

# 运用期权进行无风险套利的假想及其分析

厦门大学金融系 黄磊 刘佳

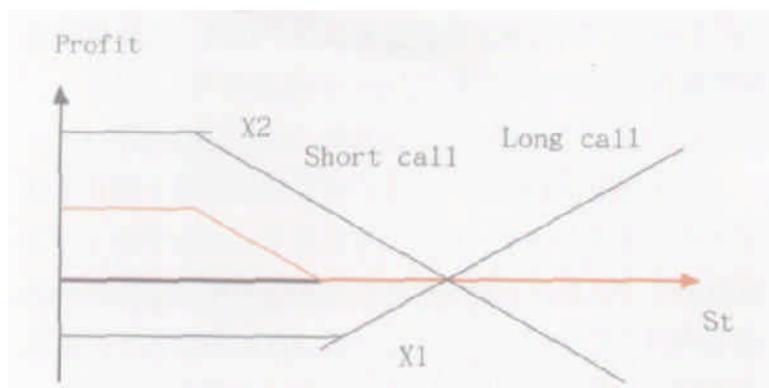
[摘要]：本文通过设计一个新型的期权组合来达到无风险收益的目的，同时对这种新型组合的可行性和应用性进行讨论并且对其进行定价和实证分析。

[关键词]：期权组合交易策略，无风险套利，通货膨胀预期，期望收益率

在金融工程的课程中提到过很多种的期权交易策略，包括差价期权，组合期权等多种创新金融工具。但是仔细分析过后发现还是存在美中不足的地方。这就是风险并没有被完全或大量的规避掉，换句话说就是风险依然是困扰期权的最大障碍。并且上述几种方法都是以收益的减少来达到风险规避的目的的，这样的话风险仍然不能让人满意。我们能不能找到一种“完美”的无风险的期权策略呢？

## 一、构建期权组合策略

让我们一起去寻找答案。首先，我们知道如果要最大程度的规避风险，如果用profit-price图来表示的话，就是要求组合总收益的曲线不能落在横轴的下方。于是我们就假想能够找到这样的两个欧式期权（以下简称期权）来构造出下面这个我们期望得到的图形：



如图所示，红色部分线条就是我们所要求的组合总受益曲

线。显然，这条曲线是在横轴以上的，也就是说，该组合是无风险的，只要标的价格低于那个 $X_1$ ，那么整个组合就是盈利的；否则，投资者也不会有什么损失。同时受益也是确定的，只要两个期权交易价格确定。

观察一下发现这是一个熊市期权差价组合的特殊形式，即两期权图形交与 $St$ 轴的特殊差价期权。

接下来，我们就是要证明这个组合是可以得到还是不存在的。我们假设一个投资者在 $t_0$ 时刻买入了一个看涨期权，同时卖出了一份同样标的股票，相同到期日，只是执行价格不同的看涨期权。我们设做多的看涨期权的执行价格是 $X_1$ ，空头的为 $X_2$ 。 $X_1 > X_2$ 两个期权的到期收益就如同上图所示。并且在 $St$ 为 $S_0$ 的时候两个期权的利润恰为相反数。

这个模型看起来好像限制诸多，其实很弄易得到，调整的关键就是这两个 $X$ ，通过调整两个 $X$ ，使得利润的走势按照我们的预想来。

到了 $T$ 时刻期权到期，则我们根据 $St$ 的变化作出收益表。

	Long call	Short call	Total
$St < X_2$	$-c_1$	$c_2$	$c_2 - c_1$
$X_2 < St < X_1$	$-c_1$	$(c_2 - c_1)(X_1 - St) / (X_1 - X_2) + c_1$	$(c_2 - c_1)(x_1 - St) / (X_1 - X_2)$
$St > X_1$			0

到此时，我们已经成功构造了一个无风险且收益可知

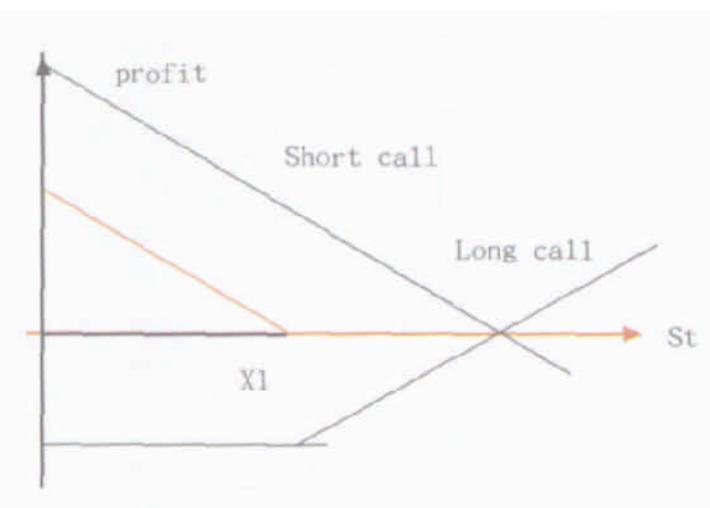
的期权组合。

## 二、分析与验证

整个过程不需要很高深的数学及金融知识，甚至只是金融工程的入门知识。为什么能够有如此效果的套利？现实中真的存在这样的套利吗？

我们认为，这样的投资情况是存在的。首先，这种的投资组合相当于是运用期权的原理构造了一个无风险的固定收益证券。既然允许现实中有无风险资产的存在，那么这个期权投资策略就是有存在理由和可能性的。

其次，这种策略是否值得去做，是和两个期权的 $c$ 和 $X$ 紧密相关的。我们再假设一种极端的情况，就是看涨期权的空头执行价格为0的情况：



在 $X_1$ 不变的情况下，我们计算比较两个图形的面积，显然得到结论是后者的面积即收益大。并且对他们的变化趋势进行分析，我们可以得出这样的结果：在 $X_2$ 不断变小，趋近于0的时候，组合的收益是在不断变大的。

同理，我们还可以得出：当 $X_1$ 不断变大时候，收益也是变大的。也就是说，在价格变化允许范围之内， $X_1 - X_2$ 与total profit是正相关的。

要使得组合策略构造的有价值，则对 $X_1$ 与 $X_2$ 是有要求的，而现实中不可能出现 $X_2$ 为0的情况，所以我们要分析具体情况，是否 $X$ 的取值值得我们去构建一个这样的组合，而不是简单的去买一个无风险资产，如国债。同时，我们看到期权策略的一个特点就是只有在价格低于 $X_1$ 的时候才能够得到利益，这本身就是一种风险，而且是无法被规避的。

换言之，只有我们的组合的 $X$ 和最终价格满足了大于市

场的无风险利率所得的时候，或者说在大于无风险利率的可能概率较大的时候，才能称之为有实际套利价值的。

## 三、优点和不足

既然这样的无风险投资只能获得无风险的利润，那么这样的组合还有意义吗？我们认为这种新型期权策略是有市场潜力的。它的优点：

第一，就是它的低风险性。市场是风险规避者占大多数的，因此传统期权等衍生产品的高收益伴随的高风险使它们越来越不为人们所喜爱。现在的金融创新产品都是崇尚低风险的。

第二，就是它和无风险证券的收益方式是不一样的。无风险证券的收益是靠无风险利率计算的，而这种期权组合是按照确定的价值计算的，这些因素在通货膨胀的影响下有的时候是很关键的。笔者认为这种新型期权的收益方式是风险较低的。是比较不容易受通货膨胀等系统外因素影响的。因为从上世纪70年代中后期开始，投资者发现至少在中短期，股票价格受到预期或非预期通货膨胀非常明显的负面影响。因此通货膨胀使股价下跌，于是就增加了投资者获得收益的概率，所以这种产品的投资回报在通货膨胀因素的考虑下相比无风险资产有利的。

第三，并不是不能获得超额收益。按照金融学基本常识，无风险投资就只能获得无风险的利润。这个说法是不准确的。比较准确的说法应当是，无风险的投资的期望收益率只能等于无风险收益率。这就注定了我们在这里存在着挖掘空间。

按照我们正常的经验，只要不是太靠近到期日的指数期权，它们的 $X$ ，就是执行价格一般是高于股票现价的。而我们的期权组合在大于较高的执行价格的某一点上面才会出现零收益，并且在小于 $X_2$ ，就是较小的那个执行价格的时候是持续拥有大约无风险利率的收益率的。这种良好的特性决定了它的信用性较高。

当然有利就有弊。首先是它的实际操作性问题，要同时取得这样两种期权不是像我们纸上谈兵说的这么简单的，并且如果所有人都可以找到这样的期权的话，市场上就可以始终存在套利机会，这显然是不合理的。在之后的部分我们将会讨论这个问题。

另外，它还隐藏着所谓道德风险问题。假设看涨期权

由于其中一方的违约而不能被及时的执行的话，那么整个套利系统都将受到影响，甚至崩溃。

总之，这个期权组合是利大于弊的，是可以做到有效的甚至完全的规避风险的.No end, to be continue.

#### 四、模型的量化和定价

在前面的部分中我们提出了这个新的模型,同时也分析了它的可行性和优缺点,现在我们来尝试着为其定价,来看看在这种特殊的组合里面是否也包含了特殊的关系以供我们讨论和研究。

我们之前得到的组合pay off是:

	Long call	Short call	Total
$St < X_2$	-c1	C2	$C_2 - c_1$
$X_2 < St < X_1$	-c1	$(c_2 - c_1)(x_1 - St) / (x_1 - x_2) + c_1$	$(c_2 - c_1)(x_1 - St) / (x_1 - x_2)$
$St > X_1$			0

首先，我们发现这里的变量太多了，又有C又有X，还有随机变量St。所以我们先来看看这里期权价格C和期权执行价格X之间是否有关系，是否可以替代掉：

在 $X_2 < St < X_1$ 的情况下，从数学的角度算short call收益为 $(c_2 - c_1)(x_1 - St) / (x_1 - x_2) + c_1$ ，同时我们也知道从金融意义上来说,其收益为: $c_2 - (St - x_2)$ 。于是我们就有：

$$c_2 - (St - x_2) = (c_2 - c_1)(X_1 - St) / (X_1 - X_2) + c_1$$

$$X_1 X_2 - St X_1 + c_2 X_1 - X_2 * X_2 + St X_2 - c_2 X_2 = c_2 X_1 - c_1 X_1 - c_2 St + c_1 St + c_1 X_1 - c_1 X_2$$

$$X_1 X_2 - St X_1 - X_2 * X_2 + St X_2 = c_2 X_2 + c_1 St - c_1 X_2 - c_2 St$$

$$(X_2 - x_1)(St - x_2) = (c_1 - c_2)(St - x_2)$$

$$\text{So, } X_2 - X_1 = c_1 - c_2.$$

到这里我们发现了一个很重要的结论： $X_2 - X_1 = c_1 - c_2$

因为我们的两个期权的标的物一致，因此我们可以看到我们在期初的投资应该为两个期权价格之差。也就是两个期权的执行价格之差！

#### 五、实证分析

我们知道天上不会掉馅饼，因此这种期权组合的应用条件是苛刻的，也就是在寻求套利的机会。上面我们推导

出了这种期权的一个重要性质，既是 $c_1 - c_2 = X_2 - X_1$ 。也就是说，我们只要找到满足上面式子的两种期权我们就完成了这种期权组合的构建。我们现在用CBOE的Jul 22, 2006 @ 05:55 ET (Data 20 Minutes Delayed)的IBM公司股票的期权报价为依据来试着进行实证分析：

	06-Jul, X	06-Jul, c	c+x	
	45	32.1	77.1	
	50	30.1	80.1	
	55	22.8	77.8	
	60	16.5	76.5	
	65	10.5	75.5	
	70	4.9	74.9	
	75	0.05	75.05	
	80	0.05	80.05	
	85	0.05	85.05	
	90	0.05	90.05	
	95	0.05	95.05	
	100	0.05	100.05	
	105	0.1	105.1	
	110	0.15	110.15	
	115	0	115	
	120	0	120	
	125	0	125	
	06-Aug, X	06-Aug, c	c+x	
	35	0	35	
	40	0	40	
	45	0	45	
	50	0	50	
	55	21.5	76.5	
	60	0	60	
	65	9.8	74.8	
	70	5.2	75.2	
	75	1.45	76.45	
	80	0.15	80.15	
	85	0.05	85.05	
	90	0.05	90.05	
	95	0	95	
	100	0	100	
	105	0	105	
	110	0	110	

因为 $c_1 - c_2 = X_2 - X_1$ ，所以 $c_1 + X_1 = c_2 + X_2$ 。因此如果要

无限趋近的模拟这个新型期权，那么就要找到两个同样标的，相同到期日的期权的 $c + X$ 最接近的两个值，可以最大程度的规避风险。

在上图中我们可以发现，如果是到期日为06 - Jul的期权的话，同时以 $X$ 为65和75的看涨期权为组合，可以几乎完全规避风险（买入75的卖出65的）。

然而如果是在8月份到期的期权，我们就应该同时做多 $X$ 为70的IBM股票的看涨期权，做空 $X$ 为65的相应看涨期权。

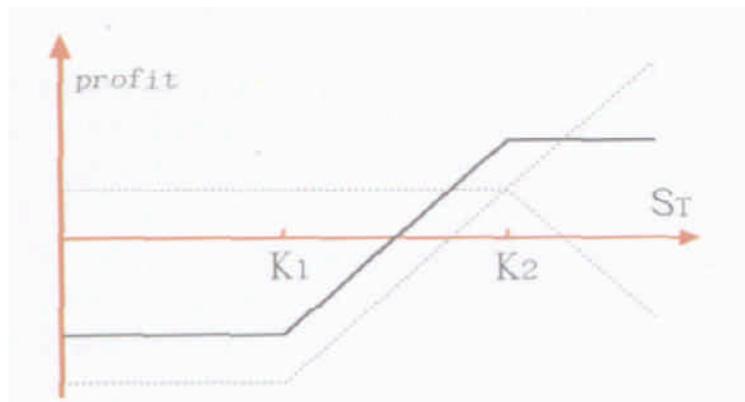
同时我们也注意到在整个市场中，只有这些少数的点是可以满足我们要求的，同时我们看到，完全满足我们要求即 $c + X$ 完全相等的两个期权是几乎找不到的。原因就是我们的市场会因为这些纯粹的无风险套利的行为进行调整，达到新的均衡，使得套利机会消失。但是对于单个投资者来说，假使我们实际上无法得到那个完美的无风险模型，这样的组合已经足够达到风险规避的目的。

## 六、与其他期权的比较

我们发现了这种新型的期权组合的又一个很诡异的特点：就是它是以看涨期权的头寸来进行交易，但是这时候的投资者与一般的看涨期权投资者多头不同，他们不希望作为看涨期权标的股票价格上涨（一般的做多看涨期权的投资者都是赌看涨期权上涨），而是像一个看跌多头一样希望股票下跌。因此这种期权组合的本质是以看涨期权空头作为收益主体，同时辅以看涨期权多头作为风险规避。

1. 下面我们把我们的组合和John Hull的<options, futures and other derivatives>中提到的牛市期权(bull spread using call)进行比较，进一步来了解和体会期权组合的优劣。

Bull spread using Call的回报图是这样的：



由图我们可知道，这种牛市期权是当股票价格上升的

时候可以获得最大利润的，并且它在股票价格 $S$ 低于某个值的时候可能是负值，因此风险上是不如我们的新型期权组合的。

通常说高风险带来高收益，其实不然，高系统风险才能带来高受益。因此我们的新型期权组合在规避掉所有的系统风险时候，再指望获得高收益已经是不可能的了，因此可以想到牛市看涨期权的收益是大过新型期权组合的。

2. 我们的新型期权组合能不能通过两个或更多的看跌期权来构造呢？答案是当然可以的，而且恰恰就是类似牛市看涨期权的形状，只是在横轴以下的部分被一个看跌的空头给规避掉了，因此就像之前的看涨期权的新期权本质上是看涨期权空头，希望的是股票下跌类似，现在的看跌新型期权就是一种新的看跌期权空头，希望股票上升而获得利润。

3. 与单个的看涨或看跌期权相比，我们的新型期权的优点自然是风险的规避，但是同时也有一个很明显的不足就是收益有最大值。就是 $c_1 - c_2$ 。而单个的期权则没有收益上限。而是股票价格越高(越低)，收益越高。

最后，我们想套用厦门大学郑振龙老师的一段话来为我们的文章收尾：

“我的整个想法是金融一定能创造价值。通过四个途径：第一，将不流动的东西流动起来；第二，把不安全的东西变的安全；第三，将不完美的东西变的完美；第四，将不完全的世界变得更加完全。金融主要通过这四个途径来创造价值。”

于是，我们在不断为金融创新，不拘一格，不择手段的套利，同时也在完善着市场。