

学校编码: 10384

分类号 _____ 密级 _____

学号: 23020141153155

UDC _____

厦 门 大 学

硕 士 学 位 论 文

基于容积约束 Power 图的图像分片逼近

Image Approximation on Capacity-constrained Power
Diagram

刘红伟

指导教师姓名: 陈中贵 副教授

专业名称: 计算机科学与技术

论文提交日期: 2017 年 5 月

论文答辩时间: 2017 年 5 月

学位授予日期: 2017 年 月

答辩委员会主席: _____

评 阅 人: _____

2017 年 5 月

厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下,独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果,均在文中以适当方式明确标明,并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范(试行)》。

另外,该学位论文为(厦门大学图形学实验室)课题(组)的研究成果,获得(厦门大学图形学实验室)课题(组)经费或实验室的资助,在(厦门大学图形学实验室)实验室完成。(请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称,未有此项声明内容的,可以不作特别声明。)

声明人(签名): 刘红伟

2017 年 5 月 12 日

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

1. 经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，于 年 月 日解密，解密后适用上述授权。

2. 不保密，适用上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。）

声明人（签名）： 刘红伟

2017 年 5 月 12 日

厦门大学博硕士学位论文摘要库

摘要

在应用数学领域，函数分片逼近问题作为研究函数逼近理论的重要组成部分，正在被越来越多的学者和相关研究人员所重视，而图像逼近问题作为函数逼近问题的一个特例，因其在应用数学和计算机图形学领域的广泛应用，更是成为了研究的热点。图像逼近问题的理论描述，类似于函数逼近问题，是指对于任意一个给定的目标图像，构造出一个新的图像，使得新图像与目标图像之间的差别尽可能地小，这种差别可以用峰值信噪比(PSNR)来度量。通过函数分片的方法来解决函数逼近问题是研究这一类函数逼近问题的重要方法，因此我们考虑用图像分片逼近的方法来解决这一类图像逼近问题。本文综合运用 Power 图的相关理论以及函数分片逼近的相关方法，给出了一种新的图像多项式分片逼近的方法，我们称之为带容积约束 Power 图的结构上的图像多项式分片逼近方法。

本文充分地挖掘了 Power 图的优化自由度，将 Power 图的权重与目标图像的像素信息关联到一起，设计出了一个带容积约束 Power 图的结构上的顶点位置与权重交替优化的图像多项式分片逼近算法。本文算法利用误差反馈机制以及图像处理领域的显著性检测等算法来生成最优的密度函数图像，并且以原始图像和最优密度函数图像为输入分两次来指导 Power 图初始化顶点的分布，通过构建最优的 Power 图来逼近目标图像，从而来有效地解决图像的逼近问题，彩色图像和灰度图像均可以实现，本文以 RGB 格式的彩色图像为例。本文采用区域分割的方法，用 Power 图来对目标图像进行区域分割，即图像分片，定义了能够度量逼近误差的带容积约束的目标函数，同时计算出目标函数关于 Power 图顶点位置和权重的梯度，将原始的图像逼近问题转换成两个子优化问题来加以解决。在我们的整个算法框架中，设计了一个可以满足不同逼近需求的最优密度函数图像生成算法，以此算法生成的初始化点分布作为输入，通过不断地更新 Power 图的顶点位置以及优化 Power 图的权重来得到最优的 Power 图，最终再拟合出逼近图像。

大量的实验结果表明，通过用最优密度函数图像生成算法对生成的初始化点分布进行控制，本文的算法能够有效地逼近图像的一些细节和轮廓线或者有效地

逼近一些我们更加关心的区域，以此来更加灵活地解决图像逼近问题。特别地，如果本文算法使用更多的初始化顶点，逼近效果更是显著地得到提高。本文的算法在性能上也有明显的提升，与相关文献中算法在相同配置的台式 PC 机上对比显示，只用了相关文献算法大约三分之一的的时间，相比而言，更加效地解决了本文提出的图像逼近问题。

关键词：图像逼近；显著性检测；Power 图；误差反馈机制；容积约束

厦门大学博硕士论文摘要库

Abstract

In the field of applied mathematics, the problem of piecewise approximation of functions, which is an important part of the study of function approximation theory, has got more and more scholars' and relevant researchers' attention. And the problem of piecewise approximation of images, as a special case of the problem of piecewise approximation of functions, has been a study hotspot for its widely application in the field of applied mathematics and computer graphics. The theoretical description of the image approximation problem is similar to the problem of function approximation, which means that for any given target image, we constructed a new image and make the difference between the new image and the target image as small as possible, this difference can be measured by peak signal and noise ratio, which shot for PSNR. Solving the problem of function approximation by the fragmenting method, which is an important method to study this type of approximation problem, so we consider to use the method of image segmentation approximation to solve the problem of image approximation. In this paper, we integrated apply the relevant theory of Power diagram and the relevant method of function fragmentation approximation and propose a novel method for piecewise polynomial image approximation, we call it piecewise polynomial image approximation based on the capacity-constrained power diagram.

This paper fully exploits the optimal freedom degree of power diagram, by associating the weights of a power diagram with the image color information, we design an efficient image approximation algorithm which alternately optimizes the positions and the weights of a capacity-constrained power diagram. Our method defines the density function by using error feedbacks and the saliency information of the original image, which guides the generation of the initial point distributions in the optimization. It effectively solves the color image approximation problem by constructing the optimal power diagram. In this paper, we use the regional segmentation method and segment the target image with the power diagram. We define a capacity-constrained energy

function to measure the approximate error based on power diagram, and give the explicit formulas for the computation of the gradients of the energy function. The optimization of the energy function is converted into two sub-problems, which are tackled by alternately moving the point positions and updating the weights of the points of the power diagram. We design an algorithm for generating the optimal density function image in our whole algorithm framework, which can satisfy the different approximation requirements. By using the result of the above algorithm, we get the more reasonable initial point distribution, and finally fit out the approximation image by alternately updating the positions of the points and optimizing the weights of the points in the power diagram.

A large number of experimental results show the correctness and efficiency of our method. By using the optimal density function image generation algorithm to control the generation of the initialized point distribution, our algorithm can effectively approximate some of the details and contours of the image, or effectively approximate some of the areas that we are more concerned with, so that we can approximate the color image more flexible. In particular, if we use more initialized points, the approximation result is significantly improved. The algorithm of this paper has also improved obviously in terms of performance compare with the algorithm of the relevant literature in the same configuration of the desktop PC, the result shows that we use only one third of the time that costs by the algorithm of the relevant literature, in contrast, the problem of the image approximation proposed in this paper is more effectively solved.

Key Words: Power diagram; image approximation; salient region detection; error feedback mechanism; capacity-constrained

目录

摘要.....	I
Abstract.....	III
目录.....	V
Contents.....	VII
第一章 绪论	1
1.1 概述	1
1.2 国内外研究现状	2
1.2.1 基于 Power 图的理论与应用现状.....	2
1.2.2 图像逼近方法研究现状.....	3
1.2.3 数学形态学应用与图像显著性检测相关研究现状.....	5
1.3 本文工作	6
1.4 论文组织结构	6
第二章 背景知识介绍	9
2.1 Power 图理论	9
2.1.1 Power 图的定义.....	9
2.1.2 Power 图的性质及生成算法.....	10
2.2 最优化理论与方法	13
2.2.1 最优化理论与方法概述.....	13
2.2.2 最优化方法的结构以及收敛速度与准则.....	14
2.2.3 最优化方法的选择.....	16
2.3 图像逼近理论与峰值信噪比(PSNR)	18
2.3.1 图像逼近理论.....	18
2.3.2 峰值信噪比(PSNR).....	18
2.4 本章小结	20
第三章 容积约束 Power 图的图像逼近	21
3.1 目标函数的定义与优化	21
3.2 顶点位置的优化算法	23

3.3 顶点权重的优化算法	26
3.4 本章小结	28
第四章 密度函数图像	31
4.1 误差密度函数图的设计	32
4.2 轮廓密度函数图的设计	33
4.3 显著性密度函数图的设计	34
4.4 最终密度函数图的设计	34
4.5 本章小结	35
第五章 实验结果与分析	37
5.1 算法流程	37
5.2 与其他方法结果的对比	40
5.3 算法的更多实验结果	45
5.4 本章小结	48
第六章 总结与展望	49
6.1 总结	49
6.2 展望	49
参考文献	51
硕士期间发表论文情况	56
致谢	57

Contents

Chapter1 Introduction	1
1.1 Summarization	1
1.2 Related Research Status at Home and Abroad	2
1.2.1 Status of Theory and Application Based on Power Diagram	2
1.2.2 Research Status on Image Approximation Method	3
1.2.3 Research Status on Application of Mathematical Morphology and Image Salient Detection	5
1.3 Our Works	6
1.4 Structure of Thesis	6
Chapter2 Background Knowledge Introduction	9
2.1 Power Diagram Theory	9
2.1.1 The Definition of Power Diagram	9
2.1.2 The Properties and Generation Algorithm of Power Diagram.....	10
2.2 Optimization Theory and Method	13
2.2.1 Summarization of Optimization Theory and Method	13
2.2.2 Optimization Method and Its Convergence Criterion.....	14
2.2.3 The Choice of Optimization Method	16
2.3 Image Approximation Theory and Peak Signal to Noise Ratio	18
2.3.1 Image Approximation Theory	18
2.3.2 Peak Signal to Noise Ratio	18
2.4 Conclusion	20
Chapter3 Image Approximation on Capacity-constrained Power Diagram	21
3.1 The Definition and Optimization of Objective Function	21
3.2 The Optimization Algorithm of Points Position	23
3.3 The Optimization Algorithm of Points Weight	26
3.4 Conclusion	28
Chapter4 Density Function Image	31

4.1 The Design of Error Density Function Image	32
4.2 The Design of Skeleton Density Function Image.....	33
4.3 The Design of Salient Density Function Image	34
4.4 The Design of Optimal Density Function Image	34
4.5 Conclusion	35
Chapter5 Experimental Results and Analysis.....	37
5.1 The Pipeline of Our Algorithm	37
5.2 The Comparison with Other Method.....	40
5.3 More Experimental Results of Algorithm	45
5.4 Conclusion	48
Chapter6 Conclusion and Prospect.....	49
6.1 Conclusion	49
6.2 Prospect	49
References.....	51
Achievements.....	56
Acknowledgements.....	57

第一章 绪论

在这一章节中，首先从整体上介绍本文所研究的主要内容，然后介绍在这一领域中国内外的一些相关研究的现状，接着再概括性地介绍本文主要做了哪些工作，最后简要地介绍本文的章节安排。

1.1 概述

根据图像在计算机中的存储和表示方法，其像素在某个点上的颜色值可以看作某个函数在这一点上的函数值，因此图像逼近问题在本质上也属于函数逼近问题的范畴。因此简单来讲，图像逼近要解决的问题就是对于任意一个给定的目标图像，将其看作一个特殊的目标函数，本文中我们称之为目标图像函数，然后在这一目标图像函数的定义域上，构造出一个新的函数，也即新的图像函数，使得新图像函数与目标图像函数之间的差别尽可能地小，这一差别本文称之为逼近误差，而逼近误差可以用峰值信噪比(PSNR)^[1]来度量。但是，如若仅仅在目标图像函数的定义域上构造一个新的图像函数来逼近目标图像函数的话，逼近误差相对而言可能会比较大。于是，很容易地想到要在逼近误差大的地方用多个新的图像函数来逼近，这就是图像分片逼近的大体思想，它在本质上也是研究函数分片逼近问题的重要方法之一。图像分片逼近简单来讲即是目标图像函数的定义域分割成许多小的子定义域，然后在每个子定义域上分别构造出新的图像函数来逼近目标图像函数。

由于多项式拥有简易性和灵活性的特点^[2]，本文采用多项式分片逼近的方法，需要对目标图像函数的定义域进行分割，然后在其子定义域上进行分片逼近。对目标图像函数定义域进行分割的方法，国内外已经有许多学者做过不同方法的尝试，例如 Chen^[3]利用 Voronoi 剖分的方法，最终将函数逼近问题转换为定义域分割的问题，此外比较常见的还有三角剖分^[4]的方法等。这类定义域分割问题有两个最主要的追求目标，其中一个是在保证逼近质量的前提下，致力于减少分割出的子定义域的数量，另一个是在分割出的子定义域数量一定的条件下，致力于

提高分割出的子定义域的质量，最终来提高整体的图像逼近质量。然而，由于 Voronoi 图固有的性质，不能充分地利用原始图像的像素信息，导致最终的子定义域分割效果相对来讲比较差，而且也不够灵活，特别是不能有效地解决一些特殊的图像函数的逼近问题。

本文以上面的考虑为出发点，充分地挖掘出 Power 图更多的优化自由度，提出了一个新的图像分片逼近的方法，即将 Power 图的权重与图像的像素信息关联在一起，利用 Power 图对目标图像，也即目标函数的定义域进行分割。同时利用图像像素处理的技术，主要有误差反馈机制、图像显著性检测以及数学形态学中对图像像素的操作等，来提高逼近质量，同时减少算法执行所需要的时间。对于目标图像函数与逼近结果之间的逼近误差，本文定义了一个度量这种误差的带容积约束的目标函数，并通过本文的算法尽量地减少目标函数的值来减少逼近误差。大量的实验结果表明，对于 RGB 格式的彩色图像的逼近，本文的带容积约束 Power 图的图像多项式分片逼近算法与其他方法相比，效果相对来讲比较好，逼近也更加灵活，而且算法运行所需要的时间也更少。当然，对于灰度图像这类更加简单的图像函数，本文算法的性能和逼近效果会更好。

1.2 国内外研究现状

1.2.1 基于 Power 图的理论与应用现状

一些国外的学者在研究 Voronoi 图的理论基础及其在实际应用的过程中，为了扩展 Voronoi 图的实际应用领域，于是在 Voronoi 图的理论基础和实际应用中提出了带权 Voronoi 图的概念，这就是 Power 图。Voronoi 图是计算几何中最基本的概念之一，也叫 Dirichlet 图，或者也可以叫做泰森多边形，它由德国数学家 Dirichlet 于 1850 年提出，后来经由俄罗斯数学家 Voronoi 进行了改进，它是由一组由连接两个相邻顶点之间的线段的中垂线组成的连续多边形^[5]。而作为 Voronoi 图的带权形式的 Power 图，由匈牙利数学家 Fejes 于 1977 年首次定义并使用它证明了 N 个圆盘的并集的边界总是可以被至多 $2N$ 个点光源照亮的问题^[6]。Power 图与 Voronoi 图的本质不同在于 Power 距离的定义，其定义可以追溯到 Edmond

Laguerre 和 Georgy Voronoi^[7]。根据 Power 距离定义的不同, Power 图有许多不同的形式,例如加法 Power 图,它是将权重加到欧几里德距离(Euclidean distance)上得到的,例如乘法 Power 图,它是将权重乘以欧几里德距离得到的。

Power 在应用数学和其他科学领域已经被研究了相当长的时间。Power 图在背包问题、覆盖范围问题以及照明问题等方面都扮演着非常重要的角色,甚至在结晶学、冶金学以及经济学中也发现有着许多实际的应用^[7]。国内的一些学者已经将 Power 图应用到了实际问题中,并且也取得了一定的研究成果。张仪彬等^[8]构建了基于加权 Voronoi 图,即 Power 图的物流园区腹地界定模型,根据成都市“四中心”的规划实例对该模型进行了实际应用,此方法较好地克服了断裂点理论和 Voronoi 图等单一传统空间划分方法存在的缺陷,使物流园区腹地的界定更具合理性和科学性。龚咏喜等^[9]从视觉、语义和空间结构等方面总结影响地标权重的因素,并在此基础上,基于 Power 图提出生成指定目标对象的空间位置描述,分析了引起基于 Power 图的地标空间位置描述不准确的因素,为进一步研究指明了方向。刘爱华等^[10]以十堰市为例,运用 Power 图,以城镇中心性强度值的平方根为权重划分各中心城镇的空间影响范围,在保持乡镇行政区完整性的前提下,对城镇影响范围进行调整,最终确定了十堰市 22 个城镇经济区的覆盖范围。

1.2.2 图像逼近方法研究现状

图像逼近因其在实际中的广泛应用而一直被学者们所关注,在该领域国内和国外的学者们已提出了许多高效的算法以及其他研究成果。图像逼近的一般方法就是识别出图像的基本特征,依据图像的基本特征用不同的方法提取出图像的几何信息,然后利用提取到的几何信息来拟合图像的像素,最终实现图像的逼近。在国内,甘涛等^[11]提出了基于互相关估计的快速图像逼近算法,可以有效地降低单次迭代内积运算的复杂度,这样总的复杂度也降低了。彭洲等^[12]提出了基于 Tetrolet 变换的图像稀疏逼近算法,用于解决图像逼近算法通用性不强的缺点,这是一种不受图像特征限制的图像稀疏逼近算法。国外学者 Lecot 和 Lévy^[13]展示了一种用于图像几何信息提取和将位图转换为矢量图的新算法,这一算法能自动地计算向量元和梯度的集合,从而很好地逼近图像,它基于一个二级变量参数

化分割算法,可以更好地适应图像的特征,同时也注重逼近一些重要区域的细节,这些区域来自于用户选择的重要区域,或者来自于眼球追踪数据的定义。

也有学者提出了应用数据依赖三角化的逼近方法^[13-16],利用数据依赖三角形将图像区域进行分割,并利用每个三角形内的像素簇来拟合出原始的图像,然而由于图像不同部分像素的变化相对来讲非常剧烈,特别是图像中的轮廓线处,其变化非常不连续,为了在逼近图像中拟合出这些剧烈的变化,需要在这些地方使用更多的三角形,特别是一些小的三角形。其中 Dyn^[16]利用三角形的顶点位置信息来构建最优的三角剖分。Kreylos 和 Hamann^[15]利用著名的模拟退火算法来实现对顶点位置的控制,选择顶点的集合并且改变三角形,获得最优顶点位置和最优三角形,再拟合出最终的逼近图像。Su 和 Willis^[14]则提出了在像素级别上应用数据依赖三角化的图像插值方法,这种方法可以应用于任意分辨率图像的增强,以及在连续空间内对静态图像的任意旋转和其他应用操作,高分辨率的图像是从低分辨率的图像在像素级别上的数据依赖三角形中插值得到的。Li 等^[17]与前面三者的数据依赖三角化方法有所不同,作者的框架基于三角网格的生成,但是认识到了统一采样会造成某些区域点密度过高而在其他区域点密度过低的弊端,于是巧妙的利用图像中的依附于对象边界的几何结构,提出了非统一采样技术,即通过不断的向三角网格中适当的位置加点的策略来生成最优三角网格。

另有学者提出利用 Voronoi 图的理论在 Voronoi 图上进行分片逼近的方法^[3, 7, 18], Chen 等^[3]同时实现了分片常量逼近、分片线性逼近和分片二次逼近,利用最优的 Voronoi 剖分拟合出最优的逼近图像。肖艳阳等^[18]则在 Voronoi 图的理论基础上,提出了基于重心坐标的分片函数逼近方法,并将其应用在图像逼近问题上。Aurenhammer^[7]提出了一种在有界区域内生成带容积约束的 Voronoi 图的方法,这种方法可用于多种距离度量方程,像加法带权 Voronoi 图^[19]和乘法带权 Voronoi 图^[20]等。Nivoliers 和 Lévy^[21]利用带约束的 Voronoi 图,通过优化一个度量逼近质量的目标函数来实现分片常量逼近。受上面提到方法的启发,本文利用计算几何中 Power 图的相关理论,将 Power 图的权重与原始输入图像的像素信息关联在一起,再辅之以误差反馈机制、图像显著性检测以及数学形态学中对像素的操作等技术,提出了一个带容积约束 Power 图的结构上的顶点位置与权重

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库