

学校编码: 10384
学号: 15420141152005

分类号_____密级_____
UDC_____

廈門大學

碩 士 學 位 論 文

具有未知相依结构的多维白噪声检验:

基于随机加权 Bootstrap 方法

Testing for Multivariate White Noise under Unknown
Dependence Based on Random Weighting Bootstrap Method

严 超

指导教师姓名: 李木易 副教授

专 业 名 称: 统计学

论文提交日期: 2017 年 4 月

论文答辩时间: 2017 年 4 月

学位授予日期: 2017 年 6 月

答辩委员会主席: _____

评阅人: _____

2017 年 4 月

厦门大学博硕士学位论文摘要库

厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下，独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果，均在文中以适当方式明确标明，并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范（试行）》。

另外，该学位论文为（）课题（组）的研究成果，获得（）课题（组）经费或实验室的资助，在（）实验室完成。（请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称，未有此项声明内容的，可以不作特别声明。）

声明人（签名）：

年 月 日

厦门大学博硕士学位论文摘要库

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

1. 经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，
于 年 月 日解密，解密后适用上述授权。

2. 不保密，适用上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。）

声明人（签名）：

年 月 日

厦门大学博硕士学位论文摘要库

具有未知相依结构的多维白噪声检验： 基于随机加权 Bootstrap 方法

摘要

白噪声检验在统计学与计量经济学的诸多问题中都具有重要的应用，如金融市场的有效性检验和 ARMA 模型的拟合充分性检验；而从理论上来说，白噪声检验一直也是统计学理论研究中的一个经典问题。Box & Pierce (1970) 提出的 Portmanteau 检验是目前最常用的一种白噪声检验方法；Francq & Raïssi (2007) 指出，对于具有未知相依结构的多维白噪声序列，传统的 Portmanteau 检验统计量在原假设 H_0 下不再渐近服从于 χ^2 -分布，其真实的渐近分布取决于序列内部未知的相依结构，此时根据 χ^2 -分布确定检验临界值的传统方法不再渐近有效。

为了解决这一问题，本文在不改变传统 Portmanteau 检验统计量的形式的前提下，将 Zhu (2016) 在一元时间序列模型中使用的随机加权 Bootstrap 方法推广到多元时间序列模型，并证明了由该方法确定的检验临界值是渐近有效的。

承接随机加权 Bootstrap 方法渐近性质的理论分析，通过一系列的数值模拟实验来考察了基于随机加权 Bootstrap 方法的多维白噪声检验的有限样本性质。针对独立同分布序列、鞅差序列和白噪声序列，依次同时使用传统 Portmanteau 检验方法和基于随机加权 Bootstrap 的检验方法，实验结果验证了后者可以有效克服前者产生的水平扭曲、过度拒绝的问题，故后者具有更加优良的水平性质；接着，将两种检验方法同时应用于一系列具有不同程度序列相关性的 VARMA 模型，实验结果也证明了随机加权 Bootstrap 检验具有良好的功效性质；最后，进一步利用仿真实验分析了随机加权 Bootstrap 检验有限样本性质的稳健性，发现该检验的有限样本性质对随机权重的分布是稳健的，但对数据的重尾特性比较敏感。

最后，本文以美元兑马来西亚林吉特汇率和美元兑新加坡元汇率的五天收益率 (Tse, 2000) 为实证分析的研究对象，将传统检验方法和基于随机加权 Bootstrap 方法的多维白噪声检验同时应用于实践。Tse (2000) 认为该收益率序列服从 CCC-GARCH(1, 1) 过程，随机加权 Bootstrap 检验的结果表明该外汇资产收益率序列为白噪声过程，而传统检验方法则给出了相反的结论，

认为被检验的收益率序列不是白噪声；基于检验渐近性质的理论分析、仿真实验的结果以及收益率样本数据的统计特征，我们倾向于采纳随机加权 Bootstrap 检验给出的结果，从而最终得到与 Tse (2000)相一致的结论。

关键词：多维白噪声检验；未知相依结构；随机加权

厦门大学博硕士学位论文摘要库

Testing for Multivariate White Noise under Unknown Dependence Based on Random Weighting Bootstrap Method

Abstract

Testing for white noise has been widely applied to many problems in statistics and econometrics, such as effectiveness testing of financial market and adequacy checking for ARMA model. From the perspective of theoretical research, testing for white noise has been a classic topic in statistic theory. Proposed by [Box and Pierce \(1970\)](#), portmanteau test has become the most frequently used method to test the white noise. [Francq and Raïssi \(2007\)](#) pointed out that the traditional portmanteau test statistic for the multiple white noise under unknown dependence is no longer asymptotically distributed by null χ^2 -distribution, which leaves the traditional portmanteau test to lose asymptotic validity.

To resolve this problem, a random weighting method employed by [Zhu \(2016\)](#) in the context of univariate time series is extended to multivariate case to bootstrap the asymptotically valid critical value for the traditional portmanteau test statistic.

Based on the asymptotic analysis of random weighting method, a bunch of Monte Carlo experiments have been utilized to investigate the finite-sample properties of the portmanteau test based on random weighting method. Traditional method and random weighting method are both used simultaneously to test the sample series generated from independent and identically distributed series, martingale difference sequences and white noise series respectively, and it turns out that with effectively undoing the size distortion and over-rejection caused by traditional method, the random weighting method has better performance in size property. Then we use two methods above to test the VARMA models with different auto-correlation patterns and find that random weighting method still performs well in terms of power property. Finally, some additional simulations are offered to check the robustness of the finite-sample properties of random weighting method, which shows that

the testing results are robust to the distribution of random weights in bootstrap steps while the finite-sample properties are relatively sensitive to the heavy-tail characteristics of the tested data, especially when the sample size is small.

At last, random weighting method, as well as the traditional method, has been applied to the real data example, 5-daily return observations of exchange rates of two Asian-Pacific currencies, namely the exchange rates of Malaysian ringgit-US dollar and Singapore dollar-US dollar, which has been analyzed by Tse (2000) and turns out to follow a CCC-GARCH(1, 1) process. The result of random weighting method shows that tested multiple return series are white noise indeed while the result of traditional method goes opposite. Considering the previous theoretical analysis, simulation results and statistical characteristics of sample data, we tend to accept the result of random weighting method, which exactly coincides with the conclusion given by Tse (2000).

Key Words: Testing for Multivariate White Noise; Unknown Dependence; Random Weighting

目 录

摘 要.....	i
目 录.....	v
第一章 绪 论.....	- 1 -
1.1 研究的背景及意义.....	- 1 -
1.2 研究现状概述.....	- 2 -
1.2.1 一维白噪声序列的时域检验.....	- 2 -
1.2.2 一维白噪声序列的频域检验.....	- 4 -
1.2.3 多维白噪声序列的时域检验.....	- 6 -
1.3 本文的主要研究内容.....	- 8 -
1.3.1 随机加权 Bootstrap 方法.....	- 8 -
1.3.2 本文的结构安排.....	- 11 -
第二章 多维白噪声的 Portmanteau 检验.....	- 13 -
2.1 多元时间序列模型概述.....	- 13 -
2.1.1 三种典型的相依结构.....	- 14 -
2.1.2 传统 Portmanteau 检验.....	- 16 -
2.2 Portmanteau 检验的渐近理论.....	- 17 -
2.2.1 渐近理论的假设.....	- 17 -
2.2.2 渐近理论的结论.....	- 19 -
2.3 随机加权 Bootstrap 方法.....	- 20 -
2.3.1 随机加权 Bootstrap 确定临界值.....	- 20 -
2.3.2 随机加权 Bootstrap 的渐近理论.....	- 22 -
2.3.3 扩展：分块随机加权 Bootstrap 方法.....	- 23 -
2.4 本章的研究结论.....	- 25 -
2.5 本章附录：定理证明.....	- 25 -
2.5.1 引理 2.1 的证明.....	- 26 -
2.5.2 引理 2.2 的证明.....	- 27 -
2.5.3 定理 2.3 的证明.....	- 28 -
第三章 有限样本性质：Monte Carlo 实验.....	- 31 -
3.1 Monte Carlo 实验方案.....	- 31 -

3.1.1 实验参数设置	- 32 -
3.1.2 数据生成过程	- 32 -
3.2 检验的水平：基于白噪声序列	- 35 -
3.2.1 强白噪声序列	- 35 -
3.2.2 半强白噪声序列	- 38 -
3.2.3 弱白噪声序列	- 41 -
3.2.4 检验的水平性质总结	- 45 -
3.3 检验的功效：基于 VARMA 序列	- 45 -
3.3.1 基于水平的功效校正	- 46 -
3.3.2 VMA 序列	- 46 -
3.3.3 VARFIMA 序列	- 49 -
3.3.4 检验的功效性质总结	- 50 -
3.4 有限样本性质的稳健性分析	- 51 -
3.4.1 对随机权重分布的敏感程度	- 52 -
3.4.2 对序列重尾性质的敏感程度	- 53 -
3.5 分块随机加权 Bootstrap 方法的有限样本性质	- 55 -
3.6 本章的研究结论	- 56 -
第四章 实证分析：外汇资产收益率	- 59 -
4.1 样本数据的统计特征	- 59 -
4.2 CCC-GARCH 模型的设定与估计	- 63 -
4.3 收益率序列的自相关性检验	- 63 -
4.4 本章的研究结论	- 65 -
第五章 总结与展望	- 67 -
5.1 研究工作总结	- 67 -
5.1.1 研究工作的内容及成果	- 67 -
5.1.2 研究工作的创新与不足	- 68 -
5.2 研究展望：未来的研究工作	- 69 -
5.2.1 ARCH-Portmanteau 检验	- 69 -
5.2.2 频率域的多维白噪声检验	- 70 -
参 考 文 献	- 71 -
致 谢	- 73 -

Contents

Abstract	iii
Contents	vii
Chapter 1 Introduction	- 1 -
1.1 Background and Significance of Research	- 1 -
1.2 Literature Review	- 2 -
1.2.1 Univariate White Noise Test in Time Domain	- 2 -
1.2.2 Univariate White Noise Test in Frequency Domain	- 4 -
1.2.3 Multivariate White Noise Test in Time Domain	- 6 -
1.3 Research Scope of Thesis	- 8 -
1.3.1 Random Weighting Bootstrap Method.....	- 8 -
1.3.2 Structure of Thesis	- 11 -
Chapter 2 Portmanteau Test for Multivariate White Noise.....	- 13 -
2.1 Introduction to Multivariate Time Series Model	- 13 -
2.1.1 Three Typical Dependence Structures	- 14 -
2.1.2 Traditional Portmanteau Test	- 16 -
2.2 Asymptotics of Portmanteau Test	- 17 -
2.2.1 Assumptions of Asymptotic Theory.....	- 17 -
2.2.2 Conclusions of Asymptotic Theory	- 19 -
2.3 Random Weighting Bootstrap Method	- 20 -
2.3.1 Bootstrapping Critical Value by Random Weighting	- 20 -
2.3.2 Asymptotics of Random Weighting Bootstrap Method	- 22 -
2.3.3 Extension: Blockwise Random Weighting Bootstrap Method.....	- 23 -
2.4 Conclusion of Chapter 2	- 25 -
2.5 Appendix of Chapter 2: Proof of Theorems.....	- 25 -
2.5.1 Proof of Lemma 2.1	- 26 -
2.5.2 Proof of Lemma 2.2.....	- 27 -
2.5.3 Proof of Theorem 2.3.....	- 28 -
Chapter 3 Finite-Sample Properties: Monte Carlo Experiment.....	- 31 -
3.1 Set-Up of Monte Carlo Experiment.....	- 31 -
3.1.1 Experimental Environment Parameters	- 32 -

3.1.2 Data Generating Processes.....	- 32 -
3.2 Size: Based on White Noise.....	- 35 -
3.2.1 Strong White Noise.....	- 35 -
3.2.2 Semi-Strong White Noise	- 38 -
3.2.3 Weak White Noise	- 41 -
3.2.4 Summary of Size Properties	- 45 -
3.3 Power: Based on VARMA Model.....	- 45 -
3.3.1 Size-Corrected Power	- 46 -
3.3.2 VMA Model.....	- 46 -
3.3.3 VARFIMA Model	- 49 -
3.3.4 Summary of Power Properties	- 50 -
3.4 Robustness Analysis of Finite-Sample Properties	- 51 -
3.4.1 Sensitivity to the Distribution of Random Weights	- 52 -
3.4.2 Sensitivity to the Heavy-Tail of Data.....	- 53 -
3.5 Finite-Sample Properties of Blockwise Random Weighting Bootstrap Method.....	- 55 -
3.6 Conclusion of Chapter 3	- 56 -
Chapter 4 Empirical Analysis on Exchange Rate	- 59 -
4.1 Stylized Facts of Sample Data.....	- 59 -
4.2 Specification and Estimation of CCC-GARCH Model	- 63 -
4.3 Auto-Correlation Test for Return Series	- 63 -
4.4 Conclusion of Chapter 4	- 65 -
Chapter 5 Summary and Future Study	- 67 -
5.1 Summary of Thesis	- 67 -
5.1.1 Major Coverage and Conclusion	- 67 -
5.1.2 Innovation and Shortcoming	- 68 -
5.2 Future Study	- 69 -
5.2.1 ARCH-Portmanteau Test	- 69 -
5.2.2 Multivariate White Noise Test in Frequency Domain	- 70 -
Reference	- 71 -
Acknowledgement	- 73 -

第一章 绪 论

1.1 研究的背景及意义

随机过程理论中,我们将均值为零而谱密度为正常数的平稳过程称为白噪声,其名出于白光具有均匀光谱的缘故。根据序列谱密度函数与自相关函数之间的对偶关系,白噪声也可以定义为均值为零、自相关函数为 δ 函数的随机过程,即随机过程 $\{x_t\}$ 的方差为常数,而对任意 $t_1 \neq t_2$, x_{t_1} 与 x_{t_2} 不相关。白噪声过程是一种理想化的数学模型,这一模型在计量经济学的理论研究中被广泛运用,例如,通常假设自回归移动平均(Autoregressive and Moving Average, ARMA)模型的随机扰动项为白噪声过程。而在实践中,有时为了说明某个定理或者假说成立(如金融市场有效性假说),需要证明某个给定的样本序列来自于白噪声过程;判断给定的时间序列样本数据是否来自于白噪声过程,就需要利用统计学中的假设检验。因为许多经济计量模型和方法中假设的数据生成过程都涉及白噪声序列,所以白噪声检验是一种具有广泛应用场景的假设检验方法,常见的金融市场的有效性检验和 ARMA 模型的拟合充分性检验从本质上来说都属于白噪声检验。

金融计量经济学中有一个基本问题,即市场有效假说是否与实际数据的统计特征相符。要回答这一问题,其中一种方法是检验收益率是否可预测。如果市场是有效的,收益不可预测,那么收益率序列至少应该是白噪声。因此,可以通过检验收益率序列是否为白噪声来判断金融市场是否有效。

在时间序列计量经济学中,对给定的数据进行建模时,需要考察用于拟合的模型是否已经充分反映数据中所表现的信息,即模型拟合是否充分,这就需要通过模型诊断检验来实现。例如,如果某个 ARMA 模型对给定数据的拟合足够充分,残差序列应该接近白噪声。所以,对残差序列进行诊断检验的结果即可反映该 ARMA 模型对数据拟合的充分性。

从上述两个例子可以看出,白噪声序列的检验在诸多问题当中都具有重要的应用。而从理论上来说,白噪声检验一直也是统计学理论研究中的一个经典问题;目前主流的研究趋势是不断放松对白噪声序列内部各随机变量之间相依关系的假设,并且相应地对检验方法进行改进,从而使得白噪声检验方法的适用范围越来越广。综上所述,针对白噪声序列检验方法的研究具有很强的理论意义和实践意义。

1.2 研究现状概述

本节梳理总结了白噪声序列假设检验方法的国内外研究现状。根据被检验序列的维度，可以将检验方法分为一维白噪声序列的假设检验和多维白噪声序列的假设检验；而就一维白噪声检验而言，目前较为主流的检验方法分别为时间域中的 Portmanteau 检验和频率域中的 Cramer-von Mises (C-M) 检验。

1.2.1 一维白噪声序列的时域检验

在统计学中，白噪声检验的理论方法的提出最早可以追溯到 Quenouille (1947) 中的一元自回归模型的残差序列相关性检验。此后，Box & Pierce (1970) 提出的 Portmanteau 检验是目前最常用的一种白噪声检验方法，这种方法认为，对一组产生于 ARMA(p, q) 过程的序列 $\{x_t\}_{t=1}^T$,

$$x_t = \sum_{i=1}^p \varphi_i x_{t-i} + \varepsilon_t + \sum_{j=1}^q \psi_j \varepsilon_{t-j},$$

其中随机扰动序列 $\{\varepsilon_t\}$ 是一组独立的且均值为 0，方差为 σ_ε^2 的随机变量。我们将随机扰动序列 $\{\varepsilon_t\}$ 满足独立同分布的上述 ARMA 模型称为强 ARMA 模型。对应地，随机扰动序列 $\{\varepsilon_t\}$ 只满足序列不相关的 ARMA 模型则称为弱 ARMA 模型。

如果一个 ARMA 模型对样本数据 $\{y_t\}$ 的拟合足够充分，那么残差序列 $\{\hat{\varepsilon}_t\}$ ，作为随机扰动 $\{\varepsilon_t\}$ 的估计量，应该具有与随机扰动 $\{\varepsilon_t\}$ 类似的性质。若定义残差序列的 k 阶自相关系数为

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^T \hat{\varepsilon}_{t-k} \hat{\varepsilon}_t}{\sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2};$$

Portmanteau 检验可以描述为：给定某一正整数 $m > p + q$ ，原假设 $H_0: \rho_1 = \dots = \rho_m = 0$ ，备择假设 H_1 : 存在 i 使得 $\rho_i \neq 0$ ，其中 $i \in \{1, \dots, m\}$ ，并且检验统计量为

$$Q_m = T \sum_{j=1}^m \hat{\rho}_j^2.$$

在原假设 H_0 下， $Q(m)$ 的渐近分布为 $\chi_{(m-(p+q))}^2$ 。给定显著性水平 α ，如果 $Q(m) > \chi_\alpha^2$ ，则拒绝原假设 H_0 ，其中 χ_α^2 是分布 $\chi_{(m-(p+q))}^2$ 的上 α -分位数。

此后，Ljung & Box (1978) 发现 Q_m 并非总是充分接近 $\chi_{(m-(p+q))}^2$ ，即使在样本容量已

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士学位论文摘要库