

学校编码: 10384
学号: 23020141153210

分类号 _____ 密级 _____
UDC _____

厦 门 大 学

硕 士 学 位 论 文

基于形变优化的平面同构三角剖分生成方
法

A Method for Generating Planar Compatible Triangulations
Based on Deformed Optimization

张奕辉

指导教师姓名: 陈中贵 副教授

专 业 名 称: 计算机技术

论文提交日期: 2017 年 5 月

论文答辩时间: 2017 年 5 月

学位授予日期: 2017 年 月

答辩委员会主席: _____

评 阅 人: _____

2017 年 5 月

厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下，独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果，均在文中以适当方式明确标明，并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范（试行）》。

另外，该学位论文为（）课题（组）的研究成果，获得（）课题（组）经费或实验室的资助，在（）实验室完成。（请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称，未有此项声明内容的，可以不作特别声明。）

声明人（签名）：

年 月 日

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

1. 经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，
于 年 月 日解密，解密后适用上述授权。

2. 不保密，适用上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。）

声明人（签名）：

年 月 日

厦门大学博硕士学位论文摘要库

摘要

三角网格相比于四边形网格、Voronoi 图等平面表达方式具有高自由度、简单数据结构等特点，在计算机图形学、动画和游戏等方面都得到普遍应用。同构三角网格是计算机动画、形状插值等应用的核心，目前在两个平面形状的三角剖分之间寻找一种好的同构映射关系仍然是一个研究热点。

已有的同构三角剖分算法有很多不足，如生成的三角网格质量不佳、三角网格应用比较局限等问题。为了改善三角网格质量，我们使用尽可能刚性的局部单射匹配的方法获得同构三角网格，并加入基于目标三角网格初步映射的预处理优化方法和基于源形状和目标形状三角网格对应三角形面积尽量相等的优化方法。

我们的方法分为两个部分：第一，获得同构三角网格。先提取源形状和目标形状的特征顶点，之后手动匹配特征顶点。利用带约束边的 Delaunay 三角剖分生成源形状的三角网格。把源形状三角网格的边界顶点映射到目标形状边界，然后利用尽可能刚性的局部单射匹配的方法将源形状三角网格内部的顶点映射到目标形状内部，这样就获得了同构三角网格。

第二，优化目标形状三角网格。我们的方法获得的同构三角网格是将源形状三角网格的内部顶点通过尽可能刚性的局部单射映射到目标形状内，可以看成是三角网格变形后，计算内部顶点坐标，实际上是变形问题。对于一些特殊例子，如源形状“S”和目标形状“U”的例子中，“S”的三角剖分网格不能平滑过渡到“U”的三角剖分网格，利用基于目标三角网格初步映射的预处理优化方法可以解决这个问题。最后，利用源形状三角网格和目标形状三角网格对应三角形面积尽量相等的优化方法，就能获得高质量的同构三角网格。

与已有的同构三角剖分算法比较，我们的方法提高了三角网格的质量，减少了狭长三角形的数量、三角形的扭曲和退化等问题，使得生成的同构三角剖分网格在插值应用中，变形过程更加平滑连续。

关键词：平面形状；同构三角剖分；插值

Abstract

Compared with quadrilateral meshes, Voronoi diagrams and other planar expressions, the triangular meshes have high degree of freedom, simple data structure, and so on. The triangular meshes are widely used in computer graphics, animation, computer games, and other fields. The compatible triangular meshes are the core of computer animation, shape interpolation and other applications, and it is still a research hotspot to find a good compatible mapping relationship between two planar shapes.

The previous compatible triangulations algorithms have many disadvantages, such as the generated triangular meshes have poor quality and the application of the triangular meshes are very limited. In order to improve the quality of the triangular meshes, we use a method of generating compatible triangulations based on locally injective mappings, and use the preprocessing optimization based on the initial mapping of the target triangular meshes and the optimization based on the areas of the corresponding triangle of the source triangular meshes and the target triangular meshes are as equal as possible.

Our method is divided into two parts. First, the formation of compatible triangulation. We select feature points of the source shape and the target shape and manually match the feature points on the source shape and the target shape. We use constrained Delaunay triangulation to generate the triangular meshes of the source shape polygon. The boundary vertices of triangular meshes of the source shape are mapped onto the boundary of the target shape, then the vertices inside the triangular meshes of the source shape are mapped to the inside of the target shape polygon by using the locally injective mappings, thus we will get the compatible triangulations of the source polygon and the target polygon.

Second, the optimization of triangular meshes of the target shape polygon. Our approach is to map the vertices inside the source shape polygon to the inside of the target shape polygon by the locally injective mappings. It can be seen as a question of finding the new vertices coordinates of the triangular meshes after the triangular meshes are deformed, and it is actually a deformation problem. However, for some special examples, the triangular meshes of the source shape 'S' can not smoothly transition to the triangular meshes of the target shape 'U'. This problem can be solved by using the preprocessing optimization based on the initial mapping of the target triangular meshes. Finally, high quality compatible triangulations are obtained by using the optimization based on the areas of the corresponding triangle of the source triangular meshes and the target triangular meshes are as equal as possible.

Compared with the previous compatible triangulations algorithms, our algorithm improves the quality of the triangular meshes, and reduces the number of narrow triangles and the distortion and degeneration of triangles, and makes the compatible triangulations more widely used in interpolation. It also makes the deformation process more smooth and continuous.

Key words: planar shapes; compatible triangulations; interpolation

目录

第一章 绪论	1
1.1 同构三角剖分概述	1
1.2 同构三角剖分应用	2
1.3 国内外研究现状	5
1.3.1 同构三角剖分	5
1.3.2 平面形状变形	6
1.4 章节安排	7
第二章 同构三角剖分生成	8
2.1 三角剖分	8
2.2 平面形状同构三角剖分	11
2.2.1 均值重心坐标方法	12
2.2.2 辅助多边形方法	14
2.2.3 蜘蛛网结构方法	15
2.3 同构三角网格优化	17
2.3.1 拓扑优化	18
2.3.2 几何优化	20
2.4 本章小结	22
第三章 基于形变优化的同构三角剖分生成	23
3.1 本文算法流程	23
3.2 源形状和目标形状边界匹配	25
3.2.1 轮廓提取	25
3.2.2 边界匹配	25
3.3 有约束边的 Delaunay 三角剖分	26
3.4 基于局部单射匹配生成同构三角网格	27
3.4.1 目标函数	27

3.4.2 改进目标函数.....	32
3.4.3 优化目标函数与分步处理.....	34
3.4.4 软性约束.....	36
3.5 目标三角网格优化	37
3.5.1 基于目标三角网格初步映射预处理优化.....	37
3.5.2 对应三角形面积尽量相等的优化方法.....	41
3.6 本章小结	42
第四章 实验结果及分析.....	44
4.1 三角网格质量度量	44
4.2 目标三角网格变形程度度量	46
4.3 高质量同构三角剖分结果及分析	47
4.4 同构三角网格插值应用	53
4.5 本章小结	54
第五章 总结与展望	55
5.1 文章总结	55
5.2 未来展望	56
参考文献	58
攻读硕士学位期间发表论文及科研情况	61
致谢	62

Contents

Chapter1 Introduction.....	1
1.1 Overview of Compatible Triangulations.....	1
1.2 Application of Compatible Triangulations	2
1.3 Related Work.....	5
1.3.1 Compatible Triangulations.....	5
1.3.2 Planar Shape Deformation	6
1.4 Chapters Arrangement	7
Chapter2 Generation of Compatible Triangulations	8
2.1 Triangulation	8
2.2 Compatible Triangulations Between Planar Shapes.....	11
2.2.1 Method of Mean Value Barycentric Coordinates.....	12
2.2.2 Method of Auxiliary Polygon	14
2.2.3 Method of Spider Web Structure.....	15
2.3 Optimization of Compatible Triangulations.....	17
2.3.1 Topology Optimization	18
2.3.2 Geometric Optimization.....	20
2.4 Summary.....	22
Chapter3 Generation of Compatible Triangulations Based on	
Deformed Optimization.....	23
3.1 Algorithm Flowchart	23
3.2 Boundary Vertices Matching Between Planar Shapes.....	25
3.2.1 Extracting Boundary Vertices	25
3.2.2 Matching Boundary Vertices.....	25
3.3 Constrained Delaunay Triangulation.....	26
3.4 Generation Compatible Triangulations by Locally Injective Mappings .	27

3.4.1 Objective Function.....	27
3.4.2 Improved Objective Function	32
3.4.3 Optimization and Substepping.....	34
3.4.4 Soft Constraints.....	36
3.5 Optimization of Target Triangular Meshes	37
3.5.1 Preprocessing Optimization of Target Meshes	37
3.5.2 Optimization of Corresponding Triangle	41
3.6 Summary.....	42
Chapter4 Results and Analysis.....	44
4.1 Quality Metric of Triangular Meshes.....	44
4.2 Distortion Metric of Target Triangular Meshes	46
4.3 Results and Analysis of High Quality Compatible Triangulations.....	47
4.4 Application of Compatible Triangular Meshes	53
4.5 Summary.....	54
Chapter5 Summarization and Future Work	55
5.1 Summary.....	55
5.2 Future Work	56
References	58
Achievements	61
Acknowledgement.....	62

第一章 绪论

1.1 同构三角剖分概述

在计算机辅助工程（CAE, Computer Aided Engineering）里，三角网格是平面图形或者三维曲面离散化的表达形式之一，采用三角面片组合对平面或者曲面进行拟合，使其满足计算机处理和有限元分析的需要。三角网格相比于四边形网格、Voronoi 图等平面表达方式具有高自由度、简单数据结构等特点，由于三角网格具有这些优势而被广泛应用于计算机图形学、计算机视觉、CAD、动画和游戏等领域。

现有的三角剖分算法已经非常成熟了，目前在两个平面形状的三角剖分网格之间寻找一种好的同构映射关系还是一个研究热点。同构三角网格含有同一种拓扑结构和三个共同特点：第一个是源和目标三角网格的所有顶点逐一匹配；第二个是源和目标三角网格的边逐一匹配，边连接的两个顶点也是逐一匹配；第三个是源和目标三角网格边界顶点的分布顺序相同。例如图 1-1 中，多边形（a）和（b）的映射关系是对应的字母顺序，多边形（a）中的三角形（a,b,c）与多边形（b）中的三角形（a',b',c'）匹配，多边形（b）中找不到与三角形（a,c,d）匹配的三角形，所以多边形（a）和（b）的三角网格不是同构。为了使两个三角网格是同构的，我们必须改变顶点映射关系或者重新三角剖分，如图 1-2 所示，多边形（a）和（b）中的每个三角形相互匹配。

然而，已有的三角剖分算法^[1]已经不能满足质量好的同构三角网格的需求。高质量的同构三角网格有以下四个特点：第一，源形状和目标形状三角网格均匀分布；第二，源形状和目标形状三角网格中三角形的形状相似；第三，根据源形状和目标形状的局部扭曲程度适当增加或者减少三角网格的数量；第四，狭长三角形数量尽量少。质量好的同构三角剖分网格可以减少在形状插值过程中产生三角形扭曲、退化和翻转等问题，从而获得更好的三角网格插值序列。

目前，同构三角剖分常见的处理方法有添加内部辅助点（Steiner 点）、改变三角形的数量、改变顶点的连接关系等。本文将使用已有的三角剖分算法生成源形状三角网格，然后使用尽可能刚性的局部单射匹配的方法生成目标形状三角网

格，最后优化目标形状三角网格，从而获得高质量同构三角剖分网格。

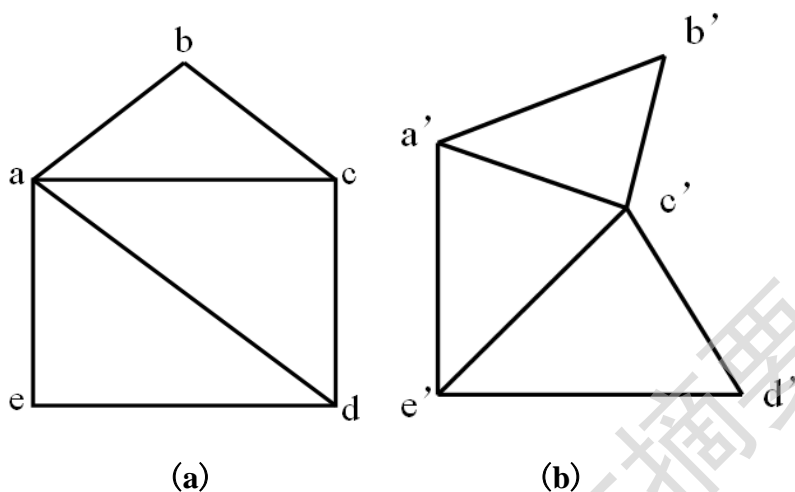


图 1-1 非同构的三角网格

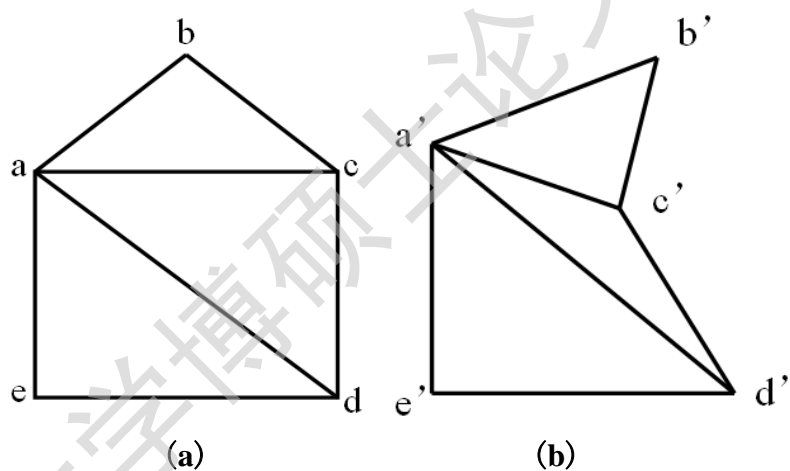


图 1-2 同构的三角网格

1.2 同构三角剖分应用

同构三角网格已经普遍运用在计算机图形学、CAD、动画和游戏等方面。CG (Computer Graphics) 动画使用计算机图形学知识，运用软件生成动态物体画面。在影视领域，CG 动画技术不断提高，现在的三维动画、三维计算机游戏和电影特效已经成为朝阳的经济产业。从上世纪九十年代的《终结者 2》上映到前几年的《阿凡达》引起的巨大社会反响，我们深刻地感受到 CG 动画质的飞跃。电影《玩具总动员》是完全意义上用计算机动画制作出来的第一部电影，其突破了数字技术在电影行业里的使用壁垒，为动画电影开启了一个全新的发展方向。

2005 年发布的游戏《魔兽世界》凭借着壮观的场面、绚丽多彩的背景、高精度仿真的环境得到了无数游戏玩家的好评，让无数玩家领会到了 CG 的无限魅力。CG 技术利用先进的科技已经推翻了过去单一的二维世界，开启了绚丽多彩的全新三维图形世界。

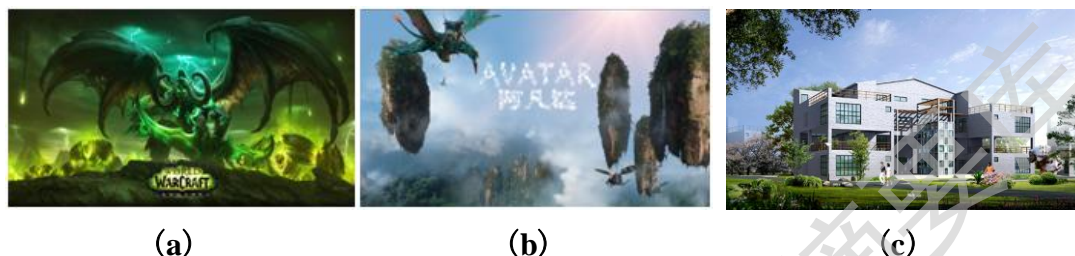


图 1-3 CG 动画技术应用（图片来自网络），(a) CG 技术应用于计算机游戏，(b) CG 技术应用于动画电影，(c) CG 技术应用于建筑制图

现在 CG 技术在建筑上也普遍使用。纵观整个建筑发展史，从文艺复兴时期建筑师手绘油画和制作建筑模型，到 20 世纪 80 年代利用计算机制作建筑平面图、立体图、切面图，再到 90 年代的静态渲染技术，最后到现在建筑动画与 VR 技术开始走上建筑史的舞台，并且扮演着重要角色。

Morphing（变形）作为计算机动画的重要基础之一，逐渐受到重视。变形通常称作形状融合（Shape Blending）或者形状插值（Shape Interpolation），在给定两个多边形的情况下，为了生成中间连续平滑的多边形的过程^[6]。Morphing（变形）使用计算机图形学和数字几何处理等知识来实现动画。图 1-4 是一个变形的例子，自由女神像变形到基督雕像。



图 1-4 自由女神像逐渐变形到基督雕像^[7]，(a)是自由女神像，(d)是基督雕像

变形技术研究的主要内容是求出源形状和目标形状的顶点匹配关系和顶点

位移过程中的新位置，也就是生成中间逐渐变化的形状，同时要使这些中间形状连续平滑。类似的在计算机动画中给出两个关键帧，利用渐变方法生成中间帧，最后将所有帧连续播放就实现了动画的效果。变形质量的评价往往和个人的审美标准有关，对于同一个变形过程可能会产生截然不同的评价，现在学术界认为一个好的变形过程往往具有以下三个特点：第一个是变形过程中形状的轮廓应该尽可能平滑；第二个是源形状和目标形状共有的某些特点应该尽量保留；第三个是变形过程中形状的角度和边尽量光滑变化。同构三角网格是变形的重要基础，因此是我们讨论的重点。

变形问题最快速的求解方式是线性插值源形状和目标形状，使得源形状的变化路径是一条直线，同时源形状顶点插值到目标形状顶点的过程保持着匀速直线变化。虽然我们提供的源形状和目标形状是一对简单的形状，但是变形过程中多边形会出现退化的情况，一些顶点退化成一个顶点，甚至会出现边自交的情况，导致特征误差较大、变形不合理，最终得到的结果不够理想。图 1-5 是线性变形的例子，(a) 中大象变化到长颈鹿，轮廓融合出现了顶点退化的情况^[7]，(b) 中出现边自交^[5]。

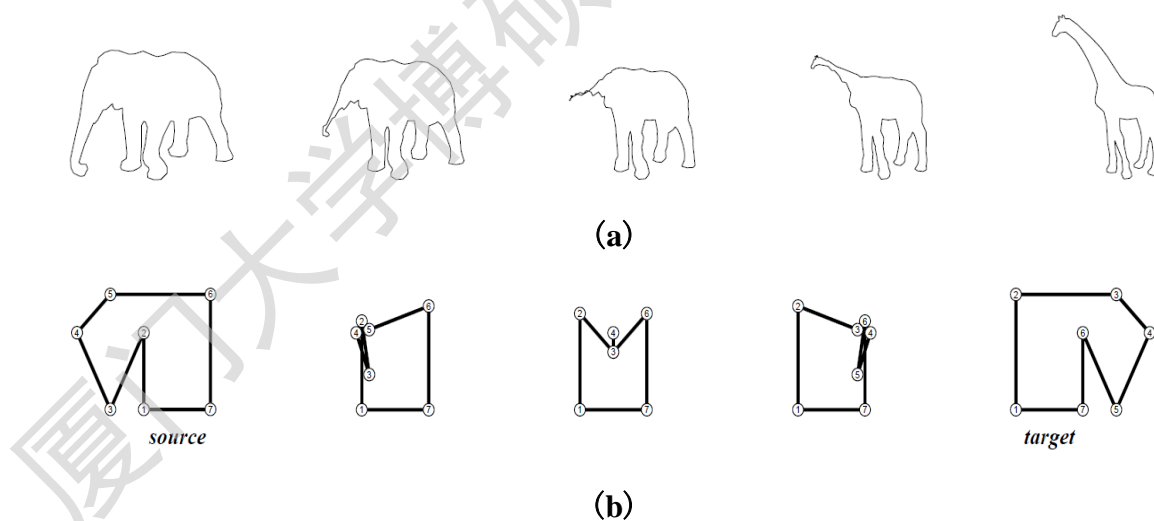


图 1-5 利用线性方法插值轮廓顶点

现在关于变形的顶点路径问题研究大部分都集中在如何消除边自交和保持中间形状的几何特征上。现在很多方法对于不同的例子都能得到不错的效果，例如 Sederberg^[8] 和 Shapira^[9] 提出的方法。然而只有使用同构三角剖分网格进行变形才能尽量保留变形中间形状的所有特征，本文将重点研究如何生成高质量的同构

三角剖分网格。

1.3 国内外研究现状

1.3.1 同构三角剖分

以前的同构三角剖分方法分成两种：第一种是将源形状和目标形状都转化到另一个空间^[3]，第二种是迭代地分割源形状和目标形状直到两个形状都分解成一系列三角片^[10]。Aronov^[2]等人使用一个辅助凸多边形构造同构三角网格。通过在两个三角网格内部加入大量的 Steiner 点也可以构造一个线性分段同构体。为了减少引入 Steiner 点, Alexa^[7]等人使用了 Delaunay 三角剖分。Kranakis 和 Urrutia^[3]提出源形状多边形和目标形状多边形发生变形处的顶点数量可以影响 Steiner 点的数量，也就是多边形中凹点数量影响加入 Steiner 点的数量。虽然他们提出的这些方法能够很大程度上减少 Steiner 点的数量,但是这些算法可能会导致 Steiner 点出现在多边形的边上,扩大了多边形的边界,最终可能使得算法不收敛。此外,这些方法在概念上虽然很简单,它们却需要很高的计算时间开销,这些方法并不适用于实时处理。

Gupta 和 Wenger^[4]使用分而治之的方法迭代的把源形状多边形和目标形状多边形分割成多个子多边形,使用链接路径的方法引入很少量的 Steiner 点,然而他们的算法不适用于顶点很少的多边形。在 Suri^[10]方法的基础上 Surazhsky 和 Gotsman^[5]进行了算法融合,简化了 Gupta 和 Wenger^[4]的方法,并且改善了算法和大量数据结构,这种新的重新三角剖分方法只需要引入少量的 Steiner 点就能够大幅度提高三角剖分网格的质量。2009 年 Baxter 等人^[11]在寻找同构链接路径新方法的基础上,使用类似 Surazhsky 和 Gotsman^[5]的算法同构分割源形状和目标形状。尽管他们计算链接路径方法的速度比 Surazhsky 和 Gotsman^[5]的快,但是狭长三角形的数量过多。Liu 等人^[19]提出一种新方法构造同构三角剖分网格,先将源形状和目标形状同构凸分割成一系列小凸多边形,然后对源形状和形状目标进行 Delaunay 三角剖分,接着使用 Floater 均值坐标来计算重心坐标,并利用重心坐标将源形状三角网格的顶点映射到目标形状,最后对同构三角剖分网格进行优化,就能获得较好的同构三角网格。但是对于一些源形状和目标形状差异较大的特殊例子,该方法得到的结果会出现一些三角形扭曲、退化等问题。

为了提高三角网格质量,减少狭长三角形数目、扭曲和退化,使得生成的同构三角剖分网格在插值中变形过程中更加平滑连续。我们使用尽可能刚性的局部单射匹配的方法^[20]求出源形状和目标形状的同构三角剖分网格,并加入基于目标三角网格初步映射的预处理优化方法和基于源形状和目标形状对应三角形面积尽量相等的优化方法,最后获得高质量同构三角网格。我们的算法需要四个步骤:第一,选取源形状和目标形状的特征顶点;第二,获得源形状三角网格;第三,把源形状的三角网格的边界顶点映射到目标形状上,然后利用基于尽可能刚性的局部单射匹配的方法将源形状三角网格内部的顶点映射到目标形状内部;第四,优化目标形状三角网格。

1.3.2 平面形状变形

平面形状变形通常包含两部分:顶点匹配与顶点位移路径计算^[8]。目前大部分工作是关于两个形状的变形插值。2000年,Alexa等人^[7]提出了尽可能保持三角形刚性形变的方法,分开插值仿射矩阵的旋转与放缩分量,这使得变形过程更加平滑。关于旋转分量的问题Fu^[22]和Baxter^[13]等人也进行了相关讨论。2006年,Dong Xu等人^[12]提出了基于泊松方程的3D变形方法,这种方法能够产生满足视觉审美的形状变形。由于使用了刚性插值方法,所以也存在该方法的缺陷。由于旋转分量不固定,这就使得插值结果出现错误。为了弥补这些不足,2008年Baxter等人^[13]提出了固定分配旋转分量的方法。Sumner和Popovic提出了将源3D三角网格变形为目标3D三角网格的方法,然而他们的算法只适用于相近的源模型和目标模型。Li等人^[14]为Hermite插值^[15]提出了能够应用于形状变形的Cubic均值坐标。Surazhsky等人^[1]为了避免变形过程中出现相交的情况,提出了一种新的方法,但是算法对输入的源形状多边形和目标形状多边形的要求必须是凸多边形,这种情况并不是所有例子都能满足。2D形状变形还有一些方法,例如Chao^[63]、Bao^[65]和Hu^[64]等人的关于物理的插值方法。Chen等人^[62]提出的变形方法保留了形状的光滑、扭曲等性质。Lipman^[24]、Sheffer^[21]和Xu^[12]等人提出了基于微分坐标的插值方法,由于这些插值方法是在元素集基础上利用最小二乘法求解一个全局最优问题,所以不能控制中间形状的局部扭曲。

边界线的插值是形状插值的另一个研究主题。2002年,Jiang等人^[16]通过标识顶点的序列来表示曲线。Srivastava等人^[17]为曲线变形分析引入了平方根速度,

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士学位论文摘要库