

文章编号: 1007-4252(2008)02-0521-09

## 碳纳米管声学桥的分析

张翊, 郭航

(厦门大学萨本栋微机电研究中心, 厦门 361005)

**摘要:** 首先阐述了碳纳米管声学桥的这一新概念, 即通过共振超声谱方法测量置放在两个微型压电换能器之间的碳纳米管的多个固有频率, 确定其物理特性。作为碳纳米管声学桥的理论基础, 文中应用解析方法和有限元数值方法分析了碳纳米管声学桥的声波传播特性, 重点研究了碳纳米管声学桥结构尺寸与振动模式的品质因数之间的关系。在此基础上, 探讨了声学桥的三个潜在应用场合: 作为研究碳纳米管材料特性的有力工具; 碳纳米管声学桥对微小质量变化具有  $10^{-2} 20 \text{g/Hz}$  的灵敏度, 可作为高精度质量敏感元件; 碳纳米管声学桥在周围环境真空压力改变时, 谐振频率会变化, 通过测量频移来确定真空压力, 故碳纳米管声学桥可作为超高真空传感器。

**关键词:** 碳纳米管; 声学桥; 共振超声谱; 声波传播

**中图分类号:** O614    **文献标识码:** A

## Analysis of Carbon Nanotube Acoustic Bridge

ZHANG Yi, GUO Hang

(Pen-Tung Sah MEMS Research Center, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

**Abstract** In this paper, we first present a new method/concept for the investigation of physical properties of carbon nanotubes which is called carbon nanotube acoustic bridge. It is using resonant ultrasound spectroscopy (RUS) to obtain the eigenfrequencies of the carbon nanotube that is slightly clamped between two micro ultrasonic transducers, or it refers to that the carbon nanotube clamped between two ultrasonic transducers only propagates those acoustic waves whose frequencies are identical to its eigenfrequencies. Then we study the theoretical basis of carbon nanotube acoustic bridge by using the analytical method and finite element method in ANSYS to acquire the acoustic wave modes in carbon nanotube acoustic bridge. Especially, we derive the relationship between the structural parameters of carbon nanotube and the quality factor of its vibration modes. Based on these, three potential applications of carbon nanotube acoustic bridge are established: it is used as a powerful tool to study the material properties of various kinds of carbon nanotubes; it is proved to own a sensitivity of  $10^{-2} 20 \text{g/Hz}$  to an extremely small change of mass, which enables it used as a mass-changing detector with high sensitivity; with the derived relationship between the shift of its resonance frequencies and the pressure where the carbon nano-

收稿日期: 2007-07-20    修订日期: 2007-09-22

基金项目: 厦门大学引进人才科研启动基金资助。

作者简介: 郭航 (1967-), 男, 博士, 副教授 (E-mail: hangguo@xmu.edu.cn)。

tube acoustic bridge is it can used as a vacuum sensor for ultrahigh vacuum.

**Key words** Carbon nanotube; Acoustic bridge; Resonant ultrasound spectroscopy; Acoustic wave propagation

## 0 引言

碳纳米管因其具有良好的机械、电学和热学等特性,已有研究提出将碳纳米管集成到微纳机械电子系统(MEMS/NEMS)中,用于新型微纳传感器的开发<sup>[1]</sup>,以提高传感器的灵敏度,缩小体积,降低能耗,从而应用在一些特殊环境中。

研究碳纳米管的物理特性是将之应用到工程实际的前提,由此产生了针对它们的力学特性研究的纳米力学研究领域。国内外已有许多理论和实验方法估计和测量了碳纳米管的刚度和强度<sup>[2]</sup>;也有一些研究报道了碳纳米管的振动、弯曲和扭转特性<sup>[3]</sup>。在理论分析方面,计算分析与模拟方法为研究碳纳米管特性提供了有力工具,其中分子动力学方法应用在模拟纳米结构材料方面已有很大进展,然而分子动力学方法要求有强大的计算机运算能力,当碳纳米管长度达到数百纳米时便因计算容量要求巨大而无法实现。另一种方法即连续介质的固体模型法已被证实是研究碳纳米管力学特性的有效方法<sup>[4]</sup>,尤其是对工程应用。对于碳纳米管中的声波传播分析也可以利用连续弹性介质模型进行研究,Yoon等人<sup>[5]</sup>建立了碳纳米管横波传播的弹性梁模型,通过解弯曲梁的欧拉-伯努利方程得到横波的传播参数。在碳纳米管的实验纳米力学研究方面,国内外也已进行了一些探讨:Treacy等人应用透射电子显微镜测量了纳米管的固有热振动的幅值<sup>[6]</sup>;Wong等人在AFM上研究纳米管在横向力作用下的弯曲状况<sup>[7]</sup>;王中林等应用透射电镜研究电驱动下悬臂梁的谐振频率的变化<sup>[8]</sup>。但是,上述研究都有较大的限制,对碳纳米管机械性能测量很不准确,例如应用透射电子显微镜测量了纳米管的固有热振动,是目前公认比较成熟的方法,也存在频率的幅值测量精度有限、操作复杂、很难在工程中广泛应用的缺点。

目前,对于碳纳米管的工程应用研究,主要集中在利用它的场发射特性<sup>[9]</sup>,对于碳纳米管力学特性大都只是停留在从机械特性角度出发的理论研究,针对碳纳米管声学特性应用的研究很少。这主要是由于碳纳米管尺寸极小,其力学和声学性能的实验

研究难度很大,具体包括:(1)适当试验构型中碳纳米管的位置控制、拾取、放置,以及特殊情况下夹具的制造,(2)所需加载的实现,(3)纳米尺度力学变形的表征和测量。目前的碳纳米管实验大都属于破坏性研究,实验后的单根碳纳米管无法再利用到器件上,而在碳纳米管的制备中很难保证各个单一的碳纳米管具有相同的力学或声学特性;此外,若考虑将碳纳米管制成器件,例如结合到MEMS当中,如何将碳纳米管生长到器件的准确位置上则是一大难点。上述问题给碳纳米管的应用带来了极大的挑战。

基于上述分析,实验提出并阐述了碳纳米管声学桥的新概念,深入分析了这种利用共振超声谱研究碳纳米管的力学/声学特性的新方法,在此基础上探讨了碳纳米管声学桥在各方面的应用。

## 1 碳纳米管声学桥

共振超声谱分析是上个世纪九十年代发展起来的一种表征材料特性的方法,它的基本原理是通过测量样品的多个固有频率,从而研究样品的弹性特性,该方法被凝聚态物理学家认为是测量确定固体样品弹性常数的最精确的方法<sup>[10]</sup>。作者先前的工作<sup>[11]</sup>将共振超声谱技术引入到了MEMS领域,运用该技术测定并表征了采用MEMS技术制造的氮化硅/硅器件的特性。在2006年的IEEE国际超声大会上,作者又提出了碳纳米管声学桥的新概念<sup>[12]</sup>,进一步将共振超声谱引入到纳米技术领域,受到了许多关注。

图1所示为提出的碳纳米管声学桥的示意图:碳纳米管置放在两个运用MEMS技术制造的微型压电换能器之间,一个换能器作为驱动碳纳米管的超声发射器,另一个则作为超声接收器,由计算机控制的频率合成器对超声发射器进行扫频,当频率与碳纳米管的固有频率相同时,碳纳米管进入自由共振状态,并将信号传递给另一端的超声接收器。于是在一段频率范围内的扫描,一次测量就可以获得包含碳纳米管多个固有共振频率的共振超声谱,由该共振超声谱就可确定碳纳米管作为材料研究的

多达 36 个的弹性常数, 或作为工程应用的弹性模量、泊松比等。另一方面, 我们也可以认为此装置通过共振超声谱方法实现了声波在碳纳米管中的传播, 碳纳米管在其中起到声波传播媒介的作用, 因此称为碳纳米管声学桥。碳纳米管声学桥是研究碳纳米管力学特性的动态方法, 具有比现有实验方法更加优越的特性: 它无须将碳纳米管通过施加外力或生长的方法固定在两个超声换能器上, 位置也无须精确控制, 同时是一个无损检测的过程; 此外, 基于碳纳米管声学桥的超声共振检测系统可以作为一个高精度的传感器系统, 不需要考虑碳纳米管定位生长制备与 MEMS 工艺很难结合的问题。用于碳纳米管声学桥的复合材料微型压电超声换能器已由作者设计与制造<sup>[13]</sup>, 整个系统也在研制当中。本文着重探讨碳纳米管声学桥的特性, 以研究它的工作模式和实际应用范围, 解决碳纳米声学桥的理论基础问题。

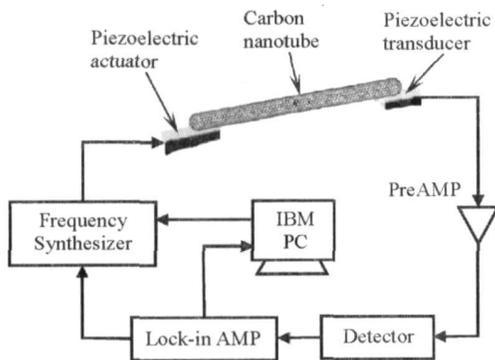


Fig 1 Schematic diagram of carbon nanotube acoustic bridge

图 1 碳纳米管声学桥的装置示意图

## 2 碳纳米管的声波传播分析

### 2.1 声波引起碳纳米管振动的解析模型

尽管碳纳米管的径向在纳米尺度, 其直径最小的仅是碳原子键长的数倍, 但因其长度在微米甚至是毫米尺度, 在这样的情况下连续介质模型能够很好的描述他们的力学或机械特性, 对于碳纳米管中沿着长度方向的声波传播由此可以应用连续弹性介质模型来分析, 碳纳米管的简化连续介质模型有两种: 小变形时的简单梁理论和大变形及复杂变形时的壳理论。通过分析, 得到声波引起两端不受约束碳纳米管的振动模式, 具有 5 种类型<sup>[14]</sup>:

(1) 纵向变形, 如图 2(a) 所示;

(2) 圆周变形, 如图 2(b) 所示;

(3) 径向扭转, 如图 2(c) 所示;

(4) 奇数节点的横向弯曲, 如图 2(d) 所示;

(5) 偶数节点的横向弯曲, 如图 2(e) 所示。

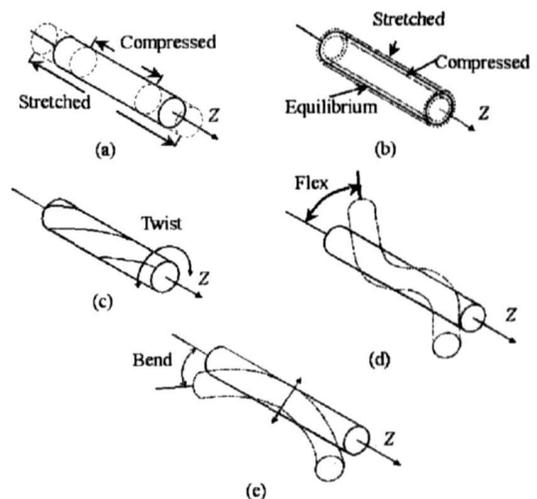


Fig 2 Vibration modes of single walled carbon nanotubes

图 2 单壁碳纳米管的振动模式

根据 Timoshenko 的理论, 建立碳纳米管纵向拉伸的模型。碳纳米管的长度设为  $L$ , 横截面积为  $A$ , 贯穿碳纳米管中心的轴为  $z$  轴, 则引起纵向振动的声波传播控制方程为:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

式中  $u$  为碳纳米管在  $z$  轴方向上的纵向变形, 系数:

$$a = \left[ \frac{Y}{\rho} \right]^{1/2} \quad (2)$$

式中  $Y$  为杨氏模量,  $\rho$  为碳纳米管的密度。由于碳纳米管两端不固定, 只能求得半波长的整数解, 从而得到非连续的振动频率为:

$$\omega_L^i = \frac{i\pi}{L} \left[ \frac{Y}{\rho} \right]^{1/2} \quad (3)$$

$i = 1, 2, 3, \dots$

根据方程 (3) 可知, 碳纳米管的纵向声波传播频率与其长度有关, 而与径向尺寸无关。

对于圆周膨胀, 将碳纳米管视为截面为封闭圆环的弹性固体的振动, 其频率计算方法与纵向变形相类似, 频率为:

$$\omega_c^i = \frac{2\pi}{C} \left[ \frac{Y(1+i^2)}{\rho} \right]^{1/2} \quad (4)$$

$i = 1, 2, 3 \dots$

式中  $C = 2\pi r$ ,  $r$  为纳米管的半径。

若纵向拉伸与圆周膨胀形成共振, 会增加碳纳米管的位置不稳定性。此时, 纵向拉伸与圆周膨胀的频率相等, 如果碳纳米管的长度与圆周方向尺寸符合方程 (5) 的关系, 则发生纵向拉伸与圆周膨胀的共振。相同的外部振动频率会引起一系列的共振, 随着共振频率的增大, 通常其振幅下降。

$$L = \frac{C}{2} \quad (5)$$

对于径向扭转, 声波传播的控制方程为:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{1}{b^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (6)$$

式中绕  $z$  轴的角度旋转为  $\theta$  并且:

$$b = \left[ \frac{G}{\rho} \right]^{1/2} \quad (7)$$

式中  $G$  为扭转模量。与纵向拉伸的情况相同, 由于碳纳米管两端为自由端, 则得到振动频率为:

$$\omega_i = \frac{i\pi}{L} \left[ \frac{G}{\rho} \right]^{1/2} \quad (8)$$

$i = 1, 2, 3 \dots$

若纵向拉伸与径向扭转具有方程 (9) 的关系, 则发生这两个方向的共振, 即与弹性模量和扭转模量的比值有关。这说明, 纵向拉伸与径向扭转的共振与碳纳米管的尺寸无关, 而与材料属性有关。这是由于这两种类型的变形都和碳纳米管的长度成反比, 要控制共振只能通过材料的设计或选择来实现。

$$\frac{\omega_L^i}{\omega_T^i} = \left[ \frac{G}{Y} \right]^{1/2} \quad (9)$$

图 2(d) 和图 2(e) 所示为横向弯曲振动。由于横向弯曲振动具有不同的对称特性, 可以分为: 奇数节点的振动和偶数节点的振动。横向振动的控制微分方程为:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = -\frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (10)$$

式中  $v$  为  $z$  轴上的横向变形, 并且:

$$\alpha = \left[ \frac{YI}{\rho} \right]^{1/2} \quad (11)$$

式中  $I$  为碳纳米管横截面的转动惯量。根据代入边界条件的超越方程, 求得方程 (10) 的解为:

$$\cos \left[ L \left( \frac{\omega_i}{\alpha} \right)^{1/2} \right] \cosh \left[ L \left( \frac{\omega_i}{\alpha} \right)^{1/2} \right] \quad (12)$$

$i = 1, 2, 3 \dots$

根据方程 (12) 可以求得:

$$L \left[ \frac{\omega_i}{\alpha} \right]^{1/2} \approx \left[ i + \frac{1}{2} \right] \pi \quad (13)$$

由方程 (13), 对于奇数节点的横向振动, 其中一个节点落在碳纳米管长度的中心位置, 因此弯曲的结构为对称的; 而对于偶数节点的振动, 碳纳米管长度的中心位置是波腹, 因此碳纳米管的振动是不对称。

综合以上对碳纳米管声波传播模式的分析, 利用表 1 给出的参数, 取碳纳米管杨氏模量为  $1 \text{TPa}$ , 碳纳米管扭转模量为  $0.5 \text{TPa}$  和碳纳米管的外径为  $50 \text{nm}$ , 绘出碳纳米管的各模式声波一阶频率与长度的关系, 如图 3 所示。分析图 3 给出碳纳米管各模式声波一阶频率与其结构尺寸的关系, 可以看出: 圆周变形的频率最高, 横向变形次之, 径向扭转的频率比横向变形低一些, 而对称横向弯曲的频率最低。若考虑能较容易通过共振方法使得碳纳米管成为声学传播桥, 应选择频率较低的声波振动方式, 对称横向弯曲是最佳的, 即采用较低的弯曲波就能使声波在碳纳米管中从驱动一端传播到接收一端。

表 1 单壁碳纳米管的结构参数

Table 1 Structure parameters of single walled carbon nanotubes

外径 $D/\text{nm}$	长度 $L/\mu\text{m}$	密度 $\rho/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	杨氏模量 $E/\text{TPa}$	扭转模量 $G/\text{TPa}$	壁厚 $t/\text{nm}$
20-50	1-100	1330	0.5-5.5	0.2-0.5	0.34-1.1

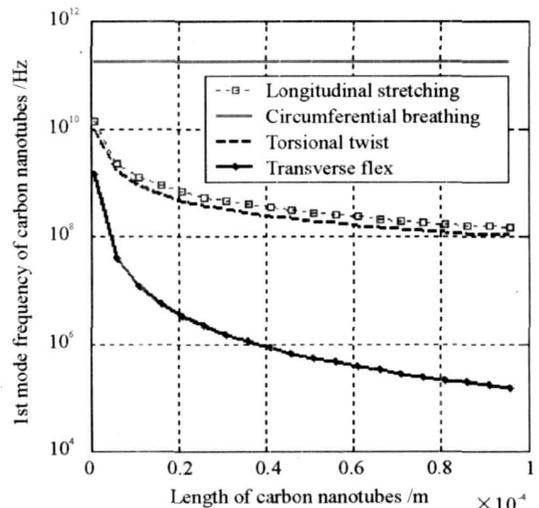


Fig 3 The relationship between the 1st mode frequency and the length of carbon nanotubes

图 3 碳纳米管的各模式声波一阶频率与长度的关系

## 2.2 碳纳米管声学桥共振模式的数值分析

基于共振超声谱方法的碳纳米管声学桥是通过共振传播声波,使用三维固体有限元模型可以很好地研究单壁碳纳米管的模态响应情况。图4所示为ANSYS有限元软件模拟的碳纳米管的一阶模态响应。表2列出了四个不同结构参数条件下的碳纳米管一阶谐振频率的理论解析值和有限元模拟值。由上述分析,碳纳米管声学谐振频率的理论计算值与有限元方法仿真值基本吻合,相对误差不超过4%。

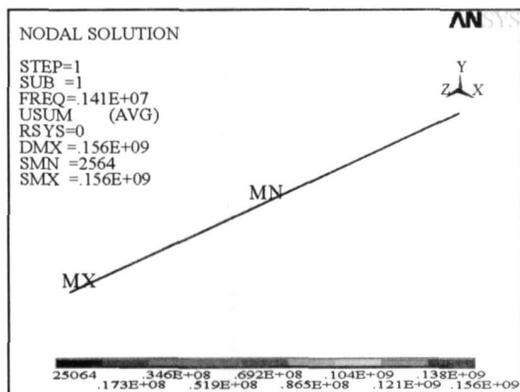


Fig 4 First mode resonant frequency of SW CNT

图4 单壁碳纳米管的一阶模态

表2 不同结构参数条件下,碳纳米管一阶谐振频率的解析值与有限元模拟值的比较

Table 2 Comparison of first resonant frequency for three SWCNTs

内径 /mm	外径 /mm	长度 /m	杨氏模量 /TPa	理论计算值 /Hz	FEM 仿真分析值 /Hz
15	30	40	2.53	917850	939070
25	50	40	2.77	1831167	1792300
25	60	40	2.05	1394350	1413350
25	60	60	2.05	843815	824970

## 3 碳纳米管声学桥的品质因数

碳纳米管声学桥的品质因数  $Q$  的模型<sup>[15]</sup>为:

$$Q^{-1} = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta E}{E} \quad (14)$$

式中  $E$  为每个周期的能量耗散,  $\Delta E$  为存储的能量。对于一个机械声学系统,其主要能量损耗的来源为:支承引起的损耗,材料损耗,和周围环境、粘滞或声学损耗。对于真空状态下的碳纳米管声学桥,由于碳纳米管产生振动的能量来自于外部超声

微驱动器,因此支承引起的损耗是最主要的影响系统品质因数,进而影响系统敏感度和分辨率的原因。因此下面先着重研究支承引起的损耗下的品质因数。碳纳米管声学桥在一个谐振模态下,得到外部激励存储的振动能量可表示为:

$$E_n = \frac{1}{8} \rho A L \omega_n^2 U_n^2 \quad (15)$$

式中  $\omega_n$  为第  $n$  阶谐振频率。 $\rho$  为碳纳米管的密度,  $A$  为碳纳米管的横截面积,  $L$  为碳纳米管的长度,  $U_n$  碳纳米管振动变形的幅值。在微型超声换能器和碳纳米管的接触点会产生一个垂直于碳纳米管长度方向的力,表示为:

$$\Gamma_n = EI U_n \left[ \frac{\pi \beta_n}{L} \right]^3 x_n \quad (16)$$

产生的应力表示为:

$$\tau_n = \frac{\Gamma_n}{\pi r^2} \quad (17)$$

微型超声换能器产生弹性波激励碳纳米管声学桥共振。由于碳纳米管的横截面尺寸远小于弹性波的波长,二维弹性波的控制方程可以表示为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= c_l^2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + c_t^2 \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + (c_l^2 - c_t^2) \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y^2} \\ \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} &= c_l^2 \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + c_t^2 \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + (c_l^2 - c_t^2) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y^2} \end{aligned} \quad (18)$$

式中  $c_l$  和  $c_t$  分别为沿着  $x$  和  $y$  方向的变形。纵波和横波的波速分别为:

$$c_l^2 = \frac{E}{\rho(1 - \varepsilon^2)} \quad (19)$$

$$c_t^2 = \frac{E}{2\rho(1 - \varepsilon)} \quad (20)$$

式中  $\varepsilon$  为泊松比。由于碳纳米管的泊松比小于 0.5,因此纵波传播的速度大于横波传播的速度,则纵波的波长大于横波的波长。通过解方程(18),联立方程(17),得到  $y$  轴方向的变形为:

$$v_{x=0} = \frac{r \tau_n}{4\pi E} \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} \phi \quad (21)$$

$$\phi = \int_0^\infty \frac{\sqrt{\zeta^2 - (c_l/c_t)^2}}{\{2\zeta^2 - (c_l/c_t)^2\}^2 - 4\zeta^2 \cdot \sqrt{\zeta^2 - (c_l/c_t)^2} \cdot \sqrt{\zeta^2 - 1}} d\zeta \quad (22)$$

式中  $\zeta = \zeta_l / \omega$ ,  $\zeta$  为傅立叶变换变量。

碳纳米管声学桥的能量损耗为:

$$\Delta E = \pi \Gamma_n v_{(x=0)} \quad (23)$$

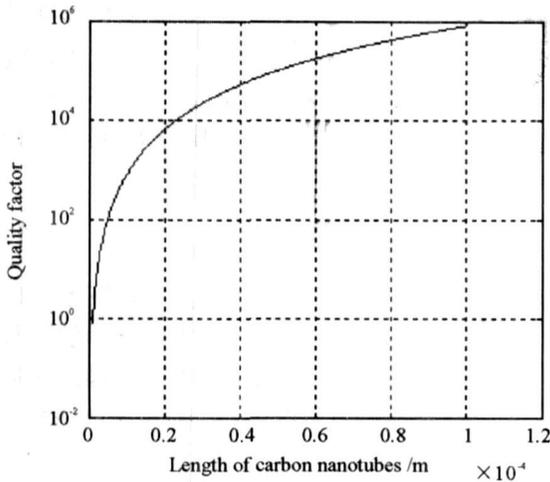


Fig 5 Relationship between the quality factor of carbon nanotube acoustic bridge and its length

图 5 碳纳米管声学桥品质因数与碳纳米管长度的关系

联立方程 (14)、(15)、(17)、(21)和 (22), 得到碳纳米管声学桥品质因数的表达式:

$$Q_s = \left[ \frac{(1 - \epsilon)}{2\pi^2 (1 + \epsilon) \Psi} \right] \left[ \frac{L}{r} \right]^3 \quad (24)$$

由方程 (24) 得到碳纳米管长度与碳纳米管声学桥品质因数的关系, 如图 5 所示; 声波频率与碳纳米管声学桥品质因数的关系如图 6 所示。由上述分析可知当碳纳米管的长度在 1~100 $\mu$ m 之间, 碳纳米管声学桥的品质因数在 10<sup>4</sup>~10<sup>6</sup> 范围内。

考虑碳纳米管声学桥搭两个 MEMS 超声换能器之间, 两端的支撑力仅为碳纳米管重量的二分之一。利用 ANSYS 软件对碳纳米管声学桥的谐振响

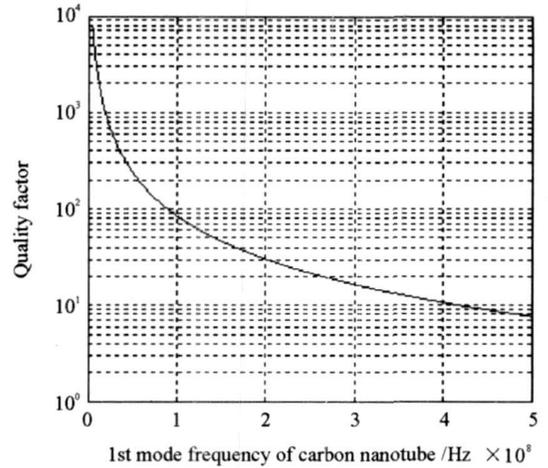


Fig 6 Relationship between the quality factor of carbon nanotube acoustic bridge and first mode resonant frequency

图 6 碳纳米管声学桥品质因数与一阶谐振频率的关系

应进行分析, 得到图 7 所示碳纳米管的谐振频谱图, 分别取两组碳纳米管尺寸参数: 图 7(a) 为碳纳米管内径为 25nm, 外径为 60nm, 长度为 40 $\mu$ m, 杨氏模量为 2.05TPa, 图 7(b) 为碳纳米管内径为 25nm, 外径为 60nm, 长度为 60 $\mu$ m, 杨氏模量为 2.05TPa。由图 7 可以看出碳纳米管的长度由 40 $\mu$ m 增长到 60 $\mu$ m, 其一阶谐振频率由 1.413358MHz 降低到 0.824973MHz, 并且直接从图中计算品质因数 Q 可以得到: 在频率为 1.413358MHz 时, 品质因数 Q 为 1.47 $\times$ 10<sup>5</sup>, 在频率为 0.824973MHz 时, 品质因数 Q 为 3.95 $\times$ 10<sup>5</sup>, 这与由公式 (24) 得到的品质因数数值相吻合。

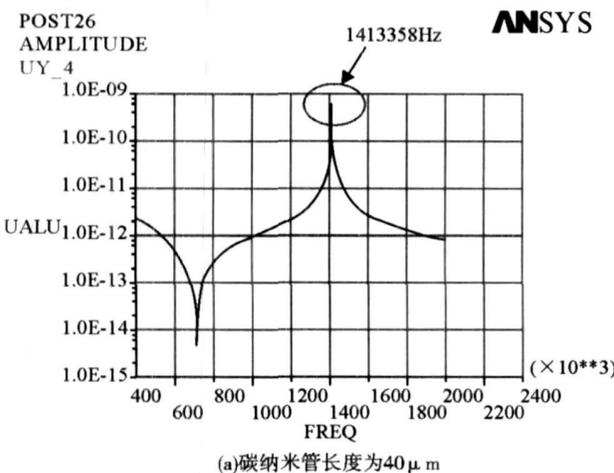
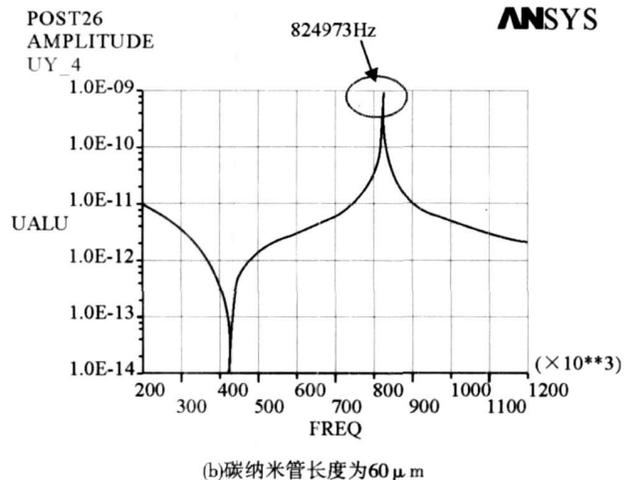


Fig 7 Frequency spectrum diagram of SWCNT

图 7 碳纳米管谐振响应频谱图



(b)碳纳米管长度为60 $\mu$ m

## 4 碳纳米管声学桥的应用讨论

### 4.1 碳纳米管材料特性研究

碳纳米管声学桥是基于共振超声谱分析的方法,因此其最大的特点就是能实现动态的碳纳米管材料特性的测量。通过频率扫描的方法得到碳纳米管材料的固有频率,从而研究碳纳米管的弹性模量、几何尺寸等参数。这是个频域而非时域的测量方法,因此具有高精度。碳纳米管声学桥可以测量由各种方法制备出来的力学性质各异的碳纳米管,乃至碳纳米纤维材料。

### 4.2 质量敏感元件

碳纳米管声学桥对表面贴附质量的频率变化可以分别通过数值解析和有限元方法计算得到。表3所示为当碳纳米管的内径为25nm,外径为60nm,长度为60μm,杨氏模量为2.05TPa时,取三组质量数值得到的有质量负载的碳纳米管声学桥谐振频率,及相同结构参数条件下,声学桥的每赫兹质量变化的精度。

表3 不同质量变化条件下,碳纳米管一阶谐振频率的解析值与有限元模拟值的比较

Table 3 Comparison of resonant frequency for SWCNT with different mass additions

增加的质量 /fg	理论解析值 /Hz	有限元数值 /Hz	精度 /g·Hz <sup>-1</sup>
20	678278	664577	3.009 × 10 <sup>-20</sup>
25	646729	631645	3.958 × 10 <sup>-20</sup>
30	610460	605467	4.955 × 10 <sup>-20</sup>

分析结果表明:碳纳米管声学桥的谐振频率与质量变化是呈正比关系的,每赫兹的质量变化精度在10<sup>-20</sup>的量级,而目前表面声波传感器在20MHz频率下的精度为10<sup>-10</sup>g/Hz<sup>[16]</sup>,此外,碳纳米管声学桥品质因数随碳纳米管长度的增加而降低,当碳纳米管的长度在100微米至1毫米之间,碳纳米管声学桥的品质因数在10<sup>4</sup>~10<sup>6</sup>范围内,这说明碳纳米管声学桥可以作为高精度探测质量变化的敏感元件,如:气体传感器和单生物分子探测器等。

### 4.3 真空传感器

理想化条件即绝对真空条件下,碳纳米管声学桥的频率可由前面提到的公式计算出,但是绝对真

空是不存在的,当真空度在1kPa以下时,气体分子之间的相互碰撞和其它作用可以忽略不计,但是此时单个分子与谐振元件碰撞时的动量交换产生了谐振元件的阻尼。谐振元件受到周边气体分子的影响,根据Christian的理论<sup>[17]</sup>,推导出碳纳米管声学桥的品质因数为:

$$Q_p = \frac{\pi \theta_1}{2} \frac{\sqrt{RT}}{\sqrt{M}} \frac{1}{p} \quad (25)$$

式中M是气体的摩尔质量,R是气体常数,T是绝对温度,P是压强,r为碳纳米管的平均半径,ρ为碳纳米管的密度,f<sub>1</sub>为理想真空条件下碳纳米管的谐振频率。气体分子产生声学桥频率降低的阻尼系数为:

$$\xi_s = \frac{2\alpha\mu l}{(D+D_i)\bar{\beta}_i} \cdot \sqrt{\frac{3}{E\rho}}, \bar{\beta}_i = (i+0.5)\pi \quad (26)$$

式中μ为动态粘性系数,α为修正系数,i为正整数。

对于小阻尼系数,碳纳米管声学桥在一阶谐振时的品质因数可表示为:

$$Q_p = \frac{1}{2\xi_s} \quad (27)$$

谐振频率的频移为:

$$\Delta f = f_1 (1 - \sqrt{1 - 2\xi_s^2}) \quad (28)$$

因此品质因数与谐振频率频移的表达式为:

$$\Delta f = f_1 (1 - \sqrt{1 - (1/Q_p^2)}) \quad (29)$$

由上述分析,取碳纳米管的内径为25nm,外径为60nm,长度为60μm,杨氏模量为2.05TPa得到图8所示,碳纳米管声学桥品质因数与频移的关系。

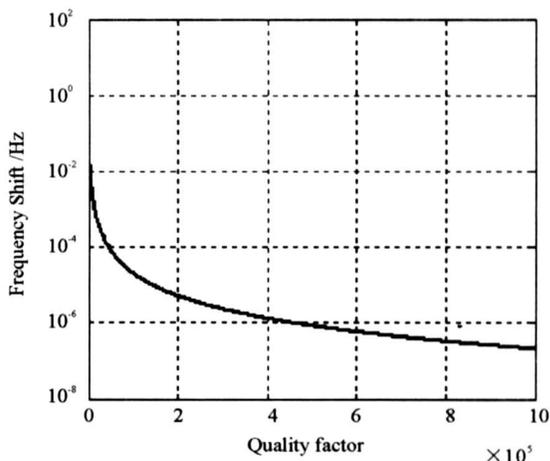


Fig. 8 Variation of the frequency shift with the quality factor

图8 碳纳米管声学桥的频移与品质因数的关系

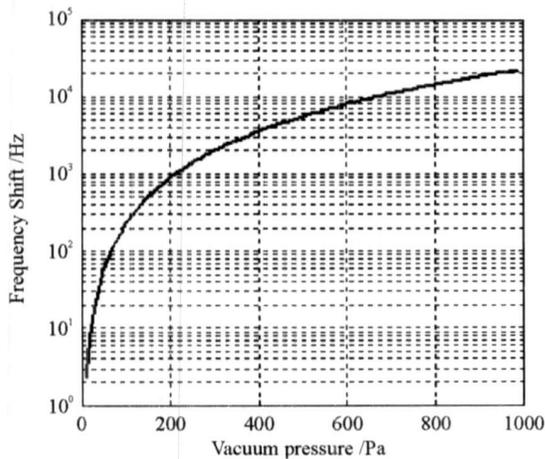


Fig 9 Variation of the frequency shift with the vacuum pressure

图 9 碳纳米管声学桥的频移与真空度的关系

由图可知碳纳米管声学桥受到空气阻尼的影响,其谐振频率会有所下降发生频移,频移与碳纳米管声学桥的品质因数成反比,这说明随着真空度的下降,碳纳米管声学桥的频率发生变化,通过频率的变化可以测到真空度。真空度与碳纳米管声学桥的频移的关系如图 9 所示,随着碳纳米管声学桥频移的加大,说明气体分子对碳纳米管声学桥的阻尼作用越明显,周边环境的真空度降低,碳纳米管声学桥的品质因数也降低。

## 5 结论

作为一个新概念和新方法,碳纳米管声学桥利用共振超声谱得到碳纳米管的多个固有频率,从而确定其力学/声学特性。作为碳纳米管声学桥的理论基础,本文分析了碳纳米管声学桥的声波传播特性,通过解析方法和有限元数值方法得到声学桥的谐振频率与结构参数的关系,重点研究了碳纳米管声学桥的品质因数。在此基础上,探讨了三个具体的应用场合: 1)碳纳米管声学桥是研究碳纳米管材料特性的动态分析方法,可以得到不同结构和尺寸碳纳米管的弹性参数、泊松比等; 2)通过对有微小质量负载的碳纳米管声学桥的谐振频率的研究,确定了碳纳米管声学桥作为微纳质量传感器的精度可达  $10^{-20}$  g/Hz 因此可作为探测纳米尺度的微粒或分子的传感器; 3)碳纳米管声学桥受周边空气阻尼的影响,引起谐振频率的降低,由谐振频率的频移可以确定周边环境的真空度。

## 参考文献:

- [1] Sinha N, Ma J, Yeow T W. Carbon nanotube-based sensors [J]. **Journal of Nanoscience and Nanotechnology** 2006, 6: 573–579.
- [2] Thostenson E T, Ren Z, Chou T W. Advances in the science and technology of carbon nanotubes and their composites: a review [J]. **Composite Science and Technology**, 2001, 61: 1899–1912.
- [3] Falvo M R, Chary G J, Taylor R M, *et al* Bending and buckling of carbon nanotubes under large strain [J]. **Nature** 1997, 389: 582–584.
- [4] Kahn D, Kim K W, Stroh M A. Quantized vibrational modes of nanospheres and nanotubes in the elastic continuum model [J]. **Journal of Applied Physics** 2001, 89: 5107–5111.
- [5] Yoon J, Ru C Q, Moduchowski A. Timoshenko-beam effects on transverse wave propagation in carbon nanotubes [J]. **Composites Part B**, 2004, 35: 87–93.
- [6] Treacy M M J, Ebbesen T W, *et al* Exceptionally high Young's modulus observed for individual carbon nanotubes [J]. **Nature** 1996, 381(15): 678–680.
- [7] Wong E W, Sheehan P E, Lieber C M. Nanobeam mechanics: elasticity, strength and toughness of nanorods and nanotubes [J]. **Science** 1997, 277(5334): 1971–1975.
- [8] Poncharal P, Wang Z L, *et al* Electrostatic deflections and electromechanical resonances of carbon nanotubes [J]. **Science** 1999, 283(5407): 1513–1516.
- [9] Saito Y, *et al* Field emission from carbon nanotubes and its applications to electron sources [J]. **Carbon** 2000, 38: 169–182.
- [10] Leisure R G, Willis F A. Resonant ultrasound spectroscopy [J]. **J Phys Condens Matter** 1997, 9: 6001–6029.
- [11] Guo H, Lal A. Dielectric Level Characterization of silicon-nitride membrane/silicon structures using resonant ultrasonic spectroscopy [J]. **J Microelectromech Syst** 2003, 2(3): 53–63.
- [12] Guo H, Zhang Y. Analysis of carbon nanotube acoustic bridge [A]. Presented to IEEE International Ultrasonics Symposium [C]. 2006.
- [13] Guo H, Sun H M. A PZT/SiC composite transducer for resonant ultrasound spectroscopy [A]. Submitted to IEEE International Ultrasonics Symposium [C]. 2007.
- [14] Soberg K, Sumpter B G, Tuzun R E, *et al* Continuum methods of mechanics as a simplified approach to structure

- al engineering of nanostructures [ J]. **Nanotechnology** 1998 9: 30- 36
- [ 15] Hao Z, Erbil A, Ayazi F. An analytical model for support loss in micromachined beam resonators with in-plane flexural vibrations [ J]. **Sensors and Actuators A**, 2003 109: 156- 164
- [ 16] Wu D H, Chien W T, Chen C S *et al* Resonant frequency analysis of fixed-free single-walled carbon nanotube-based mass sensor [ J]. **Sensors and Actuators A**, 2006 126: 117- 121.
- [ 17] Christian R G. The theory of oscillating-vane vacuum gauges [ J]. **Vacuum**, 1966 16(2): 175- 178