

学校编码: 10384

分类号_____ 密级_____

学号: 19020141152609

UDC_____

厦 门 大 学

硕 士 学 位 论 文

基于响应矩阵和系统矩阵的最小范数
部分二次特征值配置问题

Minimum Norm Partial Quadratic Eigenvalue
Assignment Using Receptances and System
Matrices

万 秋 月

指导教师姓名: 白 正 简 教授

专业名称: 计 算 数 学

论文提交日期: 2017 年 4 月

论文答辩日期: 2017 年 月

学位授予日期: 2017 年 月

答辩委员会主席: _____

评 阅 人: _____

2017 年 月

厦门大学学位论文原创性声明

兹呈交的学位论文，是本人在导师指导下独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考的其他个人或集体的研究成果，均在文中以明确方式标明。本人依法享有和承担由此论文产生的权利和责任。

声明人（签名）：

年 月 日

中文摘要

振动控制广泛用于许多振动结构体的设计、维护和评估。这主要包括大型挠性空间结构控制、多体动力学系统控制、地震工程控制、阻尼陀螺系统稳定性控制、机器人控制设计以及结构动力学中的振动控制等工程领域。

在实际工程应用中, 振动结构体往往通过有限元方法等离散技巧被离散为一个二阶常微分控制系统, 其中系数矩阵代表分配物理参数矩阵, 如质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵等。但是, 通过该二阶模型计算得到的自然频率和模态 (即特征值和特征向量) 与通过对实际振动结构体测量得到的自然频率和模态往往不一致。一个有效的办法就是采用主动反馈控制, 即利用反馈控制外力使得结构体满足测量或指定的自然频率而且剩余的自然频率和模态保持不变, 即满足无溢出性。这就是所谓的部分二次特征值配置问题。为了实际有效性, 振动控制设计应当具有鲁棒性, 即状态反馈控制外力尽可能地小且振动结构体对于物理参数扰动尽可能地不敏感。已有大量文献研究二次特征值配置问题及其鲁棒性。

近年来, 响应矩阵被广泛用于求解二次特征值配置问题。响应矩阵的好处是可通过物理实验测量获得而不依赖于系统矩阵是否已知。因此, 本文引用可通过测量获得的响应矩阵用于求解部分二次特征值配置问题。

本文利用系统矩阵和响应矩阵, 为部分二次特征值配置问题提出一类构造性算法。该算法只需要替换少数几个不想要的自然频率并求解一个小规模参数化线性方程组。该算法适用于单输入和多输入的部分二次特征值配置问题。为了便于实数运算, 本文还给出算法的实形式。

另外, 为了减小能量消耗和噪声影响, 本文还考虑最小范数部分二次特征值配置问题, 使得反馈矩阵范数尽可能小。本文将最小范数部分二次特征值配置问题转化为一非线性最优化问题并提出基于梯度的优化算法。最后, 本文给出数值例子来验证算法的有效性。

关键词: 二阶控制系统, 部分二次特征值配置问题, 反馈矩阵, 响应矩阵, 最小范数。

Abstract

Vibration control is widely used in the design, maintenance, and evaluation of many vibrating structures in engineering, which includes the control of large flexible space structures, the control of mechanical multibody systems, earthquake engineering, stabilization of damped gyroscopic systems, robotics, and vibration control in structural dynamics, etc.

In practical engineering applications, a vibration structure is often discretized into a second-order differential equation by using finite element techniques, etc, where the coefficient matrices mean the distributed physical parameter matrices such as the mass, damping and stiffness matrices, etc. However, the natural frequencies and mode shapes (i.e., eigenvalues and eigenvectors) predicted by this second-order model often disagree with the measured ones from the practical vibration structures. One of the effective approaches is using the active feedback vibration control, i.e., assigning the measured or prescribed natural frequencies to the second-order closed-loop system by using the feedback control force and keeping the remaining large number of natural frequencies and mode shapes unchanged, i.e., preserving the no spill-over property. This is the so-called partial quadratic eigenvalue assignment problem. For practical validity, the feedback vibration control should possess the robustness, i.e., the feedback control force should be as small as possible and the vibration structure should be insensitive to the perturbation of physical parameters as much as possible. There are large literature on quadratic eigenvalue assignment problems and their robustness.

In recent years, the measured receptance data has been used in the solution of quadratic eigenvalue assignment problems. The advantage of the receptance method is the receptance matrix can be available by measurement but independent on whether the system matrices are known. Thus, this thesis employs the measured receptances to solve the partial quadratic eigenvalue assignment problem.

Based on the measured receptances and the system matrices, this thesis gives a constructive method for solving the partial quadratic eigenvalue assignment problem. This method only need to replace the few unwanted natural frequencies and solve a small system of linear equations. The proposed method is designed for both single-input and

multiple-input partial quadratic eigenvalue assignment problems. To implement the proposed method in real operations, the real form of the proposed method is also provided.

In addition, to reduce energy consumption and noise amplification, this thesis is also concerned with the minimum norm partial quadratic eigenvalue assignment problem where the feedback norm is minimized. The minimum norm partial quadratic eigenvalue assignment problem is reformulated as a nonlinear optimization problem and a gradient-based optimization algorithm is also proposed. Finally, some numerical examples are reported to illustrate the effectiveness of the proposed methods.

Key words: Second-order control systems, partial quadratic eigenvalue assignment problem, feedback matrices, receptance matrices, minimum norm.

目 录

中文摘要	I
英文摘要	II
中文目录	IV
英文目录	VI
第一章 引言	1
1.1 研究背景	1
1.2 部分二次特征值配置问题的研究现状	2
1.3 本文的研究内容	4
1.4 记号和假设	5
第二章 基于响应矩阵的部分二次特征值配置问题之回顾	9
2.1 构造性算法	9
2.2 最小范数优化算法	12
2.3 鲁棒优化算法	14
第三章 部分二次特征值配置问题的参数解	17
3.1 单输入的情形	17
3.2 多输入的情形	19
第四章 部分二次特征值问题的参数解的实形式	23
4.1 单输入的情形	23
4.2 多输入的情形	25
第五章 最小范数部分二次特征值问题	27
5.1 最小范数优化算法	27
5.2 最小范数优化算法的实形式	32
第六章 数值试验	35
第七章 结论	45
参考文献	47
个人简历、在学期间发表的学术论文与研究成果	53

致谢 55

厦门大学博硕士论文摘要库

Contents

Chinese Abstract	I
English Abstract	II
Chinese Contents	IV
English Contents	VI
1 Introduction	1
1.1 Background	1
1.2 Summary	2
1.3 Research contents in this thesis	4
1.4 Notions and Assumptions	5
2 Partial quadratic eigenvalue assignment problem using re- ceptances: Review	9
2.1 Constructive methods	9
2.2 Minimum norm optimization method	12
2.3 Robust optimization methods	14
3 Parametric solution of partial quadratic eigenvalue assign- ment problem	17
3.1 The case of single-input control	17
3.2 The case of multiple-input control	19
4 Real form of the solution of partial quadratic eigenvalue assignment problem	23
4.1 The case of single-input control	23
4.2 The case of multiple-input control	25
5 Minimum norm quadratic eigenvalue assignment problem	27
5.1 Minimum norm optimization method	27
5.2 Real form of minimum norm optimization method	32
6 Numerical Tests	35

7 Concluding Remarks	45
References	47
Major Academic Achievements	53
Acknowledgements	55

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学博硕士学位论文摘要库

第一章 引言

1.1 研究背景

随着现代生活水平的不断提高,人们对于工程设计产品的性能需求不断提高. 这些工业产品包括桥梁、汽车、机器人、楼房、高速公路、飞机等. 在工程产品的设计和发展中,基于计算机的分析技术(特别是有限元方法)起着越来越大的作用. 实际工程实践者往往将系统的振动分析表达为分布参数系统,即通过有限元方法等计算机分析技巧离散为如下二阶常微分控制系统:

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + D\dot{\mathbf{x}}(t) + K\mathbf{x}(t) = \mathbf{h}(t), \quad (1-1)$$

其中 M, D, K 是 $n \times n$ 矩阵, t 表示时间, $\mathbf{x}(t)$ 是 n 维向量, $\dot{\mathbf{x}}(t)$ 和 $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ 分别表示向量 $\mathbf{x}(t)$ 的一阶和二阶导数, $\mathbf{h}(t)$ 是 n 维向量. 在许多实际工程应用中, M, D, K 分别表示质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵,通常都是实对称矩阵,其中质量矩阵 M 为正定矩阵,刚度矩阵 K 为半正定矩阵. $\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \ddot{\mathbf{x}}(t)$ 分别表示位移、速度和加速度向量, n 维向量 $\mathbf{h}(t)$ 表示外力向量.

形如 (1-1) 的二阶控制系统广泛应用于许多振动工程控制领域. 例如,大型挠性空间结构控制、地震工程控制、多体动力学系统控制、阻尼陀螺系统稳定性控制、机器人控制设计、以及结构动力学中的振动控制等[4,8,19,32,36,37,39,40,48,53,68,79].

对于系统 (1-1) 对应的齐次系统利用分离变量 $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}e^{\lambda t}$, 其中 \mathbf{x} 为待确定的 n 维非零向量, λ 为待确定的数, 可得如下二次特征值问题[72]:

$$P(\lambda)\mathbf{x} := (\lambda^2 M + \lambda D + K)\mathbf{x} = 0, \quad (1-2)$$

其中 λ 称为二次束 $P(\lambda)$ 的特征值, n 维向量 \mathbf{x} 称为二次束 $P(\lambda)$ 的属于特征值 λ 的特征向量. 二次特征值问题 (1-2) 有 $2n$ 个有限或无穷大特征值和多达 $2n$ 个特征向量. 若 M 是对称正定矩阵, 则这 $2n$ 个特征值都是有限的.

在工程应用中,由二次特征值问题 (1-2) 计算得到的特征值和特征向量可用于预测振动结构体的动力特征: 自然频率和模态. 然而,由于有限元模型在形成时对结构体作了很多假设,由此模型预测的自然频率和模态往往和通过对振动结构体测量得到的自然频率和模态不一致. 模型修正旨在通过测量得到的少量自然频率和模态数据来

修正原有模型. 模型修正的意义在于获取比较准确的模型, 为许多大型结构工程 (如航空航天器、大坝、大型船只、大型桥梁、机车和汽车等) 的设计、维护和评价提供可靠的模型. 这样可以节省一些大型结构实验并有利于节省试验费用和缩短研发周期.

1.2 部分二次特征值配置问题的研究现状

模型修正的方法是模型修正技术中最重要的研究内容. 模型修正的对象主要包括修正设计物理参数和系统矩阵元素. 本文主要关注模型矩阵的修正, 即修正原始模型的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵等. 有关模型修正的直接法主要包括关于模态的最优化技术、基于测量数据的最优化技术、特征结构配置方法以及二次特征值嵌入方法[5-7,11,12,14,23,31,33,49].

众所周知, 许多振动结构体, 例如航空航天器、桥梁、大型船只、大坝和汽车等, 在受到地震和大风等外力的影响时往往出现共振等危险的行为. 这是因为外力的自然频率接近于振动结构体本身的自然频率. 而这样的振动行为可能会引起结构体的极大破坏. 因此, 如何避免这些危险的振动是至关重要的. 传统的方法是采取被动控制设备, 如汽车减震器. 随着模态传感器和模态制动器的发展, 另一类更为现代化的控制方法是采取主动振动控制, 即通过传感器将测量得到的振动自然频率和模态传输至电脑系统并实时计算出所需的控制外力, 然后通过制动器作用于结构体, 从而避免危险的振动.

二阶控制系统 (1-1) 中的控制外力采用如下形式:

$$\mathbf{h}(t) := B\mathbf{u}(t), \quad (1-3)$$

其中 B 是 $n \times m$ ($1 \leq m \leq n$) 控制矩阵 (向量), $\mathbf{u}(t)$ 是如下形式的控制向量:

$$\mathbf{u}(t) = F^T \dot{\mathbf{x}}(t) + G^T \mathbf{x}(t).$$

这里 $F, G \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 分别为待确定的速度反馈矩阵和位移反馈矩阵. 此时, 将形如 (1-3) 的控制外力代入系统 (1-1) 可得如下闭环系统:

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + (D - BF^T)\dot{\mathbf{x}}(t) + (K - BG^T)\mathbf{x}(t) = 0. \quad (1-4)$$

此闭环系统的动态特征 (即自然频率和模态) 取决于如下闭环二次束

$$P_c(\lambda) := \lambda^2 M + \lambda(D - BF^T) + (K - BG^T)$$

的特征值和特征向量.

当 $m = 1$ 时, 控制系统 (1-1) 和 (1-3) (即 (1-4)) 称为单输入控制系统; 当 $m > 1$ 时, 控制系统 (1-1) 和 (1-3) (即 (1-4)) 称为多输入控制系统.

设开环二次束 $P(\lambda)$ 有 $2n$ 个特征值和特征向量 $\{(\lambda_i, \mathbf{x}_i)\}_{k=1}^{2n}$. 则部分二次特征值配置问题就是寻找主动状态反馈矩阵 F 和 G 使得少数几个引起共振等危险行为的特征值, 比方说 $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ ($p \ll n$), 被替换为适当选择的特征值 μ_1, \dots, μ_p , 同时, 开环二次束 $P(\lambda)$ 剩余的 $2n - p$ 个特征值和特征向量 $\{(\lambda_i, \mathbf{x}_i)\}_{k=p+1}^{2n}$ 仍然保持不变, 即满足无溢出性. 当 $p = 2n$ 时, 上述二次特征值配置问题称为完备二次特征值配置问题.

已有大量文献研究二次特征值配置问题. 一个自然的想法是将二次特征值配置问题转化为标准一阶极点配置问题, 有关标准一阶极点配置问题及其鲁棒性, 可参考书籍 [20,38,56,57,76] 和文献 [15,34,41-46,73,74] 等等. 然而, 将二次特征值配置问题转化为标准一阶极点配置问题会有一些计算上的缺陷, 如可能会要求病态的质量矩阵求逆且系统矩阵原有的对称、正定和稀疏结构可能会被丢掉.

为了解决实际工程需要和计算困难, 许多研究者直接在二阶模型框架下考虑完备二次特征值配置问题和部分二次特征值配置问题. 由于多输入二次特征值配置问题的解不唯一, 为了实际有效性, 寻求具有鲁棒性的解至关重要. 这里鲁棒性主要是指所得到的解应该使得状态反馈矩阵的元素的值或范数尽可能地小同时使得闭环特征向量的条件数尽可能地小. 这样能够减少能量消耗和噪声扩张并使得修正后的模型对于模型矩阵元素的扰动尽可能地不敏感, 从而提高模型的可靠性. 例如, Chu 和 Datta [18] 在1996年为完备二次特征值配置问题提出了两种构造性数值算法并探讨了算法的鲁棒性. Datta, Elhay 和 Ram [21] 在1996年为完备二次特征值配置问题提出了一类构造性算法. Nichols 和 Kautsky [54] 在2001年考虑完备二次特征结构配置问题 (即配置全部特征值和特征向量) 并给出反映鲁棒性的度量和数值上可靠的算法. Datta, Elhay 和 Ram [22] 在1997年给出了对称正定二次束的特征向量的正交关系并为单输入部分二次特征值配置问题构造出明确的解. Datta 和 Sarkissian [25] 在1999年为多输入部分二次特征值配置问题提出了一类新的构造性算法. Chu [17] 为多输入完备二次特征值配置问题提出一类算法并给出刻画鲁棒性的方法, 还考虑了相应的部分二次特征值配置问题. Datta, Elhay, Ram 和 Sarkissian [23] 考虑了多输入部分二次特征值结构 (即部分特征对) 配置问题并给出了一类构造性算法.

有一些文献专门考虑基于优化算法的多输入鲁棒完备二次特征值配置问题和鲁棒部分二次特征值配置问题. 例如, Chan, Lam 和 Ho [16] 在1997年考虑鲁棒完备二次特征值配置问题并给出了基于梯度流的算法. Qian 和 Xu [59] 在2005年为鲁棒部分二

次特征值配置问题提出了一类非基于优化技术的数值算法. Brahma 和 Datta[9,10] 分别在2007年和2009年考虑最小化反馈矩阵的范数和使得闭环特征向量矩阵尽可能的正交. Bai, Datta 和 Wang[2] 在2010年考虑同时最小化反馈矩阵范数和闭环特征向量矩阵的条件数, 给出了一类基于梯度的优化算法. Cai, Qian 和 Xu[13] 给出多输入部分二次特征值配置问题的可解性理论, 证明了求解部分二次特征值配置问题就是求解一小型线性方程组并考虑了基于此小型线性方程组的鲁棒性问题的优化算法. 更多有关完备二次特征值配置问题和部分二次特征值配置问题及其鲁棒性的相关文献, 可以参考[20,24,26,27,60,65,77] 等等.

近年来, 有一些文献考虑基于可测量得到的响应矩阵的二次特征值配置问题. 例如, Ram 和 Mottershead[61] 在2007年考虑了基于测量得到的响应矩阵的单输入完备二次特征值配置问题, 在2013年将测量得到的响应矩阵用于单输入和多输入部分二次特征值配置问题的研究并提出了构造性算法[62]. Ram, Mottershead 和 Tehrani[63] 在2011年将测量得到的响应矩阵和系统矩阵 M, D, K 用于单输入部分二次特征值配置问题的研究并考虑了时滞的情形, 即在状态测量或估计和控制实施之间存在时滞的情形. Tehrani, Mottershead, Shenton 和 Ram[71] 在2011年将测量得到的响应矩阵用于鲁棒二次特征值配置问题的研究. Bai, Chen 和 Datta[1] 在2013年将测量得到的响应矩阵和系统矩阵 M, D, K 用于多输入最小范数部分二次特征值配置问题的研究并考虑了时滞的情形. Bai, Yang 和 Datta[3] 在2016年将测量得到的响应矩阵和系统矩阵 M, D, K 用于多输入鲁棒部分二次特征值配置问题的研究并考虑了时滞的情形, 其中提出了新的鲁棒性度量目标函数. 更多有关基于响应矩阵的二次特征值配置问题及其鲁棒性的相关文献, 可以参考[50–52,67,69,70] 等等.

1.3 本文的研究内容

本文主要研究基于测量得到的响应矩阵和系统矩阵 M, D, K 的部分二次特征值配置问题. 本文提出一类构造性的参数解, 其中只需要知道少数几个需要替换的开环特征值以及相应的特征向量且只需要求解一小型线性方程组. 本文提出的构造法适用于单输入和多输入的情形. 为了实际有效性, 本文还给出算法的实形式以便所有运算都在实数运算环境下实现. 另一方面, 对于多输入控制系统, 本文还考虑基于测量得到的响应矩阵和系统矩阵 M, D, K 的最小范数部分二次特征值配置问题, 提出了基于梯度的优化算法和相应的实形式. 最后, 数值例子验证了算法的有效性.

本文第一章引言讲述了相关研究背景和主要研究现状; 第二章主要回顾了基于响应矩阵和系统矩阵 M, D, K 的部分二次特征值配置问题的一些数值算法, 包括构造

性算法和反映鲁棒性的优化算法；第三章介绍求解部分二次特征值配置问题的一类新的数值构造性算法, 该算法只需要求解一小型线性方程组；第四章给出求解部分二次特征值配置问题的数值算法的实形式, 以便所有运算都在实数运算环境下运行；第五章介绍求解最小范数部分二次特征值配置问题的优化算法, 推出了目标函数的的梯度表达式并提出基于梯度的优化算法和相应的实形式. 第六章总结了本文的主要研究内容并对下一步的研究进行了展望.

1.4 记号和假设

为了便于论文的表述, 下面给出本文中用到的符号和假设.

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{2n}$: (1-2) 中开环二次束 $P(\lambda)$ 的 $2n$ 个特征值;

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$: 需要更换的开环特征值;

$\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_p$: 开环二次束 $P(\lambda)$ 的分别属于特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ 的特征向量;

$\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p$: 测量得到的或指定的 (闭环) 特征值;

$\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_p$: 分别对应于特征值 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p$ 的闭环特征向量;

$\{(\lambda_i, \mathbf{x}_i)\}_{i=p+1}^{2n}$: 保持不变但可能未知的开环特征对;

$\|\cdot\|$: 算子范数;

$\|\cdot\|_F$: Frobenius 矩阵范数;

$\mathbb{C}^{m \times n}$: 全体 $m \times n$ 复矩阵的集合;

\bar{a} : 复数 a 的共轭;

I_n : n 阶单位矩阵;

A^T : 矩阵 A 的转置矩阵;

A^H : 矩阵 A 的共轭转置矩阵;

A^+ : 矩阵 A 的 Moore-Penrose 广义逆;

$\det(A)$: 矩阵 A 的行列式;

$\text{adj}(A)$: 矩阵 A 的伴随矩阵;

$\text{tr}(A)$: 矩阵 A 的迹;

a_{ij} : 矩阵 A 的 (i, j) 元;

\mathbf{e}_j : 单位矩阵的第 j 列;

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库