

学校编码: 10384
学号: 27720141152747

分类号____密级____
UDC_____

厦 门 大 学

硕 士 学 位 论 文

中国银行间市场国债收益率曲线估计：
基于贝叶斯方法和 Nelson-Siegel 模型

The estimation of term structure in Chinese interbank Treasury
bond market based on Bayesian method and Nelson-Siegel model

丑 高 武

指导教师姓名: 牛霖琳副教授
专业名称: 金融学
论文提交日期: 2017 年 4 月
论文答辩时间: 2017 年 4 月
学位授予日期: 2017 年 6 月

答辩委员会主席: _____
评 阅 人 : _____

2017 年 5 月

厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下,独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果,均在文中以适当方式明确标明,并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范(试行)》。

另外,该学位论文为()课题(组)的研究成果,获得()课题(组)经费或实验室的资助,在()实验室完成。(请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称,未有此项声明内容的,可以不作特别声明。)

声明人(签名): _____

年 月 日

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

（ ） 1.经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，于 年 月 日解密，解密后适用上述授权。

（ ） 2.不保密，适用上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。）

声明人（签名）： _____

年 月 日

中国银行间市场国债收益率曲线估计： 基于贝叶斯方法和 Nelson-Siegel 模型

摘要： 本文基于 Nelson-Siegel 模型参数的最大似然估计方法，提出了 Nelson-Siegel 模型参数的贝叶斯估计方法，并且对参数不同先验分布进行了研究，推导出了不同先验分布对应的参数抽样方法。本文使用 2014 年至 2016 年间我国银行间市场国债交易数据，对银行间市场国债即期收益率曲线进行了 Nelson-Siegel 模型估计，包括传统的最大似然估计和本文提出的贝叶斯估计，并且利用所估计的国债即期收益率曲线对债券进行了定价，比较其与中央国债登记结算公司所公布的国债即期收益率曲线的定价效率。根据我们的分析，在样本区间内，相较于中央国债登记结算公司所公布的国债即期收益率曲线，Nelson-Siegel 模型的最大似然估计给出的债券定价结果误差更小。同时我们对 Nelson-Siegel 模型参数选择进行了讨论，认为 Nelson-Siegel 模型中所涉及的中期期限在不同时间段内应该选择不同取值。我们所提出的贝叶斯估计在定价效率上不弱于 Nelson-Siegel 模型最大似然估计，而且在样本点较少或者样本点分布不均匀的情况下，参数估计结果比最大似然估计更稳健，在国债定价管理、收益率曲线高频更新、异常样本点较多的情况下的参数估计等方面有着很强的应用前景。

关键词： 即期收益率曲线，贝叶斯方法，马尔科夫链蒙特卡洛模拟

The estimation of term structure in Chinese interbank Treasury bond market based on Bayesian method and Nelson-Siegel model

Abstract: Based on the outcome of maximum likelihood estimation, we propose a Bayesian estimation method for Nelson-Siegel model. We also deduce the corresponding sampling method for each parameter in the model under different prior densities. We estimate the term structure of Chinese interbank Treasury bonds between the year 2014 and 2016. With respect to the pricing efficiency of Treasury bonds, we find that the term structured estimated by Nelson-Siegel model produces smaller pricing errors than the term structure published by China Securities Depository and Clearing Co. Ltd. Compared to the maximum likelihood estimation, the Bayesian method yields more robust results when the sample is limited or distributed unevenly in term. For both maximum likelihood estimation and Bayesian estimation, the parameters in Nelson-Siegel model, especially the shape parameter, should be carefully chosen. For future application, the Bayesian method makes it possible to update term structure trade by trade and provides more information about pricing Treasury bonds.

Key Words: Spot rate curve; Bayesian method; Monte Carlo simulation

目录

第一章 引言	1
第二章 背景	2
2.1 即期收益率曲线的定义和估计方法	2
2.2 中国银行间市场国债即期收益率曲线的重要性	4
2.3 研究内容、方法和意义	4
第三章 文献综述	5
3.1 国外即期收益率曲线估计方法的发展	5
3.1.1 样条函数拟合	6
3.1.2 Nelson-Siegel 模型及其扩展形式	9
3.1.3 短期利率动态模型	11
3.2 国内即期收益率曲线估计方法的实证	11
3.3 本文的研究方法	13
第四章 估计方法	14
4.1 Nelson-Siegel 模型设定	14
4.2 Nelson-Siegel 估计方法	15
4.2.1 最大似然估计	15
4.2.2 贝叶斯估计先验分布选取	17
4.2.3 贝叶斯估计后验分布推导	18
4.2.4 贝叶斯估计参数抽样方法	19
4.2.5 贝叶斯估计收敛判断方法	22
第五章 实证分析	23
5.1 数据分析	23
5.2 Nelson-Siegel 模型参数选择	24
5.2.1 曲线形态参数 λ 取值范围选择	24
5.2.2 最大似然估计参数初始值和限制范围对估计结果的影响	28
5.3 最大似然估计结果分析	31
5.4 贝叶斯估计结果分析	35
5.4.1 示例交易日不同先验分布贝叶斯估计参数抽样结果分析	35
5.4.2 整个样本区间贝叶斯估计和最大似然估计结果比较	40
第六章 贝叶斯估计应用前景	42
6.1 基于贝叶斯抽样结果的国债定价管理	42
6.2 国债收益率曲线高频更新	43

第七章 结论.....	46
参考文献.....	48
附录.....	49
致谢.....	50

厦门大学博硕士论文摘要库

Contents

Chapter 1 Introduction	1
Chapter 2 Background	2
2.1 The definition and estimation of term structure.....	2
2.2 The significance of Chinese Treasury bond market.....	4
2.3 The contributions of our research.....	4
Chapter 3 Literature Review	5
3.1 The development of the estimation method for term structure.....	5
3.1.1 Spline functions.....	6
3.1.2 Nelson-Siegel model	9
3.1.3 Short rate models.....	11
3.2 The empirical study of term structure models in China.....	11
3.3 Our research methods.....	13
Chapter 4 Model	14
4.1 The background of Nelson-Siegel model	14
4.2 The estimation of Nelson-Siegel model	15
4.2.1 Maximum likelihood estimation.....	15
4.2.2 The prior for Bayesian estimation.....	17
4.2.3 The posterior for Bayesian estimation.....	18
4.2.4 The sampling method for Bayesian estimation.....	19
4.2.5 The convergence of sampling.....	22
Chapter 5 Empirical Study	23
5.1 Data description	23
5.2 Parameters in Nelson-Siegel model.....	24
5.2.1 The choice of shape parameter	24
5.2.2 The impact of initial value and constraint	28
5.3 Results based on maximum likelihood estimation.....	31
5.4 Results based on Bayesian method.....	35
5.4.1 The estimation results under different priors.....	35
5.4.2 The comparison between maximum likelihood and Bayesian estimation.....	40
Chapter 6 Future Applications	42
6.1 Contributions to price Treasury bonds.....	42

6.2 High Frequency updating of term structure.....	43
Chapter 7 Conclusions	46
References.....	48
Appendix.....	49
Acknowledgements	50

厦门大学博硕士学位论文摘要库

第一章 引言

即期收益率曲线,也即利率期限结构,反映了即期收益率和期限之间的关系。市场上交易的不同品种债券对应着不同的即期收益率曲线,例如,国债即期收益率曲线、金融债即期收益率曲线和公司债即期收益率曲线。在中国市场所有的即期收益率曲线中,国债即期收益率曲线作为市场无风险收益率的代表,极大的影响了其它收益率的确定,是最为重要的定价基准。由于其重要性,学术界对国债即期收益率曲线估计的讨论由来已久,已有较为成熟的模型和估计方法。在我国,学术界和业界都倾向于直接使用中央债券登记结算有限责任公司(以下简称中债登)公布的,使用 Hermite 插值法估计的中债国债即期收益率曲线。随着中国债券市场的发展,银行间债券市场的交易深度和广度不断提升,国债市场的交易量也逐年放大,使用市场交易数据对即期收益率曲线进行估计,并探讨不同模型的估计结果越来越重要。本文利用 2014 年至 2016 年的银行间国债交易数据,对即期收益率曲线进行了估计,不仅对传统的估计方法进行了讨论分析,而且在已有模型的基础上,提出了贝叶斯的估计方法,使得国债即期收益率曲线估计的高频更新成为可能。在研究银行间市场国债即期收益率曲线形态、相关模型参数分析等方面有着重要作用。

本文的结构如下,第二章介绍研究背景,第三章对历史文献进行了梳理,第四章总结了所使用的模型和方法,第五章利用中国银行间市场国债交易数据进行了实证分析,第六章对贝叶斯方法的应用前景进行了讨论。

第二章 背景

2.1 即期收益率曲线的定义和估计方法

利率期限结构，反映了不同期限上即期收益率的大小。而即期收益率，指的是给定某一期限零息票债券的到期收益率。如果以横轴代表剩余期限，纵轴代表即期收益率，将利率期限结构绘制在二维坐标系上，可以得到一条即期收益率曲线。固定收益市场上的即期收益率包括有国债即期收益率、信用债即期收益率和相关衍生品即期收益率等。

对于零息票债券，到期收益率等于即期收益率，从零息票债券的市场价格中能够直接推算出对应的即期收益率。但由于市场上交易的一年期及以上期限国债绝大部分为付息国债，剩余期限内的未支付现金流超过一次，因此，从付息债券的市场价格中不能够直接算出即期收益率，只能算出付息债券的到期收益率。到期收益率和即期收益率既有区别亦有联系，一些机构或者个人投资者可能会使用到期收益率曲线来代替即期收益率曲线，并且根据到期收益率曲线来进行投资决策。虽然到期收益率可以作为即期收益率的一种近似，而且到期收益率曲线的估计更为简单，在确定剩余期限和息票率的情况下，到期收益率和债券的市场价格存在着——对应的关系，但是以到期收益率作为定价基准有如下两点缺陷：第一，到期收益率反映的是不同期限上即期收益率的平均，以一支两年期按年付息的国债为例，其到期收益率可以被视为一年期即期收益率和两年期即期收益率的一个加权平均值，因此到期收益率很难直接反映对应期限上的收益率大小；第二，到期收益率会受到债券息票率的影响，这就导致有着同样的剩余期限和不同息票率的债券，到期收益率不同，给使用者作为定价参考带来困难。即使市场上没有相同剩余期限的债券，如果相近剩余期限的债券之间息票率差别很大，也会对到期收益率曲线的局部形态有较大影响。如果使用即期收益率曲线，既能准确的估计出对应期限的收益率，又不会受到不同债券息票率的影响，鉴于此，从付息国债的市场交易价格数据中估计即期收益率曲线非常重要。

估计即期收益率曲线最常用的方法有两种，第一种是样条函数拟合，第二种

是 Nelson-Siegel 模型(Nelson 和 Siegel,1987)及其扩展形式,这两种方法都依据一定的函数形式,利用市场交易价格数据计算函数中所涉及的参数,属于曲线拟合的方法。除了这两种方法以外,根据国际清算银行 2005 年的文档和 Deacon 和 Derry(1994)的研究报告,还有一些中央银行使用其他方法来估计即期收益率曲线,例如样条函数插值法和 Merrill Lynch 指数样条法(加拿大),但是综合来看,Nelson-Siegel 模型(以下简称 NS 模型)及其扩展形式是最为常用的方法,被许多发达国家的中央银行所采用。

样条函数拟合法的优势在于其直接拟合折现因子曲线,因此在使用债券交易价格数据进行参数估计时,能够保持参数的线性形式。但在折现因子曲线转换为对应的即期收益率曲线的过程中,常常无法保证转换出的即期收益率曲线足够平滑且具备合理的长端渐进性质。相较于样条函数拟合,NS 模型直接对即期收益率曲线进行估计,避免了曲线转换的问题。但由于 NS 模型中参数的非线性形式,在估计过程中,需要通过非线性最小二乘法或者最大似然法来完成,即通过最小化样本债券定价误差平方和(或者最小化样本债券到期收益率误差平方和)来估计参数。这种估计方法有如下缺陷:一方面,由于 NS 模型的函数形式非线性,尤其是在使用价格数据作为观测值时,基于 NS 模型表示的收益率计算的现金流贴现函数也是非线性函数,无论使用非线性最小二乘法还是最大似然法,都无法给出参数的显式解,因此,需要通过一些近似优化方法来估计参数值。在使用不同的近似优化方法时,估计结果对初始值和取值范围并不稳健,这给研究者带来额外的参数识别上的困难。另一方面,非线性最小二乘法和最大似然法依赖于完整的观测样本,即在剩余期限上分布均匀的债券交易价格数据,在缺乏足够多样本的情况下,NS 模型估计出来的参数值可能会偏离其真实值。除了这两种方法之外,其余估计方法也有不同程度的问题,例如我们在引言部分提到的,在中国的国债市场,市场参与者常常直接使用中债登发布的中债曲线。虽然已知该曲线由三次 Hermite 插值法获得,但是中债登并没有公布相关的估计细节,而且很少有文献探讨其估计的效率和准确性。相较于样条函数拟合和 NS 模型拟合的收益率曲线,通过插值得出的收益率曲线并不光滑。

综上所述,为了保证所估计出的即期收益率曲线足够平滑且具备符合逻辑的长端渐进性质,同时又能避免传统估计方法所带来的问题,我们采取了贝叶斯的方法来估计 NS 模型的参数。通过贝叶斯的方法,一方面我们避免了参数初始值

和限制范围对估计结果的影响;另一方面,我们可以在估计之前合理的利用参数的先验信息,避免了当债券交易价格样本过少、样本期限分布不均匀或者观测到的债券价格误差较大时参数识别的困难。同时,我们可以获得参数的后验分布,并据此提供更丰富的即期收益率曲线分布,为风险管理提供有益信息。在这个意义上,贝叶斯估计使得通过市场交易数据来估计即期收益率曲线更具有时效性和连续性,债券价格每更新一次,就能获得一条新的估计曲线,而不是需要等到观测到当天所有价格之后才能对即期收益率曲线进行估计。

2.2 中国银行间市场国债即期收益率曲线的重要性

中国市场银行间国债即期收益率之所以重要,一是由于中国债券市场上交易体量最大的品种是国债,根据中债登的统计,截至 2016 年底,我国债券市场的托管总量为 43.72 万亿元人民币,其中,22.09 万亿元为政府债券,包括 10.78 万亿元记账式国债、0.68 万亿元电子式储蓄国债和 10.62 万亿元地方政府债,中央国债在所有债券托管量中占比 26%;二是由于国债可以被视为无违约风险债券的代表,作为市场利率的基准,特别是近年来,随着我国政府对债券市场的重视,各类型债券都在一定时间段内井喷式的发展,包括中期票据、城投债、地方政府债和公司债等。在债券市场明显扩容的情况下,作为基准债券的银行间国债的重要性更加凸显。因此,对国债即期收益率曲线的估计无论在资产定价、风险控制还是资产组合管理领域都有着重要的作用。

2.3 研究内容、方法和意义

本文首先回顾了 NS 模型的传统估计过程,即最大似然估计法,在此基础上,提出了基于不同先验分布的贝叶斯估计方法,因为后验函数的非线性特征,我们使用马尔可夫链蒙特卡洛模拟来进行参数估计,并且结合使用了 Metropolis-Hastings-Gibbs 抽样器。与现有文献相比,本文具有以下四个方面的贡献和特色。

第一,首次提出了利用交易数据对 NS 模型的贝叶斯估计。

第二,利用最新的债券数据对传统的 NS 模型估计所涉及的参数进行了讨论。

第三,基于贝叶斯抽样结果,提出了新的国债定价管理策略。

第四,基于贝叶斯估计,提出了高频更新的方法和样本点较少时的估计方法。

第三章 文献综述

本章第一小节梳理了国外文献对即期收益率曲线拟合方法的研究;第二小节讨论了国内文献结合中国国情对即期收益率曲线拟合方法的应用和调整;第三小节介绍了在本文中我们将使用的模型和估计方法。

如前文所述,即期收益率曲线的估计方法主要分为三种,一是使用样条函数拟合折现因子曲线,进而推导出即期收益率曲线;二是使用 NS 模型及其扩展形式直接拟合即期收益率曲线;三是利用短期利率的一般均衡模型和无套利模型得出短期利率的动态过程,然后推导出即期收益率曲线。其中,在不考虑参数动态变化的情况下,前两种方法可以被视为单纯的静态曲线拟合,能够从债券交易价格数据中估计参数,拟合即期收益率。而第三种方法则需要假设短期利率的动态变化方程式,并且利用已知的即期收益率进行参数估计,而非直接利用债券交易价格数据估计结果。此处列举的第三种方法不同于前文所述的插值法等方法,而且估计过程也与前两种方法有较明显的区别。但由于其在期限结构理论研究中的重要性,并且为了保证文献整理的完整性,我们在文献综述部分仍简要的讨论了第三种方法。

3.1 国外即期收益率曲线估计方法的发展

如果已知给定期限的即期收益率,对应的折现因子可以通过公式计算出来;同样的,如果已知给定期限的折现因子,对应的即期收益率也可以被计算出来。

然而,从债券的理论价格公式可以看出,不同期限的折现因子和债券的理论价格之间线性相关,而不同期限的即期收益率和债券理论价格之间往往存在非线性关系。在早期的研究中,国外学者通常选择直接估计相关期限的折现因子,而非即期收益率。由此而出现的一系列估计方法中,最常用的是利用样条函数来估计折现因子曲线,即假设折现因子方程式由某一系列样条函数所确定,可以得出参数为线性形式的函数方程式。

如果不对折现因子曲线进行拟合,而是直接拟合远期收益率曲线或者即期收益率曲线,所得结果能够直接反映远期收益率或即期收益率的特征,不会存在因

为拟合效果不佳导致远期收益率曲线或即期收益率曲线不平滑的情况出现, 此类模型的代表为 NS 模型及其扩展模型。但是 NS 模型中的参数在估计过程中往往以非线性形式出现。

短期利率动态模型则首先假设短期利率的动态过程, 通过短期利率和即期利率之间的相关关系, 推导出利率的期限结构, 从而达到研究即期利率曲线的目的。但是短期利率模型中的参数需要通过已知的即期利率, 或者通过利率衍生品的价格来计算, 而非通过债券交易价格数据来估计。

从实际运用的角度来看, NS 模型及其扩展形式是在利率期限结构估计中最为常用的模型, 根据国际清算银行货币经济部 2005 年的报告(BIS,2005), 大部分发达国家的中央银行, 如法国、德国、瑞士和英国等都在使用 NS 模型及其扩展形式对利率期限结构进行估计。同时, 国际清算银行的数据库也提供包括美国、日本等国家零息票债券收益率曲线的 NS 模型及其扩展形式的估计结果。可以看出, NS 模型及其扩展形式在发达经济体的应用非常广泛, 其参数的简约性和因子蕴含的经济意义对理解利率期限结构有着重要作用。

3.1.1 样条函数拟合

McCulloch(1971)首次使用多项式样条函数来拟合折现因子曲线。他指出, 由于债券的理论价格和不同期限上的折现因子之间符合线性关系, 如果直接对折现因子建模, 利用一系列函数来拟合不同期限上的折现因子的话, 能够在推导过程中保持参数的线性形式, 给参数估计过程带来便利。而通过折现因子与远期收益率或即期收益率之间的相关关系, 在求出折现因子的表达式之后, 很容易进而求出远期收益率的表达式或即期收益率的表达式。因此他建议直接对折现因子曲线进行拟合。

在整个过程中, 用于拟合折现因子的一系列函数的选择最为重要。一般意义上, 对这一系列函数的限制仅仅只有连续可导这一要求。然而, McCulloch(1971)指出, 由于实际生活中每天观测到的有交易债券的到期日在时间轴上的分布是不均匀的, 以美国国债市场为例, 相较于长期和超长期国债, 投资者更关注短期国债的交易, 这就导致每日的交易观测点集中在短期限附近, 在长期限处交易观测点比较稀疏。如果将该现象反映到折现因子曲线上的话, 在短期限附近, 需要拟

合一个形态较为清晰、细致的曲线，而在长期限附近，由于信息量较少，无法对曲线的形态做出一个非常清晰的判断，只能对折现因子曲线做出一个大致的估计。针对这一现象，他建议所选取的一系列函数需要与观测点的密集程度相关。如果使用一系列多项式函数作为折现因子曲线的拟合函数，虽然推导出来的函数形式简单清晰，但其无法根据观测点的密集程度来调整，当短期限观测点较多而长期限观测点较少时，估计的结果要么忽略短期限上折现因子曲线的拟合，要么只拟合短期限上的观测点（当短期限观测点特别多时）。此外，拟合结果很容易出现极端的高次项，这显然不符合实际交易中对折现因子曲线的要求。

McCulloch(1971)建议使用多项式样条函数，该函数通过把期限分成多个区间，具备与观测点的密集程度相关的特点，即在观测点越密集处，划分的子区间越多，拟合的曲线形态也越清晰、细致。同时，在布局的划分不会影响到观测点稀疏处曲线拟合的结果，这样一来就满足了市场对折现因子曲线拟合的要求，具有很强的实用性。在该文章中他还指出，市场上所观测到的债券价格与债券理论价格之间往往有误差，而不同债券之间该误差并不一致，即在估计过程中可能出现异方差问题。因此，他建议使用加权最小二乘法对参数进行估计。

Vasicek 和 Fong(1982)首次使用指数样条函数来拟合折现因子曲线。他们认为，虽然从一系列的短期利率一般均衡模型中可以推导出即期收益率曲线的函数形式，但是从利用实际数据进行实证的结果来看，效果并不理想。相较于利用短期利率一般均衡模型所推导出来的即期收益率曲线方程式，实际交易数据所反映出的即期收益率曲线形态更为复杂。因此他们建议在拟合即期收益率曲线时，还需采用 McCulloch(1971)所建议的直接对折现因子曲线进行拟合的方法，而非使用短期利率动态方程来推导出即期收益率曲线。类似于 McCulloch(1971)，他们同样也对折现因子曲线进行拟合，只不过使用了不同的样条函数，即指数样条函数。理由主要有两点，一是在连续复利的情况下，折现因子可以被视为对应期限即期收益率的指数函数，因此折现因子曲线本质来说应该是一条指数函数曲线，服从指数函数的递减规律。而如果利用多项式样条函数去拟合折现因子曲线的话，尽管总是可以通过增加多项式的次数来逼近指数形式，但因为多项式样条函数和指数函数有着不同的曲率，在局部的拟合效果仍然不够好。一个值得注意的结果是，如果利用多项式样条函数来拟合指数函数，在局部，所拟合的曲线会反复上下穿过原指数函数曲线(weave around)，如果利用所拟合的折现因子曲线去推导

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库