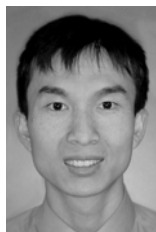


使用有限元模型仿真可变形物体的研究进展

黄绍辉, 王博亮

(厦门大学计算机科学系, 福建 厦门 361005)



摘要: 可变形物体的建模与仿真是当今计算机图形学领域的难点和热点之一。对于手术模拟等需要精确计算的场合, 最佳的建模工具仍然是有限元模型。惟一限制有限元模型广泛应用的瓶颈, 在于有限元的大计算量。为了克服这个困难, 目前出现了很多新颖的技术方法。对这些有限元新技术做一个比较全面的综述, 对其进行分类和概括, 并总结这些最新成果的解决思路以及具体的解决方法, 对有意以有限元为工具开发仿真系统的研究者们具有很大的启发和参考价值。

关键词: 可变形物体; 基于物理的建模; 有限元模型; 软组织变形; 交互式手术仿真

中图分类号: TP391.41 **文献标识码:** A **文章编号:** 1004-731X (2007) 22-5315-06

Research Progress on Simulation of Deformable Objects Using Finite Elements Model

HUANG Shao-hui, WANG Bo-liang

(Computer Science Department of Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: Nowadays the simulation of deformable objects is a hotspot in the field of computer graphics. In the simulation of operation, for the request of precision, Finite Elements Models (FEM) is the best model. The disadvantage of FEM is the mass quantity of the calculation. To solve this, many new techniques has come out recently. To summarize these new FEM techniques, including their thoughts and the solutions, it will be helpful to the researchers who want to use FEM to do some simulation work.

Key words: deformable objects; physically based modeling; finite elements models; tissue deformation; interactive surgery simulation

引言

随着计算机三维技术在游戏、影视、虚拟现实方面的应用日益广泛, 单纯的刚体模型已经不能满足实际的需要, 因此可变形物体的仿真已经成为现代计算机图形学中重要的研究课题之一。目前公认的对可变形模型进行模拟仿真的最好的方法依然是具有深厚物理背景的有限元方法(Finite Element Method, FEM)。虽然还有其它的方法用于仿真可变形模型, 例如 J.Teran 等人提出的 Finite Volume Methods 方法^[1], Neil Molino 等人提出的 Virtual Node Algorithm 算法^[2], Balaniuk,R.等人提出的 Radial Elements Method 方法^[3]和 Long Elements 方法^[4], Gibson,S.等人提出的 3D ChainMail 方法^[5-6], Cotin,S.等人提出的 Tensor-Mass 模型^[7-8], Debunne,G等人提出的 Adaptive sampling 方法^[9], 以及已经在布料模拟等场合取得广泛应用的 Mass Spring Models^[10-11]等等。然而这些方法其实都可以看做是有限元方法的某种程度的简化。对于一些并不需要精确计算的场合, 例如计算机

三维变形动画、布料的模拟等等, 利用上述模型已经足够了; 然而对于复杂、精确的可变形模型的计算, 例如手术仿真, 软组织的物理建模等等, 就不得不考虑使用有限元模型了。可以这么说, 只要能解决速度问题, 有限元方法是可变形模型仿真的最合适的首选。

但是有限元计算的复杂性还是大大阻碍了它的应用, 因而目前国内的有限元应用还仅仅局限于刚体模型, 例如足部的生物力学模拟^[12], 人体步态研究与仿真^[13], 汽车碰撞的有限元仿真^[14]等等; 而对于可变形物体的模拟, 由于计算量太大, 尤其是在需要在计算的同时进行碰撞检测的虚拟手术仿真, 或者是生物软组织的变形模拟当中, 大都没有采用有限元模型, 而是选择了相对计算量小很多的 Mass Spring Models^[15]。

1 有限元模型的一般形式

FEM 起源于工程设计和分析, 它以连续介质力学、弹性力学为基础。虽然 FEM 也把问题离散化, 但是它连续地离散为若干个单元(不是点), 各个单元通过其边界互连。对于每个单元, 用一个近似函数分片地近似表示未知变量场, 该近似函数由未知场函数在单元各个节点的值和与其对应的插值函数(基函数)表达, 这样把一个无穷自由度问题转化为有限自由度问题。通过求解一个有限问题来确定问题的无限解。

收稿日期: 2006-09-05

修回日期: 2006-11-09

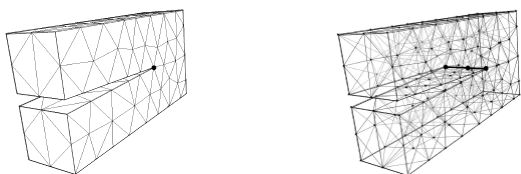
基金项目: 国家自然科学基金(60371012); 卫生部联合基金(WKJ2005-2-001); 福建省科技重点项目(2005Y0018)资助; 厦门市科技计划项目(3502Z20051015)。

作者简介: 黄绍辉(1976-), 男, 福建漳平人, 博士生, 讲师, 研究方向为计算机图形学, 虚拟现实, 医学仿真; 王博亮(1945-), 男, 福建福州人, 博导, 教授, 研究方向为医学成像和图像处理、生物信息检测与控制, 计算机在医学工程中应用。

1.1 有限元建模的一般步骤

有限元建模的一般步骤是:

- 1、建立三维物体的面模型,如图 1(a)所示;
- 2、对建立好的面模型进行剖分,生成体模型,如图 1(b)所示;
- 3、利用 FEM 技术进行仿真。



(a) 三维物体的面模型 (b) 利用四面体模型将其剖分成有限元模型

图 1 有限元建模的一般步骤

对于前面两个步骤,有很多的方法和工具可以使用,例如使用 AutoCAD、3DS MAX 等工具均可生成效果相当不错的面模型,而借助一些工具则可以将这些面模型剖分成体模型,例如 ANSYS 等。在体模型中,最常用的是四面体模型(tetrahedral mesh)。步骤 3 是实时模拟中的难点,下面我们就此展开讨论。

1.2 有限元模型的一般形式

根据有限元理论,一个用有限元离散化之后的物理系统,总可以用如下的一般形式来表示:

$$K(d) + C(d, \dot{d}) + M(\ddot{d}) = f \quad (1)$$

这里 d 是一个表示节点位移的矢量, d 上的点表示对时间的微分, K 和 C 都是非线性的函数,分别表示该节点在此位移下的反作用力和该节点的速度, M 表示该节点的加速度,而 f 表示其它的力(譬如外力)。通常情况下, K 可以用内在的弹力来代替,而 C 可以用阻力来代替。

1.3 有限元模型的难点及解决思路

实际的物体是相当复杂的,因而使得 FEM 方程(1)的求解变得十分困难。要使得计算机能够仿真这些物体,首先必须考虑的几个难题是:

- 1、非线性的压力和应力的关系的模拟,此时力和位移并不是简单的比例关系;
- 2、大变形的模拟,此时物体的外形的变化是非线性的;
- 3、黏弹性的模拟,此时物体的黏弹性是时间的函数;
- 4、非均匀物体的模拟,此时物体的各部分可能具有不同的属性,例如密度分布不均匀;
- 5、各向异性的模拟,为了描述物体,可能需要很复杂的函数关系;

为此,根据实际需要模拟的物体,建立一个适当的求解模型是非常重要的。目前比较有代表性的做法有:

(1) 借鉴正弦波分解的思想,利用数学手段将 FEM 方程(1)分解成容易求解的小方程,从而获取较快的求解速度,

满足实时系统的变形要求。这方面的研究工作很多。1999 年, James F.O'Brain 等人将有限元方程离散成一系列的微分方程,然后使用数值方法求解这些方程,并将此方法成功用于脆性物体的断裂模拟^[16]; 2002 年, James F.O'Brain 又将此方法用于柔软物体的撕裂模拟^[17]; 2003 年, Kris K.Hauser 将此法发展成模态分析法,用于对刚体和可变形物体的碰撞变形进行混合模拟,取得了很好的效果^[18];

(2) 采用一些软件加速技术或者借助硬件并行计算技术来加快求解进程,从而达到实时模拟的目的,这方面的代表工作有 Cotin,S 等人的预计算技术和基于重叠原理的加速算法^[19], 以及 Frank 等人提出的用于实时触觉反馈的并行算法^[20];

(3) 采用多尺度算法, James,D 等人用其来实现大的黏弹性物体的变形仿真^[21];

(4) 浓缩技术,这方面工作比较有代表性的是 Bro-Nielsen 等人做的手术仿真系统^[22]和 Jeffery Berkley 等人开发的虚拟手术缝合系统^[23];

(5) 近似计算技术,例如 Yoshitaka Masutani 等人利用中心差分的方法来近似求解有限元方程,配合较好的硬件条件,开发了一套手术仿真系统^[24];

(6) 采用一些混合的方法, Wen Wu 等人采用了一个混合的浓缩算法实现了软组织的切割和变形^[25];

(7) 采用一些更加彻底抛开 FEM 方程的做法,例如质点弹簧模型(Mass Spring Models, MSMS)^[10-11], Wu,X 等人提出的自适应的网格技术^[26], 边界元模型(Boundary Element Models, BEMs)^[27], 基于能量最小化的变形模型^[28], 基于粒子系统的变形模型^[29]等等。严格说来这类方法已经不属于有限元的范畴,因此本文不予讨论。

下面就以上几个做法逐一探讨。

2 典型的有限元模拟方法

2.1 模态分析(Modal Analysis)^[16-18]

模态分析是一个已经在机械加工、航空航天、土木建筑等领域得到广泛应用的数学工具。最早将其引入计算机图形领域是在 1989 年, Pentland 和 Williams 将其用于快速变形算法的近似^[30]。当时他们采用的是混合模型。但是将模态分析直接应用到可变形物体的模拟还是有一些困难的,例如快速振荡响应和复杂的约束条件。为了能够将其应用在计算机模拟中,必须采取一定的近似处理。

如前所述,在一般情况下,有限元方程(1)是非线性的,但是我们可以假定物体的位移很小,因此系统能够满足线性的假设,于是得到:

$$Kd + C\dot{d} + M\ddot{d} = f \quad (2)$$

这里 K , C 和 M 都是矩阵,分别表示系统的刚度、阻力和质量。对于刚体物理模型而言,这三个矩阵都是实的而且是对称的。 K 和 C 都是半正定的,而 M 是正定的。线性

化的假设特别适合用来模拟一些小振幅而高频率的运动,例如声音的振动,但是不适合模拟刚体的转动。

线性化系统之后, 模态分析的第二个步骤是将公式(2)对角化。为此, 先假定 $C = \alpha_1 K + \alpha_2 M$, 这里 α_1 和 α_2 是系数。实际上这是将阻力的矩阵表成一个线性的刚度矩阵和质量矩阵之和, 这个就是瑞利阻尼(Raleigh damping)。这个假定大大简化了系统, 而且效果还相当不错。

将 C 代入公式(2), 可以得到:

$$K(a + \alpha_1 \dot{a}) + M(\alpha_2 \dot{a} + \ddot{a}) = f \quad (3)$$

由于 M 是对称的并且是正定的, 所以可以将 M 做一个 Cholesky 分解, 得到 $M = LL^T$ 。引入变量 y , 使得 $y = L^T d$, 重新代入公式(3), 并在方程两边同乘 L^{-1} , 整理得到:

$$L^{-1}KL^{-T}(y + \alpha_1 \dot{y}) + (\alpha_2 \dot{y} + \ddot{y}) = L^{-1}f \quad (4)$$

实对称矩阵 $L^{-1}KL^{-T}$ 可以被分解为 $L^{-1}KL^{-T} = VAV^T$, 这里 V 是一个正交的矩阵, 它的每一列都是 $L^{-1}KL^{-T}$ 的一个特征向量, A 是特征值的对角矩阵。引入变量 $z = V^T y$, 代入方程(4)整理得到:

$$Az + (\alpha_1 A + \alpha_2 I)\dot{z} + \ddot{z} = g \quad (5)$$

这里 $g = V^T L^{-1}f$

至此线性系统方程(3)已经被对角化。方程(5)的第 i 行的是一个二次微分方程:

$$\lambda_i z_i + (\alpha_1 \lambda_i + \alpha_2) \dot{z}_i + \ddot{z}_i = g_i \quad (6)$$

这里 λ_i 是矩阵 A 的对角线的第 i 个系数。方程(6)可以通过数值积分的方法求解, 也可以通过解析的方法求解:

$$z_i = c_1 e^{i\omega_i t} + c_2 e^{-i\omega_i t} \quad (7)$$

这里 C_1 和 C_2 是任意的复常量, ω_i 是复频率, 且有:

$$\omega_i^{\pm} = \frac{-(\alpha_1 \lambda_i + \alpha_2) \pm \sqrt{(\alpha_1 \lambda_i + \alpha_2)^2 - 4\lambda_i}}{2} \quad (8)$$

其中 ω_i 的虚部的绝对值表示模态的频率, 实部表示衰减率。从(8)可以看出, 这时各个 ω_i 已经互不相关了, 我们成功去掉了它们之间的相互耦合关系。于是一个大的系统就被分解成一系列的小的独立的子系统。这个与调和分析中将一个复杂的波形分解为一系列正弦波的叠加, 从而简化对波形的分析的思想是十分类似的。注意方程(5)的解就是线性化后的方程(2)的解, 在分解过程中, 除了前述的线性化的假定之外, 后续的步骤都是有严密的推理, 因此我们实际上可以直接使用公式(7)(8)来直接求解复杂的 FEM 方程(2)。

在上述的推理过程中, 矩阵 $L^{-1}V$ 的每一列分别表示物体的不同模态。模态的含义如图 2 所示。

模态分析除了能够加快求解速度之外, 另一个明显的好处是大模型的简化。例如, 有一个特征值 λ_i , 它对应的模态比较大, 这表明该模态需要一个比较大的外力才能够对其造成影响(这些影响可以包括位移、转动、形变等等), 因此一些不可能产生大的外力的情况下(例如手术模拟), 可以利用域值人为地丢弃一些模态不再计算, 在迭代过程中保持这些模态不变, 这样可以节约很大的计算量。

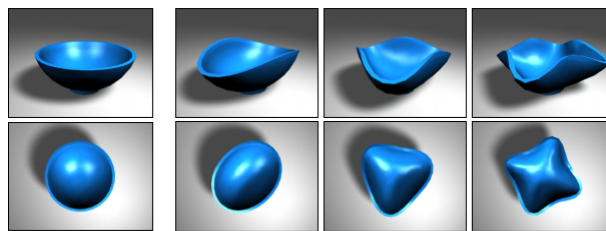


图 2 碗的变形模拟

图 2 中的每一行分别表示同一只碗不同角度的视图。右边的三列是选取的三个不同的非刚体模态(非零的特征值生成的模态), 当受到同样的作用在碗边缘的冲击力之后, 所表现出来的不同的变形样式^[18]。

Kris K. Hauser 利用模态分析技术, 在 Sony PS2 上模拟了复杂物体的交互式变形(如图 3 所示), 其响应速度还是令人满意的; 另外他还将该技术用于刚体和可变形物体的混合碰撞模拟, 效果也很不错(如图 4 所示)。当然, 由于模态分析技术是基于一个线性变形的前提, 因此它并非适用于任何一个场合。例如在模拟细长的变形物体时, 由于此时发生的形变是非线性的形变占主导, 因此它的结果会出现严重失真(如图 5 所示)。



图 3 在 Sony PS2 上模拟弹性物体在外力作用下的形变(图中的圆圈是光标, 表示外力的作用点^[18])

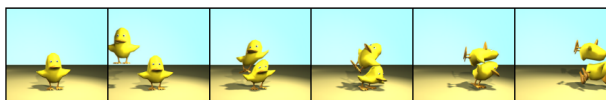


图 4 一对鸭子在相互碰撞过程中的变形模拟(这是一个包含了刚体和可变形物体的混合模型)^[18]

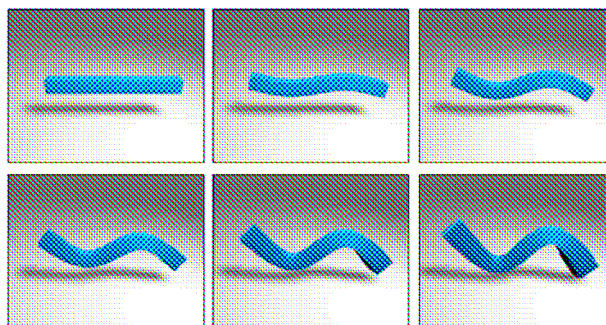


图 5 利用线性模型来模拟细长杆的形变

图 5 随着外力的逐渐加大, 形变的过程逐步由线性形变占主导变成非线性形变占主导, 因而模拟的失真程度也逐步加大^[18]。

2.2 预计算技术、软件或者硬件加速技术^[19-20]

1998 年, S. Cotin 为了实现虚拟手术系统的实时触觉反

馈,利用了预计算技术来提高求解速度。他仍然利用了线性的有限元模型来构造器官,由于 FEM 方程(1)的规模和四面体的个数是直接相关的,因此对于复杂的变形物体而言,实时求解这个以大型矩阵为系数的方程几乎是不可能的。为此,他利用线性的假设以及重叠原理,在模拟之前预先计算好了基本的变形结果,然后在实时的模拟过程中直接利用这些结果。

这些预计算的过程是十分耗时的。依四面体数量的规模不同,耗时可能从几分钟到数十个小时。S. Cotin 计算了两个例子来说明这个事实。一个有 193 个顶点和 725 个四面体的 FEM 模型,耗时大约 30 分钟;另一个有 1735 个顶点和 8124 个四面体的 FEM 模型,则要耗时 36 个小时!预计算的优点是显而易见的,如表 1 所示,在实时模拟过程中,如果能直接利用预计算的结果,其加速比是相当惊人的。

表 1 对于线性和非线性变形的模拟, CPU 在有预计算过程的耗对比^[15]

	normal	accelerated
linear elasticity	20 000 msec.	10 msec.
non-linear elast.	> 100 000 msec.	12 msec.

从上表可以看出,预计算技术对于线性和非线性的变形都是可资借鉴的加速手段;不过 S. Cotin 在文中并没有详细给出他的预计算过程的算法,所以对于具体的预计算内容我们就不得而知了。

与 S. Cotin 相比,2001 年,Andreas O.Frank 采用了另外一个思路,借助于多分辨率的思想和 FPGA 的并行计算能力,实现了软组织模型的实时触觉反馈的仿真。

Andreas O.Frank 等人首先将软组织模型简化为线性模型,然后将 FEM 方程(1)的求解简化为线性方程组的求解。为了求解这个方程,他们设计了几种方法:(1)直接求解法,利用高斯消去法、LU 分解和 Cholesky 分解等传统数值计算方法求解方程组,这个算法的时间复杂度是 $O(n^3)$;(2)迭代求解法,采用 Jacobi 迭代和 Gauss-Seidel 迭代求解方程组,这个算法的时间复杂度是 $O(n^2)$;(3)采用大矩阵预分解技术,加快解法(2)的求解速度,Andreas O.Frank 设计了两种预分解技术:Jacobi 预分解和 SSOR 预分解。同时,为了尽可能加快求解速度,Andreas O.Frank 借助于 FPGA 实现了一个简单的 Jacobi 共轭梯度预分解法。借助于 FPGA,求解的速度大约提高了 100 倍之多!具体结果如表 2 所示。

表 2 运行结果对照表

SOLUTION METHODS	h-method (linear tetrahedral)					
	Model 1 (375 dof)			Model 2 (2187 dof)		
	speed	its.	force	speed	its.	force
Direct						
Cholesky	9.1	--	61.0	0.021	--	77.2
Iterative						
Conjugate Gradient	> 500	27	61.0	2.56	55	77.2
Pre-Jacobi	> 500	25	61.0	3.20	43	77.2
Pre-SSOR	66.7	27	61.0	0.67	44	77.2

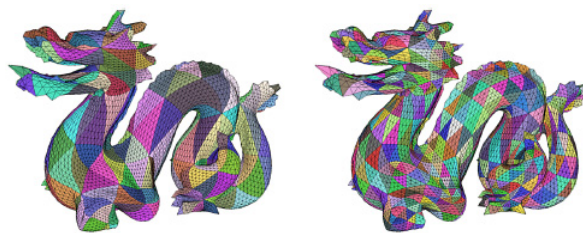
从表 2 可以看出,对以上两个模型来说,迭代法的速度均比直接法快,其中最快的是用 FPGA 实现的 Jacobi 共轭梯度预分解法。因此对于实时模拟而言,借助于 FPGA 的编程和计算能力来实现大运算量的并行计算,不失为一种很好的选择。

第一行是直接 Cholesky 求解法;第二行是三种不同的迭代法^[20]。

2.3 多尺度算法^[21]

2002 年, Doug I. James 设计了一个多尺度的算法,用以实现大规模物体的线弹性交互式变形模拟。当然,严格说来他的设计思路还不能算是正宗的有限元方法,虽然他也对物体进行了有限元的剖分,但是他并没有去求解有限元方程(1),而是转而求助于格林函数(Green's functions, GFs)来描述变形物体。不管怎样,他的关于多尺度算法的设计思想对我们还是很有启发性的。

Doug I. James 采用线弹性的格林函数模型(Linear Elastostatic Green's function Models, LEGFM)来描述变形物体。这个模型是有物理基础的,它是在力平衡的状态下描述物体的小弹性形变的相当准确的近似。该模型特别适合描述一些弹性很好,不易变形的物体(例如很硬的橡胶圈)在外力作用下发生形变的过程。格林函数之所以适合描述变形物体,是因为它能够生成一组基,而这一组基恰恰就是变形物体在特性的边界条件下能够产生的所有可能的变形。对线性系统而言,无论是 Dirichlet 边值问题,还是 Neumann 边值问题,抑或 Robin 边值问题,这些问题的解都是格林函数的基的线性组合。有鉴于此,为了提高计算的速度,Doug I. James 采用了预先的格林函数的办法,然后将计算结果预先存储以备调用。不过格林函数的基的规模和模型的复杂程度是密切相关的。一个有 100 个顶点的简单模型,它生成的基只需要 360KB 即可存储;然而一个 10000 个顶点的复杂模型(例如图 6 的龙的模型),它生成的基却需要 3.6GB!为此,建立一个多尺度模型是非常必要的。



(a) 按照 level 0 恢复的结果 (b) 按照 level 1 恢复的结果

图 6 多尺度格林函数及其约束示意图(原始模型被压缩到 level 3^[21])

Doug I. James 的多尺度思想来源于 Zorin 的表面剖分^[31]的思想。这里的多尺度涉及到两方面。一个是模型本身的多尺度,利用表面剖分的技术,模型本身可以有不同层次的剖分;另一个多尺度是格林函数的基和相应的边界约束条件。为了能够存储容量巨大的基,Doug I. James 利用小波技术压

缩了基和约束条件, 然后根据尺度的不同, 有意识地选择需要恢复的层次, 由于小波的压缩和恢复的快速算法已经成熟, 所以在实时模拟的时候, 这些计算不是问题。图 6 很好地说明了多尺度的思路。

注意图 6 的这两个模型的网格是完全相同的, 因此它们绘制出来的精细程度是一样的。它们的区别仅仅在于格林函数的基的数目和约束条件的层次, 右图的层次更精细一些, 求解的规模相对比较大, 所以变形的速度相对比较慢。根据实际模拟的要求, 可以选择适当的网格层次和适当的格林函数及其约束条件的层次, 从而达到较快的相应速度。

2.4 浓缩技术(Condensation)^[22-23]

1996 年, Morten Bro-Nielsen 最先在可变形物体的模拟中使用浓缩技术(Condensation), 并将其用于下肢的虚拟手术系统(如图 7 所示), 效果还是不错的。

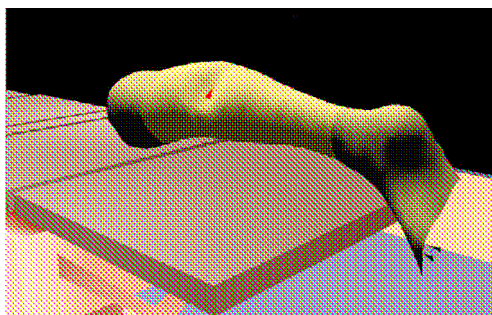


图 7 下肢的虚拟手术(图示的是下肢受到挤压之后产生的变形^[18])

浓缩技术仍然基于线性的假设, 它的出发点仍然是快速求解 FEM 方程。和模态分析不同的是, Morten Bro-Nielsen 并不试图去分解 FEM 方程, 而是采取了另外一个思路: 它认为任何一个形变的物体, 都包含了两种形变, 表面的形变和内部的形变, 但是最终的用户仅仅关心表面的形变, 因为他们只看得到表面。所以浓缩技术就是从 FEM 方程的系数矩阵中, 去掉那些和内部节点形变相关的系数, 从而降低系统的计算量。他的做法简介如下:

首先, FEM 方程在经过一系列的假设后, 最后归结为求解如下方程:

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (9)$$

上式中的系数矩阵 \mathbf{K} 包含了两种类型的顶点。通过将顶点由表面到内部排序, 可以将矩阵 \mathbf{K} 改写成分块矩阵的形式, 从而公式 (9) 化为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ss} & \mathbf{K}_{si} \\ \mathbf{K}_{is} & \mathbf{K}_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \mathbf{u}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_s \\ \mathbf{f}_i \end{bmatrix} \quad (10)$$

从方程 (10) 中可以生成一个新的线性方程 $\mathbf{K}_{ss}^*\mathbf{u}_s = \mathbf{f}_s^*$, 这个方程只用到了表面节点的变量。求解上式, 可以得到:

$$\mathbf{K}_{ss}^* = \mathbf{K}_{ss} - \mathbf{K}_{si}\mathbf{K}_{ii}^{-1}\mathbf{K}_{is} \quad \mathbf{f}_s^* = \mathbf{f}_s - \mathbf{K}_{si}\mathbf{K}_{ii}^{-1}\mathbf{f}_i \quad (11)$$

此时, 内部节点的位移仍然可以通过 $\mathbf{u}_i = \mathbf{K}_{ii}^{-1}(\mathbf{f}_i - \mathbf{K}_{is}\mathbf{u}_s)$ 计算。注意到, 当没有外力作用在内部节点上的时候, $\mathbf{f}_i^* = \mathbf{f}_s$ 。

在通常情况下, \mathbf{f}_i 是一个常数, 进一步地, 可以大胆假设它为 0。这样的假设符合大多数的情况。此时相当于求解 $\mathbf{u}_s = (\mathbf{K}_{ss} - \mathbf{K}_{si}\mathbf{K}_{ii}^{-1}\mathbf{K}_{is})^{-1}\mathbf{f}_s$ 。注意表面节点的数目远远比总的节点数目小, 所以 \mathbf{K}_{ss} 的规模比起 \mathbf{K} 已经大大减小, 从而求解速度大大加快。

这种利用内外节点的差异, 采用分块矩阵技术从而降低系数矩阵的规模的做法就是浓缩。2004 年, Jeffery Berkley 借鉴了浓缩的思想, 同时加上一定的约束边界条件, 开发了一个手部缝合手术的虚拟仿真系统(如图 8 所示), 效果相当不错^[23]。

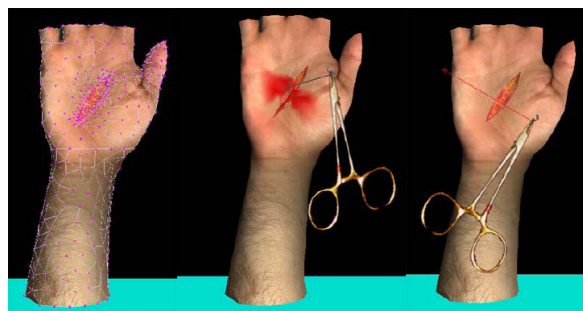


图 8 手部缝合手术的虚拟仿真系统^[23]

2.5 近似计算技术^[24]

Yoshitaka Masutani 等人在肝脏的虚拟手术中, 采用了可变形的体绘制技术。在计算量最大的有限元方程求解中, 他们利用了文献[32]介绍的中心差分的方法。这种用中心差分来代替微分的做法在数值计算中还是属于比较常见的做法, 不过它会降低求解的精度。中心差分相当于求解如下的方程:

$$\left\{ \frac{1}{(\Delta t)^2} \mathbf{M} + \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} \right\} \mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{F}_n - \mathbf{f}_n + \frac{2}{(\Delta t)^2} \mathbf{M} \mathbf{u}_n - \left\{ \frac{1}{(\Delta t)^2} \mathbf{M} - \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} \right\} \mathbf{u}_{n-1} \quad (12)$$

这里 Δt 是时间间隔, $\mathbf{F}_n, \mathbf{f}_n, \mathbf{u}_n$ 是在时刻 n 的外力向量、内力向量和位移向量。矩阵 \mathbf{M} 和 \mathbf{C} 分别表示材料的刚度和阻尼。以上这个方程可以很容易通过迭代求解。

在不需要精确计算变形的情况下, 利用中心差分的做法也是可以的; 但是这种做法实际上已经丧失了有限元方法的精确性的优点, 所以这种情况下, 采用其它的可变形模型来代替有限元模型应该是一个更好的选择。

2.6 采用一些混合的方法^[25]

混合的做法有助于综合几个算法的优点, 但是实际上也会加大求解的难度。当然有些混合的方法还是很有借鉴意义的, 例如 Wen Wu 等人采用的混合浓缩算法。

Wen Wu 等人在利用 FEM 进行手术模拟的过程中, 采用了一个新颖的设计。他们将有限元分成两个区域: 手术区域和非手术区域, 如图 9 所示。在复杂的手术过程中, 他们假定切割只发生在病灶的区域, 而其它地方的拓扑结构是不会改变的。这个假定也符合实际手术的过程。

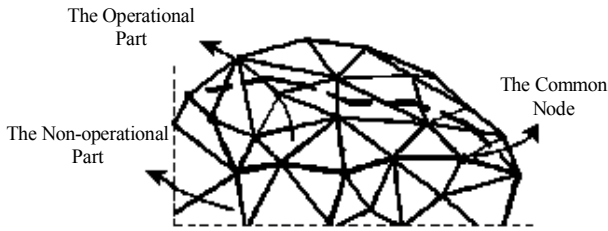


图 9 混合有限元模型中的区域划分^[21]

基于以上的假定，他们将一个复杂的 FEM 模型，划分成两个部分：一个是线性的并且是在手术过程中保持拓扑结构 FEM 模型，和一个在手术过程中将发生拓扑改变的 FEM 模型；对于前者，由于在手术过程中只发生小的形变，因此可以利用预计算技术，将结果先存储起来；对于后者，由于求解的规模已经大大降低，所以可以通过常规数值计算直接求解。当然，由于这两个区域的节点是相互连通的，所以必须添加一定的边界条件来约束它们的行为。此外，为了加快计算的速度，他们还采用了 GPU 编程技术来加快矩阵和向量的乘法计算。图 10 所示的是虚拟切割。

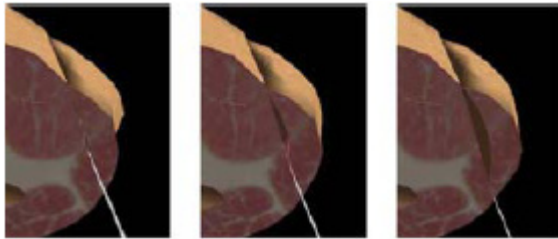


图 10 虚拟切割示意图^[25]

3 结论

精度和性能之间的矛盾，一直是制约有限元模型在可变形物体的建模与仿真领域的最重要因素。对于一些不需要精确计算的变形场合，完全可以采用一些计算量小、易于实时计算的模型；然而对于手术模拟、软组织变形仿真等需要精确计算的场合，最佳的建模工具仍然是有限元模型。尽管很多学者都提出了各种各样的新颖的思路，也采用了软件加硬件的解决方案，试图解决实时有限元计算的难题。然而不难发现，目前的大部分的有限元模型，仍然是基于线弹性的模型，因为即使简化到线性模型，有限元的计算量依旧十分庞大；而对于非线性的有限元模型，尽管它才是最符合实际的模型，却至今还没有找到一个比较好的实现方法。所以要使用有限元来模拟可变形的物体，依旧是任重而道远。

参考文献：

[1] Teran, Blemker, Hing, Fedkiw. Finite Volume Methods for the Simulation of Skeletal Muscle [C]// Proceedings of Eurographics/SIGGRAPH Symposium on Computer Animation. USA: ACM Press, 2003.

[2] Neil Molino, Zhaosheng Bao, Ron Fedkiw. A Virtual Node Algorithm for Changing Mesh Topology During Simulation [C]// ACM Transactions on Graphics. USA: ACM Press 2004, 23(3).

[3] Remis Balaniuk, John Kenneth Salisbury Jr. Soft-tissue simulation using the Radial Elements Method [C]// Proceedings of the International Symposium on Surgery Simulation and Soft-Tissue Modeling. France: LNCS, 2003.

[4] Ivan F Costa, Remis Balaniuk. LEM-An approach for real-time physically-based soft tissue simulation [C]// Proceedings of ICRA. USA: Piscataway, 2001.

[5] Gibson S. 3D ChainMail: A Fast Algorithm for Deforming Volumetric Objects [C]// Proceedings of Symposium on Interactive 3D Graphics. USA: ACM Press, 1997: 149-154.

[6] Schill M, Gibson S. Biomechanical Simulation of the Vitreous Humor of the Eye Using an Enhanced ChainMail Algorithm [C]// Proceedings of Medical Image Computation and Computer Integrated Surgery. Singapore: SBIC, 1998: 679-687.

[7] Cotin S. A Hybrid Elastic Model allowing Real-Time Cutting, Deformations and Force-Feedback for Surgery Training and Simulation. [C]// Proceedings of Computer Animation. USA: ACM Press, 1991.

[8] Picinbono G. Real-Time Large Displacement Elasticity for Surgery Simulation: Non-Linear Tensor-Mass Model [C]// Third International Conference on Medical Robotics, Imaging And Computer Assisted Surgery: MICCAI 2000. USA: Springer, 2000: 643-652.

[9] DeBunne G, Mathieu Desbrun, Marie-Paule Cani, et al. Dynamic real-time deformations using space & time adaptive sampling [C]// Proceedings of SIGGRAPH. USA: ACM Press, 2001.

[10] X Provot. Deformation Constraints in A Mass-spring Model to Describe Rigid Cloth Behavior [C]// Proceeding of Graphics Interface'95, Québec, Québec. USA: ACM Press, 1995: 147-155.

[11] K Choi, H Ko. Stable but Responsive Cloth [C]// Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH. USA: ACM Press, 2002: 604-611.

[12] SHI Jun, JIANG Shou-shan, ZHANG Xin, et al. Finite Element Method on Foot-biomechanics Simulation [J]. Journal of System Simulation, 2006, 18(3): 797-801.

[13] SHI Jun, JIANG Shou-shan, ZHANG Xin, et al. Status Quo and Trend of Research and Simulation on Human-gait. [J]. Journal of System Simulation, 2006, 18(10): 2703-2708.

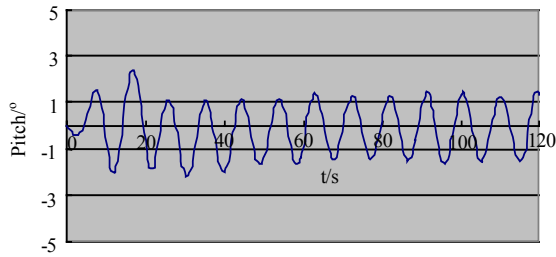
[14] 元文果, 金先龙, 张晓云 等. 汽车碰撞有限元仿真的并行计算及其性能研究 [J]. 系统仿真学报, 2006, 18(4): 847-851. (QI Wen-guo, JIN Xian-long, ZHANG Xiao-yun, et al. Finite Element Simulation and Performance Study of Vehicle Crash Based on Parallel Computing [J]. Journal of System Simulation, 2006, 18(4): 847-851.)

[15] 鲍春波, 王博亮, 刘卓, 等. 一种用于软组织变形仿真的动态质点弹簧模型 [J]. 系统仿真学报, 2006, 18(4): 847-851. (BAO Chun-bo, WANG Bo-liang, LIU Zhuo, et al. A Dynamic Mass Spring Model for Simulation of Soft Tissue Deformation [J]. Journal of System Simulation, 2006, 18(4): 847-851.)

[16] James F O'Brien, Jessica K Hodgins. Graphical Modeling and Animation of Brittle Fracture [C]// Proceedings of SIGGRAPH 1999, Los Angeles. USA: ACM Press, 1999: 137-146.

[17] James F O'Brien, Adam W Bargteil, Jessica K Hodgins. Graphical Modeling and Animation of Ductile Fracture [C]// Proceedings of ACM SIGGRAPH 2002. USA: ACM Press, 2002: 291-294.

[18] K K Hauser, C Shen, J F O'Brien. Interactive Deformation Using Modal Analysis with Constraints [C]// Proceedings of Graphics Interface. USA: ACM Press, 2003.



(b) 深度控制时纵倾响应曲线

图 5 水下机器人深度控制的仿真曲线

5 结论

本文研究了积分变结构控制在水下机器人近水面运动中的应用,详细给出了积分变结构控制器的设计过程及仿真曲线。该控制器有效的防止了水下机器人近水面波浪干扰作用下的埋首上浮现象,实现近水面定深控制,通过仿真对比可看出积分项的加入较好的抑制住了非积分变结构控制中的稳态误差,且响应速度快、无超调、有较好的抗波浪干扰能力。

参考文献:

[1] 徐玉如, 庞永杰, 甘永, 等. 智能水下机器人技术展望 [J]. 智能系统学报, 2006, 1(1): 9-16.
 [2] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法 [M]. 北京: 科学出版社, 1998.
 [3] 李朝阳, 伍世虔, 鲍剑斌, 等. 分散滑模控制理论在自主式潜水器

(AUV) 控制中的应用 [J]. 中国机械工程, 1997, 8(3): 69-72.
 [4] 李晔, 刘建成, 徐玉如, 等. 带翼水下机器人运动控制的动力学建模 [J]. 机器人, 2005, 27(2): 128-131.
 [5] 王鹤, 王文武, 孙枫, 等. 干扰力作用下潜艇近水面运动的仿真 [J]. 系统仿真学报, 2003, 15(1): 84-87. (WANG Yi, WANG Wen-wu, SUN Feng et al. Simulation of submarine near-surface motion under disturbance force [J]. Journal of System Simulation, 2003, 15(1): 84-87.)
 [6] 王毓顺. 潜艇近水面空间运动联合控制系统研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2001: 20-35.
 [7] 冯俊梅, 连琰, 葛彤. 潜艇操纵控制方法的现状与发展 [J]. 海洋工程, 2005, 23(1): 114-120.
 [8] Li-Rong Wang, Jian-Cheng Li, Hua-Nan Yu. Sliding Mode Control of an Autonomous Underwater Vehicle [C]// Proceedings of 2002 International Conference on Machine Learning and Cybernetics Beijing, China: 2002, 1: 247-251.
 [9] 李世敬, 王解法, 冯祖仁. 基于自适应变结构控制的机器人系统仿真研究 [J]. 系统仿真学报, 2002, 14(9): 1255-1258. (LI Shi-jing, WAN Jie-fa, FENG Zu-ren. Simulation Research on the Adaptive Variable Structure Control of Robot [J]. Journal of System Simulation, 2002, 14(9): 1255-1258.)
 [10] 陈志梅, 赵志诚, 张井岗, 等. 离散时间系统的时变滑模变结构控制 [J]. 系统仿真学报, 2003, 15(9): 1331-1336. (CHEN Zhi-mei, ZHAO Zhi-cheng, ZHANG Jing-gang, et al. Time-Variant Sliding Mode Variable Structure Control of Discrete-time Systems [J]. Journal of System Simulation, 2003, 15(9): 1331-1336.)
 [11] 姚琼荃, 黄继起, 吴汉松. 变结构控制系统 [M]. 重庆: 重庆大学出版社, 1997.

(上接第 5320 页)

[19] Cotin S, Delingette H. Real-Time Surgery Simulation with Haptic Feedback using Finite Elements [C]//Proceedings of ICRA 1998. Belgium: IEEE Computer Society, 1998: 3739-3744.
 [20] Andreas O Frank, I Alexander Twombly, Timothy J Barth, et al. Finite Element Methods for Real-Time Haptic Feedback of Soft-Tissue Models in Virtual Reality Simulators [C]// Proceedings of Virtual Reality 2001. USA: ACM Press, 2001: 257-263.
 [21] James D, Pai D. Multiresolution Green's function methods for interactive simulation of large-scale elastostatic objects [C]// ACM Transactions on Graphics, USA: ACM Press, 2003: 22(1): 47-82.
 [22] Bro-Nielsen M, Cotin S. Real-time Volumetric Deformable Models for Surgery Simulation Using Finite Elements and Condensation [C]// Computer Graphics Forum (Eurographics '96), USA: ACM Press, 1996, 15(3): 57-66.
 [23] Berkley J, Turkiyyah G Berg, et al. Real-Time Finite Element Modeling for Surgery Simulation: An Application to Virtual Suturing [C]// IEEE Transactions On Visualization And Computer Graphics. USA: ACM Press, 2004, 10(3).
 [24] Masutani Yoshitaka, Inoue Yusuke, Ishii Koichi, et al. Development of Surgical Simulator based on FEM and Deformable Volume-Rendering [C]// Proceedings of SPIE 2004. USA: ACM Press, 2004: 500-507.
 [25] Wen Wu, Pheng Ann Heng. An improved scheme of an interactive finite element model for 3D soft-tissue cutting and deformation [J].

The Visual Computer, USA: Springer, 2005, 21(8-10): 707-716.
 [26] Wu X, Downes M S, Goktekin T, et al. Adaptive Nonlinear Finite Elements for Deformable Body Simulation Using Dynamic Progressive Meshes [C]// Proceedings of Eurographics. UK: Blackwell Publishers, 2001: 349-358.
 [27] James D, D Pai. A Unified treatment of Elastostatic and Rigid Contact Simulation for Real Time Haptics [J]. Haptics-e, the Electronic Journal of Haptics Research, 2001, 2(1): 1-13.
 [28] Micky Kelager, Anders Fleron, Kenny Erleben. Area and Volume Restoration in Elastically Deformable Solids [J]. Electronic Letters on Computer Vision and Image Analysis (ELCVIA), Spain: CVC Press, 2005, 5(3): 32-43.
 [29] Gilles Debunne, Mathieu Desbrun, Alan Barr, et al. Interactive multiresolution animation of deformable models [C]// Proceedings of 10th Eurographics Workshop Computer Animation and Simulation. USA: Springer, 1999: 133-144.
 [30] Alex Pentland, John Williams, Good vibrations. Modal dynamics for graphics and animation [C]// Proceedings of SIGGRAPH 89. USA: ACM Press, 1989: 215-222.
 [31] Zorin D, Peter Schröder. Course notes: Subdivision for modeling and animation [J]. ACM SIGGRAPH, 2000: 65-102.
 [32] K-J Bathe. Finite Element Procedures (2nd Ed.) [M]. USA: Prentice Hall, 1995.