

文章编号: 1001-2486(2008)02-0078-05

## 微弱正弦信号在有噪声的 FN 神经元模型中的传输特性研究\*

梁晓冰<sup>1</sup>, 刘希顺<sup>1</sup>, 刘安芝<sup>1</sup>, 王博亮<sup>2</sup>

(1. 国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073; 2. 厦门大学 计算机科学系, 福建 厦门 361005)

**摘要:** 长期以来弄清神经系统中的信号是如何传输的一直是广大研究人员努力的目标。针对一种被普遍研究的神经元简化模型——FitzHugh-Nagumo(FN)模型, 采用二阶随机龙格-库塔算法分析了该模型对加性噪声和微弱正弦信号的响应特性。时域和频域的统计参数表明适当强度的噪声有利于信号的传输, 存在随机共振现象, 即与噪声强度关联的输出信噪比曲线为倒钟形; 另外值得关注的是, 与正弦信号频率关联的输出信噪比曲线也为倒钟形, 分析可见正弦信号的无量纲频率在区间 0.2~0.8 时模型的输出信噪比最大, 表明该神经元模型有频率敏感性, 即更易于检测到该范围内的弱信号。上述结果与生物学的发现是一致的, 将有助于进一步揭示周期信号在神经元中的传输方法, 建立更加准确的神经元数学模型。

**关键词:** FitzHugh-Nagumo 模型; 神经元模型; 噪声; 随机共振; 频率敏感性

**中图分类号:** Q6; TP391      **文献标识码:** A

## Transmission of Weak Sinusoidal Signal in the Noisy FN Neuron Model

LIANG Xiao-bing<sup>1</sup>, LIU Xi-shun<sup>1</sup>, LIU An-zhi<sup>1</sup>, WANG Bo-liang<sup>2</sup>

(1. College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Department of Computer Science, Xiamen Univ., Xiamen 361005, China)

**Abstract:** To make out the signal processing of neuron and neural system, researchers have worked on it for scores of years. In this paper, the responses of FitzHugh-Nagumo (FN) neuron model, which is stimulated by additive Gaussian white noise and weak sinusoidal signal, is investigated via numerical simulations. The time and frequency domain results show that there is stochastic resonance and a dimensionless frequency sensitive range of 0.2–0.8. Thus the model can help to detect the sinusoidal signal. In addition, the frequency sensitivity coincides with the findings in biology and is beneficial to disclosing the secret in the signal transmission of neuron and neural system.

**Key words:** FitzHugh-Nagumo model; neuron model; noise; stochastic resonance; frequency sensitivity

噪声往往被认为是有害于信号传输的, 然而对物理、生物、电路等非线性系统的理论和实验研究却发现, 噪声表现出了其有益的一面。随机共振(Stochastic Resonance, 缩写为 SR)现象就是一个典型的例子。SR 最先由 Benzi<sup>[1]</sup> 在解释地球冰川周期时引入, 它被定义为在弱周期信号和适当的噪声激励下, 非线性系统有最优响应。

神经系统一直被认为是有噪声的, 这些噪声来源于突触连接、离子通道的开关、膜电位的波动等的随机性。许多体内的实验也发现 SR 对于神经元和神经网络的弱信号检测是非常重要的, 比如淡水螯虾的扇尾毛细胞<sup>[2]</sup>, 哺乳动物的海马切片<sup>[3]</sup>等。很多研究人员也在各种神经元和网络模型中做了大量的理论研究工作, 在 Hodgkin-Huxley(HH)、FitzHugh-Nagumo(FN)、Integrate-fire(IF)等神经元模型和它们的网络中都发现了 SR<sup>[4-7]</sup>, 并且阐述了它对神经系统检测和传输信号的重要性。近来有研究发现了蟋蟀的尾部感觉系统的频率敏感性<sup>[8-9]</sup>, 理论方面的研究也表明在双稳连续系统、神经元模型和简单的神经网络模型中存在频率依赖或者敏感性<sup>[10-14]</sup>, 但作为被普遍研究的神经元简化模型——FN 模型中的正

\* 收稿日期: 2007-09-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(30770561)

作者简介: 梁晓冰(1981-), 女, 博士生。

弦信号的传输及其频率敏感性的研究还很少, 而正弦信号在神经元模型和信号处理中是经常用到的周期信号。

另外, 人类脑电图的频率一般为 0.5~30Hz。Gluckman<sup>[3]</sup> 等的研究表明 SR 可以提高微弱的海马  $\theta$  节律甚至  $\gamma$  节律。因此很多研究文献认为频率敏感性对于信号处理具有功能意义<sup>[11,14]</sup>, 并可用于解释缘何这些振荡频率在皮层电波中占支配地位<sup>[13]</sup>。并且, 大脑具有任何电路所不能相提并论的信息处理能力, 那么研究神经元和神经系统的信息处理方式是寻求新的信息处理方法的一条重要途径。

据此, 本文针对信号传输中常用的正弦信号, 研究了弱信号和加性高斯白噪声 (Gaussian White Noise, 缩写为 GWN) 在 FN 神经元模型中的传输特性。采用二阶随机龙格-库塔算法求解阈下 FN 随机模型, 对得到的输出信号序列分别进行时域和频域的统计分析和讨论, 结果表明存在随机共振现象; 本文还确定了模型的响应与正弦信号的频率关系, 明确了频率敏感范围, 并对多频率叠加信号的模型响应进行了分析, 进一步验证了模型的频率敏感性。

## 1 模型和算法

### 1.1 FN 神经元模型

本文采用了文献[16]中描述的 FN 神经元原始模型。引入了加性 GWN 的 FN 模型方程如下:

$$\begin{cases} c \frac{dv}{dt} = v - v^3/3 - w + I_{ext}(t) + \xi(t) \\ \frac{dw}{dt} = v - \beta w + \gamma \end{cases} \quad (1)$$

这里,  $v$  代表膜电位,  $w$  代表恢复变量,  $I_{ext}$  为由直流和正弦信号组成的外部输入电流,  $I_{ext} = I_0 + I_1 \sin(2\pi f_s t)$ ,  $\xi(t)$  为 GWN, 其均值为  $\langle \xi(t) \rangle = 0$ , 自相关函数为  $\langle \xi(t) \xi(t') \rangle = 2D\delta(t - t')$ ,  $D$  称为噪声强度, 其他参数分别取值为  $\beta = 0.8$ ,  $\gamma = 0.7$ ,  $c = 0.1$ , 并且上述方程中的所有变量和参数均无量纲。

### 1.2 算法

本文采用二阶随机龙格-库塔算法<sup>[17]</sup> 求解方程组(1), 计算时间步长  $\Delta t$  为 0.001。  $v$  的求解公式为

$$\begin{cases} F_1 = f(v) = [v - v^3/3 - w + I_{ext}(t)] / c \\ F_2 = f\left[v + \Delta t F_1 + \sqrt{2D \Delta t} \xi\right] \\ v(t + \Delta t) = v(t) + \frac{1}{2} \Delta t (F_1 + F_2) + \sqrt{2D \Delta t} \xi \end{cases} \quad (2)$$

输出信号重定义为  $v_{out} = \theta(v(t) - v_{thr})$ , 其中,  $v_{thr}$  为膜电位阈值, 文中  $v_{thr} = 1$ ,  $\theta(x)$  为单位函数:

$$\theta(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

通过上述定义, 可以移除阈下振荡和其他不包含信息的时间成分。

根据确定的模型和计算方法, 对模型的输出进行统计分析。峰电位间隔(Interspike Intervals, 缩写为 ISIs) 是膜电位的一个重要统计量, 它是一组由相邻尖峰的时间间隔  $T$  构成的数组。为了衡量它的变化规律, 采用方差系数(Coefficient of Variance, 缩写为 CV) 方法, 公式如下:

$$R = \frac{\sqrt{\langle T^2 \rangle - \langle T \rangle^2}}{\langle T \rangle} \quad (4)$$

$\langle T \rangle$  和  $\langle T^2 \rangle$  分别为 ISIs 的均值和均方。当 ISIs 均匀时,  $R$  近似为 0。

采用输出信噪比分析频域统计参数。通过快速傅立叶变换求得 ISIs 的功率谱密度 PSD, 即可通过公式(5) 计算得到。公式中  $H_{sp}$  为 PSD 在  $f_s$  处的值,  $H_n$  为 PSD 在频率范围  $0.9 < f/f_s < 1.1$  上排除  $f_s$  后的平均值<sup>[3]</sup>。

$$\text{SNR} = 10 \lg \frac{H_{sp} - H_n}{H_n} \quad (5)$$

在本文的实验中,为了模拟足够长的响应时间,减少统计波动的影响,进行了100次仿真和统计参数的计算,然后取其均值,下面将对计算结果进行描述和讨论。

## 2 仿真结果和讨论

### 2.1 FN 确定模型

首先计算了无噪声时的 FN 确定性模型对直流信号( $I_1 = 0$ )的响应,如图1所示,其中图(a)、(c)中 $I_0 = 0.3$ , (b)、(d)中 $I_0 = 0.332$ , (c)中小图为稳定点附近的放大。计算结果表明 $I_0 = 0.332$ 时, FN 模型的输出由之前振荡-稳定在静息电位(图1(a))变为周期性的尖波放电(图1(b)),出现了 Hopf 分岔,即相图由稳定的点分岔为极限环,如图1(c)、(d)所示。

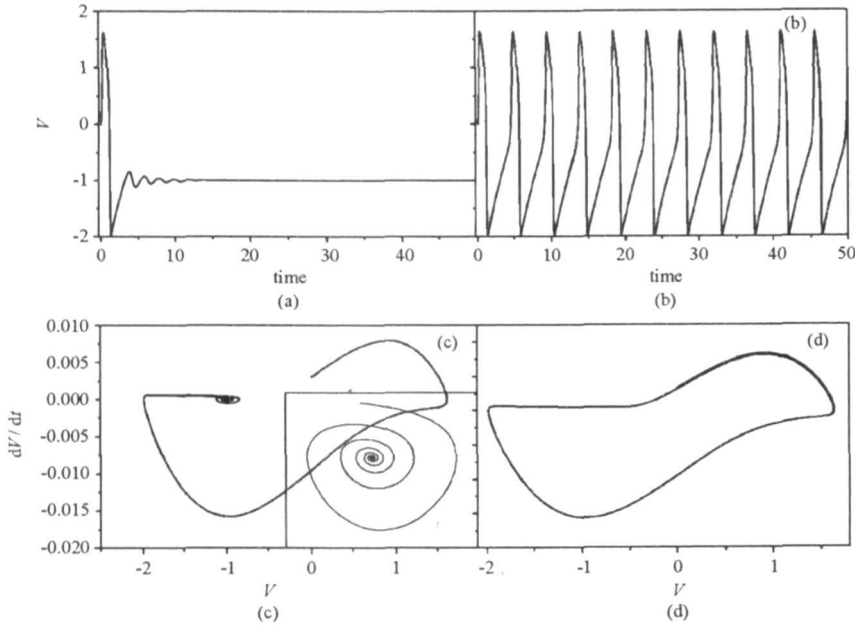


图1 FN 确定模型的输出信号和相图

Fig. 1 The output and phase diagram of the deterministic FN neuron model

然后计算了 FN 确定模型对正弦信号的不同频率和幅度时的响应( $I_0 = 0$ )。模型的放电阈值与频率的关系曲线如图2所示,幅度位于曲线上方时模型放电,位于下方时模型不放电,处于阈下静息状态。可见一定频率范围内模型的放电阈值较小,更容易激励 FN 神经元模型放电,此处的最优频率在 0.4 左右,此频率被称为固有振荡频率 $f_{io}$ <sup>[12]</sup>。

### 2.2 FN 随机模型

在这一部分将分析含有加性 GWN 的 FN 随机模型在阈下激励时的响应。根据前一部分的仿真结果,激励电流幅度取 $I_0 = 0, I_1 = 0.13$ 。通过数值计算,仿真得到了  $R$  和 SNR 随噪声强度  $D$  和正弦信号频率  $f_s$  变化的曲线。图3描述了几种信号频率时的  $R-D$  曲线,曲线呈下凹状,是随机共振的一种特征,  $R$  最小时的  $D$  值为噪声的最优强度,此时神经元模型的放电序列最有序。

将图3的横坐标换为频率,如图4所示,可以发现噪声强度较小时频率对  $R$  的影响较大,存在最优频率,约为 $f_R = 0.4$ ;而当噪声强度变大时,  $R$  曲线随之变得越来越平坦,但在一定程度上  $R$  值还会保持减小的趋势;当噪声强度过大时,  $R$  值转为增加。该现象的发生表明:噪声较小时,对模型的影响是有益的,即它有利于 FN 神经元模型对信号的处理,此时模型对信号的频率保持敏感性;而噪声较大时,它支配了 FN 模型,使得模型对频率的响应变弱,最终过大的噪声强度会淹没神经元模型,此时是有害于神经元模型的响应的。这与生物系统的表现一致。以上现象也可在下文的频域结果中观察到。

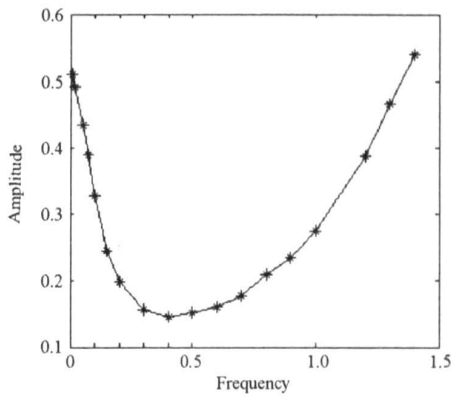


图2 放电阈值与频率的关系曲线

Fig.2 The curve of the firing threshold vs frequency

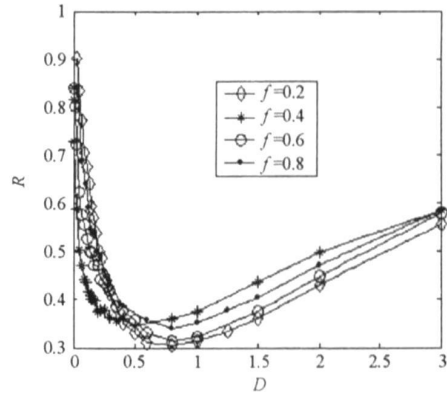


图3 不同频率信号的 R - D 曲线

Fig.3 R - D with signals of different frequencies

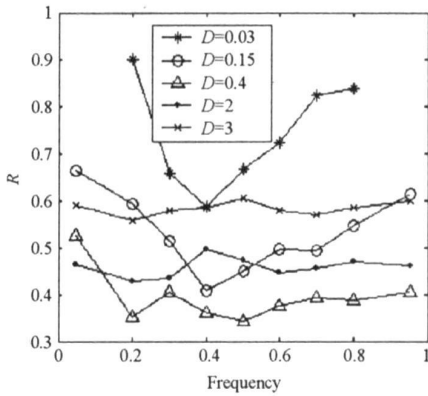
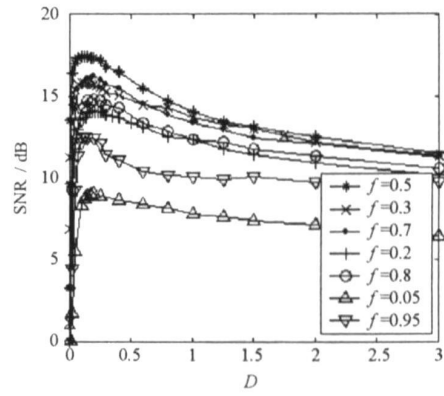
图4 不同噪声强度的 R -  $f_s$  曲线Fig.4 R vs  $f_s$  with different noise intensities

图5 不同频率信号的 SNR - D 曲线

Fig.5 SNR vs D with different frequencies of signal

频域的 SNR 与时域的 CV 有类似表现。SNR 与噪声和信号频率的关系曲线分别如图 5、6 所示。由图 5 可见, 位于 0.2~0.8 间的信噪比变化较小; 图 6 显示在噪声变化较大的范围内, 在频率区间 0.2~0.8 上, 信噪比将维持较高的值, 此时模型响应敏锐, 特别是  $f_{SNR} = 0.4 \sim 0.5$  的频率最敏感。比较  $f_{io}$ 、 $f_R$  和  $f_{SNR}$  发现, 三者基本一致, 这与其他神经元模型的研究文献<sup>[10-11,15]</sup> 结果一致, 表明模型频率敏感性与模型的固有振荡频率是密切相关的, 或者说模型的固有振荡频率使得它对此频率处的周期信号最敏感, 具有频率敏感性。

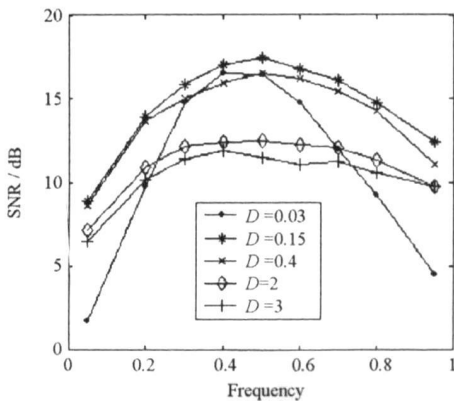
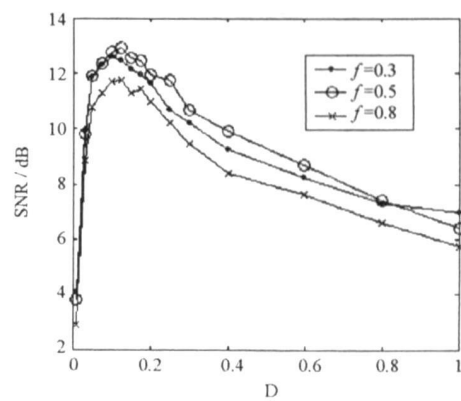
图6 不同噪声强度的 SNR -  $f_s$  曲线Fig.6 SNR -  $f_s$  curves with different noise intensities

图7 叠加正弦信号激励时的 SNR - D 曲线

Fig.7 SNR - D curves with superimposed sinusoidal signals

另外本文还计算了加入由频率分别为 0.3、0.5 和 0.8 叠加而成的正弦信号时的情况, 它们的幅度为前面实验值  $I_1$  的三分之一。结果如图 7 所示, 虽然多个频率共存, 但是模型仍旧显示出了频率敏感性, 表明 FN 神经元模型可用于对特定频率的信号检测。

### 3 结束语

本文研究了微弱正弦信号在加入了加性高斯白噪声的 FN 神经元模型中的传输特性。通过二阶随机龙格-库塔数值方法计算 FN 模型, 并采用方差系数和输出信噪比来分析神经元模型的响应特性。结果不仅显示了随机共振的存在, 还揭示了 FN 神经元模型对正弦信号的传输是与其频率密切相关, 对频率处于 0.2~0.8 的正弦信号响应最强烈, 或者说神经元模型对这一范围的正弦信号最敏感, 且这一特性与模型的固有振荡频率密切相关。

上述结果与某些生物神经系统的现象相一致<sup>[2-3,8-9]</sup>, 因此本文的研究工作将有助于更有效地模拟人类的神经系统, 并启发我们将神经元模型用于弱信号的检测和传输。后续的研究工作将建立由 FN 神经元模型构成的网络和电路模型, 在网络的层面上研究随机共振、其与周期信号频率的关系, 及弱信号的检测与传输特性。

### 参考文献:

- [1] Benzi R, Sutera S, Vulpiani A. The Mechanism of Stochastic Resonance[J]. J. Phys. A, 1981, 14: 453-457.
- [2] Wiesenfeld K, Moss F. Stochastic Resonance and the Benefits of Noise: From Ice Ages to Crayfish and SQUIDs[J]. Nature, 1995, 373(5): 33-36.
- [3] Gluckman B J, Netoff T I, Neel E J, et al. Stochastic Resonance in a Neuronal Network from Mammalian Brain[J]. Phys. Rev. Lett., 1996, 77(19): 4098-4010.
- [4] Wiesenfeld K, Pierson D, Pantazelou E, et al. Stochastic Resonance on a Circle. [J]. Phys. Rev. Lett., 1994, 72(4): 2125-2129.
- [5] Pikovsky A S, Kurths J. Coherence Resonance in a Noise driven Excitable System[J]. Phys. Rev. Lett., 1997, 78(5): 775-778.
- [6] Wang Q Y, Lu Q S, Chen G R. Spatio-temporal Patterns in a Square-lattice Hodgkin-Huxley Neural Network[J]. Eur. Phys. J. B, 2006, 54: 255-261.
- [7] Sakumura Y, Ishii S. Stochastic Resonance with Differential Code in Feedforward Network with Intra-layer Random Connections[J]. Neur. Networks, 2006, 19: 469-476.
- [8] Kamper G. Abdominal Ascending Intemeurons in Crickets: Responses to Sound at the 30Hz Calling-song Frequency[J]. J. Comput. Physio. A, 1984, 155: 507-520.
- [9] Levin J E, Miller J P. Broadband Neural Encoding in the Cricket Vercal Sensory System Enhanced by Stochastic Resonance[J]. Nature, 1996, 380(14): 165-168.
- [10] Longtin A, Chialvo D R. Stochastic and Deterministic Resonance for Excitable Systems[J]. Phys. Rev. Lett., 1998, 81(18): 4012-4015.
- [11] Liu F, Wang J F, Wang W. Frequency Characteristics and Intrinsic Oscillations in a Neuronal Network[J]. Phys. Lett. A, 1999, 256: 181-187.
- [12] Baltanas J P, Casado J M. Noise-induced Resonances in the Hindmarsh-rose Neuronal Model[J]. Phys. Rev. E, 2002, 65: 041915.
- [13] Plesser H E, Geisel T. Bandpass Properties of Integrate-fire Neurons[J]. Neurocomp., 1999, 26: 229-235.
- [14] Yu Y G, Liu F, Wang W. Frequency Sensitivity in Hodgkin-Huxley Systems[J]. Biol. Cybern., 2001, 84: 227-235.
- [15] Zhou C S, Kurths J, Hu B. Frequency and Phase Locking of Noise-sustained Oscillations in Coupled Excitable Systems: Array-enhanced Resonances[J]. Phys. Rev. E, 2003, 67: 030101.
- [16] Fitzhugh R. Impulse and Physiological States in Theoretical Models of Nerve Membrane[J]. Biophys. J., 1961, 1: 445-466.
- [17] Honeycutt R L. Stochastic Runge-Kutta Algorithms. I. White Noise[J]. Phys. Rev. A, 1992, 45(2): 600-603.