下所示:

$$\left\|\vartheta(\mathbf{t})\right\|_{2} = \left\{\int \begin{array}{c} \infty \ \vartheta^{T}(\mathbf{t})\vartheta(\mathbf{t})\mathrm{d}\mathbf{t} \right\}^{\frac{1}{2}} \tag{11}$$

上式中的 $L_2$ 范数能衡量 $\vartheta(t)$ 的能量大小。

为了判断绳牵引并联机器人非线性系统的干扰 抑制能力,设定以下性能指标<sup>[13]</sup>:

$$\eta = \sup_{\|\vartheta\| \neq 0} \frac{\|\Lambda\|_2}{\|\vartheta(\mathbf{t})\|_2} \tag{12}$$

式(12)中,η为机器人非线性系统的L<sub>2</sub>增益,η表示 非线性系统鲁棒性的大小;η越小,证明并联机器 人系统的鲁棒性越好。因此,通过减小并联机器 人系统的L<sub>2</sub>增益可以抑制干扰ϑ(t)对控制误差的影 响<sup>[14]</sup>。

根据参考文献<sup>[15-16]</sup>中的理论并结合闭环控制误 差系统的模型,给出并联机器人系统具有小于或等 于一个正数 $\lambda$ 的 $L_2$ 增益的条件,HJI定理即存在一个 正数 $\lambda$ ,如果存在一个正定并且可微函数 $V(\mathbf{x}) \geq 0$ 且

$$\dot{\boldsymbol{V}(\boldsymbol{x})} \leq \frac{1}{2} \left\{ \lambda^2 \|\vartheta\|^2 - \|\Lambda\|^2 \right\} (\forall\vartheta)$$
(13)

此时,  $\eta \leq \lambda$ , 说明并联机器人系统不仅 是BIBO(Bounded Input Bounded Output)稳定的,且 是渐近稳定的。因此,HJI定理是判定系统是否 是BIBO稳定的重要条件。

## 2.2 机器人RBF神经网络设计

在工程实践中,要得到实际系统与外界干扰的 精确数学模型是基本不可能的。系统模型的不确定 性在实际系统中是普遍存在的,比如被控对象的模 型误差、未知系统参数以及外部干扰等。为解决以 上难题,采用RBF神经网络来补偿系统模型的不确 定性以及绳与末端执行器之间产生的动态耦合效 应。RBF神经网络具有很强的非线性拟合能力、鲁 棒性、记忆能力以及自学习能力等,对非线性系统 的补偿具有良好的效果。本文中,采用具有3层的 神经网络结构。其基本结构如下图所示:



图 3 WDPRSS的RBF神经网络拓扑结构图

图3中,输入为位姿误差及位姿速度误差 $x = [x_1; x_2; x_3 \cdots x_{12}]$ ,共计12个;设定网络隐含层的输

出是7行1列的列向量 $G = [G_1; G_2; G_3 \cdots G_7]$ ,隐含 层节点中的中心向量是12行7列的矩阵,如下所示:

$$\Im = \begin{bmatrix} \Im_{11} \Im_{12} \Im_{13} \cdots \Im_{1m} \\ \Im_{21} \Im_{22} \Im_{23} \cdots \Im_{2m} \\ \vdots \\ \Im_{n1} \Im_{n2} \Im_{n3} \cdots \Im_{nm} \end{bmatrix} (n = 12, m = 7)$$
  
设定网络的权值是7行6列的矩:

$$\boldsymbol{W}_{\rm f} = \begin{vmatrix} w_{11}w_{12}w_{13}\cdots w_{16} \\ w_{21}w_{22}w_{23}\cdots w_{26} \\ \vdots \\ w_{71}w_{72}w_{73}\cdots w_{76} \end{vmatrix}$$

输出是逼近补偿  $\Theta = W_{f}^{T}G(x)$ 。给定一 个极小的正数 $\partial_{0}$ ,设定模型的不确定性和外 界干扰为 $\Upsilon(\bullet)$ ,存在一个理想的权值向量 $W_{f}^{*}$ , 使RBF逼近补偿 $\hat{\Upsilon}^{*}(\bullet)$ 且满足max  $\|\Upsilon(\bullet) - \hat{\Upsilon}^{*}(\bullet)\| \leq \partial_{0}$ ,其中, $\hat{\Upsilon}^{*}(\bullet) = W_{f}^{*T} G(x)$ 。定义逼近误 差为 $\aleph = \Upsilon(\bullet) - \hat{\Upsilon}^{*}(\bullet)$ ,设定逼近误差於有界, 即 $\aleph_{\bullet} = \sup \|\Upsilon(\bullet) - \hat{\Upsilon}^{*}(\bullet)\|$ 。

# 3 力/位混合控制设计及稳定性分析 3.1 力/位混合控制设计

为了设计精确的力/位混合控制律,提高风洞 试验的控制精度及系统鲁棒性,将HJI理论应用 于所设计的控制律中。被控对象的动力学方程为 式(9)。设定理想的跟踪轨迹(位姿)为 $X_d$ ,定义跟踪 误差为 $e = X - X_d$ 、 $\dot{e} = \dot{X} - \dot{X}_d$ 和 $\ddot{e} = \ddot{X} - \ddot{X}_d$ , 且e、 $\dot{e}$ 及 $\ddot{e}$ 均为6行1列的列向量。融合参考文 献[13]、[17]和[18]中的设计优点,针对WDPRSS建 立的力/位混合控制原理图如图4所示,所设计的新 的控制如式(14)所示:



$$\mathbf{\tau} = \mathbf{\gamma}_p + \mathbf{\gamma}_f \tag{14}$$

式(14)中,非线性并联机器人是由位置/速度控制部分和力控制部分产生的力或力矩之和组成的。位置环以末端执行器的理论位姿*X*<sub>d</sub>作为输入,位置

反馈则由运动学关系计算所得。设计位置环为简单的PD控制,表达式为(15),设定力控制环为式(16)。

$$\boldsymbol{\gamma}_{p} = (\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}})^{+} (-\boldsymbol{K}_{P}\boldsymbol{e} - \boldsymbol{K}_{d}\boldsymbol{\dot{e}})$$
(15)

 $\mathbf{\gamma}_f = (\mathbf{J}^{\mathrm{T}})^+ (\lambda + \mathbf{A}\ddot{\mathbf{X}}_d + \mathbf{B}\dot{\mathbf{X}}_d - \mu \mathbf{N}(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}))$ (16)

其中, λ为力反馈控制律, **K**<sub>P</sub>、**K**<sub>d</sub>分别是比例增益 和微分增益。

将所设计的力/位混合控制律代入到动力学方程(9)中得:

$$\begin{aligned} A\ddot{X} + B\dot{X} + \mu w_g + \mu w_e - \mu N(X, \dot{X}) \\ = J^{\mathrm{T}}((J^{\mathrm{T}})^+ (-K_P e - K_d \dot{e}) \\ + (J^{\mathrm{T}})^+ (\dot{\lambda} + A \ddot{X}_d + B \dot{X}_d \\ - \mu N(X, \dot{X})) \end{aligned}$$
(17)

其中,  $J^{T}(J^{T})^{+} = I_{6\times 6}$ ,  $(J)^{+}J = I_{6\times 6}$ 。 化简所得的误差闭环系统如下所示:

$$A\ddot{e} + (B + K_d)\dot{e} + K_P e$$
$$= \lambda - \mu w_g - \mu w_e \qquad (18)$$

令 $\Upsilon(\bullet) = \Delta \chi = \mu w_g + \mu w_e$ , 且 $\Delta \chi$ 为不确定性、动态 耦合及外界干扰,则公式(18)可化简得:

 $\boldsymbol{A}\ddot{\boldsymbol{e}} + (\boldsymbol{B} + \boldsymbol{K}_d)\dot{\boldsymbol{e}} + \boldsymbol{K}_P\boldsymbol{e} + \Delta\chi = \lambda \qquad (19)$ 

采用RBF神经网络逼近补偿 $\Delta\chi$ ,其表达式为:

$$\Delta \chi = W_{\rm f}^{*{\rm T}} G(\boldsymbol{x}) + \varepsilon_{\rm f}$$
<sup>(20)</sup>

其中, $\varepsilon_{\rm f}$ 为逼近误差。

综合式(19)和式(20), 可得:

 $A\ddot{e} + (B + K_d)\dot{e} + K_P e + W_f^{*T}G(x) + \varepsilon_f = \lambda$  (21) 定义状态变量:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_1 = \boldsymbol{e} \\ \boldsymbol{x}_2 = \dot{\boldsymbol{e}} + \alpha \boldsymbol{e} \end{cases}$$
(22)

其中,  $\alpha > 0$ 。则,

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}_1 = \boldsymbol{x}_2 - \alpha \boldsymbol{x}_1 \\ A \dot{\boldsymbol{x}}_2 = -(\boldsymbol{B} + \boldsymbol{K}_d) \boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{W}_{\mathrm{f}}^{*\mathrm{T}} \boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}) \\ -\varepsilon_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{K}_P \boldsymbol{x}_1 + \lambda + \varpi \end{cases}$$
(23)

其中,  $\overline{\omega} = A\alpha \dot{e} + (B + K_d)\alpha e_{\circ}$ 

利 用3.1小 节 中 的HJI不 等 式,将 式(23)写 成 式(10)的形式,其中,

$$\boldsymbol{\xi} \left( \boldsymbol{x} \right) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_2 - \alpha \boldsymbol{x}_1 \\ \boldsymbol{A}^{-1} (-(\boldsymbol{B} + \boldsymbol{K}_d) \boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{W}_f^{*T} \boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}) \\ -\boldsymbol{K}_P \boldsymbol{x}_1 + \boldsymbol{\lambda} + \boldsymbol{\varpi} ) \end{bmatrix}$$
$$\delta(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ -\boldsymbol{A}^{-1} \end{bmatrix}, \ \vartheta(\mathbf{t}) = \varepsilon_f$$

设定并联机器人非线性系统的评判指标为:

针对误差系统式(23),设计系统的自适应控制 律为:

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{W}}}_{\rm f} = -\kappa \boldsymbol{x}_2 \boldsymbol{G}^{\rm T}(\boldsymbol{x}) \tag{25}$$

设计的反馈控制律为:

$$\lambda = -\varpi + \hat{\boldsymbol{W}}_{f}^{T}\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}) - \beta \boldsymbol{K}_{P}\boldsymbol{x}_{1} - (\frac{1}{2\lambda^{2}} + \varsigma)\boldsymbol{x}_{2} - \boldsymbol{K}_{P}\dot{\boldsymbol{x}}_{1}$$
(26)

其中,  $\kappa>0$ ,  $\varsigma>0$ ,  $\beta>0$  。

#### 3.2 稳定性分析

由于WDPRSS是非线性并联机器人,为了证明 闭环系统的稳定性,采用李雅普诺夫第二法<sup>[19-22]</sup>。 定义李雅普诺夫函数为式(27),且V > 0是正定的, 其中 $\tilde{W}_f = \hat{W}_f - W^*_f$ :

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}} A \mathbf{x}_{2} + \frac{1}{2} \mathbf{x}_{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{K}_{P} \mathbf{x}_{1} + \frac{1}{2} \kappa \operatorname{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}} \tilde{\mathbf{W}}_{\mathrm{f}})$$
(27)

对李雅普诺夫函数V进行求导,可得:

$$\dot{\boldsymbol{V}} = \boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\dot{\boldsymbol{x}}_{2} + \frac{1}{2}\boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}_{2} + \boldsymbol{x}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{P}\dot{\boldsymbol{x}}_{1} + \frac{1}{\kappa}\mathrm{tr}(\tilde{\boldsymbol{W}}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\boldsymbol{W}}}) = \boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}}(-(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{K}_{d})\boldsymbol{x}_{2}-\boldsymbol{W}_{\mathrm{f}}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}) - \varepsilon_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{K}_{P}\boldsymbol{x}_{1} + \lambda + \boldsymbol{\varpi}) + \frac{1}{2}\boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}_{2} + \boldsymbol{x}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{P}\dot{\boldsymbol{x}}_{1} + \frac{1}{\kappa}\mathrm{tr}(\tilde{\boldsymbol{W}}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\boldsymbol{W}}}) = \boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}}(-(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{K}_{d})\boldsymbol{x}_{2}-\boldsymbol{W}_{\mathrm{f}}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x})-\boldsymbol{K}_{P}\dot{\boldsymbol{x}}_{1} - \varepsilon_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{K}_{P}\boldsymbol{x}_{1} + \hat{\boldsymbol{W}}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{\beta}\boldsymbol{K}_{P}\boldsymbol{x}_{1} - (\frac{1}{2}\lambda^{2}+\boldsymbol{\varsigma})\boldsymbol{x}_{2}) + \frac{1}{2}\boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}_{2} + \boldsymbol{x}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{P}\dot{\boldsymbol{x}}_{1} + \frac{1}{\kappa}\mathrm{tr}(\tilde{\boldsymbol{W}}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\boldsymbol{W}}})$$
(28)

将式(28)化简得式(29)和式(30):

$$\dot{\boldsymbol{V}} = \boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}} (-\varepsilon_{\mathrm{f}} - (\frac{1}{2\lambda^{2}} + \varsigma)\boldsymbol{x}_{2} + \tilde{\boldsymbol{W}}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x})) + \frac{1}{2}\boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{x}_{2} - \boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{B} + \boldsymbol{K}_{d})\boldsymbol{x}_{2} + \boldsymbol{x}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{P}\dot{\boldsymbol{x}}_{1} + \frac{1}{\kappa}\mathrm{tr}(\tilde{\boldsymbol{W}}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\boldsymbol{W}}}) - \boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{P}\dot{\boldsymbol{x}}_{1} - (1 + \beta)\boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{P}\boldsymbol{x}_{1}$$
(29)

$$\dot{\boldsymbol{V}} = -\boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}} \varepsilon_{\mathrm{f}} + \boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}} \tilde{\boldsymbol{W}}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}) - (1+\beta) \boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{K}_{P} \boldsymbol{x}_{1} - (\frac{1}{2\lambda^{2}} + \varsigma) \boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x}_{2} - \boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{K}_{P} \dot{\boldsymbol{x}}_{1} + \frac{1}{2} \boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}} (\dot{\boldsymbol{A}} - 2(\boldsymbol{B} + \boldsymbol{K}_{d})) \boldsymbol{x}_{2} + \boldsymbol{x}_{1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{K}_{P} \dot{\boldsymbol{x}}_{1} + \frac{1}{\kappa} \mathrm{tr}(\tilde{\boldsymbol{W}}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}} \dot{\tilde{\boldsymbol{W}}})$$
(30)

根据HJI定理式(13),定义:

$$\Pi = \dot{V} - \frac{1}{2}\lambda^2 \|\varepsilon_{\rm f}\|^2 + \frac{1}{2}\|\Lambda\|^2 \tag{31}$$

(32)

将式(30)代入到公式(31)中,则  

$$\Pi = -\mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}}\varepsilon_{\mathrm{f}} + \mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}}\tilde{W}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x})$$

$$- (\frac{1}{2\lambda^{2}} + \varsigma)\mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_{2} - \mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{P}\dot{\boldsymbol{x}}_{1}$$

$$+ \frac{1}{2}\mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}}(\dot{\boldsymbol{A}} - 2(\boldsymbol{B} + \boldsymbol{K}_{d}))\mathbf{x}_{2}$$

 $+ \boldsymbol{x}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{K}_P \dot{\boldsymbol{x}}_1 + \frac{1}{\kappa} \operatorname{tr}(\tilde{\boldsymbol{W}}_{\mathfrak{s}}^{\mathrm{T}} \dot{\tilde{\boldsymbol{W}}})$ 

 $-(1+\beta)\boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{P}\boldsymbol{x}_{1}$ 

$$-\frac{1}{2}\lambda^2 \|\varepsilon_{\mathrm{f}}\|^2 + \frac{1}{2}\|\Lambda\|^2$$

$$\Pi = -\boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}}\varepsilon_{\mathrm{f}} - \frac{1}{2\lambda^{2}\boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_{2}} - \frac{1}{2\lambda^{2}} \|\varepsilon_{\mathrm{f}}\|^{2}$$

$$+ \boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}} \tilde{\boldsymbol{W}}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}) + \frac{1}{\kappa} \mathrm{tr}(\tilde{\boldsymbol{W}}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}} \dot{\tilde{\boldsymbol{W}}})$$

$$+ \frac{1}{2} \boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}} (\dot{\boldsymbol{A}} - 2(\boldsymbol{B} + \boldsymbol{K}_{d})) \boldsymbol{x}_{2}$$

$$+ \frac{1}{2} \|\boldsymbol{\Lambda}\|^{2} - \varsigma \boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x}_{2} + \boldsymbol{x}_{1}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{K}_{P} \dot{\boldsymbol{x}}_{1}$$

$$- (1 + \beta) \boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{K}_{P} \boldsymbol{x}_{1} - \boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{K}_{P} \dot{\boldsymbol{x}}_{1} \qquad (33)$$

$$-(1+\beta)\boldsymbol{x}_{2}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{K}_{P}\boldsymbol{x}_{1}-\boldsymbol{x}_{2}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{K}_{P}\boldsymbol{x}_{1}$$

$$\Pi_{1} = -\mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}}\varepsilon_{\mathrm{f}} - \frac{1}{2\lambda^{2}}\mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_{2} - \frac{1}{2\lambda^{2}}\|\varepsilon_{\mathrm{f}}\|^{2}$$

$$= -\frac{1}{2}(\frac{1}{\lambda^{2}}\mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_{2} + 2\mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}}\varepsilon_{\mathrm{f}} + \lambda^{2}\|\varepsilon_{\mathrm{f}}\|^{2})$$

$$= -\frac{1}{2}(\frac{1}{\lambda^{2}}\|\mathbf{x}_{2}\|^{2} + 2\mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}}\varepsilon_{\mathrm{f}} + \lambda^{2}\|\varepsilon_{\mathrm{f}}\|^{2})$$

$$= -\frac{1}{2}\left\|\frac{1}{\lambda^{2}}\mathbf{x}_{2} + \lambda\varepsilon_{\mathrm{f}}\right\|^{2} \leq 0 \qquad (34)$$

$$\Pi_{2} = \mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}} \tilde{\mathbf{W}}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}} \mathbf{G}(\mathbf{x}) + \frac{1}{\kappa} \mathrm{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}} \tilde{\mathbf{W}})$$
$$= \mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}} \tilde{\mathbf{W}}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}} \mathbf{G}(\mathbf{x}) + \frac{1}{\kappa} \mathrm{tr}(-\tilde{\mathbf{W}}_{\mathrm{f}}^{\mathrm{T}} \kappa \mathbf{x}_{2} \mathbf{G}^{\mathrm{T}}(\mathbf{x}))$$
$$= 0$$
(35)

$$\Pi_3 = \frac{1}{2} \|\Lambda\|^2 - \varsigma \boldsymbol{x}_2^{\mathsf{T}} \boldsymbol{x}_2 = 0(\varsigma = \frac{1}{2})$$
(36)

$$\Pi_{4} = \frac{1}{2} \mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}} \mathbf{A} \mathbf{x}_{2} + \mathbf{x}_{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{K}_{P} \dot{\mathbf{x}}_{1}$$

$$- \mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}} (\mathbf{B} + \mathbf{K}_{d}) \mathbf{x}_{2} - \mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}} \mathbf{K}_{P} \dot{\mathbf{x}}_{1}$$

$$- (1 + \beta) \mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}} \mathbf{K}_{P} \mathbf{x}_{1}$$

$$= \frac{1}{2} \mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}} \dot{\mathbf{A}} \mathbf{x}_{2} + (\mathbf{x}_{2} - \dot{\mathbf{x}}_{1})_{\alpha}^{\mathrm{T}} \mathbf{K}_{P} \dot{\mathbf{x}}_{1}$$

$$- \mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}} (\mathbf{B} + \mathbf{K}_{d}) \mathbf{x}_{2}$$

$$- (1 + \beta) \mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}} \mathbf{K}_{P} \mathbf{x}_{1} - \mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}} \mathbf{K}_{P} \dot{\mathbf{x}}_{1} \qquad (37)$$

$$\Pi_{4} = \frac{1}{2} \mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}} \dot{\mathbf{A}} \mathbf{x}_{2} - \mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}} (\mathbf{B} + \mathbf{K}_{d}) \mathbf{x}_{2} + (\frac{1}{\alpha} (\mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}}) - \mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}}) \mathbf{K}_{P} (\mathbf{x}_{2} - \alpha \mathbf{x}_{1}) - \dot{\mathbf{x}}_{1}^{\mathrm{T}} / \alpha \mathbf{K}_{P} \dot{\mathbf{x}}_{1} - (1 + \beta) \mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}} \mathbf{K}_{P} \mathbf{x}_{1} = \mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}} (\dot{\mathbf{A}} / 2 - (1 + \beta) / 40 \mathbf{K}_{P}) \mathbf{x}_{2} + (1 + \beta) \mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}} (\frac{1}{40} \mathbf{K}_{P} \alpha - \mathbf{K}_{P}) \mathbf{x}_{1} - \mathbf{x}_{2}^{\mathrm{T}} (\mathbf{B} + \mathbf{K}_{d}) \mathbf{x}_{2} - \dot{\mathbf{x}}_{1}^{\mathrm{T}} / \alpha \mathbf{K}_{P} \dot{\mathbf{x}}_{1}$$
(38)

由于 $B + K_d$ ,  $K_P$ 均是正定矩阵且 $\alpha = 40$ , 所以,  $-\boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{K}_{d})\boldsymbol{x}_{2}-\dot{\boldsymbol{x}}_{1}^{\mathrm{T}}/_{\alpha}\boldsymbol{K}_{\mathrm{P}}\dot{\boldsymbol{x}}_{1} \leq 0, \quad (1+\beta)\boldsymbol{x}_{2}^{\mathrm{T}}(1/_{40}\boldsymbol{K}_{P}\alpha K_P$ ) $x_1=0(\beta = 38)$ 。通过验证( $\dot{A}/_2 - \frac{39}{40}K_P$ ) 是负 定矩阵,因此求得 $\Pi_4 \leq 0$ 。

由于 $\Pi_1 \leq 0$ ,  $\Pi_2=0$ ,  $\Pi_3=0$ ,  $\Pi_4 \leq 0$ , 最终 求得П < 0。

根据式(31)对Ⅱ的定义,可得如下定理: 当 $\Pi = \dot{V} - \frac{1}{2}\lambda^2 \|\varepsilon_f\|^2 + \frac{1}{2}\|\Lambda\|^2 \le 0$ ,即:

$$\dot{V} \le \frac{1}{2}\lambda^2 \|\varepsilon_f\|^2 - \frac{1}{2}\|\Lambda\|^2$$
 (39)

由HJI定理,即由式(39)可求得 $\eta \leq \lambda$ 。从而证 明系统是一致最终有界的。

## 4 仿真实验及结果

为了证明所提出的力/位混合控制策略的有 效性,以WDPRSS为仿真对象,如图5所示。通过 仿真实验对所设计的控制方法进行可行性验证。 以WDPRSS做6自由度运动来进行仿真实验,设定 末端执行器的理论运动轨迹(位姿)和Kp、Kd分别 为:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{X}_{d} = & [0.2 \times \sin(t); 0.2 \times \sin(t); \\ & 0.2 \times \sin(t) - 0.582; \\ & \text{pi}/6 \times \sin(t); \text{pi}/6 \times \sin(t); \\ & \text{pi}/6 \times \sin(t)] \end{aligned}$$

 $\mathbf{K}_{P} = \text{diag}([3000 \ 11000 \ 12000 \ 150 \ 120 \ 250])$  (41)

 $\mathbf{K}_d = \text{diag}([150 \ 1900 \ 2100 \ 50 \ 50 \ 35])$ (42)



图 5 WDPRSS平台

仿真过程中所采用的参数值如表1所示:

表1 仿真参数

参数	数值	参数	数值
$M_0$	$7*10^{-5} I_{8\times 8}$	α	40
$C_0$	$5*10^{-3}I_{8\times8}$	β	38
m	1.028 kg	ĸ	20
$\mu$	0.0025/pi	$\lambda$	0.1
g	$9.82 \mathrm{m/s^2}$	5	0.5

WDPRSS的坐标点:  $P_i \triangle (飞机模型的连接)$ 点)和B<sub>i</sub>点(滑轮铰接点)(i=1~8)的位置如表2所示, 仿真结果如图6-15所示。

符号	坐标点(mm)	符号	坐标点(mm)
$\mathbf{P}_1$	(-208,78,-1) <sup>™</sup>	B <sub>1</sub>	(200,415,-1280) <sup>™</sup>
$\mathbf{P}_2$	(-208,-78,-1) <sup>™</sup>	$B_2$	(200,-415,-1280) <sup>T</sup>
$\mathbf{P}_3$	$(0,-27.7,-10.1)^{\mathrm{T}}$	B <sub>3</sub>	(-300,-308,-1250) <sup>™</sup>
$\mathbf{P}_4$	(0,27.7,-10.1) <sup>T</sup>	B <sub>4</sub>	$(-300, 308, -1250)^{\mathrm{T}}$
$\mathbf{P}_5$	$(0,27.7,10.1)^{\mathrm{T}}$	$B_5$	(-315,315,-70) <sup>™</sup>
$\mathbf{P}_6$	$(-208, 78, 1)^{\mathrm{T}}$	B <sub>6</sub>	(160,415,-70) <sup>™</sup>
$\mathbf{P}_7$	$(-208, -78, 1)^{T}$	B <sub>7</sub>	(160,-415,-70) <sup>™</sup>
$\mathbf{P}_8$	$(0, -27.7, 10.1)^{\mathrm{T}}$	B <sub>8</sub>	(-315,-315,-70) <sup>™</sup>

表2  $P_i$ 点与 $B_i$ 点的位置



图 6 位置跟踪曲线



图 7 姿态角跟踪曲线



图 8 位姿跟踪误差

从图6-7中可以得出,在连续3个周期内,理论

位姿与实际位姿的曲线重合度很高;从图8中,可 以得出位置的跟踪误差基本为0,姿态角的跟踪误 差在±0.05°之间。



从图9-10中可以得出,在连续3个周期内,理 论位姿速度与实际位姿速度的曲线重合度也趋 于一致;从图11中,可以得出位置速度的跟踪误 差在±0.002m/s范围内,姿态角速度的跟踪误差 在±1.8°/s之间。



图 12 外界扰动及其逼近曲线



图 13 控制输入曲线



图 14 绳长变化曲线



图 15 绳拉力曲线

从图12中可以得出RBF神经网络的逼近曲线与 外界扰动曲线的趋势一致,从图13中可以看出,在 连续3个周期内,控制输入具有一定的规律性,符 合设计的物理意义;从图14和图15中可以看出,由 于是六自由度运动,绳长变化和绳拉力变化没有一 定的规律性,但是八根绳长的变化和绳拉力变化均 在一定的范围内<sup>[23]</sup>,绳长变化光滑,绳拉力变化平 缓,减少断绳的危险。

通过仿真结果可以看出采用RBF神经网络对外 界干扰、动态耦合及不确定性进行了有效的逼近, HJI定理合理地应用到了闭环系统中,增强了系统 的鲁棒性,WDPRSS的跟踪效果良好。同时证明了 所设计的力/位混合控制策略是可行的、可靠的,满 足WDPRSS运动跟踪轨迹。

为了验证所设计力/位混合控制的先进性、有效 性及高精度的特点,对WDPRSS同样进行6自由度 运动的PD控制,并与所设计的力/位混合控制的结 果进行对比分析。PD控制的仿真结果如图16所示。





由于WDPRSS进行风洞试验的关注点在于姿态 角,从图16中可以看出,与所设计的力/位混合控制 的位姿跟踪误差(图8)相比,PD控制的位姿跟踪误 差,尤其是姿态角误差明显较大,因此,可以得出 力/位混合控制的精度更高,控制效果更好,使得位 姿的整体跟踪误差更小。

#### 5 样机实验

为了进一步验证所设计的力/位混合控制的正确 性和有效性,在WDPRSS样机平台上进行实验验证, 实验平台如图5所示。实验平台主要包含两部分:上 层软件和底层硬件。上层软件是在Visual Studio上基 于C++语言进行编程实现的;底层硬件主要包括工 控机、运动控制器、伺服系统、机械结构等。其 中,运动控制器为IMAC-HX,型号为Turbo PMAC2 integrated Controller,并采用型号为DRP-240-24的直 流稳压电源为其供电,如图17所示。



图 17 IMAC控制器

为了进行控制方法的验证,将伺服驱动器设置 为转矩模式,并完成硬件设备的连接配置及软件环 境的配置。基于所建立的动力学模型以及力/位混合 控制,设计了动力学控制软件,以完成WDPRSS样 机平台的控制实验,控制软件中主要包括控制主 程序、轨迹规划、逆运动学模型、动力学模型等模 块。由于动力学控制软件中,涉及了大量的建模和 控制的矩阵运算,因此采用Eigen数学函数库来处 理矩阵向量的运算操作。动力学控制软件调用了类 库MFC设计程序的可视化界面。采用类库MFC设计 的样机实验平台的软件界面如图18所示。

1044				1044				- 40			
	and .	694	445		814	2018	191		ACE.	104	
12.81								1.00			1.0
1500				45				1.0			1
22.04	-			0		-	-	1.65.			1
-	-	-	-		1-	-	-	1.00	-	-	
-	1	-	-		-	-	-	1.00	-	-	-
-	1	-	-			-	-	in.	-	-	1
					-	-	-	- 40.	-	-	1
-	ini i	-	-	-		-	-	-			1
				and 1				ALES			

#### 图 18 实验平台的软件界面

由于控制过程中雅可比矩阵』、雅可比矩阵转 置后的伪逆(J<sup>T</sup>)+、RBF神经网络的补偿运算等涉及 到大量的矩阵运算, 计算速度慢以至于无法实现实 时的在线运算,因此通过MATLAB仿真,离线计算 出雅可比矩阵J及其伪逆矩阵(J<sup>T</sup>)+等,并对神经网 络的补偿进行采样,在控制时进行实时调用,来提 高WDPRSS样机平台的控制效率。

由于WDPRSS样机是一个复杂的非线性系统, 现有的硬件设备性能无法达到做复杂运动实验的要 求。因此,通过一个单自由度运动实验来验证所设 计控制律的可行性及控制性能。设定末端执行器的 理论位姿为:

 $X_d = | 0 \ 0 \ -0.582 \ 0 \ (\text{pi}/6) \times \sin(t) \ 0$ WDPRSS的样机实验结果如图19-21所示。







图 21 #1电机的输出转矩

从图19-20所示的实验结果表明,末端执行器的 实验位姿变化曲线光滑连续,且理论位姿与实验位 姿的误差大约在±0.07°之间;以#1号电机为例,从 图21中可得电机的输出转矩在额定转矩(1.27N.m)的 范围内,以上实验结果是满足要求的。

### 6 结论

本文针对用于风洞试验的WDPRSS,设计了一 种采用HJI定理并基于RBF神经网络补偿的力/位混 合控制策略。在模型不确定性和外部约束条件下, 建立以位姿作为变量的WDPRSS动力学方程。采 用HJI定理及RBF神经网络补偿,设计了一种新的 力/位混合控制。采用李雅普诺夫第二法证明了所设 计控制策略的正确性,并证明了WDPRSS闭环系统 的稳定性。仿真结果显示,结合HJI定理及RBF神经 网络的力/位混合控制策略的控制精度很高,同时也 充分证明了所设计控制方案的可行性。最后,通过 样机实验进一步证明了所设计控制方案的有效性。 所设计的力/位混合控制策略对WDPRSS应用于样机 上有一定的创新性和指导性。

#### 参考文献(References)

- [1] Saeed Behzadipour, Amir Khajepour. Design of reduced DOF parallel cable based robots [J].Mechanism and Machine Theory, 2004, 39(10): 1051-1065.
- Cong B P, Song H Y, Guilin Y, Mustafa Shabbir [2] Kurbanhusen, I-Ming Chen. Force-closure workspace analysis of cable-driven parallel mechnanisms[J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(1): 53-69.

[3] 刘欣,仇原鹰,盛英.风洞试验绳牵引冗余并 联机器人的刚度增强与运动控制[J].航空学 报,2009,30(6):1156-1164.

(Liu Xin, QiuYuanying, Sheng Ying. Stiffness Enhancement and Motion Control of a 6-DOF Wire-driven Parallel Manipulator with Redundant Actuations for Wind Tunnels [J].Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2009, 30(6):1156-1164.)

- 冀洋锋,林麒,胡正红,彭苗娇,王宇奇.基于绳系并联机 [4] 器人支撑系统的SDM动导数试验可行性研究[J].航空 学报,2017,38(11): (121330-1)-(121330-13). (JI Yangfeng, LinQi, HU Zhenghong, PENG Miaojiao, WANG Yuqi. Research on feasibility of dynamic stability derivatives test of SDM with wire-driven parallel robot suspension system [J].Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(11):(121330-1)-(121330-13).)
- [5] J. J. Craig, M. H. Raibert. A systematic method of hybrid position/force control of a manipulator [A].Computer Software and Applications Conference. Proceedings. COMPSAC 79. The IEEE Computer Society's Third International[C], Chicago, USA: IEEE, 1979: 446-451.
- Vikas Panwar and N. Sukavanam. Design of [6] Optimal Hybrid Position/Force Controller fora Robot Manipulator Using Neural Networks [J].Mathematical Problems in Engineering, 2007, SI: 1-23.
- Shuhuan Wen, Wei Zheng, Jinghai Zhu, Xiaoli [7] Li and Shengyong Chen. Elman Fuzzy Adaptive Control for Obstacle Avoidance of Mobile Robots Using Hybrid Force/Position Incorporation[J]. IEEE transactions onsystems, man, and cybernetics-part c: APPLICATIONS and REVIEWS, 2012, 42(4):603-608.
- [8] Yiannis Karayiannidis, George Rovithakis, Zoe Doulgeri. Force/position tracking for a robotic manipulator in compliant contact with a surface using neuro-adaptive control [J].Automatica, 2007, 43(7):1281-1288.
- [9] Yuanchun Li, Guogang Wang, Bo Dong and Bo Zhao. Hybrid position-force control for constrained reconfigurable manipulators based on adaptive neural network [J]. Advances in Mechanical Engineering, 2015, 7(9):1-10.
- [10] Kazuo Kiguchi, Toshio Fukuda. Position/Force Control of Robot Manipulators for Geometrically Unknown Objects Using Fuzzy Neural Networks [J].IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, 2000, 47(3):641-649.
- [11] 岳遂录.WDPSS-8并联机构的关键理论问题分析及其 风洞试验应用研究[D].厦门: 厦门大学, 2013. (Yue Sui Lu. Key Theoretical Issue Analysis and Applied Research on Wind Tunnel Tests of WDPSS-8[D].Xiamen: Xiamen University,2013.)
- [12] 申铁龙.H∞控制理论及应用[M].北京:清华大学出 版社.1996. (Shen tielong. H∞control theory and applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1996.)
- [13] 刘 金 琨.RBF神 经 网 络 自 适 应 控 制MATLAB仿 真[M].北京:清华大学出版社,2014.

(Liu Jinkun.RBF neural network control for mechanical systems design, Analysis and MATLAB simulation [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2014.)

- [14] 伏 玉 笋.非 线 性 控 制 系 统 设 计 HJI法 和Backstepping法研究[D].上海:上海交通大 学,2000. (Fu Yusun.Control Design for Nonlinear Systems: a HJI Approach and a Back stepping Approach [D].Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2000.)
- [15] A.J.van der Schaft. L2-gain analysis of nonlinear systems and nonlinear state-feedback H∞control [J].IEEE Transactions on Automatic Control, 1992, 37(6):770-784.
- [16] 杜贞斌,胡寿松.非线性系统的模糊混合H2/H∞采样 控制[J].控制与决策,2017,32(5):930-934. (DU Zhenbin, HU Shousong. Fuzzy mixed H2/H∞sampled-data control for nonlinear systems [J].Control and Decision, 2017, 32(5): 930-934.)
- [17] Shuhuan Wen, Junying Yuan, and Jinghai Zhu. Radial Basis Functional Link Network and Hamilton Jacobi Issacs for Force/Position Control in Robotic Manipulation[J]. Mathematical Problems in Engineering,2012:1-10.
- [18] 常健,王亚珍,李斌.基于力/位混合算法的7自由度机械 臂精细操控方法[J].机器人,2016,38(5):531-539. (CHANG Jian, WANG Yazhen, LI Bin. Accurate Operation Control Method Based on Hybrid Force/Position Algorithm for 7-DOF Manipulator[J]. Robot,2016,38(5):531-539.)
- [19] Zhao Dongya, Spurgeon SK, Liang Hao, Li Shaoyuan, Zhu Quanmin. A new terminal converging adaptive control for 6-degree-of-freedom parallel robotic manipulators with bounded control inputs [J].Proceedings of the institution of mechanical engineers part I-Journal of systems and control engineering, 2017, 231(4):271-281.
- [20] Korayem MH, Yousefzadeh M, Beyranvand B. Dynamics and Control of a 6-dof Cable-driven Parallel Robot with Visco-elastic Cables in Presence of Measurement Noise [J]. Journal of intelligent and robotic systems,2017,88(1):73-95.
- [21] Zhao Xingwei, Zi Bin, Qian Lu. Design, analysis, and control of a cable-driven parallel platform with a pneumatic muscle active support [J]. Robotic,2017,35(4):744-765.
- [22] Singla F. Rohit, Agarwal S. Vijyant, Parthasarathy T.Harish. Statistical analysis of tracking and parametric estimation errors in a 2-link robot based on Lyapunov function [J]. Nonlinear Dynamics, 2015,82(1-2):217-238.
- [23] CHEN Yixin, YUE Suilu, YIN Chunping, WANG Zhao, LIN Qi.Optimization for Wire Tensions in Wire-driven Parallel Manipulators[C]. Automatic Control and Artificial Intelligence (ACAI 2012). England: IET, 2012:1496-1499.