即期收益率曲线的拟合估计思路，即应用曲线拟合技术找出一条平滑的、关于剩余期限的函数来有效地拟合债券的市场价格。

国债即期收益率曲线的拟合估计

厦门大学经济学院　朱　峰

引言

固定收益市场中最基本、也是最重要的概念之一是利率期限结构，它体现了利率与剩余期限之间的关系。从横截面的角度看，利率期限结构可以用一条无风险债券的收益率曲线来表示。市场上构筑收益率曲线的一种选择是使用债券的到期收益率。然而采用到期收益率编制的收益率曲线是利率期限结构的不精确表示，它受到了所谓的“息票效益”的影响；但是无风险的零息债券在其剩余期限内不存在利息支付，其到期收益率(也就是即期收益率)不受息票效应的影响，因此可用于表示利率期限结构。如果市场上有大量不同期限的零息债券交易，那么我们可以很方便地获得即期收益率曲线。但是，在债券市场剩余期限在12个月以上的债券几乎均为附息债券，而附息债券的到期收益率与相同剩余期限的零息债券的到期收益率并不总是相等。通过间接方法了解期限结构特征的一个重要途径是静态拟合估计，即以市场上附息债券的价格信息为基础，利用曲线拟合技术来估计国债的即期收益率曲线。

绝大部分学术文献从静态的角度，采用曲线拟合技术来估计利率期限结构，这种方法有两个截然不同的拟合思路：一种是分段拟合，一种是整段拟合。分段拟合主要采用样条技术。McCulloch (1971) 以Weiestrass定理为基础尝试了利率曲线的样条逼近。这种方法要求指定样条基函数，将贴现函数表示为基函数的线性组合，然后使用回归技术来拟合。McCulloch建议采用一个简单的二次多项式作为基函数，当数据呈现值域稀疏、点集稠密特征时可以达到理想的拟合效果。这种方法的缺陷是估计的远期利率曲线可能出现振荡。避免振荡的一个方法是增加基函数的阶数、比如使用三次样条。三次样条的最简单应用是McCulloch (1975)。这种方法有很好的适应性，它不限制贴现函数的形式，但是这种方法估计出的远期利率可能为负数，而且比较不稳定，特别在最远端部分。由于这种技术生成的远期利率曲线无法用于合理地预期，Vasicek和Fong (1982)建议采用指数样条以生成一个渐进平坦的远期利率曲线。但是，Shea (1985)认为他们的模型拟合利率期限结构的能力与一般多项式样条的能力相仿、建议使用普通的样条函数。Steely (1991)认为多项式基函数所产生的回归矩阵的列向量间可能存在完全共线性，由此引起的大量数据减少可能减低拟合的准确度，他推荐使用三次B-样条。这些研究在最优化时通常采用回归技术，为了避免收益率曲线出现过度振荡，需要减少节点的数量，而这却是以拟合效果下降为代价。Fisher、Nychka和Zervos (1995)提出使用平滑样条技术，建议在

随着国债利率市场化水平逐步提高，编制较完整的即期收益率曲线成为可能。/华声 摄

最优化目标函数中增加一个粗糙惩罚项(Roughness Penalty)以获取远期利率曲线。该粗糙惩罚项由一个固定的平滑参数控制，它是通过一般化的交叉认证程序(Generalized Cross Validation)生成的，可用于在同一个目标函数中平衡曲线的平滑度和拟合度。Waggoner (1997) 建议针对不同期限的债券使用可变的粗糙惩罚项(Variable Roughness Penalty)。Anderson 和Sleath (2001)进一步提出使用一个连续函数来表示平滑参数。

静态拟合估计的另一个思路是进行整段拟合，采用参数化模型以获得收益率曲线，模型需要估计的参数数量少于样条函数技术。Nelson和Seigel (1987)提出的一个参数化模型只有4个未知参数，Svennson(1994)对Nelson-Seigel模型进行了改进，增加了两个参数，提高了模型对复杂收益率曲线形状的拟合能力。Nelson-Seigel模型和Svennson模型拟合出的收益率曲线有较强的经济内涵，比较符合利率预期理论，已经被许多西方国家的中央银行所广泛采用。

在国内，由于利率市场化进展缓慢和国债市场发育不成熟，估计收益率曲线的难度颇大，直到近几年才逐渐开始利率期限结构的实证研究。杨大楷和杨勇(1997)、姚长辉和梁跃军(1998)、陈雯和陈浪南(2000)选取附息国债到期收益率或银行存款利率来估计收益率曲线；庄东辰(1996)和宋淮松(1997)分别用零息债券价格信息来估计即期收益率曲线；郑振龙和林海(2002)在附息债券价格信息基础上，采用息票剥离法和二次多项式样条函数来估计债券市场利率。但是，这些研究均未充分利用国外利率期限结构静态拟合估计方面业已成熟的主流技术。

本文沿着静态拟合思路，利用有广泛影响力的Svensson模型和Fisher-Nychka-Zervos模型来估计国债的即期收益率曲线。由于前述模型主要是针对发达国家债券市场的收益率曲线估计而提出的；在欠发达国家，政府债券市场的流动性不足，债券衍生产品市场通常不存在，在这种背景下，各种可行方法的应用可能会受到限制。为此，本文进一步对这两种模型在中国债券市场的精确度和稳定性进行对比研究。

估计思路

即期收益率曲线的拟合估计思路，即应用曲线拟合技术找出一条平滑的、关于剩余期限的函数来有效地拟合债券的市场价格。这种方法利用横截面的数据来估计某一时点的即期收益率曲线，它只考虑收益率期限结构的形状特征。

一、债券价格表示

定义贴现函数$P(t,T)$为在到期日T时刻支付1元的零息债券在t时刻的价格，$R(t,T)$为对应的即期收益率，$f(t,T)$为t 时刻计算在T时刻起息的远期瞬间利率，则在连续复利的情况下三者间存在以下函数关系：

$$P(t,T)=\exp(-R(t,T)(T-t))$$
$$=\exp(-\int_t^T f(t,s)ds)$$

现在考虑一只附息债券，在其到期日t_n内现金支付流量为c_i，支付时点为t_i，$i=1,2,\cdots n$，于是附息债券的价格$B(t,t_n)$可以用贴现函数表示为：

$$B(t,t_n)=\sum_{i=1}^{n}c_i p(t,t_i)$$

二、最优化目标函数

我们设想债券理论上的即期收益率$R(t,T)$可以用某一种与剩余期限有关的函数形式$g(t,T;b)$表示出来，其中，b为待估计函数$g(t,T;b)$的参数向量；然后，利用估计出来的即期收益率对市场上的债券进行定价，当计算出的理论价格$\hat{B}$与市场价格B之间平方误差最小时的参数向量$\hat{b}$即为待估计参数向量的最优值，这是个最优化的过程。由于即期收益率、贴现因子、瞬间远期收益率三者之间存在函数关系，因此，最优化过程中也可将债券价格以贴现因子或瞬间远期收益率的函数形式$G(t,T;b)$、$f(t,T;b)$表示出来。具体的最优化目标函数可表示为：

$$\min_b \sum_j[\varpi_j(B_j-\hat{B}_j(b))]^2$$
$$\hat{B}_j=\sum_i c_{ij}\exp(-g(t,t_{ij};b))=\sum_i c_{ij}G(t,t_{ij};b))$$
$$=\sum_i c_{ij}\exp(-\int_t^{t_{ij}}f(t,s;b)ds)$$

其中，c_{ij}为第j只债券第i次现金支付流量，ω_j为第j只债券定价误差的权重。

最小化债券价格误差是从Mc-Culloch(1971、1975)以来广泛应用的拟合方法。由于债券在国外经常以到期收益率来报价，因此最优化目标的函数选择也可采用最小化到期收益率误差，即：对于给定的参数，先利用即期收益率计算附息债券价格，然后再计算债券的到期收益率，当计算出来的收益率与观测到的到期收益率之间的平方误差最小时的参数就是所要寻求的参数。Svensson(1994)认为，最小化定价误差过程有时可能会使估计出的短期债券价格有较大误差，这是因

为，比起长期债券，短期债券价格相对于收益率变动的敏感度要弱得多。在某些情况下，最小化价格误差能给出一个不错的收益率拟合，但是短期收益率的拟合效果不令人满意，而最小化收益率误差的表现相对要稳健得多。由于国内债券市场中短期国债的品种非常稀少，因此目标函数的选择对拟合误差的影响不大，故本文采用最小化债券价格误差。

最优化目标函数选择的另一个重要问题是确定定价误差的权重$\bar{\omega}$，这是一个对定价错误中的异方差进行调整的程序。收益率的变化对1年期债券价格的影响要远远大于30年期债券，目标在于定价误差最小化的最优化程序趋向于减少误差的异方差，这导致长期收益率相对于短期收益率的过度拟合，降低了收益率曲线短期部分的拟合效果。在不考虑其他因素的情况下，债券的剩余期限越长，对债券的估计越难，因此有些研究提出对不同剩余期限的债券赋予不同的权重，如Vasicek和Fong(1982)、Bolder和Streliski(1999)、Anderson和Sleath(2001)等提出以久期为基础设置权重，因为该指标综合了债券的到期收益率、价格和剩余期限三者的信息。但也有的研究认为，在先验信息不具备的情况下或为了排除主观因素对定价误差确定的影响的情况下，可以考虑对所有的债券赋予相同的权重，本文采用后者的观点。

模型

收益率曲线拟合中最关键的问题是用何种函数形式来拟合贴现因子、即期收益率或远期瞬间收益率。目前在实际研究中得到广泛应用的模型主要有两类：一类是参数化模型，一类是样条函数。根据国际清算银行的调查(BIS，1999)，西方主要国家的中央银行在估计利率的期限结构时，无一例外地采用了这两类模型。鉴于这两类模型的成熟程度和影响力，本文采用参数化模型中的Svensson模型和样条函数中的Fisher-Nychka-Zervos模型进行国债即期收益率曲线的拟合估计。

一、参数化模型

具有代表性的参数化模型包括Nelson-Siegel模型和Svensson模型。前者是Nelson和Siegel(1987)提出的，它选择拟合的是远期瞬间利率曲线，其具体的函数形式为：

$$f(t,t+m)=\beta_1+\beta_2\exp(-\frac{m}{\tau})+\beta_3\frac{m}{\tau}\exp(-\frac{m}{\tau})$$

其中，$f(t,t+m)$是t时刻计算的在t+m时刻起息的远期瞬间利率，β_1、β_2、β_3是模型的线性参数，τ是指数衰竭率。远期瞬间利率包括三项，第一项β_1是一个常数；第二项$\beta_2\exp(-m/\tau)$是单调递减(或递增，若β_2为负数)趋近于零的剩余期限m的函数；第三项$\beta_3\exp(-m/\tau)m/\tau$也是剩余期限m的函数，它使远期瞬间利率曲线产生驼峰状(或U形状，当β_3为负数时)；当剩余期限趋近于无穷大时，远期瞬间利率就趋近于β_1，当剩余期限趋近于零时，远期瞬间利率就趋近于常数$\beta_1+\beta_2$。因此，参数β_1、β_2、β_3、τ可以被相应地解释为利率的长期水平、短期利率、即期收益率曲线的斜率和弯曲程度。为了增加模型拟合不同收益率曲线形态的适应能力，提高拟合效果，Svensson(1994)扩展了Nelson-Siegel模型，增加了第四项，具体函数形式变为：

$$f(t,t+m)=\beta_1+\beta_2\exp(-\frac{m}{\tau_1})+\beta_3\frac{m}{\tau_1}\exp(-\frac{m}{\tau_1})+\beta_4\frac{m}{\tau_2}\exp(-\frac{m}{\tau_2})$$

第四项增加了模型表现收益率曲线的驼峰状或U形状的能力。根据收益率之间的函数关系，Svensson模型的即期收益率$R(t,t+m)$可以表示为：

$$R(t,t+m)=\beta_1+(\beta_2+\beta_3)\left[\frac{1-\exp(-\frac{m}{\tau_1})}{\frac{m}{\tau_1}}\right]-\beta_3\exp(-\frac{m}{\tau_1})+\beta_4\left(\frac{1-\exp(-\frac{m}{\tau_2})}{\frac{m}{\tau_2}}-\exp(-\frac{m}{\tau_2})\right)$$

在大部分情况下，Nelson-Siegel模型能给出一个比较满意的拟合，但期

表1 部分国家中央银行利率期限结构的拟合方法

	拟合方法
比利时	Nelson-Siegel, Svensson
加拿大	Svensson
芬兰	Nelson-Siegel
法国	Nelson-Siegel, Svensson
德国	Svensson
意大利	Nelson-Siegel
日本	平滑样条
挪威	Svensson
西班牙	Nelson-Siegel(1995年前)，Svensson
瑞典	Svensson
英国	Svensson
美国	平滑样条

限结构十分复杂时，Nelson-Siegel模型的拟合能力存在不足，而此时Svensson模型可以提高拟合效果。

二、样条函数

相对于参数化模型的整段拟合，样条函数是一种分段拟合技术。根据Weierstrass逼近定理，在一个给定区间的任何连续的函数可以被一个函数集合任意逼近。样条函数拟合即依据该理论，采用一个依赖于债券剩余期限的函数集合来逼近一个假定为连续的贴现函数或收益率函数。当选择逼近即期收益率时，债券价格可以表示为[1]：

$$B_j=\sum_{m=1}^{N_j} C_j(t_m)\exp(-t_m\sum_{i=1}^{k} b_i g_i(t_m))+\varepsilon_j$$

其中，$c_j(t_m)$是第j只债券的现金流量，t_m是第m次现金流量的剩余期限，N_j是剩余现金流量支付次数，$g_i(t_m)$是仅依赖于t_m的第i个逼近函数，b_i是待估计系数。将债券价格表示为一个线性函数后，关键的问题是选择分段逼近函数$g_i(t)$和函数的个数k。逼近基函数的选择包括二次和三次分段多项式函数、Bernsterin多项式函数、指数函数样条、Chebyshev多项式函数、Tension样条等，20世纪90年代以后，B-样条得到广泛使用，成为收益率曲线拟合应用研究中样条基函数的重要选择之一，Fisher-Nychka-Zervos(FNZ)模型即建立在三次B-样条的基础上。

三次样条函数是分段的三次多项式函数，在节点处连接。在每个节点上，两个多项式间必须满足水平和前二阶导数相等。通过增加节点数量，可以增加三次样条函数拟合曲线的适应性。一个简单、数值稳定的三次样条函数可由B-样条基函数构成，其具体形式为：

$$g_{s(t)}=\sum_{i=s}^{s+4}\left(\prod_{j=s,j\neq i}^{s+4}\frac{1}{T_j-T_i}\right)[\max(t-T_j,0]^3$$

其中，任意时间间隔$[T_s,T_{s+1}]$的首末端为分段节点；$g_s(t)$为第s个三次B-样条函数，$s=1,2,\cdots \iota+3$，ι是当前时刻与剩余期限最长的样本债券到期日之间的分段区间的数量。当$t\in(T_s,T_{s+4}]$时，$g_s(t)$不等于零，否则等于零；整个逼近过程需要$\iota+3$个B-样条函数和$\iota+7$个节点。

三次样条，特别是有大量节点的三次样条函数趋向于震荡。然而对于收益率曲线而言，在长期的一端出现大的震荡意味着债券期望价格的大幅波动，这在经济学意义上是一种不符合常理的表现。目前，有一些方法可用于减少震荡并增加三次样条函数的平滑度。如，三次样条在区间内的灵活适应能力是由区间内的节点数量决定的，通过控制节点的数量和空间分布，可以在曲线的远端减少震荡，而在近端保持足够的适应度，这是利用回归技术进行最优化时通常采用的办法。另一种是利用平滑技术，即在目标函数中增加一个粗糙惩罚项来控制震荡，该方法由Fisher、Nychka、Zervos(1994)首先提出，其目标函数的具体形式是：

$$\min_{b}\sum_{j}(B_j-\hat{B}(b)_j)^2+\lambda\int_0^{t_k}[b''(t)]^2dt$$

目标函数包括两项，第一项度量了曲线拟合效果，第二项度量了曲线的平滑度。正的常数λ决定了拟合度与平滑度之间的平衡。λ的值由一般化的交叉确认程序决定，即通过最小化以下表达式得到，

$$\gamma(\lambda)=\frac{\sum_j(B_j-\hat{B}(b^*)_j)^2}{(N-\theta\, ep(\lambda))^2}$$

其中，N是债券数量，ep(λ)是有效参数的数量，θ是调节参数，在Fisher-Nychka-Zervos模型中，θ=2。如果λ等于零，那么目标函数是一个普通的回归最小化。

实证

一、研究样本

从20世纪80年代初期开始，财政部陆续发行各种国债，但国债期限结构设计不尽合理，发行的国债基本以中期为主，一年期以下短期国债和7年期以上长期国债的品种很少。近几年这种局面稍有改观，陆续发行了10、15、20和30年期的国债，填补了国债市场长期债券品种的空白。经过20年的发展，国债交易和国债利率的市场化水平达到一定程度，这使得编制比较完整的即期收益率曲线成为可能。目前，国债交易主要集中在银行间债券市场、上海和深圳证券交易所债券市场。由于各个市场中交易主体的利益行为不一，造成三个市场间存在明显的分割现象，无法作为统一市场整体编制即期收益率曲线。综合考虑了债券托管存量、交易量和市场供求关系等因素后，本文选择上海证券交易所债券交易数据编制即期收益率曲线，拟合了2001年8月30日到2003年1月29日间338个交易日的国债即期收益率曲线。在该时间段内，上海证券交易所国债市场挂牌流通的附息国债由9只增加到17只，剔除010004、010010两个浮动利率国债品种后，其余固定利率国债全部用于拟合收益率曲线；由于部分国债是观测期间陆续挂牌上市交易的，因此，在该时间段内的不同时点用于估计收益率曲线的国债数

目可能不等。

二、估计

本文分两个时段进行收益率曲线的拟合估计，其中2001年8月30日至2002年10月8日为第一时段，拟合估计了1月~9年期的即期收益率；2002年10月9日至2003年1月29日为第二阶段，拟合估计了1月～18年期的即期收益率[2]。样本期间内，债券价格时间序列在付息日时会出现缺失值，对此类缺失值采用统计技术处理后补上[3]。

由估计结果可知，在第一时段内，FNZ模型和Svensson模型估计出的收益率曲线间存在较明显的差异。Svensson模型估计出的收益率时间序列体现出更大的波动性，这可能与最优化时用于拟合收益率曲线的债券数量偏少有很大关系。特别是，该时段内剩余期限在两年以下的债券数量仅有一只，造成估计出来的收益率曲线在期限较短的那一端波动尤其明显，两个模型在这一点上均有相似的表现。随着用于估计收益率曲线债券数量的增加，在第二时段内，FNZ模型和S模型估计出的收益率曲线形状趋于接近，收益率波动程度也明显趋缓。

三、拟合效果分析

为了比较Svensson模型和FNZ模型的拟合效果，本文进一步对两个模型进行误差比较分析。误差分析分为两部分，一是内插检验，一是外推检验。

1.内值检验

内插检验就是利用两个模型估计出来的即期收益率曲线分别计算样本期间国债的理论价格，将其与市场价格进行对比，计算定价误差。度量定

表2 内插检验—价格误差

	价格RMSE			价格MAE		
	均值	中位数	标准差	均值	中位数	标准差
第一时段						
Svensson模型	0.6825	0.5710	0.4506	0.7035	0.5921	0.4754
FNZ模型	0.6825	0.5015	0.3588	0.6916	0.5251	0.3749
第二时段						
Svensson模型	1.2938	1.2964	0.1689	1.2959	1.2984	0.1693
FNZ模型	1.4233	1.4351	0.1663	1.4591	1.4658	0.1671

表3 内插检验—到期收益率误差

	到期收益率RMSE			到期收益率MAE		
	均值	中位数	标准差	均值	中位数	标准差
第一时段						
Svensson模型	0.0014	0.0013	0.00096	0.00048	0.00043	0.00030
FNZ模型	0.0011	0.00085	0.00054	0.00035	0.00029	0.00016
第二时段						
Svensson模型	0.0024	0.0024	0.00046	0.00064	0.00063	0.00012
FNZ模型	0.0023	0.0022	0.00030	0.00060	0.00059	0.00007

表4 外推检验

	价格RMSE			价格MAE		
	均值	中位数	标准差	均值	中位数	标准差
Svensson模型	0.4264	0.4070	0.1678	0.2878	0.3015	0.1186
FNZ模型	0.5202	0.5183	0.0712	0.3678	0.3665	0.0503
	到期收益率RMSE			到期收益率MAE		
	均值	中位数	标准差	均值	中位数	标准差
Svensson模型	0.00060	0.00062	0.00024	0.00042	0.00044	0.00017
FNZ模型	0.00076	0.00076	0.00013	0.00054	0.00053	0.00009

价误差采用的指标是平方根误差(RMSE)和绝对平均误差(MAE)，这两个指标分别定义如下：

$$RMSE = \sum_{j=1}^{N} \sqrt{(\hat{B}_j - B_j)^2 / N}$$

$$MAE = \sum_{j=1}^{N} \frac{|\hat{B}_j - B_j|}{N}$$

其中N是用于估计的国债数量，$\hat{B}_j$是第j只国债的理论价格，B_j是其市场价格。由于债券价格亦可用到期收益率来表示，本文在到期收益率基础上也进行了误差分析，采用的分析指标类似前者。

价格误差分析显示，在第一时段，Svensson模型的拟合精确度弱于FNZ模型，稳定性方面也存在差距，但差距的幅度非常小。而在第二时段，Svensson模型的拟合精确度优于FNZ模型，稳定性的表现也逐渐与FNZ模型接近。到期收益率误差分析结果与价格误差分析结果略有不同，FNZ模型的拟合精确度和稳定性在两个时段内均优于Svensson模型，但不具备明显的优势。综合两类误差分析可以看出，在即期收益率曲线的拟合效果上，两类模型的表现十分接近；但与成熟政府债券市场[4]的收益率曲线估计相比，拟合精确度和稳定性均有一定

差距，这在很大程度上应当归因于上海证券交易所国债市场的品种数量不足与剩余期限结构分布特征的缺陷。就整个拟合区间而言，第一时段的拟合精确度明显高于第二时段，这说明，当用于拟合收益率曲线的债券数目较少时，两个模型均不同程度存在过度拟合问题，而且体现出较明显的不稳定特征。

2.外推检验

由于内插检验可能存在过度拟合问题，无法有效地判断模型的预测能力和稳健性，因此本文进一步进行外推检验。外推检验的常用方法是将样本分为两部分，一部分用于估计模型的参数，另一部分用于估计模型的定价误差，这种方法要求市场上有大量的债券品种可用于估计。Anderson和Sleath(2001)建议采用交叉认证技术(cross-validation)[5]，这种方法可有效地克服债券样本数量不足的问题，适用于大部分欠发达的政府债券市场。基于国内债券市场品种和剩余期限结构分布的现实条件，本文仅在第二个时段选择了009704和010110两只国债，采用交叉认证技术进行外推检验[6]。外推检验采用的分析指标与内插检验相同。

外推检验显示，无论是采用价格还是到期收益率进行误差分析，Svensson模型均表现出相对较好的拟合精度，但FNZ模型在拟合效果的稳定程度上有相对优势。值得关注的是，与事前经验认识不同，外推检验得出的拟合效果明显优于内插检验。这可能与外推检验和内插检验采用的债券数量不同有关系，这也说明了两个模型对不同剩余期限的债券的拟合效果是不同的，甚至可能存在显著的差异，在将即期收益率曲线应用于国债定价时应注意到这一点。

结论

本文采用Svensson模型和Fisher-Nychka-Zervos模型对上海证券交易所国债市场2001年8月30日到2003年1月29日间338个交易日的即期收益率曲线进行拟合估计。估计结果显示，随着用于拟合债券数量的增加，拟合出的收益率曲线在时间序列上的波动逐渐趋缓。内插检验表明，Svensson模型和Fisher-Nychka-Zervos模型的拟合效果相差无已；外推检验显示，Svensson模型的拟合精度较高，而Fisher-Nychka-Zervos模型的稳定性较好。此外，检验还表明模型在不同剩余期限债券的定价误差上存在差异。事实上，收益率曲线拟合过程面临着一个问题，即拟合效果与曲线的抗扰性之间的矛盾。使用一条拟合良好的收益率曲线为一组已知市场价格的债券定价时，可以获得好的效果，但过度拟合市场数据的同时，收益率曲线可能无法识别出市场中被错误定价的证券。从这个角度说，寻找所谓的最佳模型是很难的。■

注释

1.除即期收益率外，也可选择逼近贴现因子或远期瞬间收益率来表示债券价格。

2.第一时段内剩余期限大于10年的国债仅010107券一只，其价格走势相对独立，为稳健起见，曲线拟合时放弃该券；第二时段内期限为15年的010213券上市交易，增加了长期国债品种，期限结构相对比较完整，因此拟合时将010107券考虑在内。

3.国内债券市场不仅品种有限，而且期限结构分布不合理，剩余期限在3年以下的仅1只，10年以上的也只有2只，大部分国债的剩余期限集中在4.5~9.5年间。若某日某一债券（尤其是000896或010107券）价格出现缺失时，可能会因为估计的债券数量不一或剩余期限结构出现显著差异而造成相邻两日的即期收益率曲线间出现经济学所无法解释的异常波动。

4.如美国、英国、加拿大等，见Fisher，Nychka和Zervos(1994)、Bolder和Streliski(1999)、Anderson和Sleath(2001)等。

5.即从债券样本中去掉一只债券，估计模型参数，计算该债券的定价误差；然后将该债券放回，同时去掉另一只债券，再估计模型参数和定价误差。样本中的所有债券均按此方法操作一遍，最后计算模型的平均定价误差。

6.选择这两只国债进行外推检验，主要是考虑到与这两只国债剩余期限相近的国债数量相对会多一些(参见注4)。

参考文献

1.陈雯、陈浪南：《国债利率期限结构：建模和实证》，《世界经济》2000年第8期，第24-28页。

2.宋淮松：《我国零息国债收益率曲线初探》，《中国证券报》，1997年2月18日。

3.杨大楷、杨勇：《关于我国国债收益率曲线的研究》，《财经研究》1997年第7期，第14-19页。

4.姚长辉、梁跃军：《我国国债收益率曲线的实证研究》，《金融研究》1998年第8期，第12-18页。

5.庄东辰：《利率期限结构的实证研究》，《中国证券报》，1996年6月19日。

6.郑振龙、林海：《中国市场利率期限结构的静态估计》，《中国青年经济学者论坛论文集》，第346-354页，2002年。

7.Anderson, N., and J. Sleath (2001), "New Estimates of the UK Real and Nominal Yield Curves", Working Paper, Bank of England.

8.Bank for International Settlement(1999), " Zero-Coupon Yield Curve: Technical Documentation" .

9.Bolder, D., and D. Streliski (1999), "Yield Curve Modelling at the Bank of Canada", Technical Report No. 84. Bank of Canada.