学校编码: 10384 学号: 10420141152325 分类号\_\_\_\_\_密级\_\_\_\_ UDC

# 唐の大学

# 硕士学位论文

# 罗素类型论研究

Studies of Russell's Theory of Types

### 林静霞

指导教师: 何纯秀助理教授

专业名称:逻辑学

论文提交日期: 2017年 月

论文答辩时间: 2017年 月

学位授予日期: 2017年 月

# 厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下,独立完成的研究成果。 本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果,均在文中以适当方式明确标明,并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范(试行)》。

### 厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文,并向主管部门或其指定机构送交学位论文(包括纸质版和电子版),允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索,将学位论文的标题和摘要汇编出版,采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于:

- ( )1. 经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文,
- 于 年 月 日解密,解密后适用上述授权。
  - ( ) 2. 不保密, 适用上述授权。

(请在以上相应括号内打"√"或填上相应内容。保密学位论文 应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文,未经厦门大学保密 委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的,默认 为公开学位论文,均适用上述授权。)

> 声明人 (签名): 科靜園 2017 年 6 月 16 日

#### 摘要

类型理论是罗素为了解决悖论进而实现其逻辑主义理想而提出的理论。1903年,罗素在《数学原则》中提出简单类型论,对类、关系、数等进行类型划分,希望解决了罗素悖论。但是,由于存在简单类型论无法解决的命题悖论,罗素放弃了简单类型论。1903年到1908年间,罗素的主导思想是提出一种基于无类理论的悖论解决方案,但由于替代悖论的发现,使他放弃了这种思路。1908年,罗素以其《以类型论为基础的数理逻辑》一文回到了类型论,并在1910年的《数学原理》中进行详细阐述。这一时期的类型论被学者们称为"分支类型论"。分支类型论依据恶性循环原则,对命题函项做了阶的划分。但是,阶的划分导致了一些逻辑主义的困难与哲学困难,为此,罗素又提出了可划归公理,用以辩护分支类型论。但该公理一直饱受争议。

学界对类型论的发展历程无甚异议,但是对其具体解释则是有不同立场的。 其中,以丘奇、柯匹为代表的解释被视为传统解释。这种解释认为,简单类型论 对变元做了类型划分,分支类型论在类型划分的基础上,对变元做了阶的划分。 近年来,随着罗素大量手稿被整理出版,罗素在 1903 年到 1908 年间的思想逐渐 为人所知,从而为类型论研究提供了新的材料。在此基础上,兰蒂尼颠覆了传统 解释,认为类型与阶的划分是一体的,并且这种划分是元语言层次上的,罗素一 直坚持非受限变元原则。

通过整理罗素文本,对比传统解释与兰蒂尼解释,阐明并分析其中要点,可以得出以下结论:第一,罗素理解的变元是实体变元,他在简单类型论与分支类型论中均未坚持非受限变元原则;第二,罗素类型论所持有的是一种实在论立场;第三,类型论所包含的分层理念为后来的悖论解决方案提供了思路,并且分层理念是有哲学依据的。

关键词: 罗素; 类型论; 变元

厦门大学硕士学位论文 摘要

#### **ABSTRACT**

Theory of Types is a theory put forward by Russell, for the purpose of solving paradoxes, to achieve his logicism ideal. In 1903, Russell put forward Simple Theory of Types and divided classes, relations, numbers into different types in his *The Principles of Mathematics*. He hoped to solve Russell Paradox by this means. However, there are a proposition paradox which Simple Theory of Types cannot solve. So Russell gave up Simple Theory of Types. From 1903 to 1908, Russell's main idea is to put forward a kind of paradox solution based on No-Class Theory. However, because of the discovery of Substitutional Paradox, he gave up this idea. In 1908, Russell returned to Theory of Types in his *Mathematical Logic as Based on the Theory of Types* and elaborated on it in his *Principia Mathematica* in 1910. The theory of types of this period is called "Ramified Theory of Types" by scholars. According to Vicious Circle Principle, Russell divided propositional function into different orders. But this division led to some difficulties of logicism and mathematics. So Russell put forward Axiom of Reducibility further, which is controversial, to defend Ramified Theory of Types.

The academic circles has little controversy about the history of Theory of Types. But for its interpretation, there are many different opinions. Among them, the opinion of Church and Copi is regarded as Conventional interpretation. This interpretation holds that Simple Theory of Types divides variables into different types. Ramified Theory of Types makes orders division into every type. In recent years, since a lot of Russell's manuscript was collated and published, the ideas of Russell between 1903 and 1908 were being known gradually, offering more materials for the study of Theory of Types. On this basic, Landini subverts the traditional interpretation. He holds that the hierarchy of types and orders are one. The division of this kind is at the meta-language level. Russell always adheres to the principle of unrestricted variables.

By organizing Russell's text, comparing the traditional interpretation and the one of Landini and clarifying and analyzing the main points, we can draw the following conclusions: Firstly, Russell regarded all variables as entity-variables. He did not adhere

to the principle of unrestricted variables both in his Simple Theory of Types and Ramified Theory of Types. Secondly, Russell's Theory of Types holds a kind of realism standpoint. Thirdly, the hierarchical idea contained in Theory of Types provides a line of thinking for the later paradox solution and the hierarchical idea has enough foundation of philosophy.

Key Words: Russell; Theory of Types; Variable

# 目 录

引	言…	
第	一节	罗素类型论的提出及影响·······
_	、罗勃	类型论的提出 · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
<u> </u>	、类型	!论的逻辑与哲学影响····································
第	二节	研究综述与研究思路 ··········· 10
	<b>、</b> 1141 17	沙兰州 九线水炉
<u> </u>	、本说	文研究思路
第	一章	罗素的类型概念······15
		罗素的简单类型论
<i></i>	<b>光</b> 开	的概念・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・
	を	的划分····································
一	~# <b>~</b> #	类型论的缺陷····································
	— 」, 亚旭	循环原则····································
		"与"假"的系统含混性·······20
		的分阶
		归公理····································
第	二草	类型论的传统解释······30
		简单类型论的传统解释 30
2000		类型论的传统表述30
		类型论的传统形式系统32
		分支类型论的传统解释 ······ 40
		命题分阶的解释 ······4
		函项分阶的解释 ······4
三	、关于	可划归公理的解释40
第	三章	类型论的兰蒂尼解释····································

第一节 简单类型论的兰蒂尼解释	49
一、《数学原则》的逻辑观念	<b></b> 49
二、《数学原则》的逻辑系统	······52
第二节 分支类型论的兰蒂尼解释	54
一、系统建构与要点分析	55
二、类型与阶的哲学确证	57
第三节 兰蒂尼的批评及其哲学理	念······60
一、兰蒂尼对传统解释的批评	60
二、兰蒂尼论罗素哲学	64
第四章 类型论的逻辑观念…	68
第一节 类型论的变元思想	68
	68
二、分支类型论的变元思想	
	73
一、逻辑原子主义背景	73
	76
第三节 类型论的分层理念	78
一、分层理念影响下的解悖方案…	······78
二、关于分层理念的反思	81
致谢	83
<b>参考文献</b>	••••••84

## **CONTENTS**

Introduction	on	1
Section one	Russell's Theory of Types and Its Influence·····	•1
	heory of Types ·····	
2. The Logic a	and Philosophical Influence of Theory of Types·····	•7
Section two	Research Summary and Research Ideas	10
	nd Foreign Research Review ·····	
2. Research Id	deas of This Paper·····	13
Chapter on	ne Russell's Conception of Type1	5
Section one	Russell's Simple Theory of Types ·····	١5
1. The Meanin	ng of Types	5
2. The Division	on of Types ·····	6
3. The Flaws	of Simple Theory of Types	7
Section two	Russell's Ramified Theory of Types	١9
1. Vicious Cir	cle Principle·····	9
2. Systematic	ambiguity of truth and falsehood······	20
3. The Hierard	chy of Orders of Functions	23
4. Axiom of R	educibility ····· 2	26
Chapter tw	Tranditional Interpretation of Theory of Types 3	0
Section one	Tranditional Interpretation of Simple Theory of Types ······	30
1. The Trandi	tional Expression of Simple Theory of Types ·····	30
2. The Trandi	tionally Formal System of Simple Theory of Types	32
Section two	Tranditional Interpretation of Ramified Theory of Types ·······	ŧ0
1. The Interpr	etation of the Hierarchy of Orders of Propositions	10
2. The Interpr	retation of the Hierarchy of Orders of Functions	<del>1</del> 1
3. The Interpr	retation of Axiom of Reducibility	ŀ6
Chapter th	ree Landini's Interpretation of Theory of Types·····-4	.9

Section one	Landini's Interpretation of Simple Theory of Types ······49
1. The Logica	l Ideas of <i>Principles of Mathematics</i>
2. The Logica	d Ideas of <i>Principia Mathematica</i> 52
Section two	Landini's Interpretation of Ramified Theory of Types······54
1. The Constr	uction of System and the Explaination of Main Points55
2. The Philoso	opical Justification of Types and Orders 57
Section three	•
1. Landini's C	Criticism of Conventional Interpretation 60
2. Landini's C	Comment on Russell's Philosophy 64
Chapter for	ur The Logical Ideas of Theory of Types68
Section one	The Thought of Variables of Theory of Types68
1. The Tought	of Variables of Simple Theory of Types ·····68
2. The Tought	of Variables of Ramified Theory of Types ····· 71
Section two	The Philosophical Point of Theory of Types ···· 73
1. The Backgr	round of Logical Atomism 73
2. The Realist	cic Point of Theory of Types ······76
Section three	The Hierarchic Idea of Theory of Types ······78
1. The Solution	ons of Paradoxes Under the Influence of the Hierarchical Idea ······78
2. Reflections	s on the Hierarchic Idea ····· 81
Acknowled	gement 83
Bibliograp	hy 84

#### 引言

#### 第一节 罗素类型论的提出及影响

十九世纪末,数学的基础已建立在康托尔(Georg Cantor)建立的素朴集合论上。然而,罗素悖论(Russell Paradox)的发现揭示了素朴集合论本身是有问题的,由此引发了一场震荡整个数学界的大危机,即第三次数学危机。数学危机迫使数学家们更加严谨地考察数学的基础,形成了逻辑主义(Logicism)、直觉主义(Intuitionism)和形式主义(Formalism)三大学派。罗素(Bertrand Russell)代表的逻辑主义学派试图将数学还原为逻辑。为了解决悖论,进而实现逻辑主义理想,罗素于1903年提出了简单类型论(Simple Theory of Types)。但简单类型论不能满足罗素提出的解悖要求,即矛盾必须消失。1903年到1908年间,罗素尝试用其他方案解决悖论,但未取得成功。1908年,罗素回到了类型论,提出分支类型论(Ramified Theory of Types)。类型论自从被提出以来,一直倍受学界关注。该理论不仅在逻辑方面具有深远影响,而且在哲学方面也具有重要价值。

#### 一、罗素类型论的提出

在十九世纪,数学已发展为一个庞大的学科,形成了众多完整的体系,如代数学、几何学、数论等。这众多的数学部门是以自然数和算术为基础的。然而,关于什么是自然数,算术的基础是什么等问题,即数学的哲学基础问题,学界却缺乏明晰的把握。1873年,康托尔创立的素朴集合论,初步为数学奠定了基础。在戴德金(Julius Dedekind)和弗雷格(Gottlob Frege)的努力下,"自然数理论被建立在集合论基础之上,也就是说,自然数理论相对于集合论是一致的。因此,集合论的一致性成为整个数学一致性的基础。"<sup>①</sup>

然而,这看似坚实的数学基础却在二十世纪初严重动摇了,引发了数学界一场影响深远的危机,它就是第三次数学危机。这场危机的导火索,就是著名的罗素悖论的发现。1901年,罗素仅仅用了集合论的一些基本的概念,包括集合、元素、性质、属于关系等,就得到了一个足以摧毁素朴集合论的悖论。事实上,就

① 张家龙:《数理逻辑发展史,社会科学文献出版社》,1992年,第216页。

厦门大学硕士学位论文 引言

在罗素(Bertrand Russell)发现悖论不久前,布拉里-弗蒂(Burali-Forti)和康托尔已分别发现了最大序数悖论和最大基数悖论,但并未引起学界的强烈反响。直到1901年,"罗素的悖论以其简单明确震动了整个数学界。"<sup>①</sup>

罗素悖论可表述如下:根据康托尔集合论的概括原则——"任一性质均可定义一个集合,集合的元素恰好具有该性质"<sup>®</sup>,可构造一个集合S:对于任一元素x,x∈S当且仅当x∉x。在此条件下,以S代入x,则可得S∈S当且仅当S∉S。用自然语言表述如下:将集合分为两类——正常集合和非正常集合。正常集合指该集合本身不能作为自己的元素的集合,例如"中国人"的集合不是中国人;非正常集合指该集合本身能作为自己的元素的集合,例如"集合"的集合是集合。兹问:由所有正常集合构成的集合S是否属于自身?由于S由所有正常集合构成,若S属于自身,S必定是一个正常集合,据正常集合的定义,S不属于自身;若S不属于自身,则S符合正常集合的定义,所以S是一个正常集合,但由于S由所有正常集合构成,S作为一个正常集合也必在其中,因此S属于自身。由此得出悖论性结论:S属于S当且仅当S不属于S。

罗素悖论实际上是一系列悖论所组成的。有的研究者将罗素悖论分为三种版本并进行了形式化工作<sup>®</sup>。

第一,令W表示"不以自身为元素的集合组成的集合",x表示任一元素,则有 $x \in W \equiv (x \in x)$ 。将W替代为变元x,即得 $W \in W \equiv (W \in W)$ 。

第二,令"Impr"表示"不可谓述的"(impredicable),即不谓述自身的性质,P表示性质,则有Impr(P) ≡~ P(P)。将P替代为Impr,即得Impr(Impr) ≡~ Impr(Impr)。<sup>④</sup>

第三,令T表示这样一种关系:它存在于R和S之间,当且仅当R和S之间不存在关系R,则有T(R,S)  $\equiv \sim R(R,S)$ 。将R与S均替代为T,即得T(T,T)  $\equiv \sim T(T,T)$ 。

罗素悖论的发现,表明了数学的基础——素朴集合论存在基础问题,或者说, 素朴集合论本身是不相容的。"自古以来,大家都认为自然数的算术是天经地义,

① 胡作玄:《第三次数学危机》,四川人民出版社,1985年,第83页。

② 张安民:《罗素类型论研究(一)》,河南社会科学,2005年,第48页。

③ 有兴趣的读者请参见参考文献中的柯匹(Irving M. Copi)的《逻辑类型理论》(*The Theory of Logical Types*)。

④ 该版本称为"谓述版本",下文将有提及。

厦门大学硕士学位论文 引言

不容怀疑的。不过有些数学家如弗雷格和戴德金又进一步把自然数归结为逻辑与集合论。这样一来,集合论与逻辑成为整个数学的基础。罗素悖论一出现,集合论靠不住了,自然数的算术也成问题,这样一来,整个数学大厦都动摇了。""悖论实际上对于弗雷格的工作是有意义的,因为它表明了弗雷格对他的逻辑进行形式化时所使用的公理是不一致的。"。因此,弗雷格在得知罗素悖论时十分震惊,表示"知识大厦的一块基石突然动摇了"。 戴德认为罗素悖论使得数学的基础崩塌,因而撤回了其即将付印的《连续性及无理数》第三版手稿。

第三次数学危机震荡了整个数学界。"从 1900 年到 1930 年左右,数学的危机使许多数学家卷入一场大辩论当中。他们看到这次危机涉及数学的根本,必须对数学的哲学基础加以严密的考察。在这场大辩论中,原来的不明显的意见分歧扩展成为学派的争论,以罗素为代表的逻辑主义,以布劳威尔(Brouwer)为代表的直觉主义,以希尔伯特(David Hilbert)为代表的形式主义三大学派应运而生。"<sup>®</sup>

这三大学派为数学提供了不同的基础。<sup>®</sup>其中,逻辑主义认为,数学的基础是逻辑。逻辑主义的源起可以追溯到莱布尼茨(Gottfried Leibniz),"他把逻辑看成是一种普遍的科学,这种科学包括构成其他所有科学(包括数学)的基础的一些原则。"<sup>®</sup>后来,戴德金在其《连续性及无理数》中表达了将自然数建立在逻辑基础上的观点,但并未具体展开。弗雷格和皮亚诺(Giuseppe Peano)则提出了有力的逻辑分析工具,成功地用逻辑概念定义了自然数。他们的工作对罗素具有极大的启发作用。罗素是逻辑主义的代表人物,他基本完成了逻辑主义的任务,即证明"所有纯数学是专门论证概念的,而这些概念是可以通过极少数的基本逻辑概念来定义,而且,所有数学命题都是可以通过极少数的基本逻辑原则推导的"<sup>®</sup>。

① 胡作玄:《第三次数学危机》,四川人民出版社,1985年,第91页。

② Dov M. Gabbay & John Woods. *Handbook of the History of Logic (Volume 5): Logic from Russell to Church*. Elsevier, Amsterdam.p.8.

③ 转引: 张家龙:《数理逻辑发展史,社会科学文献出版社》,1992年,第216页。

④ 胡作玄:《第三次数学危机》,四川人民出版社,1985年,第167页。

⑤ 有兴趣的读者请参见恩斯特·斯纳普(Ernst Snapper)的《数学的三个危机:逻辑主义,直觉主义和形式主义》(The Three Crises in Mathematics: Logicism, Intuitionism and Formalism)一文。

⑥ 张家龙:《数理逻辑发展史,社会科学文献出版社》,1992年,第243页。

⑦ 田智,罗俐琳:《从剑桥走出的多情才子:伯特兰·罗素》,湖北人民出版社,2006年,第136页。

厦门大学硕士学位论文 引言

事实上,在发现悖论之前,罗素已致力于逻辑主义理想。然而,在把数学还原为逻辑的过程中,"在一九〇一年的春季,其中一种矛盾的发现把我(罗素)正在享受的那种逻辑蜜月打断了。"<sup>®</sup>这种矛盾指的是康托尔的最大基数悖论。正是在考查康托尔悖论之时,罗素发现了罗素悖论。数学基础出现了问题,将数学还原为逻辑的计划便搁浅了。如何用逻辑表达数学概念和推出数学定理,同时避免悖论的产生,成为一个令罗素苦恼的问题。"从 1901 年到 1906 年,他苦苦思索试图发现解决悖论的方法。很多次他认为已经找到了解决方案,结果却发现解决方案是矛盾的。就像恶性循环一样,当他认为他把问题解决了的时候,矛盾又出现了。"<sup>®</sup>

在寻求解悖方案的过程中,罗素提出关于悖论解决方案三个元方法论要求:

"其中的第一个是绝对必要的,那就是,这些矛盾必须消失。第二个条件最好具备,虽然在逻辑上不是非此不可,那就是,这个解决应该尽可能使数学原样不动。第三个条件不容易说得正确,那就是,这个解决仔细想来应该投合一种东西,我们姑名之为'逻辑的常识',那就是说,它最终应该象是我们一直所期待的。"<sup>3</sup>

张建军在考查了这三个要求与策墨罗(Zermelo)、苏珊·哈克(Susan Haack)的解悖标准的一致性后,将它们概括为"足够狭窄性、充分宽广性和非特设性"<sup>®</sup>。其中,足够狭窄性指解悖方案必须能够解决所有悖论,充分宽广性指合理的理论应得到保留,非特设性指解悖方案"要能够提供一种独立于排除悖论之诉求的充足理由"<sup>®</sup>。可以看出,张建军概括的第一个标准基本与罗素一致;第二个标准比罗素的要求更宽广些,而不仅仅着眼于数学;第三个标准则比罗素的要求更为具体,毕竟"逻辑的常识"是难以把握的。随着形形色色的悖论不断被构造出来,尤其是语义悖论、认知悖论以及近年来备受关注的合理行为悖论的出现,罗素的解悖要求较之张建军标准是具有一定局限性的。但是,在罗素所处的情境,罗素

① [英]伯特兰·罗素著:《我的哲学的发展》,温锡增译,商务印书馆,1982年,第66页。

② 田智,罗俐琳:《从剑桥走出的多情才子:伯特兰·罗素》,湖北人民出版社,2006年,第151页。

③ [英]伯特兰·罗素著:《我的哲学的发展》,温锡增译,商务印书馆,1982年,第70页。

④ 张建军:《逻辑悖论研究引论》,南京大学出版社,2002年,第35页。

⑤ 同上,第33页。

厦门大学硕士学位论文 引言

的解悖要求足以引导他寻找合理的解悖方案。

在这样的背景下,1903年,罗素在《数学原则》(*The Principles of Mathematics*)一书中初步提出了类型论的解决方案,该类型论被后来的学者称为"简单类型论"。首先,罗素给出了"类型"(type)的概念,即命题函项(propositional function)的意义域。然后,罗素把命题函项的意义域中的变元值分为不同的类型:

- 1) 类型 0: 个体 (individual);
- 2) 类型 1: 个体的类 (class);
- 3) 类型 2: 个体的类的类;

以此类推。

由此,每一个变元都属于某一类型,不存在不属于任何类型的对象。并且,如果元素x属于类型i,则包含 x 的集合的类型为i + 1。反之,如果x属于类型i而以它为元素的集合不属于类型i + 1,则该表达式是无意义的。因此,"x  $\in$  x"是无意义的,罗素悖论得到消解。但是,简单类型论不能令人满意,因为它不能满足罗素关于悖论解决方案的第一个要求,即存在它不能消解的悖论。罗素在《数学原则》附录 B 中就提出了一个简单类型论无法解决的命题悖论。

1906 年,罗素在其《论超穷数理论和序数理论的某些困难》(On Some Difficulties in the Theory of TransfiniteNumbers and Order Types)一文中放弃了简单类型论,提出了解决悖论的三种方案,即曲折方案(Zigzag Theory,又称"之字形方案")、限制大小理论(Theory of Limitation of Size)和无类理论(No-Class Theory)。有的学者指出,"罗素自己后来关于解决悖论的工作,并没有按照自己指出的第一和第二个方向去做,而在很大程度上是建立在更激进的想法,即'无类理论'之上的。" "无类理论的要点在于,类不是真实存在的,而是逻辑的假设。罗素后来又回到类型论,与该理论有深刻的联系。

需要指出的是,"在 1903 年到 1908 年间,罗素提出、发展并最终放弃了一种悖论解答方案——替代理论(Substitutional Theory)。"<sup>②</sup>该理论长期未得到学界重视,直到上世纪九十年代,随着罗素在 1903 年到 1908 年间的部分手稿被系

① 郑伟平:《罗素的替代理论》,逻辑学研究,2016年第1期,第83页。

② 同上,第81页。

厦门大学硕士学位论文 引言

统整理并出版,这种状况才得以改变。在这一阶段,罗素认为悖论产生于虚假抽象(False Abstraction),而该理论中的替代概念可以避免虚假抽象,通过与替代概念相应的替代运算定义否定、关系和类,并在此基础上定义自然数,罗素获得一定成功。然而,替代悖论的发现,使得罗素不得不放弃这一理论。

1908年,罗素的《以类型论为基础的数理逻辑》(Mathematical Logic as Based on the Theory of Types)一文回到了类型论,随后在 1910 年出版的《数学原理》 <sup>®</sup> (*Principia Mathematica*)中进一步阐述。此时的类型论被称为"分支类型论"。

分支类型论包含一个重要的原则——恶性循环原则<sup>®</sup>(Vicious Circle Principle),简单地说,即"没有一个总体能包含通过自身定义的元素"<sup>®</sup>。罗素区分了函项与函项的值,"根据恶性循环原则,我们可得,一个函项的值不能包含仅能通过该函项加以定义的项······事实上,'φ(φጵ)'这个符号必定不能表达任何东西: 因此我们可以说它是无意义的。"<sup>®</sup>由此,罗素区分了"真"、"假"及其他语义概念的不同层次,排除了以说谎者悖论为代表的语义悖论<sup>®</sup>。进一步地,罗素把只包含个体变元的函项称为"一阶函项"(first-order functions),把包含一阶函项作为变元的函项称为"二阶函项",以此类推。"罗素还把一个变元的函项定义为直谓的(predicative),当这个函项是定义在相继于它的变元之上的那一阶,即它的最下一阶就是它当中自变元的阶。"<sup>®</sup>但是,阶(order)的划分"使得许多部分的初等数学成为不可能"<sup>®</sup>。为此,罗素提出了可划归性公理(Axiom of Reducibility),使得"每一非直谓(unpredicative)性质都有一直谓性质与之等价"<sup>®</sup>,因而间接放弃了阶的划分。但该公理因其特设性遭到强烈批判。

以上是对罗素类型论的产生背景和发展历程的简要陈述。对于类型论的发展 历程,学界无甚异议,但是具体解释则是有不同观点的。其中,以丘奇(Alonzo

① 《数学原理》是罗素与怀特海合作的著作,于数学家而言具有重要意义,其中的符号体系仍用于代数学与微积分。

② 恶性循环原则是数学家彭加勒(H. Poincare)提出的。

③ [英]伯特兰·罗素著:《逻辑与知识》,苑莉均译,商务印书馆,1996年,第91页。

<sup>4</sup> Alfred North Whitehead & Bertrand Russell: Principia Mathematica to \*56. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.p.40.

⑤ 莱姆塞(Frank Ramsey)将逻辑悖论分为集合论悖论与语义悖论,集合论悖论只涉及集合、元素、属于、类等概念,语义悖论则涉及意义、指称、命名等概念。这种划分方式基本得到学界认同。

⑥ 黄耀枢:《数学基础引论》,北京大学出版社,1988年,第263页。

⑦ [英]伯特兰·罗素著:《逻辑与知识》,苑莉均译,商务印书馆,1996年,第97页。

⑧ 陈波:《逻辑哲学》,北京大学出版社,2005年,第103页。

Degree papers are in the "Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database". Full texts are available in the following ways:

- 1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <a href="http://etd.calis.edu.cn/">http://etd.calis.edu.cn/</a> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
- 2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.