

一类复杂对象的两步镇定  $H^\infty$  控制方案

周东涛

陈亚陵

(山东大学威海分校控制系, 威海 264209) (厦门大学自动化系, 厦门 361005)

**摘要:** 采用  $H^\infty$  回路成形方法, 结合两步镇定过程, 给出了一类挠性结构的  $H^\infty$  控制器的设计及仿真结果. 在挠性空间结构控制器设计中经常采用的加内环方法实际上是一种两步镇定过程.

**关键词:** 挠性结构;  $H^\infty$  回路成形; 两步镇定

中图分类号: TP273 文献标识码: A 文章编号: 1001-0505(2003)增刊-0014-03

A two-stage stabilizing loop-shaping design of an  $H^\infty$  controller for a class of complex plantZhou Dongtao<sup>1</sup> Chen Yaling<sup>2</sup><sup>(1)</sup>Department of Information Science & Control Engineering, Weihai Branch of Shandong University, Weihai 264209, China)<sup>(2)</sup>Department of Automation, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

**Abstract:** An attitude controller is designed for a flexible structure using  $H^\infty$  loop-shaping approach together with two-stage stabilizing procedure and simulation results are presented. The inner loop design method usually used in flexible structures control is in fact a two-stage stabilizing procedure.

**Key words:** flexible structure;  $H^\infty$  loop-shaping; two-stage stabilizing

在控制系统设计问题中, 大型挠性空间结构的控制是最具挑战性的课题之一. 这是因为采用有限元方法所建立的对象模型具有较大不确定性以及低刚性、低阻尼等特征. 另外, 由于控制计算机存储量及运算速度的限制, 要求控制器阶数不能太高.

本文讨论一个挠性卫星对象<sup>[1]</sup>, 仅考虑卫星在俯仰轴上的运动, 即单轴稳定情况. 采用  $H^\infty$  回路成形方法<sup>[2]</sup> 结合两步镇定<sup>[3]</sup> 来设计控制器, 运用  $H^\infty$  平衡截断技术<sup>[4]</sup> 对控制器进行降阶, 最后给出了时域仿真结果以及鲁棒性  $\mu$  分析<sup>[5]</sup>.

## 1 对象数学模型

本文考虑的对象包括 1 个中心刚体、2 个液体燃料贮箱和 2 个挠性太阳帆板. 姿态动力学方程为<sup>[1]</sup>

$$\text{刚体对象} \quad J\ddot{\theta} + L_C^T \ddot{q} + E\alpha = M_{cy} \quad (1)$$

$$\text{液体晃动} \quad \ddot{\alpha} + N\alpha + M\alpha + T\ddot{\theta} = 0 \quad (2)$$

$$\text{挠性体振动} \quad \ddot{q} + Cq + Kq = -L_C \ddot{\theta} \quad (3)$$

式中,  $J$  为等效刚体的俯仰轴(以下称  $y$  轴)转动惯量;  $M_{cy}$  为  $y$  轴控制力矩;  $\alpha^T = \{\alpha_1, \alpha_2\}$  为贮液箱中液体晃动角;  $\theta$  为姿态角(俯仰角);  $q^T = \{q_{11}, q_{21}, q_{12}, q_{22}\}$ ,  $q_{ij}$  为第  $j$  挠性体第  $i$  阶模态振幅;  $E = \{E_1, E_2\}$ ,  $T$ ,  $L_C$  为耦合系数;  $M, N$  为液体晃动参数;  $C = \text{diag}(2\xi_{11} \omega_{q1}, 2\xi_{21} \omega_{q1}, 2\xi_{12} \omega_{q2}, 2\xi_{22} \omega_{q2})$ ;  $K = \text{diag}(\omega_{q1}^2, \omega_{q1}^2, \omega_{q2}^2, \omega_{q2}^2)$ ,  $\omega_{qj}$  为第  $j$  挠性体第  $i$  阶模态自然频率;  $\xi_{ij}$  为第  $j$  挠性体第  $i$  阶模态阻尼系数.

如果将液体晃动看作挠性体振动, 则该模型与法国宇航局所设计的地球观测卫星 SPOT4 的线性模型<sup>[6]</sup> 形式上相同. 比较式(2)与式(3), 液体晃动与挠性体振动方程形式相同. 再考察式(1), 由于  $\alpha_1$  与  $\alpha_2$  都是正弦量且衰减很慢,  $\alpha_1$  与  $\dot{\alpha}_1$  及  $\alpha_2$  与  $\dot{\alpha}_2$  相差很小(约为千分之一), 因此上式中的  $\alpha_1$  与  $\alpha_2$  可用  $\dot{\alpha}_1$  与  $\dot{\alpha}_2$  代替. 所以, 可以认为液体晃动对于中心刚体的影响方式与挠性体振动的影响方式是基本相同的, 可以把液体晃动也当成挠性体振动来看待<sup>[5]</sup>.

由上述线性化模型可建立状态空间方程

$$X = AX + Bu; Y = CX + Du$$

式中,  $A, B, C$  矩阵维数分别为  $14 \times 14, 14 \times 1$  和  $1 \times 14$ ,  $D$  为  $0$  阵, 状态向量  $X$  为

$$X = \{\theta, \alpha_1, \alpha_2, q_{11}, q_{21}, q_{12}, q_{22}, \dot{\theta}, \dot{\alpha}_1, \dot{\alpha}_2, \dot{q}_{11}, \dot{q}_{21}, \dot{q}_{12}, \dot{q}_{22}\}^T$$

$$Y = \theta$$

该对象是 SISO 对象, 其模型与 SPOT4 的线性模型<sup>[6]</sup> 基本相同. 但在本文中采用的是文献[1] 中的参数, 却得到了非常相近的仿真结果, 说明这一类对象具有相似特征.

## 2 $H^\infty$ 控制器设计与仿真

### 2.1 控制器设计方法

#### 2.1.1 两步镇定方法

在挠性空间结构的控制器设计中经常会采用加内环的方法<sup>[6]</sup>, 这是一种经验做法. 但实际上, 它是一个两步镇定过程<sup>[3]</sup>. 如图 1 所示, 给定一个对象  $P$ , 首先选取一个控制器  $C$ , 使之镇定  $P$ . 定义  $P_1 = P(I + CP)^{-1}$ , 即虚线框内的闭环传递函数; 其次, 选取一个控制器  $C_1$ , 使之镇定  $P_1$  并满足一定的设计指标.

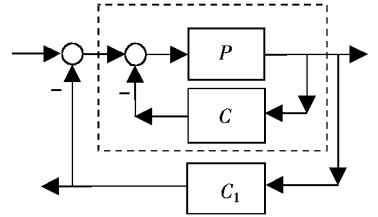


图 1 两步镇定示意图

用  $R(s)$  表示实系数有理函数,  $M(R(s))$  表示传递函数矩阵,  $M(RH_\infty)$  表示稳定真有理传递矩阵.  $C_+$  表示闭右半平面  $\{s: \text{Re } s \geq 0\}$ .  $C_{+e}$  表示扩展的右半平面, 即  $C_+$  和无穷远点所构成的集合.

定理 1<sup>[3]</sup> 假设  $P \in M(R(s))$ ,  $C \in S(P)$ ,  $P_1 = P(I + CP)^{-1}$ , 则  $C_+ S(P_1) \subseteq S(P)$ , 其中,  $S(P)$ ,  $S(P_1)$  代表能够镇定  $P$ ,  $P_1$  的控制器全体. 当且仅当  $C \in M(RH_\infty)$  时, 式中的等号成立.

证明可参见文献[3]. 定理表明, 只有当对象强可稳, 即可以用稳定的控制器来镇定对象时, 两步镇定方法才有价值. 这时, 控制器的可选择范围不会因为采用两步镇定而缩小. 对于 SISO 对象, 强可稳的条件是要满足所谓均衡交错特性 (parity interlacing property).

定理 2 SISO 对象  $P \in R(s)$  是强可稳的, 当且仅当介于  $P$  的每对  $C_{+e}$  实零点 (包括  $\infty$ ) 之间的极点个数都为偶数.

证明见文献[3], 对于 MIMO 对象, 有类似的结论.

#### 2.1.2 回路成形

$H^\infty$  控制器设计方法见文献[2]. 在上述两步镇定过程中, 可以采用  $H^\infty$  回路成形方法设计控制器  $C_1$ , 从而保证反馈系统的鲁棒稳定性.

### 2.2 设计与仿真

首先, 根据对象数学模型和参数, 利用 MATLAB 控制系统工具箱计算得到传递函数分子多项式和分母多项式, 其  $C_{+e}$  实零点只有一个, 为无穷大, 介于实零点之间的  $C_{+e}$  实极点个数为零, 根据定理 2, 该对象是强可稳的.

在回路成形设计中, 互素因子分解  $H^\infty$  控制技术对于非结构化不确定性具有较好的鲁棒性, 但对于结构化的参数不确定性并不十分适宜. 为了使以标称对象为中心的不确定性超球收缩, 引入一个角速度反馈内环<sup>[6]</sup>. 这个内反馈可以减小系统对于对象不确定性的灵敏度. 如图 2 所示, 选取一个内环增益  $K_b$ , 使  $GK_b$  的奇异值 Bode 图穿越频率大于液体晃动等效模态自然频率, 这样做可以增大无源结构的阻尼从而减小液体晃动和挠性体振动的影响, 并且这样的反馈可以保证闭环稳定<sup>[6]</sup>. 这就是两步镇定的第 1 步.

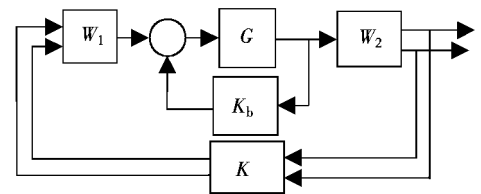


图 2 控制器结构

然后, 把内环看成新的对象, 按照回路成形过程, 选取合适的加权函数  $W_1$  和  $W_2$ . 此处取  $W_2 = \{1/s, 1\}^T$ ,  $W_1 = \{K_E, K_V\}$ , 其中  $K_E$  和  $K_V$  分别对应于角位移和角速率. 取  $K_b \gg K_V$ , 从而减小对内环的影响, 而  $K_E$  可以调整系统带宽. 最后确定这几个参数的取值分别为:  $K_b = -3190$ ,  $K_E = 1516$ ,  $K_V = 1$ , 与之对应的最大稳定性裕度为  $\epsilon_{\max} = 0.6378$ .

对应于  $\epsilon = 0.99\epsilon_{\max}$ , 利用 MATLAB 鲁棒控制工具箱综合出  $H^\infty$  控制器  $K$ , 而实际控制器为:  $(W_1KW_2 + K_b)$ . 它是 16 阶的, 采用  $H^\infty$  平衡截断降阶方法可以降至 6 阶. 仿真实验表明, 降阶后的控制器作用效果与降阶前的几乎没有差别. 图 3 给出降阶控制器在图 4 的 EMS 干扰作用下的角位移响应曲线. 角位移最大偏离为  $6.48 \times 10^{-5}$  rad, 调整时间小于 12 s, 与 SPOT4 的仿真结果<sup>[6]</sup> 相比, 调整曲线在形状上几乎完全一样, 而对应的数值较小. 仿真结果还表明, 角速率最大偏离为  $2.3 \times 10^{-5}$  rad/s, 最大作用力矩为  $0.112 \text{ N} \cdot \text{m}$ , 液体晃动角小于  $0.08^\circ$ , 挠性体振动幅值不超过 0.1mm.

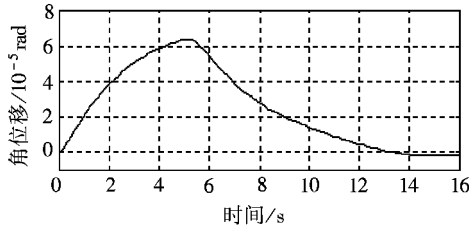


图 3 角位移

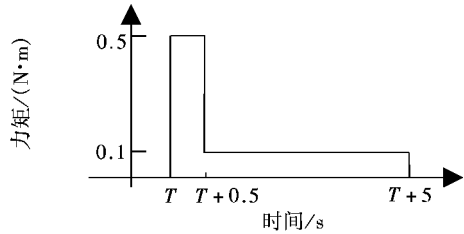


图 4 EMS 干扰

### 3 $\mu$ 分析

利用 MATLAB 的  $\mu$  工具箱分析控制器对于参数不确定性的鲁棒性. 先要将闭环系统化成如图 5 所示的标准形式, 该模型可通过在式 (1)、(3) 中引入相应的参数不确定块而得到. 这里着重考虑 7 个参数的不确定性, 即  $\omega_1, \omega_2, J, E_1, E_2$ . 前 4 个参数摄动范围取为 0.15,  $E_1, E_2 = 0.1, J = 0.2$ , 另外取一个复数块  $s_c \Delta$ . 当做控制器量测输入的幅值和相位误差, 取  $s_c = 0.03$ . 在 0.1 ~ 100 之间取 1000 个频率点, 计算混合实/复结构奇异值 (SSV). 如图 6 所示, 结构奇异值的上界为 0.8902. 最后得到各参数允许摄动范围分别为:  $\omega = 16.85\%, E_1, E_2 = 11.23\%, J = 22.46\%$ , 该控制器的鲁棒稳定性比较好.

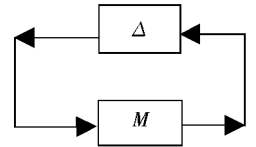


图 5 Mu 分析框图

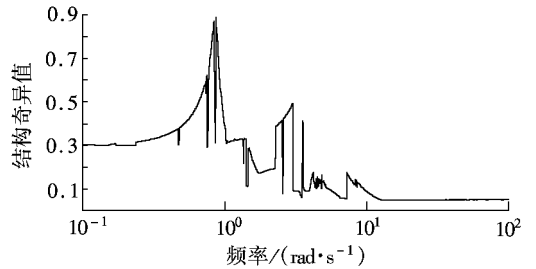


图 6 对应于 6 阶控制器的 SSV

### 4 结 语

本文采用回路成形方法结合两步镇定来设计一个挠性对象的姿态鲁棒控制器, 并对控制器进行降阶、时域仿真以及  $\mu$  分析, 结果表明控制方案是合理的.

### 参考文献 (References)

[ 1 ] 罗键三, 吕振铎, 李宝绶. 液体远地点发动机工作期间卫星的姿态控制问题 [ J ]. 宇航学报, 1989, 2: 19-27.  
Luo Jiansan, LüZhenduo, Li Baoshou. The problem of satellite attitude control during liquid apogee engine firing [ J ]. *J Astronautics*, 1989, 2: 19-27. (in Chinese)

[ 2 ] McFarlane D, Glover Keith. A loop-shaping design procedure using  $H^\infty$  synthesis [ J ]. *IEEE Trans Automat Control*, 1992, 37(6): 759-769.

[ 3 ] Vidyasagar M. *Control system synthesis; a factorization approach* [ M ]. Cambridge: MIT Press 1985. 53-55, 119-123.

[ 4 ] Mustafa Denis, Glover Keith. Controller reduction by  $H^\infty$ -Balance truncation [ J ]. *IEEE Trans Automat Contr*, 1991, 36(6): 668-682.

[ 5 ] 周东涛. 挠性充液卫星姿态鲁棒控制器设计— $H^\infty$ 回路成形方法 [ D ]. 厦门: 厦门大学自动化系, 2000.

[ 6 ] Sandrine Le Ballois, Gilles Duc.  $H^\infty$  control of an earth observation satellite [ J ]. *J Guid Contr & Dynamics*, 1996, 19(3): 628-635.