

学校编码： 10384
学号： 34320141152793

分类号 _____ 密级 _____
UDC _____

厦 门 大 学

硕 士 学 位 论 文

基于磁场体积分方程和变分玻恩迭代方法
的三维磁化率重建方法

**Three-Dimensional MR Reconstruction of Magnetic
Susceptibility by the Variational Born Iterative Method
Based on the Magnetic Field Volume Integral Equation**

李胜男

指导教师姓名： 柳清伙 教授
专 业 名 称： 无线电物理
论文提交日期： 2017 年 月
论文答辩时间： 2017 年 月
学位授予日期： 2017 年 月

答辩委员会主席： _____

评 阅 人： _____

2017 年 月

厦门大学博硕士学位论文摘要库

厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下,独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果,均在文中以适当方式明确标明,并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范(试行)》。

另外,该学位论文为()课题(组)的研究成果,获得()课题(组)经费或实验室的资助,在()实验室完成。(请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称,未有此项声明内容的,可以不作特别声明。)

声明人(签名):

年 月 日

厦门大学博硕士学位论文摘要库

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

1. 经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，
于 年 月 日解密，解密后适用上述授权。

2. 不保密，适用上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。）

声明人（签名）：

年 月 日

厦门大学博硕士学位论文摘要库

摘 要

定量磁化率成像在临床中研究和治疗中变得越来越重要，它可以提供一种非创伤性手段，有利于诊断和检测脑血管疾病、神经系统退行性疾病等。传统的定量磁化率成像方法，以相位信息为原始数据，基于准静态近似构建相位信息和磁化率分布间的关系，并且做了弱对比度近似。而且，众所周知，传统的定量磁化率成像提供的仅是磁化率的“相对”定量，而不是绝对物理量，这是由于 MRI 相位和频率值是相对的，并且在活体成像时缺乏通用和可靠的频率参考，这使测量结果受到相位预处理过程精确度的影响。为了提供高质量和高对比度的磁化率成像，本文提出了一种新的三维磁化率重建方法，该方法以射频场的正旋磁场分量 H_1^+ 作为初始数据，利用基于磁场体积分方程的变分玻恩迭代方法进行磁化率重建，在正问题中使用稳定型双共轭梯度快速傅里叶变换方法来求解磁场，在逆问题中使用共轭梯度快速傅里叶变换方法来重建磁化率分布，以减少计算时间和内存损耗。本文提出的方法没有做任何弱对比度近似，因此在重建高对比度磁化率值方面更精确，并且由于不需要数据预处理过程所以重建结果仅依赖于数据获取过程和重建方法本身。

首先，本文研究了电磁逆散射问题的求解方法，主要是体积分方程方法和玻恩近似方法（及扩展的玻恩近似方法），并给出了可以用来求解正向解的 Krylov 子空间方法（BCGS-FFT 方法和 CG-FFT 方法），接着用仿真实例验证了玻恩近似方法和 BCGS-FFT 方法的有效性和精确度。

其次，为了求解体积分方程中的非线性关系，本文研究了非线性逆问题的求解方法，主要包括：玻恩迭代方法（BIM）、变形玻恩迭代方法（DBIM）和变分玻恩迭代方法（VBIM）。比较了以上三种方法的异同，并给出了其相应的加入正则化项后的目标泛函。

然后，本文提出了基于磁场体积分方程和变分玻恩迭代方法的三维磁化率重建方法，给出了该方法的详细公式推导。这部分内容主要包括磁场体积分方程的弱形式离散化、 H_1^+ 场的获得方法和 VBIM 方法的实现步骤等。

最后，用三维人脑模型和高磁化率值模型验证了本文提出的磁化率重建方法

的有效性和精确度，并与玻恩近似方法的结果做了比较以表明做弱对比度近似给结果带来的影响，除此之外，还对模型分别加入 40 dB、20 dB、10 dB 高斯白噪声来验证新方法的抗噪性。

此外，本方法也为相对介电常数、电导率和磁导率的同时重建奠定了基础。结合基于体积分方程的定量磁化率成像和电特性成像（EPT）就可同时重建相对介电常数、电导率和磁导率。

关键词： 定量磁化率成像；磁场的体积分方程；变分玻恩迭代方法； B_1 场成像方法。

ABSTRACT

Quantitative susceptibility mapping (QSM) becomes more and more important in the clinical research and treatment. It can provide a non-invasive means and is in favor of diagnosis and monitoring of cerebrovascular disease and neurodegenerative disorder. The traditional QSM takes the phase information as the original data and establishes the relationship between the phase information and the magnetic susceptibility distribution based on the quasi-static approximation. Furthermore, the traditional QSM makes weak contrast approximation. However, it is well known that the traditional QSM provides only the “relative” quantification of the magnetic susceptibility rather than the absolute physical quantity. This is due to that the phase and frequency values of MRI are relative and are affected by the accuracy of the data preprocessing. What’s more, there is a lack of common and reliable frequency reference in *in vivo* imaging. In order to provide high quality and high contrast magnetic susceptibility mapping, a three-dimensional MR reconstruction method for magnetic susceptibility based on the magnetic field volume integral equation with the variational Born iterative method (VBIM) is developed. The magnetic susceptibility is reconstructed from the positive rotating magnetic field component H_1^+ of the RF field acquired by B_1 mapping. The implement of the stabilized biconjugate gradient fast Fourier transform (BCGS-FFT) method in the forward problem to solve for the magnetic field and the conjugate gradient fast Fourier transform (CG-FFT) method in the inverse problem to reconstruct the magnetic susceptibility distribution significantly reduces the memory cost and CPU time. The proposed method is based on Maxwell’s equations and doesn’t make any weak-contrast approximation, so it is more accurate in the reconstruction of high-contrast susceptibility. Besides, the accuracy of the result only depends on the data acquisition process and the method itself because the method doesn’t have data preprocessing.

Firstly, the methods of solving the electromagnetic (EM) inverse scattering

problem are studied, which are mainly the volume integral equation (VIE) and the Born approximation (and the extended Born approximation). The Krylov subspace method (BCGS-FFT method and CG-FFT method) which can be used to solve the forward solution is given. And the simulation results of Born approximation method and BCGS-FFT method are provided to verify their effectiveness and accuracy.

Secondly, in order to solve the nonlinear relation in the VIE, the methods to solve the nonlinear inverse problem are studied, including the Born iterative method (BIM), the distorted Born iterative method (DBIM) and the variational Born iterative method (VBIM). The similarities and differences between the above three methods are compared. And the corresponding cost functions are given as well.

Then, this paper proposes a 3D MR reconstruction method of magnetic susceptibility by the VBIM based on the magnetic field VIE. The detailed formula is given corresponding to the idea of this method. This part mainly includes the weak-form discretization of the magnetic field VIE, the acquisition of H_1^+ field and the steps of the VBIM.

Finally, the validity and accuracy of the method is validated by the 3D human brain model and the high susceptibility model. The result reconstructed using the Born approximation is shown to make clear the effect of the weak contrast approximation. In addition, the results under 40 dB, 20 dB, 10 dB AWGN are investigated to verify the noise immunity of this method.

Moreover, this study is to lay the foundation for reconstructing the relative permittivity, conductivity and permeability simultaneously. By combining the QSM and EPT based on the volume integral equations, reconstructing the relative permittivity, conductivity and permeability simultaneously can be achieved.

Key Words: Quantitative susceptibility mapping (QSM); magnetic field volume integral equation; variational Born iterative method (VBIM); B_1 mapping.

目录

摘 要.....	I
ABSTRACT.....	III
目录.....	V
CONTENTS.....	VII
第一章 绪 论	1
1.1 本文的研究背景和意义.....	1
1.2 本文的研究内容和创新.....	3
1.3 本文的内容结构和安排.....	5
第二章 电磁逆散射问题求解方法	7
2.1 体积分方程方法.....	7
2.1.1 控制方程.....	7
2.1.2 弱形式离散化.....	8
2.2 散射问题近似方法.....	12
2.2.1 玻恩近似方法.....	12
2.2.2 扩展的玻恩近似方法.....	12
2.2.3 玻恩近似适用范围验证.....	13
2.3 Krylov 子空间方法.....	15
2.3.1 稳定型双共轭梯方法.....	15
2.3.2 共轭梯度方法.....	16
2.3.3 快速傅里叶变换加速.....	17
2.3.4 数值计算及讨论.....	18
2.4 本章小结.....	19
第三章 非线性逆问题求解方法	21
3.1 玻恩迭代方法.....	22

3.2	变形玻恩迭代方法.....	24
3.3	变分玻恩迭代方法.....	25
3.4	数值计算及讨论	27
3.4.1	变分玻恩迭代方法计算结果	27
3.4.2	玻恩迭代方法计算结果	29
3.5	本章小结	30
第四章	基于磁场 VIE 和 VBIM 的磁化率重建方法.....	31
4.1	正问题求解.....	31
4.2	正旋磁场分量 H_1^+ 的获得方法	34
4.2.1	双角法.....	34
4.2.2	实际翻转角法.....	35
4.3	逆问题求解.....	36
4.4	本章小结	39
第五章	基于磁场 VIE 和 VBIM 的磁化率重建方法的仿真实例. 41	
5.1	线圈仿真	42
5.1.1	鸟笼线圈.....	42
5.1.2	多通道线圈.....	43
5.2	三维人脑模型.....	45
5.2.1	无噪声情况下三维人脑模型重建	45
5.2.2	加入高斯白噪声后三维人脑模型重建	48
5.3	高磁化率值模型重建.....	51
5.3.1	无噪声情况下高磁化率值模型重建.....	51
5.3.2	加入高斯白噪声后高磁化率值模型重建.....	53
5.4	分析与讨论.....	56
5.5	本章小结	57
第六章	总结与展望.....	59
	参考文献	63
	硕士研究生期间科研成果.....	69

CONTENTS

Chapter 1	Preface	1
1.1	The background and significance of this study	1
1.2	The content and innovation of this study	3
1.3	The structure and arrangement of this paper	5
Chapter 2	Methods for solving electromagnetic inverse scattering problems	7
2.1	Volume integral equation (VIE)	7
2.1.1	Governing equations	7
2.1.2	The weak-form discretization	8
2.2	Approximations for scattering problems	12
2.2.1	Born approximation (BA)	12
2.2.2	Extended Born approximation (EBA)	12
2.2.3	Validation of the effective range of the Born approximation.....	13
2.3	Krylov subspace techniques	15
2.3.1	Stabilized biconjugate gradient fast Fourier transform (BCGS-FFT) method.....	15
2.3.2	Conjugate gradient fast Fourier transform (CG-FFT) method	16
2.3.3	Fast Fourier transform (FFT) acceleration	17
2.3.4	Numerical calculation and discussion.....	18
2.4	Chapter summary	19
Chapter 3	Methods for solving nonlinear inverse problems	21
3.1	Born iterative method (BIM)	22
3.2	Distorted Born iterative method (DBIM)	24
3.3	Variational Born iterative method (VBIM)	25
3.4	Numerical calculation and discussion	27

3.4.1	The calculation results of VBIM.....	27
3.4.2	The calculation results of BIM	29
3.5	Chapter summary	30
Chapter 4	Reconstruction method of magnetic susceptibility	
	based on the magnetic field VIE and the VBIM	31
4.1	The solution of the forward problem.....	31
4.2	The acquisition of H_1^+ field	34
4.2.1	Double angle method (DAM)	34
4.2.2	Actual flip-angle imaging (AFI)	35
4.3	The solution of the inverse problem.....	36
4.4	Chapter summary	39
Chapter 5	The simulation examples of the reconstruction method	
	based on the magnetic field VIE and the VBIM.....	41
5.1	The simulation of the coil.....	42
5.1.1	The birdcage coil.....	42
5.1.2	The multi-channel coil	43
5.2	The 3D brain model.....	45
5.2.1	The 3D brain model without noise.....	45
5.2.2	The 3D brain model with AWGN	48
5.3	The high susceptibility model	51
5.3.1	The high susceptibility model without noise	51
5.3.2	The high susceptibility model with AWGN	53
5.3	Analysis and discussion.....	56
5.4	Chapter summary	57
Chapter 6	Summary and outlook.....	59
	References.....	63
	Scientific research achievements	69

第一章 绪论

1.1 本文的研究背景和意义

定量磁化率成像 (quantitative susceptibility mapping, QSM) 是一种临床和临床研究中的非侵入性技术。在近年来, 由于它在临床和科学研究的前景应用吸引了越来越多的注意力。定量磁化率成像有许多应用, 例如, 定量铁含量, 测定静脉血氧饱和度, 检测创伤性脑损伤 (traumatic brain injury, TBI) 或者轻度创伤性脑损伤^[1]等等。此外, 由于反映了组织的实际磁特性, 定量磁化率成像对于组织结构和机制提供了新见解。定量磁化率成像可以更精确地区分钙化和出血^{[2][3]}; 可以用于检测脱髓鞘和铁沉积^[3]; 可以测量高顺磁性造影剂 (超顺磁性氧化铁粒子 SPIO^{[4]-[6]}, 钆喷替酸葡甲胺 Gd-DTPA^{[7]-[9]}) 的体内分布, 为磁共振成像中的造影剂量化提供有效工具^[2]; 可以测量多发性硬化症大脑中损伤和非损伤组织的磁化率变化^{[1][2]}等等。它使磁化率值与治疗条件和治疗结果关联起来。

传统的定量磁化率成像方法以相位信息为原始数据, 通过相位和磁化率间的关系来重建磁化率分布。对于左旋坐标系, 假设主磁场沿着 z 方向, 成像区域内回波时间为 TE 的梯度回波序列所产生的相位可以写为^[1]:

$$\phi(\mathbf{r}) = \phi_0(\mathbf{r}) + \gamma \Delta B_z(\mathbf{r}) TE \quad (1.1)$$

其中, $\phi_0(\mathbf{r})$ 是取决于线圈灵敏度的相移, $\Delta B_z(\mathbf{r})$ 是场变化的 z 分量。假设主磁场 B_0 沿 z 轴方向, 那么源磁化 $M_z(\mathbf{r})$ 可以写为以下形式:

$$M_z(\mathbf{r}) = \chi(\mathbf{r}) \frac{B_0}{\mu_0 \mu_r(\mathbf{r})} = \chi(\mathbf{r}) \frac{B_0}{\mu_0 (1 + \chi(\mathbf{r}))} \approx \chi(\mathbf{r}) \frac{B_0}{\mu_0} \quad (1.2)$$

这里的近似基于假设 $\chi \ll 1$ 。位置 \mathbf{r} 处由磁化分布产生的磁场是一个复杂的函数, 表示由磁化分布的每个单元 $M_z(\mathbf{r}')$ 所产生的偶极子场的总和, 因此, $\Delta B_z(\mathbf{r})$ 与源磁化 $M_z(\mathbf{r}')$ 的关系^{[10][11]}如下:

$$\Delta B_z(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \left\{ \frac{3M_z(\mathbf{r}')(z-z')^2}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^5} - \frac{M_z(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} \right\} d^3r' \quad (1.3)$$

方程(1.3)可以写成以下卷积形式:

$$\Delta B_z(\mathbf{r}) = \mu_0 M_z(\mathbf{r}) * G(\mathbf{r}) \quad (1.4)$$

其中格林函数 $G(\mathbf{r})$ ^[12]如下:

$$G(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \frac{3\cos^2\theta - 1}{r^3} \quad (1.5)$$

θ 是 \mathbf{r} 和 z 间的夹角。通过对方程(1.4)使用卷积理论,可以容易地计算出 $\Delta B_z(\mathbf{r})$ 。

$G(\mathbf{r})$ 的傅里叶变换如下:

$$G(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{1}{3} - \frac{k_z^2}{k^2}, & \text{for } k \neq 0 \\ 0, & \text{for } k = 0 \end{cases} \quad (1.6)$$

其中 $k = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$, k_x 、 k_y 和 k_z 是 k 空间的坐标系。当 $\chi \ll 1$ 时, $\mu_0 M_z(\mathbf{r}) \approx B_0 \chi(\mathbf{r})$, 这就是磁化率源分布 $\chi(\mathbf{r})$ 感应产生的磁场变化。最终, $\Delta B_z(\mathbf{r})$ 可以用以下正向建模过程来求解:

$$\Delta B_z(\mathbf{r}) = B_0 \cdot FT^{-1} \{ \chi(\mathbf{k}) \cdot G(\mathbf{k}) \} \quad (1.7)$$

$\chi(\mathbf{k})$ 是 $\chi(\mathbf{r})$ 的傅里叶变换形式。定量磁化率求解的关键问题是求解方程(1.7), 方程作为一个逆问题提供了磁化率分布的逐像素估计。

传统的定量磁化率成像方法的步骤为: (a) 利用多通道数据进行相位重建, (b) 相位解缠绕, (c) 构造人脑掩膜, (d) 移除背景场, (e) 重建磁化率。由于通过测量场重建磁化率是一个不适定逆问题, 所以怎样获得稳定的解并且精确地定量磁化率是磁化率成像的关键。并且, 除了成像参数(如场强、回波时间、翻转角等)和磁化率成像方法本身, 精确的相位解缠绕和背景场移除也是决定最终成像质量的重要影响因素。由于 QSM 求解是不适定逆问题, 相位解缠绕和背景场移除效果不好的话会对最终成像结果造成较大影响。此外, 众所周知, 传统的定量磁化率成像提供的仅是磁化率的“相对”定量, 而不是绝对物理量。这是由于 MRI 相位和频率值是相对的, 并且受到相位预处理过程(相位解缠绕和背景场移除)的影响, 而且在活体成像时缺乏通用和可靠的频率参考。

传统的定量磁化率成像方法包括: k 空间阈值分割法 (Threshold-based

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库