

一种改进的 AR 谱估计方法

廖礼彬, 邱永支, 席斌

(厦门大学 自动化系 福建 厦门 361005)

摘要: 分析了现有的基于最小二乘法的 AR 参数模型的谱估计算法在信噪比较低时估计效果差的原因, 提出了一种基于协方差成形最小二乘法的改进的参数模型 AR 谱估计算法。这种算法建立了以线性模型的真实输出与估计输出的均方误差为模型的代价函数, 并选择满足一定约束条件的线性变换估计使得该均方误差最小。仿真结果表明, 这种算法虽然是有偏估计, 但在信噪比不高的情况下, 估计效果优于 Yule-Walker 等参数模型 AR 谱估计方法, 而在信噪比较高的情况下, 二者估计效果相当。

关键词: 自回归; 协方差成形; 最小二乘; 谱估计

中图分类号: TN911.7

文献标识码: B

文章编号: 1004-373X (2005) 08-085-02

A Modified Method of AR Power Spectrum Estimate

LIAO Libin, QIU Yongzhi, XI Bin

(Automation Department, Xiamen University, Xiamen, 361005, China)

Abstract: This paper proposes a modified parametric method of AR power spectrum estimation based on covariance shaping least-squares, and shows the reason for the poor estimate of the existing parametric method which is based on least-squares when the SNR is low or moderate. At first we build a cost function which is the MSE between the real output and the estimate output of a line model, next we select a line transform is optimal in the sense that results in the estimate output is as close as possible to the real output in MSE. The emulate result shows that the new method can significantly outperforms the existing parametric method such as Yule-Walker when the SNR is low to moderate, and if the SNR is high, the new method can get the approximately result as the latter.

Keywords: auto-regress; covariance shaping; least-squares; power spectrum estimation

现代工程中为了避免谱泄漏, 通常建立参数模型来进行功率谱估计, 其中很多参数模型的谱估计方法都是基于最小二乘算法。但由于最小二乘算法在信噪比不高时其估计结果的均方误差决定于系数矩阵, 造成估计效果不是很好。本文引用了一种有偏的基于协方差成形的最小二乘估计算法来进行谱估计, 仿真结果表明在信噪比不高时其估计效果优于基于最小二乘算法的谱估计算法。

1 系统分析

考虑一个定义如下的 AR 信号 $\{x(l)\}$:

$$x(l) + \sum_{i=1}^p a_i x(l-i) = e(l) \quad (1)$$

参数 a_i 为该信号的自回归 (AR) 参数。现在工程中一般采用参数模型功率谱估计来估计信号的功率谱, 即假定所研究的过程 $x(l)$ 是由一个输入序列 $u(l)$ 激励一个线性系统 $H(z)$ 的输出, 因此可由已知的 $x(l)$ 或其自相关函数 $r_x(m)$ 来估计 $H(z)$ 的参数, 再由 $H(z)$ 的参数来估计信号的功率谱, 即建立如 $b = A\theta + e$ 的线性模型, 用修正 Yule-Walker 方程或总体最小二乘法等估计算法分别估

计 AR 参数和 MA 参数, 则由随机信号通过线性系统的理论可知输出序列 $\{x(l)\}$ 的 AR 功率谱为:

$$P_x(e^{j\omega}) = \frac{P_u(e^{j\omega})}{|A(e^{j\omega})|^2} = \frac{P_u(e^{j\omega})}{\left|1 + \sum_{k=1}^p a_k e^{-jk\omega}\right|^2} \quad (2)$$

但在实际中, 这样计算的功率谱存在一个问题, 即 AR 的分辨率与求 AR 参数时的信噪比 (SNR) 有着密切的关系。在可表示为 $b = A\theta + e$ 的线性模型中, 用加权最小二乘估计虽然可得到无偏方差最小的估计值, 但该估计值的均方误差 (MSE) 并不一定最小。估计值 $\hat{\theta}$ 的均方误差为:

$$\text{MSE}(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta} - \theta)^2 = \text{var}(\hat{\theta}) + E(\hat{\theta} - \theta)^2$$

该式表明估计值的均方误差是估计值的方差及偏差的范数之和, 虽然最小二乘法能够使得第一项最小, 但对于第二项, 却不能保证其最小。实际上在用最小二乘法估计参数的时候, 偏差往往有一个较大的方差, 而其协方差的动态范围也较大, 这是由于当信噪比较低时, b 受噪声变化的影响可能会大于受估计值变化的影响, 这种影响程度决定于系数矩阵 A , 严重的情况下甚至可能造成输出信号受噪声影响过大而对被估计向量 $\hat{\theta}$ 的变化不发生响应或响应很小。由于 AR 是一个全极点模型, 估计参数的均方误差若较大, 会对谱峰位置的影响变化较大, 严重时甚至

可能出现伪峰。因此, 在 SNR 较低的情况下, 以最小二乘估计为基础的现有参数模型谱估计算法均会出现不同程度的分辨率降低的情况。

因为估计值 $\hat{\theta}$ 的均方误差的分量中, 偏差范数受被估计值 θ 影响, 因此不能直接最小化均方误差。考虑以下事实, 当 SNR 较高时, 噪声方差 $\sigma^2 \rightarrow 0, \hat{\theta} \rightarrow \theta$, 此时估计效果受系数矩阵 A 的影响不大; 而当 SNR 较低时, 由于输出 b 受噪声影响较大, 估计参数 $\hat{\theta}$ 的变化对输出 b 的影响较小, 因此可以选择代价函数为输出 b 的总体误差的均方差, 并使得估计值 θ 的协方差满足一定的约束条件。考虑具有正定或半正定协方差矩阵 C_a 的随机矢量 a , 对其用线性变换 W 以得到随机矢量 $m = Wa$, 并且其协方差矩阵满足条件 $C_m = c^2R$, 其中 $c > 0, R$ 是给定的协方差矩阵, 因此选择一个线性变换 W 满足下式

$$C_m = WC_aW^* = c^2R \quad (3)$$

对于给定的协方差矩阵 C_a , 有多种线性变换算法可以使其满足式(3), 但基于使得变换后的值在均方意义上最接近原始值的考虑, 可以选择代价函数如下:

$$\epsilon = E((a - m)^* C_a^{-1}(a - m)) \quad (4)$$

其中: $m = Wa$ 满足式(3)的约束条件。对于线性系统 $b = A\theta + e$, 为使 SNR 较低时能有较高的谱估计分辨率, 系统的参数矢量 θ 的估计值应与真实值的误差尽可能小, 设估计参数 $\hat{\theta}$ 是输出 b 的线性变换即 $\hat{\theta} = Gb$, 代价函数的选择要使得估计输出 $\hat{b} = A\hat{\theta} = AGb$ 与真实输出 b 的加权误差的方差和最小, 因此可选择代价函数为:

$$Q(\theta) = E((\theta - AG\theta)^* C_e^{-1}(\theta - AG\theta)) \quad (5)$$

其中: $\theta = \theta - E(\theta)$ (注: $\theta = \theta - E(\theta)$ 使得 θ 的均值为零), 代价函数满足约束条件式(3)。其中常数 c 以及估计 $\hat{\theta}$ 值可由下述定理求得。

定理 1 协方差成形最小二乘估计定理 (Covariance Shaping Least-Squares, CSLS) 令 x 表示为线性模型 $y = Hx + w$ 的待定参数, 其中 H 为 $n \times m$ 矩阵, 其秩等于 m ; w 是一零均值的随机矢量, 其协方差矩阵为 C_w , 则可选择满足下式:

$$GC_wG^* = c^2R \quad (6)$$

的线性估计 $\hat{x} = cGy$ 以使得下式:

$$\epsilon_{CSLS} = E((y - HGy)^* C_w(y - HGy)) \quad (7)$$

最小, 其中 R 为给定的协方差矩阵, $y = y - E(y)$, 则 x 的协方差成形最小二乘估计值为:

$$\hat{x}_{CSLS} = \beta(RH^* C_w^{-1}H)^{-1/2}RH^* C_w^{-1}y \quad (8)$$

其中:

(1) 如果 c 是预先指定, 则 $\beta = c$ 。

(2) 如果 c 是被用于最小化式(7)时, 则 $\beta = \hat{c}$ 且 \hat{c} 可由下式确定:

$$\hat{c} = \frac{Tr((RH^* C_w^{-1}H)^{1/2})}{Tr(RH^* C_w^{-1}H)} \quad (9)$$

考虑式 (8) 的估计值的均值:

$$\begin{aligned} E(\hat{x} - x) &= E\left(\beta(RH^* C_w^{-1}H)^{-1/2}RH^* C_w^{-1}y\right) - E(x) \\ &= \beta\left(RH^* C_w^{-1}H\right)^{-1/2}RH^* C_w^{-1}H - I E(\hat{x}) \quad 0 \quad (10) \end{aligned}$$

式(10)表明协方差成形最小二乘估计是有偏估计, 但估计参数与被估计参数在均方意义上误差最小, 因此在 SNR 较低时选择其进行参数估计。

2 基于 CSLS 的 AR 谱估计

假定在获得 $x(l)$ 的过程中混入了方差为 σ_w^2 的观察噪声 $\alpha(l)$, 则拟合一 AR 过程实际所用的数据如下:

$$\begin{aligned} y(l) &= x(l) + \alpha(l) \\ &= \sum_{k=1}^p a_k x(l-k) + \alpha(l) \quad 0 < l < n-1 \quad (11) \end{aligned}$$

其中: n 为数据长度, 由于实际无法得到不含噪声的数据 $x(l-k)$, 因此在式(11)中用 $y(l-k)$ 代替 $x(l-k)$, 得:

$$y(l) = \sum_{k=1}^p a_k y(l-k) + \alpha(l) \quad 0 < l < n-1 \quad (12)$$

则式 (12) 写成矢量形式为:

$$y = H_{AR}a + w \quad (13)$$

其中:

$$y = [y(p), y(p+1), \dots, y(l), \dots, y(n-1)] \quad (14)$$

$$a = [a_1, a_2, \dots, a_k, \dots, a_p] \quad (15)$$

$$w = [w(p), w(p+1), \dots, w(l), \dots, w(n-1)] \quad (16)$$

$$H_{AR} = \begin{bmatrix} y(p-1) & y(p-2) & \dots & y(0) \\ y(p) & y(p-1) & \dots & y(1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y(n-2) & y(n-3) & \dots & y(n-p-1) \end{bmatrix} \quad (17)$$

对其应用上面引入的协方差成形定理, 则可得 AR 估计参数如下:

$$\hat{a}_{CSLS} = \hat{c}(RH_{AR}^* H_{AR})^{-1/2}RH_{AR}y \quad (18)$$

在实际估计中, 将成形矩阵 R 设定为单位阵 I 以简化运算, 将估计得到的 AR 参数代入式(2), 即可求得 AR 的功率谱。

3 仿真与结论

为了衡量与比较 CSLS 谱估计方法的性能, 采用如下数据作为仿真数据:

$$x(n) = \sum_{k=0}^3 A_k \sin(2\pi f_k n) + w(n) \quad (19)$$

给定不同的系数 A_k , 可得到不同的信噪比, 在此选择正弦信号频率分别是 $f_1 = 100$ Hz, $f_2 = 200$ Hz, $f_3 = 215$ Hz, $f_4 = 400$ Hz, 令 f_2 和 f_3 靠的很近, 是为了检验算法的分辨率; 改变系数 A_k , 可以检验算法对弱信号的检出能力。

(下转第 96 页)

作方式, 即将 FIFO 读写控制分为大指针和小指针控制, 大指针用来控制 1 帧数据的跳变, 即每读 (写) 完 1 帧数据后, 读 (写) 大指针加 1, 判断 FIFO 的空满, 并将读 (写) 小指针回零。而在顺序读 (写) 每 1 帧内的数据时, 每读 (写) 1 B, 读 (写) 小指针进行加 1。通过这两种指针的结合使用, 就可以实现对 FIFO 的读写控制, 进而方便地得出要读 (写) 的 DRAM 中的地址。

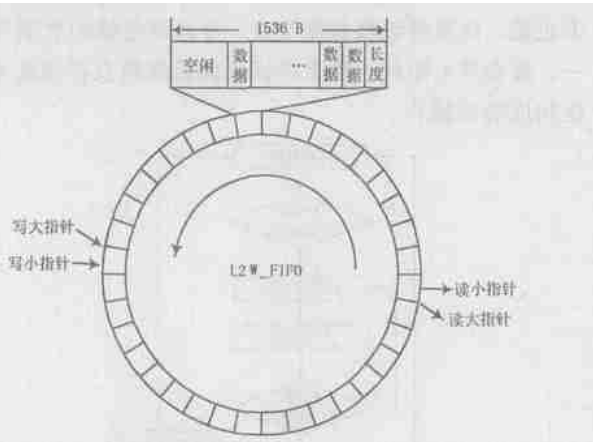


图 5 L2W_FIFO 结构图

2.4 DRAM 接口处理模块

DRAM 接口处理模块主要用来实现对外部 DRAM 的读写操作, 并将来自广域网接口处理模块、以太网接口处理模块的读写操作请求进行仲裁, 实现对外部 DRAM 的读写操作的合理安排而不发生冲突。本模块针对 IS41C16256 芯片的时序进行设计, 他是 $256\text{k} \times 16\text{b}$ 结构的 EDO -

作者简介 刘华珠 男, 1974 年出生, 江西遂川人, 硕士研究生, 工程师, IC 设计项目经理。研究方向为通信类集成电路设计。
 黄海云 男, 1975 年出生, 湖南邵东人, 硕士研究生, 工程师。研究方向为光纤通信用高速集成电路和 RF 电路的设计与研究。
 陈雪芳 女, 1978 年出生, 广东人, 华南师范大学计算机专业本科毕业, 助教。研究方向为 EDA 研究和软件开发。
 李嘉穗 男, 1949 年出生, 广东广州人, 留美博士, 硕士生导师, 高级工程师, 广东省半导体行业协会副理事长。研究方向为数模混合集成电路设计。

DRAM, 其他公司类似型号的 DRAM 芯片也可以兼容。

3 典型应用

该以太网桥接专用集成电路在通讯设备中可以灵活使用, 由于广域网口提供同步 HDLC 接口, 只要稍做调整, 就可以方便连接到 V35 接口 (或 E1 接口、光纤接口等), 从而方便地实现以太网转 V35 (或 E1、光纤等) 通讯, 从而实现以多种方式将以太网延伸。

4 结 语

随着集成电路技术的不断发展, 可以实现将通讯系统中越来越多的功能集成到一块芯片上去, 从而大大缩小系统设备的体积, 提高设备的可靠性, 降低设备的成本。本文介绍的专用集成电路, 目前已经成功投产, 由于性价比在同类芯片中有显著优势, 已经被多家通讯设备厂家采纳使用, 取得了良好的社会效益。

参 考 文 献

- [1] IEEE Std 802.3, 2000 Edition.
- [2] ISO/IEC 3309: Information Technology Telecommunications and Information Exchange between Systems - high - level Data Link Control (HDLC) Procedures - frame Structure, P.4. Switzerland: International Electro Technical Commission, 2002.
- [3] Zarlink Semiconductors. MT8952B HDLC Protocol Controller, 1997, 3 - 64.

(上接第 86 页)

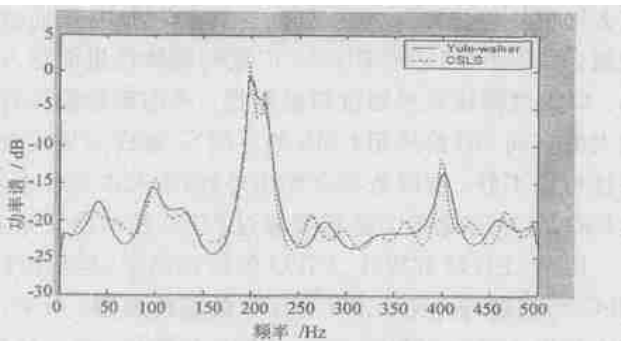


图 1 $x(n)$ 的功率谱曲线

图 1 中给出了数据 $x(n)$ 的功率谱曲线, 实线是用 Yule

-walker 方法 (自相关法) 估计出的 AR 功率谱曲线, 虚线是用 CSLS 估计出的 AR 功率谱曲线。可以看出在同情的情况下用自相关法的分辨率低于 CSLS 法。

参 考 文 献

- [1] Eldar Y C, Oppenheim A V. Covariance Shaping Least Squares Estimation [J]. IEEE Trans. Signal Processing, 2003, 51: 686 - 697.
- [2] 张贤达. 现代信号处理 [M]. 第 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [3] 胡广书. 数字信号处理理论、算法与实现 [M]. 第 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2003.

作者简介 廖礼彬 男, 1976 年出生, 厦门大学自动化系, 硕士研究生。主要从事通信信号处理方面的研究。