

# 立面 1R2T 三自由度绳牵引并联机构的系统仿真

林 麒<sup>1</sup>, 高峻岩<sup>1</sup>, 郑亚青<sup>2</sup>

(1. 厦门大学 机电工程系, 福建 厦门 361005; 2. 华侨大学 机电及自动化学院, 福建 泉州 362021)

**摘要:** 给出所设计的立面一个转动两个平动(1R2T)三自由度绳牵引并联机构的模型. 针对此机构模型, 建立了运动学逆解模型; 接着提出两种计算绳拉力的算法, 并具体分析了其中一种算法. 以末端执行器实现椭圆型的运动轨迹为目标, 进行轨迹规划, 研究绳的运动特性. 采用 Simlink 仿真软件对该系统进行了一系列的仿真, 包括: 绳长变化、绳的速度、加速度变化以及绳的拉力变化. 仿真结果表明: 在所规划椭圆轨迹下, 所有绳速度、加速度的变化是连续的; 一些绳拉力的变化比较大, 另一些绳拉力的变化比较小. 提出的运动轨迹规划方法, 具有通用性.

**关键词:** 绳牵引并联机构; 三自由度; 轨迹规划  
**中图分类号:** TP 24

## System simulation of vertical 3-DOF cord-drawn parallel mechanism

LIN Qi<sup>1</sup>, GAO Jun-yan<sup>1</sup>, ZHENG Ya-qing<sup>2</sup>

(1. Department of Mechanical and Electrical Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, China;  
2. College of Mechanical Engineering and Automation, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)

**Abstract:** A model of the vertical 1R2T 3-DOF cord-drawn parallel mechanism is presented in this study. Afterwards, a reverse kinematical model is established. The cord tension is subsequently obtained via two different calculations, one of which is analyzed in details. Accordingly, a generic track planning is conducted based on the motion tracking of end manipulator. Consequently, the cord motion characteristics, including variations of cord length, velocity, acceleration and tension, are simulated using Simulink<sup>TM</sup>. It is indicated that the variation of cord velocity and acceleration is consecutive, whereas the variation of cord tension is not tendentious.

**Key words:** cord-drawn parallel mechanism; degree of freedom; track planning

绳牵引并联机构是一种新型的机构, 在起重机器人、虚拟现实的力反馈装置和触觉装置、大型运动仿真器、大型射电望远镜的馈源支撑系统、超高速机器人、超大工作空间的轻型机器人、风洞支撑系统、大型轮船舰艇制造和机械加工等方面都具有潜在的应用前景. 本文以立面转动平动(1R2T)的三自由度绳牵引并联机构为研究对象, 设计了所要研究的机构模型. 为了设计该机构的运动控制方案, 对该机构进行运动轨迹规划和运动仿真.

## 1 运动学逆解模型

在如图 1 所示的竖直平面上, 点铰链  $B_1, B_2, B_3, B_4$  构成竖直平面, 与固定坐标系的坐标平面  $xOy$  重

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50475099)

作者简介: 林 麒(1954-), 女, 广东揭阳人, 教授, 工学博士.

合,末端执行器在竖直平面上运动.末端执行器由四根绳  $P_1B_1, P_2B_2, P_3B_3, P_4B_4$  牵引着,各根绳子的另一端分别与固定在机架上点铰链  $B_1, B_2, B_3, B_4$  相连.记绳与滑轮的连接点为  $B_i (i=1,2,3,4)$ ,  $P_i (i=1,2,3,4)$  为绳与末端执行器的点铰链的中心,  $M$  为末端执行器的竖直杆与水平杆的交叉点,  $m_3$  为原点到铰链点的位置矢量.

记  $L_i = P_iB_i, l_i = |L_i|, u_i = L_i/l_i$  为第  $i$  根绳的方向单位矢量,  $T_i$  (矢量) 为第  $i$  根绳的拉力,  $t_i$  (标量) 为第  $i$  根绳的拉力,该拉力产生一个作用在末端执行器上的拉力  $T_i = t_i u_i, P$  为末端执行器的质心,设为动平台的参考点,且  $r_i = PP_i$ .

机构的固定坐标系为  $xOy$ ,末端执行器的局部坐标系为  $x_H Py_H$ .点铰链相对于固定坐标系的坐标为  $B_1(0.41\text{ m}, 0), B_2(0.82\text{ m}, 0), B_3(0.41\text{ m}, 1.06\text{ m}), B_4(0, 1.06\text{ m})$ .而连接末端执行器的铰链点相对于末端执行器的局部坐标系的坐标为  $P_1(-0.0133\text{ m}, -0.05\text{ m}), P_2(0.1067\text{ m}, 0), P_3(-0.0133\text{ m}, 0.05\text{ m}), P_4(-0.0933\text{ m}, 0)$ ,则末端执行器所受的力和力矩平衡可表示为

$$W = S^T T \tag{1}$$

其中  $T$  是  $T_i$  分量组成的向量  $(T_1, T_2, T_3, T_4)^T, W$  是由 3 个分量组成的向量  $(F_x, F_y, M_z)^T$ ,且  $S^T$  满足

$$S^T = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \\ r_1 \times u_1 & r_2 \times u_2 & r_3 \times u_3 & r_4 \times u_4 \end{bmatrix} \tag{2}$$

式中,  $S^T$  表示力矩平衡矩阵,记  $X = (x, y, \phi)^T$  为末端执行器相对于固定坐标系  $xOy$  的位姿,  $x, y$  为  $P$  的位置坐标,  $\phi$  为坐标系  $x_H Py_H$  相对于坐标系  $xOy$  的姿态坐标.

三自由度绳牵引并联机构的运动学速度逆解方程可表示为

$$l = SV \tag{3}$$

这里  $l$  是由  $l_i$  分量组成的向量  $(l_1, l_2, l_3, l_4)^T, V$  是 3 个分量组成的向量  $\begin{bmatrix} v_p \\ \omega \end{bmatrix}$ ,其中  $v_p = (v_{px}, v_{py})$ ,  $v_p$  和  $\omega$  分别为末端执行器的平动和转动速度,则

$$l_i = u_i^T v_p + (r_i \times u_i)^T \omega = u_i P_{Bi} \tag{4}$$

由于  $u_i$  是单位向量,故

$$l_i = |P_{Bi}| \cos \theta_i$$

其中,  $P_{Bi}$  表示相应的动平台铰链点的速度.这说明绳的速度等于相应的末端执行器的铰链点的速度沿绳方向的投影.因此绳速度的大小总是小于或者等于相应的动平台的铰链点的速度大小.

对式(3)进行求导可得加速度逆解方程为

$$\dot{l} = S \dot{V} + \dot{S} V \tag{5}$$

其中

$$\dot{l}_i = u_i P_{Bi} + u_i^T \dot{P}_{Bi} \tag{6}$$

加速度逆解问题比较复杂,由于它涉及到  $S^T$  随时间变化的问题.绳的加速度由 2 项组成,第 1 项几乎就等于相应铰链点的加速度,第 2 项是铰链点的速度与  $S^T$  的导数的乘积.因为绳的方向始终跟随着铰链点,所以  $u_i$  和  $P_{Bi}$  之间的角度不会大于  $90^\circ$ ,而第 2 项的大小始终不小于零.因此,绳的加速度值小于或者等于相应铰链点的加速度值.

## 2 绳拉力的计算

绳子拉力有两种计算方法:线性规划法和指定力法.在这里采用指定力法.指定力法的思想是,由于绳

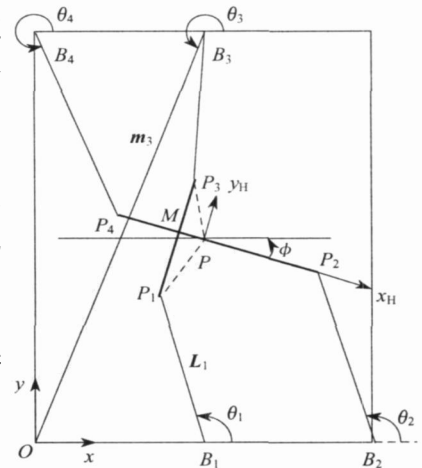


图1 末端执行器  
Fig.1 End effector

子只能受拉不能受压,故每根绳子的拉力应满足以下条件:  $T_{\min} < T_i < T_{\max} (i = 1, 2, 3, 4)$ . 表示绳子所受拉力在最小拉力和最大许用拉力之间. 而  $T_{\text{des}}$  表示指定力的大小,选取的标准是保证绳子的拉力在最小拉力和最大许用拉力之间. 指定力  $T_{\text{des}} = 200 \text{ N}$ , 最小拉力  $T_{\min} = 10 \text{ N}$ , 末端执行器的质量为  $1 \text{ kg}$ .

当  $S^T$  满秩时,定义  $T_{\text{eff}} = (S^T)^+ W$  是式 (1) 的最小范数解,这里  $(S^T)^+$  是矩阵  $S^T$  的 Moore-Penrose 伪逆,且  $T_{\text{nul}}$  是属于零空间  $N(S^T)$  的一个矢量,这里  $T_{\text{nul}}$  可以表示为  $(I_m \times m - (S^T)^+ S^T) \times T_{\text{des}}$   $T_{\text{des}} = (T_{1\text{des}}, T_{2\text{des}}, T_{3\text{des}}, T_{4\text{des}})^T$ ,所以  $T$  可表示为

$$T = T_{\text{eff}} + T_{\text{nul}} \tag{7}$$

若给定绳拉力的问题为

$$T = (S^T)^+ W + (I_{4 \times 4} - (S^T)^+ S^T) \times T_{\text{des}} \tag{8}$$

和  $T_{i\text{des}} = T_{\text{des}}$  以及  $T_i > T_{\min} (i = 1, 2, 3, 4)$ , 则可提出如下算法,估算机构的位姿,并计算  $S^T$ . 因此,有

$$T_{\text{eff}} = (S^T)^+ W, T_{\text{nul}} = (I_{4 \times 4} - (S^T)^+ S^T) \times T_{\text{des}}$$

$$T = T_{\text{eff}} + T_{\text{nul}}, h = N(S^T)$$

如果  $(\min(h) > 0)$  和  $(\min(T)) < t_{\min}$ , 则

$$T = T + T_{\text{nul}}$$

直到  $|\min(T) - T_{\min}| < \epsilon$  终止,其中  $\epsilon$  表示拉力循环参数.

### 3 轨迹规划及其仿真

末端执行器的运动轨迹有很多种:直线、圆、椭圆<sup>[1,2]</sup>等. 不失一般性,选择椭圆运动轨迹. 令轨迹方程为

$$\begin{cases} x = 0.41 + 0.2\cos \\ y = 0.53 + 0.4\sin \\ \phi = \pi/8 \end{cases} \tag{9}$$

轨迹曲线如图 2 所示. 物理意义是末端执行器以  $\pi/8$  的偏转角度,沿着以坐标点  $(0.41 \text{ m}, 0.53 \text{ m})$  为椭圆中心,水平轴  $a = 0.2 \text{ m}$ , 竖直轴  $b = 0.4$  的椭圆轨迹顺时针作一变速运动,运动起始点  $A$  坐标为  $(0.41 \text{ m}, 0.13 \text{ m})$ . 这里把  $\phi$  看成是时间  $t$  的函数,  $\phi = \pi/8 t$ . 对  $t \in [0, 2\pi]$ , 利用点对点的运动对该椭圆轨迹进行规划.

对式 (9) 进行微分运算,可得末端执行器在期望运动轨迹下的位置、速度和加速度:

$$\begin{cases} \dot{x} = -0.2 \sin \\ \dot{y} = 0.4 \cos \end{cases} \quad \text{和} \quad \begin{cases} \ddot{x} = -0.2^2 \cos \\ \ddot{y} = -0.4^2 \sin \end{cases} \tag{10}$$

本文利用 Matlab 的 Simulink 进行了运动仿真<sup>[3,4]</sup>, 仿真结果如图 3~6 所示.

图 3 表示在所规划的椭圆轨迹下,4 根绳长的变化规律.

仿真结果表明,图 4 和图 5 中各绳的速度、加速度的变化具有对称性和分组相似性,即绳 1 与绳 2、绳 3 与绳 4 的运动规律相似,但是绳 1 比绳 2、绳 4 比绳 3 略有滞后. 这种性质是机构及末端执行器的对称性在仿真图形上的体现;同时,由于末端执行器的结构及其运动轨迹的影响,两组绳的速度和加速度的值也有较大的差别. 图 4 和图 5 中绳子的速度、加速度的变化平滑,且三组曲线都满足速度和加速度的微分对应关系. 这表明本文推导得到的绳的运动规律是成立的.

图 6 表示,在运动轨迹规划的时间内,绳 2,3 和 4 的拉力都保持在  $T_{\text{des}}$  值附近,变化比较小;而绳 1 的拉力变化范围很大,且各根绳在时间  $(1/4)n$  时 (其中  $n$  为自然数), 绳的拉力变化范围比较大.

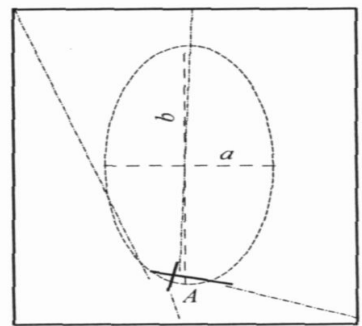


图 2 末端执行器的运动轨迹  
Fig. 2 Trace of end effector

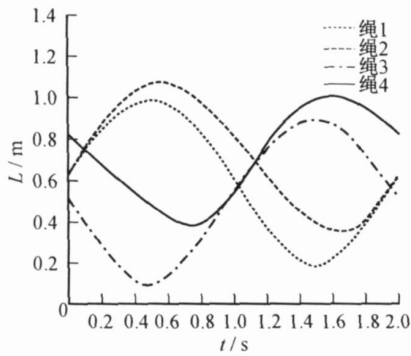


图3 绳长的变化

Fig. 3 Length variety of cables

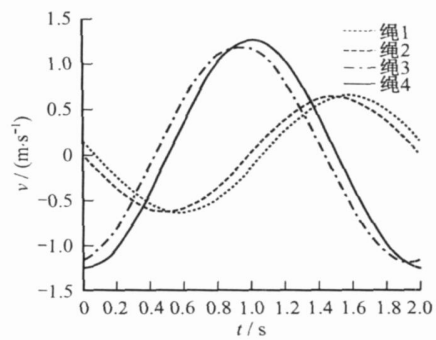


图4 绳速度的变化

Fig. 4 Velocity variety of cables

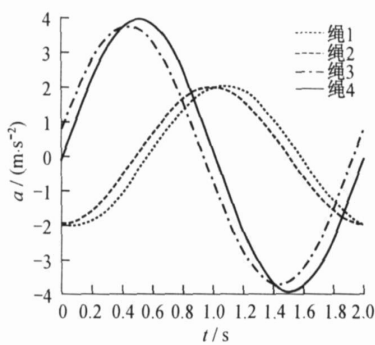


图5 绳加速度的变化

Fig. 5 Acceleration variety of cables

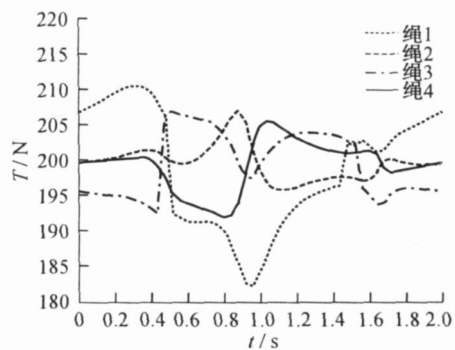


图6 绳拉力的变化

Fig. 6 Tension variety of cables

## 4 结论

本文的研究工作主要有以下几点:

- (1) 设计了1R2T的三自由度绳牵引并联机构.
- (2) 建立了末端执行器的速度、加速度运动学逆解模型.

(3) 在所规划的椭圆轨迹下,进行了各绳长、绳速度、加速度、绳拉力变化规律的仿真,仿真结果完全符合机构本身的物理意义.

本文的研究为以后该机构的运动控制方案的研究以及控制系统的设计提供依据,提出的方法具有通用性.

## 参考文献:

- [1] 郑亚青,刘雄伟.六自由度绳牵引并联机构的轨迹规划[J].华侨大学学报:自然科学版,2003,24(4):385-389.
- [2] KAWAMURA S,CHOE W,TANAKA S,et al. Development of an ultrahigh speed robot FALCON using wire drive system[J].Journal of the Robotics Society of Japan,1995,15(1):82-89.
- [3] 李颖,朱伯立,张威. Simulink 动态系统建模与仿真基础[M].西安:西安电子科技大学出版社,2004.
- [4] 飞思科技产品研发中心. MATLAB 7 辅助控制系统设计与仿真[M].北京:电子工业出版社,2005.