第32卷增刊 2006年8月

文章编号: 1002-1582(2006)S-0654-05

# 基于光学原理的三维形貌测量技术研究 吴兆喜,黄元庆

(厦门大学 机电工程系, 福建 厦门 361005)

要:为了加快产品开发和保证产品制造质量需要对物体的三维形貌进行精确的测量。光学形貌测量技术由于 其高分辨率、无破坏、数据获取速度快等优点而被认为是最有前途的三维形貌测量方法。 介绍了各种基于光学 原理的三 维形貌测量技术,并作了比较深入的分析和对比,为正确和广泛应用三维形貌测量技术提供了参考。给出了在该领域的 发展方向和研究热点。

关键词:光学测量;三维形貌;综述 中图分类号: TH74 文献标识码: A

# Study on optical methods for 3-D shape measurement

WU Zhao-xi, HUANG Yuan-ging

(Department of Mechanical and Electrical Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: In modern industry, it is necessary to measure accurately the 3-D shape of object to speed up product development and ensure manufacturing quality. Optical methods for shape measurement are considered as the most promising one because of the high resolution, rapid obtainment of the data, and nondestructive quality. Various optical methods for 3-D shape measurement are discussed, their basic principle, advantages and disadvantages are also presented. A reference is given out for right use and wide application of 3-D optical measurement. The current research focus and some idea about perspective trend are presented.

Key words: optical measurement; 3D shape; overview

#### 引 言 1

在三维形貌测量技术中,由于传统的探针式接 触测量方法存在测量时间长、结构复杂、需要进行测 头半径补偿、不能测量软质材料等局限性,因而已很 少使用。而基于光学测量原理的三维形貌测量技术 由于其测量的非接触性、高精度和高分辨率等优点, 再加上采用了各种高性能器件,如半导体激光器 LD、电荷耦合器件 CCD、CMOS 图像传感器、位置传 感器 PSD、数字光学投射器 DLP, 使得光学三维形 貌测量技术在 CAD/CAE、逆向工程、在线检测与质 量保证和机器视觉等领域得到了日益广泛的应用, 已成为一种最有前途的三维形貌测量方法。

#### 测量原理 2

基于光学原理的三维形貌测量技术种类繁多, 根据不同的标准得出的分类也有所不同。下面将各 种方法按原理的不同加以分类介绍,并作简单的比 较。应当指出的是,在某一种测量方法中往往包含 几种不同的测量原理,它们取长补短,相互渗透,因 此本文的分类并不是绝对的。

2.1 飞行时间法

这种方法以直 接测量激光或其他光 源脉冲的渡越时间为 基础<sup>1]</sup>,如图1所示。<sup>Time/Phase measurement</sup> 在测量中,一个目标

脉冲反射回接收传感



图 1 飞行时间法原理图

器而一个参考脉冲通过光纤传送也被传感器接收。 这两个脉冲的时间差被转换成距离。这种方法的典 型的分辨率是在毫米范围。如果采用半导体激光亚 皮秒的脉冲和高精度的电子元件,可以达到亚毫米 的精度。

2.2 双目视觉检测法

双目视觉检测法是基于三角法原理进行测量 的,即两个摄像机的图像平面和被测物体之间构成 一个三角形。若已知两摄像机之间的位置关系,便 可以测量两摄像机公共视场内物体的三维尺寸以及

作者简介: 吴兆喜(1981-), 男, 福建省人, 厦门大学机电工程系博士研究生, 主要从事高精度三维形貌检测的研究。

E-mail: wuzhaoxi@126.com \* 收稿日期: 2006-06-13

空间物体特征点的三维坐标。测量中最关键的技术 是实现空间特征的精确匹配,即求解空间在两个不 同像面中的投影点(共轭对)<sup>[10]</sup>。

2.3 光学探针式测量方法

光学探针式测量方法与传统的机械探针式测量 方法类似,只不过是把聚焦光束当作探针。根据采 用的光学原理不同,光学探针又可以分为几何光学 探针和物理光学探针。

2.3.1 几何光学探针

几何光学探针利用像面共轭特性来检测表面形 貌,有离焦检测和共焦显微镜两种方法。

(1) 离焦误差检测法

离焦误差检测方法的基本原理是将被测表面偏 离聚焦物镜焦点的微小离焦量,通过离焦检测元件 转换为光电探测器上光斑强度或大小及形状的变 化,进而转换为输出电量的变化,离焦量的线性测量 值就反映了被测表面的形貌。利用离焦误差检测原 理进行表面形貌测量的方法有多种,主要有临界角 法<sup>[2]</sup>、像散法<sup>[3]</sup>、傅科刀口法<sup>[4]</sup>和偏心光束法<sup>[5]</sup>等。 这些方法根据测量物镜在测量过程中是否进行自动 调焦又可以分为静态离焦检测法和动态离焦检测 法。各种静态离焦检测法的垂直分辨力较高,一般 可达到 1~10nm,缺点是线性范围较窄(约为 10<sup>(4</sup>m),而且光电探测器对被测表面特性变化及倾 斜较为敏感。动态离焦检测法扩展了测量范围,但 同时降低了测量的垂直分辨力。

(2) 共焦显微镜法

在基于共焦显微 镜原理的光学探针原 理中,那些在物方焦面 的物体的部分在相应 的像平面上显得明亮 和清晰,而那些在焦面 以外的部分则黯淡和 模糊,图2为测量原理 图。测量时物点跟踪



# 图 2 共焦显微镜原理图

被测表面,并被成像在点探测器上。当被测表面与 探测面共轭时,在点探测器上的像点最小,点探测器 接收到的能量最大;当被测表面偏离物点时,探测器 上的像点变大,点探测器接收到的能量变小。测量 时控制物点与被测面重合,保证探测器由最大输出, 便可测出被测表面的形貌。Petran 等采用 Nipkow 盘产生小孔,把达到衍射极限的二维点阵投射到被 测表面,实现了并行处理<sup>[7]</sup>。进一步的, Hans J. Tiziani 等采用旋转的显微透镜阵列盘代替单个的 测量透镜,这个阵列上的每个显微镜头都有很高的 数值孔径,从而大大提高了光效,在保持高的垂直分 辨率的情况下扩大了工作距离<sup>[8]</sup>。扫描共焦显微 镜不仅具有良好的垂直和水平分辨力,可测倾角大 等特点,并且由于其具有良好的深度响应特性,所以 光强对比度强,抗杂散光能力强,但同时它也存在对 针孔的位置和尺寸要求严格,测量范围较小,调节难 度大以及要求被测表面具有高的反射率等不足。

2.3.2 物理光学探针

物理光学探针本质上还是利用干涉原理,通过 测量光程差来检测表面形貌,主要有外差干涉光学 探针和微分干涉光学探针。

外差干涉光学探针<sup>[8]</sup>利用双光束外差干涉原 理来测量被测表面的形貌。两支相干光的一束作为 测量光束经显微物镜聚集在被测表面上,另一束作 为参考光保持光程不变。通过某种方法是两支相干 光的频率产生差异,从而使两束相干光的相位受时 间调制。当光电探测器检测随时间变化的干涉条纹 时,探测器输出电信号中的低频成分的位相就反映 了干涉条纹的位相差。利用位相计测出低频信号的 位相,就可高精度地测出干涉条纹的位相差,从而得 到有关表面形貌的信息。

微分干涉光学探针<sup>[9]</sup>的原理是将光束分成两 束具有微小夹角的光束并聚焦在被测表面形成两个 相距很近的光点,因而这两束相干光的相位差就取 决于被测表面上两聚焦光点间的高度差。利用各种 方法测出位相差,就能获得被测表面形貌的信息。 微分干涉光学探针的一个重要优点在于采用了共光 路系统,抗干能扰强。由于在微分干涉法中,表面形 貌是通过相邻两点的斜率积分而成,因此存在积累 误差的缺点。

光外差干涉光学探针和微分干涉光学探针在垂 直方向具有很高的分辨力,一般可以达到几个纳米, 甚至小于一个纳米,但它们的垂直测量范围很小,只 能用于纳米或亚微米级光滑、连续表面的测量。

2.4 干涉法

干涉法测量表面形貌的原理在于被测量表面的 高度差将引起测量光和参考光之间的相位差的变 化,因此通过对干涉条纹的强度相位信息进行处理 便可得到物体表面的高度信息。干涉法由于可以达 到很高的测量精度和较好的空间分辨率而被广泛使 用。但是由于光波振动的周期性,干涉光强中被位 相调制的干涉项是被测位相的周期性函数,因此在 一般情况下只能得到被测位相关于π的模。由于这 个限制,被测位相的测量范围被限制在π 范围内,与

第32卷

此对应的,表面形貌测量范围被限制在 λ/2(n-1) (透射式测量)或 λ/4(反射式测量)范围内。为使干 涉法能够应用于更广泛的领域,扩展干涉法的测量 范围尤其重要,因此这里主要介绍各种扩大测量范 围的干涉方法。

2.4.1 双波长干涉法<sup>11,12]</sup>

采用波长较长的光波进行干涉测量可扩大测量 范围,但是使用长波测量时,测量光路调整困难,而 且长波不能用于透射测量。而双波长测量法能够在 扩大测量范围的同时克服长波测量的这些缺陷,其 基本思想是,首先采用波长为 $\lambda_1$ 的光束进行测量, 然后用波长为 $\lambda_2$ 的光束再测量一次,利用两次测量 得到的 $\varphi_1$ 和 $\varphi_2$ 便可计算出被测表面的形貌,其计 算公式为

 $h = \begin{cases} \frac{\lambda_{eq}}{2} \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2\pi} + \frac{\lambda_{eq}}{2}, \ \Xi \ \varphi_2 - \varphi_1 \in [-2\pi, -\pi] \\ \frac{\lambda_{eq}}{2} \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2\pi}, \ \Xi \ \varphi_2 - \varphi_1 \in [-\pi, \pi] \\ \frac{\lambda_{eq}}{2} \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2\pi} - \frac{\lambda_{eq}}{2}, \ \Xi \ \varphi_2 - \varphi_1 \in [\pi, 2\pi] \\ \exists \tau \mathbf{r}, \ \lambda_{eq} \ \mathbf{i} \mathbf{k} \mathbf{n} \mathbf{h} \mathbf{S} \mathbf{j} \mathbf{k} \mathbf{k}, \ \mathbf{h} \ \lambda_{eq} = \lambda_1 \lambda_2 / | \lambda_1 - \lambda_2 \\ |_{\circ} \end{cases}$ 

双波长测量在扩大测量范围的同时业放大了测量误差,这种放大了的测量误差可通过双波长测量结果校正单波长测量结果来减小。此外,采用三波长或多波长测量方法可进一步扩大测量范围,同时能够更容易的校正单波长的测量结果,但是校正的步骤和数据处理量将会增大。

2.4.2 白光干涉法

在白光干涉中,光谱中各色光都有可能参加干 涉,并将干涉光强叠加到最后形成的干涉图像上,因 此表面形貌测量中白光干涉形成的干涉条纹是由各 色光干涉图像叠加形成的。被测表面的深度不同, 两束光的干涉光强不同,干涉条纹的对比度不同,组 成干涉条纹的光谱成分也不同。因此,在白光干涉 表面形貌测量中,被测表面的深度信息被编码到干 涉图像的强度、对比度及光谱成分等信息中,由此产 生了干涉条纹对比度法和干涉条纹频谱展开法。

2.4.3 干涉条纹扫描法

干涉条纹扫描法的原理在于被测表面上同一点 所形成的干涉光强随着测量光和参考光之间的光程 差的变化而变化。如果用压电陶瓷等微位移驱动器 沿光轴方向移动样品台或参考镜进行扫描,那么干 涉图像上的每一点的强度将随两干涉光的光程差的 变化而坐周期性的变化,如图3所示。

在扫描时,如果记录下或计算出被测面上每一

点对应的干涉光强达到最小(或最大)电视微位移驱 动器的位置,那么在完成扫描后就能得到整个被测 区域的表面形貌。干涉条纹扫描法的深度测量范围 与干涉光频谱成分有关,大小与干涉长度的一半相 当,其深度分辨率可达纳米量级。





### 2.4.4 波长扫描法

波长扫描法的原理在于检测由于激光器波长调 节而导致的干涉信号周期的变化,当激光器的波长 改变时,被测表面每一点所表现出的干涉强度有以 下公式给出的周期:

$$\Delta k = k_0 = \pi / h$$

据此可以获得物体的高度。垂直分辨率可以从 k。 等于最大调节范围这一条件获得,且有以下公式:

$$\begin{split} \delta_{n} &= \pi / \max \left( \Delta k \right) \\ &= \lambda_{\max} \lambda_{\min} / 2 \left( \lambda_{\max} - \lambda_{\min} \right) \\ &= \lambda_{\min} \left( \lambda_{\min} + \Delta \lambda \right) / 2 \Delta \lambda \end{split}$$

此处△〉为整个波长的移动。这种方法可以解决干 涉法测量中难以解决的漫反射表面和非连续结构如 台阶、孔洞和突起的难题。在参考文献[13]中这种 方法可以测量高度达几个毫米的突起或凹陷,垂直 分辨率可达到几十微米。

用于测量表面形貌的干涉法种类繁多,除了上述几种还有莫尔干涉法、全息干涉法以及散斑干涉法、等等。

2.5 三角法

图 4 为三角测量 法的基本原理<sup>[14]</sup>。如 图所示,激光器发出的 光束经照明光学系统 照射到被测表面上,被 测表面的漫反射光经 成像物镜成像在光电 探测器上。成像光点 在光电探测器上的位



置变化  $\delta$ 是探头和被测表面之间距离  $\Delta_z$  的函数。

当被测表面接近或离开探头时,在光电探测器上成 像光点位置将产生横向位移,通过检测其像点的位 移变化便可求得物体表面位移变化。由几何光学计 算可得位移量  $\Delta_z$  与像点移动量  $\delta$ 之间的关系为

$$\Delta_{Z} = \Delta_{X \cot} \theta = \frac{\partial l_{2}}{d_{1} \tan \theta - \delta}$$

这一关系是非线性的。在三角法测量中,可通过缩 小测量范围,最大程度地得到线性的测量结果。目 前常见的三角法测量系统的量程多为几个毫米,分 辨率为微米级,但是被测表面的颜色、材料、粗糙度、 光学性质以及表面面型等对测量结果有较大的影 响,而且存在遮挡阴影问题。对此出现了不少改进 的方法,如单发射四接收传感器技术和双向扫描三 角测量法<sup>[15]</sup> 等。另外,由于点光源入射三角法必须 通过二维扫描才能得到整个被测表面的形貌,因此 测量速度受到限制。

2.6 光切法

光切法[19] **Q**Laser Image card PC CCD camera Lens (light section Light strip method) 是以点 光源入射的三角 法为基础的,它 用激光线光源经

图 5 光切法测量原理图

Light strip

柱面镜产生平面光照射在被测表面上,在被测表面 上产生一条明亮的光带,通过 CCD 摄像机采集获得 数字图像,经图像处理即得物体在光切面上得二维 信息,若进一步沿第三维扫描,就可得到物体的表面 形貌,如图5所示。与点光源入射的三角法相比,光 切法必须采用 CCD 阵列采集图像,测量速度相对较 快。为了进一步加快测量速度,在光切法的基础上 又提出了结构光编码的方法。编码方式包括颜色编 码、二进制编码和位相编码。这些方法都可归结为 主动式的三角法,都存在测量分辨率不高和阴影遮 挡的缺陷。

2.7 投影栅相位法

投影栅相位法最早由日本学者 Takeda 在 1982 年提出。它是将含有一定相位信息的栅线沿着某一 方向投射到被测物体表面(常见的有正弦光栅等), 物体表面的深度信息将对条纹的振幅和位相进行调 制。采用一定的算法将携带物体深度信息的位相解 调出来,从而得到物体的三维信息。这种方法的测 量领域一般仅局限于宏观物体的测量,纵向分辨率 在微米和亚微米级。研究热点主要在于投影技术和 相位去包裹。

最初用于投影的是实际的光栅,然而用普通的

光学方法制造精确的光栅比较困难,而且在随后的 相位测量中容易出现诸多问题,因此现在一般已不 在使用真正的光栅,而是用计算机生成的虚拟光栅 或电子光栅,常用的有液晶显示 LCD 和投影仪。 LCD 能够克服固定光栅片的瓶颈,通过软件编程即 可获得各种形状、各种频率的光栅,还可以轻松地实 现精确相移,能够大大提高系统的自适应能力,其缺 点是商用液晶器件的分辨率较低,投影的对比度较 低(约为1:20),不容易实现高精度的测量。投影仪 能够获得更精确的光栅条纹,但光栅的实际光强函 数很难计算。在投影条件良好的情况下,投影仪能 获得超过 1:100 的对比度。然而,机构运动造成的 对齐误差和光波的非正弦模式对测量造成的不利影 响需要消除<sup>[17]</sup>。

相位测量是投影栅相位法的关键、根据相位检 测方法的不同,主要有莫尔等高法、移相法、变换法。

2.7.1 莫尔等高法

基本原理是用一块基准光栅来检测被测轮廓面 调制的像栅,由观测到的莫尔图样绘出等高线进而 推断出物体的表面轮廓。根据布局的不同又可分为 照射莫尔和阴影莫尔。正如干涉图的条纹分析最初 是以条纹跟踪为基础,传统的莫尔等高法<sup>18]</sup>是通过 分配条纹级次和确定条纹中心来解调等高线上的高 度信息。这种方法丢失了符号信息,即无法从一幅 等高线图上判断凹凸,而且只能测量整数级相位,现 在已很少使用。扫描莫尔法是投影莫尔法的变形, 利用计算机生成的虚拟栅像和变形栅像叠加成莫尔 等高线。由于虚拟栅像在程序的控制下容易实现移 相和移频,移相解决了传统莫尔法只能测量整数级 相位的缺点,提高了测量精度。扫描莫尔法具有全 场测量、装置简单、视场范围大等特点,而且只用一 幅图解调相位,适合动态测量,它在检测光滑表面 时非常有效,但受表面倾斜度、多义性间隔和阴影遮 挡的限制,而且物体表面反射率的变化将使测量精 度降低。

2.7.2 移相法<sup>19]</sup>

可分为时域移相和空域移相。时域移相测量技 术将投影到物体表面的光栅条纹移动,用得到图像 进行相位解调。时域移相法的计算量少、灵敏度高, 但是时域移相法需要至少三幅在时间轴上的相移条 纹图,因此测量速度受到限制。

空域相移法是采用两个窗函数直接卷积原条纹 图,从而产生多幅相移条纹图,并用时间相移法公式 计算相位,只需要一幅条纹图解调相位,但要求载波 频率很高,且背景、条纹幅值和相位要缓变,否则将

产生较大误差。这种方法的分辨力不高,和对应的 N 步时间相移法相差 N 倍。

2.7.3 变换法

常见的方法有傅里叶变换法。傅氏变换法利用 数字滤波技术,将频率较高的载波和频率较低的面 形分离出来,然后进行反变换,得到包含高度信息的 相位。傅氏变换法用一幅图得到相位值,数字滤波 技术可以消除高次谐波的影响,但是其缺点在于(1) 计算量大;(2)使用 FFT 产生的泄漏、混频、栅栏效 应产生误差;(3)滤出的基频分量必须经过不断地试 错才能得到最准确的滤波器参数。此外还有小波变 换法。

相位包裹现象是所有包含相位测量的方法都难 以避免的问题。前面所讨论的相位测量的方法大都 使用反正切函数计算相位,因此只能返回到之间的 相位值,即相位对2卷叠。因此,必须通过各种算法 重建连续的相位分布,这个过程即为相位去包裹。 相位去包裹技术已成为当前研究的热点,目前有两 种方法。一是用不同条件下记录的多幅相位图实现 相位去包裹的的时域叠相还原技术,如文献[20]使 用高低两种频率光栅场实现了相位去包裹,文献 [21]用小数重合法设计投影频率,最终计算出绝对 相位值。这种方法需要记录多幅图样,难以实现实 时测量。二是抗噪声的叠相还原算法,典型的例子 包括割线法、延展树法、象素排序法、分布处理法、模 拟退火法、神经网络法等。

3 结 论

本文系统地介绍了各种基于光学原理的三维形 貌测量技术及其基本原理。从中可以看到,在众多 的测量方法中,各有各的优缺点,迄今还没有一种通 用的方法。在实际应用中应该根据不同的要求来选 择合适的方法,如测量精度、测量范围、被测表面特 征、测量时间、系统价位等。目前,在该领域的研究 热点包括:(1)在实现大测量范围的同时实现高的测 量精度;(2)提高实时处理速度和抗干扰能力,实现 在线测量;(3)克服所有的基于三角法技术所共有的 遮挡阴影问题。

(上接第653页)

### 参考文献:

- 王延风,卢锷,宋文荣等.空间相机的结构动力学分析[J].光 学<sup>•</sup>精密工程,2003,11(4):50-55.
- [2] 林春福, 卢锷, 卫丕昌. 由热弹性分析探讨空间遥感相机结构形式[J]. 光学<sup>°</sup>精密工程, 1997, 5(1): 35-42.

## 参考文献:

- M oring I Ailisto H, Koivunen V, et al. Active 3-D vision system for automatic model-based shape inspection [J]. Opt. Lasers Eng. 1989 10: 3-4.
- [2] Kohno T, Ozawat N, Miiyamuto K, et al. Practical non-contact surface measuring instrument with one nanometer resolution[J]. Proc Eng, 1985, 7(4): 54-57.
- [3] Mitsui K, Sakai M, Kizka Y. Development of a high resolution sensor for surface roughness [J]. Opt Eng. 1988, 27(6): 498-502.
- [4] Whitehouse D J. Instrumentation for measuring finish, defects and gloss[J]. Proc SPIE, 1985, 525: 106-123.
- [5] Mistsui K. In-Process sensors for surface roughness and their applications[J]. Proc Eng. 1986, 8(4): 24-31.
- [6] 周明宝,林大键,等. 微结构表面形貌的测量[J].光学。精密工程, 1999,7(3):7-12.
- [7] Xiao G Q, Corie T R, Kino G S. Real time confocal scanning optical microscope J. Appl Phys Lett, 1988, 53: 716-718.
- [8] Hans J Tiziant. Confocal principle for macro-and microscopic surface and defect analysis[J]. Opt Eng. 2000, 39(1): 32-39.
- [9] Makosch G, Drolllinger B. Surface profile measurement with a scanning differential ac interferom enter[J]. Appl Opt, 1984, 23 (24): 4544-4553.
- [10] 邾继贵, 王浩, 等. 便携式激光扫描三维形貌测量系统[J]. 机 械工程学报, 2005, 41(2): 166-169.
- [11] Wyant J C. Testing aspherics using two-wavelength holography use of digital electronic techniques [J]. Appl Opt, 1984, 23: 4020– 4030.
- [12] 周明宝.干涉法表面形貌测量使用的扩展深度测量范围的方法[J].光学<sup>6</sup>精密工程,1999,7(4):1-8.
- [13] Ichirou Yamaguchi, Masaru Yano, Surface topography by wavelength scanning interferometry [J]. Opt Eng. 2000, 39(1): 40-46.
- [14] JiZ, Leu M C. Design of op tical triangulation devices [J]. Optics and Laser Technology, 1989, 21(5): 335-338.
- [15] 杜颖 等. 三维曲面的光学非接触测量技术[J]. 光学<sup>。</sup>精密工程, 1999, 7(3):1-6.
- [16] Tsai R Y. A versatile camera calibration technique based on image processing[J]. Chinese Journal of Electron Devices 2002, 25(4): 364-368.
- [17] 潘伟,等. 相移法在光栅投影测量中的应用[J]. 应用光学, 2003. 24 (4): 46-49.
- [18] Jiunn H L, Mani M R. Optical signal processing for shape measurement [A]. Sixth Internatioal Symposium on Signal Processing and its Applications [C]. IEEE, 2001, 2:454-457.
- [19] 郝煜栋,等.光学投影式三维轮廓测量技术综述[J].光学技术,1998,5:57-64.
- [20] 范华,等. 光纤投影双频自动轮廓测量术[J]. 光学学报, 1998, 18(1): 86-89.
- [21] Nadebom W, Andra P. A robust procedure for absolute phase measurement [J]. Opt Las Eng., 1995, 24(2-3): 245-260.
- [22] Judge T R Bryanston-Cross P J. A review of phase unwrapping techniques in fringe analysis[J]. Opt Las Eng , 1994, 21 (4): 199-239.
- [23] Takeda M. Current trends and future directions of fringe analysis
  [J]. Proc SPIE, 1995, 2544; 2-10.
- [3] 辛宏伟. 空间遥感器结构稳定性分析[D]. 长春. 中国科学院长春 光学精密机械与物理研究所, 2003.
- [4] 袁家军,于登云,陈烈民,等. 卫星结构设计与分析[M].北京:宇 航出版社,2004.
- [5] 谢祚水. 结果优化设计概论[J]. 北京: 国防工业出版社, 1997.
- [6] 袁亚湘, 孙文瑜. 最优化理论与方法[J]. 北京:科学出版社, 1997.