

航空宇宙機への実装を考慮した制御則設計手法

濱田 吉郎

電気通信大学大学院 情報理工学研究科

博士 (工学) の学位申請論文

2020年3月

航空宇宙機への実装を考慮した制御則設計手法

博士論文審査委員会

主任指導教員	主査	新 誠一	教授
	委員	田中 一男	教授
	委員	金子 修	教授
指導教員	委員	澤田 賢治	准教授
	委員	小木曾 公尚	准教授

著作権所有者

濱田 吉郎

2020

Control Law Design Considering Implementation to Aerospace Vehicles

Yoshiro Hamada

Abstract

This doctoral thesis proposes control law design methods considering implementation to aerospace vehicles. Among the control problems of aerospace vehicles, this thesis deals with two important issues; "characteristic variation" and "gust response". The former is the problem in which the characteristics of the controlled object change by the change of external environment or movable part of the vehicles. The latter is the problem in which excessive load or acceleration are generated by the aircraft encountering gust. Both are important issues in the automatic control of aerospace vehicles from the beginning to the present, and therefore, they constitute the core of this thesis.

The issues of implementation are twofold: computing power and amount of memory of the onboard computer. The former imposes restrictions on the calculation performed in each control cycle, and the latter imposes restrictions on the amount of data required for the control law. This thesis derives control law design methods theoretically considering these implementation issues. Especially, regarding gain scheduling control and preview control which are used to deal with the two aforementioned important issues in the automatic control of aerospace vehicles, this thesis deals with design techniques suitable for implementation.

These proposed methods are applied to a geostationary satellite in orbit and an experimental aircraft, and their effectiveness is confirmed by flight tests and simulation. In the case of a geostationary satellite, it is shown that the designed control law balances implementability and performance by comparing with other control laws. In the case of aircraft, it is shown that the degradation of the control performance is small compared with other higher order optimal control laws in spite of the simple structure of the designed control law, and that the proposed method can balance the control performance and the implementability.

航空宇宙機への実装を考慮した制御則設計手法

濱田 吉郎

概要

本論文の主題は、航空宇宙機への実装を考慮した制御則設計手法である。航空宇宙機の制御問題の中でも、特に「特性変動」と「突風応答」という二つの課題について論じる。前者は、外部環境や機体の可動部分の変化により制御対象の特性が変化する問題であり、後者は航空機が突風に遭遇することで過剰な荷重や加速度が発生する問題である。「特性変動」と「突風応答」の両者共に、航空宇宙機の自動制御における黎明期から現在に至るまでの重要な課題であり、それ故に本論文の中核を成すものである。

実装上の具体的な問題は、搭載計算機の「演算能力」と「メモリ量」にある。前者により各制御周期で行われる演算に制約が課せられ、後者により制御則に必要なデータ量に制約が課せられる。本論文では、これらの実装上の問題を考慮可能な、理論に基づく制御則設計手法について論じる。特に、航空宇宙機の制御における重要な課題である「特性変動」と「突風応答」に対応する制御則について、実装に適した設計手法を取り扱う。

特性変動への対処としては、ゲインスケジューリング (GS: GainScheduling) 制御が航空宇宙分野に限らず広く使用されている。これは制御対象の特性変動をパラメータを用いて表現し、パラメータの値に応じて制御ゲインを調整 (=スケジューリング) する手法である。GS 制御の設計法について、スケジューリング則を簡便なものに限定することで前者の制約を脱し、スケジューリングに必要な端点 (制御則のデータ) を少なくすることで後者の制約を考慮できる手法を提案する。ここで導出されるゲインスケジューリング則と同様のものは、実際には古典的な手法でも導出可能である。すなわち設計者がパラメータ空間上の設計点を任意に選び、線形な制御則を各設計点で設計した上で、それらを区分線形に補間してゲインスケジューリング制御則とするものである。この場合、設計結果自体は提案手法と同様のものとなる一方、設計点外での安定性や性能は理論的に保証されない。それに対して提案手法は、簡便なスケジューリング則と少ない端点を持ちつつ区分点間での制御性能を保証できる。性能の理論的な保証は古典的な手法に対する優位点であり、簡便なスケジューリング則はスケジューリング則が複雑になりがちな近年の GS 手法に対する優位点である。

突風応答に対応する制御に関しては、ボーイング社の 787 型旅客機に実装されている Vertical Gust Suppression をはじめとして、フィードバック制御による様々な手法が提案されている。本論文で扱うのは、実用化が近いと期待されるドップラーライダーの使

用を前提とした、予見制御と呼ばれる制御手法である。これは一定時間先までの目標値や外乱に関する情報が事前に得られる場合に、それらを積極的に利用することで制御性能を向上させる制御手法であり、ここではライダーで得られる前方の風速情報が事前情報に相当する。本論文では、既にフィードバック制御が実装されているという前提で、ライダー情報を用いる予見フィードフォワード補償を、実装の容易な静的ゲインとして導出する手法を提案する。一般的な予見制御則設計手法では、予見情報を含む拡大系を構成して設計を行うため、予見ステップ数の増加と共に拡大系の次数も増加する。結果的に得られる予見制御則も高次のダイナミクスを持ち、実装時の計算負荷が高くなる。それに対し、提案手法では静的な定数ゲインが得られるため、簡便な構造を持ち、予見ステップ数が増加しても計算負荷が高まることはない。また設計条件として必要十分条件を導出しているため、定数ゲインに限定することによる性能劣化は小さく抑えられる。

これらの提案手法を、軌道上の静止衛星および実験用航空機に適用し、シミュレーションや飛行試験により有効性を確認する。静止衛星の例では、他の制御則との比較により、提案手法による制御則が実装時の問題点を考慮しつつ性能とのバランスを取ったものであることを明らかにする。航空機の例では、設計される制御則が簡便な構造であるにもかかわらず、他の高次制御則と比較して制御性能の劣化が小さいことを示し、提案手法が制御性能と実装性のバランスを取り得ることを示す。

目次

第 1 章	序論	1
1.1	航空宇宙機の自動制御	1
1.2	制御則の実装における問題点	3
1.3	本論文の目的	5
第 2 章	準備	7
2.1	記号の定義	7
2.2	LFT (Linear Fractional Transformation)	8
2.3	信号と線形時不変システムのノルム	8
2.4	L_2 ゲイン	9
2.5	LPV (Linear Parameter-Varying) システムと GS 制御	9
2.6	線形行列不等式 (LMI: Linear Matrix Inequality)	10
第 3 章	実装を考慮した GS 制御則設計法	13
3.1	はじめに	13
3.2	問題設定	14
3.3	従来の設計手法	15
3.4	提案する設計手法	19
3.5	数値例	27
3.6	おわりに	31
第 4 章	適用事例: 大型柔軟構造衛星の姿勢制御	33
4.1	はじめに	33
4.2	きく 8 号制御実験システム構成	34
4.3	提案する設計手法	37
4.4	きく 8 号への適用	42
4.5	軌道上試験結果	52

4.6	おわりに	56
第 5 章	実装を考慮した予見制御則設計法	57
5.1	はじめに	57
5.2	問題設定	58
5.3	提案する予見フィードフォワード補償ゲイン設計法	60
5.4	おわりに	66
第 6 章	適用事例: 航空機の GLA 制御	67
6.1	はじめに	67
6.2	ライダー情報を用いた GLA 制御	68
6.3	予見フィードフォワード補償設計	71
6.4	シミュレーション結果	72
6.5	おわりに	74
第 7 章	結論と課題	77
7.1	本論文のまとめ	77
7.2	今後の課題と展望	78
付録 A	定理 4.1 の証明	81
付録 B	きく 8 号モデルの対称性について	83
付録 C	非最小位相系における予見制御の有効性	85
付録 D	多入力系 ($p > 1$ または $r > 1$) における定理 5.1 の証明について	87
謝辞		88
参考文献		91

第 1 章

序論

本論文の主題は，航空宇宙機への実装を考慮した制御則設計手法である．航空宇宙機の制御問題の中でも，特に「特性変動」と「突風応答」という二つの課題について論じる．前者は，外部環境や機体の可動部分の変化により制御対象の特性が変化する問題であり，後者は航空機が突風に遭遇することで過剰な荷重や加速度が発生する問題である．「特性変動」と「突風応答」の両者共に，航空宇宙機の自動制御における黎明期から現在に至るまでの重要な課題であり，それ故に本論文の中核を成すものである．

次節において，航空宇宙機の自動制御の歴史における両課題に対する取り組みと，その中で制御則がどのように実装されてきたかを説明する．そして本論文の動機となる「制御則の実装における問題点」について，実際の例を用いて説明する．その後本論文の目的を述べ，最後に本論文の構成を記す．

1.1 航空宇宙機の自動制御

1.1.1 黎明期: アナログ制御の時代

航空機の歴史の比較的初期から，自動制御は必須であった．たとえば，ライト兄弟の原動機付き航空機「フライヤー 1 号」の初飛行から 9 年後の 1912 年には，最初のオートパイロット（自動操縦装置）と呼ぶべきものが導入されている．これは微小な大気擾乱によって励起されるスパイラル運動（方位角とバンク角がゆっくり発散する運動）を防ぐためのものである．目標とする姿勢角との偏角を検出するジャイロと，舵角を定める油圧式のサーボモータからなる，単純な比例制御（P 制御）機構であった [1][2]．

これらの初期の航空機はプロペラにより推進力を得ており，巡航速度は概ね時速 500km 以下であった．1940 年代後半からはジェット推進による飛行が主流となり，プロペラ機の 2 倍近い巡航速度が可能となった．これに伴い，大気擾乱とは別の面でも自動制御が必要となって

きた。高速化により短周期モード(ピッチ角速度が主に関与する運動)が速い固有振動数を持つようになり、従来の低速時よりも手動制御の困難さが増したのである。ここでの自動制御の役割は、機体の操縦性の改善により、高速時の手動制御を容易にすることであった。これはレートジャイロ・増幅器・サーボモータなどからなるアナログ制御器によるピッチ角速度の比例フィードバックにより、短周期モードの減衰比を増大させることで実現した [3]。更に、操縦性の改善においては、速度変化による特性(ここでは固有振動数)変動への対処も重要であり、フィードバックゲインを速度に応じて変化させる必要があった。8発ジェット機である B-52 爆撃機では、対気速度計と機械的なリンクからなる機構により、サーボモータのゲインを対気速度に応じて変化させた [4]。

航空機に働く空気力は対気速度の二乗に比例するため、航空機の高速化により、大気擾乱が機体に及ぼす影響も大きくなった。米国空軍による LAMS (Load Alleviation and Mode Stabilization) 計画 [5] では、突風により発生する荷重を軽減し、疲労寿命を延ばすことを目的とする、いわゆる突風荷重軽減 (GLA: Gust Load Alleviation)^{*1}制御の研究が行われた。ここでは従来型の機械式操縦装置に代わり、電気信号で操舵用のアクチュエータを直接動かすフライ・バイ・ワイヤ (FBW: Fly-By-Wire) と呼ばれる電気式操縦装置がアナログ計算機 TR-48 と共に導入された。GLA 制御則として伝達関数ベースの低次フィルタと比例ゲインの組み合わせがアナログ計算機上で実装され、B-52 による飛行試験で実際に突風荷重が軽減されることを示した。この計画では、異なる速度および高度の組み合わせからなる三種類の飛行条件で飛行試験を実施し、条件の違いによる特性変化に対しては、ゲインを条件毎に切り替えることで対応した。

1.1.2 発展期: デジタル制御の時代

プロペラからジェットへと推進力が変遷した航空機に対し、真空である宇宙空間を飛行する必要性から、宇宙機ではロケット推進システムが用いられた。ここでは手動制御を閉ループに残すことによる性能限界を回避するため、当初から制御の全自動化が企図された [6]。一例としてアポロ宇宙船の航法誘導制御システムが挙げられる。宇宙飛行士を安全に月に送り地球に帰すためには高精度の航法が必要であり、その実現のために拡張カルマンフィルタがアポロ誘導コンピュータに実装された [7]。一般に、現代制御レベルのアルゴリズムが実装可能なのは、16ビット以上の演算が可能なコンピュータとされている [8]。実際にアポロ誘導コンピュータは、固定小数点 16ビット演算が可能な、当時としては最先端のリアルタイムデジタル計算機であり、この演算能力が高精度の航法誘導制御システムの実装を可能としたのである。

このような制御のデジタル化の流れは、アナログ制御に留まっていた航空機へも繋がって

^{*1} 加速度軽減が目的の場合は「突風応答軽減 (GA: Gust Alleviation)」という表現も存在するが、制御手法や目的がほぼ同じであるため、本稿の表現は GLA に統一する。

いく。前述の FBW とデジタル計算機の組み合わせによる「デジタル FBW」技術の誕生である。NASA の F-8 DFBW プロジェクトでは、上記アポロ宇宙船のデジタル計算機を用いて、F-8C 戦闘機を改造しデジタル FBW 実験機として 1972 年に初飛行させた [9]。このプロジェクトは従来の機械式操縦装置をデジタル FBW に置き換えることを目的とした技術実証であり、デジタル計算機による飛行機の操縦に問題がないことが確認された。これを契機として FBW 機の研究開発が進み、制御則もデジタル計算機上のソフトウェアとして実現され、現代制御に基づく複雑な制御則であっても実装が容易になった。例えば B-52 での機械的なリンクや単純なゲイン切り替えで対処していた機体特性変動も、初のデジタル FBW 実用機である F-16 戦闘機では、ゲインを速度と高度の関数とする自動制御アルゴリズムにより対処可能となった [10]。その後戦闘機だけでなく、旅客機でもデジタル化が進み、1987 年にはエアバス社の A320 型が旅客機初のデジタル FBW 実用機として初飛行している。具体的な制御則については公開されていないものの、Load Alleviation Function (LAF) と呼ばれる一種の GLA 制御が実装されていたことが明らかになっている。突風遭遇時の曲げモーメントを抑制できるため、運用時の荷重制限が緩和され、最大離陸重量の 1.3% 増が可能になったとされる [11]。

また近年では、デジタル計算機により複雑な演算が可能になったことで、新たなセンサを用いた制御も行われるようになった。ボーイング社の 787 型旅客機に搭載された GLA 制御則である Vertical Gust Suppression (VGS) では、姿勢や角速度などの従来のセンサ情報に加え、対気速度、圧力、温度、迎角情報から突風速度を推算して GLA を実現したとされている [12]。遠方の気流速度を計測する光学センサであるドップラーライダーも、まだ研究段階ではあるものの、GLA 制御に有効なものと期待されており、ライダーで得られる前方の風速情報を用いた飛行制御の理論研究が進められている [13]。

1.2 制御則の実装における問題点

以上のように、航空宇宙機における自動制御技術は、搭載される制御機器の能力に従い、古典制御から現代制御へ、単純なゲイン切り替えから複雑なアルゴリズムへ、姿勢角の比例制御から複数センサを用いた GLA 制御へと、高度化が進んできたことがわかる。この進歩をより具体的に説明するために、公開情報から明らかになっている、日本におけるロケットの姿勢制御技術の変遷を Table 1.1 に示す。これらのピッチ・ヨー姿勢制御はメインエンジンの噴射方向を制御することで行われたが、制御装置および制御則はロケットによりそれぞれ異なる。

L-4SC ロケット 5 号機 (L-4SC-5) は宇宙科学研究所の技術開発用ロケットであり、科学衛星打ち上げ用ロケット M-3S の第 1 段姿勢制御系の予備実験として、1979 年に打ち上げられた [14]。ピッチ・ヨーの各軸に対し、アナログ回路により実装された PD 制御が用いられた。1997 年に打ち上げられた M-V ロケット初号機は、誘導制御用デジタル計算機として 32bit

Table 1.1 Implemented attitude control laws of the Japanese rockets.

ロケット名称	L-4SC-5	M-V	イプシロン
打ち上げ年	1979 年	1997 年	2013 年
搭載 MPU	(アナログ回路)	MC68040 (32bit)	HR5000 (64bit)
メモリ (ROM)	–	512KB	2MB
制御則	PD 制御	H_{∞} 制御 26 次 → 6 次 (低次元化)	H_{∞} 制御 10 次

MPU である MC68040 を搭載し、ROM 領域として 512KB を有していた [15]。機体の動特性の不確かさを考慮するため、ピッチ・ヨー制御則はロバスト制御理論の一つである H_{∞} 制御理論を用いて設計された。重み関数も含めた制御対象に対し 26 次の制御則が導出されたが [16]、計算機能力 (メモリ容量) の制約から 6 次まで低次元化した上で実装された [17]。2013 年に試験機が打ち上げられたイプシロンロケットの搭載計算機は、64bit MPU である HR5000 と 2MB の ROM 領域を持つ [18]。制御則設計手法は実績のある M-V のものを踏襲しているが、イプシロンは M-V に比べて機体の空力不安定度が大きいいため、突風外乱に対する応答性を確保するために新たに 4 次の横加速度フィードバックを加え、計 10 次の制御則として実装されている [19]。

これらの例からわかるように、制御則の実装は搭載計算機の能力に強く依存する。アナログ回路による実装は、PD 制御のように単純な構造であれば可能だが、6 次の状態空間表現を持つ制御則の実装は不可能か、できたとしても大変困難である。6 次が限界だった M-V 搭載計算機の 4 倍のメモリ量があつてこそ、イプシロンにおける 10 次の制御則の実装が可能となった。L-4SC のように制御則の構造が十分シンプルか、あるいはイプシロンのように搭載計算機能力が十分高ければ、実装上の問題は発生しない。問題は M-V の 26 次の制御則のように、搭載計算機能力が制御則に対して釣り合わない場合である。制御則を設計した後で、実装に適した形に変更することは、上述の通り実際に (低次元化として) 行われたことであり、実装上の工夫の一つではある。しかしこの手法は、実装に適した形に変更する過程で当初の性能要求が満たされなくなるおそれがあり、ある程度の試行錯誤を必要とする。場合によっては、実装に適した形の中に性能要求を満足するものが存在せず、制御則の設計からやり直す形での「手戻り」が発生することもあり得る。このような事態を防ぐには、設計時において実装まで考えること、つまり最初から実装に適した制御則となる前提で、性能を満足するように設計を行うことが望ましい。

1.3 本論文の目的

実装上の具体的な問題は、搭載計算機の「演算能力」と「メモリ量」にある。前者により各制御周期で行われる演算に制約が課せられ、後者により制御則に必要なデータ量に制約が課せられる。本論文では、これらの実装上の問題を考慮可能な、理論に基づく制御則設計手法について論じる。特に、航空宇宙機の制御における重要な課題である、特性変動と GLA に対応する制御則について、実装に適した設計手法を取り扱う。

特性変動への対処としては、ゲインスケジューリング (GS: GainScheduling) 制御が航空宇宙分野に限らず広く使用されている。これは制御対象の特性変動をパラメータを用いて表現し、パラメータの値に応じて制御ゲインを調整 (=スケジュール) する手法である。GS 制御の設計法について、スケジュール則を簡便なものに限定することで前者の制約を脱し、スケジュールに必要となる端点 (制御則のデータ) を少なくすることで後者の制約を考慮できる手法を提案する。ここで導出されるゲインスケジュール則と同様のものは、実際には古典的な手法でも導出可能である。すなわち設計者がパラメータ空間上の設計点を任意に選び、線形な制御則を各設計点で設計した上で、それらを区分線形に補間してゲインスケジューリング制御則とするものである。この場合、設計結果自体は提案手法と同様のものとなる一方、設計点外での安定性や性能は理論的に保証されない。それに対して提案手法は、簡便なスケジュール則と少ない端点を持ちつつ区分点間での制御性能を保証できる。性能の理論的な保証は古典的な手法に対する優位点であり、簡便なスケジュール則はスケジュール則が複雑になりがちな近年の GS 手法に対する優位点である。

GLA に関しては、787 型旅客機の VGS をはじめとして、フィードバック制御による様々な手法が提案されている。ここで扱うのは、実用化が近いと期待されるドップラーライダーの使用を前提とした、予見制御と呼ばれる制御手法である。これは一定時間先までの目標値や外乱に関する情報が事前に得られる場合に、それらを積極的に利用することで制御性能を向上させる制御手法であり、ここではライダーで得られる前方の風速情報が事前情報に相当する。本論文では、既にフィードバック制御が実装されているという前提で、ライダー情報を用いる予見フィードフォワード補償を、実装の容易な静的ゲインとして導出する手法を提案する。一般的な予見制御則設計手法では、予見情報を含む拡大系を構成して設計を行うため、予見ステップ数の増加と共に拡大系の次数も増加する。結果的に得られる予見制御則も高次のダイナミクスを持ち、実装時の計算負荷が高くなる。それに対し、本提案手法では静的な定数ゲインが得られるため、簡便な構造を持ち、予見ステップ数が増加しても計算負荷が高まることはない。また設計条件として必要十分条件を導出しているため、定数ゲインに限定することによる性能劣化は小さく抑えられる。

これらの提案手法を、軌道上の静止衛星および実験用航空機に適用し、シミュレーションや

飛行試験により有効性を確認する。静止衛星の例では、他の制御則との比較により、提案手法による制御則が実装時の問題点を考慮しつつ性能とのバランスを取ったものであることを明らかにする。航空機の例では、設計される制御則が簡便な構造であるにもかかわらず、他の高次制御則と比較して制御性能の劣化が小さいことを示し、提案手法が制御性能と実装性のバランスを取り得ることを示す。

また、実問題における制御性能を考える際に、不安定零点の存在が制約条件となる場合がある。フィードバック制御が達成可能な性能は不安定零点により制約を受けるため [20]、制御対象がこれを含む場合は制御性能と実装性のバランスは大きく崩れる。本論文では航空宇宙機において不安定零点がどのように関わってくるか、また上記のバランスを考慮しつつどのように対処すべきかについても言及する。

1.3.1 本論文の構成

本論文は以下のように構成される。

第 2 章では本論文で必要な数学的準備として、使用される記号の定義および幾つかの制御用語について簡単に復習する。

第 3 章では状態フィードバック系の GS 制御則設計手法を提案し、簡単な数値例を通して他の既存手法に対する実装上の優位性を示す。第 4 章は大型柔軟構造衛星を取り扱う。第 3 章における議論を拡張することで、パドル回転角により振動特性が変化する衛星に対しても提案する GS 設計手法が適用可能であることを示す。提案手法を含む複数の制御則は衛星に実装され、軌道上制御実験により有効性の検証が行われた。実験結果から、提案手法が他の手法と比較して実装上の優位性を持つことを示す。

第 5 章は予見制御則設計法を取り扱う。既設のフィードバック系が静的または動的のいずれの場合も、LMI 条件で表される評価指標を満足する予見フィードフォワード補償が静的なゲインとして導出可能であることを示す。第 6 章は実験用航空機を用いた GLA 制御について論ずる。第 5 章で提案する予見制御則設計法により、実装が容易な静的予見フィードフォワードゲインが導出され、理論上最適な動的予見制御則と比較して遜色のない性能が得られることをシミュレーションを通して明らかにする。

第 7 章は本論文のまとめであり、得られた結果と今後の展望について述べる。

第 2 章

準備

2.1 記号の定義

$:=$	左辺を右辺で定義する
$=:$	右辺を左辺で定義する
\mathbf{R}	実数の集合
\mathbf{R}^n	実数を要素とする n 次元ベクトルの集合
$\mathbf{R}^{m \times n}$	実数を要素とする m 行 n 列の行列の集合
I_n	n 行 n 列の単位行列
$\mathbf{1}_n$	全ての要素を 1 とする n 次元ベクトル
$\mathbf{0}_{m \times n}$	全ての要素を 0 とする m 行 n 列の行列
$\mathbf{0}_n$	全ての要素を 0 とする n 次元ベクトル
$\text{diag}\{A, B, \dots\}$	行列 A, B, \dots からなるブロック対角行列 (通常の記法と異なり, 各行列は正方とは限らないものとする)
$\text{trace}(A)$	行列 A のトレース
$A \otimes B$	行列 A と B のクロネッカ積
$(*)^T$	直前に現れる (行列) 項の転置行列
A^\perp	行列 A に対し $A^\perp A = 0$ を満たす行フルランク行列
H_{zw}	信号 w から z までの伝達関数
$\mathcal{F}_l\{\cdot, \cdot\}$	lower LFT (第 2.2 節参照)
$\mathcal{F}_u\{\cdot, \cdot\}$	upper LFT (第 2.2 節参照)
$\ \cdot\ $	信号の L_2 ノルム (第 2.3 節参照)
$\ \cdot\ _2$	線形システムの H_2 ノルム (第 2.3 節参照)
$\ \cdot\ _\infty$	線形システムの H_∞ ノルム (第 2.3 節参照)
$\ \cdot\ _{L_2}$	システムの L_2 ゲイン (第 2.4 節参照)

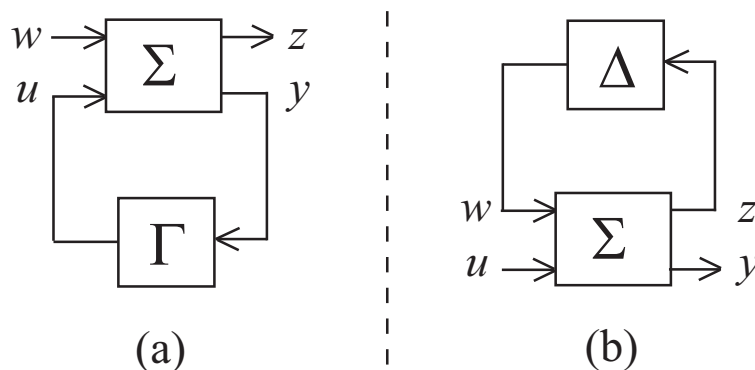


Fig. 2.1 (a) Lower LFT. (b) Upper LFT

2.2 LFT (Linear Fractional Transformation)

Fig. 2.1 (a) のブロック図において，二つのシステム Σ, Γ の入出力関係が

$$\Sigma : \begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}$$

$$\Gamma : u = Gy$$

と表されたとする．このとき w から z への伝達関数を Σ と Γ の lower LFT と定義し， $\mathcal{F}_l\{\Sigma, \Gamma\}$ と表記する．つまり，

$$\mathcal{F}_l\{\Sigma, \Gamma\} := S_{11} + S_{12}G(I - S_{22}G)^{-1}S_{21}$$

である．

また Fig. 2.1 (b) のブロック図において，

$$\Delta : w = Dz$$

としたときの u から y への伝達関数を upper LFT と定義し， $\mathcal{F}_u\{\Delta, \Sigma\}$ と表記する．

$$\mathcal{F}_u\{\Delta, \Sigma\} := S_{21}(I - DS_{11})^{-1}DS_{12} + S_{22}.$$

2.3 信号と線形時不変システムのノルム

信号 $z(t)$ の L_2 ノルムは以下のように定義される．

$$\|z\| := \sqrt{\int_0^{\infty} |z(t)|^2 dt}$$

連続時間システムの H_2 ノルムおよび H_∞ ノルムは、伝達関数を $G(s)$ として以下のように定義される。

$$\|G\|_2 := \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{trace}(G(j\omega)^* G(j\omega)) d\omega}$$

$$\|G\|_\infty := \sup_{\omega \in \mathbf{R}} \sigma_{\max}(G(j\omega))$$

ただし $\sigma(\cdot)$ は最大特異値を表す。

離散時間システムでは、伝達関数を $G_d(z)$ として以下のように定義される。

$$\|G_d\|_2 := \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \text{trace}(G_d(e^{j\theta})^* G_d(e^{j\theta})) d\theta}$$

$$\|G_d\|_\infty := \max_{\theta \in [0, 2\pi)} \sigma_{\max}(G_d(e^{j\theta}))$$

2.4 L_2 ゲイン

非線形システムや時変システム (後述する LPV システムも含む) に対しては、 H_∞ ノルムと類似の概念として L_2 ゲインを導入する。非線形システム Σ の入力を w , 出力を z として、 Σ の L_2 ゲインは以下のように定義される。

$$\|\Sigma\|_{L_2} = \sup_w \frac{\|z\|}{\|w\|}$$

2.5 LPV (Linear Parameter-Varying) システムと GS 制御

LPV システムと GS 制御について、文献 [21] では次のように説明されている。すなわち線形システムにおいて、その状態空間表現の係数行列が時変パラメータ (システム外部より与えられ、有界かつ実時間で観測可能とする) に陽に依存するものを LPV システムと呼ぶ。

例えば連続時間系の場合、時変パラメータを $\theta(t)$ として

$$\dot{x} = A(\theta)x + B(\theta)u,$$

$$y = C(\theta)x + D(\theta)u,$$

のような形で表される。

この LPV システムに対して、時変パラメータ $\theta(t)$ に応じてゲインが変動する以下の制御則を考える。

$$u = K(\theta)y.$$

この制御則は LPV システムの動特性変化に合わせてゲインが変化する．このようにシステムの変化に合わせて制御則が変化する制御手法を一般に GS 制御と呼び， $\theta(t)$ をスケジューリングパラメータ， $K(\theta)$ をスケジュールドゲインと呼ぶ．

2.6 線形行列不等式 (LMI: Linear Matrix Inequality)

対称行列 A の全ての固有値^{*1}が正であるとき， A を正定行列と呼び

$$A > 0$$

と記述する．また対称行列 A の全ての固有値が非負であるとき， A を半正定行列と呼び

$$A \geq 0$$

と記述する．この (半) 正定性の意味での行列不等式のうち，行列変数に関して線形であるものを線形行列不等式 (LMI: Linear Matrix Inequality) と呼ぶ．

より一般的には， n 次のベクトル変数

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$$

と $n + 1$ 個の対称行列 $A_i (i = 0, 1, \dots, n)$ によって定義される行列値関数

$$A(x) = A_0 + x_1 A_1 + \dots + x_n A_n$$

を考える．このとき上記の正定性の意味での不等式

$$A(x) > 0$$

を LMI と呼ぶ．LMI の解集合は凸集合であり，凸計画問題として数値的に解が求まる．近年では内点法に代表される効率的な求解アルゴリズムで解くことができるため，制御系設計問題は LMI に帰着されることが多い．

LMI を構築する上で重要な補題として，Schur 補題が知られている．ここでは文献 [22] における記法および証明を示す．

補題 2.1 $P \in \mathbf{R}^{n \times n}, Q \in \mathbf{R}^{m \times m}, S \in \mathbf{R}^{n \times m}$ について，次の (i)(ii)(iii) は等価である．

(i)

$$\begin{bmatrix} P & S \\ S^T & Q \end{bmatrix} > 0 \quad (2.1)$$

(ii) $Q > 0$ かつ $P - SQ^{-1}S^T > 0$

(iii) $P > 0$ かつ $Q - S^T P^{-1}S > 0$

^{*1} 対称行列の固有値は全て実数であることに注意．

証明 (i) と (ii) の等価性について、次のフルランク行列を考える。

$$T = \begin{bmatrix} I_n & -SQ^{-1} \\ 0 & I_m \end{bmatrix}$$

式 (2.1) の左右から、行列 T とその転置行列 T^T を乗ずると以下を得る。

$$T \begin{bmatrix} P & S \\ S^T & Q \end{bmatrix} T^T = \begin{bmatrix} P - SQ^{-1}S^T & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix} > 0$$

よって (i) と (ii) は等価である。(i) と (iii) についても同様に示すことができる。

なお上記証明の LMI において、サイズを明記せず 0 行列を用いている。これと同様に、本文中の LMI の要素においても、上下左右の行列からサイズが明らかな場合には、サイズを明記せず 0 と記述する場合がある。

第 3 章

実装を考慮した GS 制御則設計法

3.1 はじめに

航空宇宙分野における制御対象の特性は常に一定ではなく、何らかのパラメータによって変化するものが多い。航空機に作用する空気力は動圧や大気密度によって変化するため、航空機は速度や高度変化に応じて異なる運動特性を示す。また宇宙機の太陽電池パドルは常に回転しているため、パドル回転角によって宇宙機の振動特性は変化する。このような特性変化を持つ制御対象に対しては、固定ゲインで制御するのではなく、変化に応じてゲインを調整する GS 制御が有効であると古くから経験的に知られてきた。

初期の GS 制御は、幾つかのパラメータ値を「代表点」として選び、各代表点でゲインを設計し、他のパラメータ値においては設計したゲインを線形補間などで内挿することで特性変化に対応した [23]。この手法は簡便なため現在でもしばしば用いられるが、代表点間の安定性や制御性能について理論的に保証することができないという欠点を持つ。代表点間の安定性などについては、設計後にシミュレーション等で確認する作業が必要となる。その後ロバスト制御理論の発展に伴い、全パラメータ領域での制御性能を理論的に保証する設計手法の研究が進められてきた。特に LPV システムとして表現できる制御対象に関しては、数多くの研究がこれまでに成されている。初期の研究においては、設計条件で現れる Lyapunov 関数をパラメータ依存でない固定の関数として解析・設計条件が導出されていた (例えば [24, 25, 26] など)。同時に、Lyapunov 関数をパラメータ非依存と限定することによる解の保守性の問題も明らかになっていった。その後、この保守性を排除するために、パラメータ依存関数として Lyapunov 関数を導出する手法の研究が進められた [27, 28, 29, 30, 31, 32]。これらは保守性を排除できるものの、導出されるゲインはその引き換えとして複雑なものとなっていた。これは導出されるゲインが Lyapunov 関数の一部を利用する形となっているためである。保守性を排除するために Lyapunov 関数を複雑なパラメータ依存関数として表現することで、導出されるゲインも同様に複雑なパラメータ依存関数になってしまうのである。この複雑さは実装時に大きな問

題となる。すなわち、実装のためにより多くのメモリ量を必要とする、または各パラメータ値においてその都度逆行列演算を必要とする、という問題が生じる。最新の計算機環境で実装できるのであればこれらは問題にはならないが、基本的に信頼性を重視する傾向にある航空宇宙分野においては、航空宇宙機での実績が十分とは言えない最新の計算機環境を実装で用いることはまれである。この場合、実装においては搭載計算機に極力負担をかけないGS制御が必須となる。

これらの事情を踏まえ、本稿ではパラメータ依存 Lyapunov 関数を用いつつ実装に適したGS制御則を導出する設計法を提案する。パラメータ依存 Lyapunov 関数を求める手法として、スプライン型のパラメータ依存二次形式を利用する研究が既に成されており [28, 29]、この手法を基に設計法を構築する。本稿では Lyapunov 関数の複雑さとゲインの複雑さを分離し、Lyapunov 関数の解のクラスを広げつつ簡便なゲインを導出する手法を提案する。設計条件はラインサーチパラメータ*1を含む行列不等式で記述されるが、これは当該パラメータを固定すれば LMI 表現となるため、標準的な LMI ソルバを用いたラインサーチにより解を得ることができる。また本手法での設計時にある制約条件を課すことで、パラメータに関し区分線形なゲインを導出することができる。区分線形なゲインはオンラインでの複雑な計算(逆行列演算など)を必要とせず、単純な線形補間でスケジューリングが可能のため、搭載計算機への負荷が低く実装上好ましい。またゲインの区分点の数も従来手法よりも少なくすることが可能であり、実装時に必要なメモリ量を削減できる。導出されるゲインと制御性能を数値例で示し、従来の手法と比較する。

3.2 問題設定

以下の LPV システムを考える。

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = A(\theta)x + B_1(\theta)w + B_2(\theta)u, \\ z = C_1(\theta)x + D_{11}(\theta)w + D_{12}(\theta)u, \\ y = C_2(\theta)x + D_{21}(\theta)w + D_{22}(\theta)u, \end{cases} \quad (3.1)$$

ここで $x \in \mathbf{R}^n$ は制御対象の状態量、 $w \in \mathbf{R}^r$ は外乱入力、 $u \in \mathbf{R}^p$ は制御入力、 $z \in \mathbf{R}^m$ は制御出力で $y \in \mathbf{R}^q$ は観測出力を表わす。パラメータ $\theta(t)$ は一次元の*2微分可能な関数で、その値と微分値は以下の領域に収まるものとする。

$$\begin{aligned} \theta(t) &\in \Theta_{\text{val}} := [\underline{\theta}, \bar{\theta}], \\ \dot{\theta}(t) &= \omega(t) \in \Omega_{\text{val}} := [\underline{\omega}, \bar{\omega}]. \end{aligned} \quad (3.2)$$

*1 これは設計で用いるパラメータであり、LPV システムの変動パラメータとは異なる。

*2 ここでは簡単のため θ を一次元としているが、二次以上でも同様の議論は可能である。ただしその場合、得られる条件式はより複雑なものとなる。

本章では状態フィードバック系 ($C_2 = I, D_{21} = D_{22} = 0$) の GS 制御則を取り扱う。出力フィードバック系の GS 制御則の導出については第 4 章を参照されたい。

次式で表される静的状態フィードバックを考える。

$$\Gamma : u = F(\theta)x \quad (3.3)$$

ゲイン $F(\theta)$ はパラメータ θ に応じて値が決定される、スケジュールドゲインである。

LPV システムに対して、安定性と L_2 ゲイン性能を保証する以下の条件が知られている。これは有界実補題として知られている結果 [27] を、上記の状態フィードバックを含んだ LPV システム向けに書き直したものである。なお補題中の不等式表現 $X(\theta) \gg 0$ ($X(\theta) \ll 0$) は、ある正数 α について、任意の $\theta \in \Theta_{\text{val}}$ において $X(\theta) \geq \alpha$ ($X(\theta) \leq -\alpha$) が成り立つことを表している。

補題 3.1 任意の $(\theta, \omega) \in (\Theta_{\text{val}} \times \Omega_{\text{val}})$ において、以下の LMI 条件

$$X(\theta) \gg 0, \quad (3.4)$$

$$\begin{bmatrix} Q_{cl}(\theta, \omega) & B_1(\theta) & S^T(\theta) \\ B_1^T(\theta) & -\gamma I_r & D_{11}^T(\theta) \\ S(\theta) & D_{11}(\theta) & -\gamma I_m \end{bmatrix} \ll 0, \quad (3.5)$$

を満足する正数 γ と一回微分可能な対称行列値関数 $X(\theta) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ が存在するとき、閉ループ系 $\mathcal{F}_l\{\Sigma, \Gamma\}$ は指数安定かつ $\|\mathcal{F}_l\{\Sigma, \Gamma\}\|_{L_2} < \gamma$ となる。ただし

$$\begin{aligned} Q_{cl}(\theta, \omega) &:= -\omega \frac{\partial X(\theta)}{\partial \theta} + A(\theta)X(\theta) + X(\theta)A^T(\theta) \\ &\quad + B_2(\theta)F(\theta)X(\theta) + X(\theta)F^T(\theta)B_2^T(\theta), \\ S(\theta) &:= C_1(\theta)X(\theta) + D_{12}(\theta)F(\theta)X(\theta) \end{aligned}$$

であり、解 $X(\theta)$ による二次形式 $x^T(t)X^{-1}(\theta(t))x(t)$ は閉ループ系 $\mathcal{F}_l\{\Sigma, \Gamma\}$ の Lyapunov 関数となる。

本章では、式 (3.1) で表される LPV システムを全パラメータ領域で安定化し制御性能を満足する、実装に適した構造のスケジュールドゲイン (式 (3.3)) を設計する。なお本章では、制御性能を表わす指標として、補題 3.1 と同様に L_2 ゲインを用いる。

3.3 従来の設計手法

式 (3.1) で表される LPV システムに対しスケジュールドゲインを設計する手法は、古くから研究されてきた。ここでは本章で提案する手法と関係の深い、代表的な三つの手法について言及する。

3.3.1 単純補間

後述する二手法は、補題 3.1 に基づいて理論的な安定性および性能を保証するものである。これらに対し、初期のGS制御ではヒューリスティックな設計手法が用いられていた。基本的な考え方は以下の通りである。

- 式 (3.1) のシステムにおいて、ダイナミクスが大きく変わるパラメータ値 (ここでは「代表点」と呼ぶ) を選ぶ。
- 各代表点において、パラメータ値を固定することで得られる線形時不変系に対して、制御性能を満足するゲインを設計する。この際の設計手法は制御目的に応じて選択する。
- 各代表点では、上記で設計されたゲインを用い、それ以外では内挿 (線形補間など) で得られたゲインを用いる。

利点としては、設計が容易であること、スケジューリングが線形補間などの単純な内挿で済むため実装が容易であること、などが挙げられる。しかしこの手法では、各代表点における制御性能は保証できても、それ以外のパラメータ値における制御性能は設計時に理論的に保証することができない。そのため設計後に総当たりで制御性能を解析する必要がある。解析にロバスト制御理論を応用することで省力化を図る研究もあるが [33]、制御性能を満足しない場合は代表点を増やすなどして再設計を行う必要があり、結果的に多大な労力を要する。

3.3.2 パラメータ非依存の変数行列を用いた解法

補題 3.1 の条件に基づき、全パラメータ領域での性能を理論的に保証する手法である [26]。補題 3.1 は、連続値パラメータ $(\theta, \omega) \in (\Theta_{\text{val}} \times \Omega_{\text{val}})$ の全ての値に対して式 (3.4)(3.5) が成り立つことを要求している。これは無限個の行列不等式条件であり、解くことは非常に困難である。そこで制御対象のLPVシステムにある程度の仮定を置くことで、有限個の行列不等式に帰着させることが必要となってくる。本手法では、式 (3.1) の行列 $A(\theta), B(\theta), C(\theta), D(\theta)$ が θ に関して affine な関数 (パラメータが複数の場合はそのポリトープ) として記述され、 $B_u(\theta)$ および $D_u(\theta)$ はパラメータに依存しない (つまり $B_u(\theta) = B_u, D_u(\theta) = D_u$) と仮定する。この場合変数行列 $X(\theta)$ をパラメータ非依存 ($X(\theta) = X, \frac{\partial X(\theta)}{\partial \theta} = 0$) に限定することで、補題 3.1 における条件式を有限個の行列不等式に帰着させることができ、 θ の affine 関数 (パラメータが複数の場合はポリトープ) として表現されるゲインが得られる。具体的には、式 (3.5) をパラメータ領域の端点 $(\underline{\theta}, \bar{\theta})$ で固定した行列不等式を考え、それらを満足する変数行列を求める。これはLMIとして記述できるため、(解が存在する場合は) 容易に解を得ることができる。

この手法により得られるスケジュールドゲインは θ に関して affine であるため、前節で述べた手法と同様に実装が容易である。加えて、全パラメータ領域で制御性能を理論的に保証できるという利点がある。その反面、本来パラメータ依存であるはずの変数行列 $X(\theta)$ を非依存に限定して行列不等式を解いているため、得られる解は保守的である。つまり、解のクラスを狭めているため、本来は存在するはずの解が得られないという事態も起こり得る。

3.3.3 パラメータ依存行列不等式としての解法

前節の手法における保守性を排除するために、補題 3.1 の条件式 (3.4)(3.5) をパラメータ依存行列不等式として解く手法も存在する。この場合、同条件中の変数行列 $X(\theta)$ の解はパラメータ非依存ではなく、パラメータの関数として導出されるため、上述の手法よりも解のクラスが広がり、より保守的でない解が期待できる。これらの手法を代表して、文献 [28] で提案された手法について述べる。

本手法では、(3.1) 式に現れる全ての行列は θ に関して区分線形な関数と仮定する。例えば $A(\theta)$ は、

$$A(\theta) = A_i^\Sigma + \frac{\theta - \theta_i^\Sigma}{\theta_{i+1}^\Sigma - \theta_i^\Sigma} (A_{i+1}^\Sigma - A_i^\Sigma), \quad (3.6)$$

$$\theta \in [\theta_i^\Sigma, \theta_{i+1}^\Sigma], i = 0, 1, \dots, N_\Sigma,$$

と表されるとする。ここで θ_i^Σ は $A(\theta)$ の区分点であり、 $\underline{\theta} = \theta_0^\Sigma < \theta_1^\Sigma < \dots < \theta_{N_\Sigma}^\Sigma < \theta_{N_\Sigma+1}^\Sigma = \bar{\theta}$ という関係にある。これらの θ_i^Σ による領域 Θ_{val} の分割を $D^\Sigma = \{\underline{\theta} = \theta_0^\Sigma, \theta_1^\Sigma, \dots, \theta_{N_\Sigma}^\Sigma, \theta_{N_\Sigma+1}^\Sigma = \bar{\theta}\}$ と記述し、 $A(\theta)$ 以外の行列も同じ分割 D^Σ を持つ区分線形関数とする。ここでは全ての行列がパラメータ依存としているので、前節の手法と比較して緩い仮定となっている。また、分割 D^Σ をより細かく取れば、任意の関数を近似することができるため、実システムに対する仮定としては妥当と思われる。

文献 [28] では、無限個の行列不等式である補題 3.1 の条件と等価な、有限個の LMI から成る条件が導出されている。

補題 3.2 [28] 以下の (i) と (ii) は等価である。

(i) θ の連続値関数であるフィードバックゲイン $F(\theta)$ と、一回連続微分可能な対称行列値関数 $X(\theta)$ が存在して、任意の $(\theta, \omega) \in (\Theta_{\text{val}} \times \Omega_{\text{val}})$ において式 (3.4)(3.5) を満たす。

(ii) D^Σ の細分となるある分割 $D(D = \{\underline{\theta} = \theta_0, \theta_1, \dots, \theta_N, \theta_{N+1} = \bar{\theta}\})$ 、行列 W_k および対称行列 $X_k(k = 0, 1, \dots, N + 1)$ が存在して、 $\omega = \underline{\omega}, \bar{\omega}$ について以下の不等式を満足する。

$$X_k > 0, \quad k = 0, 1, \dots, N + 1, \quad (3.7)$$

$$\begin{bmatrix} Q_{cl(k)} & B_k & S_k^T \\ B_k^T & -\gamma I & D_k^T \\ S_k & D_k & -\gamma I \end{bmatrix} := J_{cl(k)} < 0, \quad k = 0, 1, \dots, N, \quad (3.8)$$

$$\begin{bmatrix} Q_{cl(k)}^- & B_k & S_k^T \\ B_k^T & -\gamma I & D_k^T \\ S_k & D_k & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \quad k = 1, 2, \dots, N+1, \quad (3.9)$$

$$J_{cl(k)} + \frac{1}{2}(L_{cl(k)} + L_{cl(k)}^T) < 0, \quad k = 0, 1, \dots, N, \quad (3.10)$$

ただし $Q_{cl(k)} := A_k X_k + X_k A_k^T - \frac{\omega}{\Delta\theta_k} \Delta X_k + B_{u(k)} W_k + W_k^T B_{u(k)}^T$,

$$Q_{cl(k)}^- := A_k X_k + X_k A_k^T - \frac{\omega}{\Delta\theta_{k-1}} \Delta X_{k-1} + B_{u(k)} W_k + W_k^T B_{u(k)}^T,$$

$$S_k := C_k X_k + D_{u(k)} W_k,$$

$$L_{cl(k)} := \begin{bmatrix} L_{cl(k)}^{11} & \Delta B_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ L_{cl(k)}^{31} & \Delta D_k & 0 \end{bmatrix},$$

$$L_{cl(k)}^{11} := (\Delta A_k X_k + A_k \Delta X_k) + (\Delta B_{u(k)} W_k + B_{u(k)} \Delta W_k),$$

$$L_{cl(k)}^{31} := (\Delta C_k X_k + C_k \Delta X_k) + (\Delta D_{u(k)} W_k + D_{u(k)} \Delta W_k),$$

であり, 上記の Δ は差分を表わす. つまり $\Delta\theta_k := \theta_{k+1} - \theta_k$, $\Delta X := X_{k+1} - X_k$, $\Delta A := A(\theta_{k+1}) - A(\theta_k)$ である.

(ii) が成り立つとき, (i) を満足する $X(\theta)$ と $F(\theta)$ のひとつは以下のように与えられる:

$$X(\theta) = \left\{ \frac{1}{l} \int_{\theta - \frac{l}{2}}^{\theta + \frac{l}{2}} X_S(h) dh \right\}^{-1}, \quad (3.11)$$

$$F(\theta) = W_S(\theta) X_S^{-1}(\theta), \quad (3.12)$$

ここで l は十分小さなある正数であり, X_S と W_S は以下のように定義する.

$$X_S(\theta) = X_k + \frac{\theta - \theta_k}{\theta_{k+1} - \theta_k} (X_{k+1} - X_k),$$

$$W_S(\theta) = W_k + \frac{\theta - \theta_k}{\theta_{k+1} - \theta_k} (W_{k+1} - W_k), \quad \text{for } \theta \in [\theta_k, \theta_{k+1}].$$

前節の手法では, 変数行列をパラメータ非依存に限定することで条件式を導出していたが, 本手法は変数行列 $X(\theta)$ を式 (3.11) の形式に限定することで条件式 (3.7)–(3.10) を導出している. 分割 D を細かく取る (区分点を多くする) ことで, $X(\theta)$ は任意の連続値関数を近似することができるため, 解の保守性を排除することができる. しかし, 前述の手法で得られるゲインと比較して, 本手法で導出されるゲインは式 (3.12) のように複雑なものになっている. 複雑さの要因は次の二点にある.

- パラメータ依存の逆行列演算 ($X_S^{-1}(\theta)$) が含まれているため、各パラメータ値において逆行列演算が必要となる。
- ゲインは $X_S(\theta)$ と同じ分割 D を持つため、保守性を排除するために D を細かくとると、その分だけ実装時に多くの行列を必要とする。

前者は、スケジュール時にその都度逆行列演算が必要であることを意味している。逆行列演算は線形補間などに比べて演算処理に時間がかかるため、CPU 性能と行列のサイズによっては実時間でのスケジュールが不可能になってしまう。後者は実装時に必要なメモリ容量に密接に関係する。式 (3.12) を実現するためには、行列 X_k, W_k を分割 D の区分点の数 ($N + 2$) だけ用意する必要がある。前述の通り、保守性を排除するためには分割 D の区分点を多くする必要があるが、そのことにより実装に必要なメモリ容量が増加してしまう。つまり本手法には、得られる制御性能とメモリ容量の間に明らかなトレードオフが存在する。これを緩和するには、式 (3.12) におけるゲインの導出から $X_S(\theta)$ を排除する必要がある。そのためには補題 3.1 の条件式を $F(\theta)$ と $X(\theta)$ の積の項が現れない形に変形する必要がある。

3.4 提案する設計手法

前節で述べたトレードオフを緩和する、新たな設計手法を提案する。本手法も補題 3.1 に基づくものであるが、まず条件式 (3.5) に対し補助変数を用いた変形を行う [34][35]。その後、補題 3.2 と同様に有限個の条件式に帰着させる。

3.4.1 補助変数を導入した条件の記述

補題 3.1 では $X(\theta)$ と $F(\theta)$ の積を含む項が存在し、これが補題 3.2 で $X_S(\theta)$ とフィードバックゲインが同じ分割を持つ原因となっていた。しかし補助変数を導入することで、 $X(\theta)$ と $F(\theta)$ の積の項を含まない形で、補題 3.1 と等価な条件が導かれる。

補題 3.3 任意の $(\theta, \omega) \in (\Theta_{\text{val}} \times \Omega_{\text{val}})$ において、以下の条件

$$X(\theta) \gg 0, \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} Q(\theta) & B_1(\theta) & X(\theta)C_1^T(\theta) & -X(\theta) \\ B_1^T(\theta) & -\gamma I_r & D_{11}^T(\theta) & 0 \\ C_1(\theta)X(\theta) & D_{11}(\theta) & -\gamma I_m & 0 \\ -X(\theta) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} B_2(\theta)F(\theta) \\ 0 \\ D_{12}(\theta)F(\theta) \\ I_n \end{bmatrix} G(\theta, \omega) \begin{bmatrix} I_n & 0 & 0 & -\epsilon I_n \end{bmatrix} + (*)^T \ll 0, \quad (3.14)
\end{aligned}$$

$$\left(Q(\theta) := -\omega \frac{\partial X(\theta)}{\partial \theta} + X(\theta)A^T(\theta) + A(\theta)X(\theta) \right),$$

を満足する正数 γ , 十分小さな正数 ϵ , 一回微分可能な対称行列値関数 $X(\theta) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ および行列値関数 $G(\theta, \omega) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ が存在するとき, 閉ループ系 $\mathcal{F}_l\{\Sigma, \Gamma\}$ は指数安定かつ $\|\mathcal{F}_l\{\Sigma, \Gamma\}\|_{L_2} < \gamma$ となる.

証明 文献 [34][35] と同様の手法により, 式 (3.5) と式 (3.14) の等価性を示すことで証明が可能である.

式 (3.14) が成り立つとき, 以下の行列

$$\begin{bmatrix} B_2(\theta)F(\theta) \\ 0 \\ D_{12}(\theta)F(\theta) \\ I_n \end{bmatrix}^\perp = \begin{bmatrix} I_n & 0 & 0 & -B_2(\theta)F(\theta) \\ 0 & I_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_m & -D_{12}(\theta)F(\theta) \end{bmatrix}.$$

とその転置行列を式 (3.14) の左右から掛けると, 左辺第二項および第三項は零行列となり, 式 (3.5) を得る.

逆に式 (3.5) が成り立つとき, $X(\theta) > 0$ であるから,

$$\begin{bmatrix} \epsilon B_2(\theta)F(\theta)X(\theta) \\ 0 \\ \epsilon D_{12}(\theta)F(\theta)X(\theta) \end{bmatrix} (2\epsilon X^{-1}(\theta)) \begin{bmatrix} \epsilon X(\theta)F^T(\theta)B_2^T(\theta) & 0 & \epsilon X(\theta)F^T(\theta)D_{12}^T(\theta) \end{bmatrix} \geq 0, \quad (3.15)$$

を満足する小さな正数 ϵ が存在する. ϵ が十分小さければ, 式 (3.5) の左辺にこの項を加えても不等式の向きに変化はない. そして Schur 補題を適用することで,

$$\begin{bmatrix} \star_{11} & B_1(\theta) & \star_{13} & -\epsilon B_2(\theta)F(\theta)X(\theta) \\ B_1^T(\theta) & -\gamma I_r & D_{11}^T(\theta) & 0 \\ \star_{13}^T & D_{11}(\theta) & -\gamma I_m & -\epsilon D_{12}(\theta)F(\theta)X(\theta) \\ -\epsilon X(\theta)F^T(\theta)B_2^T(\theta) & 0 & -\epsilon X(\theta)F^T(\theta)D_{12}^T(\theta) & -2\epsilon X(\theta) \end{bmatrix} \ll 0,$$

$$\star_{11} := -\omega \frac{\partial X(\theta)}{\partial \theta} + A(\theta)X(\theta) + X(\theta)A^T(\theta) + B_2(\theta)F(\theta)X(\theta) + X(\theta)F^T(\theta)B_2^T(\theta),$$

$$\star_{13} := X(\theta)C_1^T(\theta) + X(\theta)F^T(\theta)D_{12}^T(\theta)$$

を得る. これは式 (3.14) の $G(\theta, \omega)$ として $G(\theta, \omega) = G^T(\theta, \omega) = X(\theta)$ を選ぶことに他ならない.

3.4.2 有限個の行列不等式による条件の記述

補題 3.2 と同様に, 式 (3.1) に現れる全ての行列は, 分割 D^Σ を持つ θ に関する区分線形な関数と仮定する. これは一般的な LPV システムを, パラメータに対し区分線形な行列値関数

で近似したものと言える．この近似による誤差の影響は，後述する通りゲイン設計時に考慮することが可能である．また Θ_{val} の分割のうち， D^Σ の細分となるある分割 D

$$D := \{\underline{\theta} = \theta_0, \theta_1, \dots, \theta_N, \theta_{N+1} = \bar{\theta}\}, \quad N \geq N_\Sigma$$

を考える．更に別の分割として， D の両端以外の区分点 $\{\theta_1, \dots, \theta_N\}$ のうち $N_\Gamma (\leq N)$ 個を区分点として持つものを定義し， D^Γ と記述する．

$$D^\Gamma := \{\underline{\theta} = \theta_0^\Gamma, \theta_1^\Gamma, \dots, \theta_{N_\Gamma}^\Gamma, \theta_{N_\Gamma+1}^\Gamma = \bar{\theta}\}, \quad (3.16)$$

$$(\theta_0^\Gamma < \theta_1^\Gamma < \dots < \theta_{N_\Gamma}^\Gamma < \theta_{N_\Gamma+1}^\Gamma, \quad \theta_*^\Gamma \in D).$$

つまり D^Γ は， D の区分点の数（つまり $X(\theta)$ の区分点の数）以下の区分点を持つ Θ_{val} の分割である．後述する通り， D^Γ はフィードバックゲイン $F(\theta)$ の分割を表す．

例 $\Theta_{\text{val}} = [0, 6]$ ， $D^\Sigma = \{0, 6\}$ で， $D = \{0, 2, 4, 6\}$ ($N_\Sigma = 0, N = 2$) の場合を考える．このとき D^Γ の候補は， $\{0, 6\}$ ($N_\Gamma = 0$)， $\{0, 2, 6\}$ ， $\{0, 4, 6\}$ ($N_\Gamma = 1$) および $\{0, 2, 4, 6\}$ ($N_\Gamma = 2$) である．

次の定理は，補題 3.3 の条件に対応する，有限個の行列不等式からなる条件を与える．文献 [28] と同様に，以下では式 (3.14) 中の $G(\theta, \omega)$ を ω に依存しない行列値関数 $G(\theta)$ とする*³．

定理 3.1 次の (i) と (ii) は等価である．

(i) θ の連続値関数であるフィードバックゲイン $F(\theta)$ ，一回微分可能な対称行列値関数 $X(\theta)$ ，正方な行列値関数 $G(\theta)$ および正数 γ, ϵ が存在して，任意の $(\theta, \omega) \in (\Theta_{\text{val}} \times \Omega_{\text{val}})$ において式 (3.13)(3.14) を満たす．

(ii) Θ_{val} の分割 D^Σ ，その細分となる分割 D ，式 (3.16) で記述される分割 D^Γ ， n 次対称行列 X_k ($k = \{0, 1, \dots, N+1\}$)， n 次の正方行列 G_j^Γ ($j = \{0, 1, \dots, N_\Gamma+1\}$)，行列 W_j^Γ ($j = \{0, 1, \dots, N_\Gamma+1\}$) および正数 γ, ϵ が存在して， $\omega = \underline{\omega}, \bar{\omega}$ について以下の不等式を満足する．

$$X_k > 0, \quad k = 0, 1, \dots, N+1, \quad (3.17)$$

$$\begin{bmatrix} Q_{cl(k)} & B_{1(k)} & S_k^T & R_k \\ B_{1(k)}^T & -\gamma I_r & D_{11(k)}^T & 0 \\ S_k & D_{11(k)} & -\gamma I_m & -\epsilon D_{12(k)} W_k \\ R_k^T & 0 & -\epsilon W_k^T D_{12(k)}^T & -\epsilon(G_k + G_k^T) \end{bmatrix}$$

$$=: J_{cl(k)} < 0, \quad k = 0, 1, \dots, N, \quad (3.18)$$

*³ 文献 [29] の結果から， G を ω にも依存した行列としても以下と同様の議論は可能と考えられるが，本稿の主旨から外れるためここでは扱わない．

$$\begin{bmatrix} Q_{cl(k)}^- & B_{1(k)} & S_k^T & R_k \\ B_{1(k)}^T & -\gamma I_r & D_{11(k)}^T & 0 \\ S_k & D_{11(k)} & -\gamma I_m & -\epsilon D_{12(k)} W_k \\ R_k^T & 0 & -\epsilon W_k^T D_{12(k)}^T & -\epsilon(G_k + G_k^T) \end{bmatrix} < 0, \quad (3.19)$$

$$k = 1, 2, \dots, N + 1, \quad (3.19)$$

$$J_{cl(k)} + \frac{1}{2}(L_{cl(k)} + L_{cl(k)}^T) < 0, \quad k = 0, 1, \dots, N, \quad (3.20)$$

ただし, $G_k := G_j^\Gamma + \frac{\theta_k - \theta_j^\Gamma}{\theta_{j+1}^\Gamma - \theta_j^\Gamma}(G_{j+1}^\Gamma - G_j^\Gamma)$,

$$W_k := W_j^\Gamma + \frac{\theta_k - \theta_j^\Gamma}{\theta_{j+1}^\Gamma - \theta_j^\Gamma}(W_{j+1}^\Gamma - W_j^\Gamma),$$

(for k s.t. $\theta_j^\Gamma \leq \theta_k \leq \theta_{j+1}^\Gamma$),

$$Q_{cl(k)} := A_k X_k + X_k A_k^T - \frac{\omega}{\Delta\theta_k} \Delta X_k + B_{2(k)} W_k + W_k^T B_{2(k)}^T,$$

$$Q_{cl(k)}^- := A_k X_k + X_k A_k^T - \frac{\omega}{\Delta\theta_{k-1}} \Delta X_{k-1} + B_{2(k)} W_k + W_k^T B_{2(k)}^T,$$

$$R_k := G_k - X_k - \epsilon B_{2(k)} W_k,$$

$$S_k := C_{1(k)} X_k + D_{12(k)} W_k,$$

$$L_{cl(k)} := \begin{bmatrix} L_{cl(k)}^{11} & \Delta B_{1(k)} & 0 & L_{cl(k)}^{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_{cl(k)}^{31} & \Delta D_{11(k)} & 0 & L_{cl(k)}^{34} \\ 0 & 0 & 0 & -2\epsilon \Delta G_k \end{bmatrix},$$

$$L_{cl(k)}^{11} := (\Delta A_k X_k + A_k \Delta X_k) + (\Delta B_{2(k)} W_k + B_{2(k)} \Delta W_k),$$

$$L_{cl(k)}^{31} := (\Delta C_{11(k)} X_k + C_{11(k)} \Delta X_k) + (\Delta D_{12(k)} W_k + D_{12(k)} \Delta W_k),$$

$$L_{cl(k)}^{14} := \Delta G_k - \Delta X_k - \epsilon(\Delta B_{2(k)} W_k + B_{2(k)} \Delta W_k),$$

$$L_{cl(k)}^{34} := -\epsilon(\Delta D_{12(k)} W_k + D_{12(k)} \Delta W_k),$$

である. $A_k := A(\theta_k)$ であり, $B_{1(k)}$ など他の行列についても同様に定義する. また Δ は差分を表す ($\Delta\theta_k := \theta_{k+1} - \theta_k$, $\Delta X_k := X_{k+1} - X_k$, $\Delta A_k := A_{k+1} - A_k$ など).

(ii) が成り立つとき, (i) を満足する $X(\theta)$ と $F(\theta)$ の一つは, 式 (3.17)-(3.20) を満足する $X_k (k = 0, 1, \dots, N + 1)$ および $W_j^\Gamma, G_j^\Gamma (j = 0, 1, \dots, N_\Gamma + 1)$ を用いて以下のように与えられる. まず分割 D を持つ行列 $X_S(\theta)$ を以下のように定義する.

$$X_S(\theta) := X_k + \frac{\theta - \theta_k}{\theta_{k+1} - \theta_k}(X_{k+1} - X_k),$$

$$\text{for } \theta \in [\theta_k, \theta_{k+1}], \quad k = 0, 1, \dots, N.$$

また分割 D^Γ を持つ行列 $W_S^\Gamma(\theta), G_S^\Gamma(\theta)$ を以下のように定義する.

$$W_S^\Gamma(\theta) := W_j^\Gamma + \frac{\theta - \theta_j^\Gamma}{\theta_{j+1}^\Gamma - \theta_j^\Gamma} (W_{j+1}^\Gamma - W_j^\Gamma),$$

$$G_S^\Gamma(\theta) := G_j^\Gamma + \frac{\theta - \theta_j^\Gamma}{\theta_{j+1}^\Gamma - \theta_j^\Gamma} (G_{j+1}^\Gamma - G_j^\Gamma),$$

$$\text{for } \theta \in [\theta_j^\Gamma, \theta_{j+1}^\Gamma], j = 0, 1, \dots, N_\Gamma.$$

行列 $X(\theta)$ は以下のように定義する.

$$X(\theta) := \frac{1}{l} \int_{\theta - \frac{l}{2}}^{\theta + \frac{l}{2}} X_S(h) dh,$$

ここで l は十分小さなある正数である. このときフィードバックゲイン $F(\theta)$ は以下のように構成される.

$$F(\theta) = W_S^\Gamma(\theta) G_S^{\Gamma-1}(\theta). \quad (3.21)$$

証明 式 (3.13)(3.14) は, 補題 3.2 で扱われている不等式のクラスに含まれる. よって (ii) \Rightarrow (i) は文献 [28] と同様に, 式 (3.13)(3.14) を $X(\theta) \rightarrow X_S(\theta), G(\theta) \rightarrow G_S^\Gamma(\theta), F(\theta) \rightarrow W_S^\Gamma(\theta) G_S^{\Gamma-1}(\theta)$ と置き換えた不等式が D の各区分点間 $\theta \in [\theta_k - \frac{l}{2}, \theta_{k+1} + \frac{l}{2}]$ において成り立つことから示すことができる. ただし本補題では $X_S(\theta)$ の分割 (D) と, $W_S^\Gamma(\theta)$ および $G_S^\Gamma(\theta)$ の分割 (D^Γ) が異なっているため, $\theta_k \notin D^\Gamma$ では G_j^Γ, W_j^Γ の代わりに定理中で定義した G_k, W_k を用いる必要がある.

(i) \Rightarrow (ii) も $D^\Gamma = D$ と選ぶことで, 十分細かな D に対して (ii) が成り立つことが当該文献と同様に示される.

3.4.3 制御系設計問題への応用

式 (3.17)–(3.20) を解く*4ことで, L_2 ゲイン性能を満足するスケジュールドゲイン (3.21) を設計することができる. 本手法の主な特徴は次の二点にまとめられる.

- フィードバックゲイン $F(\theta)$ の導出に, Lyapunov 関数を構成する行列 $X_S(\theta)$ が直接関与しない.
- G_*^Γ を共通の行列 ($G_*^\Gamma = G$) として不等式 (3.17)–(3.20) を解くと, $G_S^\Gamma(\theta)$ がパラメータ非依存となり θ に関して区分線形なフィードバックゲイン $F(\theta)$ を導出できる.

*4 不等式 (3.17)–(3.20) は ϵ を固定値とすれば LMI となるため, ϵ をパラメータとするラインサーチを実行し標準的な LMI ソルバを用いて解を得ることができる [35].

補題 3.2 の設計法では $F(\theta)$ の導出に $X_S(\theta)$ の逆行列を用いているため、 $F(\theta)$ は $X_S(\theta)$ の分割 D と同じ分割を持たざるを得なかった。保守的でない解を得るためには $X_S(\theta)$ の分割を増やす必要があるため、制御性能と実装時に必要なメモリ量 (ゲインの区分点の数に比例) の間にトレードオフが存在した。しかし本手法では、 $X_S(\theta)$ が分割 D を持つ一方、 $F(\theta)$ の導出に用いられるパラメータ依存行列 $W_S^\Gamma(\theta)$ および $G_S^\Gamma(\theta)$ は、 D の部分集合である分割 D^Γ を持つ。結果的に、より保守的でない Lyapunov 関数を得るために $X_S(\theta)$ の区分点の数を増やしても、分割 D^Γ の区分点の数を抑えることができれば少ない区分点を持つ $F(\theta)$ の導出が可能となる。

また区分線形なフィードバックゲインが得られた場合には、スケジュール時に逆行列計算が不要となり、線形補間という単純な演算のみでスケジューリングが可能となる。そのような区分線形なゲインは文献 [26] などの手法でも導出可能であるが、本稿では Lyapunov 関数をパラメータ依存として導出することで保守性が大きく排除されている点が異なる。

上述の利点がある一方、式 (3.17)–(3.20) を解く際には D だけでなくゲインの分割である D^Γ もあらかじめ与えておかなければならないことに注意が必要である。つまり次のような問題「閉ループの L_2 ゲインが γ_0 以下となるスケジュールドゲインのうち、 N_Γ が最小となるものを導出せよ」に対しては、試行錯誤的に D^Γ を与えては解を求めるといった繰り返し操作が必要となる^{*5}。このような限界があるものの、実装上の制約などで予め D^Γ が決められている場合には、条件式を解くだけで L_2 ゲインを最小とするフィードバックゲインが得られる。メモリ量の制約から $N_\Gamma = 0$ とする必要がある場合などに対しては、十分実用的な手法と考えられる。

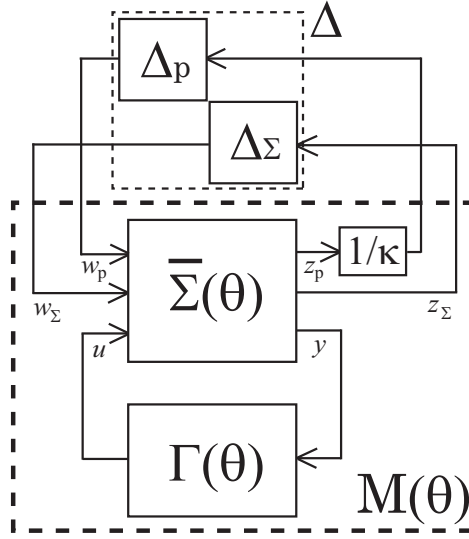
3.4.4 一般的な LPV システムにおける設計手順

LPV システムの各行列がパラメータ θ に関して区分線形な場合は、式 (3.17)–(3.20) を直接解くことによってスケジュールドゲイン (3.21) を求めることができる。より一般的な LPV システムに対しては、以下のように「区分線形なモデル」と近似誤差である「ノルム有界変動」の二つの項で制御対象を記述することで、上記の条件を適用できる。例えば一般的な θ の関数である $A(\theta)$ を、区分線形関数で近似した行列 $\bar{A}(\theta)$ を用いて

$$A(\theta) \in \bar{A}(\theta) + E_a \Delta_a F_a, \quad \|\Delta_a\|_\infty \leq 1$$

とノルム有界な集合としてモデル化する。ここで $\Delta_a \in \mathbf{R}^{n^2 \times n^2}$ は A 行列の各要素の近似誤差を正規化した対角行列であり、行列 E_a, F_a は近似誤差の最大値から求められる (文献 [37] を参照)。他の行列についても同様に記述すると、LPV システムは Fig. 3.1 の LFT 形式で表

^{*5} 分割の最小性は保証されないが、不要と考えられる区分点から順に消去していくアルゴリズムも提案されている [36](第 7.2.1 節も参照)。

Fig. 3.1 Generalized plant and perturbation Δ .

現される．図中 $\bar{\Sigma}$ は区分散形関数で近似されたシステムの拡大系である．

$$\bar{\Sigma} : \begin{bmatrix} \bar{A}(\theta) & \bar{B}_1(\theta) & E_a & E_{b1} & E_{b2} & 0 & 0 & 0 & \bar{B}_2(\theta) \\ C_1(\theta) & D_{11}(\theta) & 0 & 0 & 0 & E_{c1} & E_{d11} & E_{d12} & D_{12}(\theta) \\ F_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F_{b1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{b2} \\ F_{c1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F_{d11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{d12} \\ I_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} .$$

また $\Delta_\Sigma := \text{diag}(\Delta_a, \Delta_{b1}, \Delta_{b2}, \Delta_{c1}, \Delta_{d11}, \Delta_{d12})$, Δ_p は制御性能を考慮するための架空のフルブロック, $\Delta = \text{diag}(\Delta_p, \Delta_\Sigma)$, κ は制御出力に対する定数重みである．図の一般化制御対象について式 (3.17)–(3.20) を解き, 閉ループ系 $M(\theta)$ が $\|M(\theta)\|_{L_2} < 1$ となる解が存在すれば, メインループ定理から $\mathcal{F}_l\{\bar{\Sigma}, \Gamma\}$ は近似誤差 Δ_Σ に対して安定かつ $\|\mathcal{F}_u\{\mathcal{F}_l\{\bar{\Sigma}, \Gamma\}, \Delta_\Sigma\}\|_{L_2} = \|\mathcal{F}_l\{\bar{\Sigma}, \Gamma\}\|_{L_2} < \kappa$ が成り立つ．ただし Δ_Σ はブロック対角構造を持つため, 解く際には構造を考慮して適切なスケーリング行列を導入することが望ましい．

注意 3.1 近似誤差がない場合は, E_*, F_* は共に 0 となり, 解くべき問題は $M(\theta)$ の (1,1) 要素のみの $\|M_{11}(\theta)\|_{L_2} < 1$ となる．近似誤差がある場合は, ない場合よりも問題のサイズが大きくなるため, 性能条件を満足することが難しくなる．特に誤差が大きい場合は, 対応する E_* または F_* の要素の絶対値が大きくなり, Fig. 3.1 中の w_Σ から z_Σ の L_2 ゲインを小さく

することが難しくなり、結果的に性能条件を満足することも難しくなる。よって制御性能を向上させるためには、近似誤差を小さくすること、具体的には近似のための区分点 D^Σ の数を増やすことなどが求められる。

注意 3.2 制御対象の特性により、達成可能な L_2 ゲインが制約を受ける場合がある。ここでは特に、不安定零点を持つ場合の注意点について述べる。定理 3.1 において、LMI 条件 (3.18) および (3.19) は $\omega = \underline{\omega}, \bar{\omega}$ に対して成り立つ必要がある。また Θ_{val} の有界性から、 $\underline{\omega}, \bar{\omega}$ は一方が 0 または双方の符号が異なる。以上のことから、次の LMI は定理 3.1 の必要条件となる。

$$\begin{bmatrix} A_k X_k + X_k A_k^T + B_{2(k)} W_k + W_k^T B_{2(k)}^T & B_{1(k)} & S_k^T & R_k \\ & B_{1(k)}^T & D_{11(k)}^T & 0 \\ & S_k & -\gamma I_m & -\epsilon D_{12(k)} W_k \\ & R_k^T & 0 & -\epsilon W_k^T D_{12(k)}^T - \epsilon(G_k + G_k^T) \end{bmatrix} < 0,$$

for $k = 0, 1, \dots, N + 1$.

これは $\theta_k \in D$ において、ゲイン $F_k := W_k G_k^{-1}$ により閉ループ系の H_∞ ノルムの上界が γ 未満となるための LMI 条件である。更に $D^\Sigma \subseteq D$ であることから、定理 3.1 の必要条件は、近似で用いる区分点 θ_k^Σ において $\|\mathcal{F}_l\{\Sigma(\theta_k^\Sigma), F_k^\Sigma\}\|_\infty < \gamma$ となるフィードバックゲイン F_k^Σ が存在することとなる。仮にある区分点 θ_k^Σ で固定して得られる線形時不変システムが不安定零点を持つ場合、達成可能な H_∞ ノルムは不安定零点により制約を受けるため [20]、その点における達成可能な H_∞ ノルムにより全体の L_2 ゲインも制約を受けることになる。以上のことから、制御対象 Σ がパラメータ値 $\theta \in \Theta_{\text{val}}$ において不安定零点を持つ場合は、達成可能な L_2 ゲインが影響を受けることに留意すべきである。

注意 3.3 実際に制御対象が不安定零点を持つ場合の対処としては、以下に示す方法が挙げられる。これは通常の線形時不変制御における対処と同等である。

- センサ・アクチュエータの配置を変更することで、不安定零点の解消を試みる。
力学系の場合「コロケーション」と呼ばれる条件を満足する場合には不安定零点を持たないことが知られており、後述する第4章の大型柔軟構造衛星モデルがこれに相当する。
- 制御出力を変更することで、不安定零点の解消を試みる。
航空機の縦運動の制御では、加速度を制御出力とした場合に不安定零点が現れることが知られており(第6章も参照)、これを避けるためにピッチレートを制御出力としてフィードバック系を設計する場合がある [38]。

また、不安定零点が特定のパラメータ値 ($\theta_n \in \Theta_{\text{val}}$) においてのみ現れる場合は、 θ_n を除いた領域に限って制御性能を議論することも可能である。具体的には定理 3.1 の式 (3.18)(3.19) に対し、 $k = n$ における γ を γ_n と置き換え、 γ_n を十分大きな値に設定した上で γ を最小化する。この対処により、不安定零点の存在により全パラメータ領域での性能が担保できない場合でも、不安定零点が現れない領域に絞って性能を担保することが可能となる。

3.5 数値例

次の LPV システムを考える [39].

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\theta)x + B_1(\theta)w + B_2(\theta)u, \\ z = C_1(\theta)x + \quad \quad \quad + D_{12}(\theta)u, \end{cases} \quad (3.22)$$

ただし

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 1 + \theta^2 \\ -4 + 0.1\theta & -5 + 0.2\theta + 0.1\theta^2 \end{bmatrix}$$

$$B_1(\theta) = B_2(\theta) = \begin{bmatrix} \theta \\ 1 + \theta^2 \end{bmatrix},$$

$$C_1(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, D_{12}(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

パラメータの領域は $\Theta_{\text{val}} = [-3, 3]$, $\Omega_{\text{val}} = [-1.5, 1.5]$ とする。

このシステムの伝達関数表現は、

$$z = \frac{1}{\Delta(s, \theta)} \begin{bmatrix} (\theta^2 + \theta + 1)s + \theta^4 - 0.1\theta^3 + 1.9\theta^2 + \theta + 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix},$$

$$(\Delta(s, \theta) = s^2 - (0.1\theta^2 + 0.2\theta - 5)s - (\theta^2 + 1)(0.1\theta - 4)),$$

と表される。このシステムの極は

$$s = \frac{0.1\theta^2 + 0.2\theta - 5 \pm \sqrt{(0.1\theta^2 + 0.2\theta - 5)^2 + 4(\theta^2 + 1)(0.1\theta - 4)}}{2}$$

であり、これは $\theta \in \Theta_{\text{val}}$ において安定極となる。また $\theta = 0$ のとき $s = -1$ が、 $\theta = -\frac{1}{11}$ のとき $s = -\frac{122}{121}$ が零点 (かつ極) となるが、どちらの場合も安定零点である。

このシステムの安定性を保証し L_2 ゲインを最小にする状態フィードバックゲイン $F(\theta)$ を、提案手法を用いて求める。制御対象の近似および Lyapunov 関数の区分点数は両端を含めて $31(N_{\Sigma} = N = 29)$ と設定し、区分点は等間隔に配置する。このとき、 $A(\theta)$ および

$B_1(\theta) = B_2(\theta)$ は以下のようにモデル化される.

$$\begin{aligned} A(\theta) &\in \bar{A}(\theta) + E_a \Delta_a F_a \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 + \bar{f}(\theta) \\ -4 + 0.1\theta & -5 + 0.2\theta + 0.1\bar{f}(\theta) \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} 1 \\ 0.1 \end{bmatrix} \Delta_a \begin{bmatrix} 0 & 0.01 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} B_1(\theta) &\in B_2(\theta) = \bar{B}(\theta) + E_b \Delta_b F_b \\ &= \begin{bmatrix} \theta \\ 1 + \bar{f}(\theta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Delta_b \cdot 0.01, \\ &\quad \|\Delta_a\|_\infty \leq 1, \quad \|\Delta_b\|_\infty \leq 1. \end{aligned} \quad (3.24)$$

ここで $\bar{f}(\theta)$ は, θ^2 を両端を含めて 31 の区分点を用いて区分線形に近似した関数である. 本例では $A(\theta)$ および $B_1(\theta)$ の構造から $\Delta_a = \Delta_b \in \mathbf{R}^{1 \times 1}$ であり, 摂動 Δ_Σ はいわゆる repeated scalar ブロックとなる.

区分線形なゲインを得るために $G_S^\Gamma(\theta)$ はパラメータ非依存 ($G_S^\Gamma(\theta) = G_*^\Gamma = G$) とし, ゲインの区分点数については, $N_\Gamma = 0$ (区分点数 2: $D^\Gamma = \{-3, 3\}$), $N_\Gamma = 1$ (区分点数 3: $D^\Gamma = \{-3, 0, 3\}$) の 2 ケースについてゲインを求めた. 最小化した L_2 ゲインの上界値を, 従来の手法による結果と比較する形で Table 3.1 にまとめた. なお本例題の LPV システムは, 上述の通り全ての $\theta \in \Theta_{\text{val}}$ において極・零点共に安定であるため, 設計時に特別な処置を施すことなく提案手法の適用が可能であった.

3.5.1 文献 [39] との性能比較

文献 [39] では, 本稿と同様に補助変数を導入して設計条件を導出している. 当該文献では, 各行列がスケジューリングパラメータの有理関数として記述される LPV システムを, 近似等を用いず直接取り扱うことができる. この手法を用いて, 式 (3.22) のシステムに対して直接スケジュールドゲインを求めた.

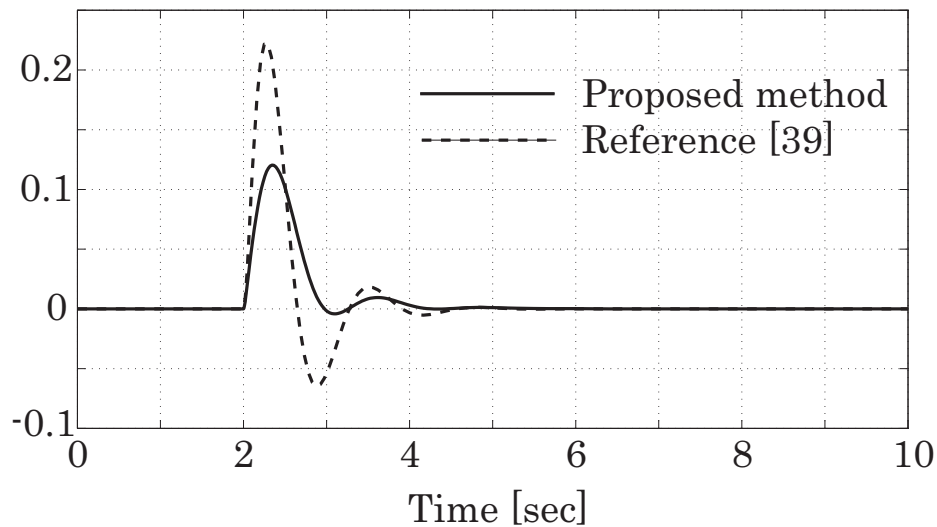
提案する手法で $N_\Gamma = 0$ のケースでは, 文献 [39] の手法よりも L_2 ゲイン性能が若干 (0.5% 程度) 悪くなっているが, $N_\Gamma = 1$ では約 20% 性能が向上している. 文献 [39] および $N_\Gamma = 1$ で求めたゲインを用いて, パラメータ $\theta(t)$ と外乱 $w(t)$ を以下のように与えた場合の応答を Fig. 3.2 および Fig. 3.3 に示す.

$$\begin{aligned} \theta(t) &= 3 \sin(0.5t), \\ w(t) &= \begin{cases} \exp(-2(t-2)) \sin(5(t-2)), & 2 \leq t \leq 6, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \end{aligned}$$

特に $z_1(t)$ の応答において, 性能の差が大きく現れているのがわかる.

Table 3.1 Minimized upper bound of L_2 gain in each case.

Reference [39]	Reference [28]	Proposed method ($G_S^\Gamma(\theta) = G_*^\Gamma = G$)	
		$N_\Gamma = 0$	$N_\Gamma = 1$
1.2441	0.9881	1.2501	0.9991

Fig. 3.2 Response of $z_1(t)$.

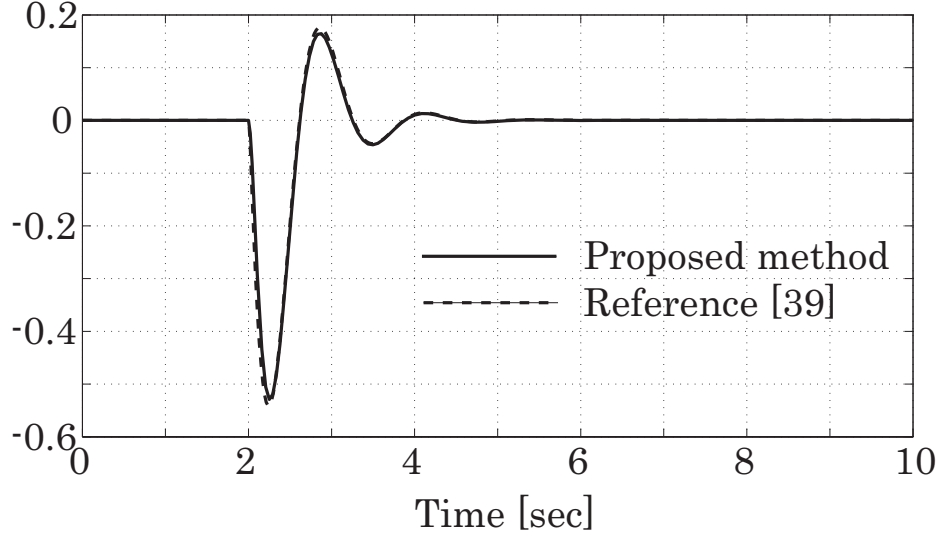
3.5.2 文献 [28] との性能比較

本稿の定理 3.1 の基礎となる文献 [28] の手法を用いても、ある種のスケジュールドゲインを設計することが可能である。提案する手法と同様に、 $N_\Sigma = N = 29$ と設定して、式 (3.23)(3.24) を用いて設計を行なった。なお、文献 [28] の手法では N_Γ は常に N と同じ値となる。

Table 3.1 にある通り、提案手法では $N_\Gamma = 1$ とすることで [28] とほぼ同等の性能を得ることができた。

3.5.3 スケジュールドゲインの構造に関する考察

これらのスケジュールドゲインの構造について考察する。スケジュールドゲインはそれぞれ以下の式で表される：

Fig. 3.3 Response of $z_2(t)$.

■文献 [39] の手法

$$F(\theta) = (Y_0 + \theta Y_1)(X_0 + \theta X_1)^{-1}, \quad (3.25)$$

$$(X_* \in \mathbf{R}^{2 \times 2}, Y_* \in \mathbf{R}^{1 \times 2}).$$

■文献 [28] の手法

$$F(\theta) = W_S(\theta)X_S^{-1}(\theta), \quad (3.26)$$

$$\text{ただし } X_S(\theta) = X_k + \frac{\theta - \theta_k}{\theta_{k+1} - \theta_k}(X_{k+1} - X_k),$$

$$W_S(\theta) = W_k + \frac{\theta - \theta_k}{\theta_{k+1} - \theta_k}(W_{k+1} - W_k),$$

$$\text{for } \theta \in [\theta_k, \theta_{k+1}], k = 0, \dots, 29.$$

$$(X_* \in \mathbf{R}^{2 \times 2}, W_* \in \mathbf{R}^{1 \times 2}).$$

■提案手法 ($N_\Gamma = 1, G_S^\Gamma(\theta) = G_*^\Gamma = G$)

$$F(\theta) = W_S^\Gamma(\theta)G_S^{\Gamma-1}(\theta)$$

$$= \begin{cases} \{W_0^\Gamma + \frac{\theta+3}{3}(W_1^\Gamma - W_0^\Gamma)\}G^{-1}, & -3 \leq \theta \leq 0, \\ \{W_1^\Gamma + \frac{\theta}{3}(W_2^\Gamma - W_1^\Gamma)\}G^{-1}, & 0 \leq \theta \leq 3, \end{cases}$$

$$= \begin{cases} F_0 + \frac{\theta+3}{3}(F_1 - F_0), & -3 \leq \theta \leq 0, \\ F_1 + \frac{\theta}{3}(F_2 - F_1), & 0 \leq \theta \leq 3, \end{cases} \quad (3.27)$$

$$(F_* \in \mathbf{R}^{1 \times 2}).$$

Table 3.2 Number of real parameters required for implementation.

Reference [39]	Reference [28]	Proposed method ($N_{\Gamma} = 1, G_{*}^{\Gamma} = G$)
$n(2p + n + 1)$ =10	$n(p + \frac{n+1}{2})(N + 2)$ =155	$pn(N_{\Gamma} + 2)$ =6

これらの実装時に必要なメモリ量について考察する．Table 3.2 は各ゲインの実装に必要な実数パラメータの数を表している．式 (3.25) のゲインの実装に必要なパラメータ数 10 に対し，提案手法である式 (3.27) では 6 と，データ量として 40% 減となっている．文献 [39] との比較では，性能面だけではなく実装の観点からも有効であることがわかる．

また式 (3.26) は必要パラメータ数 155 と，提案手法と比較して約 25 倍もの差となっている．この大きな差の原因は，Lyapunov 関数の区分の数 N とゲインの区分の数 N_{Γ} が常に等しくならざるを得ない点にある．文献 [28] の手法では，Lyapunov 関数の区分を細かく取ることにより良い制御性能を得ることが可能である．しかしそれと同時にゲインの区分も細かく取る必要がある．結果的に，オンボード計算機への実装が困難なほどのメモリ量を必要とするゲインが導出されることもあり得る．それに対して提案手法は，ゲインの区分数 N_{Γ} も設計パラメータとして扱えるため，Lyapunov 関数に起因する保守性を排除しつつゲインの区分点の数を抑えた設計が可能という利点を持つ．要求される制御性能と実装可能性から総合的に判断して，ゲインの区分点の数を設計時に設定することができる．

またオンラインでスケジュールする際に必要な演算についても言及しておく．式 (3.25)(3.26) で表されるゲインは， θ に依存する逆行列を含んでいるため，スケジューリングサイクル毎に逆行列演算を行なう必要があり，逆行列のサイズによっては搭載計算機に多大な演算負荷をかけることになる．それに対し，式 (3.27) で必要とされる演算は単純な線形補間のみであり，貧弱な搭載計算機でも実装が可能である．この点においても，提案手法により導出されたスケジュール則は従来手法と比較して優れていると言える．

3.6 おわりに

パラメータに対し区分線形なスケジュールドゲインを，パラメータ依存二次形式の Lyapunov 関数を用いて導出する設計手法を提案した．本手法により，従来手法と比較して制御性能を大きく劣化させることなく，実装の容易なスケジュールドゲインを導出することが可能となる．

本章では状態フィードバック系のみを取り扱ったが，出力フィードバック系でも限定的ながら類似の結果を得ることができる．その詳細と柔軟構造衛星の出力フィードバック型姿勢制御系への適用事例については第 4 章で詳しく述べる．

第 4 章

適用事例：大型柔軟構造衛星の姿勢制御

4.1 はじめに

地球観測や衛星通信におけるミッション要求の高度化に伴い、人工衛星の姿勢精度要求は近年ますます高まっている。高精度な姿勢制御を実現するには、太陽電池パドルや大型通信アンテナに代表される柔軟構造物の存在が問題となる。柔軟構造物の振動モードのうち低次のものだけが制御される場合に、制御されない高次振動モードの干渉により発生する「スピルオーバー」[40]と呼ばれる制御系の不安定化である。これらの高次モードによる不安定化を発生させることなく、安定に精度良く姿勢を制御することが必要となっている。

この制御問題に対して現代制御の立場から解を与えるべく、宇宙航空研究開発機構 (JAXA) が運用する技術試験衛星 (ETS: Engineering Test Satellite) VI 型「きく 6 号 (ETS-VI)」を用いた軌道上姿勢制御実験 FLEX (FLexible EXperiments) が 1995 年に実施された [41, 42]。FLEX により、 H_∞ 制御を含む各種ロバスト制御則が人工衛星の制御に対して有効であることが明らかになった。しかしこれらの制御則は、軸間干渉を無視できるものとして単入出力系として設計し、パドル角を固定した状態で実験を行っていた。結果として、今後の大型衛星の開発のために必要な「多入出力系としての制御系設計」と「太陽電池パドル回転による振動特性変動に陽に対応できる制御系設計」という二つの技術課題が残された。

これらの課題を解決するため、2006 年に打ち上げられた技術試験衛星「きく 8 号 (ETS-VIII)」を用いた新たな軌道上姿勢制御実験が計画され [43]、2009 年 6 月および 2010 年 3 月に実施された。FLEX とは異なり、本実験で用いられる複数の制御則はいずれもパドル回転角を陽に考慮した多入出力系として設計されている。これらの制御則の有効性を軌道上で実証することで、上記二課題の解決を目指すものであった。

本章ではこの実験で用いられた制御則のうち、GS 制御による結果について述べる。本制御

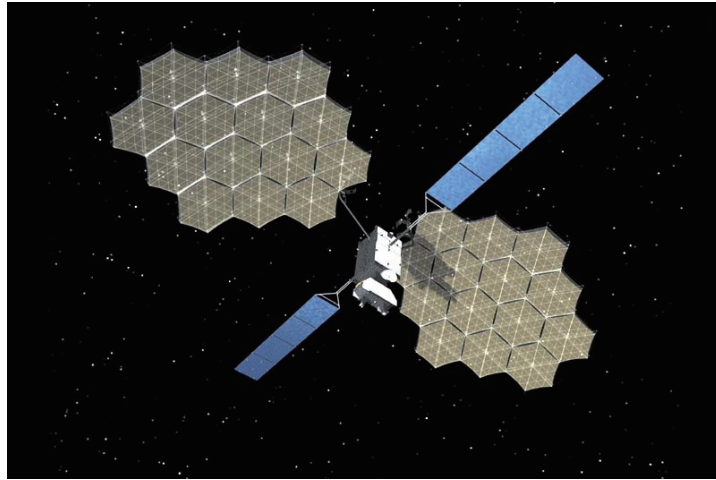


Fig. 4.1 On-orbit configuration of ETS-VIII.

則はパドル回転角に応じてゲインをスケジュールさせるものであり、結果としてパドル角によらず良好な制御性能を得ることができる。また簡便なスケジュール則の採用により、軌道上で必要となる計算時間やメモリ容量が少なく衛星への実装を容易なものとしている。簡便な構造にもかかわらず従来の制御則よりも良い性能であり、他の先進的な制御則との比較においても遜色のない性能を持つという特徴がある。本章では採用したGS制御則について説明し、軌道上実験によって得られた結果について述べる。

4.2 きく8号制御実験システム構成

4.2.1 きく8号について

大型柔軟構造衛星であるきく8号は、2006年12月にH-IIAロケット11号機によって打ち上げられた。本衛星は一連の技術試験衛星の一つである。世界でも最大級となる静止衛星技術の開発を主目的としており、小型地上端末と静止衛星との直接通信技術実験などの様々な基本実験および利用実験を実施してきた。きく8号は重量約3トン、長径約40mであり、柔軟構造物として2枚の大型展開アンテナと2枚の太陽電池パドルを持つ。後者は常に太陽方向を指向するようにピッチ軸周りに24時間で一回転している (Fig. 4.1)。

4.2.2 きく8号軌道上制御実験

きく8号は2009年12月に3年間のミッション期間を超え、翌1月には定常運用を終了し後期利用段階へ移行した。ミッション期間内には実施できなかったチャレンジングなものを含

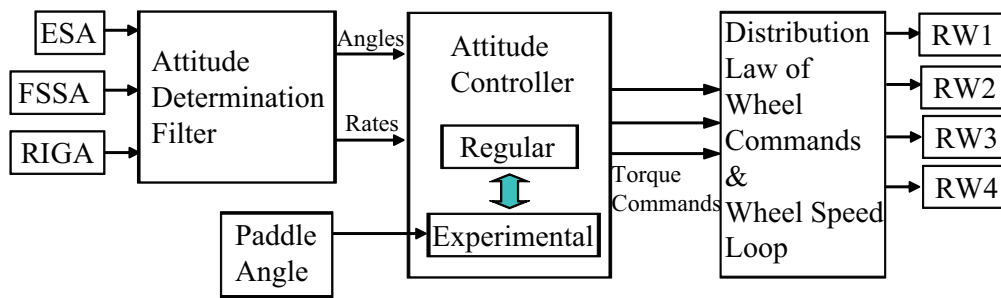


Fig. 4.2 Attitude control system of ETS-VIII.

様々な技術試験が後期利用段階で計画され、本章で述べる軌道上姿勢制御実験もその一つとして計画された。既に述べた通り、この実験における制御課題は以下の二点である。

- 多入出力系としての制御系設計
- 太陽電池パドル回転による振動特性変動に陽に対応できる制御系設計

実験の目的は、今後の大型衛星の開発に必要と考えられるこれらの制御課題に対し、ロバスト制御理論に基づく先進的な制御則を適用し軌道上で有効性を実証することであった。

本実験は技術実証を目的としたものであるため、通常の衛星開発プロセスとは異なる困難が存在した。それは制御系設計と実装が別工程として行われたことと、これまでに搭載実績のない制御則を使用したことに由来する。

通常の新規衛星開発であれば、設計と実装はプロジェクトの中の一連のプロセスとして進められる。そのプロセスの中で、設計と実装の間にはこれまでの実績に基づき定められた明確なインターフェースが設けられる。その結果として、互いに齟齬がないようにプロジェクトは進行し、性能要求を満足する設計と実装が達成される。これに対し本制御実験は、既に存在する衛星に「間借り」する形で、これまでの実績がない新しい制御則を実装し試験を行うものであった。このため設計は JAXA およびその共同研究先が行い、実装は衛星を製作したメーカーが行うという形となった。実績がない制御則が使用されることもあり、結果的に両者間に明確なインターフェースを設けることが難しく、実装にあたり齟齬が発生して再設計を要求される可能性も存在した。そのため制御則設計者としては、要求性能を満足しつつ、実装上の問題が発生しないように極力単純化した制御則を準備する必要があった。

以上の背景から、後述する各実験用制御則の設計担当者は、それぞれの手法で実装までを考慮した制御則設計を実施した。本章で取り上げる出力フィードバック型 GS 制御則も、このような動機から提案され、軌道上制御実験に用いられている。

4.2.3 姿勢制御系

軌道上制御実験における姿勢制御系の構成を Fig. 4.2 に示す。

センサ

姿勢センサとして、地球センサ (ESA), 精太陽センサ (FSS) およびレート積分ジャイロ (RIGA) が搭載されている。三軸の姿勢角とレートは、これらセンサ出力を基に姿勢決定フィルタから推定される。

制御則

制御則は、実験用の制御則と通常のコバス制御則が搭載されている。制御則の出力はロール・ピッチおよびヨー軸のトルクコマンドである。コバス制御則では姿勢決定フィルタで推定された姿勢角とレートを使用するが、実験用制御則ではこれらに加えてパドル回転角も利用できる。制御実験は、コバス制御則から実験用制御則へ切り替えることで開始される。安全のため姿勢角は故障検出系によって常に監視されており、異常時には自動的に実験用制御則からセーフモードへ切り替えられる。

実験用制御則としては以下のものが用意されている (実験実施順):

- PD 制御則 +LPF (ローパスフィルタ)
- DDFB (Dynamic Displacement FeedBack) 制御則
- μ 設計による制御則 [44]
- GS 制御則
- DVDFB (Direct Velocity and Displacement FeedBack) 制御則 [45]

このうち PD 制御則 +LPF はコバス制御則とほぼ同等のものであり、他の制御則との比較データを得るために用意している。後述する実験結果では、GS 制御則による結果とこれらの制御則による結果の比較を行なう。ただし紙面の都合上、DDFB については省略する。

アクチュエータ

アクチュエータとして4つのリアクションホイール (RW1~RW4) をスキュー配置している。最大発生トルクは ± 0.04 Nm である。制御則の出力である各軸トルクコマンドは、コマンド分配則で各ホイールのコマンドへと変換され、ホイール制御則によって回転数を制御している。

制御実験における姿勢制御系としては用いないが、この他に 22 N 二液式スラスタが 12 本装備されている。内訳は姿勢制御およびホイールアンローディング用として 8 本、東西軌道制

御用として 4 本である。これらは制御実験時には、姿勢制御系への外乱源として用いられる。

4.3 提案する設計手法

第 3 章の結果を応用して、出力フィードバック制御則の各行列がパラメータに関して区分線形となる GS 制御則を導出する。

第 3 章同様、以下の LPV システムを考える。

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = A(\theta)x + B_1(\theta)w + B_2(\theta)u, \\ z = C_1(\theta)x + D_{11}(\theta)w + D_{12}(\theta)u, \\ y = C_2(\theta)x + D_{21}(\theta)w + D_{22}(\theta)u, \end{cases} \quad (4.1)$$

ここで $x \in \mathbf{R}^n$ は制御対象の状態量、 $w \in \mathbf{R}^r$ は外乱入力、 $u \in \mathbf{R}^p$ は制御入力、 $z \in \mathbf{R}^m$ は制御出力で $y \in \mathbf{R}^q$ は観測出力を表わす。本章では制御入力から観測出力への直達項はない ($D_{22}(\theta) = 0$) ものとする。一次元のスケジューリングパラメータ $\theta(t) \in \mathbf{R}^1$ は微分可能な関数で、その値と微分値は以下の領域に収まるものとする。

$$\begin{aligned} \theta(t) &\in \Theta_{\text{val}} := [\underline{\theta}, \bar{\theta}], \\ \dot{\theta}(t) &= \omega(t) \in \Omega_{\text{val}} := [\underline{\omega}, \bar{\omega}]. \end{aligned}$$

式 (4.1) に現れる行列は、全て θ の区分線形関数であると仮定する。例えば $A(\theta)$ は

$$A(\theta) = A_i^\Sigma + \frac{\theta - \theta_i^\Sigma}{\theta_{i+1}^\Sigma - \theta_i^\Sigma} (A_{i+1}^\Sigma - A_i^\Sigma), \quad (4.2)$$

$$\theta \in [\theta_i^\Sigma, \theta_{i+1}^\Sigma], i = 0, 1, \dots, N_\Sigma,$$

と表わされる。ここで θ_i^Σ は $A(\theta)$ の区分点である ($\underline{\theta} = \theta_0^\Sigma < \theta_1^\Sigma < \dots < \theta_{N_\Sigma}^\Sigma < \theta_{N_\Sigma+1}^\Sigma = \bar{\theta}$)。以下、この Θ_{val} の「分割」を $D^\Sigma = \{\underline{\theta} = \theta_0^\Sigma, \theta_1^\Sigma, \dots, \theta_{N_\Sigma}^\Sigma, \theta_{N_\Sigma+1}^\Sigma = \bar{\theta}\}$ と呼称する。他の行列も、共通の分割 D^Σ を持つ区分線形関数とする。

導出する出力フィードバック制御則を

$$\Gamma : \begin{cases} \dot{x}_c = A_c(\theta)x_c + B_c(\theta)y, \\ u = C_c(\theta)x_c, \end{cases} \quad (4.3)$$

とする。ここで $x_c \in \mathbf{R}^n$ は制御則の状態変数であり、制御対象と同次 ($= n$) とする。第 3 章と同様に、LPV システムの安定性と L_2 ゲイン性能を保証する条件 [27] を上記の閉ループ系に適用し、以下の補題を得る。

補題 4.1 任意の $(\theta, \omega) \in (\Theta_{\text{val}} \times \Omega_{\text{val}})$ において、以下の行列不等式条件

$$Y_{cl}(\theta) \gg 0, \quad (4.4)$$

$$\begin{bmatrix} Q_{cl}(\theta, \omega) & Y_{cl}(\theta)C_{cl}^T(\theta) & B_{cl}(\theta) \\ C_{cl}(\theta)Y_{cl}(\theta) & -\gamma I_m & D_{cl}(\theta) \\ B_{cl}^T(\theta) & D_{cl}^T(\theta) & -\gamma I_r \end{bmatrix} \ll 0, \quad (4.5)$$

を満足する正数 γ と一回微分可能な対称行列値関数 $Y_{cl}(\theta) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ が存在するとき, Σ と Γ からなる閉ループ系は指数安定かつ $\|T_{zw}\|_{L2} < \gamma$ となる. ただし

$$\begin{aligned} Q_{cl}(\theta, \omega) &:= -\omega \frac{\partial Y_{cl}(\theta)}{\partial \theta} \\ &\quad + A_{cl}(\theta)Y_{cl}(\theta) + Y_{cl}(\theta)A_{cl}^T(\theta), \\ A_{cl}(\theta) &:= \begin{bmatrix} A(\theta) & B_2(\theta)C_c(\theta) \\ B_c(\theta)C_2(\theta) & A_c(\theta) \end{bmatrix}, \\ B_{cl}(\theta) &:= \begin{bmatrix} B_1(\theta) \\ B_c(\theta)D_{21}(\theta) \end{bmatrix}, \\ C_{cl}(\theta) &:= [C_1(\theta) \quad D_{12}(\theta)C_c(\theta)], \\ D_{cl}(\theta) &:= D_{11}(\theta), \end{aligned}$$

であり, 解 $Y_{cl}(\theta)$ による二次形式 $x^T(t)Y_{cl}(\theta(t))x(t)$ は閉ループ系の Lyapunov 関数となる.

第3章と同様に, この条件に対し補助変数を導入し [35] スプライン型のパラメータ依存二次形式 [28] を利用することで, パラメータに対し区分線形な制御則の設計条件を導出することができる. ただし上記の条件には, $B_c(\theta)C_2(\theta)Y_{cl(11)}(\theta)^{*1}$ のように三項のパラメータ依存行列の積が存在し, このままでは文献 [28] の手法を適用できない. また当該項は, 変数行列 $B_c(\theta)$ および $Y_{cl(11)}(\theta)$ の間に行列 $C_2(\theta)$ が挟まれているため, 定理 3.1 で用いられた変数変換 ($F(\theta)G(\theta) = W(\theta)$) も適用できない. そこで以下の定理では, 制御則の入力行列 $B_c(\theta)$ をあらかじめ与えられたパラメータ非依存行列とすることで, パラメータに対し区分線形な動的出力フィードバック制御則の設計条件を導出する. つまり実際に設計されるのは $A_c(\theta)$ と $C_c(\theta)$ であることに注意されたい.

定理 3.1 同様, D^Σ の細分となる分割 D ($D = \{\underline{\theta} = \theta_0, \theta_1, \dots, \theta_N, \theta_{N+1} = \bar{\theta}\}$) と, Θ_{val} の分割のうち D がその細分となる分割 D^Γ を導入する.

$$\begin{aligned} D^\Gamma &= \{\underline{\theta} = \theta_0^\Gamma, \theta_1^\Gamma, \dots, \theta_{N_\Gamma}^\Gamma, \theta_{N_\Gamma+1}^\Gamma = \bar{\theta}\}, \\ D^\Gamma &\subseteq D \quad (N_\Gamma \leq N). \end{aligned} \quad (4.6)$$

次の定理は, 区分点 D^Γ を持つ出力フィードバック制御則 Γ を与える.

定理 4.1 ある D^Σ の細分 D ($D = \{\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_N, \theta_{N+1}\}$), 式 (4.6) で表現される分割 D^Γ , 対称行列 Y_k, S_k ($k = \{0, 1, \dots, N+1\}$), 行列 $G_j^\Gamma, V_j^\Gamma, W_j^\Gamma$ ($j = \{0, 1, \dots, N_\Gamma+1\}$), B_c 及び正数 ϵ, γ が存在して, 不等式 (4.7)–(4.10) を $\omega = \underline{\omega}, \bar{\omega}$ について満足するとき, 不等式

*1 $Y_{cl(11)}$ は Y_{cl} の (1,1) 要素を表す.

$$\begin{bmatrix} Y_k & S_k \\ S_k & S_k \end{bmatrix} > 0, \quad k = 0, 1, \dots, N+1, \quad (4.7)$$

$$\begin{bmatrix} Q_{cl(k)}^{11} & Q_{cl(k)}^{12} & U_k^{1T} & B_{1(k)} & R_k^1 & -\epsilon B_{2(k)} W_k \\ Q_{cl(k)}^{12T} & Q_{cl(k)}^{22} & U_k^{2T} & B_c D_{21(k)} & -\epsilon V_k & R_k^2 \\ U_k^1 & U_k^2 & -\gamma I_m & D_{11(k)} & -\epsilon D_{12(k)} W_k & -\epsilon D_{12(k)} W_k \\ B_{1(k)}^T & D_{21(k)}^T B_c^T & D_{11(k)}^T & -\gamma I_r & 0 & 0 \\ R_k^{1T} & -\epsilon V_k^T & -\epsilon W_k^T D_{12(k)}^T & 0 & -\epsilon(G_k + G_k^T) & 0 \\ -\epsilon W_k^T B_{2(k)}^T & R_k^{2T} & -\epsilon W_k^T D_{12(k)}^T & 0 & 0 & -\epsilon(G_k + G_k^T) \end{bmatrix} \\ =: J_{cl(k)} < 0, \quad k = 0, 1, \dots, N, \quad (4.8)$$

$$\begin{bmatrix} Q_{cl(k)}^{11(-)} & Q_{cl(k)}^{12(-)} & U_k^{1T} & B_{1(k)} & R_k^1 & -\epsilon B_{2(k)} W_k \\ Q_{cl(k)}^{12(-)T} & Q_{cl(k)}^{22(-)} & U_k^{2T} & B_c D_{21(k)} & -\epsilon V_k & R_k^2 \\ U_k^1 & U_k^2 & -\gamma I_m & D_{11(k)} & -\epsilon D_{12(k)} W_k & -\epsilon D_{12(k)} W_k \\ B_{1(k)}^T & D_{21(k)}^T B_c^T & D_{11(k)}^T & -\gamma I_r & 0 & 0 \\ R_k^{1T} & -\epsilon V_k^T & -\epsilon W_k^T D_{12(k)}^T & 0 & -\epsilon(G_k + G_k^T) & 0 \\ -\epsilon W_k^T B_{2(k)}^T & R_k^{2T} & -\epsilon W_k^T D_{12(k)}^T & 0 & 0 & -\epsilon(G_k + G_k^T) \end{bmatrix} \\ < 0, \quad k = 1, 2, \dots, N+1, \quad (4.9)$$

$$J_{cl(k)} + \frac{1}{2}(L_{cl(k)} + L_{cl(k)}^T) < 0, \quad k = 0, 1, \dots, N, \quad (4.10)$$

$$L_{cl(k)} := \begin{bmatrix} L_{cl(k)}^{11} & L_{cl(k)}^{12} & 0 & \Delta B_{1(k)} & L_{cl(k)}^{15} & L_{cl(k)}^{16} \\ L_{cl(k)}^{21} & L_{cl(k)}^{22} & 0 & B_c \Delta D_{21(k)} & -\epsilon \Delta V_k & L_{cl(k)}^{26} \\ L_{cl(k)}^{31} & L_{cl(k)}^{32} & 0 & \Delta D_{11(k)} & L_{cl(k)}^{35} & L_{cl(k)}^{36} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon \Delta G_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon \Delta G_k \end{bmatrix}$$

(4.4)–(4.5) を満足する行列 $Y_{cl}(\theta)$, $A_c(\theta)$, $C_c(\theta)$ が存在する。ただし

$$G_k := \begin{cases} G_j^\Gamma, & (\text{if } \theta_k = \theta_j^\Gamma \in D^\Gamma), \\ G_j^\Gamma + \frac{\theta_k - \theta_j^\Gamma}{\theta_{j+1}^\Gamma - \theta_j^\Gamma} (G_{j+1}^\Gamma - G_j^\Gamma), & (\text{otherwise; } \theta_j^\Gamma < \theta_k < \theta_{j+1}^\Gamma) \end{cases}$$

$$V_k := \begin{cases} V_j^\Gamma, & (\text{if } \theta_k = \theta_j^\Gamma \in D^\Gamma), \\ V_j^\Gamma + \frac{\theta_k - \theta_j^\Gamma}{\theta_{j+1}^\Gamma - \theta_j^\Gamma} (V_{j+1}^\Gamma - V_j^\Gamma), & (\text{otherwise; } \theta_j^\Gamma < \theta_k < \theta_{j+1}^\Gamma) \end{cases}$$

$$W_k := \begin{cases} W_j^\Gamma, & (\text{if } \theta_k = \theta_j^\Gamma \in D^\Gamma), \\ W_j^\Gamma + \frac{\theta_k - \theta_j^\Gamma}{\theta_{j+1}^\Gamma - \theta_j^\Gamma} (W_{j+1}^\Gamma - W_j^\Gamma), & (\text{otherwise; } \theta_j^\Gamma < \theta_k < \theta_{j+1}^\Gamma) \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
Q_{cl(k)}^{11} &:= A_k Y_k + Y_k A_k^T + B_{2(k)} W_k + W_k^T B_{2(k)}^T - \frac{\omega}{\Delta\theta_k} \Delta Y_k, \\
Q_{cl(k)}^{11(-)} &:= A_k Y_k + Y_k A_k^T + B_{2(k)} W_k + W_k^T B_{2(k)}^T - \frac{\omega}{\Delta\theta_{k-1}} \Delta Y_{k-1}, \\
Q_{cl(k)}^{12} &:= A_k S_k + Y_k C_{2(k)}^T B_c^T + B_{2(k)} W_k + V_k^T - \frac{\omega}{\Delta\theta_k} \Delta S_k, \\
Q_{cl(k)}^{12(-)} &:= A_k S_k + Y_k C_{2(k)}^T B_c^T + B_{2(k)} W_k + V_k^T - \frac{\omega}{\Delta\theta_{k-1}} \Delta S_{k-1}, \\
Q_{cl(k)}^{22} &:= B_c C_{2(k)} S_k + S_k C_{2(k)}^T B_c^T + V_k + V_k^T - \frac{\omega}{\Delta\theta_k} \Delta S_k, \\
Q_{cl(k)}^{22(-)} &:= B_c C_{2(k)} S_k + S_k C_{2(k)}^T B_c^T + V_k + V_k^T - \frac{\omega}{\Delta\theta_{k-1}} \Delta S_{k-1},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_k^1 &:= G_k^T - S_k - \epsilon B_{2(k)} W_k, \\
R_k^2 &:= G_k^T - S_k - \epsilon V_k, \\
U_k^1 &:= C_{1(k)} Y_k + D_{12(k)} W_k, \\
U_k^2 &:= C_{1(k)} S_k + D_{12(k)} W_k,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{cl(k)}^{11} &:= (\Delta A_k Y_k + A_k \Delta Y_k) + (\Delta B_{2(k)} W_k + B_{2(k)} \Delta W_k), \\
L_{cl(k)}^{12} &:= (\Delta A_k S_k + A_k \Delta S_k) + (\Delta B_{2(k)} W_k + B_{2(k)} \Delta W_k), \\
L_{cl(k)}^{21} &:= B_c (\Delta C_{2(k)} Y_k + C_{2(k)} \Delta Y_k) + \Delta V_k, \\
L_{cl(k)}^{22} &:= B_c (\Delta C_{2(k)} S_k + C_{2(k)} \Delta S_k) + \Delta V_k, \\
L_{cl(k)}^{15} &:= \Delta G_k^T - \Delta S_k - \epsilon (\Delta B_{2(k)} W_k + B_{2(k)} \Delta W_k), \\
L_{cl(k)}^{16} &:= -\epsilon (\Delta B_{2(k)} W_k + B_{2(k)} \Delta W_k), \\
L_{cl(k)}^{26} &:= \Delta G_k^T - \Delta S_k - \epsilon \Delta V_k, \\
L_{cl(k)}^{31} &:= (\Delta C_{1(k)} Y_k + C_{1(k)} \Delta Y_k) + (\Delta D_{12(k)} W_k + D_{12(k)} \Delta W_k), \\
L_{cl(k)}^{32} &:= (\Delta C_{1(k)} S_k + C_{1(k)} \Delta S_k) + (\Delta D_{12(k)} W_k + D_{12(k)} \Delta W_k), \\
L_{cl(k)}^{35} &:= -\epsilon (\Delta D_{12(k)} W_k + D_{12(k)} \Delta W_k) \\
L_{cl(k)}^{36} &:= L_{cl(k)}^{35}
\end{aligned}$$

である。ここで $A_k := A(\theta_k)$ であり、 $B_{1(k)}$ など他の行列についても同様に定義する。また Δ は差分を表す ($\Delta\theta_k := \theta_{k+1} - \theta_k$, $\Delta X_k := X_{k+1} - X_k$, $\Delta A_k := A_{k+1} - A_k$ など)。

このとき $Y_{cl}(\theta)$, $A_c(\theta)$ および $C_c(\theta)$ は以下のように求まる.

$$\begin{aligned} Y_{cl}(\theta) &= \begin{bmatrix} Y(\theta) & S(\theta) \\ S(\theta) & S(\theta) \end{bmatrix}, \\ Y(\theta) &= \frac{1}{l} \int_{\theta-\frac{l}{2}}^{\theta+\frac{l}{2}} Y_S(h) dh, \\ S(\theta) &= \frac{1}{l} \int_{\theta-\frac{l}{2}}^{\theta+\frac{l}{2}} S_S(h) dh, \\ A_c(\theta) &= V_S^\Gamma(\theta) G_S^{\Gamma-1}(\theta), \\ C_c(\theta) &= W_S^\Gamma(\theta) G_S^{\Gamma-1}(\theta), \end{aligned} \tag{4.11}$$

ここで l は十分小さな正数であり,

$$\begin{aligned} Y_S(\theta) &:= Y_k + \frac{\theta - \theta_k}{\theta_{k+1} - \theta_k} (Y_{k+1} - Y_k), \\ S_S(\theta) &:= S_k + \frac{\theta - \theta_k}{\theta_{k+1} - \theta_k} (S_{k+1} - S_k), \quad \text{for } \theta \in [\theta_k, \theta_{k+1}], \\ V_S^\Gamma(\theta) &= V_j^\Gamma + \frac{\theta - \theta_j^\Gamma}{\theta_{j+1}^\Gamma - \theta_j^\Gamma} (V_{j+1}^\Gamma - V_j^\Gamma), \\ W_S^\Gamma(\theta) &= W_j^\Gamma + \frac{\theta - \theta_j^\Gamma}{\theta_{j+1}^\Gamma - \theta_j^\Gamma} (W_{j+1}^\Gamma - W_j^\Gamma), \\ G_S^\Gamma(\theta) &= G_j^\Gamma + \frac{\theta - \theta_j^\Gamma}{\theta_{j+1}^\Gamma - \theta_j^\Gamma} (G_{j+1}^\Gamma - G_j^\Gamma), \quad \text{for } \theta \in [\theta_j^\Gamma, \theta_{j+1}^\Gamma] \end{aligned}$$

である.

証明 付録 A を参照.

注意 4.1 不等式 (4.7)–(4.10) には変数 ϵ と行列変数 W_k および G_k との積の項があるため LMI ではないが, ϵ をラインサーチパラメータとすることで標準的な LMI ソルバを用いて解くことができる.

注意 4.2 定理 3.1 と同様に, 定理 4.1 の必要条件は θ_k^Σ において $\|\mathcal{F}_l\{\Sigma(\theta_k^\Sigma), \Gamma(\theta_k^\Sigma)\}\|_\infty < \gamma$ となる出力フィードバック $\Gamma(\theta_k^\Sigma)$ が存在することであるため, ある固定したパラメータ値において Σ が不安定零点を持つ場合には注意が必要である (対処法については注意 3.3 を参照). なお本章における衛星モデルでは, 後述の通りコロケーションが成立しているため, 不安定零点が現れないモデルとなっている.

制御則の行列 $A_c(\theta)$ および $C_c(\theta)$ は区分 D^Γ を持つ. この区分は D^Σ および D の一部であり, D^Γ の区分点の数はこれらよりも少なく設定できる. つまり保守性を排除するために D の区分点を多くしたとしても, 制御則の区分点をそれとは別に少なく保つことが可能である. このため, 実装時に必要なメモリ量を従来の設計法よりも少なくすることが可能である. また定理 4.1 において, G_*^Γ を共通の行列 ($G_*^\Gamma = G$) として不等式 (4.7)–(4.10) の解が得られれば, 行列 $A_c(\theta)$ および $C_c(\theta)$ は θ に関して区分線形な関数となり, 演算処理能力が十分でない搭載計算機でも実時間でのスケジューリングが可能となる.

本手法の欠点は, 制御則の入力行列 B_c をあらかじめ設定しておかなければならない点である. B_c の選び方によっては解が得られない可能性もあり, 設計時にある程度の試行錯誤が要求される.

4.4 きく8号への適用

定理 4.1 の結果を利用して, きく8号を対象としたゲインスケジューリング制御則を設計した. 本節では設計手順について順を追って説明する.

4.4.1 大型柔軟構造衛星モデル: 拘束モードモデル

大型柔軟構造衛星であるきく8号は, 衛星本体に2枚の太陽電池パドルと2枚の大型アンテナが付属する構造を持つ (Fig. 4.3). 太陽電池パドルは24時間で1回転する.

付属物の質量は衛星本体と比較して軽量かつ柔軟構造を持つため, 質量の大きい中心剛体と柔軟構造物で構成されると考えて良い. このような衛星の数学モデルは, 剛体の運動方程式と, 中心剛体の自由度を拘束した状態で得られる柔軟構造物の片持ちモードから構築することができる. この数学モデルを拘束モードモデルと呼ぶ [46]. 柔軟構造物の有限要素法による解析を個別に行った後に全体を合成してモデルを作成できるため, 複数開発者間でのインタフェースを取る際に都合が良く, 衛星開発では一般的に用いられている [47].

中心剛体の回転の運動方程式および柔軟構造物の振動方程式は以下のように記述される [48]*2. ここで取り扱うのは姿勢制御系であるため, 並進方向の運動については省略している.

$$J(\theta)\ddot{\Psi} + \sum_i P_i(\theta)\ddot{\mu}^{(i)} = u, \quad (4.12)$$

*2 構造振動には減衰が伴うため, 物理的観点から式 (4.13) には減衰項として $\dot{\mu}^{(i)}$ の項が入るべきであるが, これを加えると後に述べる一般化固有値問題の解が特殊な場合を除き複素数となる. これを防ぐため, 減衰比の極めて小さい柔軟構造衛星のモデル記述では, 固有値問題を解いた後の式 (4.16) に減衰項を加えることが一般的である (例えば文献 [49] などを参照).

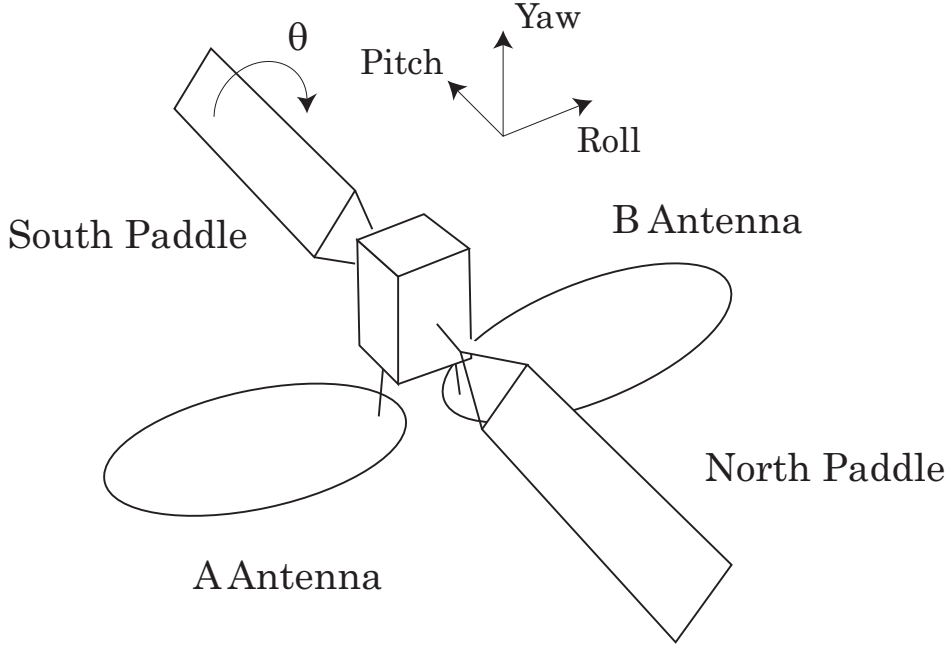


Fig. 4.3 Satellite configuration.

$$P_i^T(\theta)\ddot{\Psi} + \ddot{\mu}^{(i)} + \Omega_i^2\mu^{(i)} = 0, \quad (4.13)$$

$$(i = n, s, a, b),$$

ここで $\Psi \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ は姿勢角を表すベクトル, $(\mu^{(n)}, \mu^{(s)})$ および $(\mu^{(a)}, \mu^{(b)})$ は北側/南側の太陽電池パドルおよび A/B アンテナの弾性振動を表すモード座標であり ($\mu^{(i)} \in \mathbf{R}^{n_v(i) \times 1}$), $n_v(i)$ は各構造物 (i) の振動モードの次数, $\Omega_i \in \mathbf{R}^{n_v(i) \times n_v(i)}$ は $\mu^{(i)}$ に対応するモード角振動数である. そして $J(\theta) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ は衛星全体 (本体と柔軟構造物) の慣性能率を表し, $P_i(\theta) \in \mathbf{R}^{3 \times n_v(i)}$ は回転と振動との間の干渉を表している. 入力 $u \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ はリアクションホイールによるトルク, 出力は姿勢角と姿勢レートとする ($y = [\Psi^T, \dot{\Psi}^T]^T \in \mathbf{R}^{6 \times 1}$). 太陽電池パドルはピッチ軸周りに回転しているため, $J(\theta)$ および $P_i(\theta)$ はパドル角 θ に従って変化する. 慣性能率 $J(\theta)$ は全体の構造と質量分布から, $P_i(\theta)$ および Ω_i は実験的なモード解析か有限要素法による数値的なモード解析から求める.

式 (4.12)(4.13) をまとめると次式を得る.

$$M(\theta)\ddot{q} + Kq = Hu, \quad y = \begin{bmatrix} H^T & 0 \\ 0 & H^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix}, \quad (4.14)$$

ただし

$$q = \begin{bmatrix} \Psi^T & \mu^{(s)T} & \mu^{(n)T} & \mu^{(a)T} & \mu^{(b)T} \end{bmatrix}^T$$

$$\in \mathbf{R}^{(3 + \sum_i n_v(i)) \times 1}$$

である。一般に式 (4.14) で表されるモデルを拘束モードモデルと呼ぶ。状態量 q は物理座標で表される衛星の姿勢と、モード座標で表現される弾性体の振動で構成される。座標が混在しているため、 q はハイブリッド座標、式 (4.14) はハイブリッドモデルとも呼ばれる。

4.4.2 大型柔軟構造衛星モデル: 非拘束モードモデル

座標が混在する拘束モードモデルに対し、状態量を別のモード座標で表現することで、全てのモードが直交し内部的に非干渉化された振動方程式を得ることができる。

新たなモード座標として $\eta \in \mathbf{R}^{3+\Sigma_i n_v(i)}$ を定義する。

$$\eta := \phi^{-1}(\theta)q, \quad \phi(\theta) = [\phi_1(\theta) \quad \phi_2(\theta) \quad \dots \quad \phi_{3+\Sigma_i n_v(i)}(\theta)].$$

ここで $\phi_i(\theta)$ は式 (4.14) に対応する以下の一般化固有値問題から得られる固有ベクトルである。

$$K\phi_i(\theta) = \sigma_i^2(\theta)M(\theta)\phi_i(\theta), \quad (i = 1, \dots, 3 + \Sigma_i n_v(i)). \quad (4.15)$$

$$\left(\sigma_1^2(0) \leq \sigma_2^2(0) \leq \dots \leq \sigma_{3+\Sigma_i n_v(i)}^2(0) \right)$$

K と $M(\theta)$ は対称行列かつ $M(\theta)$ は半正定であるため、固有値 $\sigma_i^2(\theta)$ は全て非負であり、以下が成り立つ。

$$\phi^T(\theta)M(\theta)\phi(\theta) = I_{3+\Sigma_i n_v(i)}, \quad \phi^T(\theta)K\phi(\theta) = \text{diag}\{\sigma_i^2(\theta)\} := \Sigma^2(\theta).$$

この関係を用いて q から η への座標変換を行い、かつ減衰項 $\Delta(\theta)\dot{\eta}$ を導入することで、以下のモデルが得られる。

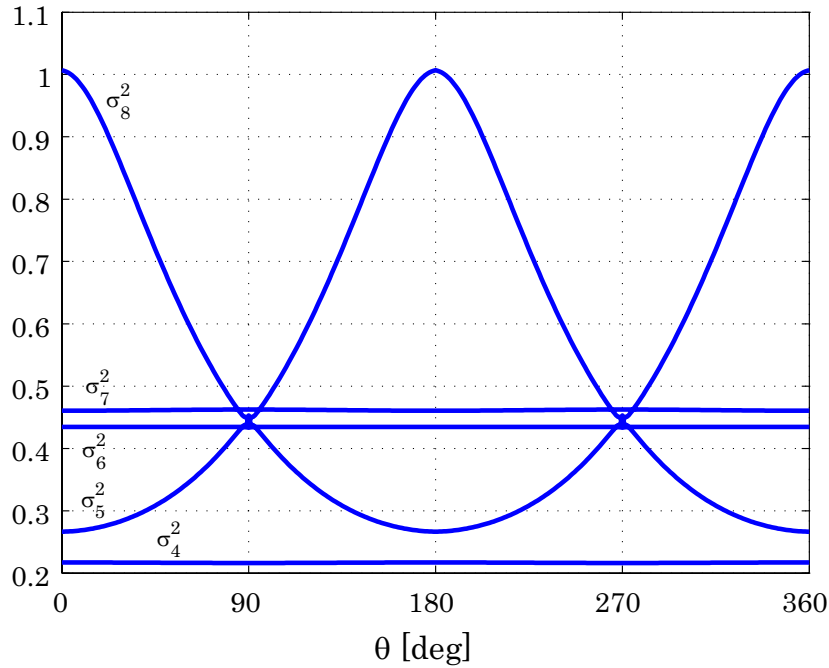
$$\begin{cases} \ddot{\eta} + \Delta(\theta)\dot{\eta} + \Sigma^2(\theta)\eta = \Phi(\theta)u, \\ y = \begin{bmatrix} \Phi^T(\theta) & 0 \\ 0 & \Phi^T(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta \\ \dot{\eta} \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (4.16)$$

$$\Phi(\theta) := \phi^T(\theta)H, \quad \Delta(\theta) := \text{diag}\{2\zeta_i\sigma_i(\theta)\}.$$

ここでモード減衰行列 Δ の各要素は、モード周波数 σ_i に対して比例関係 (比例定数 $2\zeta_i$) にある*3と仮定した。式 (4.16) は剛体運動を含めて統合したモードで表されており、剛体の自由度を拘束せず有限要素解析を行うことに相当する。そのため非拘束モードモデルと呼ばれる。統合したモードで表現されるため、全系の固有振動特性を表す場合に適している。

式 (4.15) は θ に依存しており、上記のモデルを得るためには、各 θ 値のそれぞれにおいて一般化固有値問題を解く必要がある。そのため、式 (4.16) における各行列 $\Delta(\theta)$, $\Sigma^2(\theta)$, $\Phi(\theta)$ は各 θ における値は定まるものの、その θ 依存性は通常の数式で表すことができない点に注意を

*3 これは比例減衰と呼ばれ、柔軟構造物が比較的単純で低ダンピングである場合に妥当な仮定とされており、きく8号においてもこれは当てはまる。

Fig. 4.4 Paddle angle dependence of Σ^2 .

要する．例として， $\Sigma^2(\theta)$ の各要素 $\sigma_i^2(\theta)$ を昇順に並べたもののうち，剛体 ($\sigma_i = 0, i = 1, 2, 3$) を除いた下から 5 つまでの要素の θ 依存性を Fig. 4.4 に示す．パドル回転に影響されないモードがある一方，回転角により大きく値が変わるモードが存在することがわかる．

4.4.3 衛星モデルの低次元化

太陽電池パドルの形状および Fig. 4.4 から明らかな通り，衛星モデルはパドル回転角 0 度および 180 度において対称な構造を持つ．更にきく 8 号では，90 度および 270 度においても近似的に対称な構造と考えることができる (付録 B を参照)．よって以下の議論では，パドル回転角 θ の範囲として $\theta \in [0, 90] =: \Theta_{\text{val}}$ のみ扱う．

衛星モデル (4.16) は，高次の振動モードを多く含む．本稿では，後に説明する設計手法において低次の制御則を得るために，低次元化したモデルを設計において使用する．非拘束モードモデルにおける行列 Σ と Δ は対角であるため，モード周波数 σ_i に応じた高次モードと低次モードへの分割は容易である．

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \ddot{\eta}_{rom} \\ \ddot{\eta}_{res} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta_{rom}(\theta) & 0 \\ 0 & \Delta_{res}(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta}_{rom} \\ \dot{\eta}_{res} \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \Sigma_{rom}^2(\theta) & 0 \\ 0 & \Sigma_{res}^2(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_{rom} \\ \eta_{res} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{rom}(\theta) \\ \Phi_{res}(\theta) \end{bmatrix} u, \end{aligned}$$

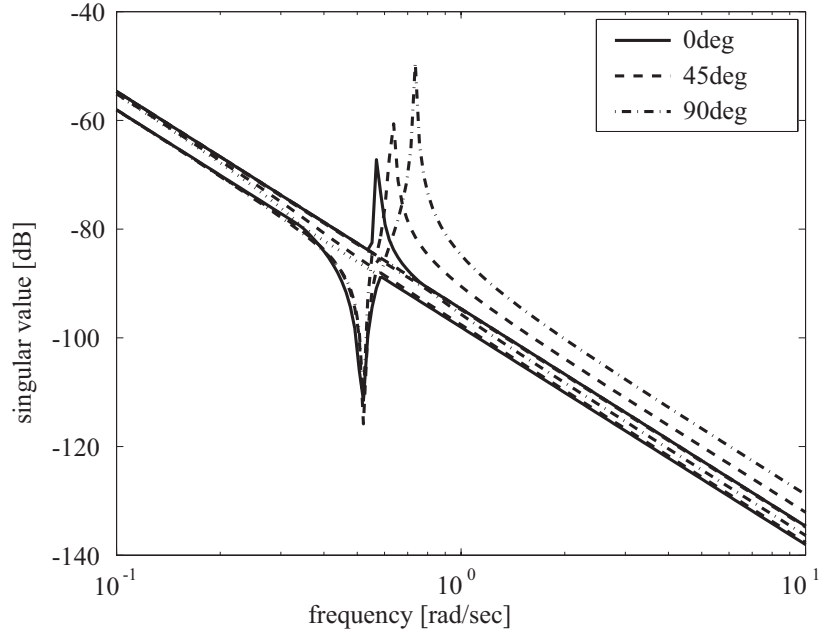


Fig. 4.5 Gain plots of the first vibration mode at each paddle angle.

$$y = \begin{bmatrix} \Phi_{rom}^T(\theta) & 0 \\ 0 & \Phi_{rom}^T(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_{rom} \\ \dot{\eta}_{rom} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi_{res}^T(\theta) & 0 \\ 0 & \Phi_{res}^T(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_{res} \\ \dot{\eta}_{res} \end{bmatrix}.$$

ここで $(*)_{rom}$ は低次元化モデル (低次モード) を表わし, $(*)_{res}$ は残差モデル (高次モードをこのように呼称する) を表わす. きく8号の場合は, 振動モードの次数は合計で32であり, ここでは剛体三次に加え振動モードのうち最低次の一次を低次モードとして採用した. 出力方程式からわかる通り, 残差モデルは低次元化モデルに対し加法的に影響している. これは全モードが直交する非拘束モードモデルの特徴の一つであり, 低次元化のために切り捨てる残差モデルを加法的摂動として扱えるという, 制御則設計における利点となっている.

この低次元化モデルは以下の線形の状態空間表現で表わすことができる.

$$\begin{cases} \dot{x}_{rom} = A_{rom}(\theta)x_{rom} + B_{rom}(\theta)u, \\ y_{rom} = C_{rom}(\theta)x_{rom}, \end{cases} \quad (4.17)$$

ただし

$$x_{rom} = [\eta_{rom}^T, \dot{\eta}_{rom}^T]^T \in \mathbf{R}^{8 \times 1},$$

$$A_{rom}(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & I_4 \\ -\Sigma_{rom}^2(\theta) & -\Delta_{rom}(\theta) \end{bmatrix},$$

$$B_{rom} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi_{rom}(\theta) \end{bmatrix}, C_{rom} = \begin{bmatrix} \Phi_{rom}^T(\theta) & 0 \\ 0 & \Phi_{rom}^T(\theta) \end{bmatrix}.$$

各行列がパラメータ (パドル回転角) に依存することから, これは LPV システムとなっている. Fig. 4.5 は, 各パドル角における一次振動モードのゲイン線図である. パドル角に応じて

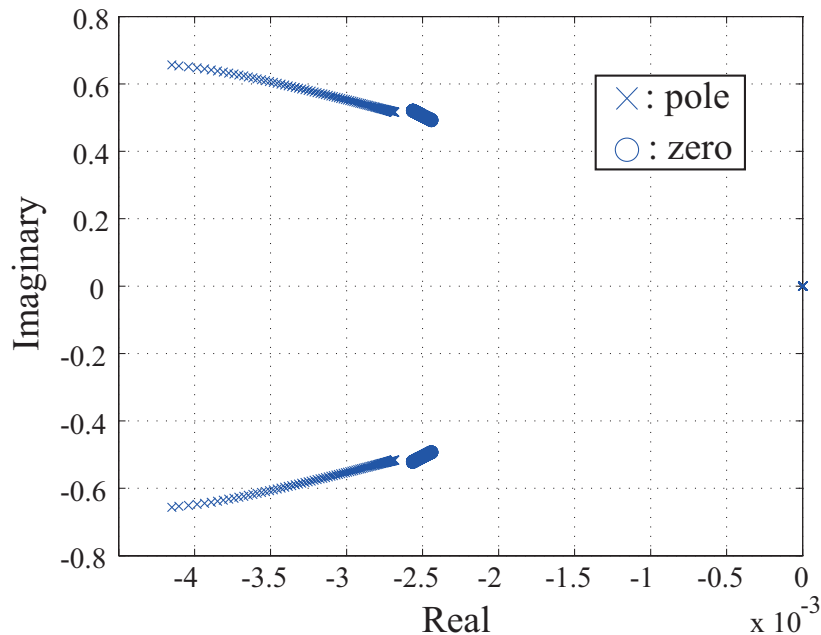


Fig. 4.6 Poles and zeros of the low-order model from $\theta = 0$ to $\theta = 90$.

一次振動モード周波数が変化しており，低次元化モデルがパドル回転角に関する LPV システムであることがわかる．後述する制御系設計においては，この低次元化モデルが制御対象として扱われ，残差モデルは制御対象への加法的摂動として扱われる．

第 4.2.3 節で述べた通り，きく 8 号では剛体モード数 (=3 次) に等しい数の独立なアクチュエータ入力とセンサ出力を備えており，この場合に衛星モデルは可安定・可検出となることが知られている [50]．またこれらのアクチュエータおよびセンサは全て剛体部分に配置されており，いわゆるコロケーションが成立している．コロケーション系では全ての零点が安定であることが知られており [51]，きく 8 号ではパドル回転角によらずコロケーションが成立しているため，常に零点は安定となる．以上のことから，きく 8 号の低次元化モデルは提案手法の適用に適したシステムであることがわかる．パドル回転角を 0 度から 90 度まで変化させた場合の低次元化モデル (4.17) の極および零点の配置を Fig. 4.6 に示す．角パドル角において，積分に相当する原点極が 4 つと安定極が 1 組，また安定零点が 1 組存在している．

4.4.4 制御対象の区分線形近似と近似誤差

式 (4.17) で表される制御対象に対し定理 4.1 の条件を適用するために，制御対象を式 (4.2) の区分線形関数を用いて近似する．ここでは 9 個の等間隔に配置された区分点 ($N_{\Sigma} = 7$) に

よって、制御対象の行列の各要素をパドル回転角 θ の区分線形関数として近似した。

$$\begin{aligned} D^\Sigma &:= \{0, 11.25, 22.5, 33.75, 45, 56.25, 67.5, 78.75, 90\} \\ &= \{\theta_0^\Sigma, \theta_1^\Sigma, \theta_2^\Sigma, \theta_3^\Sigma, \theta_4^\Sigma, \theta_5^\Sigma, \theta_6^\Sigma, \theta_7^\Sigma, \theta_8^\Sigma\}. \end{aligned}$$

近似の際に生じる近似誤差については、3.4.4 節と同様に設計時に考慮する。ただし、 A 行列の (8,4) 要素以外の近似誤差は非常に小さいため、当該要素のみ取り扱うこととした。この場合、低次元化モデルの A 行列は以下のように記述できる。

$$\begin{aligned} A_{rom}(\theta) &\in \bar{A}_{rom}(\theta) + E_a \delta_{A_{84}} F_a, \quad |\delta_{A_{84}}| \leq 1, \\ E_a &= [\mathbf{0}_{1 \times 7}, e_{\max}, \mathbf{0}_{1 \times 6}]^T, \quad F_a = [\mathbf{0}_{1 \times 3}, 1, \mathbf{0}_{1 \times 10}]. \end{aligned}$$

$\bar{A}_{rom}(\theta)$ は $A_{rom}(\theta)$ の各要素を θ の区分線形関数で近似した行列、 e_{\max} は $\theta \in \Theta_{\text{val}}$ における近似誤差の最大値である。Fig. 4.7 は、当該要素の値とその近似について一部の区間を拡大して表示している。実線は衛星モデルの値であり、破線は区分線形近似された値、二つの点線は $\delta_{A_{84}} = \pm 1$ の場合の値を表わしており、 $|\delta_{A_{84}}| \leq 1$ において制御性能を保証できれば、近似誤差に対してロバスト性が得られることがわかる。設計の際には $\delta_{A_{84}}$ を摂動とみなし、この入出力端を含めた以下のモデルを制御対象として扱う。

$$\bar{\Sigma}(\theta) := \left[\begin{array}{c|cc} \bar{A}_{rom}(\theta) & \bar{B}_{rom}(\theta) & E_a \\ \hline \bar{C}_{rom}(\theta) & \bar{D}_{rom}(\theta) & 0 \\ F_a & 0 & 0 \end{array} \right].$$

$\bar{A}_{rom}(\theta)$ と同様に、 $\bar{B}_{rom}(\theta), \bar{C}_{rom}(\theta), \bar{D}_{rom}(\theta)$ は各行列を区分線形関数で近似したものである。

4.4.5 重み関数の設定

上述の通り、本稿では衛星の高次振動モードを残差モデルとして表現する。これを制御対象である低次元化モデルへの「加法的摂動」と見なし、摂動に対してロバストな設計を行なうことで低次の制御則が得られる。この残差モデルを扱うために、一般的なロバスト制御系設計と同様に摂動に対応する重み関数を設定した。

Fig. 4.8 は、全ての $\theta \in \Theta_{\text{val}}$ における残差モデルの特異値と、対応する重み関数 $W(s)$ を表わしている。重み関数は、そのゲインが全ての周波数で残差モデルの特異値よりも大きくなるように設定した。

4.4.6 一般化制御対象

上記の重み関数と区分線形近似した衛星のモデルを用いると、本稿の制御問題に対応する一般化制御対象は Fig. 4.9 で記述される。 W は前節で求めた重み関数、 $\Gamma(\theta)$ は設計するゲイ

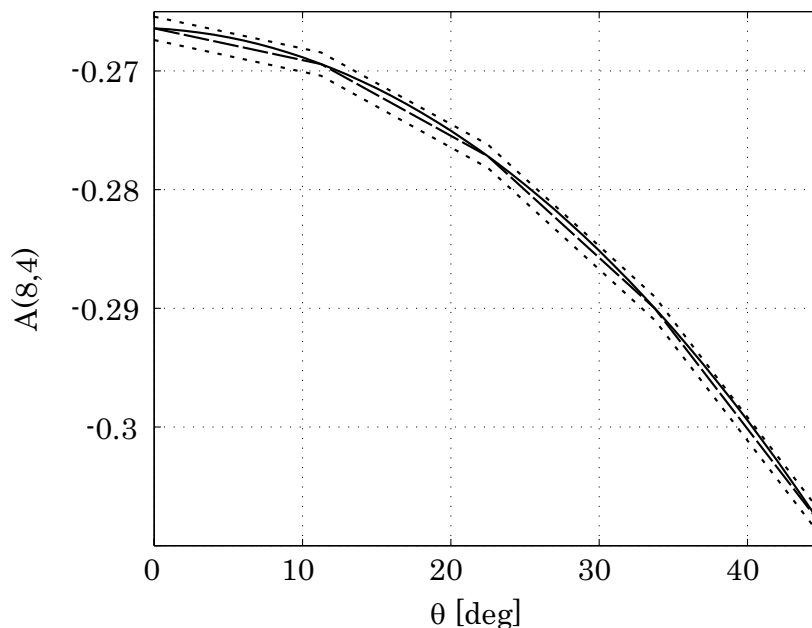


Fig. 4.7 The (8,4)'th element of $A(\theta)$ (solid line) and the approximate matrix (broken line). The dotted lines represent the values at $\delta_{A_{84}} = \pm 1$.

ンスケジューリング制御則, Λ および η は閉ループ性能とトルク入力 u の大きさに関する設計パラメータである. $w_1 \rightarrow z_1$ の伝達関数は残差モデルに対するロバスト性と関連があり, $w_2 \rightarrow z_2$ は姿勢の目標値追従性能, $w_2 \rightarrow z_3$ はトルク入力大きさ, $w_3 \rightarrow z_4$ は近似誤差に対するロバスト性と関係している.

この一般化制御対象と制御則からなる閉ループで, 全ての $\theta \in \Theta_{\text{val}}$ において,

$$\begin{aligned} \|T_z \mathbf{w}\|_{L_2} &< 1, \\ \mathbf{w} &= [w_1, w_2, w_3]^T, \quad \mathbf{z} = [z_1, z_2, z_3, z_4]^T, \end{aligned} \quad (4.18)$$

つまり $[w_1, w_2, w_3]^T$ から $[z_1, z_2, z_3, z_4]^T$ までの伝達関数の L_2 ゲインが 1 未満であれば, 高次振動モードと近似誤差に対するロバスト制御性能が保証される.

4.4.7 行列不等式条件の解

定理 1 の条件式 (4.7)–(4.10) を解く前に, ここでは所与とされている制御則の入力行列 B_c を定める必要がある. これは式 (4.18) の問題を, ある固定した θ についてのみ考え, これを通常 H_∞ 制御問題として解くことで得られる. ここでは $\theta = 0$ における解として得られたものを B_c として用いた. また $Y_{cl}(\theta)$ の分割は制御対象の分割と同じ ($D = D^\Sigma$) とし, 制御則の分割としては, 区分点の数を最小とするため, 両端の二点のみを区分点として選んだ ($N_\Gamma = 0, D^\Gamma = \{0, 90\}$). 更に, パラメータに対し区分線形な制御則を得るために, 条件式に

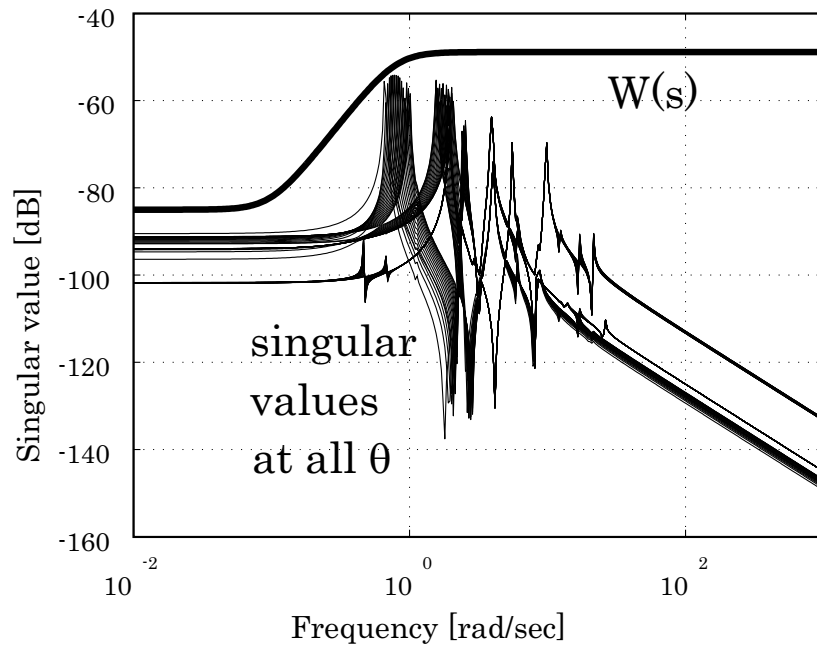
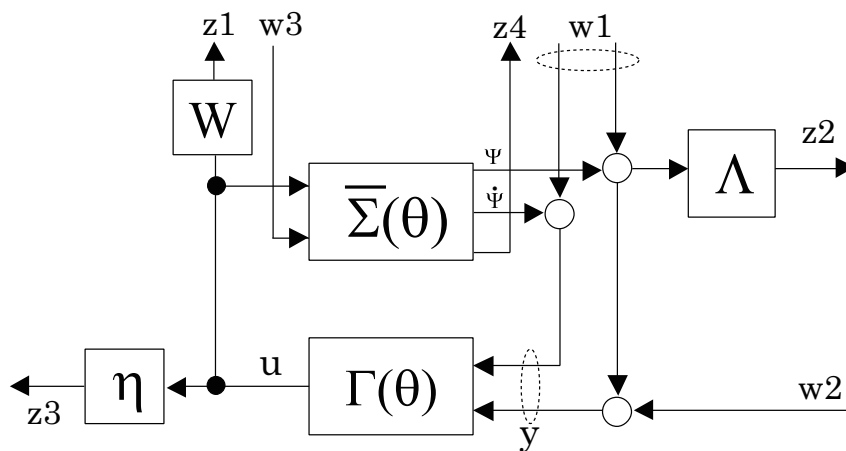


Fig. 4.8 Weighting function and singular values of the residual modes.

Fig. 4.9 Generalized plant and controller $\Gamma(\theta)$.

対し $G_0^\Gamma = G_1^\Gamma (= G)$ という制約条件を与えた.

以上の手順を踏み, きく 8 号のモデルで記述される不等式 (4.7)–(4.10) を解いたところ, 閉ループの L_2 ゲインを 1 未満とする解が得られ, 制御則の各行列は以下のスケジュール則で表

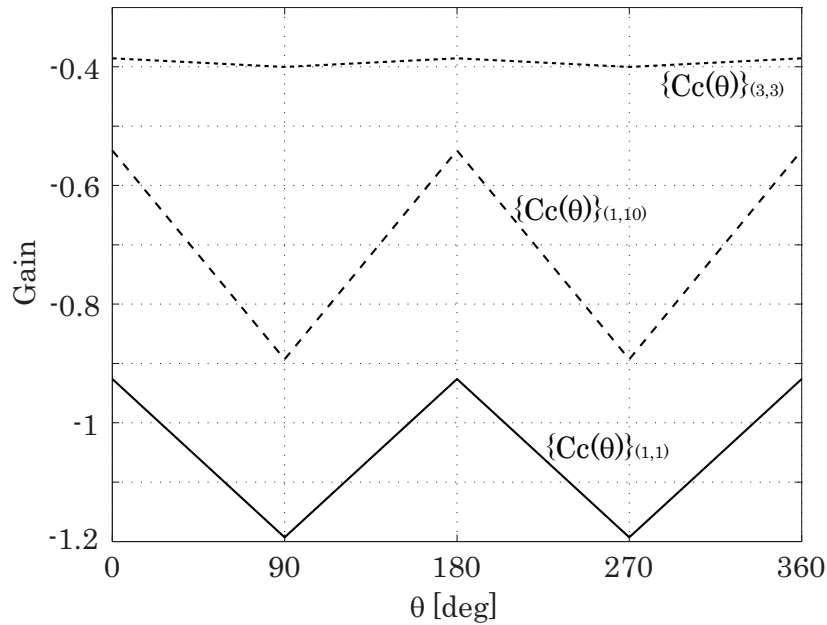


Fig. 4.10 Some elements in the extended matrix $C_c(\theta)$ for $\theta \in [0, 360]$.

わされるものとして導出された。

$$\begin{aligned} A_c(\theta) &= \left\{ V_0^\Gamma + \frac{\theta}{90}(V_1^\Gamma - V_0^\Gamma) \right\} G^{-1} \\ &= A_{c1} \cdot \frac{\theta}{90} + A_{c0} \cdot \left(1 - \frac{\theta}{90}\right), \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} C_c(\theta) &= \left\{ W_0^\Gamma + \frac{\theta}{90}(W_1^\Gamma - W_0^\Gamma) \right\} G^{-1} \\ &= C_{c1} \cdot \frac{\theta}{90} + C_{c0} \cdot \left(1 - \frac{\theta}{90}\right), \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$(\theta \in [0, 90]).$$

これらは明らかにパラメータ θ に対して区分線形であり，補間のために複雑な計算を要しないためスケジュールが容易である．またスケジュールに必要なゲインも (A_{c0}, C_{c0}) , (A_{c1}, C_{c1}) の二組のみであり，搭載計算機のメモリ領域に対するインパクトは小さい．実際の衛星のパドル回転角は $\theta \in [0, 360]$ であるため，実装するには上記の行列を対称性を考慮して拡張する必要がある．例として， θ の範囲を拡張した $C_c(\theta)$ の要素の一部を Fig. 4.10 に示す．

4.4.8 他の手法との比較

本章で扱う GS 制御則の特徴である「搭載計算機への負荷が小さい」点について，他の制御手法との比較を行なった．実装に必要なメモリ容量と制御 1 サイクル毎の計算処理時間 (地上

Table 4.1 Processing time and required memory size of each control law.

	processing time [msec]	required memory size [byte]
PD+LPF	0.07	668
Gain scheduling	1.40	4140
μ synthesis	2.28	7948
DVDFB	3.20	14780

シミュレータでの予測値) について, Table 4.1 にまとめた. 処理時間については, μ 設計による制御器は次数の高さが影響し, GS の約 1.6 倍となっている. DVDFB 制御則それ自体は簡便な構造であるものの, 追従性向上のために複雑なフィードフォワードを導入している. 結果的にこの構造が影響し, GS 比で約 2.2 倍の処理時間を要している. 実機における処理時間上限は約 2 msec であったため, これらの制御則の実装には特殊な処理を必要とした. μ 設計による制御器については制御周期を 16 Hz から 8 Hz まで落とし, DVDFB については一部の処理を別フレームへ分割して実装した. また必要メモリ容量に関しても, GS 制御は他制御則と比較して 3~5 割程度のサイズとなっている. 結果として GS 制御則は実装時に特段の対処を必要とせず, 処理時間およびメモリ容量の両方の観点から負荷が小さく収まっていることがわかる.

4.5 軌道上試験結果

軌道上姿勢制御実験は第 1 期は 2009 年 6 月 21 日から 29 日, 第 2 期は 2010 年 2 月 28 日から 3 月 8 日の深夜時間帯に実施した. 本節では第 1 期の試験結果について示す.

4.5.1 制御実験概要

軌道上で検証する制御則は 4.2.3 節で述べた 5 種類であり, 一つの制御則につき一晚を費やした. 第 1 期では各日ともに以下の 3 ケースの実験を 2 回ずつ, 計 6 ケースの実験を行った.

- ステップ応答 (姿勢マヌーバ)

きく 8 号では, 地上との通信実験のために高精度な姿勢変更マヌーバが要求されている. ここでは Fig. 4.11 で表される ± 0.05 度のステップ状目標値に対する応答を調べることで, 姿勢制御系の性能を検証した. 本ケースの第 1 回目ではパドル角 45 度の時

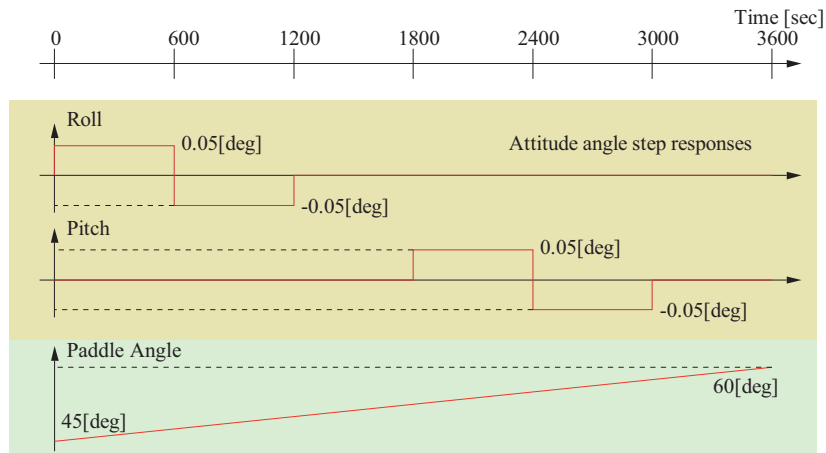


Fig. 4.11 Step commands.

刻*4からマヌーバを開始し，全マヌーバ終了までにパドル角は 60 度まで変動する．第 2 回目ではパドル角 86.25 度の時刻からマヌーバを開始し，全マヌーバ終了までにパドル角は 101.25 度まで変動する．

- インパルス応答 (東西軌道制御外乱応答)

東西軌道制御マヌーバは軌道制御用に用意されたスラスト噴射によって行なわれるが，これによってトルク外乱が生じ姿勢を乱すことが考えられる．そのような場合にも姿勢変動は ± 0.05 度以内に抑えられなければならない．軌道制御マヌーバを模擬したインパルス入力をスラスト噴射によって加えることで，制御系の外乱抑制性能を検証する．本ケース第 1 回目ではパドル角 75 度の時刻から外乱を加え，終了までにパドル角は 80 度まで変動する．第 2 回目ではパドル角 135 度の時刻から外乱を加え，終了までにパドル角は 140 度まで変動する．

- インパルス応答 (大振幅外乱応答)

東西軌道制御による姿勢外乱は比較的小規模であるが，より大規模な外乱応答も確認するべく，姿勢制御用のスラスト噴射によるインパルス応答を取得する．東西軌道制御外乱では三軸同時に外乱が作用するが，本ケースでは各軸毎に独立に外乱を作用させて応答を確認することができる．第 1 回目はパドル角 120 度の時刻から外乱を加え，終了時のパドル角は 130 度となる．第 2 回目はパドル角 150 度から 160 度とする．

以下では第 1 期におけるステップ応答およびインパルス応答 (東西軌道制御外乱応答) の GS 制御則の結果を，ベースライン制御則に相当する PD 制御則 +LPF の結果とあわせて示す．

*4 ただしコマンド送信は手動で行なうため，必ずしも正確な時刻とはならない．他のケースも同様．

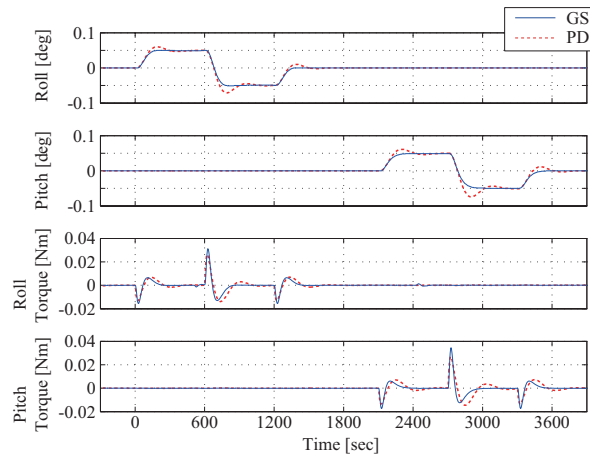


Fig. 4.12 Step responses of roll and pitch angle with corresponding input signals. The paddle rotation angle $\theta = 45$ at $t = 0$. Solid lines: GS controller. Dotted lines: PD+LPF.

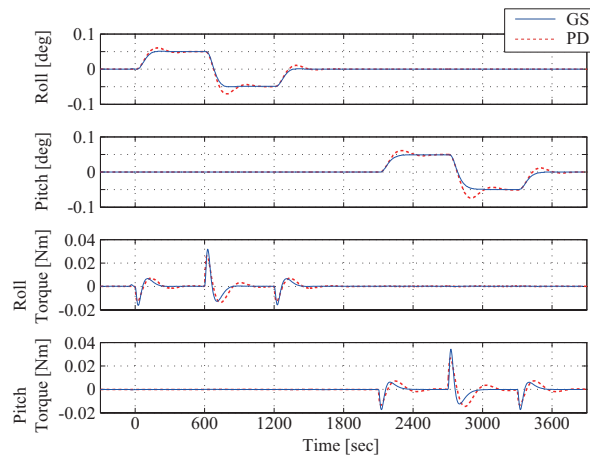


Fig. 4.13 Step responses of roll and pitch angle with corresponding input signals. The paddle rotation angle $\theta = 45$ at $t = 0$. Solid lines: GS controller. Dotted lines: PD+LPF.

4.5.2 ステップ応答 (姿勢マヌーバ)

ステップ応答 1 回目の応答およびトルク入力を Fig. 4.12 に, 2 回目を Fig. 4.13 に示す. 実線は GS 制御, 破線は PD 制御 +LPF の結果である. 両者とも GS 制御では PD 制御と比較して速い応答が確認でき, また異なる初期パドル角にもかかわらずほぼ同様の応答となっている.

ステップ応答 (1 回目) のロール角における 5% 整定時間について, 他の実験用制御則との比

Table 4.2 Settling time to within 5% .

	settling time [sec]
PD+LPF	272
Gain scheduling	144
μ synthesis	153
DVDFB	132

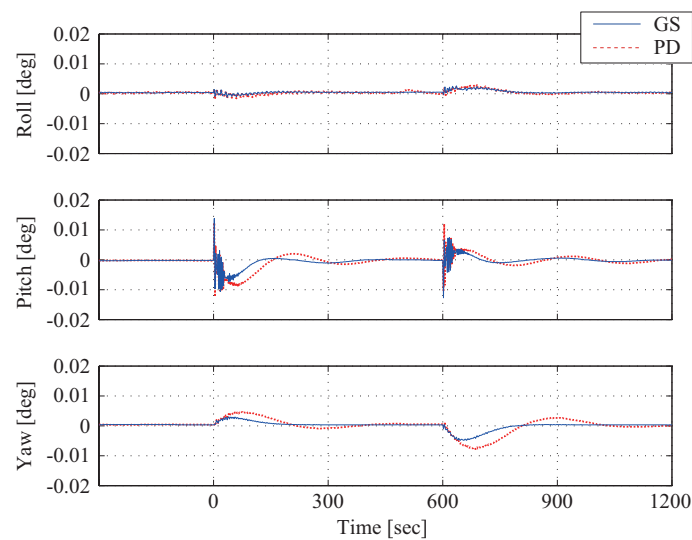


Fig. 4.14 Impulse disturbance responses of roll and pitch angle with corresponding input signals. The paddle rotation angle $\theta = 75$ at $t = 0$. Solid lines: GS controller. Dotted lines: PD+LPF.

較を Table 4.2 に示す。バス制御則相当である PD 制御 +LPF との比較では、約 47% の整定時間減を達成していることがわかる。他の実験用制御則との比較では、 μ 設計による制御則に対しては若干優位となっている。DVDFB 制御に対しては 4% ほど遅くなっているものの、ほぼ互角の性能と言える。

4.5.3 インパルス応答 (東西軌道制御外乱応答)

東西軌道制御マヌーバを模擬したインパルス応答の 1 回目を Fig. 4.14 に、2 回目を Fig. 4.15 に示す。両者とも PD 制御と比較して、GS 制御では最大振幅が小さく整定も速いことがわかる。また 1 回目と 2 回目の差に関しては、PD 制御では振幅の大きさにやや差が見られるが GS 制御では両者の差は小さく、パドル角によるスケジューリングの効果が現れている。

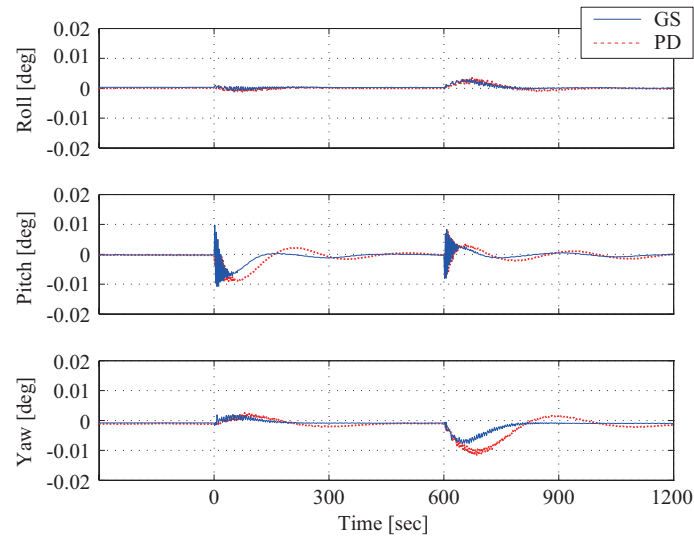


Fig. 4.15 Impulse disturbance responses of roll and pitch angle with corresponding input signals. The paddle rotation angle $\theta = 135$ at $t = 0$. Solid lines: GS controller. Dotted lines: PD+LPF.

4.6 おわりに

本稿では、きく 8 号による軌道上姿勢制御実験の概要を説明し、特にゲインスケジューリング制御による実験結果について報告した。提案した制御則は、他の先進的な制御則と比較して、計算時間・必要メモリ量において搭載計算機に対する負荷が小さいものとなっている。そのような簡便な構造にもかかわらず、制御性能はバス制御則相当よりも向上し、他の先進的な制御則と比較しても遜色ない結果となっている。本軌道上実験によって、提案手法によって設計される GS 制御則が「制御性能」と「実装の容易さ」のバランスの取れたものであることが実証された。

第 5 章

実装を考慮した予見制御則設計法

5.1 はじめに

一定時間先までの目標値や外乱に関する情報が事前に得られる場合に、それらを積極的に利用することで制御性能を向上させる制御手法を「予見制御」と呼ぶ。予見制御の考え方は 1960 年代に始まり [52]，連続時間系 [53, 54] および離散時間系 [55, 56] での検討が多く行われてきた。初期の検討の多くは線形二次レギュレータ (LQR) 制御の枠組みで行われていたが，近年では H_2 制御 [57, 58, 59] や H_∞ 制御 [60, 61] などのロバスト制御をベースとした研究が進んでいる。これらの理論研究に加え，アクティブサスペンション [62]，風車の振動抑制制御 [63] やピッチ角制御 [64, 65] などの応用研究も進められてきた。予見制御は未来の情報を利用する点で非因果的な制御とみなすことができ，それ故に通常の因果的な制御以上の性能を発揮することが期待できる。例えば非最小位相系の制御対象について，因果的な制御則では達成できない性能を予見制御が達成しうることが文献 [66] の序論で説明されている (付録 C 参照)。

本章では離散時間系における予見制御を取り扱う。これは本論文の目的が「実装を考慮した制御系設計」であることによる。後述する通り，予見制御の定式化には「予見された情報が実際に制御対象に到達するまで」の時間遅れに由来する「むだ時間要素」が必ず存在する。このようなシステムは連続時間系では無限次元系として取り扱う必要があり，結果として実装が容易でない無限次元制御則が生成される。他方，むだ時間要素は有限次元の離散時間系で正確に表現できるため，離散時間系での定式化により有限次元の制御則を生成することができる。

離散時間系での予見制御の定式化は，予見情報を「時間遅れを持つシステム」で表現することで行われる。このシステムを制御対象と組み合わせた拡大系を構成し，拡大系に対して設計を行うことで予見制御則を生成するという手順を踏む。ここに離散時間系での検討におけるデメリットが存在する。拡大系の次数は予見可能な時間に応じて増加するため，生成される予見制御則が高次となりがちな点である。特に動的な制御則の場合は，高次となることで実装に必要な演算能力とメモリ量の要求も高くなり，実装上望ましくない。

この問題を解決するため、本章では静的な予見フィードフォワードゲインの設計手法を提案する。提案手法では必ず静的な予見フィードフォワード補償が導出されるため、予見可能な時間の長短によらず前述の実装上の問題は発生しない。また通常の拡大系に対する設計とは異なり、あらかじめ制御対象のフィードバック制御を何らかの手法で設計した後に予見フィードフォワード補償を設計するという二段階の手順を踏む。これは全体としての最適性を必ずしも保証できないという欠点を生ずるものの、二段階に分けることで既にフィードバック系が稼働しているシステムに対しても適用できるという実装上の利点ともなっている。

5.2 問題設定

次式で表される離散時間システム \mathcal{S} を考える。

$$\mathcal{S}: \begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B_1w(k) + B_2u(k) \\ z(k) = C_1x(k) + D_{11}w(k) + D_{12}u(k) \\ y(k) = C_2x(k) + D_{21}w(k) + D_{22}u(k) \end{cases} \quad (5.1)$$

ここで $x(k) \in \mathbf{R}^n$, $u(k) \in \mathbf{R}^p$, $w(k) \in \mathbf{R}^r$, $z(k) \in \mathbf{R}^m$, $y(k) \in \mathbf{R}^q$ はそれぞれ k ステップにおける制御対象の状態量, 制御入力, 外乱入力, 制御出力, 観測出力を表す。外乱入力 $w(k)$ については, k ステップから $k+h$ ステップまでの値が予見情報として与えられるものとする。つまり次式で定義されるベクトル

$$x_d(k) := [w^T(k) \quad w^T(k+1) \quad \dots \quad w^T(k+h)]^T \in \mathbf{R}^{r(h+1)}$$

が, k ステップにおいて利用可能であるとする。この h を予見ステップ数と呼ぶ。ベクトル $x_d(k)$ と外乱入力 $w(k)$ は, 予見範囲外の外乱である $w(k+h+1)$ を用いて次のように表すことができる。

$$x_d(k+1) = A_d x_d(k) + B_d w(k+h+1), \quad (5.2)$$

$$w(k) = C_d x_d(k), \quad (5.3)$$

$$A_d := \begin{bmatrix} 0 & I_r & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & I_r \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{r(h+1) \times r(h+1)},$$

$$B_d := [0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad I_r]^T \in \mathbf{R}^{r(h+1) \times r},$$

$$C_d := [I_r \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0] \in \mathbf{R}^{r \times r(h+1)}.$$

このとき、 $x(k)$ と $x_d(k)$ からなる拡大系 \mathcal{S}_a は次のように表される。

$$\mathcal{S}_a : \begin{cases} x_a(k+1) &= A_a x_a(k) + B_{wa} w(k+h+1) + B_{ua} u(k) \\ z(k) &= C_a x_a(k) + D_{wa} w(k+h+1) + D_{ua} u(k) \\ y_a(k) &= \begin{bmatrix} y(k) \\ x_d(k) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (5.4)$$

$$x_a(k) := \begin{bmatrix} x(k) \\ x_d(k) \end{bmatrix}, \quad A_a := \begin{bmatrix} A & B_1 C_d \\ 0 & A_d \end{bmatrix},$$

$$B_{ua} := \begin{bmatrix} B_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_{wa} := \begin{bmatrix} 0 \\ B_d \end{bmatrix},$$

$$C_a := [C_1 \quad D_{11} C_d], \quad D_{ua} := D_{12}, \quad D_{wa} := 0.$$

この拡大系に対し、何らかの標準的な設計手法によって出力フィードバック制御則 $u(k) = K_a y_a(k)$ が導出されたとする。ここで導出された制御則は予見情報を含んでいるため、元のシステム \mathcal{S} に対して予見制御則が設計されたことになる（具体的な設計例としては [62] を参照）。これは K_a を次式のように適切なサイズで二分割することで確認できる。

$$K_a = [K_b \quad K_f].$$

このとき、

$$u(k) = K_a y_a(k) = [K_b \quad K_f] \begin{bmatrix} y(k) \\ x_d(k) \end{bmatrix} = u_{fb}(k) + u_{ff}(k), \quad (5.5)$$

となる。ここで

$$u_{fb}(k) = K_b y(k), \quad (5.6)$$

$$u_{ff}(k) = K_f x_d(k). \quad (5.7)$$

である。 u_{fb} は \mathcal{S} の出力フィードバック制御則であり、 u_{ff} は予見情報である $x_d(k)$ を用いた予見フィードフォワード補償である。よって拡大系に対して設計された制御則は、元のシステム \mathcal{S} の予見制御則となることが確認できた。

文献 [67] では、“mixed LQ/ H^∞ ” と呼ばれる評価基準に対して、拡大系を用いて状態フィードバックおよび予見フィードフォワードゲインの同時設計を行っている。これと同様に、 \mathcal{S} の状態フィードバックが可能な場合に、拡大系 \mathcal{S}_a に対して $w(k+h+1)$ から $z(k)$ までの伝達関数 H_{zw} の H_2 ノルムを最小化する制御則の存在条件が以下のように記述される。

補題 5.1 離散時間システム \mathcal{S}_a に対し静的状態フィードバック則 $u(k) = K_a x_a(k)$ を仮定する。このとき、ある正数 γ_2 に対し閉ループ系が H_2 性能条件 $\|H_{zw}\|_2 < \gamma_2$ を満足するための必要十分条件は、次の行列不等式を満足する P, W, K_a が存在することである。

$$\text{trace}(W) < \gamma_2^2,$$

$$\begin{bmatrix} W & C_a P + D_{ua} K_a P \\ PC_a^T + PK_a^T D_{ua}^T & P \end{bmatrix} > 0, \quad (5.8)$$

$$\begin{bmatrix} P & A_a P + B_{ua} K_a P & B_{wa} \\ PA_a^T + PK_a^T B_{ua}^T & P & 0 \\ B_{wa}^T & 0 & I_r \end{bmatrix} > 0. \quad (5.9)$$

証明 H_2 ノルム条件に関する良く知られた結果 ([68] などを参照) を \mathcal{S}_a に適用することで導出できる.

行列不等式条件 (5.8) および (5.9) は K_a と P に関して線形ではないが, 変数変換 ($K_a P = [K_b \ K_f] P = L$) により LMI への変形が可能である. 静的な状態フィードバックゲイン K_b および予見フィードフォワード補償ゲイン K_f は, LMI の行列変数 L および P を用いて $[K_b \ K_f] = LP^{-1}$ と導出される. このようにして状態フィードバックと予見フィードフォワード補償を同時に設計できるが, これが可能なのは状態フィードバック系を構成できる場合 ($y(k) = x(k)$) のみである. 出力フィードバック系の場合は上記の変換ができず, 非凸の双線形行列不等式として K_b および K_f を求めるか, 動的な制御則として K_a を導出することになる. 前者は非凸問題となるため, 保守的な解しか得られない場合が多い. また後者は LMI として解けるものの, 制御則 (5.5) は拡大系 \mathcal{S}_a と同次 ($= n + h + 1$) の動的なものとなる. この次数は予見ステップ数 h とともに増加するため, 実装上の困難をもたらすおそれがある.

5.3 提案する予見フィードフォワード補償ゲイン設計法

前述の課題を解決するために, 本節では静的な予見フィードフォワード補償ゲインを LMI 条件により設計する手法を提案する. ここで導出されるゲインは常に静的となるため予見ステップ数増大による動的制御則の高次化も生じない. これを可能とするため, 提案手法ではフィードバック部分をあらかじめ用意した上で予見フィードフォワード補償を設計するという手順を踏む.

各外乱入力チャネルの予見情報を以下のように定義する*1.

$$x_{d_j}(k) := [w_j(k) \ w_j(k+1) \ \dots \ w_j(k+h_j)]^T \in \mathbf{R}^{(h_j+1)},$$

$$\mathbf{x}_d(k) := [x_{d_1}^T(k) \ x_{d_2}^T(k) \ \dots \ x_{d_r}^T(k)]^T \in \mathbf{R}^{\sum_{j=1}^r (h_j+1)},$$

*1 前節では各外乱入力チャネルの予見ステップを共通 ($= h$ ステップ) としていたが, 本節ではより一般化して j チャネルの予見ステップを h_j とする. つまり文献 [57] と同様に, 予見ステップ数をチャネル毎に異なる値とすることができる.

また予見ゲイン K_f を以下のように $p \times r$ 個の部分行列に分割する.

$$K_f = \begin{bmatrix} K_{f_{11}} & \cdots & K_{f_{1r}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{f_{p1}} & \cdots & K_{f_{pr}} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{p \times \sum_{j=1}^r (h_j+1)},$$

ここで $K_{f_{ij}} \in \mathbf{R}^{1 \times (h_j+1)}$ は, $x_{d_j}(k)$ から $u_i(k)$ への静的予見フィードフォワードゲインを表す.

5.3.1 静的状態フィードバックの場合

静的状態フィードバックゲイン K_b があらかじめ与えられている場合, 以下の定理は H_2 性能を満足する K_f を導出する条件を与える.

定理 5.1 制御対象のシステム S に対して, 与えられた静的状態フィードバックゲイン K_b を用いて, 入力[§]

$$u(k) = K_b x(k) + K_f \mathbf{x}_d(k) \quad (5.10)$$

で与えられると仮定する. また外乱予見情報の初期値は全て 0 とする ($\mathbf{x}_d(0) = \mathbf{0}_{\sum_{j=1}^r (h_j+1)}$). このとき, ある正数 γ_2 に対して H_2 性能条件 $\|H_{zw}\|_2 < \gamma_2$ を満足する静的予見フィードフォワードゲイン K_f が存在するための必要十分条件は, 以下の行列不等式を満足する P, W および $\tilde{\mathbf{K}}_f$ が存在することである.

$$\text{trace}(W) < \gamma_2^2, \quad \begin{bmatrix} W & C_{cl}P \\ PC_{cl}^T & P \end{bmatrix} > 0, \quad (5.11)$$

$$\begin{bmatrix} P & A_{cl}P & B_{cl} \\ PA_{cl}^T & P & 0 \\ B_{cl}^T & 0 & I_r \end{bmatrix} > 0, \quad (5.12)$$

ただし

$$A_{cl} := \begin{bmatrix} A + B_2 K_b & B_1 C_d & B_1 \tilde{\mathbf{B}}_{dp}^T \\ 0 & \mathbf{A}_d & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_{dp}^T \end{bmatrix}, \quad B_{cl} := \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{B}_d \\ \tilde{\mathbf{K}}_f^T \end{bmatrix},$$

$$C_{cl} := \begin{bmatrix} C_1 + D_{12} K_b & D_{11} C_d & D_{12} \tilde{\mathbf{B}}_{dp}^T \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_d := \text{diag}\{A_{d_1}, \dots, A_{d_r}\}, \quad \mathbf{A}_{dp} := I_p \otimes \mathbf{A}_d,$$

$$\mathbf{B}_d := \text{diag}\{B_{d_1}, \dots, B_{d_r}\}, \quad \tilde{\mathbf{B}}_{dp} := I_p \otimes [B_{d_1}^T, \dots, B_{d_r}^T]^T,$$

$$\mathbf{C}_d := \text{diag}\{C_{d_1}, \dots, C_{d_r}\},$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_f := [\text{diag}\{K_{f_{11}}, \dots, K_{f_{1r}}\}, \dots, \text{diag}\{K_{f_{p1}}, \dots, K_{f_{pr}}\}],$$

$$A_{d_i} := \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{(h_i+1) \times (h_i+1)},$$

$$B_{d_i} := [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1]^T \in \mathbf{R}^{(h_i+1) \times 1},$$

$$C_{d_i} := [1 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0] \in \mathbf{R}^{1 \times (h_i+1)}.$$

証明 この証明では議論を簡単化するため、制御入力 $u(k)$ および外乱入力 $w(k)$ をスカラ ($p = r = 1$) とする。この場合

$$\mathbf{A}_d = \mathbf{A}_{dp} = A_{d_1}, \mathbf{B}_d = \tilde{\mathbf{B}}_{dp} = B_{d_1}, \mathbf{C}_d = C_{d_1}, \tilde{\mathbf{K}}_f = K_f.$$

となる。多入力系 ($p > 1$ または $r > 1$) の証明については付録 D を参照。

制御対象 \mathcal{S} と入力 (5.10) からなるシステムは以下のように表される。

$$\mathcal{S}_{ac} : \begin{cases} x(k+1) &= (A + B_2 K_b)x(k) + B_1 C_{d_1} x_{d_1}(k) + B_2 K_f x_{d_1}(k), \\ x_{d_1}(k+1) &= A_{d_1} x_{d_1} + B_{d_1} w(k + h_1 + 1), \\ z(k) &= (C_1 + D_{12} K_b)x(k) + D_{11} C_{d_1} x_{d_1} + D_{12} K_f x_{d_1}(k). \end{cases}$$

ここで以下の冗長系を考える。

$$\mathcal{S}_r : \begin{cases} x(k+1) &= (A + B_2 K_b)x(k) + B_1 C_{d_1} x_{d_1}(k) + B_2 K_f x_{dd_1}(k), \\ x_{d_1}(k+1) &= A_{d_1} x_{d_1}(k) + B_{d_1} w(k + h_1 + 1), \\ x_{dd_1}(k+1) &= A_{d_1} x_{dd_1}(k) + B_{d_1} w(k + h_1 + 1), \\ z(k) &= (C_1 + D_{12} K_b)x(k) + D_{11} C_{d_1} x_{d_1}(k) + D_{12} K_f x_{dd_1}(k). \end{cases}$$

システム \mathcal{S}_r の伝達関数 H_{zw} は、システム \mathcal{S}_{ac} の伝達関数と明らかに等価である。 $K_f = [k_0 \ k_1 \ \dots \ k_{h_1}]$ を用いて、以下のように対称行列 $\mathcal{M} \in \mathbf{R}^{(h_1+1) \times (h_1+1)}$ を定義する。

$$\mathcal{M}(K_f) := \begin{bmatrix} 0 & \cdots & \cdots & 0 & k_0 \\ \vdots & & \ddots & k_0 & k_1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & k_0 & \cdots & k_{h_1-2} & k_{h_1-1} \\ k_0 & k_1 & \cdots & k_{h_1-1} & k_{h_1} \end{bmatrix}. \quad (5.13)$$

この行列に関して以下の関係が成り立つ。

$$\mathcal{M}A_{d_1} = A_{d_1}^T \mathcal{M}, \quad (5.14)$$

$$\mathcal{M}B_{d_1} = K_f^T. \quad (5.15)$$

この関係を用いることで、状態変換 $x_{dd_1}(k) = \mathcal{M}^{-1}\tilde{x}_{dd_1}(k)$ によりシステム \mathcal{S}_r は以下のように変換される。

$$\mathcal{S}_{r'} : \begin{cases} x(k+1) &= (A + B_2K_b)x(k) + B_1C_{d_1}x_{d_1}(k) + B_2B_{d_1}^T\tilde{x}_{dd_1}(k), \\ x_{d_1}(k+1) &= A_{d_1}x_{d_1}(k) + B_{d_1}w(k+h_1+1), \\ \tilde{x}_{dd_1}(k+1) &= A_{d_1}^T\tilde{x}_{dd_1}(k) + K_f^T w(k+h_1+1), \\ z(k) &= (C_1 + D_{12}K_b)x(k) + D_{11}C_{d_1}x_{d_1}(k) + D_{12}B_{d_1}^T\tilde{x}_{dd_1}(k). \end{cases}$$

状態量をまとめて表現すると、

$$\mathcal{S}_{r'} : \begin{cases} x_r(k+1) &= A_{cl}x_r(k) + B_{cl}w(k+h_1+1) \\ z(k) &= C_{cl}x_r(k), \end{cases}$$

となる。ここで $x_r(k) := [x^T(k) \ x_{d_1}^T(k) \ \tilde{x}_{dd_1}^T(k)]^T$ である。文献 [68] の H_2 ノルム条件より、 $\mathcal{S}_{r'}$ が $\|H_{zw}\|_2 < \gamma_2$ を満足するための必要十分条件は、行列不等式 (5.11) および (5.12) が満たされることである。 $\tilde{x}_{dd_1}(0) = x_{d_1}(0) = \mathbf{0}_{h_1+1}$ であり、システム $\mathcal{S}_{r'}$ の伝達関数 H_{zw} は \mathcal{S}_{ac} のものと等価であることから、定理は証明された。

この条件で重要なことは、変数行列 \tilde{K}_f が A_{cl} ではなく B_{cl} の中にのみ存在することである。結果として、行列不等式 (5.11) および (5.12) は \tilde{K}_f に関して線形となっている。これは K_f に関して必要十分条件を解く際に変数行列の構造に制約を加えるなどの操作が不要であることを意味しており、保守的でない解を得ることができる。

注意 5.1 $\mathcal{S}_{r'}$ と同様のシステム表現と予見フィードフォワード設計条件は文献 [69] でも導出されているが、二つの点で本研究とは異なっている。第一に、文献における各外乱入力チャネルの予見ステップは同じでなければならない ($h_* = h$) が、本結果では同じである必要はない。二つ目の違いはシステムの大きさにある。 $\mathcal{S}_{r'}$ にあたる拡大系は、文献では $n(h+1)$ 個の状態量を持つ^{*2}が、本研究では $n+r(h+1)+pr(h+1)$ 個である。前者は予見ステップ h が大きい場合に後者より大きくなる傾向があり、実際に第 6 章の例では $n+r(h+1)+pr(h+1) = 39$ に対し $n(h+1) = 66$ となる。この大きさは設計時に解くべき LMI のサイズに直結し、LMI 求解時の演算時間に直接影響を及ぼす。

この拡大系表現を利用することで、 H_2 性能以外の条件も K_f に関して線形な形で導出することができる。例として、次の系は H_∞ 性能条件を与える。

系 5.1 制御対象 \mathcal{S} に対して、与えられた静的状態フィードバックゲイン K_b を用いて、入力が式 (5.10) で与えられると仮定する。このとき、ある正数 γ_∞ に対して H_∞ 性能条件 $\|H_{zw}\|_\infty < \gamma_\infty$ を満足する静的予見フィードフォワードゲイン K_f が存在するための必要十

^{*2} ここでは簡単のため、各入力の前見ステップは共通としている ($h_i = h$)。

分条件は、以下の行列不等式を満足する P および $\tilde{\mathbf{K}}_f$ が存在することである。

$$\begin{bmatrix} P & A_{cl}P & B_{cl} & 0 \\ PA_{cl}^T & P & 0 & PC_{cl}^T \\ B_{cl}^T & 0 & I_r & 0 \\ 0 & C_{cl}P & 0 & \gamma_\infty^2 I_m \end{bmatrix} < 0$$

証明 文献 [68] の結果を $S_{r'}$ に適用することで得られる。

5.3.2 出力フィードバックの場合

同様の設計条件は、出力フィードバックがあらかじめ与えられている場合も導出できる。動的出力フィードバック $u_{fb} = K_b(z)y$ が次の形で与えられていると仮定する。

$$x_c(k+1) = A_c x_c(k) + B_c y(k), \quad (5.16)$$

$$u_{fb}(k) = C_c x_c(k) + D_c y(k), \quad (5.17)$$

ここで $x_c(k) \in \mathbf{R}^{n_c}$ は制御器の状態量である。次の系は H_2 性能条件を満足する静的予見フィードフォワードゲインの設計条件を与える。

系 5.2 制御対象 S に対して、式 (5.16) および (5.17) の状態空間表現で与えられる動的出力フィードバックゲイン $K_b(z)$ を用いて、入力が

$$u(k) = K_b(z)x(k) + K_f \mathbf{x}_d(k) \quad (5.18)$$

で与えられると仮定する。このとき、ある正数 γ_2 に対して H_2 性能条件 $\|H_{zw}\|_2 < \gamma_2$ を満足する静的予見フィードフォワードゲイン K_f が存在するための必要十分条件は、以下の行列不等式を満足する P, W および $\tilde{\mathbf{K}}_f$ が存在することである。

$$\text{trace}(W) < \gamma_2^2, \quad \begin{bmatrix} W & C_{cl}P \\ PC_{cl}^T & P \end{bmatrix} > 0,$$

$$\begin{bmatrix} P & A_{cl}P & B_{cl} \\ PA_{cl}^T & P & 0 \\ B_{cl}^T & 0 & I_r \end{bmatrix} > 0,$$

ただし

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} A + B_2 Z_u D_c C_2 & B_2 Z_u C_c & B_1 C_d + B_2 Z_u D_c D_{21} C_d & B_2 Z_u \tilde{\mathbf{B}}_{dp}^T \\ B_c \tilde{Z}_u C_2 & A_c + B_c D_{22} Z_u C_c & B_c D_{21} C_d + B_c D_{22} Z_u D_c D_{21} C_d & B_c D_{22} Z_u \tilde{\mathbf{B}}_{dp}^T \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{A}_{dp}^T \end{bmatrix}$$

$$B_{cl} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{B}_d \\ \tilde{\mathbf{K}}_f^T \end{bmatrix}$$

$$C_{cl} = \begin{bmatrix} C_1 + D_{12}Z_u D_c C_2 & D_{12}Z_u C_c & D_{12}Z_u D_c D_{21} C_d + D_{11} C_d & D_{12}Z_u \tilde{\mathbf{B}}_{dp}^T \end{bmatrix}$$

$$Z_u = (I_q - D_c D_{22})^{-1}, \quad \tilde{Z}_u = I_q + D_{22} Z_u D_c.$$

定理 5.1 と同様に、この設計条件は A_c, B_c, C_c および D_c があらかじめ与えられている場合に変数行列 P, W および $\tilde{\mathbf{K}}_f$ に関して線形になっており、LMI として容易に解くことができる。

注意 5.2 系 5.2 は動的出力フィードバックについてのみ言及しているが、この結果は動的状態フィードバックおよび静的出力フィードバックに対しても適用可能である。前者は $C_2 = I_n, D_{21} = D_{22} = 0$ とすればよく、後者は系 5.2 の LMI 条件に現れる A_{cl}, B_{cl}, C_{cl} のうち x_c に対応する行と列を取り除き、 $D_c = K_b$ とすることで適用できる。

5.3.3 数値例

数値例として、文献 [70](Example 2) における PI 制御系が与えられた制御対象を考える。提案手法との比較のために、文献 [70] の手法に加え、動的な予見フィードフォワード補償を与える文献 [66] の手法を用いる。

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \begin{bmatrix} 0.78 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0.022 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} w(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.149 \end{bmatrix} u(k), \\ u(k) &= u_{fb}(k) + u_{ff}(k), \\ y(k) &= \begin{bmatrix} 1 & 0.483 & 0 \end{bmatrix} x(k) \end{aligned}$$

この数値例は $z = -1.29$ に不安定零点 ($|z| > 1$) を持つため、予見フィードフォワード補償による性能向上効果が高いシステムとなっている (付録 C も参照)。PI フィードバック制御器は次式で与えられている。

$$\begin{aligned} x_c(k+1) &= x_c(k) - 0.374y(k), \\ u_{fb}(k) &= x_c(k) - 1.933y(k). \end{aligned}$$

当該文献では評価関数は二次形式の総和で与えられているが、これは次式の制御出力を考えることで $\|H_{zw}\|_2$ として解釈することができる。

$$z(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0.483 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.316 \end{bmatrix} (u_{ff}(k) - u_{ff}(k-1)).$$

Table 5.1 Achieved H_2 norm for each method.

文献 [70]	文献 [66]	系 5.2
0.0258	0.0214	0.0223

外乱入力 $w(k)$ は h ステップ先までの値が得られるものとして, $\|H_{zw}\|_2$ を最小化する予見フィードフォワードゲインを設計する*³.

ここでは $h = 2$ として, 予見フィードフォワード補償設計を系 5.2, 文献 [70] および文献 [66] の三手法を用いて行った. 系 5.2 と文献 [70] の手法からは静的な予見フィードフォワード補償が導出され, これらは次の式で表される.

$$u_{ff}(k) = K_f [w(k) \quad w(k+1) \quad w(k+2)]^T,$$

ここで K_f は導出される静的ゲインである. フィードフォワード入力計算に $[w(k) \quad w(k+1) \quad w(k+2)]^T$ を直接使えるため, これらは容易に実装することができる. それに対し, 文献 [66] の手法では次の式で与えられる 5 次の動的予見フィードフォワード補償が導出される.

$$u_{ff}(k) = K_f(z) [w(k) \quad w(k+1) \quad w(k+2)]^T, \quad K_f(z) = C_f(zI_5 - A_f)^{-1}B_f + D_f.$$

Table 5.1 は, それぞれの手法で達成される H_2 性能を表している. 文献 [66] の手法は最良の性能を与えるが, その引き換えに補償器の次数は 5 次 ($= (n+h)$ 次) となっている. 文献 [70] の結果は系 5.2 より悪いものであるが, これは当該手法が「ステップ外乱に対して最適化」されたものであり, 一般に最適性を補償しないことによるものである. 以上のことから, 提案手法は制御性能の観点から文献 [70] の手法に優り, 実装性の観点から文献 [66] の手法に優ることがわかる.

5.4 おわりに

フィードバック制御則が既に与えられている制御系に対し, 静的な予見フィードフォワード補償を LMI で設計する手法を提案した. 提案手法は必要十分条件から直接導出されており, 文献 [70] の手法などと比較して保守的でない設計が可能である. 文献 [66] の手法では, 予見ステップ数に応じた高次 ($n+h$ 次) の補償器が導出される. それに対し本手法は静的な予見ゲインが得られるため, 実装上の優位性を持つ. 設計時の評価指標として, H_2 および H_∞ 性能を用いた場合の設計条件を示した. 数値例として H_2 制御問題の結果を示し, 従来手法と比較して, 提案手法は制御性能と実装性の両面から優れていることを示した.

*³ ここでは $z(k)$ に, 式 (5.1) には含まれない項 $u_{ff}(k)$ および $u_{ff}(k-1)$ が存在するため, 設計条件に若干の変更を要する.

第 6 章

適用事例: 航空機の GLA 制御

6.1 はじめに

第 1 章で述べた通り, GLA は航空機の古くからの課題である. 近年の GLA 研究の目的は, 荷重軽減による疲労寿命延長, 観測ミッションからの要求, 乗員/乗客の安全性確保など様々である. 欧州の AWIATOR プロジェクトの一環として行われた GLA 制御の検討 [71] では, H_∞ 制御を用いた多目的設計により荷重を抑制するフィードバック系が設計されている. また柔軟構造の無人機を対象とした GLA としては, 文献 [72] および [73] が挙げられる. 前者は LQG 制御を行っているのに対し, 後者はモデル予測制御の手法を用いている点に新規性がある. 文献 [74] はフィードバック制御による GLA として, B-52 爆撃機を対象とした検討を行っている. 対称曲げモードを含む縦運動の線形モデルに対し, 通常の LQG で制御することで上下加速度の低減を実現している.

フィードバックだけではなく, 何らかのフィードフォワードも用いた GLA も研究が進められている. 機首先端に備え付けた 5 孔プローブにより得られる対気速度を用いるもの [75] や, 同様に備え付けた迎角プローブによる迎角情報を用いるもの [76] などが検討されてきた. 近年では機体搭載型ドップラーライダーによる気流速度計測が正確かつ現実的になってきたことを受け [77], ライダーによる気流速度情報をフィードフォワード信号として用いる研究も増えつつある. 例えば文献 [78] および [79] では, モデル予測制御との組み合わせにより, ライダーによる前方の突風速度情報を予測モデルに取り込んだ GLA を取り扱っている.

本章では, ライダーによる前方の突風速度情報を用いた予見制御による GLA 制御を取り扱う. JAXA では航空機運航中の乱気流による事故を防止するためのプロジェクトを実施し, 高性能の機体搭載型ドップラーライダーの開発に成功している. 今後は開発したライダーを実験用航空機へ搭載し, 飛行試験によりライダーを用いた GLA 制御の有効性を実証する予定である. 本章ではその前段階として検討された, JAXA 実験用航空機を用いた予見制御による GLA 制御のシミュレーション検討について述べる.

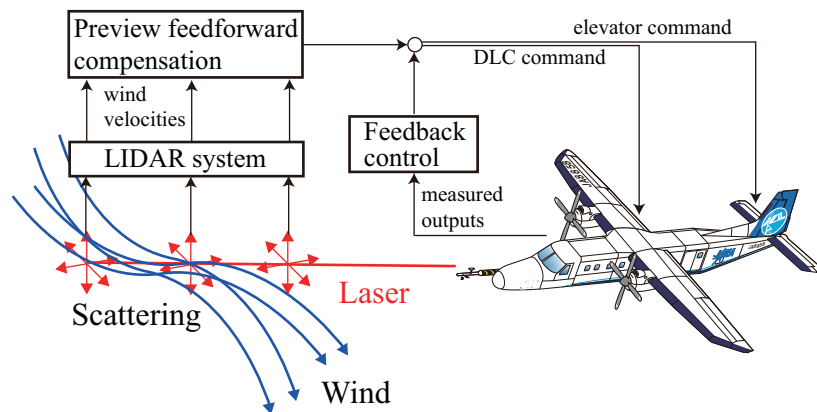


Fig. 6.1 Basic concept of gust alleviation control with LIDAR system.

6.2 ライダー情報を用いた GLA 制御

6.2.1 GLA 制御概要

突風による急激な上下風の変化は航空機を大きく振動させ、場合によってはシートベルト非装着の乗員/乗客が天井や壁に打ち付けられ傷を負う事態となる。ここでは GLA 制御の目的を乗員/乗客の安全確保とし、このような事態を防ぐために航空機の鉛直加速度を低減させる制御則を設計する。急激な風速変化を想定することから、ここで対象とする突風はパワースペクトル等で定義される連続突風ではなく、1-cos 型などの時間履歴で定義されるいわゆる孤立突風とする。

Fig. 6.1 はライダーを用いた GLA 制御の概念図である。通常の航空機の状態量を用いたフィードバック制御部分と、ドップラーライダーにより計測・推定された前方風速情報を用いた予見フィードフォワード補償部分から構成される。ドップラーライダーは光軸方向に存在するエアロゾル (気体中に浮遊する微小な液体または固体の粒子) にレーザを反射させ、その反射光のドップラーシフトを利用して突風速度を実時間で計測することができる。ライダーは本来は光軸方向の速度成分しか計測できないが、ここでは 2 軸計測を行うことで航空機前方の上下/前後風速を計測値から推定できていると仮定する [80]。計測ないし推定できる風速は物理的に前方に存在する突風の風速であるが、比較的近く (数秒のオーダーで通過する距離) の突風が短時間に大きく挙動を変えることはないとは仮定すれば、これを時間的に前方にある「予見情報」とみなすことが可能となる。たとえば離散系のサンプル時間を Δt 秒、航空機の対気速度を V m/s とすると、現在の航空機の $h \times \Delta t \times V$ m 前方の突風速度は h ステップ先の突風速度 $w_g(k+h)$ とみなすことができる。更に文献 [80] の手法では、前方の風速情報が単一の点ではなく (ライダーの 2 軸の光軸を含む) 面上の分布として得られる。つまり予見

情報としては $w_g(k), w_g(k+1), \dots, w_g(k+h)$ という連続した情報を制御ステップ毎に得られるため、第5章で提案した手法を適用することができる。

6.2.2 航空機への制御則の実装

後述する通り、ここで想定する機体は実験用航空機であり、搭載計算機の性能の範囲内であれば制御則の実装における制約は存在しない。しかし実用化を想定した場合には、計算機の性能以外の制約も考慮する必要がある。それは航空機の開発プロセスに由来する制約である。旅客機は「耐空性基準」と呼ばれる「安全性を確保するための基準」に適合しなければならず、制御則もこの基準に適合することが求められる。そのため、飛行制御ソフトウェアの開発プロセスでは、コードが基準に適合するかの厳格な検証が可能となるよう、アルゴリズムの開発段階から制約が課せられている。Airbus社の例では、アルゴリズムはMATLAB/Simulinkに似たグラフィカルツールにより記述されねばならない。また当該ツール上で使用可能な演算は加算・積分・表引きなどのごく単純なものに限定される[81]。例えば行列演算の場合、要素毎のスカラの加算・乗算に分解してツール上で記述することになる。この制約のため、設計された制御則の構造が複雑であればあるほど、アルゴリズム開発者に課される負担は大きくなる。最終的な実装までを考えた場合、制御理論に基づく制御則設計段階において、あらかじめこれらの制約を考慮した上で、問題とならない程度の計算負荷や構造を持つように設計を行う必要がある。

本稿で提案した予見制御則は、予見フィードフォワード補償部分が必ず静的ゲインとなるため、ごく多純な演算で記述することができる。また任意のフィードバック則と組み合わせた設計が可能であるため、C*制御則[82]に代表される実績のあるフィードバック制御則と併用することができる。開発プロセスにおける上記の制約を十分満足することができる。

6.2.3 対象とする航空機: MuPAL- α

本シミュレーションで対象とする、ドルニエ式 Do228-202 型を改造した実験用航空機である MuPAL- α *¹を Fig. 6.2 に示す。本機はデジタル FBW 機に改造されており、実験目的での各種誘導制御則を容易に実装することができる。エレベータなどの通常舵面に加え、DLC (Direct Lift Control) フラップと呼ばれる直接揚力制御舵面も装備している。

本章における制御目的は鉛直加速度低減であるため、航空機の運動として縦運動のみ取り扱う。また本機の振動モードは短周期モードなどと比較して高い周波数帯にあるため、振動モードは扱わず剛体としてモデル化する。このとき、巡航状態での航空機の縦運動は線形化により

*¹ MuPAL は “Multi-Purpose Aviation Laboratory” (多目的実証実験機) の略。



Fig. 6.2 MuPAL- α (©JAXA) and its body-fixed coordinate system. X: out the nose of the aircraft. Y: out the right wing. Z: down through the bottom.

以下の離散線形状態空間モデルで記述することができる。

$$x(k+1) = Ax(k) + B_1 w_g(k) + B_2 \begin{bmatrix} \delta_{e_c}(k) \\ \delta_{d_c}(k) \end{bmatrix}, \quad (6.1)$$

ここで $x(k)$, $\delta_{e_c}(k)$, $\delta_{d_c}(k)$, $w_g(k)$ はそれぞれ時刻ステップ k における航空機の状態量ベクトル, エレベータ舵角コマンド, DLC 舵角コマンド, 鉛直方向突風速度を表す。エレベータおよび DLC 舵角コマンドが制御入力, 鉛直方向突風速度が外乱入力にあたる。状態量ベクトルは以下の物理量で構成される。

$$x(k) := [u^T(k) \ w^T(k) \ q^T(k) \ \theta^T(k) \ \delta_e^T(k) \ \delta_d^T(k)]^T$$

ここで $u(k)$, $w(k)$, $q(k)$, $\theta(k)$, $\delta_e(k)$, $\delta_d(k)$ はトリム点からの微小変動量であり, それぞれ機体 X 軸速度, 機体 Z 軸速度, ピッチレート, ピッチ角, エレベータ舵角, DLC 舵角である。エレベータおよび DLC のアクチュエータは一次系としてモデル化されているため, $\delta_e(k)$ および $\delta_d(k)$ は $x(k)$ の要素として含まれている。鉛直加速度 a_z は以下で与えられる。

$$a_z(k) = Cx(k) + D_w w_g(k) + D_u \begin{bmatrix} \delta_{e_c}(k) \\ \delta_{d_c}(k) \end{bmatrix}.$$

一般に航空機のエレベータ入力 δ_{e_c} から鉛直加速度 a_z の伝達特性は不安定零点を持つことが知られている [38]。実際に上記の MuPAL- α モデルの零点は $z = 0.4713, 0.9978, 1.0000, 2.134$ であるため, 予見フィードフォワード補償の効果が期待される制御対象となっている。

6.3 予見フィードフォワード補償設計

6.2.3 節の航空機モデルに対し GLA 制御則を設計する．制御目的は鉛直加速度 a_z の低減であるが，その評価指標としては H_2 ノルムを用いる．これはシステムの入力に L_2 ノルム制約がある場合に，出力の絶対値の上界が H_2 ノルムにより抑えられることによる（文献 [83] の第 2.3 節を参照）．加速度低減において重要なのは乗員/乗客の浮き上がりを防ぐこと，つまり鉛直加速度変動の大きさが 1G を超えないことが重要である．加えてここで対象とする孤立突風は，その定義から L_2 ノルムで抑えられることが明らかである．以上より，本章での GLA 設計における評価指標は H_2 ノルムとした．

観測出力としては，舵角の正確な計測が難しいことを考慮して，

$$y(k) = [u^T(k) \ w^T(k) \ q^T(k) \ \theta^T(k)]^T = C_2 x(k), \quad (6.2)$$

$$C_2 = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]$$

とした．また制御出力は過剰な入力を防ぐため， a_z だけでなくコマンドも含める形で，

$$z(k) = \begin{bmatrix} Q^{\frac{1}{2}} a_z(k) \\ R_e^{\frac{1}{2}} \delta_{e_c}(k) \\ R_d^{\frac{1}{2}} \delta_{d_c}(k) \end{bmatrix} = C_1 x(k) + D_{11} w_g(k) + D_{12} \begin{bmatrix} \delta_{e_c}(k) \\ \delta_{d_c}(k) \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} Q^{\frac{1}{2}} C \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_{11} = \begin{bmatrix} D_w \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} D_u \\ R_e^{\frac{1}{2}} \\ R_d^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

とした．

式 (6.1)(6.2)(6.3) で表されるシステム \mathcal{S} に対して GLA 制御則を設計する．離散時間系のサンプル時間は 0.1 秒，予見ステップ数 $h = 10$ (1.0 秒に相当)，制御出力の重みはそれぞれ $(Q, R_e, R_d) = (1, 10, 100)$ とした．ここでは提案手法に加え，比較のために 2 種類の制御則を設計した．

Case 1. 動的出力フィードバック予見制御

ここでは拡大系 \mathcal{S}_a に対して標準的な H_2 最適制御問題 [84] を解くことで，動的な出力フィードバック予見制御則 $K_a(z)$ を設計する．この手法はフィードバック則 $K_b(z)$ と予見フィードフォワード補償 $K_f(z)$ を同時に導出し，理論的に最適な性能を与える．

Case 2. 動的出力フィードバックと静的予見フィードフォワード補償

まず \mathcal{S} に対して標準的な H_2 最適制御問題を解くことで，動的出力フィードバック $K_b(z)$ を設計する．その後 \mathcal{S}_a の状態量の一部である $x_d(k)$ のみを使用できる静的出力

Table 6.1 Types of designed K_b and K_f .

	Case 1	Case 2	Case 3
Type of K_b	dynamic	dynamic	dynamic
Type of K_f	dynamic	static	static

Table 6.2 Achieved H_2 norm and controller order for each case.

	Case 1	Case 2	Case 3
H_2 norm	0.8380	0.9404	0.8384
Controller order	17 ($= n + h + 1$)	6 ($= n$)	6 ($= n$)

フィードバック問題として、文献 [68] の手法により静的な予見フィードフォワード補償 K_f を得る。これは変数行列の一部に上三角ブロック構造の制約を課すことで静的出力フィードバック問題を解くものである。

Case 3. 提案手法による予見制御

まず \mathcal{S} に対して標準的な H_2 最適制御問題を解くことで、動的出力フィードバック $K_b(z)$ を設計する。その後第5章の系 5.2 に基づき静的予見フィードフォワード補償 K_f を求める。

各制御則における K_b, K_f の種類を Table 6.1 にまとめた。

6.4 シミュレーション結果

Table 6.2 に各ケースにおける H_2 ノルム最小値と、得られた制御則全体の次数の達成値を示す。前述の通り、Case 2 では変数行列の一部に上三角ブロック構造の制約を課すことで K_f を導出する。この制約により保守的な解となるため、 H_2 ノルム達成値は他のケースよりも悪い。Case 3 は保守的な制約がないため、達成値は Case 2 と比較して良好であり、最適値である Case 1 の値に近い。ここで重要なのは、Case 3 の制御則の次数が Case 1 の次数よりも小さいことである。Case 1 の制御則は拡大系 \mathcal{S}_a に対する H_2 最適制御問題として設計されているため、 \mathcal{S}_a と同じ次数である $(n + h + 1)$ 次となる。これに対し Case 2 および Case 3 の制御則は、動的出力フィードバックは次数 n のシステム \mathcal{S} に対して設計され、予見フィードフォワード補償は静的であるため、全体の次数は n となる。これは提案手法による制御則 (Case 3) が準最適な性能を持ちつつ、実装上の観点からも好ましいものであることを意味する。

Figs. 6.4–6.6 は、1-cos 型の孤立突風 (Fig. 6.3) に遭遇した場合の各制御則のシミュレー

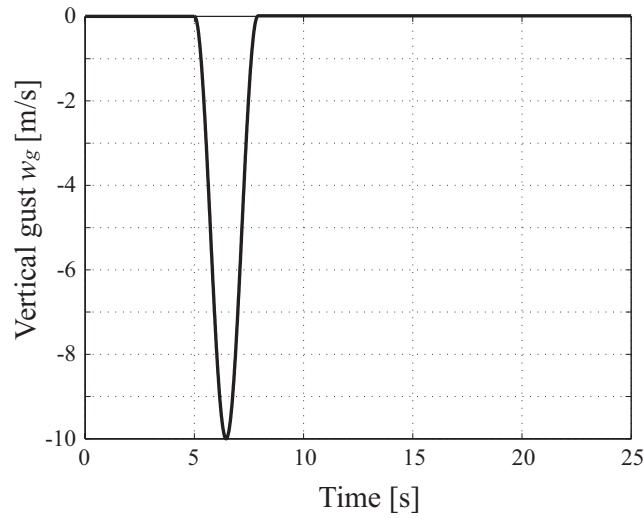


Fig. 6.3 The 1-cos-shape gust used in the simulation.

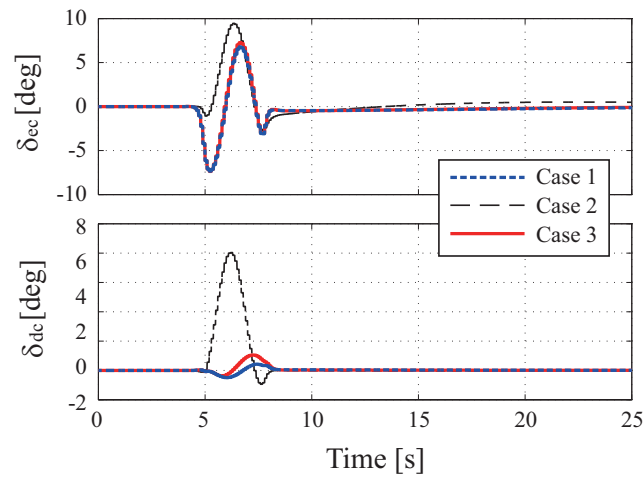


Fig. 6.4 Time histories of elevator and DLC commands for each case.

シミュレーション結果である。舵角コマンド (Fig. 6.4) に着目すると、Case 1 および Case 3 はほぼ同じ挙動を示しており、結果的に両者の各状態量 (Fig. 6.5) もほぼ一致していることがわかる。Fig. 6.6 は上下加速度の時間履歴を表す。Case 1 および Case 3 では、Case 2 と比較して加速度低減効果が非常に良く現れている。以上のことから、提案手法による制御則 (Case 3) は低次ながら準最適な性能を示すという、実装上好ましい性質を持つと結論付けられる。

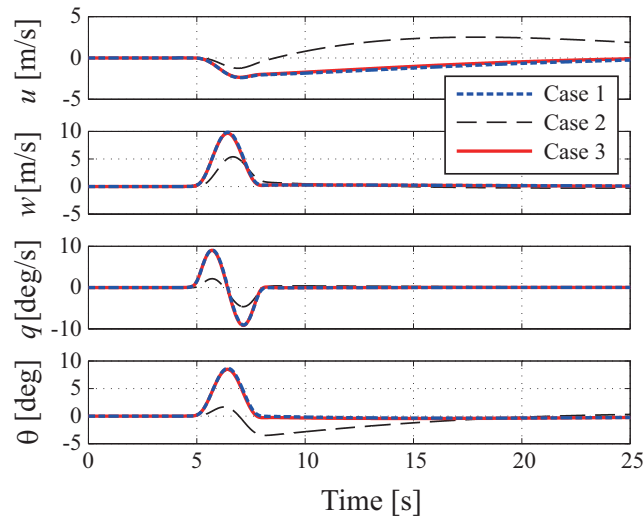


Fig. 6.5 Time histories of longitudinal states for each case.

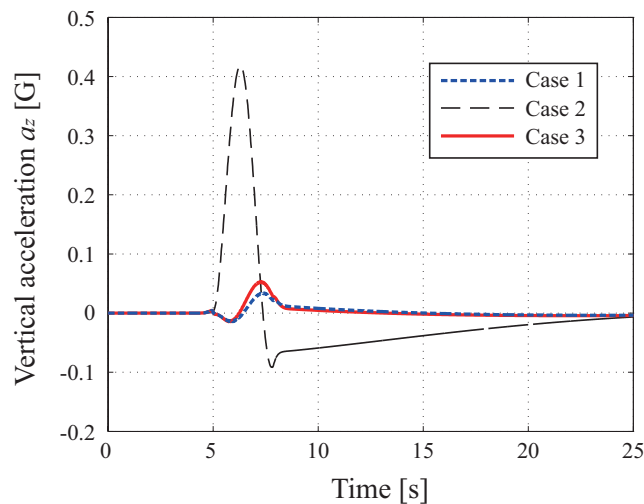


Fig. 6.6 Time histories of vertical acceleration for each case.

6.5 おわりに

第5章で提案した、静的な予見フィードフォワードゲインからなる予見制御則設計手法を、ライダーによる前方の突風速度情報を用いた GLA 制御へ適用した。設計された制御則は、理論的に最適な動的予見制御則よりも低い次数でありながら、ほぼ最適に近い性能を発揮することが確かめられた。ここではフィードバックとフィードフォワードの設計において同じ性能指標 (H_2) を用いたが、提案手法では両者を別の指標で設計することも可能である。別の指標を用いることで、例えば突風がない場合 (フィードバックのみ) の制御は高度保持を行い、突風

を予見した場合に (フィードフォワードが加わることで) 全体として GLA が行われるという制御則の構成も可能となる.

第7章

結論と課題

7.1 本論文のまとめ

本論文は「航空宇宙機への実装を考慮した制御則設計手法」を主題とし、航空宇宙機における重要な制御課題である「特性変動」と「突風応答」を通して、GS制御と予見制御の設計手法について論じた。まず簡便な構造を持つGS制御則設計手法と、パドル回転角により振動モードが変動する大型柔軟構造衛星に対するGS制御則設計と軌道上実験結果を紹介した。次に低次構造となる予見制御設計手法を提案し、実験用航空機に対する予見GLA制御則設計と、シミュレーションによる性能評価結果を示した。どちらの適用例においても、提案手法は実装が容易な構造を持ちつつも、他の手法と比較して遜色ない制御性能を発揮することが確認できた。

第3章および第5章で提案した手法の特徴は以下のようにまとめられる。

- 区分点の数が調整可能かつ線形補間型のGS制御則 (第3章)
従来手法では、GS制御則の区分点の数と達成しうる制御性能は不可分な関係にあった。今回の提案手法では補助変数の導入により両者を分けることができ、また複数の補助変数を全て共通とすることでスケジュール則を線形補間とすることが可能となった。
- 予見フィードフォワード補償部分が静的な定数ゲインとなる予見制御則 (第5章)
従来は状態フィードバックが可能かつ予見フィードフォワード補償と同時に設計する場合にのみ、当該部分を静的な定数ゲインとすることが可能であった。提案手法はフィードバック設計と当該部分の設計をあえて分け、かつ予見情報を表すシステムの行列が持つ特殊構造を利用してLMI条件を変形することで、フィードバックの形式(状態/出力、静的/動的)によらず当該部分を静的な定数ゲインとして導出することを可能にした。

両手法に共通することは、LMIで記述される設計条件において、Lyapunov関数を構成する行列を制御則の導出から排除したことである。導出されたLMI条件の背景には、制御性

能を特徴付ける Lyapunov 関数の存在がある。GS 制御では $X(\theta)$ 、予見制御では P により Lyapunov 関数が構成されるが、従来手法ではこれらが制御則の導出に直接使用されていたため、制御則の構造を変える自由度が存在しなかった。本論文の GS 制御では、補助変数を導入することにより $X(\theta)$ を制御則から排除した。予見制御では、予見情報を表すシステムの行列が持つ構造を利用することで K_f の導出から P を排除し、定数ゲインとしての導出を可能とした。性能向上のみを目的とする場合は、制御則の導出まで考える必要は無く、最適性能を与える設計条件を導出すればよい。しかし制御性能だけでなく制御則の実装までを考慮する場合は、上記の視点に基づく設計条件の導出が必要である。

第4章および第6章では、大型柔軟構造衛星と実験用航空機という実問題に対して、提案手法がどのように性能と実装性のバランスを取りうるかを示した。宇宙機のようにコロケーションを取りやすい制御対象では、制御対象は不安定零点を持たないため、第3.5節の例のように性能と実装性は比較的単純なトレードオフ関係にある。それに対して航空機では、第6章の加速度低減問題のように不安定零点が現れる場合がある。不安定零点が存在する場合は、フィードバック制御だけではいくら実装性を妥協しても性能向上には限界があり、一部で性能向上を諦める設計法を選択する必要がある(注意3.3参照)。しかし予見情報が利用可能な場合には、第5章(および付録C)で示した通り、不安定零点が存在しても性能を向上させることが可能である。それに加えて、提案した設計手法は予見ステップ数によらず静的なゲインを与えるため、性能向上のためステップ数を増加させても実装が容易な構造を保つことができる。本論文で提案した予見制御設計法は、不安定零点が存在する場合の性能と実装性のバランスについて、一つの解を与えるものである。

なお、第4章で取り上げた制御則では、上記以外にも実装を容易とするための策が講じられている点に注意されたい。それは式(4.17)におけるモデルの低次元化である。モデル低次元化による制御則の低次元化は新しい手法ではないが、今回の提案手法と両立するものであり、より実装に適した制御則の導出が可能となる。例えば、第6章では剛体の機体モデルを想定していたが、大型航空機は高次の柔軟モードを有している。この場合は第4章と同様のモデル低次元化により、高次モードを摂動と見なした低次フィードバック制御則を先に設計する。その上で今回の予見フィードフォワード補償を設計することで、全体として低次元な制御則を得ることが可能となる。

7.2 今後の課題と展望

提案手法に関して、完全な解決に至っていない課題とその展望は以下の通りである。

7.2.1 GS 制御の区分点の決め方に関して

第 3.4.3 節でも述べた通り，ゲインの分割である D^{Γ} は設計パラメータではなく，あらかじめ与える必要がある．この分割を与える明確な指針は今のところ存在しないが，文献 [36] ではゲイン設計と同時に分割 D^{Γ} の最小のものを求めようとするアルゴリズムを提案している．この手法は最大 N 回 (分割 D の両端を除いた区分点の数) の繰り返し設計を必要とし，各繰り返し毎に「最も不要なゲイン区分点」を選択し，次の繰り返しでは D^{Γ} からそれを除くことで区分点を削減するものである．分割の最小性は保証されないため，この点は今後の課題として残る．

7.2.2 出力フィードバック GS 制御における B_c の決め方に関して

定理 4.1 では，制御則の入力行列を「あらかじめ与えられたパラメータ非依存行列 ($B_c(\theta) = B_c$)」としている．これは条件の中に Y_* と B_c ，または S_* と B_c の積の項が存在することによる． B_c を行列変数とすると，これらは LMI ではなく双線形行列不等式となり，凸計画問題として解くことができないためである．きく 8 号の例では， $\theta = 0$ における時不変システムで H_{∞} 制御問題を解き，そこで得られる B_c を用いているが，必ずしも一般的な方法ではない．一つの可能性としては，繰り返し計算により B_c も更新していくことが考えられる．つまり，まず B_c を固定して他の行列変数を求め，次に B_c 以外の行列変数を固定とした上で B_c のみを行列変数として LMI 条件を解くという手法である．ただしこのやり方でも，繰り返し毎に必ず性能が改善するかどうかは定かではなく，有効性は明らかでない．

7.2.3 H_2 予見制御における最適性に関して

第 6.4 節のシミュレーション結果において， H_2 最適な動的出力フィードバックを施したシステムに対して系 5.2 を適用した設計結果と，理論的に最適な設計結果 (拡大系に対して H_2 最適制御問題を解いたもの) がほぼ同じであることは興味深い示唆を与える．状態フィードバックが可能な場合，理論的に最適な H_2 予見制御則のフィードバック部分が通常の (予見を行わない) H_2 最適な状態フィードバックゲインと一致することは従来から知られている (例えば [66] など)．出力フィードバックの場合に同様の主張が可能かどうかは定かではないが，今回の結果は「通常の (予見を行わない) H_2 最適な動的出力フィードバック則 + 静的予見フィードフォワード補償」により理論的な最適予見制御が得られる可能性を示している．

つまり従来の H_2 最適予見制御設計手法では，ある固定した予見時間に対して，最適な制御則は

- 静的状態フィードバック + 静的予見フィードフォワード補償
(状態フィードバックが可能な場合)
- 拡大系に対して設計される動的な予見制御則
(状態フィードバックが不可能な場合)

の2通りしか得られなかったところ、今回の提案手法により

- 動的出力フィードバック + 静的予見フィードフォワード補償

としても得られることが示された可能性がある。ただしこれは今回数値例として示されただけであり、証明が可能かどうかも含めて今後の課題である。

7.2.4 他の最適化手法 (nonsmooth optimizer) による設計に関して

最後に、本論文と同様に制御則の構造を考慮できる設計手法について言及する。本論文では設計条件を LMI 条件として導出することで、凸最適化問題として制御則を設計する方針を採った。近年、制御則のパラメータの構造などをあらかじめ限定した上で、非凸最適化問題として制御則を設計する手法が注目されている。いわゆる構造化 H_∞ 設計 (structured H_∞ synthesis) である [85]*¹。ここでは制御則の構造をあらかじめ望ましい形で与えた上で、通常の H_∞ 制御の定式化を行い、nonsmooth optimizer により数値的に解を与える。この問題は非凸かつ NP 困難となるため、LMI で得られる条件と比較して不利な面があるものの、有効な設計手法としてロケットや航空機への適用が検討され始めている [86][87]。

提案手法および同様の凸最適化問題としてのアプローチと、nonsmooth optimizer による非凸最適化問題としての解法は、今後両立させていくべきものと考え。既に述べた通り後者は非凸かつ NP 困難であるため、局所最適に陥る可能性や、問題のサイズによっては設計に多大な計算時間を要するおそれがある。そのため全ての問題に対して後者を適用することは不可能であるが、部分的に使用し前者と併用することで、より良い設計結果が期待できる。航空機の予見 GLA 制御における例として、文献 [88] ではフィードバック部分を C^* 制御と呼ばれる簡便な構造に限定した設計を行っている。ここでは構造化 H_∞ 設計により、 C^* 制御パラメータと静的予見フィードフォワード補償を全て同時に設計しているが、まず C^* 制御のみを構造化 H_∞ 設計で得た上で提案手法を適用することも可能である。併用することで効率的な設計となることが期待できるため、更なる検討が望まれる。

*¹ ここで言う「構造化」とは、設計対象である制御則が構造化しているという意味であり、いわゆる構造化特異値設計 (μ -synthesis) とは意味が異なる点に注意。

付録 A

定理 4.1 の証明

定理 4.1 中の不等式 (4.7)–(4.10) は文献 [28] で扱われている不等式のクラスに含まれるため、定理 3.1 と同様の議論で不等式 (4.4)–(4.5) が成り立つことが示される。

以下証明の概略を示す。不等式 (4.8)–(4.10) が成り立つ時、任意の $\theta \in [\theta_k, \theta_{k+1}]$, $k = 0, 1, \dots, N$ について不等式 (A.1) が成り立つ。ただし

$$\begin{cases} Q_{11} = A(\theta)Y_S(\theta) + Y_S(\theta)A^T(\theta) - \omega \frac{\Delta Y_k}{\Delta \theta_k}, \\ Q_{12} = A(\theta)S_S(\theta) + Y_S(\theta)C_2^T(\theta)B_c^T - \omega \frac{\Delta S_k}{\Delta \theta_k}, \\ Q_{22} = B_c C_2(\theta)S_S(\theta) + S_S(\theta)C_2^T(\theta)B_c^T - \omega \frac{\Delta S_k}{\Delta \theta_k}, \end{cases}$$

である。ここで (A.1) の不等号が “ \ll ” であることを考えると、この不等式は各区間を少し広げた区間でも成り立つ。そして定理に現れる l が、

- 少し広げた区間である $\theta \in [\theta_k - \frac{l}{2}, \theta_{k+1} + \frac{l}{2}]$, $k = 0, 1, \dots, N$ において式 (A.1) が成り立ち、かつ
- 区間 $[\theta - \frac{l}{2}, \theta + \frac{l}{2}]$ が高々 1 つの区分点 θ_k しか含まない

程度に十分小さな正数であるならば、 θ の全ての区間において

$$Y_{cl}(\theta) = \begin{bmatrix} Y(\theta) & S(\theta) \\ S(\theta) & S(\theta) \end{bmatrix} \gg 0$$

つまり式 (4.4) が成り立ち、かつ不等式 (A.1) において

$$\begin{cases} Q_{11} = A(\theta)Y(\theta) + Y(\theta)A^T(\theta) - \omega \frac{\partial Y_k}{\partial \theta_k}, \\ Q_{12} = A(\theta)S(\theta) + Y(\theta)C_2^T(\theta)B_c^T - \omega \frac{\partial S_k}{\partial \theta_k}, \\ Q_{22} = B_c C_2(\theta)S(\theta) + S(\theta)C_2^T(\theta)B_c^T - \omega \frac{\partial S_k}{\partial \theta_k}, \end{cases}$$

としたものが成り立つ。

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} Q_{11}(\theta) & Q_{12}(\theta) & Y(\theta)C_1^T(\theta) & B_1(\theta) & -S(\theta) & 0 \\ Q_{12}^T(\theta) & Q_{22}(\theta) & S(\theta)C_1^T(\theta) & B_c D_{21}(\theta) & 0 & -S(\theta) \\ C_1(\theta)Y(\theta) & C_1(\theta)S(\theta) & -\gamma I & D_{11}(\theta) & 0 & 0 \\ B_1^T(\theta) & D_{21}^T(\theta)B_c^T & D_{11}^T(\theta) & -\gamma I & 0 & 0 \\ -S(\theta) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -S(\theta) & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} B_2(\theta)W_S^\Gamma(\theta) & B_2(\theta)W_S^\Gamma(\theta) \\ V_S^\Gamma(\theta) & V_S^\Gamma(\theta) \\ D_{12}(\theta)W_S^\Gamma(\theta) & D_{12}(\theta)W_S^\Gamma(\theta) \\ 0 & 0 \\ G_S^\Gamma(\theta) & 0 \\ 0 & G_S^\Gamma(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & -\epsilon I & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & -\epsilon I \end{bmatrix} + \left(\star \right)^T \ll 0 \quad (\text{A.1})
\end{aligned}$$

次に、式 (A.1) に対して、

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} B_2(\theta)W_S^\Gamma(\theta) & B_2(\theta)W_S^\Gamma(\theta) \\ V_S^\Gamma(\theta) & V_S^\Gamma(\theta) \\ D_{12}(\theta)W_S^\Gamma(\theta) & D_{12}(\theta)W_S^\Gamma(\theta) \\ 0 & 0 \\ G_S^\Gamma(\theta) & 0 \\ 0 & G_S^\Gamma(\theta) \end{bmatrix}^\perp \\
& = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & -B_2(\theta)C_c(\theta) & -B_2(\theta)C_c(\theta) \\ 0 & I & 0 & 0 & -A_c(\theta) & -A_c(\theta) \\ 0 & 0 & I & 0 & -D_{12}(\theta)C_c(\theta) & -D_{12}(\theta)C_c(\theta) \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

(ここでは $V_S^\Gamma(\theta) = A_c(\theta)G_S^\Gamma(\theta)$, $W_S^\Gamma(\theta) = C_c(\theta)G_S^\Gamma(\theta)$ の関係を用いた) を左辺から、また転置行列を右辺から掛けることで式 (4.5) が成り立つことが示される。

最後に、 $A_c(\theta)$ および $C_c(\theta)$ の導出に必要な $G_S^\Gamma(\theta)$ の正則性は以下のように保証される。式 (4.8) または (4.9) から、 $-\epsilon(G_k + G_k^T) < 0$ が成り立ち、 $\epsilon > 0$ であることと G_k の定義から、 $G_j^\Gamma + G_j^{\Gamma T} > 0$ が成り立つ ($j = 0, 1, \dots, N_\Gamma + 1$)。ここで、一般に正方行列に対して $\lambda_{\min}((A + A^*)/2) + \lambda_{\min}((B + B^*)/2) \leq \text{Re}[\lambda_i(A + B)]$ が成り立ち、 $G_S^\Gamma(\theta) = (1 - \alpha)G_j^\Gamma + \alpha G_{j+1}^\Gamma$ と表されること ($\theta \in [\theta_j^\Gamma, \theta_{j+1}^\Gamma]$, $\alpha := \frac{\theta - \theta_j^\Gamma}{\theta_{j+1}^\Gamma - \theta_j^\Gamma}$, $0 \leq \alpha \leq 1$) を考えると、

$$\begin{aligned}
\text{Re}[\lambda_i(G_S^\Gamma(\theta))] & \geq \lambda_{\min}\left(\frac{1 - \alpha}{2}(G_j^\Gamma + G_j^{\Gamma T})\right) + \lambda_{\min}\left(\frac{\alpha}{2}(G_{j+1}^\Gamma + G_{j+1}^{\Gamma T})\right) \\
& > 0
\end{aligned}$$

が $\theta \in \Theta_{\text{val}}$ で成り立ち、固有値の実部が非零であることから、 $G_S^\Gamma(\theta)$ の正則性が保証される。

以上から、不等式 (4.4)–(4.5) を満足する行列 $Y_{cl}(\theta)$, $A_c(\theta)$, $C_c(\theta)$ の存在が示された。

付録 B

きく 8 号モデルの対称性について

簡単のため，姿勢角のみを出力として考える．あるパドル角 $\theta_a \in [0, 90]$ におけるきく 8 号の伝達関数モデル $\Sigma(\theta_a)$ は次のように表すことができる．

$$\Sigma(\theta_a) = \begin{bmatrix} \frac{b(s)}{a(s)} & 0 & \frac{e(s)}{a(s)} \\ 0 & \frac{c(s)}{a(s)} & 0 \\ \frac{e(s)}{a(s)} & 0 & \frac{d(s)}{a(s)} \end{bmatrix}.$$

ここで $a(s) \sim e(s)$ は s の多項式である．軸間干渉はロールとヨー間のみ存在する．これに対し，パドル角 $(180 - \theta_a) \in [90, 180]$ における伝達関数モデルは次のようになる．

$$\Sigma(180 - \theta_a) = \begin{bmatrix} \frac{b(s)}{a(s)} & 0 & -\frac{e(s)}{a(s)} \\ 0 & \frac{c(s)}{a(s)} & 0 \\ -\frac{e(s)}{a(s)} & 0 & \frac{d(s)}{a(s)} \end{bmatrix}.$$

つまり対角要素は等しく，かつ干渉項については符号が反転したものとなっている．更にきく 8 号においては，ロールおよびヨーの軸間干渉は非常に小さく，その影響はほぼ無視できる ($|e(s)| \approx 0$)．よって近似的に $\Sigma(\theta_a) \approx \Sigma(180 - \theta_a)$ が成り立ち，パドル角 90 度 (および 270 度) において対称と考えることができる．この事実により，第 4 章ではパドル角範囲を $\theta \in [0, 90]$ とした議論を行っている．ただしあくまでも近似的な対称性であるため，第 4 章の設計後には範囲外においても設計条件 (4.18) が満足されることを確認した後に衛星への実装を行った．

付録 C

非最小位相系における予見制御の有効性

ここでは、非最小位相系 (不安定零点を有するシステム) に対して予見制御が特に有効であることを、文献 [66] と同様に簡単なシステムを例として説明する。

Fig. C.1 で表されるシステムを考える。 $G_1(z), G_2(z)$ は制御対象であり、それぞれ制御入力から出力、外乱入力から出力の伝達関数を表す。 $K(z)$ は制御器であり、 z^{-h} は信号を h ステップ遅延させる要素である。制御対象の出力には外乱 $w(k)$ が印加されるが、制御則は h ステップ先の外乱情報 $w(k+h)$ を用いた予見制御とする。ここでの制御目的は、第 6 章における GLA 問題と同様に、外乱の影響が加わった出力 z を予見情報 $w(k+h)$ を用いたフィードフォワード制御により最小化することとする。

簡単のため、 $G_1 = \frac{z-b}{z-a}$ ($|a| < 1, |b| > 1$), $G_2 = 1$ として、外乱から出力 z までの伝達関数を考える。

$$H_{zw} = \frac{z-b}{z-a}K(z) + \frac{1}{z^h},$$

$z = b$ が $G_1(z)$ の安定零点であれば、 $h = 0, K(z) = -\frac{z-a}{z-b}$ とすることで $H_{zw} = 0$ とできる

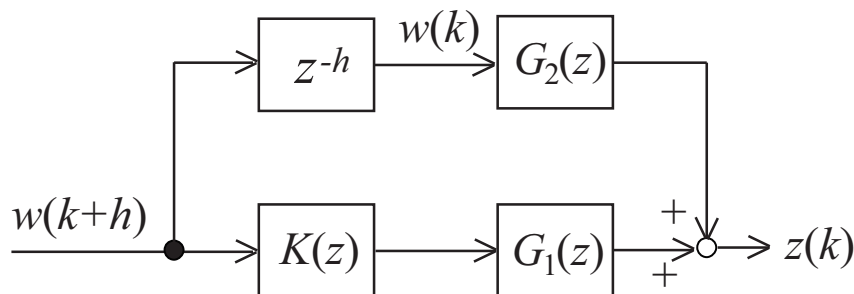


Fig. C.1 A simple preview control problem.

が、ここでは $|b| > 1$ であるため $K(z)$ が不安定となる。そこで H_{zw} を次のように変形する。

$$H_{zw} = \frac{z-b}{1-bz} \left(\frac{1-bz}{z-a} K(z) + \frac{1-bz}{(z-b)z^h} \right)$$

$\frac{z-b}{1-bz}$ は全域通過特性を持つため、それに続く括弧内のノルムを小さくすることを考える。 $K(z)$ が安定であるためには、 $\frac{1-bz}{z-a} K(z)$ も安定である必要がある。右辺第二項を次のように安定な部分と不安定な部分に分解し、安定な部分を $K(z)$ を含む項でキャンセルすることで、括弧内のノルムを小さくすることができる。

$$\begin{aligned} \frac{1-bz}{(z-b)z^h} &= \frac{1}{(z-b)z^h} \left(-(1-b^{-2})b^{-h+1}z^{h+1} - (1-b^{-2})bz \right. \\ &\quad \left. + (1-b^{-2})b^{-h+1}z^{h+1} - b^{-1}(z-b) \right) \\ &= \frac{1-b^{-2}}{(z-b)z^h} \left(-b^{-h+1}z^{h+1} - bz + b^{-h+1}z^{h+1} - (z-b)\frac{b^{-1}}{1-b^{-2}} \right) \end{aligned}$$

ここで右辺括弧内の第二項と第三項について、

$$-bz + b^{-h+1}z^{h+1} = -bz(1-b^{-h}z^h) = (z-b)z \frac{b(1-(\frac{z}{b})^h)}{b-z} = (z-b)z \frac{1-(\frac{z}{b})^h}{1-\frac{z}{b}}$$

であるから、

$$\frac{1-bz}{(z-b)z^h} = \frac{1-b^{-2}}{(z-b)z^h} \left(-b^{-h+1}z^{h+1} + (z-b) \left(z \frac{1-(\frac{z}{b})^h}{1-\frac{z}{b}} - \frac{b^{-1}}{1-b^{-2}} \right) \right)$$

となる。更に等比数列の和の公式から、

$$z \frac{1-(\frac{z}{b})^h}{1-\frac{z}{b}} = b \left(\frac{z}{b} \frac{1-(\frac{z}{b})^h}{1-\frac{z}{b}} \right) = b \sum_{i=1}^h \left(\frac{z}{b} \right)^i$$

であることから、最終的に

$$\frac{1-bz}{(z-b)z^h} = \frac{z}{z-b} \frac{1-b^2}{b^{h+1}} + \frac{1}{z^h} \left(-b^{-1} + (1-b^{-2})b \sum_{i=1}^h \left(\frac{z}{b} \right)^i \right)$$

となり、第一項の不安定部分と第二項の安定部分に分解することができた。よって

$$K(z) = -\frac{z-a}{1-bz} \frac{1}{z^h} \left(-b^{-1} + (1-b^{-2})b \sum_{i=1}^h \left(\frac{z}{b} \right)^i \right)$$

とすることで、 H_{zw} は

$$H_{zw} = \frac{z}{1-bz} \frac{1-b^2}{b^{h+1}}$$

となる。この伝達関数は $h \rightarrow \infty$ で 0 に漸近することから、予見制御の有効性が示された。

付録 D

多入力系 ($p > 1$ または $r > 1$) における定理 5.1 の証明について

多入力系においても式 (5.13) に相当する対称行列が存在することを示せば良い。ベクトル $x_{d_j}(k)$ と外乱入力 $w_j(k)$ の関係を再掲する。

$$\begin{aligned} x_{d_j}(k+1) &= A_{d_j}x_{d_j}(k) + B_{d_j}w_j(k+h_j+1), \\ w_j(k) &= C_{d_j}x_{d_j}(k), \quad \text{for } j = 1, \dots, r. \end{aligned}$$

多入力系では \mathcal{S}_{ac} は以下のように表される。

$$\mathcal{S}_{ac} : \begin{cases} x(k+1) &= (A + B_1K_b)x(k) + B_2C_d\mathbf{x}_d(k) + B_1K_f\mathbf{x}_d(k), \\ \mathbf{x}_d(k+1) &= \mathbf{A}_d\mathbf{x}_d + \mathbf{B}_d\mathbf{w}(k+h_*+1), \\ z(k) &= (C_1 + D_{11}K_b)x(k) + D_{12}C_d\mathbf{x}_d + D_{11}K_f\mathbf{x}_d(k), \end{cases}$$

ここで各行列と状態量 $\mathbf{x}_d(k)$ は第 5.3 節で定義される通りであり、 $\mathbf{w}(k+h_*+1)$ は各外乱入力の予見ステップ外の値をベクトルとしてまとめたものである。

$$\mathbf{w}(k+h_*+1) := \begin{bmatrix} w_1(k+h_1+1) \\ w_2(k+h_2+1) \\ \vdots \\ w_r(k+h_r+1) \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^r.$$

以下の冗長なシステム \mathcal{S}_r を考える。

$$\mathcal{S}_r : \begin{cases} x(k+1) &= (A + B_1K_b)x(k) + B_2C_d\mathbf{x}_d(k) + B_1\mathbf{K}_f\mathbf{x}_{dp}(k), \\ \mathbf{x}_d(k+1) &= \mathbf{A}_d\mathbf{x}_d + \mathbf{B}_d\mathbf{w}(k+h_*+1), \\ \mathbf{x}_{dp}(k+1) &= \mathbf{A}_{dp}\mathbf{x}_{dp} + \mathbf{B}_{dp}\mathbf{w}(k+h_*+1), \\ z(k) &= (C_1 + D_{11}K_b)x(k) + D_{12}C_d\mathbf{x}_d + D_{11}\mathbf{K}_f\mathbf{x}_{dp}(k), \end{cases}$$

ここで \mathbf{A}_{dp} は第 5.3 節で定義されるものであり、その他の各行列と状態量は以下のように定義される。

$$\mathbf{B}_{dp} := \mathbf{1}_p \otimes \mathbf{B}_d \in \mathbf{R}^{p \sum_{j=1}^r (h_j+1) \times r},$$

$$\mathbf{K}_f =: \text{diag} \left\{ \begin{bmatrix} K_{f_{11}}^T \\ \vdots \\ K_{f_{1r}}^T \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} K_{f_{p1}}^T \\ \vdots \\ K_{f_{pr}}^T \end{bmatrix} \right\}^T \in \mathbf{R}^{p \times p \sum_{j=1}^r (h_j+1)},$$

$$\mathbf{x}_{dp}(k) := \begin{bmatrix} x_{d_{11}}(k) \\ \vdots \\ x_{d_{1r}}(k) \\ x_{d_{21}}(k) \\ \vdots \\ x_{d_{2r}}(k) \\ \vdots \\ x_{d_{pr}}(k) \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{p \sum_{j=1}^r (h_j+1)},$$

ここで現れる状態量 \mathbf{x}_{dp} は, w_j の各フィードフォワード入力チャンネル u_1, \dots, u_p への寄与を個別に表現するために, 単入力時の証明に現れる \mathbf{x}_d と比較して p 倍冗長なものとなっている.

式 (5.13) で定義される $\mathcal{M}(K_f)$ を用いて, 以下の行列を定義する.

$$\mathbf{M} := \text{diag}\{\mathcal{M}_{f_{11}}, \dots, \mathcal{M}_{f_{1r}}, \mathcal{M}_{f_{21}}, \dots, \mathcal{M}_{f_{2r}}, \dots, \mathcal{M}_{f_{pr}}\},$$

ここで $\mathcal{M}_{f_*} := \mathcal{M}(K_{f_*})$ である. 式 (5.14) と (5.15) から, 以下の式が成り立つ.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\mathbf{A}_{dp} &= \mathbf{A}_{dp}^T \mathbf{M} \\ \mathbf{M}\mathbf{B}_{dp} &= \tilde{\mathbf{K}}_f^T \\ \tilde{\mathbf{B}}_{dp}^T \mathbf{M} &= \mathbf{K}_f. \end{aligned}$$

これらの関係を用いると, 線形変換 $\mathbf{x}_{dp}(k) = \mathbf{M}^{-1} \tilde{\mathbf{x}}_{dp}(k)$ によりシステム \mathcal{S}_r が次のシステム \mathcal{S}'_r へ等価変換される.

$$\mathcal{S}'_r : \begin{cases} x(k+1) &= (A + B_1 K_b) x(k) + B_2 \mathbf{C}_d \mathbf{x}_d(k) + B_1 \tilde{\mathbf{B}}_{dp}^T \tilde{\mathbf{x}}_{dp}(k), \\ \mathbf{x}_d(k+1) &= \mathbf{A}_d \mathbf{x}_d + \mathbf{B}_d \mathbf{w}(k + h_* + 1), \\ \tilde{\mathbf{x}}_{dp}(k+1) &= \mathbf{A}_{dp}^T \tilde{\mathbf{x}}_{dp} + \tilde{\mathbf{K}}_f^T \mathbf{w}(k + h_* + 1), \\ z(k) &= (C_1 + D_{11} K_b) x(k) + D_{12} \mathbf{C}_d \mathbf{x}_d + D_{11} \tilde{\mathbf{B}}_{dp}^T \tilde{\mathbf{x}}_{dp}(k), \end{cases}$$

以降の議論は定理 5.1 の証明と同様である.

謝辞

本研究を進めるにあたり、終始熱心なご指導を頂きました。主任指導教員である新誠一教授に心より感謝致します。新先生には東京大学大学院における修士課程でご指導頂いて以来、長きにわたり研究に関するご助言を賜り、不出来な弟子である筆者を見捨てることなくここまで導いて頂きました。誠にありがとうございました。また指導教員である澤田賢治准教授には、本論文の執筆にあたり数多くの有意義なご助言を賜りました。筆者の能力では思い至らないような視点からのコメントにより、本論文の技術的な意義・価値は当初構想から遙かに向上したと感じております。心より感謝申し上げます。そして博士論文審査委員会の田中一男教授、金子修教授、小木曾公尚准教授には、お忙しい中論文審査を快くお引き受けくださり、多数のご助言を頂きましたことを心より感謝致します。新・澤田研究室のスタッフおよびメンバーの皆様には、社会人博士である当方を快く迎えて頂き、ゼミでは多くの新たな知見と刺激を与えて頂きました。ありがとうございました。

社会人博士課程をやり通すにあたり、職場の理解は必要不可欠なものでした。進学を決めた際にご理解を頂いた、上司である渡辺重哉氏、当時の直属の上司である石川和敏氏、また現在の直属の上司である神田淳氏には深く感謝致します。

本論文の内容は、筆者が JAXA において主に 2003 年から 2019 年にかけて行った研究をまとめたものです。その中でも第 4 章の「きく 8 号軌道上制御実験」は、数多くの方々のご協力の下に成し遂げられました。電気通信大学木田隆名誉教授、防衛大学校山口功教授には、柔軟構造衛星のモデル化や姿勢制御手法の理論から実践など、様々な面においてご指導を頂きました。謹んで感謝申し上げます。また電気通信大学長塩知之准教授(当時)は、コロケーション構造を持つ人工衛星の姿勢制御手法などについて、当時は門外漢であった筆者に対し親切にご議論にお付き合いくださいました。誠にありがとうございました。更なるご活躍を期待していましたが、早世されたことが残念でなりません。そして柔軟構造衛星の拘束/非拘束モードモデルに関してご教授頂きました JAXA 航空技術部門葛西時雄氏、実験を実施するにあたり多大なご尽力を頂きました JAXA 巳谷真司氏、大谷崇氏、井川寛隆氏、池田正文氏、砂川圭氏の皆様に深く感謝致します。

第 6 章で取り上げた航空機の GLA 制御は、JAXA 航空技術部門で実施された「乱気流事故

防止機体技術の実証 (SafeAvio)」プロジェクトの一環として検討が始まり、今に至るものです。本研究にとりかかるきっかけを与えてくださった当時の上司である JAXA 研究開発部門 張替正敏氏、SafeAvio プロジェクトマネージャであった JAXA 航空技術部門 町田茂氏、ライダー技術に関して現在もご指導を頂いております 井之口 浜木氏に心より感謝申し上げます。

最後に、これまで筆者を支えてくれた両親、祖父母、兄弟、そして博士課程への進学を後押しし 3 年間を支えてくれた妻と子供達にも感謝の意を捧げます。本博士論文は、ここにお名前を挙げた皆様だけでなく、数多くの方々のご指導、ご協力により完成したものです。改めて、心からの感謝の意を表します。

参考文献

- [1] John H. Blakelock. *Automatic Control of Aircraft and Missiles*. John Wiley & Sons, Inc., West Sussex PO19 8SQ, England, 1965.
- [2] 嶋田有三, 佐々修一. 飛行力学. 森北出版, 2017.
- [3] 池田研三. 航空機のオートパイロット. 生産と技術, Vol. 16, No. 2, pp. 19–31, 1964.
- [4] Jeff S. Shamma and Wilson J. Rugh. Research on gain scheduling. *Automatica*, Vol. 36, No. 10, pp. 1401–1425, 2000.
- [5] P. M. Burris and M. A. Bender. *Aircraft Load Alleviation and Mode Stabilization (LAMS) - B-52 System Analysis, Synthesis, and Design*. Air Force Flight Dynamics Laboratory Technical Report, AFFDL-TR-68-161, 1968.
- [6] Charles Stark Draper. *Space Navigation Guidance and Control*. Technivision Limited Maidenhead, 1966.
- [7] 岩田隆敬. 宇宙分野におけるカルマンフィルタの応用. 計測と制御, Vol. 56, No. 9, pp. 668–674, 2017.
- [8] 新誠一. 図解カーエレクトロニクス最前線. 工業調査会, 2006.
- [9] 片柳亮二. 航空機の飛行制御の実際 - 機械式からフライ・バイ・ワイヤへ -. 森北出版, 2011.
- [10] Thomas R. Yechout. *Introduction to Aircraft Flight Mechanics, Second Edition*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2014.
- [11] Christopher D. Regan and Christine V. Jutte. *Survey of Applications of Active Control Technology for Gust Alleviation and New Challenges for Lighter-weight Aircraft*. NASA Technical Memorandum, NASA/TM-2012-216008, 2012.
- [12] Vincent M. Walton, Christopher J. Borland, Tze L. Siu, Kioumars Najmabadi, Edward E. Coleman, David P. Marquis, Dianne L. McMullin, and Kevin H. Milligan. Vertical gust suppression system for transport aircraft. U.S. Patent 8 774 987 B2, 2014.
- [13] Nicolas Fezans and Hans-Dieter Joos. Combined feedback and lidar-based feedforward

- active load alleviation. In *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, AIAA 2017-3548, 2017.
- [14] 東口實, 上杉邦憲, 長谷川律雄, 河崎英一郎. ロケットの姿勢制御系. 計測と制御, Vol. 19, No. 7, pp. 663–666, 1980.
- [15] 久保田孝, 齊藤宏, 佐藤忠直, 川口淳一郎, 中谷一郎, 江西達也, 後藤晋一, 齊藤一晶, 浅野秀夫, 秋岡大作, 那須讓次, 林房男. M-V 型ロケットの姿勢制御 (CNE). 宇宙科学研究所報告. 特集, Vol. 47, pp. 155–210, 2003.
- [16] 森田泰弘, 川口淳一郎, 後藤晋一. M–V ダイナミクスと姿勢制御論理の設計. 宇宙科学研究所報告. 特集, Vol. 47, pp. 141–154, 2003.
- [17] Yasuhiro Morita, Junichiro Kawaguchi, Shinichi Goto, and Hirohito Ohtsuka. Design of the M-V attitude control algorithm and its flight results. In *Proceedings of the 48th Congress of the International Astronautical Federation (IAF)*, IAF-97-A.2.02, 1997.
- [18] 林伸善. ロケット用誘導制御計算機の変遷と展望. NEC 技報, Vol. 64, No. 1, pp. 141–154, 2011.
- [19] 森田泰弘, 大塚浩仁, 田中健作. イプシロンロケットの誘導制御. 計測と制御, Vol. 57, No. 4, pp. 216–221, 2018.
- [20] 原辰次. 制御系における零点 [VI] 制御系の特性と零点. 計測と制御, Vol. 29, No. 9, pp. 830–838, 1990.
- [21] 下村卓. LPV 制御理論による航空機の制御. 計測と制御, Vol. 57, No. 4, pp. 272–278, 2018.
- [22] 原辰次. 線形行列不等式 (LMI) 表現と Riccati 不等式. 計測と制御, Vol. 35, No. 12, pp. 971–973, 1996.
- [23] 内田健康. ゲインスケジューリング. 計測と制御, Vol. 34, No. 3, pp. 182–187, 1995.
- [24] Gregory Becker and Andrew Packard. Gain-scheduled state-feedback with quadratic stability for uncertain systems. In *Proceedings of the American Control Conference*, pp. 2702–2703, 1991.
- [25] Andrew Packard. Gain scheduling via linear fractional transformation. *Systems & Control Letters*, Vol. 22, No. 2, pp. 79–92, 1994.
- [26] Pierre Apkarian and Pascal Gahinet. A convex characterization of gain-scheduled H_∞ controllers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 40, No. 7, pp. 853–864, 1995.
- [27] Ryo Watanabe, Kenko Uchida, Masayuki Fujita, and Etsujiro Shimemura. L^2 gain and H^∞ control of linear systems with scheduling parameter. In *Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 1412–1414, 1994.
- [28] 増淵泉, 久米彩登, 示村悦二郎. スプライン型のパラメータ依存二次形式を用いたゲイン

- スケジューリング制御系の設計. 計測自動制御学会論文集, Vol. 35, No. 3, pp. 319–325, 1999.
- [29] Izumi Masubuchi. Numerical solution to a class of parameter-dependent convex differential inequalities. *Transaction of the Society of Instrument and Control Engineers*, Vol. 36, pp. 248–254, 2000.
- [30] Takehito Azuma, Ryo Watanabe, and Kenko Uchida. An approach to solving parameter-dependent lmi conditions based on finite number of lmi conditions. In *Proceedings of the American Control Conference*, pp. 510–514, 1997.
- [31] Pascal Gahinet, Pierre Apkarian, and M. Chilali. Affine parameter-dependent lyapunov functions and real parametric uncertainty. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 41, No. 3, pp. 436–442, 1996.
- [32] Hoang Duong Tuan and Pierre Apkarian. Relaxations of parameterized LMIs with control applications. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 9, No. 2, pp. 59–84, 1999.
- [33] Max Rotunno, Tiziano Fiorenzani, Paolo Petritoli, and Samir Bennani. Modern analysis techniques for gain scheduled thrust vector controllers of launchers. In *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Control Applications*, pp. 2896–2901, 2006.
- [34] Yoshio Ebihara and Tomomichi Hagiwara. New dilated LMI characterizations for continuous-time control design and robust multiobjective control. In *Proceedings of the American Control Conference*, pp. 47–52, 2002.
- [35] Takashi Shimomura, Masahiro Takahashi, and Takao Fujii. Extended-space control design with parameter-dependent lyapunov functions. In *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 2157–2162, 2001.
- [36] 濱田吉郎. 区分線形型ゲインスケジューリング制御における区分点数最小化の一手法. 第52回自動制御連合講演会予稿集, G3-2, 2009.
- [37] 渡辺亮. ゲインスケジューリングによる設計法とその応用事例. 第19回制御技術部会研究会資料, pp. 19–30, 1997.
- [38] 畑剛, 泉達司, 川口淳一郎. 航空・宇宙における制御. コロナ社, 1999.
- [39] Yoshio Ebihara and Tomomichi Hagiwara. A dilated LMI approach to continuous-time gain-scheduled controller synthesis with parameter-dependent Lyapunov variables. *Transaction of the Society of Instrument and Control Engineers*, Vol. 39, No. 8, pp. 734–740, 2003.
- [40] Mark. J. Balas. Active control of flexible systems. *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 25, No. 3, pp. 415–436, 1978.

- [41] 千田有一, 山口慶剛, 曾我広志, 木田隆, 山口功, 関口毅. H_∞ 制御と 2 自由度制御による ETS-VI の軌道上制御実験. 計測自動制御学会論文集, Vol. 32, No. 12, pp. 1620–1628, 1996.
- [42] 木田隆, 山口功, 千田有一, 関口毅. 宇宙構造物のロバスト制御の実験的検討—きく 6 号による軌道上実験結果—. 計測自動制御学会論文集, Vol. 33, No. 7, pp. 639–647, 1997.
- [43] 大谷崇, 濱田吉郎, 木田隆, 長塩知之. 技術試験衛星 VIII 型による次世代姿勢制御実験の検討. 第 49 回宇宙科学技術連合講演会予稿集, 1H05, 2005.
- [44] Takashi Ohtani, Yoshiro Hamada, Tomoyuki Nagashio, Takashi Kida, Shinji Mitani, Isao Yamaguchi, Tokio Kasai, and Hirotaka Igawa. Robust attitude control using mu-synthesis for the large flexible satellite ETS-VIII. *Journal of Space Technology and Science*, Vol. 25, No. 1, pp. 27–40, 2009.
- [45] 長塩知之, 木田隆, 濱田吉郎, 大谷崇. きく 8 号 (ETS-VIII) のロバスト姿勢制御系設計—DVDFB の特徴を活かした二自由度制御系の適用—. 計測自動制御学会論文集, Vol. 44, No. 6, pp. 499–507, 2008.
- [46] Hari B. Hablani. Constrained and unconstrained modes: Some modeling aspects of flexible spacecraft. *Journal of Guidance*, Vol. 5, pp. 164–173, 1982.
- [47] 葛西時雄. 大型柔軟衛星の軌道上柔構造特性同定に関する研究. PhD thesis, 早稲田大学理工学部, 2006.
- [48] Marcel J. Sidi. *Spacecraft Dynamics & Control*. Cambridge University Press, Cambridge, 1997.
- [49] 姿勢制御研究委員会編. 人工衛星の力学と制御ハンドブック. 培風館, 2007.
- [50] 木田隆, 山口功. 人工衛星姿勢制御系の伝達零. 航空宇宙技術研究所報告, TR-1166, 1992.
- [51] 木田隆, 小松敬治, 池田雅夫. Collocated LSS 制御系の伝達零. 計測自動制御学会論文集, Vol. 27, No. 9, pp. 1076–1078, 1991.
- [52] Thomas B. Sheridan. Three models of preview control. *IEEE Transaction on Human Factors in Electronics*, Vol. HFE-7, No. 2, pp. 91–102, 1966.
- [53] Erich K. Bender. Optimum linear preview control with application to vehicle suspension. *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 90, No. 2, pp. 213–221, 1968.
- [54] Masayoshi Tomizuka. Optimal continuous finite preview problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 20, No. 3, pp. 362–365, 1975.
- [55] Masayoshi Tomizuka. “optimum linear preview control with application to vehicle suspension” – revisited. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 98, No. 3, pp. 309–315, 1976.
- [56] Tohru Katayama, Takahira Ohki, Toshio Inoue, and Tomoyuki Kato. Design of an optimal controller for a discrete-time system subject to previewable demand. *Inter-*

-
- national Journal of Control*, Vol. 41, No. 3, pp. 677–699, 1985.
- [57] Agoes A. Moelja and Gjerrit Meinsma. H_2 control of preview systems. *Automatica*, Vol. 42, No. 6, pp. 945–952, 2006.
- [58] Elena Zattoni. H_2 -optimal decoupling with preview: a dynamic feedforward solution based on factorization techniques. In *Proceedings of the American Control Conference*, pp. 316–320, 2006.
- [59] Maxim Kristalny and Leonid Mirkin. On the H^2 two-sided model matching problem with preview. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 57, No. 1, pp. 207–212, 2012.
- [60] Akira Kojima. H^∞ preview control with uncertain information. In *Proceedings of the 54th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 6643–6649, 2015.
- [61] Akira Kojima. H^∞ controller design for preview and delayed systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 60, No. 2, pp. 404–419, 2015.
- [62] Panshuo Li, James Lam, and Kie Chung Cheung. Multi-objective control for active vehicle suspension with wheelbase preview. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333, No. 21, pp. 5269–5282, 2014.
- [63] Maxim Kristalny, Daria Madjidian, and Torben Knudsen. On using wind speed preview to reduce wind turbine tower oscillations. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 21, No. 4, pp. 1191–1198, 2013.
- [64] Jason Laksz, Lucy Y. Pao, Alan Wright, Neil Kelley, and Bonnie Jonkman. Blade pitch control with preview wind measurements. In *48th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, AIAA 2010-251, 2010.
- [65] Fiona Dunne and Lucy Y. Pao. Optimal blade pitch control with realistic preview wind measurements. *Wind Energy*, Vol. 19, No. 12, pp. 2153–2169, 2016.
- [66] Andrew Hazell. *Discrete-time Optimal Preview Control*. PhD thesis, Imperial College, University of London, 2008.
- [67] Kiyotsugu Takaba. Robust servomechanism with preview action for polytopic uncertain systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 10, No. 2, pp. 101–111, 2000.
- [68] Maurício C. de Oliveira, José Claudio Geromel, and Jacques Bernussou. Extended H_2 and H_∞ norm characterizations and controller parameterizations for discrete-time systems. *International Journal of Control*, Vol. 75, No. 9, pp. 666–679, 2002.
- [69] Masayuki Sato. Discrete-time H_∞ preview feedforward controller using uncertain prior external input information via gkyp lemma. In *Proceedings of the 20th World Congress of the International Federation of Automatic Control*, pp. 1563–1568, 2017.

- [70] Masayoshi Tomizuka and D. H. Fung. Design of digital feedforward/preview controllers for processes with predetermined feedback controllers. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 102, No. 4, pp. 218–225, 1980.
- [71] Matthieu Jeanneau, Jerome Lamolie, Guilhem Puyou, and Nicky Aversa. Aviator’s design of multi-objectives control laws. In *Proceedings of the 16th IFAC World Congress*, 2005.
- [72] Matthew Dillsaver, Carlos Cesnik, and Ilya Kolmanovsky. Gust load alleviation control for very flexible aircraft. In *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, AIAA 2011-6368, 2011.
- [73] Sohrab Haghghat, Hugh H. T. Liu, and Joaquim R. R. A. Martins. Model-predictive gust load alleviation controller for a highly flexible aircraft. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 35, No. 6, pp. 1751–1766, 2012.
- [74] Ruxandra Mihaela Botez, Imad Boustani, Nassrin Vayani, Pascal Bigras, and Tony Wong. Optimal control laws for gust alleviation. *Canadian Aeronautics and Space Journal*, Vol. 47, No. 1, pp. 1–6, 2001.
- [75] Fethi Abdelmoula. Design of an open-loop gust alleviation control system for airborne gravimetry. *Aerospace Science and Technology*, Vol. 6, pp. 379–389, 1999.
- [76] Andreas Wildschek. *An Adaptive Feed-Forward Controller for Active Wing Bending Vibration Alleviation on Large Transport Aircraft*. PhD thesis, der Technischen Universität München, 2008.
- [77] Guillermo Jenaro Rabadan, Nikolaus P. Schmitt, Thomas Pistner, and Wolfgang Rehm. Airborne lidar for automatic feedforward control of turbulent in-flight phenomena. *Journal of Aircraft*, Vol. 47, No. 2, pp. 392–403, 2010.
- [78] 佐藤昌之, 横山信宏. モデル予測制御を用いた突風軽減制御: 事前乱気流情報および機体運動状態量の観測誤差に対するロバスト性. 日本航空宇宙学会論文集, Vol. 59, No. 6, pp. 160–167, 2011.
- [79] Hans-Gerd Giesseler, Michael Kopf, Paolo Varutti, Timm Faulwasser, and Rolf Finden. Model predictive control for gust load alleviation. In *Proceedings of the 4th IFAC Nonlinear Model Predictive Control Conference*, pp. 27–32, 2012.
- [80] 菊地亮太, 三坂孝志, 大林茂, 井之口浜木, 秋山智浩. ドップラーライダー観測情報に基づくリアルタイム気流ベクトル推定. 第 55 回飛行機シンポジウム予稿集, JSASS-2017-5252, 2017.
- [81] Philippe Goupil, Rémy Dayre, and Patrice Brot. From theory to flight tests: Airbus flight control system TRL5 achievements. In *Proceedings of the 19th World Congress of the International Federation of Automatic Control*, pp. 10562–10567, 2014.

-
- [82] Harold N. Tobie, Elden M. Elliott, and Lawrence G. Malcom. A new longitudinal handling qualities criterion. In *Proceedings of the National Aerospace Electronics Conference*, pp. 93–99, 1966.
- [83] John C. Doyle, Bruce A. Francis, and Allen R. Tannenbaum. *Feedback Control Theory*. Macmillan Publishing Company, 866 Third Avenue, New York, New York 10022, the United States, 1992.
- [84] Izumi Masubuchi, Atsumi Ohara, and Nobuhide Suda. LMI-based controller synthesis: a unified formulation and solution. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 8, pp. 669–686, 1998.
- [85] Pascal Gahinet and Pierre Apkarian. Structured H_∞ synthesis in MATLAB. In *Proceedings of the 18th World Congress of the International Federation of Automatic Control*, pp. 1435–1440, 2011.
- [86] Pedro Simplicio, Andrés Marcos, Eric Joffre, Mattia Zamaro, and Nuno Silva. Synthesis and analysis of robust control compensators for space descent & landing. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, pp. 1–22, 2018.
- [87] Andrés Marcos and Masayuki Sato. Robust model-matching controller design using matlab "hinfstruct" command. In *Proceedings of the 4th Multi-symposium on Control Systems: MSCS 2017*, 2B1-1, 2017.
- [88] Ryoichi Takase, Kento Fujita, Yoshiro Hamada, Takeshi Tsuchiya, Takashi Shimomura, and Shinji Suzuki. Robust C^* control law design augmented with lidar-based gust information. In *Proceedings of the 21st IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace*, TuPM02.2, 2019.

関連論文の印刷公表の方法及び時期

- (1) 全著者名 濱田 吉郎, 大谷 崇, 木田 隆, 長塩 知之
論文題目「パラメータに対し区分線形なスケジュールドゲインの設計法」
2008年6月, 計測自動制御学会論文集, 44巻6号, pp.492-498
(第3章に関連)

- (2) 全著者名 濱田 吉郎, 大谷 崇, 木田 隆, 長塩 知之
論文題目「きく8号 (ETS-VIII) のロバスト姿勢制御系設計 --ゲインスケジューリング制御の適用--」
2008年6月, 計測自動制御学会論文集, 44巻6号, pp.508-517
(第4章に関連)

- (3) 全著者名 Yoshiro Hamada
論文題目「New LMI-based conditions for preview feedforward synthesis」
2019年9月, Control Engineering Practice, 90巻, pp.19-26
(第5章, 第6章に関連)

著者略歴

濱田 吉郎 (はまだ よしろう)

- 平成 2 年 3 月 兵庫県立 神戸高等学校 卒業
- 平成 2 年 4 月 東京大学 教養学部 理科 I 類 入学
- 平成 4 年 4 月 東京大学 工学部 計数工学科 進学
- 平成 6 年 3 月 東京大学 工学部 計数工学科 卒業
- 平成 6 年 4 月 東京大学 大学院 工学系研究科 計数工学専攻 修士課程 入学
- 平成 8 年 3 月 東京大学 大学院 工学系研究科 計数工学専攻 修士課程 修了
- 平成 8 年 4 月 東京大学 大学院 工学系研究科 計数工学専攻 博士課程 入学
- 平成 10 年 3 月 東京大学 大学院 工学系研究科 計数工学専攻 博士課程
中途退学
- 平成 10 年 4 月 科学技術庁 航空宇宙技術研究所 入所
- 平成 15 年 10 月 改組により宇宙航空研究開発機構へ名称変更
- 平成 29 年 4 月 電気通信大学 情報理工学研究科 機械知能システム学専攻
博士後期課程 入学
- 令和 2 年 3 月 電気通信大学 情報理工学研究科 機械知能システム学専攻
博士後期課程 修了予定