

# 给定下游边界的超声速流场逆向求解方法\*

韩伟强, 朱呈祥, 尤延铖, 李怡庆

(厦门大学 航空航天学院, 福建 厦门 361005)

**摘要:** 为了实现超声速流场出口参数的可控设计, 借鉴特征线方法在古尔赛特与柯西问题两类边值条件中的应用, 提出了一种根据下游边界条件求解其依赖域的逆柯西问题求解方法, 并在此基础上发展了一种均匀来流条件下的超声速流场逆向求解方法。对轴对称内收缩流场、二维平面流场、轴对称外锥流场三个典型算例校核表明, 逆向求解方法得到的计算结果与正向特征线方法一致, 由此验证了该逆向求解方法的可行性, 并有效拓展了超声速流场的设计思路。

**关键词:** 特征线法; 超声速流场; 下游边界; 逆向求解

**中图分类号:** V211.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-4055 (2016) 04-0624-08

**DOI:** 10.13675/j.cnki.tjjs.2016.04.004

## An Inverse Method for Supersonic Flowfield with Given Downstream Boundary

HAN Wei-qiang, ZHU Cheng-xiang, YOU Yan-cheng, LI Yi-qing

(School of Aerospace Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

**Abstract:** For the controllable design of exit parameters in supersonic flowfield, a new method of solving the inverse Cauchy problem, referring to the Method of Characteristics applied in the Goursat and Cauchy problems, is proposed to calculate the domain of dependence according to known downstream condition. On this basis, an inverse method for supersonic flowfield with the uniform flow condition is further developed. The validation of three typical cases (axisymmetric internal compression flowfield, two-dimensional planar flowfield and external conical flowfield) shows that results obtained by the inverse method agree well with those obtained by forward MOC, which verifies the feasibility of the inverse method and expands the thought of supersonic flowfield design effectively.

**Key words:** Method of characteristics; Supersonic flowfield; Downstream boundary condition; Inverse method

### 1 引言

对于定常超声速流场, 如何快速精确地捕捉并描述激波与流场是一个关键性问题。目前求解定常超声速流场时常用的方法主要有两种: CFD方法和特征线法。其中, CFD方法计算得到的激波总是要

跨越若干网格单元, 为了提高激波求解精度而加密网格将大大增加计算资源的消耗。相较 CFD方法, 特征线法具有计算速度快、激波分辨率高, 可以方便地用于气动方案的快速设计<sup>[1~7]</sup>等特点, 因此近年来受到了越来越多的重视。

作为一种经典的气体动力学计算方法, 特征线

\* 收稿日期: 2015-09-02; 修订日期: 2015-12-01。

基金项目: 国家自然科学基金 (51276151, 91441128); 国防基础科研 (B1420133058); 中央高校基本科研业务费 (20720140540)。

作者简介: 韩伟强, 男, 硕士生, 研究领域为高超声速进气道设计。E-mail: weiqiang.hann@qq.com

通讯作者: 尤延铖, 男, 博士, 教授, 研究领域为高超声速推进系统设计。E-mail: yancheng.you@xmu.edu.cn

法在喷管设计中发挥了重要作用。戴梧叶等利用特征线法计算塞式喷管流场,其可以很好地反映流场规律,特别是对自由边界的适应<sup>[8]</sup>。卢鑫等利用特征线法设计轴对称最大推力喷管,并结合流线追踪方法发展了三维尾喷管设计技术<sup>[9]</sup>。赵一龙等提出了基于B-Spline曲线和特征线方法的超声速型面可控喷管设计方法,通过设置喷管轴向马赫数分布灵活地调整喷管的型面形状<sup>[10]</sup>。

在高超声速进气道设计方面,早在20世纪60年代Anderson<sup>[11]</sup>就采用特征线法沿着物面向下游推进求解流场,并用于超声速进气道的设计工作。尤延铨,梁德旺等在国内首次将二维特征线法程序应用于内收缩锥基准流场,进而指导进气道基准流场的气动设计<sup>[12]</sup>。南向军,张堃元等通过给定压缩型线上的压力分布,采用特征线法求解出新型轴对称基准流场,实现了基准流场压缩型线上压力分布的可控设计<sup>[13]</sup>。在此基础上,李永洲等进一步通过给定压缩型线马赫数分布规律,采用有旋特征线法设计出一种沿程马赫数分布可控的基准流场<sup>[14]</sup>。方兴军,刘焱等按照预先设定的进出口条件反设计内流通道型面,发展了一种控制出口流场速度分布的超声速内流通道反设计方法<sup>[15]</sup>。郭善广,王振国等通过给定激波形状,采用特征线法求解激波影响域和决定激波的壁面,实现了二元进气道前体曲线激波的可控<sup>[16-18]</sup>。Barkmeyer<sup>[19]</sup>等使用特征线法设计了出口参数均匀且流场横截面上压力分布均匀的喷管流场,并将其倒置之后作为一种新型的基准流场,用于内收缩进气道的设计。牛津大学Matthews<sup>[20]</sup>等利用特征线法得到了等压力和等楔角轴对称基准流场,成功设计出三模块化和四模块化乘波式高超声速内转式进气道。李永洲等基于特征线法,发展了壁面压升规律可控的设计方法,得到了类水滴进气转圆形出口的高超内收缩进气道<sup>[21]</sup>。朱伟等采用有旋特征线法,基于壁面马赫数分布规律设计出了轴对称基准流场,结合流线追踪技术及截面渐变技术得到了矩形转圆内收缩进气道<sup>[22]</sup>。贺旭照等采用特征线方法设计了具有直线初始激波、内收缩段消除激波反射、出口参数均匀可控的基准内锥流场,基于密切内锥乘波体设计方法,设计了一种密切内锥乘波前体进气道<sup>[23]</sup>。

然而,前文提到的特征线法都有一个共同特点,即无论是给定壁面型线、沿程压力分布、马赫数分布、进出口条件还是激波形状,它们都需要给定上游来流条件来求解下游流场,而出口气流参数是由上游

条件被动确定的,在完全求解流场之前是无法对所有的出口参数进行设计的。事实上,这已成为制约特征线法在实际工程中应用的关键因素。美国空军高超声速计划首席科学家Mark Lewis<sup>[24]</sup>曾指出,进气道出口气流特性将直接影响后续燃烧室的稳定工作。因此,急需寻求一种由下游边界条件逆向求解超声速流场的方法,进一步拓展超声速流场的设计思路。

本文在总结不同边值条件下特征线法求解过程的基础上,发展了一种基于下游边界条件的超声速流场逆向求解方法,实现出口流场的可控设计,并开展了相应的结果验证。该方法的提出,有望为拓展特征线法的进一步工程应用提供理论支撑。

## 2 特征线法简介

特征线法(Method of Characteristic, MOC)是一种求解双曲型偏微分方程的精确步进型方法。在定常超声速流场中,由于其控制方程为双曲型偏微分方程,流场中任一点的流动具有仅取决于上游流场中有限区域的性质,因此可以使用特征线法求解该流场。所谓特征线,是指沿着该曲线积分可以将偏微分方程简化为易于求解的全微分相容性方程<sup>[25]</sup>。

以定常二维等熵超声速流场为例,其原始的偏微分控制方程如下。

连续方程

$$\nabla \cdot (\rho V) = 0 \quad (1)$$

动量方程

$$\rho \frac{DV}{Dt} + \nabla p = 0 \quad (2)$$

声速方程

$$\frac{Dp}{Dt} - a^2 \frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (3)$$

在超声速流场中由于马赫线就是特征线,因此上述控制方程可简化为以下两个全微分方程组:

特征线方程组

$$\left( \frac{dy}{dx} \right)_0 = \lambda_0 = \frac{v}{u} \quad (\text{流线}) \quad (4)$$

$$\left( \frac{dy}{dx} \right)_\pm = \lambda_\pm = \tan(\theta \pm \alpha) \quad (\text{马赫线}) \quad (5)$$

相容性方程组

$$\rho V dV + dp = 0 \quad (\text{沿流线}) \quad (6)$$

$$dp - a^2 d\rho = 0 \quad (\text{沿流线}) \quad (7)$$

$$\frac{\sqrt{Ma^2 - 1}}{\rho V^2} dp_\pm \pm d\theta_\pm + \delta \left[ \frac{\sin \theta dx_\pm}{y Ma \cos(\theta \pm \alpha)} \right] = 0 \quad (8)$$

(沿马赫线)

因此,只要通过联立求解特征线方程和相容性方程,即可完成相应流场的求解计算。

### 3 特征线法的边值问题

采用数值积分的方法联立求解特征线方程和相容性方程,必须给定一定的边值条件。按照给定边值条件的不同,特征线法求解流场可分为两类问题:古尔赛特(Goursat)问题和柯西(Cauchy)问题<sup>[25]</sup>。引言部分提到的特征线方法的各种用法,不论是给定壁面型线、沿程压力分布、马赫数分布、进出口条件还是给定激波形状,其流场求解过程都可归属为这两类问题。

#### 3.1 古尔赛特问题

古尔赛特问题是直接给定一条特征线作为一个边值条件,它决定不了任何流场区域,因此还需要添加额外的边界条件。边界条件的给定可以包括壁面型线、压力分布、马赫数分布或者一条与该特征线相交的异族特征线等等。

以给定异族特征线为例,如图1所示,已知边值条件 $\Gamma_0$ 和边界条件 $\Gamma_1$ ,两者互为异族特征线。联立求解特征线方程和相容性方程,得到一条新的边界条件 $\Gamma_2$ ,再以 $\Gamma_0$ 和 $\Gamma_2$ 继续求解下一边界条件。以此类推直至 $\Gamma_0$ 和 $\Gamma_1$ 共同决定的流场区域 $A_1A_nDB_n$ 得到完整的求解。

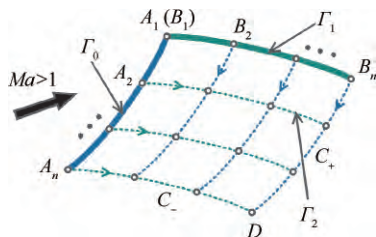


Fig. 1 Solution of Goursat problem by MOC

对于形如图2的轴对称内收缩流场,在给定来流参数和内收缩型线的条件下,可以在前缘激波的起点位置定义出一块很小的均匀流场区域 $ABC$ 。此时,若以右行特征线 $BC$ 为特征性边值条件 $\Gamma_0$ ,配合边界条件即内收缩型线 $\Gamma_1$ ,则可以采用特征线法求解下游流场,该求解过程是一种典型的古尔赛特问题。同理,若给定边值条件 $\Gamma_0$ 并同时指定边界条件 $\Gamma_1$ 上的压力或马赫数分布,也可以求解得到下游流场。

为了后续研究的需要,本文编制了一套二维特征线法程序,可用于求解古尔赛特问题。图3是该程序算得的轴对称内收缩流场马赫数图(图中 $x$ 轴表示轴对称中心线, $r$ 轴表示到中心线的径向距离,两者均为无量纲单位。此外,本文其余图表的坐标若无

特殊说明均为无量纲单位)。其中,选定的来流马赫数为6;内收缩型线为倾斜角 $8^\circ$ 的直线。

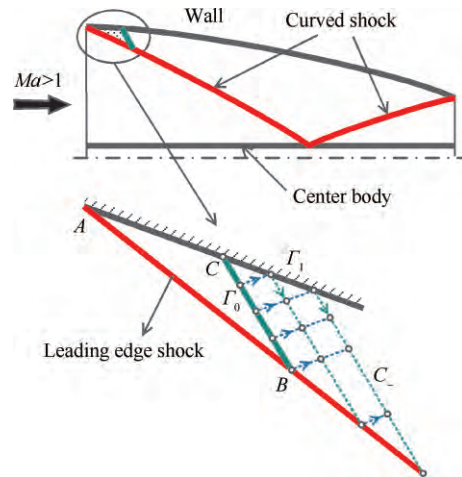


Fig. 2 Goursat problem in axisymmetric internal cone flowfield

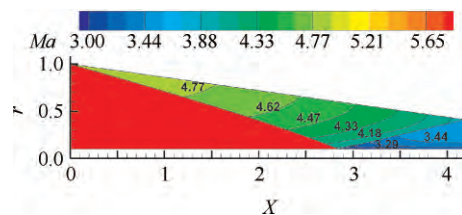


Fig. 3 Mach number contours obtained by MOC in Goursat problem

#### 3.2 柯西问题

柯西问题通常给定一条非特征线的上游边值线,通过特征线方法求解出该边值线完全确定的影响域。如图4,给定上游非特征线边值线 $\Pi_0$ (线上各点 $A_1, \dots, A_n$ 的所有参数已知),联立求解特征线方程和相容性方程,可以得到一条由点 $B_1, \dots, B_{n-1}$ 构成的下游流场 $\Pi_1$ 。再以 $\Pi_1$ 为边值条件继续求解下一条流场,以此类推直至求解得到 $\Pi_0$ 的全部影响区域 $A_1A_nD$ 。

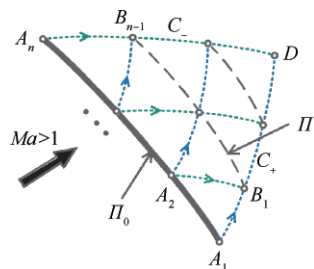


Fig. 4 Solution of Cauchy problem by MOC

如图5所示,在给定来流参数和入射激波形状的条件下,通过斜激波关系式,相当于定义了一条非特征线的边值线 $AB$ 。此时采用特征线法求解轴对称内



收缩流场区域ABC的过程是一种典型的柯西问题。

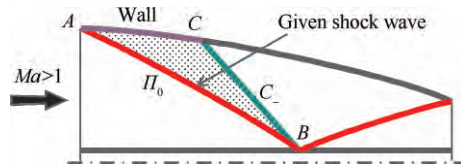


Fig. 5 Cauchy problem in axisymmetric internal cone flowfield

求解图5流场区域ABC的具体步进过程如图6所示:已知入射激波上系列点 $B_1, \dots, B_n$ 。由点 $B_1$ 和点 $B_2$ 确定点 $A_2$ ,重复上述单元过程依次确定点 $A_3, \dots, A_n$ 的坐标和流动参数。图6中过点 $B_n$ 和点 $A_n$ 的流线即为可以产生指定激波形状的内收缩型线。

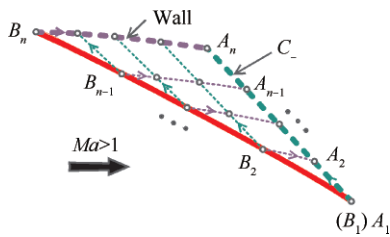


Fig. 6 Solving process of cauchy problem in axisymmetric internal cone flowfield

需要注意的是,由点 $B_1$ 和点 $B_2$ 确定点 $A_2$ 的过程与一般的特征线内点过程<sup>[25]</sup>不同,运用到了流线与逆行特征线相交的求解过程。如图7,点1发出的流线与点2引出的逆右行特征线交于点4,在点1和点2之间插值得到点3,使得点3发出的左行特征线刚好经过点4,联立相应的相容性方程得到点4的所有流动参数。然后采用欧拉预估矫正方法,重复以上过程,可以提高计算精度,获得准确的点4参数。

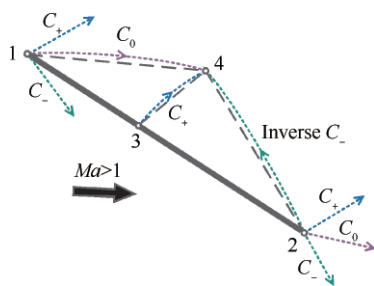


Fig. 7 Unit process schematic of Cauchy problem

同样的,本文也编制了一套用于求解柯西问题的二维特征线法程序。图8是该程序算得的轴对称内收缩流场马赫数图。其中,选定的来流马赫数为6.5;入射激波形状选为二次多项式 $y = -0.03x^2 - 0.2x + 1$ 。

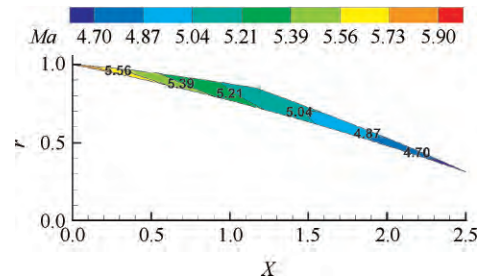


Fig. 8 Mach number contours obtained by MOC in Cauchy problem

## 4 给定下游边界的超声速流场逆向求解方法

### 4.1 逆柯西问题

在很多实际应用中,最初的设计需求往往是超声速流场出口参数的分布或流场品质,譬如高超声速进气道的出口压比、总压恢复等。但现有的特征线法在完全求解超声速流场之前是无法预知所有的出口参数的。出口流场只能被动地设计,这极大地限制了特征线法的工程应用。因此,迫切需要一种由下游边界条件逆向求解上游超声速流场的方法,以实现出口流场的可控设计。

基于柯西问题的思路,本文提出了一种根据下游边界条件求解其依赖域的逆柯西问题求解方法。如图9所示,给定的非特征线边界条件 $\Pi_0$ 位于流场下游,同样可以通过联立求解特征线方程和相容性方程求解流场区域 $A_1A_nB_n$ 。具体步进过程为:已知下游边值线上系列点 $A_1, \dots, A_n$ 。由点 $A_1$ 和点 $A_2$ 确定点 $B_2$ ,重复上述单元过程依次确定点 $B_3, \dots, B_n$ 的坐标和流动参数,从而完成上游相应流场的求解。

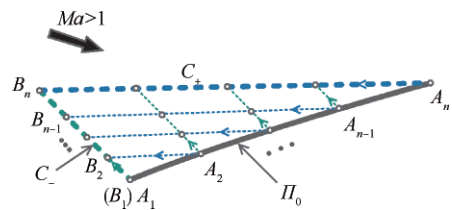


Fig. 9 Solution of inverse Cauchy problem by MOC

以轴对称内收缩流场为例,如图10,在给定出口参数和反射激波形状的条件下,通过斜激波关系式,相当于定义了一条位于流场下游的边值曲线AB。运用上述特征线法求解上游流场区域ABC,即为一种典型的逆柯西问题。

为了验证特征线法求解逆柯西问题的正确性,本文以轴对称内收缩流场为例进行正(古尔赛特问题)、反向(逆柯西问题)流场求解结果对比。

(1)正向求解:来流马赫数6,指定内收缩型线 $\Gamma_1$

为二次多项式  $y = -0.01x^2 - 0.25x + 1$  , 中心体高度 0.1。图 11(a) 为采用特征线法正向求解得到流场马赫数图。

(2) 反向求解: 截取图 11(a) 的出口参数和反射激波形状为条件, 采用逆柯西问题求解方法反向求解得到流场马赫数分布如图 11(b) 所示。

图 11(c) 为上述两个流场相同径向处流线的沿程压力分布对比图。对比两个流场, 可以发现两者的马赫数分布和相同径向处流线的沿程压力分布吻合良好。因此, 特征线法可用于给定反射激波形状的逆柯西问题求解。

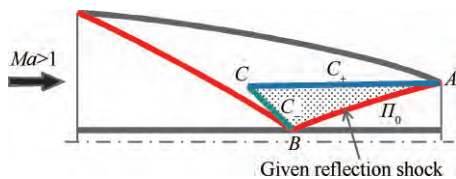


Fig. 10 Inverse Cauchy problem in axisymmetric internal cone flowfield

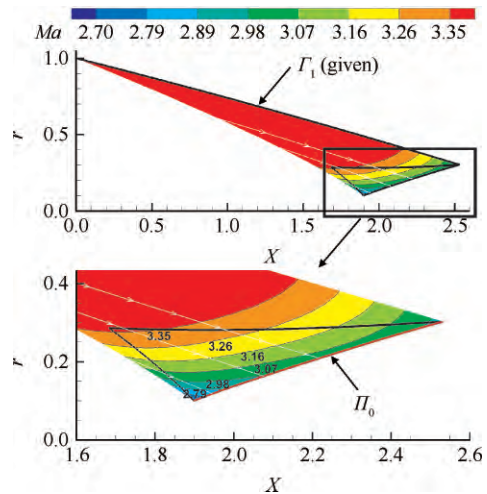
4.2 给定下游边界的超声速流场逆向求解方法

值得注意的是, 虽然逆柯西问题求解方法可以实现由下游边界条件反求上游依赖域内的超声速流场, 但是其仍然无法实现上游全流场求解。为了实现完全意义上的出口流场的可控设计, 还需要进一步发展一种给定下游边界的超声速流场逆向求解方法。该逆向求解方法基于来流水平且参数均匀这一前提假设条件。如图 12 所示, 以轴对称内收缩流场为例, 给定下游边界(反射激波), 超声速流场逆向求解方法可以分成以下三个层次。

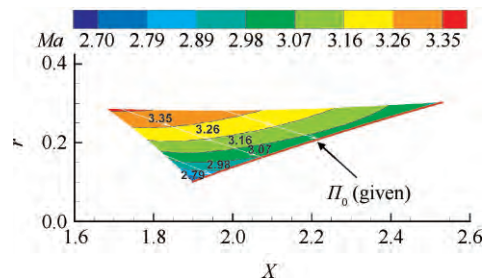
(1) 由反射激波确定入射激波形状: 由下游边界线(反射激波)上点  $A_1, \dots, A_n$  逆流追踪, 必然与上游入射激波存在交点  $B_1, \dots, B_n$ , 且相邻流线都构成一个微小的封闭流管。根据流管进(入射激波)、出口(反射激波)流量连续和两道激波间等熵条件, 可以依次得到入射激波上点  $B_1, \dots, B_n$  的位置坐标和流动参数。

(2) 柯西问题的求解: 已知入射激波上系列点  $B_1, \dots, B_n$ , 相当于定义了一条非特征线的边值线  $\Pi_0$ , 特征线法求解图 12 中流场区域 1 属于柯西问题。具体求解过程见 3.2 节。

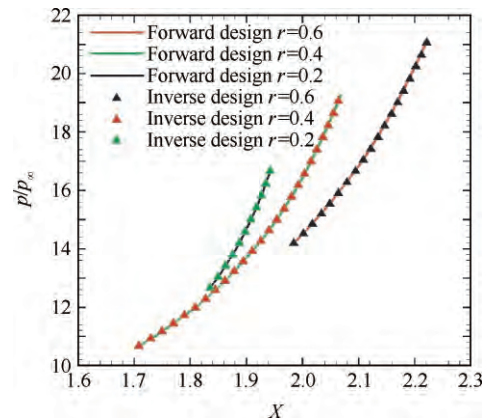
(3) 古尔赛特问题的求解: 已知特征性边值条件  $\Gamma_0$  (右行特征线) 和边界条件  $\Gamma_1$  (反射激波), 特征线法求解图 12 中流场区域 2 属于古尔赛特问题。主要涉及到图 7 所示单元过程。



(a) Flowfield obtained by forward design



(b) Flowfield obtained by inverse design



(c) Pressure distribution along the same streamlines

Fig. 11 Comparison of forward design and inverse design flowfields in inverse Cauchy problem

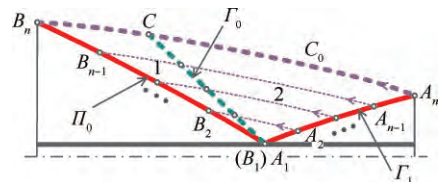


Fig. 12 Design idea of inverse solution method in the axisymmetric internal cone flowfield

本文超声速流场逆向求解方法除了给定反射激波的形状外, 还必需给定出口流场所有气动参数的分布, 因此至多存在一个解。若预先给定的激波形



状和参数分布不合理,则有可能不存在物理解。

### 4.3 算例检验

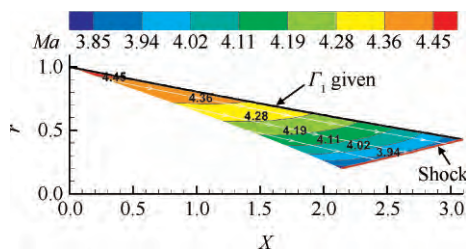
#### (1)轴对称内收缩流场

为了验证逆向求解方法的正确性,本文以轴对称内收缩流场为例进行正(古尔赛特问题)、反向(逆向求解方法)流场求解结果对比。

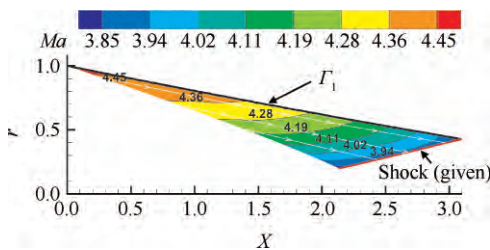
①正向求解:来流马赫数6,指定内收缩型线 $\Gamma_1$ 为二次多项式  $y=0.005x^2-0.2x+1$ ,中心体高度0.2。图13(a)为采用特征线法正向求解得到流场马赫数图。

②反向求解:截取图13(a)的出口参数和反射激波形状为条件,采用逆向求解方法反向求解得到流场马赫数分布如图13(b)所示。

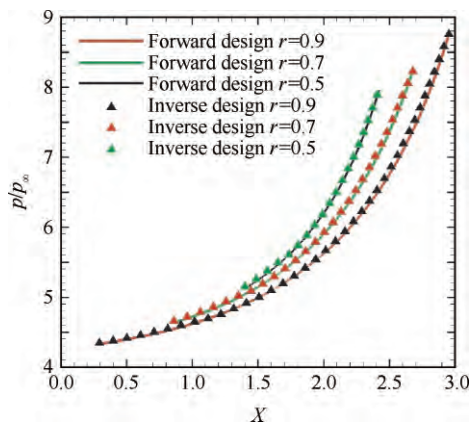
图13(c)为上述两个流场相同径向处流线的沿程压力分布对比图。对比两个流场,可以发现两者的马赫数分布和相同径向处流线的沿程压力分布吻合良好。因此,本文发展的超声速流场逆向求解方法可以用于轴对称内收缩流场的反设计。



(a) Mach number contours of flowfield obtained by forward design



(b) Mach number contours of flowfield obtained by inverse design



(c) Pressure distribution along the same streamlines

Fig. 13 Comparison of forward design and inverse design axisymmetric internal cone flowfields

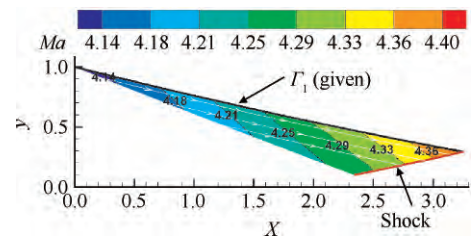
#### (2)二维平面流场

为了验证逆向求解方法的正确性,本文以二维平面流场为例再次进行正(古尔赛特问题)、反向(逆向求解方法)流场求解结果对比。

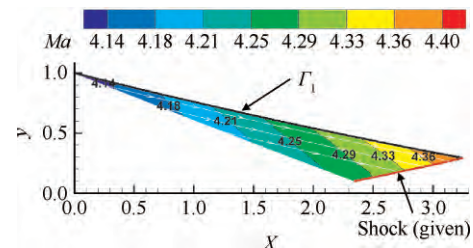
①正向求解:来流马赫数6,指定内收缩型线 $\Gamma_1$ 为二次多项式  $y=0.01x^2-0.25x+1$ ,中心体高度0.1。图14(a)为采用特征线法正向求解得到流场马赫数图。

②反向求解:截取图14(a)的出口参数和反射激波形状为条件,采用逆向求解方法反向求解得到流场马赫数分布如图14(b)所示。

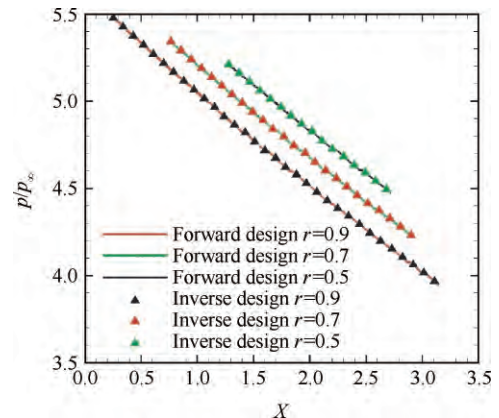
图14(c)为上述两个流场相同径向处流线的沿程压力分布对比图。对比两个流场,可以发现两者的马赫数分布和相同径向处流线的沿程压力分布吻合良好。因此,本文发展的超声速流场逆向求解方法可以用于二维平面流场的反设计。



(a) Mach number contours of flowfield obtained by forward design



(b) Mach number contours of flowfield obtained by inverse design



(c) Pressure distribution along the same streamlines

Fig. 14 Comparison of forward design and inverse design two-dimensional planar flowfields

#### (3)轴对称外锥流场

超声速流场逆向求解方法同样适用于轴对称外

锥流场。图 15 为轴对称外锥流场结构示意图,它包括入射激波,中间的外压缩型线以及结尾左行特征线。这里逆向求解方法所给定的下游边界条件是:结尾左行特征线。具体设计思路与轴对称内收缩流场类似,这里不做详细说明,仅给出正(古尔赛特问题)、反向(逆向求解方法)流场求解结果对比。

①正向求解:来流马赫数 6.5,指定外压缩型线  $\Gamma_1$  为二次多项式  $y = -0.01x^2 + 0.4x$ 。图 16(a) 为采用特征线法正向求解得到流场马赫数图。

②反向求解:截取图 16(a) 的结尾左行特征线为条件,采用逆向求解方法反向求解得到流场马赫数分布如图 16(b) 所示。

图 16(c) 为上述两个流场相同径向处流线的沿程压力分布对比图。对比两个流场,可以发现两者的马赫数分布和相同径向处流线的沿程压力分布吻合良好。因此,本文发展的超声速流场逆向求解方法可以用于轴对称外锥流场的反设计。

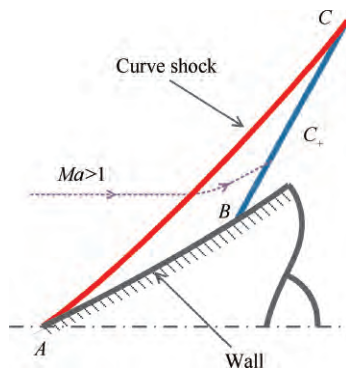
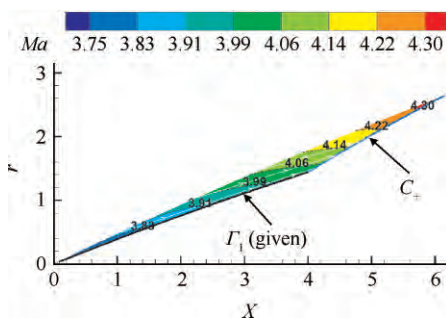
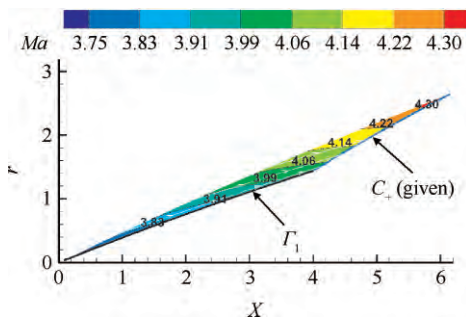


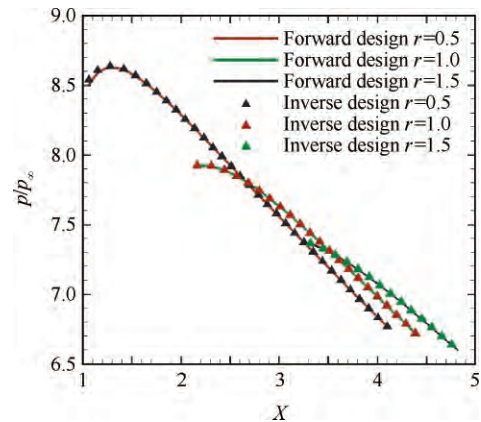
Fig. 15 Axisymmetric external cone flowfield



(a) Mach number contours of flowfield obtained by forward design



(b) Mach number contours of flowfield obtained by inverse design



(c) Pressure distribution along the same streamlines

Fig. 16 Comparison of forward design and inverse design axisymmetric external cone flowfields

## 5 结论

通过分析两类经典的特征线法问题,发展了一种给定下游边界的超声速流场逆向求解方法,得到如下结论:

(1) 本文提出的逆柯西问题求解方法可用于超声速流场的计算求解。以来流马赫数 6,内收缩型线方程  $y = -0.01x^2 - 0.25x + 1$  的轴对称内收缩流场为例,正、反向求解流场的马赫数分布和沿流线压力分布吻合良好。

(2) 本文发展的超声速流场逆向求解方法能够快速求解轴对称内收缩流场、二维平面流场和轴对称外锥流场。以来流马赫数 6,内收缩型线方程  $y = 0.005x^2 - 0.2x + 1$  的轴对称内收缩流场;来流马赫数 6,内收缩型线方程  $y = 0.01x^2 - 0.25x + 1$  的二维平面流场;来流马赫数 6.5,外压缩型线方程  $y = -0.01x^2 + 0.4x$  的轴对称外锥流场为例,正、反向求解流场的马赫数分布和沿流线压力分布吻合良好。

(3) 超声速流场逆向求解方法可以实现流场出口参数的可控设计,这将有望进一步推动特征线方法在高超声速进气道中的深入应用。

## 参考文献:

- [1] 卫锋,贺旭照,贺元元,等. 三维内转式进气道双激波基准流场的设计方法[J]. 推进技术, 2015, 36(3): 358-364. (WEI Feng, HE Xu-zhao, HE Yuan-yuan, et al. Design Method of Dual-Shock Wave Basic Flow-Field for Inward Turning Inlet[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2015, 36(3): 358-364.)
- [2] Sobieczky H, Dougherty F C, Jones K. Hypersonic Waverider Design from Given Shock Wave[C]. USA: First

- International Waverider Symposium*, 1990.
- [ 3 ] Eggers T, Sobieczky H, Center K B. Design of Advanced Waveriders with High Aerodynamic Efficiency [R]. *AIAA* 93-5141.
- [ 4 ] Sobieczky H, Zores B, Wang Z, et al. High Flow Speed Design Using the Theory of Osculating Cones and Axisymmetric Flows [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 1999, 12(1): 1-7.
- [ 5 ] Qian Y J, Zhao H S. Characteristic Calculation of a Supersonic Axisymmetric Inlet with Three Stages Compression [R]. *Technical Report of BIAA BH-F110*.
- [ 6 ] 高文智, 李祝飞, 杨基明, 等. 一种用于前缘钝化高超声速进气道设计评估的CFD/特征线组合方法及其应用 [J]. *推进技术*, 2013, 34(12): 1585-1592. (GAO Wen-zhi, LI Zhu-fei, YANG Ji-ming, et al. A Combined CFD/Characteristic Method for Design and Performance Prediction of Hypersonic Inlet with Leading Edge Bluntness [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2013, 34(12): 1585-1592.)
- [ 7 ] 南向军, 张堃元, 金志光, 等. 矩形转圆形高超声速内收缩进气道数值及试验研究 [J]. *航空学报*, 2011, 32(6): 988-996.
- [ 8 ] 戴梧叶, 刘宇. 特征线法在塞式喷管中的应用 [J]. *航空动力学报*, 2000, 15(4): 371-374.
- [ 9 ] 卢鑫, 岳连捷, 肖雅彬, 等. 超燃冲压发动机尾喷管流线追踪设计 [J]. *推进技术*, 2011, 32(1): 91-96. (LU Xin, YUE Lian-jie, XIAO Ya-bin, et al. Design of Scramjet Nozzle Based on Streamline Tracing Technique [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2011, 32(1): 91-96.)
- [ 10 ] 赵一龙, 赵玉新, 王振国, 等. 超声速型面可控喷管设计方法 [J]. *国防科技大学学报*, 2012, 34(5): 1-4.
- [ 11 ] Anderson Bernhard H. Design of Supersonic Inlets by a Computer Program Incorporating the Method of Characteristics [R]. *NASA TN D-4960*.
- [ 12 ] 尤延铖, 梁德旺. 内乘波式进气道内收缩基本流场研究 [J]. *航空动力学报*, 2008, 26(2): 203-207.
- [ 13 ] 南向军, 张堃元, 金志光, 等. 压升规律可控的高超声速内收缩进气道设计 [J]. *航空动力学报*, 2011, 26(3): 518-523.
- [ 14 ] 李永洲, 张堃元, 南向军. 基于马赫数分布规律可控概念的高超声速内收缩进气道设计 [J]. *航空动力学报*, 2012, 27(11): 2484-2491.
- [ 15 ] 方兴军. 控制出口速度分布的超声速内流通道反设计 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2012.
- [ 16 ] 郭善广, 王振国, 赵玉新, 等. 高超声速二元进气道前体曲线激波逆向设计 [J]. *航空学报*, 2014, 35(5): 1246-1256.
- [ 17 ] 张林, 张堃元, 王磊, 等. 基于壁面马赫数梯度的高超声速弯曲激波二维进气道数值研究 [J]. *航空动力学报*, 2013, 28(4): 752-758.
- [ 18 ] 王磊, 张堃元, 向有志, 等. 高超声速二元弯曲激波压缩面反设计方法的参数化研究 [J]. *南京航空航天大学学报*, 2013, 45(4): 441-446.
- [ 19 ] Daniel E F Barkmeyer, Starkey R P, Lewis M J. Inverse Waverider Design for Inward Turning Inlets [R]. *AIAA* 2005-3915.
- [ 20 ] Matthews A J, Jones T V. Design and Test of a Modular Waverider Hypersonic Intake [R]. *AIAA* 2005-3379.
- [ 21 ] 李永洲, 张堃元, 南向军, 等. 类水滴进口高超声速内收缩进气道设计及数值研究 [J]. *航空动力学报*, 2012, 27(6): 1355-1361.
- [ 22 ] 朱伟. 基于马赫数分布规律的高超矩形转圆内转式进气道设计研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2012.
- [ 23 ] 贺旭照, 周正, 倪鸿礼. 密切内锥乘波前体进气道一体化设计和性能分析 [J]. *推进技术*, 2012, 33(4): 510-515. (HE Xu-zhao, ZHOU Zheng, NI Hong-li. Integrated Design Methods and Performance Analyses of Osculating Inward Turning Cone Waverider Forebody Inlet [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2012, 33(4): 510-515.)
- [ 24 ] Lewis M. A Hypersonic Propulsion Airframe Integration Overview [R]. *AIAA* 2003-4405.
- [ 25 ] Zucrow M J, Hoffman J D. *Gas Dynamics* [M]. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1976.

(编辑: 梅 瑛)