

DOI : 10.3901/JME.2016.07.001

# 颗粒阻尼器配置对齿轮传动系统动特性影响\*

肖望强<sup>1</sup> 黄玉祥<sup>1</sup> 李威<sup>2</sup> 林宏<sup>3</sup> 陈智伟<sup>1</sup>

- (1. 厦门大学航空航天学院 厦门 361005 ;
2. 北京科技大学机械工程学院 北京 100083 ;
3. 北京宇航系统工程研究所 北京 100076)

**摘要** : 齿轮传动正朝着高速、重载和高精度方向发展,对其动态性能要求越来越高。颗粒阻尼通过颗粒间、颗粒与阻尼器壁间的非弹性碰撞和摩擦作用耗能,具有减振效果显著、耐高温、各向同性、对原结构改动小等优点。利用有限元法对齿轮进行了有预应力的模态分析,通过齿轮系统动力学分析,研究单双齿啮合激励对齿轮传动的影 响;同时建立齿轮传动离心场中颗粒系统耗能模型,将离散元法计算颗粒系统耗能和试验测试对比,分析阻尼器配置对齿轮传动系统动特性的影响。结果显示,阻尼器配置方案是影响齿轮传动系统动特性的一个重要因素,在阻尼孔中填充一定数量的颗粒,当阻尼器总体积相同且齿轮结构静刚度相差不大时,阻尼器个数越多颗粒系统能耗越大;当阻尼孔直径相同时,阻尼孔个数越多颗粒系统总能耗越小;当阻尼孔个数相同时,阻尼孔直径越大颗粒系统能耗越小。通过试验和仿真对比验证了模型的正确性,为颗粒阻尼在离心场中的应用提供重要的理论依据。

**关键词** : 颗粒阻尼器; 齿轮传动; 离心场; 离散元方法; 动特性  
中图分类号: TH132

## Influence of Particle Damper Configurations on the Dynamic Characteristic for Gear Transmission System

XIAO Wangqiang<sup>1</sup> HUANG Yuxiang<sup>1</sup> LI Wei<sup>2</sup> LIN Hong<sup>3</sup> CHEN Zhiwei<sup>1</sup>

- (1. School of Aerospace Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005;
2. School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083;
3. Beijing Institute of Astronautical Systems Engineering, Beijing 100076)

**Abstract** : The gear transmission is advancing towards high speed, heavy load and high precision. The requirements for the dynamic performance of gear system are urgently proposed. The particle damping dissipates mechanical system energy through inelastic collisions and friction between particles. It is an effective and simple measure for vibration reduction. It has many advantages, such as isotropy, high temperature resistance and less modification to the original structure. This paper has conducted the prestressed modal analysis of gear system by the finite element method. Based on the dynamics analysis of gear system, the effect of single tooth and double teeth meshing incentive on gear transmission has been analyzed. The energy dissipation model of particle damping for gear transmission in centrifugal field has been established. By contrasting theoretical analysis and the test, the effect of damper configuration on dynamic characteristic of gear transmission system is analyzed. The results show that damper configuration is an important factor of the dynamic characteristic for gear transmission system. Filling a certain number of particles, when the gears static stiffness are similar and the total dampers volume are equal, the more damping hole, the greater the total energy loss. When the damping holes diameter are the same, the more number of damping hole, the smaller the total energy loss. When the damping hole number is the same, the bigger the diameter, the less the total energy loss. Experimental results are consistency with the theoretical analysis. These results can provide guidelines for the application of particle damping in centrifugal field.

**Key words** : particle damper ; gear transmission ; centrifugal field ; discrete element method ; dynamic characteristic

## 0 前言

当前齿轮传动的发展日趋高速化和大功率化,所处的动力学环境比以前更加恶劣<sup>[1-2]</sup>,齿轮传动结

构的振动特性和稳定性越来越受到关注。在齿轮传动过程中,存在着单双齿啮合的交替变化,使得齿轮啮合刚度发生周期性变化,这是齿轮传动中振动产生的主要原因<sup>[3-6]</sup>。齿轮产生的振动会影响机械设备的精度、性能和使用寿命。同时,伴随振动产生的噪音将影响操作人员的身体健康。因此,如何控制齿轮啮合过程中的振动和噪音对于机械设备和操作人员的保护都具有重要的影响<sup>[7-8]</sup>。

\* 国家自然科学基金(51205382)、福建省重点科技专项(2016H0032)、中央高校基本科研业务费专项资金(20720150117)和福建省高端装备制造协同创新中心资助项目。20160608 收到初稿,20161020 收到修改稿

齿轮传动减振方法可以分为主动减振和被动减振。主动减振是提高齿轮加工精度,通过优化齿轮参数、轮齿修形等手段达到减震的目的<sup>[9]</sup>。主动减振是一个非常复杂的系统工程,虽然在主动设计时已考虑到优选齿轮的结构参数来改善齿轮的啮合状况,但制造成本高,且设计计算量大<sup>[10-11]</sup>。被动减振则是通过耗能设备消耗齿轮振动能量,以达到小振动、低噪音的要求。颗粒阻尼作为一种被动振动控制技术能够有效减小齿轮传动过程中的振动<sup>[12]</sup>。

颗粒阻尼技术由填充在结构空腔中的颗粒物质,通过颗粒与颗粒和颗粒与阻尼器壁之间的非弹性碰撞和摩擦作用耗能<sup>[13-16]</sup>,来减小结构体振动和噪音。该技术具有减振效果显著、耐高温恶劣环境、各向同性、对原结构改动小等优点<sup>[17-20]</sup>。目前该技术主要应用于稳态场中<sup>[21-22]</sup>,此时颗粒运动以滑动摩擦和非弹性碰撞为主,而在离心场中应用较少。颗粒阻尼在离心场中将表现出不同于稳态场中的特性,如颗粒受到较大的离心力作用时将会被挤压到远离中心的一端,紧贴阻尼器壁运动<sup>[23]</sup>,此时颗粒运动以滚动摩擦和非弹性碰撞为主。

颗粒物质是大量的离散固体颗粒组成的复杂系统<sup>[24]</sup>,通常以弹性力学理论为基础,将颗粒系统作为连续介质处理,但至今未能得到满意的本构关系。目前运用于颗粒阻尼模拟方法如:回归模型法、恢复力曲面法、功率输入法和神经网络法等。尽管这些简化模型及试验研究取得一定成果,但均基于现象,结论较难推广到除该试验之外的其他情形。而离散单元法能考虑颗粒之间及颗粒与容器壁之间的相互作用,能更合理定量分析颗粒阻尼器性能<sup>[17]</sup>。

齿轮在设计时为了减轻重量,一般在腹板上有一定数量的减重孔。在齿轮传动中,由轮齿时变啮合刚度等激励引起的振动通过齿面、减重孔、轴、轴承、轴承座、箱体的路径逐级传递,如图1所示。若在振动传递路径后端如箱体处减振,则效果较差;若在减重孔内添加颗粒来减振,最靠近振源,而且是振动传递的必经之地,能够有效地减少振动。因此研究颗粒阻尼在离心场中的减振机理,确定最优阻尼器配置方案等设计准则,对于齿轮传动过程中的减振降噪具有十分重要的理论意义和工程价值。

本文利用有限元法对配置不同阻尼器方案的齿轮系统进行了有预应力的模态分析,建立了齿轮系统动力学模型,分析了单双齿啮合激励对齿轮传动的影 响;通过离散元计算方法(Discrete element

method, DEM)<sup>[25-27]</sup>计算离心场中颗粒系统耗能,与齿轮振动试验相结合研究了阻尼器配置方案对齿轮传动系统动特性的影响规律。

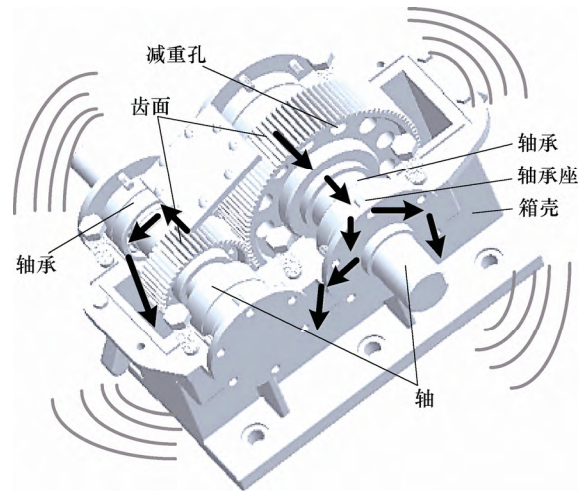


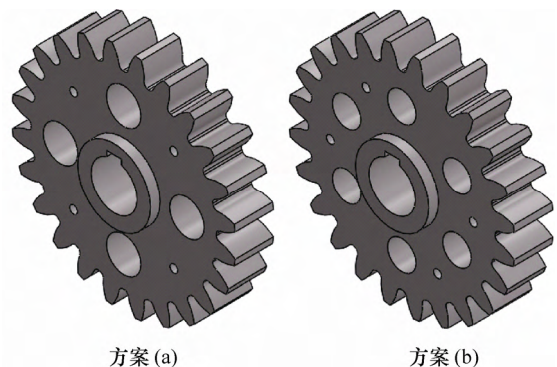
图1 齿轮传动系统振动传递路径

## 1 齿轮传动离心场颗粒离散元模型

颗粒离散元法将离散体划分为众多离散单元的集合,根据牛顿第二定律描述其运动,只要时间步长足够小,则在该时间步长内,单元的扰动只能传播到与其相邻的单元,不足以传播到其他更远的单元<sup>[26]</sup>。因此,作用在某一单元上的外力就可以通过与其相邻单元相互作用求得。基于软球模型的颗粒离散元方法,是根据颗粒间重叠量计算接触力<sup>[27]</sup>。在进行计算时,先利用中心差分法将运动方程进行离散,然后在每个时步内进行一次迭代,根据前一次迭代所得到的位置,由物理方程求出接触力,作为下一次迭代的出发点,再用来求出颗粒的新位置,如此反复迭代,进而求得整个离散体的整体运动形态<sup>[17]</sup>。

### 1.1 颗粒阻尼器配置方案

阻尼孔的直径、孔的数量都会影响离心场中颗粒阻尼的减振效果。本文分析了四种不同阻尼器配置方案的齿轮模型,如图2所示。



方案(a)

方案(b)

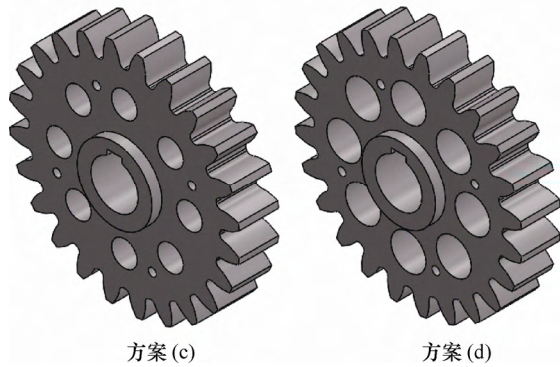


图2 阻尼器配置方案

其中方案(a)、(b)、(c)阻尼器的总体积基本一致，方案(d)阻尼器总体积为其他几种阻尼器的两倍。不同齿轮结构阻尼器配置方案具体参数如表1所示。

表1 阻尼器配置方案参数

阻尼器配置方案	阻尼器孔直径 $d/mm$	阻尼器孔个数	阻尼器孔高度 $h/mm$	阻尼器总体积 $V/mm^3$
方案(a)	18	4	20	20 347.2
方案(b)	15	6	20	21 195.0
方案(c)	13	8	20	21 226.4
方案(d)	18	8	20	40 694.4

齿轮主要参数如表2所示。

表2 齿轮参数

齿轮	材料	模数 $m/mm$	齿数 $z$	压力角 $\alpha / (^\circ)$	齿宽 $b/mm$
主动轮	40Cr	4.5	24	20	20
从动轮	40Cr	4.5	24	20	20

对上述四种不同阻尼器配置方案的齿轮结构分别进行离散元系统建模。图3为方案(a)附加阻尼颗粒后的系统简化模型。直齿圆柱齿轮传动过程中主要的振动为径向平面，即图中  $X-Y$  平面， $Z$  向

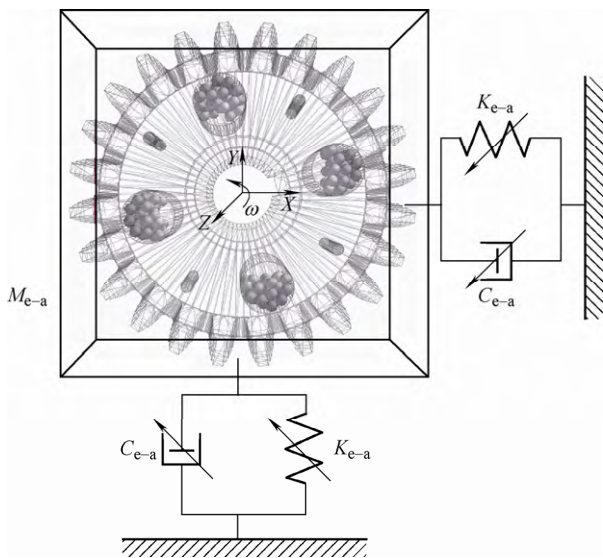


图3 方案(a)齿轮-颗粒系统模型

振动较小。

系统控制方程<sup>[28]</sup>

$$M_{e-a} \frac{d^2 X_a}{dt^2} + C_{e-a} \frac{dX_a}{dt} + K_{e-a} X_a + \sum F_a = M_{e-a} g_x \quad (1)$$

式中， $M_{e-a}$ 、 $C_{e-a}$ 、 $K_{e-a}$  分别为系统等效质量、阻尼和刚度矩阵； $X_a$  为位移矩阵； $g_x$  为地面加速度； $F_a$  为颗粒系统对齿轮方案(a)的接触力，是颗粒与齿轮结构联系纽带。

齿轮在传动过程中，齿轮系统和颗粒系统都会受到离心载荷的作用，离心载荷的存在对颗粒阻尼的减振效果产生很大影响。同时齿轮的旋转模式，等效刚度和等效阻尼系数也会随着转速的不同发生变化。本文利用有限元法分析了四种不同阻尼器配置方案的齿轮模型在不同转速时的模态，根据模型的一阶固有频率得出齿轮系统等效质量、等效刚度、等效阻尼与转速的关系。对于每一种齿轮结构，均构造了两种阻尼器模型，阻尼器2与阻尼器1的差异在于阻尼器2有突出的薄壁，突出高度为10mm，壁厚为1mm，如图4所示。

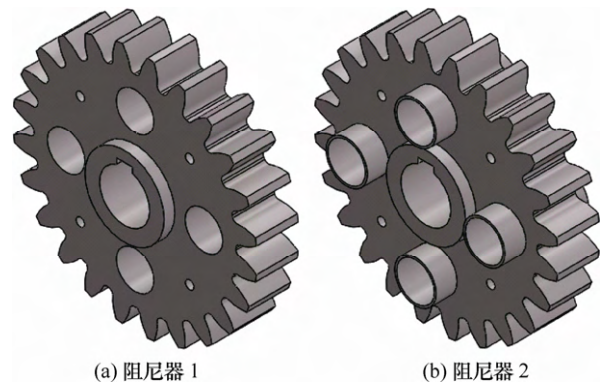


图4 两种阻尼器模型

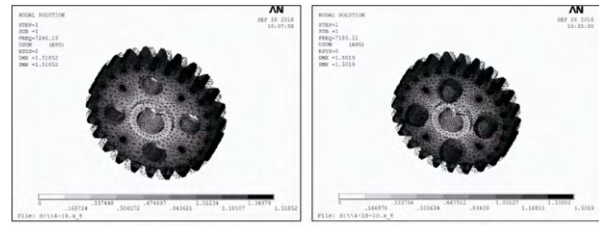
按图2所示的(a)、(b)、(c)、(d)四种方案所构造的阻尼器质量如表3所示，其中  $m'_{a1}$  表示方案(a)配置阻尼器1时阻尼器的质量， $m'_{a2}$  表示方案(a)配置阻尼器2时阻尼器的质量，其他符号含义类同。

表3 两种阻尼器质量 g

质量	$m'_{a1}$	$m'_{a2}$	$m'_{b1}$	$m'_{b2}$	$m'_{c1}$	$m'_{c2}$	$m'_{d1}$	$m'_{d2}$
数值	0	37.5	0	47.3	0	55.2	0	74.9

对图4中的两种齿轮结构在有限元中进行模态分析，材料的弹性模量设置为 2.06 GPa、密度为 7 800 kg/m<sup>3</sup> 以及泊松比为 0.3，对于轴孔内的节点进行自由度约束，并给模型添加转速。在齿轮旋转的状态下，齿轮结构会产生一定的旋转预应力，预应力的存在会使齿轮系统的结构刚度产生变化，从

而影响固有频率，所以在齿轮系统进行模态分析时考虑预应力具有实际意义。两种阻尼器齿轮结构在转速为 500 r/min 时的一阶模态如图 5 所示。在应变云图中齿顶为深灰色，齿轮腹板为浅灰色、靠近轴孔区域为白色(颜色由白色、灰色到深灰色的变化代表了应变位移的逐渐增大)。



(a) 齿轮 (a) 配置阻尼器 1 (b) 齿轮 (a) 配置阻尼器 2

图 5 500 r/min 时齿轮模型(a)的一阶模态

表 4 齿轮一阶固有频率

Hz

固有频率	转速 $\omega/(r/min)$								
	0	100	200	300	400	500	600	700	800
齿轮 a 配置阻尼器 1 的固有频率 $f_{a1}$	6 823.7	6 845.0	6 904.2	6 996.0	7 112.7	7 246.7	7 391.8	7 541.7	7 685.4
齿轮 a 配置阻尼器 2 的固有频率 $f_{a2}$	6 748.9	6 770.1	6 831.2	6 925.3	7 044.2	7 182.0	7 326.4	7 476.7	7 618.7
齿轮 b 配置阻尼器 1 的固有频率 $f_{b1}$	6 836.1	6 856.9	6 917.0	7 010.1	7 128.4	7 264.2	7 411.0	7 562.4	7 705.9
齿轮 b 配置阻尼器 2 的固有频率 $f_{b2}$	6 705.9	6 729.0	6 795.2	6 896.8	7 024.0	7 168.0	7 321.6	7 477.8	7 621.9
齿轮 c 配置阻尼器 1 的固有频率 $f_{c1}$	6 791.7	6 813.7	6 877.0	6 974.7	7 098.1	7 238.7	7 389.5	7 543.6	7 686.5
齿轮 c 配置阻尼器 2 的固有频率 $f_{c2}$	6 719.3	6 741.6	6 805.6	6 904.1	7 027.9	7 168.6	7 319.0	7 472.2	7 611.6
齿轮 d 配置阻尼器 1 的固有频率 $f_{d1}$	5 674.7	5 738.5	5 914.0	6 163.1	6 446.8	6 736.5	7 014.6	7 265.6	7 523.4
齿轮 d 配置阻尼器 2 的固有频率 $f_{d2}$	5 588.9	5 655.8	5 838.2	6 093.8	6 380.6	6 669.4	6 943.3	7 186.5	7 448.2

通过模态分析确定不同转速下各齿轮结构的一阶固有频率，如表 4 所示。根据表 4 中的一阶固有频率，对各模型的转速和固有频率进行曲线拟合，拟合结果为

$$\begin{aligned}
 f_{a1} &= -1.185 \times 10^{-6} \omega^3 + 2.311 \times 10^{-3} \omega^2 - 1.312 \times 10^{-2} \omega + 6\ 824 \\
 f_{a2} &= -1.262 \times 10^{-6} \omega^3 + 2.389 \times 10^{-3} \omega^2 - 1.621 \times 10^{-2} \omega + 6\ 749 \\
 f_{b1} &= -1.238 \times 10^{-6} \omega^3 + 2.379 \times 10^{-3} \omega^2 - 2.316 \times 10^{-2} \omega + 6\ 836 \\
 f_{b2} &= -1.432 \times 10^{-6} \omega^3 + 2.596 \times 10^{-3} \omega^2 - 1.493 \times 10^{-2} \omega + 6\ 706 \\
 f_{c1} &= -1.364 \times 10^{-6} \omega^3 + 2.521 \times 10^{-3} \omega^2 - 2.477 \times 10^{-2} \omega + 6\ 792 \\
 f_{c2} &= -1.411 \times 10^{-6} \omega^3 + 2.556 \times 10^{-3} \omega^2 - 2.567 \times 10^{-2} \omega + 6\ 719 \\
 f_{d1} &= -3.599 \times 10^{-6} \omega^3 + 5.285 \times 10^{-3} \omega^2 + 3.833 \times 10^{-1} \omega + 5\ 665 \\
 f_{d2} &= -4.646 \times 10^{-6} \omega^3 + 5.199 \times 10^{-3} \omega^2 + 1.027 \omega + 5\ 542
 \end{aligned}$$

(2)

对于配置阻尼器 1 的齿轮系统等效质量  $M_{e-i}$  与齿轮系统等效弹性系数  $K_{e-i}$  的关系为

$$\begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -\pi^2 \sum_{j=1}^{j=2} f_{ij}^2 \\ -\pi^2 \sum_{j=1}^{j=2} f_{ij}^2 & 4\pi^4 \sum_{j=1}^{j=2} f_{ij}^4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} K_{e-i} \\ M_{e-i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pi^2 \sum_{j=1}^{j=2} f_{ij}^2 m'_{ij} \\ -4\pi^4 \sum_{j=1}^{j=2} f_{ij}^4 m'_{ij} \end{pmatrix} \quad i=a,b,c,d \quad j=1,2 \quad (3)$$

根据表 4 中各离散点的固有频率值，代入式(3)可得到配置阻尼器 1 的各齿轮对应不同转速的等效质量  $M_{e-i}$  如表 5 所示。

表 5 齿轮等效质量

kg

等效质量	转速 $\omega/(r/min)$								
	0	100	200	300	400	500	600	700	800
$M_{e-a}$	1.682	1.685	1.745	1.827	1.919	2.012	2.091	2.147	2.132
$M_{e-b}$	1.206	1.233	1.308	1.428	1.579	1.750	1.925	2.079	2.134
$M_{e-c}$	2.548	2.567	2.617	2.685	2.749	2.809	2.852	2.875	2.791
$M_{e-d}$	2.421	2.543	2.866	3.274	3.591	3.704	3.628	3.384	3.691

拟合可得齿轮等效质量与转速关系式

$$\begin{aligned}
 M_{e-a} &= -2.607 \times 10^{-9} \omega^3 + 3.051 \times 10^{-6} \omega^2 - 2.046 \times 10^{-4} \omega + 1.681 \\
 M_{e-b} &= -3.239 \times 10^{-9} \omega^3 + 4.454 \times 10^{-6} \omega^2 - 3.250 \times 10^{-4} \omega + 1.214 \\
 M_{e-c} &= -2.462 \times 10^{-9} \omega^3 + 2.463 \times 10^{-6} \omega^2 - 8.287 \times 10^{-5} \omega + 2.551 \\
 M_{e-d} &= -1.585 \times 10^{-9} \omega^3 - 1.320 \times 10^{-6} \omega^2 + 3.597 \times 10^{-3} \omega + 1.681
 \end{aligned}$$

(4)

齿轮系统等效弹性系数  $K_{e-i}$ 、等效阻尼系数  $C_{e-i}$  与转速  $\omega_j$  的关系可表示为

$$K_{e-ij} = 4\pi^2 f_{ij-1}^2 [M_{e-ij}(\omega_j) + m'_{i1}] \quad i = a,b,c,d \quad j = 0,1,\dots,N \quad (5)$$

$$C_{e-ij} = 4\pi \zeta f_{ij-1} [M_{e-ij}(\omega_j) + m'_{i1}] \quad i = a,b,c,d \quad j = 0,1,\dots,N \quad (6)$$

式中， $\zeta$  为阻尼比； $f_{ij-1}$  为配置阻尼器 1 的各齿轮在不同转速下的固有频率。根据等效质量和转速的关系以及各离散点的固有频率，计算得出配置阻尼

器 1 的齿轮模型的等效弹性系数和等效阻尼系数，如表 6 所示。

表 6 齿轮等效弹性系数和等效阻尼系数

	转速 $\omega/(r/min)$								
	0	100	200	300	400	500	600	700	800
刚度 $K_{e-a}$ (N/m)	$3.09 \times 10^9$	$3.12 \times 10^9$	$3.28 \times 10^9$	$3.53 \times 10^9$	$3.83 \times 10^9$	$4.17 \times 10^9$	$4.51 \times 10^9$	$4.82 \times 10^9$	$4.97 \times 10^9$
刚度 $K_{e-b}$ (N/m)	$2.22 \times 10^9$	$2.29 \times 10^9$	$2.47 \times 10^9$	$2.77 \times 10^9$	$3.17 \times 10^9$	$3.65 \times 10^9$	$4.17 \times 10^9$	$4.69 \times 10^9$	$5.01 \times 10^9$
刚度 $K_{e-c}$ (N/m)	$4.64 \times 10^9$	$4.71 \times 10^9$	$4.89 \times 10^9$	$5.16 \times 10^9$	$5.47 \times 10^9$	$5.81 \times 10^9$	$6.15 \times 10^9$	$6.55 \times 10^9$	$6.51 \times 10^9$
刚度 $K_{e-d}$ (N/m)	$3.08 \times 10^9$	$3.31 \times 10^9$	$3.96 \times 10^9$	$4.91 \times 10^9$	$5.89 \times 10^9$	$6.64 \times 10^9$	$7.04 \times 10^9$	$7.05 \times 10^9$	$8.25 \times 10^9$
阻尼 $C_{e-a}$ (N·s/m)	139.6	144.9	151.4	160.6	171.5	183.2	194.2	203.5	205.9
阻尼 $C_{e-b}$ (N·s/m)	103.6	106.2	113.7	125.8	141.4	159.7	179.3	197.6	206.7
阻尼 $C_{e-c}$ (N·s/m)	217.5	219.8	226.2	235.3	245.7	255.6	264.8	272.5	269.6
阻尼 $C_{e-d}$ (N·s/m)	172.6	193.4	212.9	253.6	290.9	314.8	319.8	308.9	348.9

1.2 颗粒接触模型

本文采用软球模型，在不考虑颗粒接触力的加载历史时，引入弹性系数和阻尼系数，能够根据单元之间的重叠量计算出颗粒间的接触力。齿轮在传动过程中，阻尼孔中的某颗粒在某一时刻的运动方程<sup>[29]</sup>

$$\begin{cases} m_i \ddot{p}_i = m_i g + \sum_{j=1}^{u_i} (F_{nij} + F_{sij}) \\ I_i \ddot{\phi}_i = \sum_{j=1}^{u_i} T_{ij} \end{cases} \quad (7)$$

式中， $m_i$  为颗粒质量； $I_i$  为颗粒惯性矩； $g$  为重力加速度； $p_i, \phi_i$  分别为颗粒的位移向量和角位移矢量； $F_{nij}, F_{sij}$  为颗粒  $i$  和单元  $j$  之间的法向接触力和切向接触力； $T_{ij}$  为切向接触力产生的扭矩； $u_i$  表示某一时刻与颗粒  $i$  接触的颗粒数量。

基于 Hertz 接触理论，颗粒接触力模型如图 6 所示，其中法向为线性接触力模型，切向为库伦摩擦力模型。

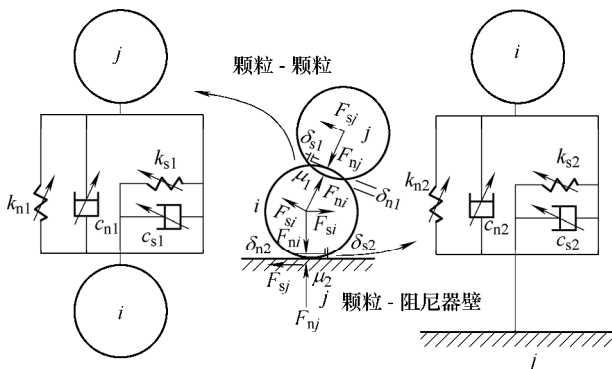


图 6 颗粒接触模型

法向库伦摩擦力<sup>[29]</sup>(P-P 表示颗粒与颗粒，P-D 表示颗粒与阻尼器壁，下同)

$$F_{nij} = \begin{cases} k_{n1} \delta_{n1} + 2\zeta_1 \sqrt{\frac{m_i m_j}{m_i + m_j}} k_{n1} \dot{\delta}_{n1} & \delta_{n1} = r_i + r_j - |P_i - P_j| \quad \text{P-P} \\ k_{n2} \delta_{n2} + 2\zeta_2 \sqrt{m k_{n2}} \dot{\delta}_{n2} & \delta_{n2} = r_i - d_i \quad \text{P-D} \end{cases} \quad (8)$$

切向力<sup>[29]</sup>

$$F_{sij} = \begin{cases} -\mu_1 F_{nij} \dot{\delta}_{s1} / |\dot{\delta}_{s1}| & \text{P-P} \\ -\mu_2 F_{nij} \dot{\delta}_{s2} / |\dot{\delta}_{s2}| & \text{P-D} \end{cases} \quad (9)$$

式中， $\delta_n, \dot{\delta}_n$  分别为颗粒  $i$  相对于单元  $j$  (颗粒或者阻尼器壁) 的位移与速度； $d_i$  为颗粒与阻尼器壁的距离； $\mu_1, \mu_2$  分别为颗粒之间和颗粒与阻尼器之间的摩擦系数； $\dot{\delta}_s$  是颗粒  $i$  相对于单元  $j$  的切向速度； $k_{n1}, k_{n2}$  为接触模型中的法向弹性系数。

本文在齿轮阻尼孔中填充单一材质和单一粒径的颗粒，根据 Hertz 接触理论，法向弹性系数  $k_n$  可确定为<sup>[30]</sup>

$$\begin{cases} k_{n1} = \frac{2}{3} \left( \frac{1 - \nu_i^2}{E_i} \right)^{-1} \left( \frac{2}{R_i} \right)^{-1/2} & \text{P-P} \\ k_{n2} = \frac{4}{3} \left( \frac{1 - \nu_i^2}{E_i} + \frac{1 - \nu_j^2}{E_j} \right)^{-1} R_i^{1/2} & \text{P-D} \end{cases} \quad (10)$$

式中， $E$  和  $\nu$  分别为接触单元的弹性模量和泊松比； $R$  为颗粒半径。

切向弹性系数  $k_s$  可表示为<sup>[30]</sup>

$$\begin{cases} k_{s1} = \gamma_1 k_{n1} & \text{P-P} \\ k_{s2} = \gamma_2 k_{n2} & \text{P-D} \end{cases} \quad (11)$$

式中， $\gamma$  为比例系数<sup>[30]</sup>，且

$$\begin{cases} \gamma_1 = \frac{1 - \nu_i}{1 - 0.5\nu_i} & \text{P-P} \\ \gamma_2 = \frac{(1 - \nu_i)/G_i + (1 - \nu_j)/G_j}{(1 - 0.5\nu_i)/G_i + (1 - 0.5\nu_j)/G_j} & \text{P-D} \end{cases} \quad (12)$$

式中,  $G$  为接触单元的切变模量。

如果两个接触单元处于临界阻尼状态, 则机械能以最快的速度衰减, 此时临界法向阻尼系数  $c_n$  和切向阻尼系数  $c_s$  分别为<sup>[30]</sup>

$$\begin{cases} c_n = 2\sqrt{\bar{m}k_n} \\ c_s = 2\sqrt{\bar{m}k_s} \end{cases} \quad (13)$$

式中,  $\bar{m}$  为接触单元等效质量。

## 2 颗粒系统耗能计算

### 2.1 颗粒离散元参数确定

本文研究的是不同的阻尼器配置方案对齿轮传动系统中颗粒阻尼的减振效果的影响机理, 探寻离心场中其颗粒阻尼耗能特性。

在齿轮结构中填充粒径为 4 mm, 材质为不锈钢颗粒。填充的颗粒总质量为 55 g, 将这些颗粒均分到各阻尼孔中。通过离散元法计算需要得到颗粒的弹性系数、阻尼系数、恢复系数。弹性系数和阻尼系数可以根据式(10)~(13)计算得出, 两个接触单元之间的恢复系数由两者的材料属性决定。主动轮转速为 500 r/min 时离散元模型参数如表 7 所示。

### 2.2 齿轮啮合刚度激励确定

刚度激励是齿轮传动产生振动的主要原因, 应用离散元法分析颗粒系统能量损耗需先确定齿轮啮合刚度对颗粒系统的激励。通过刚柔体动力学仿真分析各齿轮的运动, 得到不同系统参数的从动轮角加速度和角速度的变化, 再将刚度激励导入到离散元法中。

表 7 主动轮转速为 500 r/min 时系统离散元计算参数

阻尼器方案	转速 $\omega/(r/min)$	等效质量 $M_{e-a}/kg$	等效刚度 $K_{e-a}/(N/m)$	等效阻尼 $C_{e-a}/(N\cdot s/m)$	
系统参数	方案(a)	500	2.012	$4.17 \times 10^9$	183.2
	方案(b)	500	1.750	$3.65 \times 10^9$	159.7
	方案(c)	500	2.809	$5.81 \times 10^9$	255.6
	方案(d)	500	3.704	$6.64 \times 10^9$	314.8
接触类型	恢复系数 $\varepsilon$	法向阻尼比 $\zeta$	剪切阻尼比 $\zeta_s$	摩擦因数 $\mu$	
颗粒参数	颗粒-颗粒	0.7	0.015	0.015	0.2
	颗粒-阻尼器壁	0.7	0.015	0.015	0.2

配置阻尼器方案(a)的齿轮动力学模型如图 7 所示。根据齿轮运动情况, 在主动轮和从动轮上施加旋转副, 定义啮合齿轮之间的接触, 然后使用 STEP 函数在主动轮上添加转速驱动, 在从动轮上添加负载。对齿轮相关参数进行设定, 由于齿轮材料相同, 从而有弹性模量  $E_1 = E_2 = 206 \text{ GPa}$ , 泊松比  $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$ 。动力学模型仿真时间设置为 1 s, 步长设定 0.000 1 s。

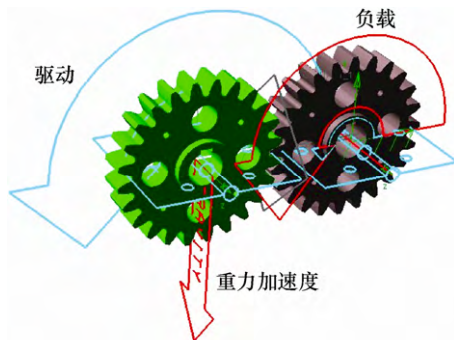


图 7 齿轮系统动力学模型

由于单双齿交替啮合, 齿轮间存在冲击使得齿轮的转速呈现波动, 这种激励反映在从动轮的角速度和角加速度的变化上。

图 8 显示了配置阻尼器方案(a)的齿轮转速为 500 r/min 时, 不同载荷下从动轮的角速度随时间的变化。从图 8 可以看出三级载荷(36 000 N·mm)时从动轮的角速度波动比一级载荷(3 400 N·mm)时的要大。载荷越大, 单双齿交替啮合冲击越大, 从而使得角速度波动幅值越大。

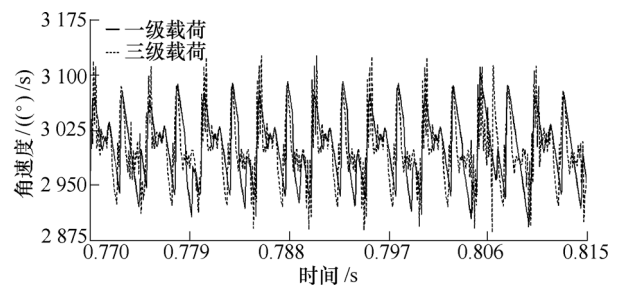


图 8 从动轮角速度变化

角加速度的大小能够直接反映激励的强弱。在主动轮转速固定, 从动轮所受载荷变化时, 角加速度的大小会发生变化。图 9 为角加速度变化与载荷等级的关系, 能够明显看出随着齿轮所受载荷增加, 齿轮角加速度越大, 说明齿轮啮合时的冲击加剧。

图 10 为不同载荷下不同阻尼器配置方案的齿轮加速度均方根值的对比。阻尼器的配置方案不同,

其结构刚度发生变化，从而使得在相同工况下，不同方案的齿轮动刚度不同，直接表现为加速度值的大小。方案(a)、(b)、(c)阻尼孔总体积相同，但是阻尼孔直径和个数不同。从图可知，这三种方案的静刚度相差不大。而方案(d)阻尼孔总体积最大，齿轮质量最小，使得齿轮(d)的静刚度最低，静刚度影响齿轮的本身(整体)振动，那么振动位移就会加大，从而导致振动加大。故方案(d)的加速度均方根值要大于其他三种方案。

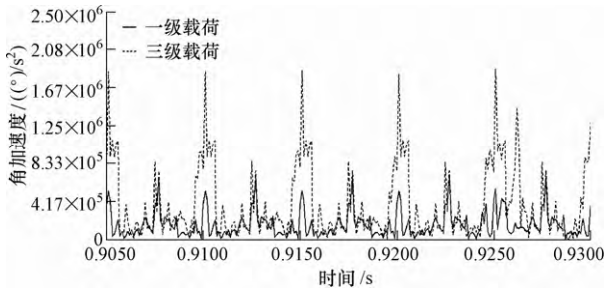


图9 角加速度与载荷的关系

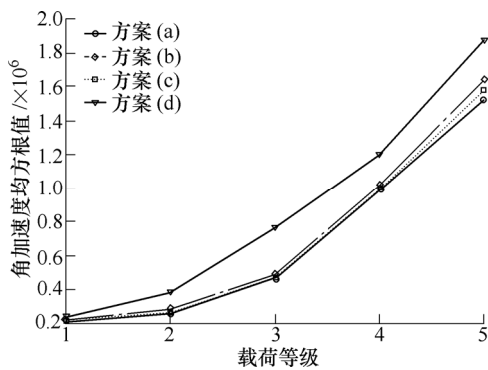


图10 500 r/min 不同载荷时各齿轮模型加速度均方根值

### 2.3 时间步长的确定

利用离散元计算颗粒系统能耗，需要根据颗粒参数确定时间步长来追踪颗粒间的碰撞和摩擦；确定时间步长是离散元方法的关键问题之一，时间步长是每两次计算的时间差，固定的时间步长能够保持计算过程的连续性。时间步长选取的太小，会增大计算量，选取的太大，会影响计算结果的准确性。通常时间步长采用 Rayleigh 时间步长

$$T_r = \pi R \left( \frac{\rho}{G} \right)^{\frac{1}{2}} (0.1631\nu + 0.8766)^{-1} \quad (14)$$

式中， $R$  为颗粒半径； $\rho$  为颗粒密度； $G$  为剪切模量； $\nu$  为泊松比。实际使用过程取这个额定时间步长的 20%~40%左右，本文选取 Rayleigh 时间步长的 20%作为离散元计算的时间步长。

### 2.4 耗能计算

通过离散元法能够准确分析颗粒的运动，当齿轮高速转动时，由于颗粒受到离心力的作用大于重

力的影响，颗粒都是紧贴在孔壁上运动。但在低速时，颗粒由于重力的影响其运动规律随齿轮转动呈现出与高速不同的状态。颗粒在齿轮啮合过程中的运动如图 11 所示，图中颗粒不同的灰度代表了当前的运动速度，浅色代表低速，深色代表高速。可以看到运动过程中颗粒的速度是不断在变化的。

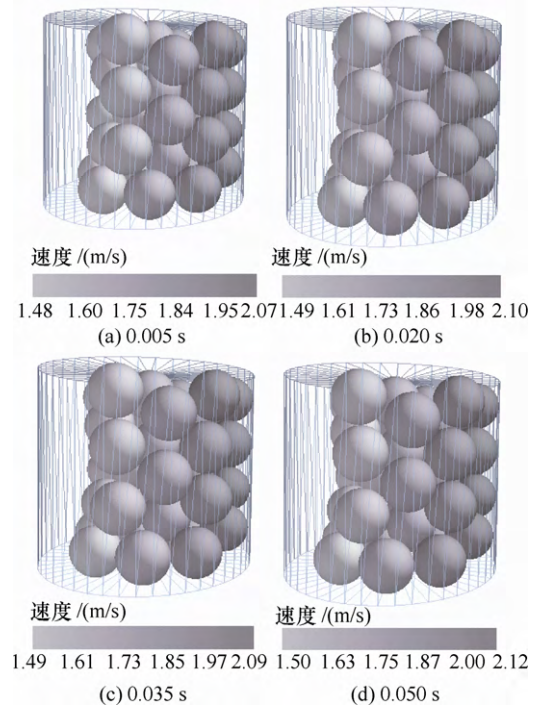


图11 颗粒运动过程

本文统计了齿轮三个啮合周期内，各方案阻尼孔中颗粒碰撞次数和颗粒阻尼的能耗。在 500 r/min 一级载荷下，一个啮合周期内颗粒能量耗散统计过程如图 12 所示。

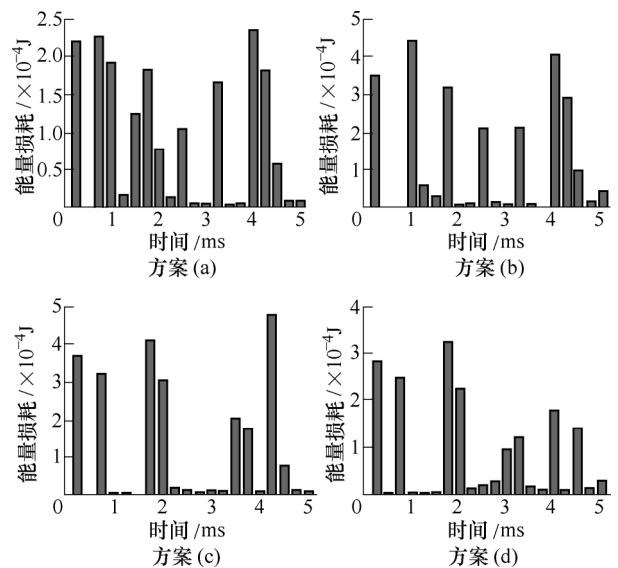


图12 颗粒系统能量损耗统计

一级载荷下一个啮合周期内，各阻尼器配置方案齿轮系统中颗粒碰撞次数如表 8 所示。

表 8 颗粒碰撞次数

阻尼器配置方案	方案(a)	方案(b)	方案(c)	方案(d)
100 r/min	14 959	17 825	18 234	11 578
500 r/min	5 486	5 678	5 980	4 216
1000 r/min	1 373	1 570	1 934	1 011

根据上述能量统计过程,各齿轮模型的颗粒系统在一级载荷、不同转速下的能量损耗如图 13 所示。

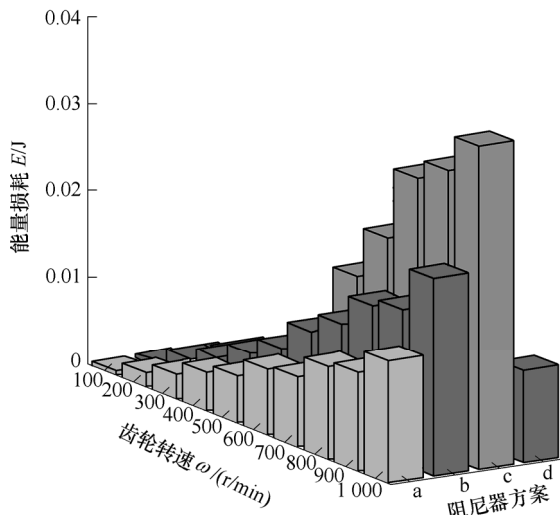


图 13 一级载荷颗粒系统能耗

从图 13 可知,对于同一种阻尼器方案的齿轮结构,随着转速增加,齿轮在啮合传动过程中,颗粒系统能量损耗增大。但结合表 8 可以看到,随着转速增大,颗粒之间的碰撞次数在一个啮合周期内,颗粒的碰撞次数是减小的。因为转速增大,一个波动周期的时间缩短。即便如此,颗粒系统总能耗并未减小。颗粒系统总能耗与颗粒碰撞次数以及单次碰撞的能量损失有关,随着转速增加,在一个啮合周期内颗粒之间的碰撞次数减小但是总能耗增加。这个现象表明:随着转速增加,颗粒之间单次碰撞的能量损失也迅速增加。转速的增大增加了颗粒相互碰撞的法向力,使得单次碰撞能量损耗和摩擦耗能都增大。

转速对于不同阻尼器配置方案齿轮结构内的颗粒系统耗能影响程度不同。从图 13 可以看出,在转速低于 500 r/min 时,四种齿轮结构内的颗粒系统耗能都较低,而且相差不大。其原因是颗粒系统在低转速下,颗粒之间的碰撞不够激烈,颗粒的碰撞摩擦耗能尚未较好的发挥。随着转速增加,方案(d)齿轮内的颗粒总耗能增加速度最为缓慢,其他几种方案阻尼孔内的颗粒总耗能增加较快。其原因在于,方案(d)的阻尼孔直径较其他几种齿轮的阻尼孔都大,在填充相同数量的颗粒时,方案(d)的阻尼孔内

的颗粒填充率最低,使得齿轮在相同的工况下,阻尼孔中的颗粒相互之间的碰撞次数和摩擦耗能降低,使得其总能耗低于其他几种方案。

从图 13 也能看出,在转速大于 500 r/min 时方案(c)阻尼孔内的颗粒系统能耗最大,说明在较高转速下,方案(c)阻尼孔内的颗粒碰撞和摩擦最充分,从而其能耗最大。方案(a)和方案(b)阻尼孔内的颗粒系统能耗居中,方案(b)的能耗略高于方案(a)。因为方案(a)方案(b)的颗粒填充率相同,但方案(b)的阻尼孔个数较方案(a)多,可发挥阻尼效应的颗粒更多,且两种方案静刚度相差不大。

图 14 为二级载荷(14 000 N·mm)下各阻尼器配置方案的颗粒系统能耗与转速的关系。二级载荷下各齿轮结构内的颗粒阻尼耗能趋势和一级载荷下的趋势一样,都是转速低于 500 r/min 时颗粒阻尼耗能较低。方案(c)的颗粒阻尼在转速较高的时耗能最大,方案(d)内的颗粒系统耗能最小。

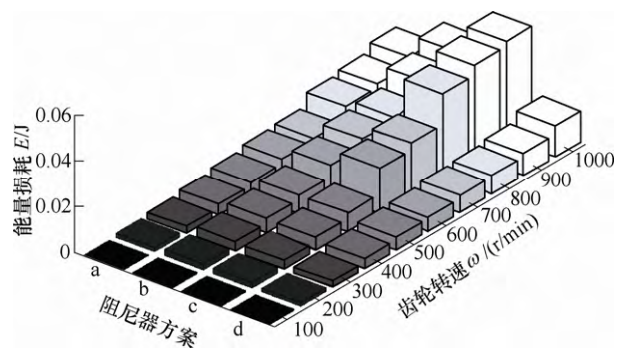


图 14 二级载荷颗粒系统能耗

结合图 13、14 可知,二级载荷下各齿轮的能耗相对于一级载时有所提升,因为载荷变大时,齿轮的时变啮合激励变大,颗粒在阻尼孔内的运动相对于一级载荷时更为激烈,碰撞和摩擦耗能增加,从而使得总能耗增加。

根据以上的分析可知,颗粒系统在齿轮传动离心场中的减振耗能效果与阻尼器配置方案、齿轮转速和载荷有很直接的关系。在低速时,四种方案阻尼孔内的颗粒系统耗能都较低,当转速较高时,方案(c)阻尼孔内的颗粒系统耗能最大,方案(a)、方案(b)的颗粒系统耗能次之,齿轮(d)内的颗粒系统耗能最小。对比分析方案(a)、(b)、(c)可知,在阻尼器总体积相同且齿轮结构静刚度相差不大时,阻尼器个数越多,颗粒系统耗能越大。对比分析方案(a)和方案(d)可知,在阻尼孔直径相同,填充一定数量的颗粒时,阻尼孔个数越多颗粒系统总能耗越小。对比分析方案(c)和方案(d)可知,当阻尼孔个数相同,阻尼孔直径越大颗粒系统总能耗越小。阻尼孔个数相



同，填充一定数量颗粒时，阻尼孔直径越大颗粒填充率越低，使得可活动的颗粒间的碰撞几率下降，颗粒在阻尼孔内发生的碰撞和摩擦耗能减小，从而总的能耗下降。

### 3 试验验证

试验装置由科承公司的 GCL-100A 型齿轮试验台，Benetech 公司的无线传感器，北京东方所的信号采集仪以及试验齿轮等构成，系统示意图如图 15 所示。

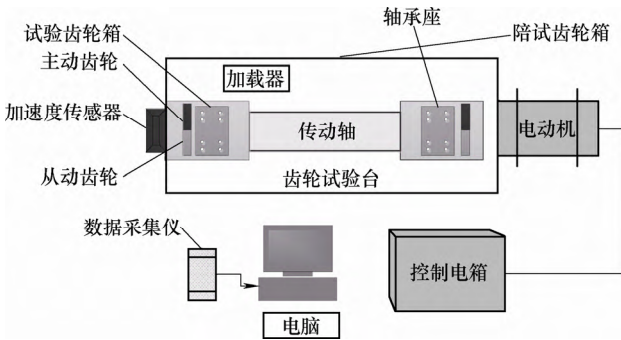


图 15 试验系统示意图

齿轮试验台采用机械封闭能量流试验方式，可将能量封闭回传，所需动力功率大幅减小，可做重复试验。试验系统如图 16 所示，试验齿轮为外挂悬臂式布局，齿轮箱端盖拆卸后，可以很方便地拆装齿轮，无须拆卸轴和轴承，降低了因试验操作带来的误差，如图 16 所示。

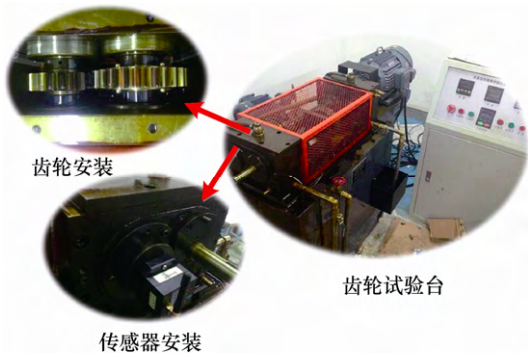


图 16 试验系统

为了测得齿轮传动时的振动情况，将三向无线加速度传感器 A103 布置在最接近试验齿轮的轴承端盖上，如图 16 所示。该传感器可同时采集 X、Y、Z 三个方向的加速度信号，加速度信号传送到数据收集仪进行采集和处理。

试验齿轮采用直齿轮，四种方案齿轮的材料、模数、齿数、压力角、齿宽等参数均与表 2 相同。方案(a)在腹板上有 4 个  $\phi 18$  mm 阻尼孔，见图 17a。

方案(b)在腹板上有 6 个  $\phi 16$  mm 的阻尼孔，见图 17b。方案(c)上有 8 个  $\phi 13$  mm 的阻尼孔，见图 17c。方案(a)、(b)、(c)的阻尼孔总体积大致相等，在填充相同总数的颗粒时，能够保证试验时三个方案阻尼孔内的颗粒填充率一致。方案(d)的阻尼孔总体积是其他齿轮的两倍，如图 17d 所示。各齿轮两侧各有四个  $\phi 4.5$  mm 的螺纹孔，阻尼颗粒填充好后，用螺丝将齿轮两侧挡环固定，保证试验时在齿轮离心场中颗粒不泄露。

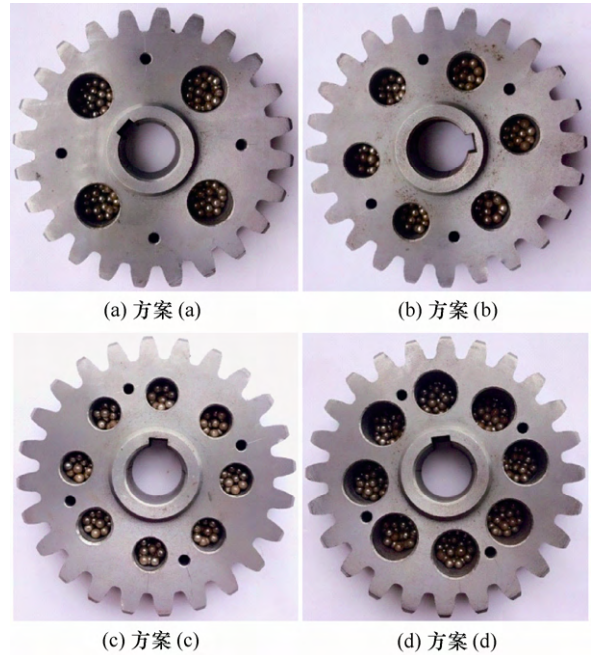


图 17 试验齿轮

试验采用的颗粒材料为不锈钢颗粒，直径为 4 mm，填充的颗粒总质量为 55 g，在一次试验中将 这些颗粒均分到各阻尼孔中，以保证齿轮旋转时的动平衡。

由于在启停机阶段存在共振等原因，齿轮动态试验台会有不稳定信号，待转速和载荷达到设定值后延迟 20 s，开始记录试验数据。试验时对每一种齿轮结构一种工况试验 5 次，取 5 次试验结果的平均值。

试验测得的数据为各振动方向的速度值(通过加速度传感器采集的数据积分得到)，减振系数

$D = \left| \frac{E_i - E_0}{E_0} \right|$ ，其中  $E_0$  为未加颗粒的齿轮系统的总动能， $E_i$  为加入颗粒后系统的总动能，有  $E_0 = \frac{1}{2} M_t V_{t0}^2$ ， $E_i = \frac{1}{2} M_t V_{ti}^2$ 。其中  $M_t$  为系统质量，从而有

$$D = \left| \frac{(V_{ti-x}^2 + V_{ti-y}^2 + V_{ti-z}^2) - (V_{t0-x}^2 + V_{t0-y}^2 + V_{t0-z}^2)}{V_{t0-x}^2 + V_{t0-y}^2 + V_{t0-z}^2} \right| \quad (15)$$

图 18 用双坐标显示了一级载荷时,不同方案齿轮-颗粒系统在不同转速下的试验减振效果和理论计算能耗的对比。左边纵坐标对应理论计算,右边纵坐标对应试验测试。

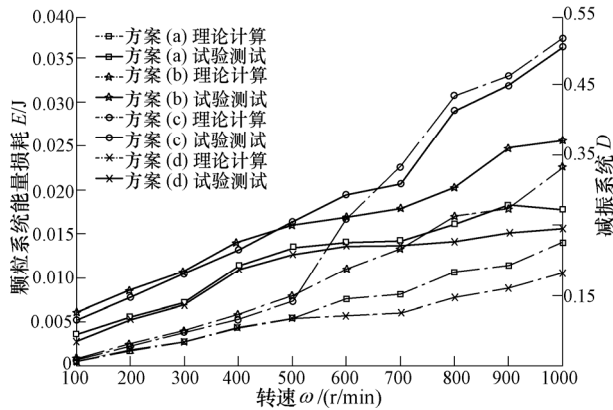


图 18 一级载荷时试验与理论计算对比分析

如图 18 所示,对不同的方案,试验测得的减振效果与阻尼孔内的颗粒系统能量损耗趋势一致。所有方案在低转速下填充颗粒阻尼后的减振效果较差,因为低转速时,齿轮单双齿啮合引起的齿轮冲击较小,颗粒在齿轮阻尼孔中碰撞和摩擦耗能较小,颗粒阻尼的作用还没有较好的发挥。随着转速的增加,颗粒阻尼的减振效果都明显的增加。

理论计算和试验都证实了方案(d)的减振效果相较于其他几种方案,减振效果最差。其原因在于方案(d)的齿轮结构与其他几种方案的齿轮结构相差较大,其阻尼孔直径较方案(b)、(c)的大,阻尼孔个数较方案(a)的多,使得其齿轮静刚度减小。同样的工况下,根据图 10 可知,方案(d)传动过程中从动轮的角加速度要大于其他方案。并且方案(d)阻尼孔中颗粒填充率较其他方案下降了百分之五十,导致颗粒碰撞几率下降,颗粒碰撞和摩擦耗能减小,故其耗能和减振效果较其他几种方案差。

添加颗粒阻尼的方案(c)减振效果最佳,一方面是齿轮结构较方案(d)静刚度大。另一方面,在离心力作用下,大部分颗粒处于挤压状态,能够活动的颗粒只是表层的部分颗粒,在填充相同数量的颗粒时,颗粒分散在八个直径较小的阻尼孔内,使得活动的颗粒数增加,颗粒系统能够更加充分的发挥碰撞和摩擦耗能。在相同工况下,根据表 9 可知方案(c)阻尼孔内的颗粒碰撞次数比其他几种齿轮结构的要多,使得其颗粒系统耗能大,故而减振效果最佳。

从图 18 可知理论计算的能量损耗值和试验减振效果的总体趋势一样,这说明该理论模型能够正确的分析不同阻尼器配置方案对于齿轮传动系统动

特性的影响。这对于颗粒阻尼在齿轮传动离心场中的应用有很好的指导意义,为齿轮结构颗粒阻尼减振提供理论基础。

## 4 结论

当前齿轮传动的发展日趋高速化和大功率化,所处的动力学环境比以前更加恶劣,齿轮传动结构的振动特性和稳定性越来越受到关注。本文根据离散单元法,分析了不同阻尼器配置方案对齿轮传动系统动特性影响机理。仿真计算和试验都显示颗粒阻尼在离心场中能够有效地减小齿轮系统的振动。揭示了不同的阻尼器对于颗粒系统减振效果的影响,齿轮传动中阻尼器配置方案是影响颗粒阻尼耗能减震的一个重要影响因素。

(1) 在设计时不仅需要分析阻尼器方案对齿轮结构静刚度和振动激励的影响,还要考虑颗粒的填充率对耗能的影响。

(2) 试验和理论计算都表明:阻尼器配置方案、转速、载荷决定着齿轮振动激励,同时也决定着颗粒在阻尼孔内的运动激烈程度,从而影响了颗粒系统的耗能减振效果。对于同一种阻尼器配置方案,当载荷一定时,颗粒系统的减振效果随着转速增加而增加;当转速固定时,随着载荷增加颗粒系统的耗能增加。通过试验和仿真对比验证了分析的正确性。

(3) 填充相同数量颗粒的情况下,阻尼器总体积相同且齿轮结构静刚度相差不大时,阻尼器个数越多颗粒系统能耗越大;当阻尼孔直径相同时,阻尼孔个数越多颗粒系统总能耗越小;当阻尼孔个数相同时,阻尼孔直径越大颗粒系统能耗越小。这些结论将为颗粒阻尼在离心场中的应用提供重要的理论依据。

## 参 考 文 献

- [1] 魏莎,韩勤锴,褚福磊. 考虑不确定性因素的齿轮系统动力学研究综述[J]. 机械工程学报, 2016, 52(1): 1-19. WEI Sha, HAN Qinkai, CHU Fulei. Review on research of uncertain dynamics for gear system[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(1): 1-19.
- [2] 李应刚,陈天宁,王小鹏,等. 外部动态激励作用下齿轮系统非线性动力学特性[J]. 西安交通大学学报, 2014, 48(1): 101-105. LI Yinggang, CHEN Tianning, WANG Xiaopeng, et al. Non-linear dynamics of spur gear pair under external periodic excitation[J]. Journal of Xi'an Jiaotong

- University, 2014, 48(1): 101-105.
- [3] 万志国, 訾艳阳, 曹宏瑞, 等. 时变啮合刚度算法修正与齿根裂纹动力学建模[J]. 机械工程学报, 2013, 49(11): 153-160.  
WAN Zhiguo, ZI Yanyang, CAO Hongrui, et al. Time-varying mesh stiffness algorithm correction and tooth crack dynamic modeling[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(11): 153-160.
- [4] 徐爽, 朱浮声, 张俊. 离散元法及其耦合算法的研究综述[J]. 力学与实践, 2013, 35(1): 8-14.  
XU Shuang, ZHU Fusheng, ZHANG Jun. A overview of the discrete element method and its coupling algorithms[J]. Mechanics in Engineering, 2013, 35(1): 8-14.
- [5] CUI Lingli, ZHAI Hao, ZHANG Feibin. Research on the meshing stiffness and vibration response of cracked gears based on the universal equation of gear profile[J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 99: 80-95.
- [6] FIRRONE C M, ZUCCA S. Passive control of vibration of thin-walled gears: Advanced modelling of ring dampers[J]. Nonlinear Dynamics, 2014, 76(1): 263-280.
- [7] 秦大同, 邢子坤, 王建宏. 基于动力学和可靠性的风力发电齿轮传动系统参数优化设计[J]. 机械工程学报, 2008, 44(7): 24-31.  
QIN Datong, XING Zikun, WANG Jianhong. Optimization design of system parameters of the gear transmission of wind turbine based on dynamics and reliability[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(7): 24-31.
- [8] 常乐浩, 刘更, 吴立言. 齿轮综合啮合误差计算方法及对系统振动的影响[J]. 机械工程学报, 2015, 51(1): 123-130.  
CHANG Lehao, LIU Geng, WU Liyan. Determination of composite meshing errors and its influence on the vibration of gear system[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(1): 123-130.
- [9] 蒋进科, 方宗德, 贾海涛. 人字齿轮减振修形优化设计[J]. 振动与冲击, 2015, 34(2): 9-19.  
JIANG Jinke, FANG Zongde, JIA Haitao. Optimal design of minimum vibration for modified double helical gear[J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(2): 9-19.
- [10] SUBRAMANIAN R B, SRINIVASAN K. Vibration analysis of an influence of groove in the bottom land of a spur gear[J]. Journal of Vibration and Control, 2014, 20(6): 847-858.
- [11] KIM S J, LEE S K. Experimental identification on a gear whine noise in the axle system of a passenger van[J]. International Journal of Automotive Technology, 2007, 8(1): 75-82.
- [12] XIAO Wangqiang, HUANG Yuxiang, JIANG Hong, et al. Effect of powder material on vibration reduction of gear system in centrifugal field[J]. Powder Technology, 2016, 294: 146-158.
- [13] NAYERI R D, MASRI S F, CAFFREY J P. Studies of the performance of multi-unit impact dampers under stochastic excitation[J]. Journal of Vibration and Acoustics-Transactions of the ASME, 2007, 129(2): 239-251.
- [14] LU Zheng, MASRI S F, LU Xili. Studies of the performance of particle dampers attached to a two-degrees-of-freedom system under random excitation[J]. Journal of Vibration and Control, 2011, 17(10): 1454-1471.
- [15] DRAGOMIR S C, SINNOTT M, SEMERCIGIL E S, et al. Energy dissipation characteristics of the particle sloshing in a rotating cylinder[J]. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331(5): 963-973.
- [16] XU Zhiwei, MICHAEL Y W, CHEN Tianning. Particle damping for passive vibration suppression: Numerical modelling and experimental investigation[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 279(3-5): 1097-1120.
- [17] 鲁正, 吕西林, 闫维明. 颗粒阻尼技术研究综述[J]. 振动与冲击, 2013, 32(7): 1-7.  
LU Zheng, LÜ Xilin, YAN Weiming. A survey of particle damping technology[J]. Journal of vibration and shock, 2013, 32(7): 1-7.
- [18] PANOSSIAN H V. Structural damping enhancement via nonobstructive particle damping technique[J]. Journal of Vibration and Acoustics-Transactions of the ASME, 1992, 114(1): 101-105.
- [19] GUYOMAR D, BADEL A. Nonlinear semi-passive multimodal vibration damping: An efficient probabilistic approach[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 294(1-2): 249-268.
- [20] LI K, DARBY A P. Experiments on the effect of an impact damper on a multiple-degree-of-freedom system[J]. Journal of Vibration and Control, 2006, 12(5): 445-464.
- [21] 胡凜, 黄其柏, 柳占新, 等. 颗粒阻尼的动态特性研究[J]. 振动与冲击, 2009, 28(1): 134-137.  
HU Li, HUANG Qibai, LIU Zhanxin, et al. Dynamic characteristics of particle dampers[J]. Journal of Vibration

- and Shock , 2009 , 28(1) : 134-137.
- [22] 闫维明,张向东,黄韵文,等. 基于颗粒阻尼技术的结构减振控制[J]. 北京工业大学学报, 2012, 38(9) : 1317-1320 .  
YAN Weiming , ZHANG Xiangdong , HUANG Yunwen , et al. Structure vibration control based on particle damping technology[J]. Journal of Beijing University of Technology , 2012 , 38(9) : 1317-1320 .
- [23] XIAO Wangqiang , LI Wei. Experiment for vibration suppression based on particle damping for gear transmission[C]// Advances in Manufacturing Science and Engineering V ,2014 ,Shanghai. Switzerland ,Trans. Tech. Publications Ltd. , 2014 : 703-706.
- [24] BAI Xianming , SHAH B , KEER L M , et al. Particle dynamics simulations of a piston-based particle damper[J]. Powder Technology , 2009 , 189(1) : 115-125.
- [25] MAO Kuanmin ,MICHAEL Y W ,XU Zhiwei ,et al. DEM simulation of particle damping[J]. Powder Technology , 2004 , 142(2-3) : 154-165.
- [26] MISHRA B K , MURTY C V R. On the determination of contact parameters for realistic DEM simulation of ball mills[J]. Powder Technology , 2001 , 115(3) : 290-297.
- [27] ZHU H P , YU A B. A theoretical analysis of the force models in discrete element method[J]. Powder Technology , 2006 , 161(2) : 122-129.
- [28] 李润方,王建军. 齿轮系统动力学-振动、冲击、噪声[M]. 北京:科学出版社, 1997.  
LI Runfang , WANG Jianjun. Dynamics of gear systems : Vibration , shock , and noise[M]. Beijing : Science Press , 1997.
- [29] LU Zheng , LU Xili , MASRI S F. Studies of the performance of particle dampers under dynamic loads[J]. Journal of Sound and Vibration , 2010 , 329(26) : 5415-5433.
- [30] 王国强,郝万军,王继新. 离散单元法及其在 EDEM 上的实践[M]. 西安:西北工业大学出版社, 2010.  
WANG Guoqiang , HAO Wanjun , WANG Jixin. The practice of discrete element method in EDEM[M]. Xi 'an : Northwestern Polytechnical University Press , 2010.

---

作者简介:肖望强(通信作者),男,1981年出生,博士,副教授。主要研究方向为机械动力学、新型机械传动。

E-mail : xiao\_xwq@126.com

黄玉祥,男,1990年出生,硕士研究生。主要研究方向为机械动力学。

E-mail : 19920141152909@stu.xmu.edu.cn

李威,男,1967年出生,博士,教授。主要研究方向为机械传动学。

E-mail : liwei@me.ustb.edu.cn

林宏,女,1977年出生,博士,研究员。主要研究方向为结构动力学、载荷与力学环境。

E-mail : bjlinzi1971@163.com