交叉极化及副瓣约束的任意阵列最优方向性综合

杨 晶'刘颜回'白晶晶'柳清伙'² 聂在平³

(1. 厦门大学电子科学系 福建厦门 361005; 2. 杜克大学电气与计算机工程系 北卡罗来纳达勒姆 27708;3. 电子科技大学电子工程学院 四川成都 610054)

摘 要: 本文根据给定的期望极化方向,定义了扫描波束的期望主极化和交叉极化方向,并进一步给出了主极 化方向性系数的定义,它可以更为准确的表征天线集中辐射主极化分量的程度.在没有副瓣约束和交叉极化约束的条 件下,给出了任意阵列主极化方向性系数最优解的解析表达式.并且,在含副瓣约束、零陷约束以及交叉极化约束的条 件下,我们发展了一种基于凸优化的高效数值综合方法,实现多约束条件下的主极化方向性系数的优化.数值阵列综 合结果表明了本文所提出的最优主极化方向性系数解析解的正确性,以及这种可以综合考虑副瓣约束、零陷约束和交 叉极化约束的数值方向性优化方法的有效性.

 关键词:
 矢量方向图综合;
 主极化方向性系数;
 凸优化;
 任意阵列

 中图分类号:
 TN820
 文献标识码:
 A
 文章编号:
 0372-2112 (2017) 03-0712-07

 电子学报 URL:
 http://www.ejournal.org.cn
 DOI:
 10.3969/j.issn.0372-2112.2017.03.031

Optimal Directivity Synthesis of an Arbitrary Array Subject to Sidelobe and Cross-Polarization Constraints

YANG Jing¹ ,LIU Yan-hui¹ ,BAI Jing-jing¹ ,LIU Qing Huo^{1 2} ,NIE Zai-ping³

(1. Department of Electronic Science Xiamen University Xiamen Fujian 361005 ,China;

2. Department of Electrical and Computer Engineering , Duke University Durham , North Carolina 27708 , USA;

3. School of Electronic Engineering University of Science and Technology , Chendu , Sichuan 610054 , China)

Abstract: Definitions of the desired co-polarization and cross-polarization directions are given for a scanned beampattern according to a desired polarization direction. Furthermore the co-polarization directivity is defined to more accurately represents the degree of the concentration of co-polarization field over the total radiated power. With this definition the co-polarization directivity can be optimized. Its analytical expression can be derived when no more pattern constraints exist. In more general cases in which the constraints on the sidelobe level nulling points and cross-polarization level exist an efficient numerical algorithm based on convex optimization is proposed. Some numerical synthesis experiments are conducted and the results show the effectiveness and robustness of the proposed synthesis techniques.

Key words: vectorized pattern synthesis; co-polarization directivity; convex optimization; arbitrary array

1 引言

在许多雷达及通信系统中,具有强方向性的阵列 天线具有广泛的应用.方向性系数表示的是天线向某 一个方向集中辐射电磁波的程度,是描述天线辐射特 性的重要参数.目前,有许多文献讨论最优方向性系数 的阵列综合问题^[1-4].然而,这些研究大多把阵列单元 看作是全向辐射的理想点源,因而不能考虑阵列中相 邻单元的互耦效应以及安装平台的影响.文献[5]中在 讨论方向性系数最优问题时,虽然有考虑天线阵列的 极化,但是仅限于副瓣电平的约束,并未提出对交叉极 化进行抑制的方法.然而,在许多应用系统中,天线辐射 或接收的极化纯度也是重点考虑的技术指标^[6-7].因 此,关于如何压制交叉极化、提高信号辐射或接收的极 化纯度也是阵列天线布局和综合的重要研究问题.近 年来,已有部分学者对该问题进行了较多研究^[8-14].例 如,文献[9~11]提出了几种聚焦波束矢量方向图综合 的方法,在对主极化分量聚焦的同时实现了对交叉极

收稿日期: 2015-10-09; 修回日期: 2016-03-19; 责任编辑: 梅志强

基金项目: 国家自然科学基金(No. 61301009, No. 41390453, No. 61231001)

化的抑制; 文献 [12~13] 研究了同时实现赋形波束以 及交叉极化抑制的综合方法; 而文献 [14] 则针对全数 字阵列研究了交叉极化约束的宽带阵列非频变波束综 合问题. 尽管这些研究取得了较为丰富的成果,关于极 化方向图综合的研究尚有如下问题值得进一步研究: (1)已有的极化综合方法中,往往针对某些特殊剖面上 的某些固定波束方向图进行交叉极化抑制,而对任意 指向的扫描波束讨论不足.特别是,当波束偏离阵面法 向时 如何定义最大辐射方向上的主极化和交叉极化 方向,在已有的文献中并没有明确给出;(2)对某些阵 列而言 同时优化方向性系数和控制交叉极化具有重 要意义. 然而,目前考虑阵列方向性优化的方法并没有 考虑交叉极化的抑制,而抑制交叉极化的方法则没有 考虑方向性系数的优化.因此,研究能够同时考虑交叉 极化抑制和方向性优化的综合方法可以弥补现有文献 方法的不足 具有重要的应用价值.

针对以上问题,本文研究了在给定期望极化方向 时,扫描波束的期望主极化和交叉极化的定义.基于 此,我们也提出了一种关于主极化方向性系数的定 义.与传统的方向性系数的定义相比,主极化方向性 系数可以更为准确的表征天线集中辐射主极化分量 的程度.在没有副瓣约束和交叉极化约束的条件下, 给出了任意阵列的最优主极化方向性系数的解析解 表达式.而对含副瓣约束、零陷约束以及交叉极化约 束条件下的最优主极化方向性系数的阵列综合问题, 我们给出了一种基于凸优化技术的高效数值综合方 法.在数值结果部分,我们给出了若干阵列综合例子. 结果表明了本文所提出的最优主极化方向性系数解 析解的正确性,以及这种可以综合考虑副瓣约束、零 陷约束和交叉极化约束的数值方向性优化方法的有 效性.

2 阵列数学模型

对于一个 N 元的任意阵列天线,其远区辐射总场 可以表示为:

$$\boldsymbol{E}_{\text{tol}}(\boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\varphi}) = \sum_{i=1}^{N} w_{i} [E_{i\theta}(\boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\varphi}) \boldsymbol{\theta} + E_{i\varphi}(\boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\varphi}) \boldsymbol{\varphi}] e^{-j\beta r_{i} \cdot \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\varphi})}$$
(1)

其中 $j = \sqrt{-1} \beta = 2\pi/\lambda$, λ 是天线工作的波长; w_i 为 第 *i* 个阵元的激励; $E_{i\theta}(\theta \varphi) \ E_{i\varphi}(\theta \varphi)$ 分别是第 *i* 个阵 元辐射方向图的 θ 分量和 φ 分量; $\mathbf{r}_i = [x_i, y_i, z_i]$ 为第 *i* 个阵元的位置向量. $a(\theta \varphi)$ 是辐射方向($\theta \varphi$) 的单位 向量 $p(\theta \varphi) = [\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta].$

尽管 /国内外的许多教材都有对平面电磁波的主 极化和交叉极化的明确定义^[15] ,然而这些定义大多是 针对已知电磁场具体表达形式的情况 ,判断电磁场的 极化状态. 在本文研究的阵列波束综合问题中,阵列各 个单元的激励是未知的,尚不能获得具体的远场表达. 通常,在雷达或通信应用中,期望的极化方向 p_a 是事先 已知的. 假定 p_a 是期望的电场主极化方向,该方向根据 具体的天线应用需求确定. 然而,由于天线在远区辐射 的电场方向总是与传播方向垂直,且随着传播方向变 化而变化. 因此,一般情况下,辐射电场实际的极化方向 与期望的主极化方向并不相同. 在此,我们根据期望的 电场极化方向,定义不同辐射方向上期望的主极化 p_{co} 和交叉极化方向 p_x . 如图 1 所示,对于在(θ , φ)方向上 辐射的电磁波而言,其电场极化方向必然是在与传播 方向 $a(\theta, \varphi)$ 垂直的平面上,其期望的主极化方向定义 为 p_a 在该垂直平面的投影. 即

$$\boldsymbol{p}_{co}(\boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\varphi}) = -\frac{\boldsymbol{p}_{d} - [\boldsymbol{p}_{d} \cdot \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\varphi})] \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\varphi})}{|\boldsymbol{p}_{d} - [\boldsymbol{p}_{d} \cdot \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\varphi})] \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\varphi})|} \quad (2)$$

一旦确定期望的主极化方向,则同时垂直于期望的主极化方向 $p_{ee}(\theta \varphi)$ 及传播方向 $a(\theta \varphi)$ 的方向即是交叉极化方向.也就是,

 $p_x(\theta \varphi) = p_{\infty}(\theta \varphi) \times a(\theta \varphi)$ (3) 那么 在不同传播方向上 辐射电场的主极化分量和交 叉极化分量可以表示为下述形式:

$$E_{co}(\theta \varphi) = [E_{tol}(\theta \varphi) \cdot p_{co}(\theta \varphi)]p_{co}(\theta \varphi) \quad (4)$$
$$E_{v}(\theta \varphi) = [E_{v}(\theta \varphi) \cdot p_{v}(\theta \varphi)]p_{v}(\theta \varphi) \quad (5)$$



图1 电场主极化及交叉极化方向示意图

3 任意阵列主极化方向性系数的定义与优化

3.1 主极化方向性系数的定义

传统的方向性系数定义为最大辐射方向上的功率 密度与天线辐射的总功率平均分摊到所有方向的功率 密度之比^[15]。即

$$D = \frac{|\boldsymbol{E}_{tol}(\boldsymbol{\theta}_{0} \boldsymbol{\varphi}_{0})|^{2}}{\frac{1}{4\pi} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi} |\boldsymbol{E}_{tol}(\boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\varphi})|^{2} \sin\theta d\theta d\varphi}$$
(6)

式中, $|E_{tol}(\theta_0, \varphi_0)|^2$ 为最大辐射方向上总场的幅度平 方,其包含主极化和交叉极化分量.在对于许多天线应 用场合中,由于仅有主极化分量的辐射是可以有效利 用的,通常需要压制交叉极化分量的辐射.基于此,我们 修改方向性系数的定义如下

$$D_{\rm co} = \frac{|\boldsymbol{E}_{\rm co}(\boldsymbol{\theta}_{0} \boldsymbol{\varphi}_{0})|^{2}}{\frac{1}{4\pi} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi} |\boldsymbol{E}_{\rm tol}(\boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\varphi})|^{2} \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi}$$
(7)

即定义为最大辐射方向上主极化场分量的功率密度与天 线辐射的总功率平均分摊到所有方向的功率密度之比, 并将之称为主极化方向性系数.根据式(1)~(5),令

$$\boldsymbol{w} = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \cdots & w_N \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(8)
$$\cdots \quad \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu} & -\mathrm{i}\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{r}, \cdot \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}) & \boldsymbol{\mu} & -\mathrm{i}\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{r}, \cdot \boldsymbol{a}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}) \end{bmatrix}^{\mathrm{H}}$$

$$\mathbf{v}_{\theta} = [\mathbf{L}_{1\theta}\mathbf{e} \quad \mathbf{p}_{2\theta}\mathbf{e} \quad \mathbf{p}_{N\theta}\mathbf{e} \quad$$

$$\boldsymbol{v}_{co}(\boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\varphi}) = (\boldsymbol{a}_{\theta} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{p}_{co}) \boldsymbol{v}_{\theta} + (\boldsymbol{a}_{\varphi} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{p}_{co}) \boldsymbol{v}_{\varphi} \qquad (11)$$

则式(7) 可以表示为

$$D_{\rm co} = \frac{|\mathbf{w}^{\rm H} \mathbf{v}_{\rm co}(\theta_0 \, \boldsymbol{\varphi}_0)|^2}{\mathbf{w}^{\rm H} \boldsymbol{Q} \mathbf{w}}$$
(12)

其中
$$\boldsymbol{Q} = \frac{\int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi} (\boldsymbol{v}_{\theta}\boldsymbol{v}_{\theta}^{\mathrm{H}} + \boldsymbol{v}_{\varphi}\boldsymbol{v}_{\varphi}^{\mathrm{H}}) \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi}{4\pi}.$$

3.2 无约束时最优主极化方向性系数的解析解

在仅有波束指向约束时,最优主极化方向性系数 可以由以下优化问题给出

$$\begin{cases} \min_{\boldsymbol{w}} \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{Q} \boldsymbol{w} \\ \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{v}_{\mathrm{co}} (\theta_{0} \ \boldsymbol{\varphi}_{0}) = 1 \end{cases}$$
(13)

上述问题可以采用拉格朗日乘数法求解. 令 $w^{H}v_{co}(\theta_{0}, \phi_{0}) = 1$,并定义如下目标函数

$$g(w w^{H}) = w^{H} Q w + 2\lambda [w^{H} v_{co} (\theta_{0} \varphi_{0}) - 1] (14)$$

对上式求关于 w^{H} 的梯度 则可以得到

$$\nabla_{\boldsymbol{w}^{\mathrm{u}}}g(\boldsymbol{w},\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}) = \boldsymbol{Q}\boldsymbol{w} + \lambda\boldsymbol{v}_{\mathrm{co}}(\boldsymbol{\theta}_{0},\boldsymbol{\varphi}_{0}) \qquad (15)$$

 $\Rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{w}^{\mathsf{H}} \boldsymbol{v}_{co}(\theta_{0} \ \varphi_{0}) = 1 \\ \boldsymbol{Q} \boldsymbol{w} + \lambda \boldsymbol{v}_{co}(\theta_{0} \ \varphi_{0}) = 0 \end{cases} , 可以得到无约束时最优$

主极化方向性系数的解析解为:

$$\boldsymbol{w}_{\text{opt}} = \frac{\boldsymbol{Q}^{-1} \boldsymbol{v}_{\text{co}} (\theta_0 \ \boldsymbol{\varphi}_0)}{\boldsymbol{v}_{\text{co}} (\theta_0 \ \boldsymbol{\varphi}_0)^{\text{H}} \boldsymbol{Q}^{-1} \boldsymbol{v}_{\text{co}} (\theta_0 \ \boldsymbol{\varphi}_0)}$$
(16)

值得一提的是,上式表达式适用于任意形式的天线阵 列.利用有源单元方向图的概念,上述表达可以包含阵 元电磁耦合及平台影响.然而,使用式(16)的解析解只 能求得无约束时的激励权值,尚不能处理带副瓣约束 以及交叉极化约束的情况.

3.3 副瓣及交叉极化约束条件下主极化方向性系数的优化

在实际工程应用中,除了最大化天线阵列的方向 性系数,还往往需要考虑阵列副瓣、零陷区域及交叉极 化的约束.在副瓣、零陷及交叉极化约束的条件下,主极 化方向性系数的优化问题可以表示如下: min $w^{H}Qw$

s. t.
$$\begin{cases} \operatorname{Re} \left[\boldsymbol{E}_{co} \left(\boldsymbol{\theta}_{0} \ \boldsymbol{\varphi}_{0} \right) \right] = 1 \\ \operatorname{Im} \left[\boldsymbol{E}_{co} \left(\boldsymbol{\theta}_{0} \ \boldsymbol{\varphi}_{0} \right) \right] = 0 \\ |\boldsymbol{E}_{X} \left(\boldsymbol{\theta} \ \boldsymbol{\varphi} \right)|^{2} \leq \boldsymbol{\Gamma}_{X} , \quad \left(\boldsymbol{\theta} \ \boldsymbol{\varphi} \right) \in \boldsymbol{\Omega}_{X} \\ |\boldsymbol{E}_{tol} \left(\boldsymbol{\theta} \ \boldsymbol{\varphi} \right)|^{2} \leq \boldsymbol{\Gamma}_{SLL} , \quad \left(\boldsymbol{\theta} \ \boldsymbol{\varphi} \right) \in \boldsymbol{\Omega}_{SLL} \\ |\boldsymbol{E}_{tol} \left(\boldsymbol{\theta} \ \boldsymbol{\varphi} \right)|^{2} \leq \boldsymbol{\Gamma}_{Null} , \quad \left(\boldsymbol{\theta} \ \boldsymbol{\varphi} \right) \in \boldsymbol{\Omega}_{Null} \end{cases}$$
(17)

其中 在($\theta_0 \varphi_0$)方向上方向性最大; $\Omega_x \ \Omega_{SLL} \ \Omega_{Null}$ 分别 为对应的交叉极化、副瓣电平、零陷约束的区域; 相应 的 $\Gamma_x \ \Gamma_{SLL} \ \Gamma_{Null}$ 为对应区域约束的电场值. 显然 ,在副 瓣及交叉极化约束条件的情况下 ,主极化方向性系数 的最优解问题 ,并不能解析获得.

考虑到 *Q* 是对称正定矩阵,可以对 *Q* 进行 Cholesky 分解,得到

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{L}\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}} \tag{18}$$

其中 L 是下三角矩阵. 因此 ,我们有

$$\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{w} = (\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w})^{\mathrm{H}}\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w} = \|\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}\|_{2}^{2}$$
(19)

那么 最小化目标函数 $\|L^T w\|_2^2$ 就等价于最小化 $\|L^T w\|_2^2$. 我们在优化过程中引入一个辅助变量 γ ,替代此目标函数,可以将式(17)的优化问题可以重新表述为

 $\min_{w} \gamma$

s. t.
$$\begin{cases} \|\boldsymbol{L}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{w}\|_{2} \leq \gamma \\ \operatorname{Re}\left[\boldsymbol{E}_{co}\left(\theta_{0} \ \varphi_{0}\right)\right] = 1 \\ \operatorname{Im}\left[\boldsymbol{E}_{co}\left(\theta_{0} \ \varphi_{0}\right)\right] = 0 \\ |\boldsymbol{E}_{X}\left(\theta \ \varphi\right)|^{2} \leq \Gamma_{X} , \quad (\theta \ \varphi) \in \Omega_{X} \\ |\boldsymbol{E}_{tol}\left(\theta \ \varphi\right)|^{2} \leq \Gamma_{SLL} , \quad (\theta \ \varphi) \in \Omega_{SLL} \\ |\boldsymbol{E}_{tol}\left(\theta \ \varphi\right)|^{2} \leq \Gamma_{Null} , \quad (\theta \ \varphi) \in \Omega_{Null} \end{cases}$$

上述问题可以表述为二阶锥优化问题. 我们知道, 二阶锥优化的标准形式如下¹¹⁶:

$$\max \boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}$$

s. t. $\boldsymbol{c} - \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} \in \boldsymbol{\kappa}$ (21)

其中二阶锥的定义形式为:

Qcone: = {
$$(x_1, x_2) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R}^{N-1} | x_1 \ge ||x_2||$$
} (22)
对于式(20)的优化目标函数,我们可定义如下

向量

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\gamma} & \operatorname{Re}(w_1) & \operatorname{Re}(w_2) & \cdots & \operatorname{Re}(w_N) & , \\ \operatorname{Im}(w_1) & \operatorname{Im}(w_2) & \cdots & \operatorname{Im}(w_N) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(23)
$$\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} -1 & \boldsymbol{0}_{1 \leq 2N} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(24)

其中 \boldsymbol{b} 为常系数向量. 而式(20) 的各个约束条件也可 转为式(21) 的约束条件形式. 下面,以交叉极化约束条 件为例来说明如何转化. 假设对某个方向($\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi}$),满足 $|\boldsymbol{E}_{\mathbf{x}}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\varphi})|^2 \leq \Gamma_{\mathbf{x}}$ 的约束条件. 由于 $\boldsymbol{E}_{\mathbf{x}} = \boldsymbol{v}_{\mathbf{x}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w}$,其中 $\boldsymbol{v}_{\mathbf{x}}$ = ($\boldsymbol{\theta} \cdot \boldsymbol{p}_{\mathbf{x}}$) $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\theta}}$ + ($\boldsymbol{\varphi} \cdot \boldsymbol{p}_{\mathbf{x}}$) $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\omega}}$. 我们可以定义如下矩阵

$$\boldsymbol{A}_{\mathrm{X}} = \begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{0}_{1 \times 2N} & \boldsymbol{0}_{1 \times 2N} \\ 0 & \operatorname{Re}(\boldsymbol{v}_{\mathrm{X}}^{\mathrm{T}}) & -\operatorname{Im}(\boldsymbol{v}_{\mathrm{X}}^{\mathrm{T}}) \\ 0 & \operatorname{Im}(\boldsymbol{v}_{\mathrm{X}}^{\mathrm{T}}) & \operatorname{Re}(\boldsymbol{v}_{\mathrm{X}}^{\mathrm{T}}) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(25)
$$\boldsymbol{c}_{\mathrm{X}} = [\boldsymbol{\Gamma}_{\mathrm{X}} \ \boldsymbol{\rho} \ \boldsymbol{\rho} \ \boldsymbol{\rho}]^{\mathrm{T}}$$
(26)

由此便可以转化为式(21)的约束条件形式.其他约束 条件也可以类似转化.另外,值得指出的是,二阶锥优化 属于典型的凸优化问题,该问题的局部最优解即是全 局唯一最优解^[17].

4 仿真结果

4.1 平面阵列综合

考虑某 8 × 8 元等间隔平面阵列,放置于 xoy 平面, 此天线阵列工作于 2.4GHz 频率,间距 $d_x = d_y =$ 62.5mm(在2.4GHz 频率时,为0.5个波长).单元天线 采用文献[18]的 E 型贴片天线结构,其结构和尺寸参 数及 8 × 8 元平面阵列模型如图 2 所示.我们假定期望 的主极化方向为 Y 轴方向,期望的最大波束指向为 (30°,30°).若假定无副瓣及交叉极化约束,仅对期望 的主极化分量的方向性系数进行优化,该问题可同时 由解析式(16)及凸优化数值解(20)获得.图3给出了 这两种方法得到的阵元激励的幅度及相位分布.可见, 解析解和数值优化解的结果是相互吻合的.图4(*a*)与 (*b*)分别给出了对应的主极化方向图和交叉极化方向 图.此时,最大副瓣电平为 – 12.2dB,而最大交叉极化 电平为 – 19.5dB,得到的最大方向性系数为22.72dB.



进一步地,我们考虑在副瓣及交叉极化约束条件 下对该阵列进行最优方向性综合.假定波束指向不变, 即最大方向仍指向($30^{\circ} 30^{\circ}$)方向.设 $u = \sin\theta\cos\varphi$,且 $v = \sin\theta\sin\varphi$.在(u x) $\in \{(u - u_0)^2 + (v - v_0)^2 \ge 0.1\}$ 区

域上,设置副瓣约束条件 $|E_{tal}(\theta,\varphi)|^2 \le -22 dB;$ 在全空间区域,设置交叉极化约束条件 $|E_x(\theta,\varphi)|^2 \le -22 dB$. 此时,仅能采用式(20)的数值优化方法求解. 优化结果满足所设的约束条件,即副瓣和交叉极化均 控制在 - 22 dB 以下,而此时得到的方向性系数为



图3 无副瓣和交叉极化约束时8×8元平面阵列激励的解析解式 (16)和凸优化解式(20)的结果比较



21.27dB.相对于没有约束副瓣和交叉极化的情况而 言 尽管方向性系数下降了 1.45dB ,但副瓣和交叉极化 得到了明显的压制效果.

值得说明的是,如采用文献[1]给出的方向性优化 方法,则仅能考虑理想点源或标量的单元方向图的情况,因此无法考虑本例中单元辐射的矢量特性和交叉 极化的影响.而若采用文献[5]的方法,并结合本文关 于主极化和交叉极化的定义,尽管可以考虑交叉极化 成分对方向性系数优化的影响,但这个方法需要利用 拉格朗日乘数法,不断地迭代来确定拉格朗日乘子式



的系数,并不能在理论上保证所得到的方向性系数是 全局最优的.并且,文献[5]在优化方向性系数的同时 仅考虑了对副瓣电平的压制,但没有考虑对交叉极化 电平分布的精确控制.在本例中,若采用文献[5]的方 法,在-22dB副瓣电平要求下,我们得到的方向性系数 为22.1dB,但是此时的交叉电平恶化为-18.6dB,不能 满足-22dB的交叉极化电平要求.

4.2 柱面共形阵列综合

考虑对某 12×6 元柱面共形阵列进行带约束的最 优方向性综合. 如图 6 所示,该阵列是由 6 个弧形阵列 组成的圆柱面阵,轴线为 Y 轴,上下相邻的弧形阵列相 距 62.5mm. 每个弧形阵由 12 个单元构成,分布在半径 为 380.69mm 的圆环上 相邻单元间隔 10 度. 假定期望 的最大波束指向为阵面法向 Z 轴,并设置如下方向图 约束条件:在(u p) \in { $u^2 + v^2 \ge 0.1$ } 区域上,设置副瓣 约束条件: $E_{tol}(\theta, \varphi) |^2 \le -20dB$; 在(u, v) \in {(u - 0.4) $^2 + (v - 0.4) ^2 \le 0.04$ } 区域上,设置零陷约束条件1 $E_{tol}(\theta, \varphi) |^2 \le -50dB$. 在这些约束条件下,使用式(20) 进行最优方向性波束综合. 图 7(a)、(b)、(c) 分别给出 了得到的总场、主极化和交叉极化的方向图. 所得到的 方向图 满足副 瓣 和零 陷约束条件,方向性系数为 22.5dB,而此时全空域的最大交叉极化电平为 – 17dB. 为考察本文方法对共形阵列交叉极化约束的有效性,



增加交叉极化约束,使得在全空域满足 $|E_x(\theta,\varphi)|^2 \leq -20$ dB 的条件.仍然采用式(20)求解,得到的波束满足 副瓣、零陷和交叉极化约束.即此时的交叉极化比不约 束时下降了3dB.总场、主极化和交叉极化场方向图如 图8(a)、(b)、(c)所示.由于增加了交叉极化约束,得 到的最优方向性系数略有下降,为21.6dB.可见,本文 方法对共形阵列也可以实现带副瓣、零陷和交叉极化



约束的最优方向性波束综合.

4.3 锥形阵列综合

为验证本文方法对不同阵列结构的适应性,考虑 对某 45 元锥形阵列进行带约束的最优方向性综合. 如 图 9 所示,整个阵列在锥体的三个斜面上布阵,每个斜 面与 *xoz* 平面夹角为 45°,且每个斜面在垂直于 *Y* 轴的 平面内对应 45°圆心角. 每个斜面上具有 4 排线阵,共 分布 15 个阵元,其中第 1、3、4 排线阵内阵元的间距为 0.5 个波长,第 2 排线阵的阵元间距为 0.63 个波长. 单 元天线采用矩形贴片天线,工作于 2.4GHz 频率. 假定 期望的主极化方向为 *Y* 轴方向,期望的最大波束指向为 (30° 90°). 并设置如下约束条件: 在(*u*,*v* $) ∈ {($ *u*- $<math>u_0$)² + (*v* - v_0)² ≥ 0.1} 区域上,设置副瓣约束 $|E_{tol}(\theta \varphi)|^2 \le -50$ dB; 在(*u*,*v*) ∈ {(*u* - 0.5)² + (*v* + 0.5)² ≤ 0.03} 区域上,设置零陷约 | $E_{tol}(\theta, \varphi)|^2 \le$



图9 45元锥形阵模型

- 50dB,并且在全空域设置约束条件 $|E_x(\theta,\varphi)|^2 \le$ - 15dB.在这些约束条件下,使用式(20)进行最优主极 化方向性波束综合.得到的波束可以同时满足副瓣、零 陷和交叉极化约束.总场、主极化和交叉极化场方向图 如图 10 所示.得到的最优方向性系数为 17.86dB.综上 可见,本文方法对不同种类的阵列都可以实现带副瓣、 零陷和交叉极化约束的最优方向性波束综合.



5 结论

本文定义了阵列天线扫描波束的主极化和交叉极 化方向,引入了主极化方向性系数的概念.推导了无约 束条件下最大方向性波束综合的解析解,并给出了具 有副瓣、零陷和交叉极化约束条件下进行最大方向性 波束综合的数值优化方法.通过对平面阵列、柱面共形 阵列以及锥形阵列综合的实例,验证了本文所提出的 解析解及数值优化方法的有效性.值得强调的是,本文 方法可以针对任意阵列,在考虑单元耦合和平台效应 情况下,对副瓣、零陷和交叉极化进行约束或无约束的 条件下,均可以进行最优方向性波束综合.因而,本文方 法具有较强的普适性和较为广泛的应用价值.

参考文献

- [1] 刘源 邓维波 李雷 等. 一种超方向性阵列天线综合方法
 [J]. 电子学报 2006 34(3): 459-463.
 Liu Yuan ,Deng Weibo ,Li Lei ,et al. A pattern synthesis method for superdirective array antennas [J]. Acta Electron-ica Sinica 2006 34(3): 459-463. (in Chinese)
- [2] Lo Y T ,Lee S W ,Lee Q H. Optimization of directivity and signal-to-noise ratio of an arbitrary antenna array [J]. Proceedings of the IEEE ,1966 54(8): 1033 - 1045.
- [3] Rocca P , Manica L , Massa A. Directivity optimization in planar sub-arrayed monopulse antenna [J]. Progress in Electromagnetics Research Letters 2008 4: 1-7.
- [4] Ohashi E Arai H. Estimation of directivity on array antennas by using 1D electric current distribution [A]. 2014 International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP)
 [C]. Kaohsiung: IEEE 2014. 291 – 292.
- [5] Morton T E , Pasala K M. Performance analysis of conformal conical arrays for airborne vehicles [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems ,2006 ,42 (3): 876-890.
- [6] Giuli D. Polarization diversity in radars [J]. Proceedings of the IEEE ,1986 74(2): 245 - 269.
- [7] 张国毅,刘永坦. 高频地波雷达多干扰的极化抑制[J]. 电子学报 2001 29(9): 1206 - 1209.
 Zhang Guoyi, Liu Yongtan. Polarization suppression of multidisturbance in HF ground wave radar [J]. Acta Electronica Sinica 2001 29(9): 1206 - 1209. (in chinese)
- [8] Woelder K ,Granholm J. Cross-polarization and sidelobe suppression in dual linear polarization antenna arrays [J].
 IEEE Transactions on Antennas and Propagation ,1997 45 (12): 1727 – 1740.
- [9] Dohmen C ,Odendaal J W ,Joubert J. Synthesis of conformal arrays with optimized polarization [J]. IEEE Transac-

tions on Antennas and Propagation ,2007 ,55 (10): 2922 - 2925.

- [10] Xiao J J ,Nehorai A. Optimal polarized beampattern synthesis using a vector antenna array [J]. IEEE Transactions on Signal Processing 2009 57(2): 576 – 587.
- [11] Fuchs B Fuchs J J. Optimal polarization synthesis of arbitrary arrays with focused power pattern [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation ,2011 ,59 (12): 4512 - 4519.
- [12] Tsui K M ,Chan S C. Pattern synthesis of narrowband conformal arrays using iterative second-order cone programming [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation 2010 58(6): 1959 - 1970.
- [13] Fuchs B. Polarization synthesis of arbitrary arrays with shaped beam pattern [A]. 2013 IEEE International Symposium on Phased Array Systems & Technology [C]. Waltham MA: IEEE 2013.689 - 692.
- [14] Li M Chang Y Li Y et al. Optimal polarised pattern synthesis of wideband arrays via convex optimisation [J]. IET Microwaves Antennas & Propagation 2013 ,7(15): 1228 - 1237.
- [15] Balanis C A. Antenna theory: Analysis and Design [M]. Hoboken: John Wiley & Sons 2005.
- [16] Lobo M S ,Vandenberghe L ,Boyd S ,et al. Applications of second-order cone programming [J]. Linear Algebra and Its Applications ,1998 284(1): 193 – 228.
- [17] Boyd S , Vandenberghe L. Convex Optimization [M]. Cambridge: Cambridge University Press 2004.
- [18] Yang F ,Zhang X X ,Ye X ,et al. Wide-band E-shaped patch antennas for wireless communications [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation 2001 ,49(7): 1094-1100.

作者简介

杨 晶 女 ,1992 年 12 月出生于河南驻马店. 厦门大学电子科 学系硕士研究生. 研究方向为阵列综合理论与算法.

刘颜回(通信作者) 男,1983 年12 月出生于广西桂林. 厦门大 学电子科学系/电磁声学研究院副教授、博士生导师. 主要研究天线理 论与技术、阵列信号处理.

E-mail: yanhuiliu@ xmu. edu. cn

白晶晶 女,1990年9月出生于山西长治.厦门大学电磁声学研 究院硕士研究生.研究方向为阵列综合理论与算法.

柳清伙 男,1963 年 2 月出生于福建泉州. 美国杜克大学教授, 国家"千人计划"特聘专家,教育部"长江学者奖励计划讲座教授", IEEE Fellow、美国声学学会 Fellow.

聂在平 男,1946 年 10 月出生于陕西西安. 电子科技大学教授、 博士生导师. 中国电子学会会士,IEEE Fellow. 主要研究兴趣包括: 计 算电磁学、电磁散射与逆散射、非均匀介质中的场与波、新一代移动通 信中的多天线技术等.