利率期限结构理论探析

Theories of Interest Period Structure

杨智元
厦门大学财金系, 厦门市, 361005
(Yang Zhiyuan, Financial of Dept., Xiamen University, Xiamen, 361005)

摘　要: 对利率期限结构理论作一述评。传统的利率期限结构理论主要集中于研究收益率曲线形状及其形成原因。现代研究认为, 利率的确定要受诸多因素的影响, 各种利率的运动过程均表现出一定的随机性。尽管现代期权理论能对利率运动给出"精确"描述, 然而, 无论是无套利模式、均衡模式还是鞅模式, 均存在一定的缺点。

关键词: 利率期限结构; 无套利模式; 均衡模式; 鞅模式

Abstract: This paper gives a survey on the term structure of interest rate theory. Traditionally, the theory had focused on what the yield curve's shape is and how it forms. From the view point of modern study, many factor have some effect in determined the interest rate, and every kind of interest rate show random characteristic. Despite that modern option pricing theory can give an accurate describe of the interest rate movement, no arbitrage model, the equilibrium model, the martingale model all have deficit.

Key words: Term structure of interest rates, No arbitrage model, Equilibrium model, Martingale model
中图分类号: F812.5　　文献标识码: A　　文章编号: 1002—2252(2000)01—0206—03

1　引言

利率期限结构研究各个方面均相同, 只有到期期限不同的无风险债券的收益之间关系。[①] 一般人们考察的是零息无风险债券的收益与到期期限的关系, 故有时人们称其为零息无风险债券收益率曲线形状。本文对利率期限结构理论作一述评。在利率期限结构问题的研究中, 出现了许多容易混淆的有关利率的名词。为此本文应用数学符号以及用较少的利率名词进行分析, 以便让大家对利率期限结构有一较清楚的了解。在以下的讨论中, 我们假设今天的时间为 0, $0 < t < T$, 利率按连续复利计算, 而投资均指投资于零息无风险债券。在具体探讨利率期限结构之前, 我们还必须明确几个相关的概念: $P(t, T)$ 表示在时刻 T 到期的票面值为 1 的零息无风险债券在时刻 t 的价格。$R(t)$ 表示 t 年期即期利率, 即投资于今天开始的, 第 t 年到期的零息无风险债券的收益。$R(t, T)$ 表示将来即期利率, 即 t 时刻开始, T 时刻结束的投资的收益。$f(t, T)$ 表示蕴涵在 t 和 T 之间的远期利率, 即 $f(t, T)$ 满足: $\exp[R(T)T] = \exp[r(t)t]\exp[f(t, T)(T-t)]$。$r(t)$ 表示时刻 t 的瞬时无风险利率, 即 t 时刻开始但瞬间结束的投资的收益。按定义, 我们有以下关

收稿日期: 1999—12—06
本文是国家自然科学基金课题《国债管理系统研究》的成果之一。
作者简介: 杨智元, 男, 1994 年毕业于厦门大学数学系基础数学专业, 获理学硕士学位。1997 年考入厦门大学财金系, 攻读金融学博士, 研究方向为衍生工具定价理论。

系：

$P(0, t) = \exp[-R(t)t]$，

$P(t, T) = \exp[-R(t, T)(T-t)]$，

$f(t, T) = [R(T)T - R(t)t]/(T-t)$，

$f(0, t) = R(t)$，$R(0, T) = R(T)$，

$r(t) = \lim_{T\to t} R(t, T)$。

2　传统的利率期限结构理论

传统的利率期限结构理论主要集中于研究收益率曲线形状及其形成原因，即 $R(0, T)$ 的形状及其成因。在历史上有相关的三种理论引起人们的注意，这就是预期理论、流动性偏好理论和市场分割理论。

预期理论最早由费雪于 1896 年提出，但主要是由希克斯和卢特发展起来的。这个理论认为：收益率曲线的形状可解释为投资者对未来利率的预期。假设投资者认为现行的利率太低而未来倾向于有一较高的利率，在此情况下，如果短期债券的收益与长期债券一样，则长期债券的购买者将减少，长期债券的价格将下降，导致长期债券的收益率上升。亦即，一条上升的收益率曲线可以解释为投资者预期未来利率将上升。同样的，一条下降的收益率曲线可以解释为投资者预期未来利率将下降。另一方面，预期理论认为：$P(0, T) = P(0, t)P(t, T)$，事实上，引用前面的符号，我们可以看到，按照预期理论应该有 $f(t, T) = R(t, T)$，这里 $R(t, T)$ 按人们的预期确定。

由希克斯提出的流动性偏好理论同样强调预期对收益率曲线的影响。但它同时强调，在一个不确定性的世界里，期限短的债券由于更具流动性，会更受投资者的喜爱。而长期债券由于流动性较差，需另加上一流动性溢价以吸引投资者。或者说，流动性溢价理论认为：$P(0, T) < P(0, t)P(t, T)$，也就是说，应该有 $f(t, T) > R(t, T)$，而不是 $f(t, T) = R(t, T)$。

库博松、莫迪格里安尼对上述两个理论提出批判，他们认为尽管流动性对于一个考虑暂时性存款余额投资的商业银行家来说是很重要的，但对于如人寿保险公司之类的想套期以消除所有利率波动的机构来说，他们会偏爱期限长的投资。因为长期投资完全消除了利率变动所引起的不确定性。许多养老金与退休金的储蓄者也会作同样的考虑。在套期以消除利率波动的压力下，没有理由认为必须有一个期限溢价。在一些极端情形下，长期与短期收益完全由各自的、分割的市场供给与需求决定。也就是短期的 $R(t)$ 与长期的 $R(T)$ 无关。这就是市场分割理论。

3　现代利率期限结构理论

现代利率期限结构研究与衍生证券的定价一直是密不可分的。现代研究认为，在确定利率时，许多因素都在同时起作用。各种利率的运动过程均表现出一定的随机性。但同时还具有向一个均衡水平靠拢的行为，即均值回复行为。收益率曲线的形状也会随着时间而改变。为描述利率的随机行为，人们在研究中引入随机微积分。结合现代期权理论，人们对利率期限结构理论进行了新的探索。按期权价格理论，如果我们能确定出瞬时无风险利率 r 的运动过程，设 $P(t, T)$ 为时刻 T 到期的零息无风险债券在时刻 t 的价格（面值为 1），则根据风险中性定价原则，有

$$P(t, T) = E[\exp(-\bar{r}(T-t))]$$

这里 $E[\circ]$ 代表关于风险中性过程的期望，$\bar{r}$ 表示 r 在时刻 t 到 T 的期间的平均值。由于

$$P(t, T) = \exp(-R(t, T)(T-t))$$

则，我们有

$$R(t, T) = -\frac{1}{T-t}\ln E[\exp(-\bar{r}(T-t))]$$

按上述公式即可得出在各时刻 $R(t, T)$ 与 T 的关系。也可得出 $R(t, T)$ 随时间 t 的变化而变化的关系。

维塞克（Vasicek，1977）首先利用无套利原则对利率的期限结构进行分析，得到瞬时利率 r 运动的风险中性过程：

$$dr = a(b-r)dt + \sigma dW_t$$

这里 a 为均值回复速度，b 为长期均衡的利率水平，σ 为利率的波动率，W_t 为维纳过程，这就是所谓的无套利模式。

该过程的漂移率 $a(b-r)$ 能很好地描述均值回复现象，[②]但利用该模型来描述利率运动有一不足之处，就是瞬时利率 r 在未来可能为负值，这显然与现实相违背。

研究利率期限结构的另一种模式是均衡模式，所谓均衡模式其实是对经济的一般均衡分析，从中得出瞬时利率 r 的运动过程。经典的均衡模式是考克斯等人（Cox，Ingersoll&Ross，1985）的文章《利率期限结构理论》，在该文章里，利用到他们另一篇文章《资产价格的跨期一般均衡模式》的结论，在对未来事件的预期、风险偏好、市场参与者个人偏好、消费时间的选择通盘进行了考虑之后，他们建立一个基本的瞬时利率模型：

$$dr = a(b-r)dt + \sigma\sqrt{r}dW_t$$

这里，漂移率 $a(b-r)$ 可以描述均值回复现象，波动率 $\sigma\sqrt{r}$ 含有 r，可克服维塞克模型 r 可能为负数的弱点。[③]

赫斯等人（Heath，Jarrow & Morton，1992）采用设定瞬时远期利率的运动过程，把今日的利率期限结构作为外生给定的办法。利用抽象的鞅理论进行分析，他们得到如下结论，在无套利机会之下：

债券价格运动过程

$$dP(t,T)=r(t)P(t,T)dt+\nu(t,T,\Omega_t)P(t,T)dW_t$$

瞬时远期利率运动过程

$$dF(t,T)=\nu(t,T,\Omega_t)\nu_T(t,T,\Omega_t)dt-\nu_T(t,T,\Omega_t)dW_t$$

以及瞬时利率运动过程

$$dr(t)=F_t(0,t)dt+\{\int_0^t[\nu(\tau,t,\Omega_t)\nu_{tt}(\tau,t,\Omega_t)+\nu_t(\tau,t,\Omega_t)^2]d\tau\}dt+\{\int\nu_{tt}(\tau,t,\Omega_\tau)dW_\tau\}dt+[\nu_t(\tau,t,\Omega_\tau|_{\tau=t}]dW_t$$

是等价的。这里各个下标代表偏导数，$\nu(t,T,\Omega_t)$ 代表债券价格波动率，瞬时远期利率 $F(t,T)$ 定义为 $F(t,T)=-\dfrac{\partial lnP(t,T)}{\partial T}$。因此，尽管我们可以设定许多种符合现时的利率期限结构的远期利率运动过程，但在无套利机会之下必有一些远期利率过程所等价的债券价格运动过程不符合现实。因而此方式能对利率运动过程设定的任意性给予很大的限制，对于得到更精确的期限结构具有重要作用。

4 各方法的优缺点及其展望

从早期的一些定性描述到赫斯等人的抽象的研究方法，利率期限结构理论一直在不断充实发展。

无套利模型的优点是利率运动过程可以符合现时期限结构。无套利模型的应用一般是与债券期权的定价相结合的。利用无套利模型时，一般分两步进行，首先从有限个状态变量确定出贴现债券的价格，第二步再确定期权的价格，在确定期权价格之前，首先必须把利率风险的市场价格确定为贴现债券价格的函数。但在确定风险的市场价格时，由于债券定价公式一般是非线性的，要从中求解出风险的市场价格存在着计算上相当的难度。而且由于瞬时即期利率不会独立于风险市场价格，若把风险市场价格设定为状态变量函数，则可能会引起模型的不一致性(即存在套利机会)。

均衡模式的出发点是人们极大化其预期效用。利用均衡理论的优点是可以对未来事件的预期、风险偏好、市场参与者个人偏好、消费时间的选择进行综合考虑，符合人们的极大化行为及预期理论。而且对经济变量之间蕴涵关系能有一较清楚的理解。但其所得出的利率运动过程是一产出结果(output)，它主要是要与经济的均衡特征相符，故有可能得出不符合现时利率期限结构的结果(即 $R(0,T)$ 与今天观察到的收益率曲线的形状不符)。

鞅模式(赫斯的模式)的优点是所得的利率运动过程可以符合现时期限结构，但有可能得到瞬时利率的运动过程是非马尔可夫过程，这将大大地增加了计算的工作量。

尽管现代期权理论能对利率运动给出“精确”描述，但研究者仍然得到许多形式上很不一致的利率模型。它们“可以符合今天的期限结构，但形式不一致甚至互相冲突”。为了得到“真正”的利率运动过程，一些研究者采用“让数据说话”的研究方式，即不设定利率的具体运动过程，而用数据来拟合其运动过程。尽管尼尔森(Nelson)证明了“ARCH 过程依分布收敛于扩散过程”的论断，而且大量的研究均发现利率运动的 ARCH 现象，利用离散时间数据估计连续时间模型有了理论依据；尽管现有的理论在衍生工具定价方面取得了巨大成绩。但模型毕竟是模型，理论永远是处于不断发展充实之中的。

注：① 有关利率期限结构的定义，这里遵从伯顿·马尔基尔的《利率期限结构》(施以正译)的定义，载《新帕尔格雷夫经济学大辞典》第 4 卷第 679—681 页，约翰·伊特韦尔等编，经济科学出版社，1992 年 6 月版。

② 均值回复行为就是利率具有向一个均衡水平靠拢的行为，我们可用离化的情形进行说明：当 $r<b$ 时，则 $b-r>0$，$a(b-r)\Delta t>0$，$\Delta r=(b-r)\Delta t+\sigma\sqrt{\Delta t}\varepsilon$，ε 为标准正态分布随机变量)，故 Δr 有一正的运动倾向。反之，则 $a(b-r)\Delta t<0$，Δr 有一负的运动倾向。

③ 在 r 较小时，虽然 $\sigma r\sqrt{\Delta t}\varepsilon$ 的实现(realization)有可能为负数，但只能取较小的值，即 Δr 为较靠近 0 的负数，故 $r+\Delta r>0$，可 r 保证为正数。

参考文献

[1] John C. Hull 著，张陶伟译. 期权、期货与衍生证券[M]. 北京：华夏出版社，1997.1

[2] 伯顿·马尔基尔，施以正译. 利率期限结构[A].《新帕尔格雷夫经济学大辞典》第 4 卷第 679—681 页. 北京：经济科学出版社，1992.6

[3] Ait—sahalia, Y. Nonparametric Pricing of Interest Rate Derivative Securities. Econometrica, 1996(64): 527—560

[4] Cox, J. C., J. E. Ingersoll, S. A. Ross. A Theory of the Term Structure of Interest Rates. Econometrica, 1985(53): 385—407

[5] Heath, D., R. Jarrow, A. Morton. Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology. Econometrica, 1992(60): 77—105

[6] Nelson, D. B. ARCH Models as Diffusion Approximations. Journal of Econometrics, 1990(45)

[7] Vasicek, O. A.. An Equilibrium Characterization of the Term Structure. Journal of Finacial Economics, 1977(5): 177—188