部分线性固定效应空间滞后面板模型的估计研究*

许永洪　陈剑伟

内容提要: 本文构建了一类部分线性固定效应空间滞后面板模型，在此模型中，综合考虑了固定效应、参数自变量和非参数自变量的影响。基于截面拟极大似然估计方法对模型的参数部分和非参数部分进行了估计，并在个体数 n 和时期数 T 都很大的情况下，推导估计量的大样本表现。研究结果表明，在大样本条件下，估计量具有一致性，参数估计量满足渐近正态分布并且收敛速度为 $\sqrt{nT}$。

关键词: 固定效应; 部分线性; 空间滞后面板模型

DOI: 10.19343/j.cnki.11-1302/c.2017.12.009

中图分类号: O212　　文献标识码: A　　文章编号: 1002-4565(2017)12-0099-11

Estimation in Partially Linear Spatial Lag Panel Model with Fixed Effects

Xu Yonghong & Chen Jianwei

Abstract: We proposed a class of partially linear spatial lag panel model with fixed effects. The influence of fixed effect, parameter and nonparametric independent variables are considered synthetically in the model. The parametric and nonparametric parts of the model are estimated on the basis of the profile quasi-maximum likelihood estimation, and asymptotic properties for the estimators are deduced under the condition that the number of individuals and the number of periods are large. The results show that, under large sample conditions, the estimators are consistent and the parameter estimator satisfies the asymptotic normal distribution and the convergence rate is $\sqrt{nT}$.

Key words: Fixed Effect; Partially Linear; Spatial Lag Panel Model

一、引言

地理学第一定律指出，任何事物都是空间相关的，距离越近，相关程度越大。经济现象之间也存在普遍的空间效应，Anselin(1988) 指出，空间效应主要包括空间相依性和空间异质性，并认为“空间计量经济学”是计量经济学的一个分支学科，为了消除空间效应造成的传统误差假设难以成立的影响，将空间效应纳入传统的计量模型中加以考察。

传统的计量经济学，因为忽略了地理空间邻近可能引起的数据空间相依性和空间异质性，将可能导致模型估计方法和检验结果的失效或偏差。空间计量经济学针对性地处理了这些问题，重塑了具有空间效应模型的分析框架，通过定义不同的空间关系或时空关系，对其溢出效应的方向和大

* 本文为国家社会科学基金重大项目“资本存量核算的理论、方法研究与相关数据库建设”(15ZDB135) 的阶段成果。

小进行观测、度量和分析。

Baltagi(2001)将空间效应引入面板模型中，开创性地讨论了空间面板模型，空间计量方法也从截面数据拓展到面板数据。Elhorst(2003)[1]指出，当面板数据包含空间效应时，可能会出现两个问题，第一个问题是在各个时间点的观测值之间可能存在空间相关性，第二个问题是参数可能会随着地理位置的变化而变化，因此将四种面板模型，即固定效应模型、随机效应模型、固定系数模型和随机系数模型，进行了空间拓展。之后有大量的文献研究讨论了相关问题，可参考 Pesaran(2004)、Baltagi(2005)、Lee 和 Liu(2008)、Pace 和 LeSage(2009)。目前，许多经典计量分析都引入了空间计量方法，除了空间横截面模型、空间面板模型，还有空间贝叶斯模型、矩阵指数空间模型、受限因变量空间模型和空间半参数模型等。

参数空间面板模型研究成果已经相对成熟和完整。但是预先设定的参数计量模型形式具有较为强烈的主观性，对一些具体的计量问题，不足以充分刻画被解释变量与解释变量之间的潜在关系，为了克服这些可能存在的问题，越来越多的学者致力于非参数和半参数计量模型的研究。非参数计量模型的优势在于其灵活性，不需要对模型结构做任何假定，但是非参数模型往往会遭遇“维数灾难”，并且在预测变量的维数较高时，难以给出合理的解释。半参数计量模型则是介于参数计量模型和非参数计量模型之间的一类模型，兼具参数计量模型的可解释性和非参数计量模型的灵活性等优点，得到了相当广泛的应用。为了克服可能存在的空间参数模型的错误设定问题，近年来学者逐渐关注非参数和半参数方法在空间计量模型中的应用，但这一领域的研究尚处于起步阶段，理论和应用都有待进一步完善。

为了消除传统的计量经济学因忽略地理空间邻近带来的数据空间相依性和空间异质性，从而可能导致的计量估计方法和检验结果的偏差，同时为了克服参数空间面板模型设定过于主观和难以充分刻画被解释变量与解释变量之间潜在的复杂关系，本文在固定效应空间动态面板模型和部分线性空间自回归模型的基础上，构建一类部分线性固定效应空间滞后面板模型，在空间滞后面板模型中，综合考虑了固定效应、参数自变量和非参数自变量的影响，基于截面拟极大似然估计方法对模型的参数部分和非参数部分进行了估计，并在个体数 n 和时期数 T 都很大的情况下，推导估计量的大样本性质，最后通过数值模拟考察了估计量在有限样本下的表现。

二、文献综述

对于空间参数模型的估计方法主要有极大似然估计(ML)、两阶段最小二乘法(2SLS)和广义矩估计(GMM)，应用最为广泛的是 ML 方法。Ord(1975)最早使用 ML 方法对 SAR 模型进行参数估计，Smirnov 和 Anselin(2001)[2]利用权重矩阵的特征多项式计算对数似然函数中的雅可比行列式，以提高 ML 方法应用于大型空间数据集的计算速度。其间，Anselin(1988)、Anselin 和 Bera(1998)认为 ML 估计量具有常见的$\sqrt{n}$收敛速率，但是没有给出具体证明。

在空间统计中，存在两种类型的渐近性(Cressie，1993)，基于观测地区数递增的递增域渐近，和基于观测地区数不变，但观测密度递增的固定域渐近，Mardia 和 Marshall(1984)[3]、Cressie 和 Lahiri(1993)[4]给出了在递增域下，扰动项具有空间相关性时，传统计量模型 ML 估计量的一致性和渐近正态性。Ripley(1988)指出，因为随着观测递增，地区交互作用会上升，所以固定域下的 ML 估计量的通常表现并不存在理论基础(例如一致性和渐近性。

Lee(2004)[5]详细证明了 SAR 模型 ML 估计量和拟极大似然估计 QML 估计量的渐近性质。参数估计量的渐近速率取决于模型空间权重矩阵的一些基本特征，当各空间单位只会被少数几个空间单位影响时，ML 估计量和 QML 估计量具有$\sqrt{n}$的收敛速率及渐近正态分布，当各单位会被许

多邻近单位影响时，这些估计量可能具有不同的收敛速率。文章同时指出，在只有递增域作用时，估计量满足一致性并且具有$\sqrt{n}$的收敛速率; 在递增域和固定域共同存在时，估计量具有不同的收敛速率并且可能小于$\sqrt{n}$速率; 在只有固定域作用时，估计量可能不一致。之后，Yu 等(2008) [6]、Lee 和 Yu(2010) [7] 对空间动态面板数据模型的 ML 估计量和 QML 估计量的一致性和渐近分布进行了相关拓展。

对于空间计量模型的两阶段最小二乘法(2SLS) 估计，可以参阅 Kelejian 和 Prucha(1998) [8]，Lee(2003 [9]，2007 [10])，Kapoor 和 Kelejian(2007) [11]。Kelejian 和 Prucha(1999) [12] 最早引入了对 SAR 模型的矩估计，随后，Lee(2001) [13] 将矩估计量拓展为更一般的广义矩估计(GMM)，更多 GMM 方法可以参阅 Lee(2007) [10]、Lin 和 Lee(2010) [14]。总体而言，空间参数模型的理论研究和应用研究都已较为成熟，取得了一系列丰富的成果。

半参数计量模型兼具参数计量模型可解释性和非参数计量模型灵活性的优点，得到了相当广泛的应用。半参数计量模型具有多种形式，其中应用较多的有部分线性模型(Härdle，2000)、可加模型(Cuzick，1992 [15])、单指数模型(Carroll，1997) [16] 和变系数模型(Hastie，1993) [17]，以及它们之间的混合形式等。

近年来学者开始将非参数和半参数方法运用于空间计量模型的研究，Su 和 Jin(2010) [18] 设定了一类部分线性空间自回归模型，提出截面拟极大似然估计量，并研究了估计量收敛速率: 空间自回归系数估计量的收敛速率取决于模型空间权重矩阵的一些基本特征设定，而其他有限维参数的估计量具有一般的$\sqrt{n}$的收敛速率; 对于不同性质的空间权重矩阵，需要对窗宽参数设置不同的限制，才能保证非参数部分的估计具有一致性。之后，Su(2012) [19] 又提出半参数空间自回归模型的 GMM 估计量，通过对模型设置矩条件，得出误差项存在异方差和空间自相关时估计量的性质。Zhang(2017) [20] 研究了在外生空间权重矩阵和外生自变量的条件下，一类随机效应部分限定的空间面板模型的工具变量估计，并给出了参数部分和非参数部分方差 - 协方差矩阵的渐近一致估计。国内涉及空间半参数模型的文献相对较少，陈建宝和孙林(2015) [21] 构建了随机效应空间滞后单指数面板模型的截面极大似然估计方法，证明了估计量的大样本性质，并通过数值模拟考察了估计量的小样本表现。目前非参数和半参数空间面板模型方面的研究成果相对较少，理论和应用都有待进一步完善。

三、模型研究

Yu 等(2008) [6] 研究了固定效应空间动态面板数据模型:

$$Y_{nt} = \lambda_0 W_n Y_{nt} + \gamma_0 Y_{n,t-1} + \rho_0 W_n Y_{n,t-1} + X_{nt}\beta_0 + c_0 + \varepsilon_{m} \tag{1}$$

Su 和 Jin(2010) [18] 研究了一类部分线性空间自回归模型:

$$Y_n = \lambda_0 W_n Y_n + X_n \beta_0 + f_0(Z_n) + \varepsilon_n \tag{2}$$

本文在式(1) 和式(2) 的基础上，构建一类部分线性固定效应空间滞后面板模型:

$$Y_{nt} = \lambda_0 W_n Y_{nt} + X_{nt} \beta_0 + f_0(Z_{nt}) + c_0 + \varepsilon_{nt} \tag{3}$$

其中，$t = 1,2,\cdots,T$，$Y_{nt} = (y_{1t},y_{2t},\cdots,y_{nt})$，$W_n$ 是 $n \times n$ 的空间权重矩阵，X_{nt} 和 Z_{nt} 分别是 $n \times p$ 的一类解释变量矩阵和 $n \times q$ 的二类解释变量矩阵，$f_0(Z_{nt}) = (f_0(z_{1t}),\cdots,f_0(z_{nt}))'$，$f_0(\cdot)$ 是未知函数形式，$c_0 = (c_1,\cdots,c_n)'$ 表示固定效应，为了确保 c_0 可识别，假设 $\sum_{i=1}^{n} c_i = 0$，ε_{nt} 为独立同分布的误差项。令 $\xi = (\beta',\lambda)'$，$\delta = (\xi',\sigma^2)'$，$\theta = (\delta',c')'$，则式(3) 的对数拟似然函数为:

$$\begin{cases}\ln L_{nT}(\theta) = -\dfrac{nT}{2}\ln(2\pi) - \dfrac{nT}{2}\ln\sigma^2 + T\ln|I_n - \lambda W_n| - \sum\limits_{t=1}^{T}\dfrac{e_{nt}(\theta)^T e_{nt}(\theta)}{2\sigma^2} \\ e_{nt}(\theta) = (I_n - \lambda W_n)Y_{nt} - X_{nt}\beta - c - f_0(Z_{nt})\end{cases} \tag{4}$$

在对数拟似然函数式(4)中,因为 $f_0(Z_{nt})$ 未知,无法直接通过最大化式(4)得到参数的估计值,所以本文采取截面拟极大似然估计方法估计式(3)。

为了估计 $f_0(\cdot)$,将模型表达为另一种更紧凑的形式。记 $Y = (y_{11},\cdots,y_{1T},\cdots,y_{n1},\cdots,y_{nT})'$,$X = (x_{11},\cdots,x_{1T},\cdots,x_{n1},\cdots,x_{nT})'$,其中 x_{it} 表示 t 期第 i 个截面的一类解释变量,$F_0(Z) = (f_0(z_{11}),\cdots,f_0(z_{1T}),\cdots,f_0(z_{n1}),\cdots,f_0(z_{nT}))'$,$z_{it}$ 表示 t 期第 i 个截面的二类解释变量,即 $x_{it} = (x_{it1},\cdots,x_{itp})'$ 和 $z_{it} = (z_{it1},\cdots,z_{itq})'$,$\varepsilon = (\varepsilon_{11},\cdots,\varepsilon_{1T},\cdots,\varepsilon_{n1},\cdots,\varepsilon_{nT})'$,那么式(3)可以等价地表示为:

$$Y = \lambda_0 WY + X\beta_0 + F_0(Z) + Dc_0 + \varepsilon \tag{5}$$

其中,$W = W_n \otimes I_T$,$\otimes$ 表示克罗内克积,$D = I_n \otimes l_T$,I_n 和 I_T 分别表示 n 维和 T 维的单位矩阵,l_T 表示由 T 个 1 构成的列向量。

记 $B(\lambda) \equiv I_{nT} - \lambda W$,$B = B(\lambda_0) = I_{nT} - \lambda_0 W$,当 B 非奇异时,式(5)可以表示为:

$$Y = B^{-1}(X\beta_0 + F_0(Z) + Dc_0 + \varepsilon) \tag{6}$$

接着,基于截面拟极大似然估计方法,分三步对式(5)进行估计。其中,步骤 1 是假定模型中参数部分已知,通过局部多项式估计得到非参部分 $F_0(Z)$ 的初始可行估计 $F_\theta(Z)$,将 $F_0(Z)$ 转化为由窗宽序列、核函数以及模型参数表示的表达式,从而将其从模型中消去。步骤 2 则是将步骤 1 得到的非参部分估计值 $F_\theta(Z)$ 代入式(5)中,得到不包含非参表达式的各对数截面拟似然函数,通过对各对数截面拟似然函数求导得到参数估计值 $\hat{\theta}$。最后,步骤 3 将步骤 2 得到的参数估计值 $\hat{\theta}$ 代入步骤 1 中,得到非参部分的最终估计 $\hat{F}_{\hat{\theta}}(Z)$。

步骤 1,假定 θ 已知,通过局部多项式估计得到 $F_0(Z)$ 的初始可行估计。记 $K(\cdot)$ 为 R^q 上的核函数,$h = h_{nT}$ 为对应的窗宽序列,并且 $K_h(z) = h^{-q}K(z/h)$。那么关于 $f_0(z)$ 的 r 阶局部多项式估计可由最大化如下的截面拟似然准则得到:

$$Q_{nT}(\alpha(z)) \equiv (nT)^{-1}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}K_h(z_{it}-z)\ln\varphi_{\sigma^2}\Big((Y-\lambda WY)_{it} - x_{it}^T\beta - \sum_{0\leqslant|j|\leqslant r}\alpha_j h^{-|j|}(z_{it}-z)^j - c_i\Big) \tag{7}$$

在式(7)中,$\varphi_{\sigma^2}(\cdot)$ 表示零均值有限方差 σ^2 的正态分布的概率密度函数。其他相应的符号意义如下:$j = (j_1,\cdots,j_q)$,$|j| = \sum_{i=1}^{q} j_i$,$z^j = \prod_{i=1}^{q}(z_i)^{j_i}$,且满足 $\sum_{0\leqslant|j|\leqslant r} = \sum_{k=0}^{r}\sum_{j_1=0}^{k}\cdots\sum_{j_q=0}^{k}$ $j_1 + \cdots + j_q = k$。对于 $|j| = 1,\cdots,r$,$\alpha_j \equiv \alpha_j(z)$ 表示在 z 处关于 $f_0(z_{it})$ 的 r 次泰勒展开式中,$(z_{it}-z)^j$ 的比例系数,即 $\alpha_j = (h^{|j|}/j!)\,\partial^{|j|}f_0(z)/(\partial^{j_1}z_1,\cdots,\partial^{j_q}z_q)$,其中,$j! = \prod_{i=1}^{q}j_i!$。另外,令 $\alpha_l(z)$ 表示 $|j| = l\,(0\leqslant l\leqslant r)$ 时,以字典顺序排列的所有 $\alpha_j(z)$ 系数,即以 $(0,0,\cdots,l)$ 对应系数为第一个元素,以 $(l,0,\cdots,0)$ 对应系数为最后一个元素,所以 $\alpha(z)$ 可以表示为 $(\alpha_0(z),\alpha_1(z)',\cdots,\alpha_r(z)')'$。记式(7)的最大值为 $\alpha_\theta(z) = (\alpha_{0,\theta}(z),\alpha_{1,\theta}(z)',\cdots,\alpha_{r,\theta}(z)')'$,对于给定的 θ,$\alpha_{l,\theta}(z)$ 表示当 $|j| = l$ 时,对 α_j 的估计值 $\alpha_{j,\theta}$ 以字典顺序组成的一个集合,容易知道,$\alpha_{l,\theta}(z)$ 中的元素个数为 $N_l = C_{q+l-1}^{l}$。令 $N \equiv \sum_{l=0}^{r}N_l$,那么 $\alpha_\theta(z)$ 是一个 $N\times 1$ 向量。在特殊情况下,例如,当 $r = 1$ 时,$\alpha(z) = (\alpha_0(z),\alpha_1(z)')' = (\alpha_{(0,0,\cdots,0)}(z),\alpha_{(0,0,\cdots,1)}(z),\cdots,\alpha_{(1,0,\cdots,0)}(z))'$,$N = N_0 + N_1 = 1 + q$。

给定 θ,可得式(7)达到最大值时的 $\alpha_\theta(z)$:

$$\alpha_\theta(z) = \arg\min_{\alpha}(B(\lambda)Y - X\beta - Dc - \vec{Z}(z)\alpha)'K_h(z)(B(\lambda)Y - X\beta - Dc - \vec{Z}(z)\alpha) \tag{8}$$

在式(8)中，$\vec{Z}(z)=(\vec{Z}_{11}(z),\cdots,\vec{Z}_{1T}(z),\cdots,\vec{Z}_{n1}(z),\cdots,\vec{Z}_{nT}(z))'$，且 $\vec{Z}_{11}(z)$ 表示以字典顺序排列的，$|j|=0,1,\cdots,r$ 下 $h^{-|j|}(z_{it}-z)^{j}$ 组成的集合。$K_h(z)=\mathrm{diag}(K_h(z_{11}-z),\cdots,K_h(z_{1T}-z),\cdots,K_h(z_{n1}-z),\cdots,K_h(z_{nT}-z))$。$\alpha_\theta(z)$ 中的第一个元素表示给定 θ 下 $f_0(z)$ 的截面拟极大似然估计量，记为 $f_\theta(z)$。记 $S(z)=(\vec{Z}(z)'K_h(z)\vec{Z}(z))^{-1}\vec{Z}(z)'K_h(z)$，那么:

$$\alpha_\theta(z)=S(z)(B(\lambda)Y-X\beta-Dc) \tag{9}$$

$f_0(z)$ 的估计为:

$$f_\theta(z)=s(z)'(B(\lambda)Y-X\beta-Dc) \tag{10}$$

式(10)中，$s(z)'=e'_N S(z)$，$e_N=(1,0,\cdots,0)'$ 是 $N\times 1$ 向量，记

$S_{nT}=(s(z_{11}),\cdots,s(z_{1T}),\cdots,s(z_{n1}),\cdots,s_{(z_{nT})})'$，那么 $F_\theta(Z)=S_{nT}(B(\lambda)Y-X\beta-Dc)$。

需要说明的是，当 $r=0$ 时，$\alpha_\theta(z)$ 直接退化为 $f_\theta(z)$，此时得到的估计量为局部常数估计量，也称为 Nadaraya-Watson 核估计量。它在自变量支撑边界附近估计一个回归函数时，具有潜在的较大偏差。为了消去局部常数估计量中的随机分母，又需要用到修剪函数或者密度加权方法。为了避免这些问题，本文在研究中，主要关注 $r\geqslant 1$ 的情形。

步骤 2，将步骤 1 得到的 $F_\theta(Z)$ 代入式(5)，得到对数截面拟似然函数:

$$\ln L_{nT}(\delta,c)=-\frac{nT}{2}\ln(2\pi)-\frac{nT}{2}\ln\sigma^2+\ln|B(\lambda)|-\frac{1}{2\sigma^2}((I_{nT}-S_{nT})(B(\lambda)Y-X\beta-Dc))'\times((I_{nT}-S_{nT})(B(\lambda)Y-X\beta-Dc)) \tag{11}$$

对式(11)求导，利用一阶条件，首先得到 c 的估计量:

$$\hat{c}=[D'(I_{nT}-S_{nT})'(I_{nT}-S_{nT})D]^{-1}[D'(I_{nT}-S_{nT})'(I_{nT}-S_{nT})(B(\lambda)Y-X\beta)]=(\tilde{D}'\tilde{D})^{-1}\tilde{D}'(I_{nT}-S_{nT})(B(\lambda)Y-X\beta) \tag{12}$$

式(12)中，$\tilde{D}\equiv(I_{nT}-S_{nT})D$，并令 $V(\xi)\equiv B(\lambda)Y-X\beta$，将 $\hat{c}$ 代入式(11)中，得到中心化对数截面拟似然函数:

$$\ln L_{nT}(\delta)=-\frac{nT}{2}\ln(2\pi)-\frac{nT}{2}\ln\sigma^2+\ln|B(\lambda)|-\frac{1}{2\sigma^2}[M_1(I_{nT}-S_{nT})V(\xi)]'[M_1(I_{nT}-S_{nT})V(\xi)] \tag{13}$$

式(13)中，$M_1=I_{nT}-\tilde{D}(\tilde{D}'\tilde{D})^{-1}\tilde{D}'$，容易知道，$M_1$ 是对称、幂等矩阵，并且 $M_1\tilde{D}=0$。对式(13)求导，根据一阶条件可得 β 的截面拟极大似然估计量为:

$$\hat{\beta}(\lambda)=(X'M_1^+X)^{-1}X'M_1^+B(\lambda)Y \tag{14}$$

式(14)中，$M_1^+\equiv(I_{nT}-S_{nT})'M_1(I_{nT}-S_{nT})$，同理，可得 σ^2 的截面拟极大似然估计量为:

$$\hat{\sigma}^2(\lambda)=\frac{1}{nT}(B(\lambda)Y-X\hat{\beta}(\lambda))'M_1^+(B(\lambda)Y-X\hat{\beta}(\lambda))=\frac{1}{nT}Y'B'(\lambda)(I_{nT}-S_{nT})'M_2(I_{nT}-S_{nT})B(\lambda)Y \tag{15}$$

式(15)中，$M_2=M_1-M_1\tilde{X}(\tilde{X}'M_1\tilde{X})^{-1}\tilde{X}'M_1$，其中，$\tilde{X}\equiv(I_{nT}-S_{nT})X$，容易知道，$M_2$ 是对称、幂等矩阵，并且 $M_2\tilde{X}=0$，$M_2\tilde{D}=0$。最后，将 $\hat{\beta}(\lambda)$ 和 $\hat{\sigma}^2(\lambda)$ 代入式(13)中，得到关于 λ 的集中截面对数拟似然函数:

$$\ln L_{nT}(\lambda)=-\frac{nT}{2}(\ln(2\pi)+1)-\frac{nT}{2}\ln\hat{\sigma}^2(\lambda)+\ln|B(\lambda)| \tag{16}$$

式(16)为未知参数 λ 的函数，其截面拟极大似然估计量 $\hat{\lambda}$ 最大化式(16)，相应地，$\hat{\beta}(\lambda)$ 和

$\hat{\sigma}^2(\lambda)$ 的截面拟极大似然估计量分别为 $\hat{\beta}(\hat{\lambda})$ 和 $\hat{\sigma}^2(\lambda)$，并由式(12)得到 $\hat{c}$。

在实际拟合过程中，$\hat{c}$ 可能是 $c_0 \pm a \cdot 1_n$，即真实固定效应向量加减一个常数向量的估计，因为限制了可辨认条件 $\sum_{i=1}^{n} c_i = 0$，所以需要对 $\hat{c}$ 进行一定的转换处理：

$$\hat{\hat{c}} = \hat{c} - \frac{\mathrm{sum}(\hat{c})}{n} \cdot 1_n \tag{17}$$

式(17)中，$\mathrm{sum}(\hat{c})$ 表示向量 $\hat{c}$ 中所有元素之和，经过转换后，$\hat{\hat{c}}$ 中所有元素之和为 0，满足条件。

步骤 3，令 $\hat{\theta} = (\hat{\delta}', \hat{\hat{c}}')'$ 代替步骤 1 当中的 θ，则 $F_0(Z)$ 的最终估计为：

$$\hat{F}_{\hat{\theta}}(z) = S_{nT}(B(\hat{\lambda})Y - X\hat{\beta} - D\hat{\hat{c}}) \tag{18}$$

四、渐进性质

(一) 假设条件

为了实现各截面拟极大似然估计量的稳健性质，本文需要以下基本的模型假设条件：

假设 1：$\{\varepsilon_{it}\}_{i=1\,t=1}^{n,T}$ 是 i.i.d. 随机序列，对于 $i = 1,2,\cdots,n$，$t = 1,2,\cdots,T$，$E(\varepsilon_{it}) = 0$，$Var(\varepsilon_{it}) = \sigma_0^2$，并且存在 $\gamma > 0$，使得 $E(|\varepsilon_{it}|^{4+\gamma}) < \infty$。

假设 1 是对 ε_{it} 的常规假设，它假设误差项独立同分布。如果误差项存在异方差或自相关时，那么 SAR 模型的拟极大似然估计量将不再是一致估计量。当误差项服从正态分布时，模型估计量为极大似然估计量。

假设 2：① W_n 的元素一致小于 $O(1/l_n)$，并且 $\lim_{n\to\infty} l_n/n = 0$，作为标准化，$W_n$ 的对角元素都为 0。②$I_n - \lambda_0 W_n$ 是非奇异矩阵。③W_n 和 $(I_n - \lambda_0 W_n)^{-1}$ 都满足绝对行和、绝对列和一致有界。④$(I_n - \lambda W_n)^{-1}$ 在 $\lambda \in \Lambda$ 上满足绝对行和、绝对列和一致有界①，其中 Λ 表示参数凸紧集，并且 $\lambda_0 \in \Lambda$。

假设 2 是由 Lee(2004)[5] 提出的关于空间权重矩阵核心性质的假设(Yu 等，2008[6]；Su 和 Jin，2010[18]；陈建宝和孙林，2015[21] 等)。当 $\{l_n\}$ 是有界序列时，假设 2 中的显然总会满足，当 $\{l_n\}$ 是发散序列时，要求 $\{l_n\}$ 的发散速度比 n 小。W_n 的对角元素都为 0，避免出现空间自影响。假设 2② 保证 $I_n - \lambda_0 W_n$ 是可逆的，即式(5)具有如式(6)的均衡解。Kelejian 和 Prucha(1998[8]，2001[22])将假设 2③引入空间计量分析中，获得了广泛运用。它将空间相关性限制在一个可以处理的程度上，方便于研究空间计量模型估计量的渐近性质。在许多实证分析中，往往采用标准化的空间权重矩阵，即矩阵各行加总都为 1，这样矩阵各元素都属于，利于实证分析。假设 2④意味着 $(I_n - \lambda W_n)^{-1}$ 在某些以 λ_0 为中心的邻域内保持绝对行和、绝对列和一致有界。

假设 3：① (x_{it}, z_{it}) $(i = 1,2,\cdots,n, t = 1,2,\cdots,T)$ 是非随机回归元，并在 $X \times Z$ 上一致有界。② 对于 $i = 1,2,\cdots,n$，$t = 1,2,\cdots,T$，在 Z 上存在函数 $f_a(z)$ 满足：

$$x_{it,a} = f_a(z_{it}) + \eta_{it,a} \tag{19}$$

其中，$x_{it,a}$ 表示 x_{it} 的第 a 个元素，$a = 1,2,\cdots,p$。实数序列 $\{\eta_{it}\}$ 满足：

$$\lim_{n,T\to\infty} \frac{1}{nT}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}\left\{\eta_{it}\left(\eta'_{it} - \frac{\sum_{h=1}^{T}\eta'_{ih}}{T}\right)\right\} = \Phi_{X,X} \tag{20}$$

① 矩阵 W_n 绝对行和一致有界和绝对列和一致有界是指存在非负常数 c，使得 $\max_{1\leqslant i\leqslant n}\sum_{i=1}^{n}|w_{ij}| \leqslant c$ 和 $\max_{1\leqslant j\leqslant n}\sum_{j=1}^{n}|w_{ij}| \leqslant c$。

和 $\lim\sup_{n,T\to\infty}\frac{1}{(nT)^{1/2}\ln(nT)}\max_{1\leqslant l\leqslant nT}\left\|\sum_{s=1}^{l}\eta_{(it)_s}\right\|<\infty$ (21)

式(20)中,$\Phi_{X,X}$ 是一个正定矩阵,式(21)中,$\|\cdot\|$表示欧几里得范数,$(it)_s$ 表示$(11,\cdots,1T,\cdots,n1,\cdots,nT)$中的任意一个元素,并且,当$s\neq k$时,$(it)_s\neq(it)_k$。③函数$f_a(\cdot)$ $(a=0,1,\cdots,p)$是$(r+1)$阶连续可微的有界函数,并且它们的$(r+1)$阶偏导数满足一阶 Lipschitz 条件。④对于任意的有界连续函数$v(\cdot)$,存在正的密度函数$g(\cdot)$,使得:

$$\lim_{n,T\to\infty}\frac{1}{nT}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}v(z_{it})=\int v(z)g(z)\mathrm{d}z \tag{22}$$

假设 3①中的非随机一致有界假定见诸于 Kelejian 和 Prucha(1998[8],1999[12],2001[22],2010[23])等文献,此假定避免了使用修剪函数修剪非参数估计量的需要。假设 3②延续了 Gao(1995)[24]的假设 1、Härdle(2000)的假设 1.3.1(2)和 Su 和 Jin(2010)[18]的假设 1(2),本文不排除$f_a(z_{it})\equiv0$的情况,此时$x_{it,a}=\eta_{it,a}$,式(20)即$\lim_{n,T\to\infty}(nT)^{-1}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}x_{it}(x'_{it}-T^{-1}\sum_{h=1}^{T}x'_{ih})=\Phi_{X,X}$,或者可以将$f(z_{it})=(f_1(z_{it}),\cdots,f_p(z_{it}))'$视为$E(x_{it}\mid z_{it})$,记$\bar{x}_{it}=x_{it}-f(z_{it})=x_{it}-E(x_{it}\mid z_{it})$,式(21)即$\lim_{n,T\to\infty}(nT)^{-1}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}\bar{x}_{it}(\bar{x}'_{it}-T^{-1}\sum_{h=1}^{T}\bar{x}'_{ih})=\Phi_{X,X}$。式(22)将$\eta_{it}$的相关性压缩于$nT$水平以方便研究。当$\{\eta_{it}\}$是零均值、有限方差$\Phi_{X,X}$的 i.i.d. 序列时,假设 3②以概率 1 满足。假设 3③是局部多项式估计里的常规假设。假设 3④包含了序列$\{z_{it}\}$是随机产生的情形,例如,当z'_{it}是密度函数为$g(\cdot)$的 i.i.d. 序列时,那么假设 3④以概率 1 满足[25]。

假设 4: ①核函数$K(\cdot)$的支撑集为R^q上的紧集,其在支撑集上为连续非负的偶函数。②存在$\kappa>0$,令$h\infty(nT)^{-1/\kappa}$,使得$nTh^{2q}\to\infty$,$nTh^{4(r+1)}\to0$。

假设 4 主要关注核函数和窗宽,在有关局部多项式估计量的非参数文献中经常见到。例如,Su 和 Jin(2010)[18]做出了仅考虑截面数据的相似假设: 存在$\kappa>0$,令$h\propto n^{-1/\kappa}$,使得$nh^{2q}\to\infty$,$nh^{4(r+1)}\to0$。假设 4②要求$r>q/2-1$,当$q\leqslant3$时,本文可以简便地选取$r=1$以进行局部线性估计; 当$q\geqslant4$时,则需要一个更高阶的局部多项式以满足假设。当然,因为"维数灾难"的原因,本文并不建议在实际运用中选取过大的q。

为了研究的进行,令$G=WB^{-1}$。

假设 5: $\max_{1\leqslant i\leqslant nT}|((I_{nT}-S_{nT})GF_0(Z))_i|=O(h^{r+1}+(nT)^{-1/2}h^{-q/2})$。

因为G出现在$(I_{nT}-S_{nT})$和$F_0(Z)$的乘积之间,通过假设规避特殊情况的发生。本假设参照 Su 和 Jin(2010)[18]所做的假设 6。

(二)渐近性质

本文将讨论在大样本条件下,各估计量的大样本性质。

首先,根据式(5)和式(6)可得Y的简化型表达式:

$$Y=X\beta_0+F_0(Z)+Dc_0+\lambda_0G(X\beta_0+F_0(Z)+Dc_0)+B^{-1}\varepsilon \tag{23}$$

其中,$G=WB^{-1}$,所以$B^{-1}=I_{nT}+\lambda_0G$。

由式(13)定义:

$$Q_{nT}(\lambda)=\frac{1}{nT}\max_{\beta,\sigma^2}E[\ln L_{nT}(\delta)] \tag{24}$$

式(24)的最优解为:

$$\beta^*(\lambda)=(X'M_1^+X)^{-1}X'M_1^+B(\lambda)B^{-1}(X\beta_0+F_0(Z)+Dc_0) \tag{25}$$

记$R=G(X\beta_0+F_0(Z)+Dc_0)$,则$\sigma^2$的估计值为:

$$\sigma^{*2}(\lambda)=\frac{1}{nT}E\{(B(\lambda)Y-X\beta^{*}(\lambda))'M_1^{+}(B(\lambda)Y-X\beta^{*}(\lambda))\}=\frac{1}{nT}(F_0(Z)+(\lambda_0-\lambda)R)'M_2^{+}(F_0(Z)+(\lambda_0-\lambda)R)+\frac{\sigma_0^2}{nT}\mathrm{tr}\{B'^{-1}B'(\lambda)M_1^{+}B(\lambda)B^{-1}\} \tag{26}$$

因此，可将式(24)转化为:

$$Q_{nT}(\lambda)=-\frac{1}{2}(\ln(2\pi)+1)-\frac{1}{2}\ln\sigma^{*2}(\lambda)+\frac{1}{nT}\ln|B(\lambda)| \tag{27}$$

推论 1: 在假设 1 ~5 **成立下，在** $\lambda\in\Lambda$ **上，** $|1/(nT)\ln L_{nT}(\lambda)-Q_{nT}(\lambda)|\xrightarrow{p}0$**，且** $Q_{nT}(\lambda)$ **具有一致连续性。**

定理 1: 在假设 1 ~5 **成立下，**δ_0 **唯一可识别，并且** $\hat{\delta}\xrightarrow{p}\delta_0$。

接着，本文利用 $\partial\ln L_{nT}(\hat{\delta})/\partial\delta$ **在** δ_0 **处的泰勒展开式得到** $\hat{\delta}$ **的渐近分布。在** δ_0 **处，**$(nT)^{-1/2}\ln L_{nT}(\delta)$ **的一阶偏导数为:**

$$\frac{1}{\sqrt{nT}}\frac{\partial\ln L_{nT}(\delta_0)}{\partial\beta}=\frac{1}{\sigma_0^2\sqrt{nT}}X'M_1^{+}[F_0(Z)+\varepsilon]$$

$$\frac{1}{\sqrt{nT}}\frac{\partial\ln L_{nT}(\delta_0)}{\partial\lambda}=\frac{1}{\sigma_0^2\sqrt{nT}}R'M_1^{+}\varepsilon+\frac{1}{\sigma_0^2\sqrt{nT}}\{(\varepsilon'G'M_1^{+}\varepsilon-\sigma_0^2\mathrm{tr}G)+(GDc)'M_1^{+}F_0(Z)\}+\frac{1}{\sigma_0^2\sqrt{nT}}(GX\beta_0+GF_0(Z)+G\varepsilon)'M_1^{+}F_0(Z)$$

$$\frac{1}{\sqrt{nT}}\frac{\partial\ln L_{nT}(\delta_0)}{\partial\sigma^2}=\frac{1}{\sigma_0^4\sqrt{nT}}(\varepsilon'M_1^{+}\varepsilon-nT\sigma_0^2)+\frac{1}{\sigma_0^4\sqrt{nT}}\{F_0(Z)'M_1^{+}F_0(Z)+2F_0(Z)'M_1^{+}\varepsilon\}$$

因为:

$$\frac{1}{\sqrt{nT}}\frac{\partial\ln L_{nT}(\delta_0)}{\partial\beta}=\frac{1}{\sigma_0^2\sqrt{nT}}X'M_1^{+}\varepsilon+o_p(1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{nT}}\frac{\partial\ln L_{nT}(\delta_0)}{\partial\lambda}=\frac{1}{\sigma_0^2\sqrt{nT}}R'M_1^{+}\varepsilon+\frac{1}{\sigma_0^2\sqrt{nT}}(\varepsilon'G'M_1^{+}\varepsilon-\sigma_0^2\mathrm{tr}G)+\frac{1}{\sigma_0^2\sqrt{nT}}(GDc)'M_1^{+}F_0(Z)+o_p(1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{nT}}\frac{\partial\ln L_{nT}(\delta_0)}{\partial\sigma^2}=\frac{1}{\sigma_0^2\sqrt{nT}}(\varepsilon'M_1^{+}\varepsilon-nT\sigma_0^2)+o_p(1)$$

可以发现，$E\{(nT)^{-1/2}\partial\ln L_{nT}(\delta_0)/\partial\delta\}$ **并不会随着** n **和** T **的增大而趋于** 0**，这是由于估计固定效应而引起的偏差。在此，本文对**$(nT)^{-1/2}\partial\ln L_{nT}(\delta_0)/\partial\delta$ **做出适当的分解，即**$(nT)^{-1/2}\partial\ln L_{nT}(\delta_0)/\partial\delta=(nT)^{-1/2}\partial\ln L_{nT}^{*}(\delta_0)/\partial\delta-\Omega_{nT}$**，其中，**

$$\frac{1}{\sqrt{nT}}\frac{\partial\ln L_{nT}^{*}(\delta_0)}{\partial\delta}=\begin{pmatrix}\frac{1}{\sigma_0^2\sqrt{nT}}X'M_1^{+}\varepsilon\\ \frac{1}{\sigma_0^2\sqrt{nT}}R'M_1^{+}\varepsilon+\frac{1}{\sigma_0^2\sqrt{nT}}(\varepsilon'G'P_{nT}\varepsilon-\sigma_0^2\mathrm{tr}G)\\ \frac{1}{\sigma_0^2\sqrt{nT}}(\varepsilon'P_{nT}\varepsilon-nT\sigma_0^2)\end{pmatrix} \tag{28}$$

记 $P_{nT}=(I_{nT}-S_{nT})'(I_{nT}-S_{nT})$**，并且:**

$$\Omega_{nT}=\begin{pmatrix}0\\ \frac{1}{\sigma_0^2\sqrt{nT}}\varepsilon'G'(I_{nT}-S_{nT})'\tilde{D}(\tilde{D}'\tilde{D})^{-1}\tilde{D}'(I_{nT}-S_{nT})\varepsilon-\frac{1}{\sigma_0^2\sqrt{nT}}(GDc)'M_1^+F_0(Z)\\ \frac{1}{\sigma_0^2\sqrt{nT}}\varepsilon'(I_{nT}-S_{nT})'\tilde{D}(\tilde{D}'\tilde{D})^{-1}\tilde{D}'(I_{nT}-S_{nT})\varepsilon\end{pmatrix}+o(1) \tag{29}$$

这样的分解是有用的，因为此时 $E\{(nT)^{-1/2}\partial\ln L_{nT}^*(\delta_0)/\partial\delta\}\to 0$，所以 $(nT)^{-1/2}\partial\ln L_{nT}^*(\delta_0)/\partial\delta$ 的方差阵为:

$$E\left[\frac{1}{\sqrt{nT}}\frac{\ln L_{nT}^*(\delta_0)}{\partial\delta}\frac{1}{\sqrt{nT}}\frac{\ln L_{nT}^*(\delta_0)}{\partial\delta'}\right]=$$

$$\begin{pmatrix}\frac{X'M_1^+M_1^+X}{\sigma_0^2nT} & \frac{X'M_1^+M_1^+R}{\sigma_0^2nT}+\frac{\mu_3X'M_1^+\mathrm{diag}(G'P_{nT})1_{nT}}{\sigma_0^4nT} & \frac{\mu_3X'M_1^+\mathrm{diag}(P_{nT})1_{nT}}{2\sigma_0^6nT}\\ * & \begin{matrix}\frac{R'M_1^+M_1^+R}{\sigma_0^2nT}+\frac{\mu_3R'M_1^+\mathrm{diag}(G'P_{nT})1_{nT}}{\sigma_0^4nT}\\+\frac{(\mu_4-3\sigma_0^4)}{\sigma_0^4nT}\sum_{i=1}^{nT}G_{ii}^2+\frac{\mathrm{tr}(G'(G+G'))}{nT}\end{matrix} & \begin{matrix}\frac{\mu_3R'M_1^+\mathrm{diag}(P_{nT})1_{nT}}{2\sigma_0^6nT}\\+\frac{(\mu_4-3\sigma_0^4)}{2\sigma_0^6nT}\mathrm{tr}G+\frac{\mathrm{tr}G}{\sigma_0^2nT}\end{matrix}\\ * & * & \frac{1}{2\sigma_0^4}+\frac{\mu_4-3\sigma_0^4}{4\sigma_0^8}\end{pmatrix} \tag{30}$$

这是一个对称矩阵，对称元素省略。其中 μ_3 和 μ_4 分别表示 ε_{it} 的三阶原点矩和四阶原点矩，当 ε_{it} 服从正态分布时，$\mu_4-3\sigma_0^4=0$，G_{it} 表示 G 的第 i 个对角元素。下文推导信息矩阵的表达式，以发现它和方差矩阵的联系。

$$-E\left[\frac{1}{nT}\frac{\partial^2\ln L_{nT}(\delta_0)}{\partial\delta\partial\delta'}\right]=\begin{pmatrix}\frac{X'M_1^+X}{\sigma_0^2nT} & \frac{X'M_1^+R}{\sigma_0^2nT} & 0\\ * & \frac{R'M_1^+R}{\sigma_0^2nT}+\frac{\mathrm{tr}((G'+G)G)}{nT} & \frac{\mathrm{tr}G}{\sigma_0^2nT}\\ * & * & \frac{1}{2\sigma_0^4}\end{pmatrix}+o(1)=\sum\nolimits_\delta+o(1) \tag{31}$$

记，$\lim\limits_{n,T\to\infty}(nT)^{-1}X'M_1^+R=\Phi_{X,R}$，$\lim\limits_{n,T\to\infty}(nT)^{-1}R'M_1^+R\to\Phi_{R,R}$。

假设 6: $\Phi_{R,R}-\Phi'_{X,R}\Phi_{X,X}^{-1}\Phi_{X,R}>0$。

推论 2: 在假设 1 ~6 成立，n 和 T 很大的情况下，$\sum_\delta$ 是一个正定矩阵。所以:

$$\lim_{n,T\to\infty}E\left[\frac{1}{\sqrt{nT}}\frac{\partial\ln L_{nT}^*(\delta_0)}{\partial\delta}\frac{1}{\sqrt{nT}}\frac{\partial\ln L_{nT}^*(\delta_0)}{\partial\delta'}\right]=\sum\nolimits_\delta+\Psi_\delta \tag{32}$$

其中，

$$\Psi_\delta=\begin{pmatrix}0 & \frac{\mu_3X'M_1^+\mathrm{diag}(G'P_{nT})1_{nT}}{\sigma_0^4nT} & \frac{\mu_3X'M_1^+\mathrm{diag}(P_{nT})1_{nT}}{2\sigma_0^2nT}\\ * & \frac{\mu_3R'M_1^+\mathrm{diag}(G'P_{nT})1_{nT}}{\sigma_0^4nT}+\frac{(\mu_4-3\sigma_0^4)}{\sigma_0^4nT}\sum_{i=1}^{nT}G_{ii}^2 & \frac{\mu_3R'M_1^+\mathrm{diag}(P_{nT})1_{nT}}{2\sigma_0^6nT}+\frac{(\mu_4-3\sigma_0^4)}{2\sigma_0^6nT}\mathrm{tr}G\\ * & * & \frac{\mu_4-3\sigma_0^4}{4\sigma_0^8}\end{pmatrix} \tag{33}$$

推论 3: 在假设 1 ~6 成立下，$(nT)^{-1/2}\partial \ln L_{nT}(\delta_0)/\partial\delta + \Omega_{nT} \xrightarrow{d} N(0, \sum_{\delta} + \Psi_{\delta})$。

定理 2: 在假设 1 ~6 成立下，

$$\sqrt{nT}(\hat{\delta} - \delta_0) + \sum_{\delta}^{-1}\Omega_{nT} \xrightarrow{d} N(0, \sum_{\delta}^{-1}(\sum_{\delta} + \Psi_{\delta})\sum_{\delta}^{-1}) \tag{34}$$

在一定的正则假设条件下，参数估计量均具有一致性，参数估计量满足渐近正态分布并且收敛速度为 $\sqrt{nT}$。

五、结论

在 Yu 等(2008) [6] 的固定效应空间动态面板数据模型及 Su 和 Jin(2010) [18] 的部分线性空间自回归模型基础上，本文提出了一类部分线性固定效应空间滞后面板模型，在模型中综合考虑了固定效应、参数自变量和非参数自变量的影响，基于截面拟极大似然估计方法对模型的参数部分和非参数部分进行了估计，并在个体数 n 和时期数 T 都很大的情况下，推导参数估计量的大样本表现。研究结果表明: 在一定的正则假设条件下，参数估计量均具有一致性，参数估计量满足渐近正态分布并且收敛速度为 $\sqrt{nT}$。

允许固定效应空间滞后面板模型的参数部分限定，本文模型的适用范围大大扩大，尤其是需要同时考虑固定效应、空间相依性和非线性参数的时候。当然，本文模型也可以处理简化版的问题，比如，当不存在非线性参数时，只需跳过步骤 1，将步骤 2 中的 S_{nT} 设定为零矩阵即可; 当不存在固定效应时，只需将步骤 2 中的 M_1 设定为 P_{nT} 即可。

参考文献

[1] Elhorst J P. Specification and estimation of spatial panel data models [J]. International regional science review, 2003, 26(3): 244 - 268.

[2] Smirnov O, Anselin L. Fast maximum likelihood estimation of very large spatial autoregressive models: a characteristic polynomial approach [J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2001, 35(3): 301 - 319.

[3] Mardia K V, Marshall R J. Maximum likelihood estimation of models for residual covariance in spatial regression [J]. Biometrika, 1984, 71(1): 135 - 146.

[4] Cressie N, Lahiri S N. The asymptotic distribution of REML estimators [J]. Journal of multivariate analysis, 1993, 45(2): 217 - 233.

[5] Lee L F. Asymptotic distributions of quasi-maximum likelihood estimators for spatial autoregressive models [J]. Econometrica, 2004: 1899 - 1925.

[6] Yu J, de Jong R, Lee L. Quasi-maximum likelihood estimators for spatial dynamic panel data with fixed effects when both n and T are large [J]. Journal of Econometrics, 2008, 146(1): 118 - 134.

[7] Lee L, Yu J. A spatial dynamic panel data model with both time and individual fixed effects [J]. Econometric Theory, 2010, 26(2): 564 - 597.

[8] Kelejian H H, Prucha I R. A generalized spatial two-stage least squares procedure for estimating a spatial autoregressive model with autoregressive disturbances [J]. The Journal of Real Estate Finance and Economics, 1998, 17(1): 99 - 121.

[9] Lee L. Best spatial two-stage least squares estimators for a spatial autoregressive model with autoregressive disturbances [J]. Econometric Reviews, 2003, 22(4): 307 - 335.

[10] Lee L. GMM and 2SLS estimation of mixed regressive, spatial autoregressive models [J]. Journal of Econometrics, 2007, 137(2): 489 - 514.

[11] Kapoor M, Kelejian H H, Prucha I R. Panel data models with spatially correlated error components [J]. Journal of econometrics, 2007, 140(1): 97 - 130.

[12] Kelejian H H, Prucha I R. A generalized moments estimator for the autoregressive parameter in a spatial model [J]. International economic review, 1999, 40(2): 509 - 533.

[13] Lee L. Generalized method of moments estimation of spatial autoregressive processes [J]. Manuscript, Department of Economics, OSU, 2001, 70.

[14] Lin X, Lee L. GMM estimation of spatial autoregressive models with unknown heteroskedasticity [J]. Journal of Econometrics, 2010, 157(1): 34 -52.

[15] Cuzick J. Semiparametric additive regression [J]. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), 1992: 831 -843.

[16] Carroll R J, Fan J, Gijbels I, et al. Generalized partially linear single-index models [J]. Journal of the American Statistical Association, 1997, 92(438): 477 -489.

[17] Hastie T, Tibshirani R. Varying-coefficient models [J]. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), 1993: 757 -796.

[18] Su L, Jin S. Profile quasi-maximum likelihood estimation of partially linear spatial autoregressive models [J]. Journal of Econometrics, 2010, 157(1): 18 -33.

[19] Su L. Semiparametric GMM estimation of spatial autoregressive models [J]. Journal of Econometrics, 2012, 167(2): 543 -560.

[20] Zhang Y. Estimation of partially specified spatial panel data models with random-effects and spatially correlated error components [J]. Communications in Statistics-Theory and Methods, 2017, 46(3): 1056 -1079.

[21] 陈建宝, 孙林. 随机效应空间滞后单指数面板模型 [J]. 统计研究, 2015 (1): 95 -101.

[22] Kelejian H H, Prucha I R. On the asymptotic distribution of the Moran I test statistic with applications [J]. Journal of Econometrics, 2001, 104(2): 219 -257.

[23] Kelejian H H, Prucha I R. Specification and estimation of spatial autoregressive models with autoregressive and heteroskedastic disturbances [J]. Journal of Econometrics, 2010, 157(1): 53 -67.

[24] Gao J. The laws of the iterated logarithm of some estimates in partly linear models [J]. Statistics & probability letters, 1995, 25(2): 153 -162.

[25] Linton O. Second order approximation in the partially linear regression model [J]. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 1995: 1079 -1112.

作者简介

许永洪,男,2010 年毕业于厦门大学经济学院,获经济学博士学位,现为厦门大学经济学院统计系副教授,计量经济学教育部重点实验室(厦门大学)和福建省统计科学重点实验室(厦门大学)研究员,福建省高等学校人文社会科学研究基地“厦门大学数据挖掘研究中心”副主任。研究方向为宏观经济统计分析、统计指数和房地产市场统计分析、空间计量经济学。

陈剑伟,男,厦门大学经济学院统计学硕士研究生。研究方向为空间面板数据模型。

(责任编辑: 郭明英)