

主次结构相互耦合下楼层反应谱的频域分析

杨安钦 张建霖 张灿辉
(厦门大学土木工程系 厦门 361005)

摘要: 直接从由建筑物和设备组成的主次结构耦合系统各自的动力特性出发, 考虑主次结构间调谐、干扰、非经典阻尼等因素的影响, 推导出频率传递函数和次结构的加速度均方根响应, 并由此进一步得到楼层的加速度均方根反应谱。这一方法避免了求解联合系统的复特征值和动力方程出现病态等问题, 大大简化了计算过程。最后在算例中就次结构的阻尼比、质量比、安装楼层及场地土等因素对楼层加速度均方根反应谱的影响进行了讨论, 算例表明, 质量比是决定能否采用古典谱的关键因素, 场地土对反应谱的影响也不容忽视。

关键词: 主次结构 楼层反应谱 频域分析 加速度均方根

THE ANALYSIS OF FLOOR RESPONSE SPECTRUM IN EQUIPMENT-STRUCTURE INTERACTION FORM IN FREQUENCY DOMAIN

Yang Anqin Zhang Jianlin Zhang Canhui
(Department of Civil Engineering, Xiamen University Xiamen 361005)

Abstract Based on the dynamic properties of the primary-secondary coupling structural system composed of an equipment and a structure, the frequency transfer function and the root mean square of acceleration response of the equipment are deduced directly, and the factors including tuning, interaction and non-classical damping have been taken into consideration in the process of deduction. Furthermore, the floor response spectrum of the root mean square of acceleration is obtained. Since the calculation of the complex eigenvalue problem and the ill-conditioned equation of motion of the combined system are avoided in this approach, the procedure of calculation is simplified greatly. In the end, the influencing factors on the floor response spectrum are discussed, including damping ratio, mass ratio, the location of the equipment and the soil of the building site. As shown in the numerical example, the mass ratio is the key factor in deciding whether the classical floor response spectrum may be used or not, and the influence of the soil of the building site should not be ignored.

Keywords: primary-secondary structure floor response spectrum frequency analysis root mean square of acceleration

0 引言

现代建筑中次结构(主要是非结构构件和设备)的价格往往是建筑自身的很多倍,其震害早已为人们所重视^[1]。传统的次结构设计方法将主次结构强制分开独立设计,即建筑物设计完成后以建筑物的地震响应作为输入来计算次结构的地震响应。然而这一设计方法的应用具有很大的局限性,现有的研究成果表明:当次结构与主结构的质量比较大时,次结构的反作用明显;次结构与主结构的固有频率接近时发生调谐,反作用被放大;次结构与主结构的阻尼一般不同,从而使联合系统具有非经典阻尼,调谐时非经典阻尼的影响明显不同于经典阻尼。传统的设计方法由于没有考虑上述因素的影响,使计算精度较差,甚至在调谐处过估了动响应结果,可能带来严重的后果。另一方面,次结构相对主结构而言,

质量和刚度往往很小,从而使联合系统的动力方程出现病态导致其解的失效。因此,需要寻求一种有效的解耦方法。本文直接从主次结构各自的动力特性出发,考虑主次结构间的调谐、干扰、非经典阻尼等因素的影响,推导出主次结构耦合系统的频率响应传递函数,并由此得出楼层的加速度均方根反应谱。

1 主次结构联合系统的运动方程

如图1所示,在自由度为 n 的主结构第 a 个自由度上放置单自由度振荡器作为次结构,其质量为 m_e ,固有频率为 ω_e ,阻尼比为 ξ_e 。假定 $\{X(t)\}$ 代表主结构相对地面的位移向量, u_e 代表次结构相对所

第一作者:杨安钦 男 1980年7月出生 硕士研究生
收稿日期:2005-11-15

在楼层的位移,那么主结构的运动方程可以表示为^[2]:

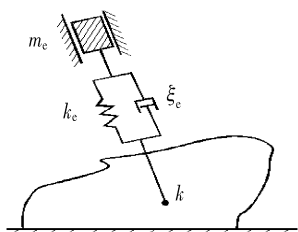


图1 主次结构及连接

$$[M]\{\ddot{X}(t)\} + [C]\{\dot{X}(t)\} + [K]\{X(t)\} = -[M]\{R_1\}\ddot{z}(t) + f_e(t)\{R_2\} \quad (1)$$

其中, $[M]$ 、 $[C]$ 和 $[K]$ 分别为主结构的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵, $\ddot{z}(t)$ 为地面运动加速度, $\{R_1\}$ 为位移影响向量, $\{R_2\}$ 为次结构所在楼层的位置向量, $f_e(t)$ 为次结构对主结构的反作用力, 它可以表示为:

$$f_e(t) = c_e \dot{u}_e(t) + k_e u_e(t) = 2m_e \omega_e \xi_e \dot{u}_e(t) + m_e \omega_e^2 u_e(t) \quad (2)$$

将主结构的位移展开成标准正交固定基础模态的组合, 即

$$\{X\} = \{\Phi\}\{q(t)\} \quad (3)$$

利用模态的正交性质, 得到主结构第 r 阶模态的解耦方程:

$$\ddot{q}_r(t) + 2\zeta_r \omega_r \dot{q}_r(t) + \omega_r^2 q_r(t) = -\alpha_r \ddot{z}(t) + f_e(t)\{\Phi^{(r)}\}^T \{R_2\} \quad (4)$$

其中, $\alpha_r = \{\Phi^{(r)}\}^T [M]\{R_1\}$ 表示模态参与系数, ω_r 和 ζ_r 分别为第 r 阶固有频率和模态阻尼。对式(4)进行傅立叶变换, 得:

$$q_r(\omega) = h_r(\omega)(-\alpha_r \ddot{z}(\omega) + \Phi_a^{(r)} f_e(\omega)) \quad (5)$$

其中, $\Phi_a^{(r)}$ 为第 r 阶模态 $\{\Phi^{(r)}\}$ 的第 a 个元素, $h_r(\omega)$ 为第 r 阶模态传递函数:

$$h_r(\omega) = \frac{1}{\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\zeta_r \omega \omega_r} \quad (6)$$

$f_e(\omega)$ 可以由式(2)进行傅立叶变换得到, 即

$$f_e(\omega) = m_e(2i\omega_e \xi_e \omega + \omega_e^2) u_e(\omega) \quad (7)$$

将式(7)代入式(5)并利用式(3), 可以得到主结构的位移响应:

$$X_j(\omega) = \sum_{r=1}^n \Phi_j^{(r)} h_r(\omega) [-\alpha_r \ddot{z}(\omega) + \Phi_a^{(r)} m_e (2i\omega_e \xi_e \omega + \omega_e^2) u_e(\omega)] \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

次结构的运动方程可以表示为:

$$m_e \ddot{u}_e(t) + c_e \dot{u}_e(t) + k_e u_e(t) = F(t) \quad (9)$$

其中, $F(t)$ 为次结构的外激励, 它可以表示为:

$$F(t) = -m_e [\ddot{z}(t) + \dot{X}_a(t)] \quad (10)$$

对式(9)进行傅立叶变换, 可以得到次结构的位移响应:

$$u_e(\omega) = h_e(\omega) [-\ddot{z}(\omega) + \omega^2 X_a(\omega)] \quad (11)$$

其中, $h_e(\omega)$ 为次结构的传递函数, 即

$$h_e(\omega) = \frac{1}{\omega_e^2 - \omega^2 + 2i\xi_e \omega \omega_e} \quad (12)$$

2 楼层加速度均方根反应谱

将式(11)代入式(8), 可以得到次结构所在楼层的位移响应:

$$X_a(\omega) = H_a(\omega) \ddot{z}(\omega) \quad (13)$$

反之, 将式(8)代入式(11), 可以得到次结构相对所在楼层的位移响应:

$$u_e(\omega) = H_e(\omega) \ddot{z}(\omega) \quad (14)$$

最终, 次结构相对地面的位移响应为:

$$U_e(\omega) = X_a(\omega) + u_e(\omega) = [H_a(\omega) + H_e(\omega)] \ddot{z}(\omega) = H(\omega) \ddot{z}(\omega) \quad (15)$$

根据随机振动理论, 次结构相对地面的位移功率谱密度函数为:

$$\Phi_{U_e}(\omega) = H(\omega) A_g(\omega) H(-\omega) \quad (16)$$

相对地面的加速度功率谱密度函数为:

$$\Phi_{\ddot{U}}(\omega) = \omega^4 \Phi_{U_e}(\omega) = \omega^4 H(\omega) A_g(\omega) H(-\omega) \quad (17)$$

将次结构相对地面的加速度功率谱密度函数在整个频率域内积分并求其均方根就可以得到加速度均方根响应, 即

$$\dot{\Phi}_{U_e} = \text{sqrt} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{U_e}(\omega) d(\omega) \right) \quad (18)$$

式(16)和式(17)中, $A_g(\omega)$ 为地面加速度功率谱密度函数。本文采用文献[3]提出的地面加速度功率谱密度过滤有色模型:

$$A_g(\omega) = \frac{1 + 4\xi_g^2 \omega^2 / \omega_g^2}{(1 - \omega^2 / \omega_g^2)^2 + 4\xi_g^2 \omega^2 / \omega_g^2} \cdot \frac{1}{1 + \omega^2 / \omega_h^2} S_0 \quad (19)$$

其中, ξ_g 和 ω_g 分别是地表覆盖土层的阻尼比和卓越角频率。 ω_h 是反应基岩特性的谱参数, 文献[3]建议取 $8\pi \text{rad/s}$ 。 S_0 是反应地震动强弱的强度因子, 可以认为是引起基岩运动的随机激发的白噪声。

由以上的推导过程可知, 只要主结构和次结构(非结构构件和设备等)的动力特性为已知, 就可以利用式(18)直接求出次结构的加速度均方根响应, 避免了求联合系统的复特征值和动力方程出现病态

等问题,从而使计算过程大大简化。

下面即可根据式(18)来计算楼层的加速度均方根反应谱。对于每一个假定的次结构频率都可以由式(18)求得其加速度均方根,假定一系列的次结构频率就可以得到整个频带的谱线。

3 算例

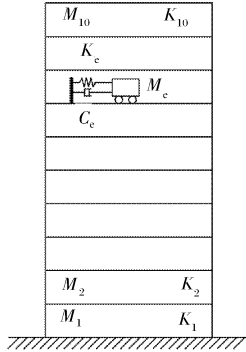


图2 计算模型

图2为10层建筑模型,楼层质量 $M_1 = 1\ 200\text{kg}$, $M_2 = \dots = M_{10} = 1\ 000\text{kg}$,刚度 $K_1 = 2\ 000\text{kN/m}$, $K_2 = \dots = K_{10} = 1\ 800\text{kN/m}$,建筑物的阻尼比取0.05。次结构的质量按 $m_e = r_m M_a$ 确定, M_a 为次结构所在楼层的质量, r_m 为质量比。

图3~图7均为 $\xi_g = 0.72$, $\omega_g = 20.94\text{rad/s}$, $S_0 = 0.000\ 5\text{m}^2/\text{s}^3$ 时的结果,相当于II类场地土近震。

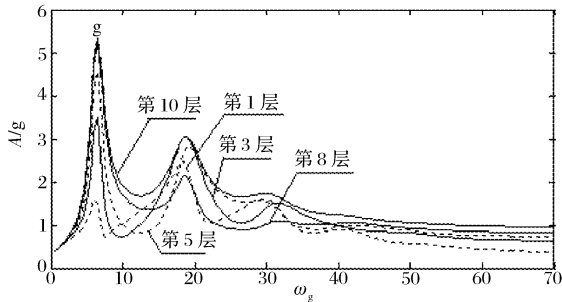


图3 $r_m = 0.05$, $\xi_e = 0.02$ 不同楼层耦合谱

图3为次结构安装在不同楼层时的耦合反应谱情况,可以看出:1)安装在低处的次结构的反应谱值,中高阶频率处的峰值比低阶频率处的大,这在1层表现得尤为明显。随着安装层数的升高,低阶频率处的反应谱峰值才逐渐超过中高阶;2)次结构低阶频率处的反应谱峰值随安装楼层的升高,一开始增长很快,但到后来增长很慢,次结构在第8层和第10层低阶频率处的反应谱峰值差别已不明显;3)当 $\omega_e > 40\text{rad/s}$ 时,各楼层的反应谱值变化幅度已不大。

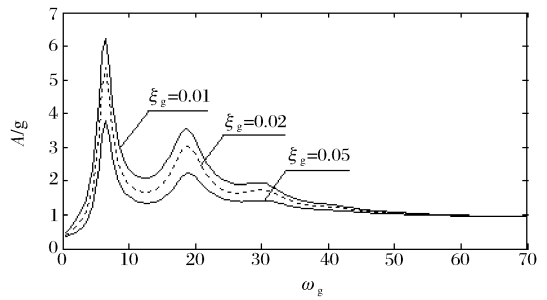


图4 $r_m = 0.05$, 第10层耦合谱

图4为次结构阻尼比 $\xi_e = 0.01, 0.02, 0.05$, 质量比 $r_m = 0.05$ 时第10层的3条反应谱线。由图可见,随着阻尼比的增大,反应谱值逐渐减小,在调谐处反应谱值下降得尤为明显。说明可以通过设置橡胶隔震垫等措施来增加次结构的阻尼,从而减小其响应。但当 $\omega_e = 50\text{rad/s}$ 时,各谱线的差别已不明显,这是由于次结构的刚度 k_e 正比于 ω_e^2 ,随着 ω_e 的增大, k_e 迅速增大,导致次结构相对楼面的反应减小,反应谱值逐渐趋近于楼面响应的缘故。

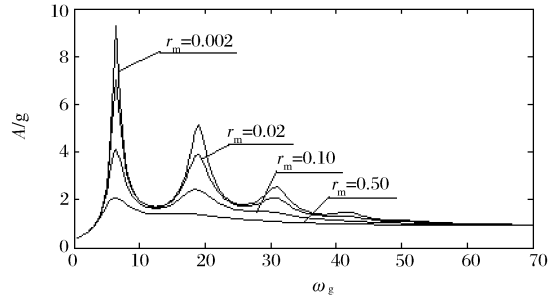


图5 $\xi_e = 0.02$ 第10层耦合谱

图5为不同质量比情况下第10层的4条反应谱线,可以看出:次结构的质量越小放大因子越大,在调谐情况下表现得尤其明显,而且低阶频率调谐处的放大因子比高阶处大,这与文献[4]的结论是一致的。当 $\omega_e = 50\text{rad/s}$ 时,各谱线的差别已不明显,这同样是由于随着 ω_e 的增大反应谱值逐渐趋近于楼面响应的缘故。

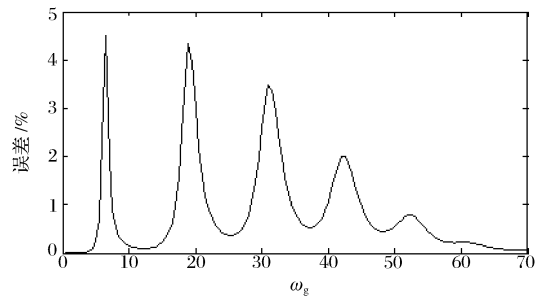


图6 $r_m = 0.002$, $\xi_e = 0.02$ 第10层古典谱的误差

图6为 $r_m = 0.02$,图7为 $r_m = 0.02, 0.10$ 时耦合谱和古典谱的比较情况。只有在质量比非常小

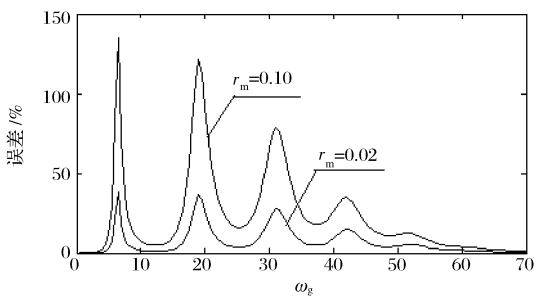


图7 $\xi_g = 0.02$ 第10层古典谱的误差

(文献[1]认为 < 0.001)时, 古典谱和耦合谱的差别才不明显。在本算例中, $r_m = 0.002$ 时, 古典谱与耦合谱相比的误差 $< 5\%$, 此时无论调谐与否, 都可以采用古典谱, 而不至于造成很大的误差。质量比较小(如 $r_m = 0.02$)时, 在非调谐处古典谱和耦合谱差别不大, 仍然可以用古典谱。但在调谐处, 差别很大, 这时只能用耦合谱。质量比较大(如 $r_m = 0.10$)时, 古典谱由于没有考虑主次结构之间的相互耦合作用, 高估了反应谱值, 误差非常大, 这时只有采用耦合谱才是合理的。这与文献[4]的结论也是一致的。

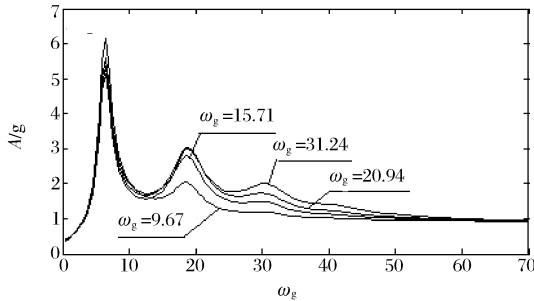


图8 $r_m = 0.005, \xi_g = 0.02$ 不同场地条件下第10层耦合谱

图8为 $\xi_g = 0.72, \omega_g$ 取不同值时的反应谱线, 反映的是不同场地土条件对楼层反应谱的影响。可以看出, ω_g 的变化只会对中高频处的反应谱值产生明显的影响, 对低频和高频处的反应谱值影响不大。这是由于随着 ω_g 的增大, 地面加速度功率谱密度函数 $A_a(\omega)$ 的中高频部分的能量逐渐增大的缘故。此

外, 通过计算, 还发现 ξ_g 的变化对楼层反应谱的影响不是很大。

4 结论

1) 本文直接从主次结构各自的动力特性出发, 推导出主次结构耦合系统的频率响应传递函数, 并进一步求得楼层的加速度均方根反应谱。这一方法考虑了主次结构之间调谐、干扰、非经典阻尼等因素的影响, 避免了求解联合系统的复特征值和动力方程出现病态等问题, 使计算过程大大简化。

2) 本文就次结构的阻尼比、质量比和安装楼层等因素对楼层反应谱的影响进行了讨论, 发现质量比是决定是否可以采用古典谱的关键因素, 只有当质量比非常小时, 古典谱和耦合谱的差别才不明显。

3) 场地土条件对楼层反应谱的影响同样不容忽视, 特别是场地土卓越角频率的变化会对中高频处的反应谱值产生显著的影响。

参考文献

- 1 秦权, 李瑛. 非结构件和设备的抗震设计楼面谱. 清华大学学报(自然科学版), 1997, 37(6): 82-86
- 2 张建霖. 多点连接次结构系统的地震反应分析. 土木工程学报, 2004, 37(4): 29-32
- 3 欧进萍, 牛荻涛, 杜修力. 设计用随机地震动的模型及其参数确定. 地震工程与工程振动, 1991, 11(3): 45-53
- 4 张建霖. 主次结构相互耦合下的楼层反应谱计算. 厦门大学学报(自然科学版), 2003, 42(3): 326-330
- 5 Clough R W, Penzien J. 结构动力学. 王光远, 等译. 北京: 科学出版社, 1981: 293-301
- 6 Apama Dey, Gupta Vinay K. Response of Multiply Supported Secondary Systems to Earthquakes in Frequency Domain. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1998, 27(2): 187-201
- 7 Aparna Dey, Gupta Vinay K. Stochastic Seismic Response of Multiply supported Secondary Systems in Flexible-Base Structures. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1999, 28(4): 351-369

(上接第214页)

参考文献

- 1 Pandey AK. Damage Detection from Change in Curvature Mode Shapes. Journal of Sound and Vibration 1991, 145(2): 321-332
- 2 Wu X. Use of Neural Networks in Detection of Structural Damage. Computers and Structures 1992, 42(4): 649-659
- 3 Stubbs N. Global Non-destructive Damage Evaluation in Solids. International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, 1990, 5(2): 67-79

- 4 Liew KM. Application of Wavelets for Crack Identification in Structures. Journal of Engineering Mechanics. ASCE, 1998, 124(2): 152-157
- 5 Lee Y Y. Detection of Damage Locations in a Beam Using the Wavelets Analysis. International Journal of Structural Stability and Dynamics, 2001, 1(3): 455-465
- 6 Gudmunson P. Eigenfrequency Changes of Structures Due to Cracks, Notches or Other Geometric Changes. Journal Mech. Phys. Solids, 1982, 30(5): 339-353