

Application of the Compression Chord Capacity Model to predict the fatigue shear strength of reinforced concrete members without stirrups

Cladera, Antoni¹; Ribas, Carlos²; Oller, Eva³ and Marí, Antonio⁴

ABSTRACT

The Compression Chord Capacity Model (CCCM), previously developed by the authors with other colleagues, is a simplified model for the shear strength prediction of reinforced and prestressed concrete members with and without transverse reinforcement, with I, T or rectangular cross-section, which represents a useful tool for structural design and assessment in engineering practice. The principal advantage of the application of a mechanical model is the possibility to extend it to different cases, without the need of empirical calibrations. According to the CCCM, the shear strength depends on the concrete tensile strength. In this communication, the CCCM is extended to assess the fatigue shear strength of RC members just incorporating the equation proposed in Model Code 2010 for the concrete tensile fatigue strength. A good performance of the model was observed when analysing the ratio V_{test}/V_{pred} through a previously published database, showing a low scatter (COV 14.7 %).

Keywords: fatigue, shear strength, reinforced concrete, mechanical model.

1. INTRODUCCIÓN

La resistencia a cortante de elementos de hormigón armado y pretensado es un tema de constante actualidad a nivel de investigación y, en general, es un tema tratado con diferentes enfoques en las normativas vigentes. La complejidad del comportamiento del ELU a cortante, y la cantidad de variables que intervienen, es muy elevada, lo que ha propiciado que la mayor parte de las normativas opten por enfoques de tipo empírico, especialmente en el caso de elementos sin armadura a cortante.

Sin embargo, en los últimos años se han derivado distintos modelos mecánicos que, en versiones simplificadas, permiten su aplicación de forma sencilla. Un ejemplo es el modelo basado en la contribución de la cabeza de compresiones [1] (CCCM). Este modelo, aun considerando que la resistencia a cortante se debe a cuatro contribuciones principales (cabeza no fisurada, tensiones residuales de tracción en la fisura; y si existe armadura a cortante: efecto pasador de la armadura longitudinal y cortante transmitido por la armadura a cortante), parte de la hipótesis de que la contribución más relevante del hormigón es la de la cabeza comprimida, integrando las otras componentes relativas a la contribución del hormigón de forma implícita.

¹ Departamento de Física. Universitat de les Illes Balears (España). antoni.cladera@uib.es (Corresp. author)

² Departamento de Física. Universitat de les Illes Balears (España). carlos.ribas@uib.es

³ Depart. de Ingenieria Civil y Ambiental. Universitat Politècnica de Catalunya (España). eva.oller@upc.edu

⁴ Depart. de Ingenieria Civil y Ambiental. Universitat Politècnica de Catalunya (España). antonio.mari@upc.edu

La ventaja principal de la utilización de un modelo mecánico es que éste puede extenderse frente a diferentes circunstancias sin necesidad de ajustes empíricos, sino teniendo en cuenta el comportamiento básico de los materiales. Al depender la resistencia a cortante en el CCCM de la resistencia a tracción del hormigón, f_{ct} , será posible utilizar este modelo para la determinación del cortante máximo a fatiga introduciendo, únicamente, un modelo de reducción de la resistencia a tracción del hormigón por fatiga.

Es preciso remarcar que el proyecto de determinadas estructuras sometidas a un gran número de ciclos, tales como torres eólicas, estructuras offshore o determinados tableros de puentes, entre otras, puede estar fuertemente condicionado por la rotura a cortante. Desde el inicio de la investigación empírica de la rotura por fatiga a cortante en elementos de hormigón sin armadura transversal [2,3], los modos de rotura se han descrito de forma muy clara. A modo de ejemplo, Rombach y Kohl [4] llevaron a cabo recientemente 20 ensayos a fatiga de vigas de hormigón armado sin armadura a cortante, y concluyeron que la mayor parte de las vigas eran capaces de resistir esfuerzos cortantes elevados incluso tras la formación de fisuras de anchura mayor a 1 mm. En esos casos, los autores destacaron que la transferencia del esfuerzo cortante a través de cortante fricción en la fisura no era posible y la cabeza comprimida era la componente principal de la resistencia a cortante en el estado límite último. Esta hipótesis se confirmaba, según Rombach y Kohl, mediante simulaciones con el método de los elementos finitos que predecían que entre el 76% y el 88% de la resistencia a cortante se transmitía, justo antes de la rotura, a través de la cabeza comprimida. Por tanto, a partir de estas observaciones, parece coherente plantear la extensión del CCCM para el caso de fatiga, sin necesidad de introducir ningún cambio en el planteamiento conceptual del modelo.

En esta comunicación se demostrará que incorporando el modelo de fatiga a tracción del hormigón incluido en el Código Modelo en la ecuación de predicción de la resistencia a cortante del CCCM, se obtienen excelentes resultados entre los valores de cargas máximas predichas y las obtenidas experimentalmente, utilizando para ello una base de datos publicada anteriormente por otros autores [5].

2. RESISTENCIA A CORTANTE SEGÚN EL CCCM

El CCCM es un modelo simplificado derivado de un modelo mecánico más general [6], llamado por los autores, el *Multi-Action Shear Model* (MASM) o modelo multi-componente [7]. El MASM considera explícitamente las contribuciones de la cabeza no fisurada de hormigón (cabeza comprimida), el cortante transferido a través de la fisura crítica debido a las tensiones residuales de tracción, y en el caso de disponer de armadura de cortante, el efecto pasador de la armadura longitudinal y la contribución de la armadura a cortante propiamente dicha.

A fin de facilitar el uso práctico del modelo multi-componente, éste se simplificó, dando lugar al denominado “Modelo basado en la contribución de la cabeza de compresiones”, o CCCM [1], por ser ésta la contribución más relevante que forma parte de lo que generalmente se ha conocido como la contribución del hormigón a la resistencia a cortante.

En el CCCM, la fisura crítica a cortante nace originalmente de una fisura de flexión. Esta fisura se desarrolla inclinada en la zona del alma, hasta alcanzar el eje neutro de flexión, y finalmente se propaga, con menos pendiente, hacia la zona más comprimida de la viga por flexión (Fig. 1).

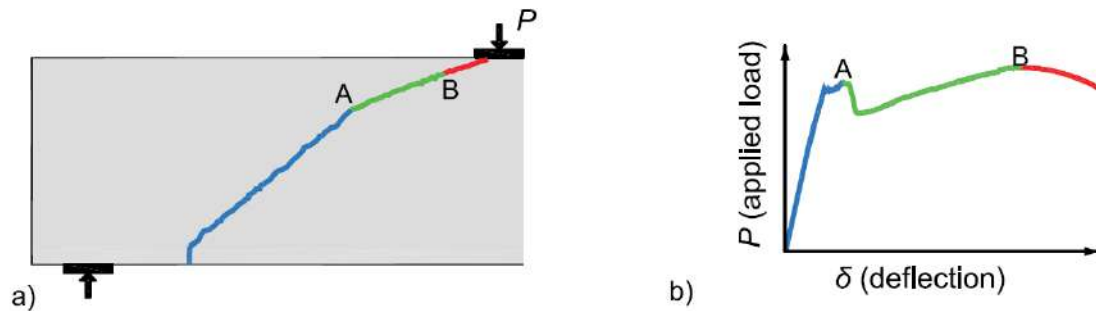


Figura 1. a) Esquema de la trayectoria de una fisura crítica a cortante, siendo A aproximadamente la intersección con el eje neutro. b) Curva esquemática carga/desplazamiento adaptada de [8].

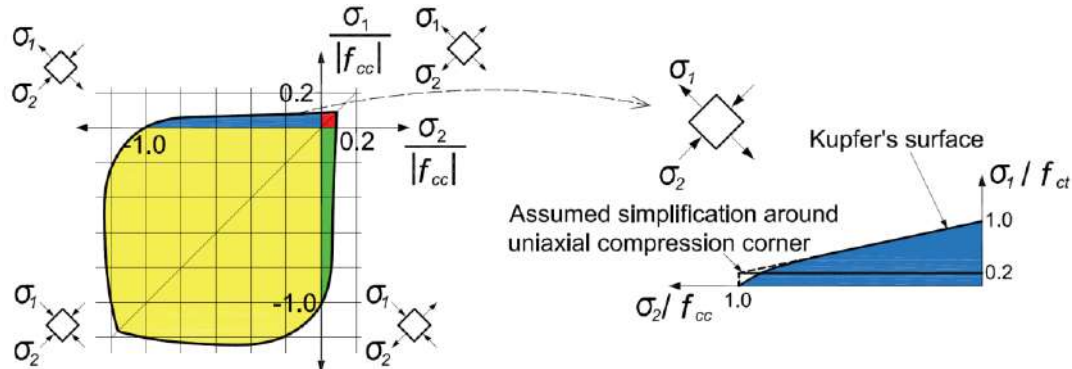


Figura 2. Envoltura de rotura de Kupfer, adaptado de [9].

Conforme la carga aumenta, las fisuras se abren y la contribución del alma se reduce y se concentra en la zona más estrecha de la fisura [7]. Dado que la cabeza de compresiones está sometida a un estado biaxial de tensiones, se asume que la rotura tiene lugar cuando las tensiones principales alcanzan la envoltura de rotura del hormigón propuesta por Kupfer [9] en la rama tracción-compresión (Fig. 2). La rotura tiene lugar, generalmente, para tensiones de compresión inferiores a 0,5 veces la resistencia a compresión, por lo que la rotura depende fuertemente de la resistencia a tracción [10]. La ecuación fundamental para la resistencia a cortante de elementos sin armadura transversal según el CCCM puede escribirse para elementos de hormigón armado de sección rectangular y sin ningún axil aplicado según la Ec. (1).

Tabla 1. Resumen de las ecuaciones del CCCM para vigas rectangulares sin armadura a cortante

Término	Ecuación
Contribución del hormigón	$V_{cu} = 0.3\zeta \frac{x}{d} f_{ck}^{2/3} bd \leq V_{cu,min}$ (1)
Resistencia mínima	$V_{cu,min} = 0.25 \left(\zeta K_c + \frac{20}{d_0} \right) f_{ck}^{2/3} bd$ (2)
Factor	Ecuación
Efecto tamaño y esbeltez	$\zeta = \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{d_0}{200}}} \left(\frac{d}{a} \right)^{0.2} \leq 0.45$ (3)
Profundidad relativa eje neutro	$\frac{x}{d} = \alpha_e \rho_l \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \rho_l}} \right) \approx 0.75 (\alpha_e \rho_l)^{1/3}$ (4)

El cortante mínimo dado por la Ec. (2) tiene en cuenta que para cantos o cuantías pequeñas (caso de losas macizas, por ejemplo), la contribución del alma debida a las tensiones residuales de tracción en la fisura crítica puede ser mayor que la supuesta en la simplificación hecha al pasar del MASM al CCCM e incorporarla implícitamente en el término V_{cu} .

Las ecuaciones (1) y (2) dependen del término $f_{ck}^{2/3}$, por lo que considerando que la resistencia a tracción de un hormigón convencional, en proyecto, puede considerarse igual a $f_{ct} = 0.30 \cdot f_{ck}^{2/3}$, las ecuaciones (1) y (2) pueden reescribirse según:

$$V_{cu} = \zeta \frac{x}{d} f_{ct} b d \leq V_{cu,min} \quad (5)$$

$$V_{cu,min} = 0.833 \left(\zeta K_c + \frac{20}{d_0} \right) f_{ct} b \quad (6)$$

3. FATIGA EN LA RESISTENCIA A TRACCIÓN DEL HORMIGÓN

El Código Modelo 2010 [11] propone, para hormigón sometido a tracción pura o tracción-compresión con relativamente altas tensiones de tracción, la siguiente curva S/N de comportamiento:

$$\log N = 12 \left(1 - \frac{\sigma_{ct,max}}{f_{ct}} \right) \quad (7)$$

Por tanto, según el Código Modelo 2010 [11], la resistencia a tracción del hormigón disminuye al incrementar el número de ciclos, N (ver Ec. (8) y Figura 3):

$$\sigma_{ct,max} = f_{ct} \left(1 - \frac{\log N}{12} \right) \quad (8)$$

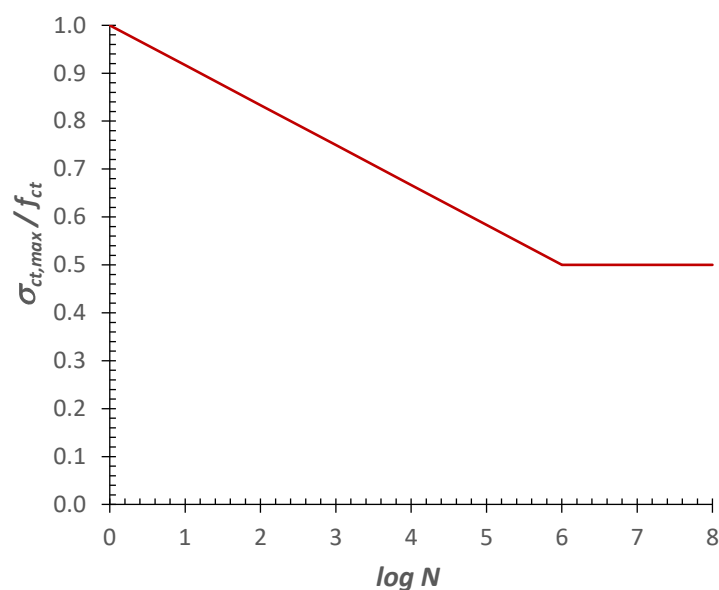


Figura 3. Curva S/N para la resistencia a tracción del hormigón según el Código Modelo 2010 [11].

Nótese que la resistencia a fatiga para el hormigón traccionado se define en términos de un diagrama S/N y no en función de un diagrama de Goodman. Por tanto, el CM2010 no considera la influencia de la amplitud de los ciclos a tracción en la resistencia a fatiga, lo que probablemente sea un aspecto a mejorar en futuras investigaciones. En cualquier caso, el proceso detallado en esta comunicación sería conceptualmente correcto para cualquier otro modelo de resistencia a fatiga del hormigón sometido a tracción. Por otra parte, la curva S/N representada en la Figura 3 incluye un valor asintótico para el valor $\sigma_{ct,max}/f_{ct}$ igual a 0,5, asíntota no presente en la ecuación (8) que es la que aparece exactamente en el Código Modelo. Esta asíntota se ha tenido en cuenta atendiendo a que la mayor parte de investigaciones experimentales llevadas a cabo sobre fatiga a cortante así lo han observado, véase por ejemplo [4,5].

4. VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL

Para llevar a cabo la verificación de la propuesta se ha utilizado una base de datos desarrollada y publicada por Fernández-Ruiz et al. [5] de vigas ensayadas a flexión y cortante en las que se produjo una rotura a cortante tras N ciclos de carga. El rango de las principales variables contempladas en los 87 ensayos se resume en la Tabla 2. Es necesario señalar que todas las vigas presentan un canto inferior a 450 mm, por lo que los resultados obtenidos mediante esta base de datos no pueden reflejar el comportamiento obtenido frente al efecto tamaño. Además, en caso de ajustar numéricamente un modelo a esta base de datos, se debería tener mucha precaución ya que las ecuaciones podrían no ser válidas para vigas de cantos elevados, o de baja cuantía de armadura, así como para vigas de hormigón de alta resistencia.

La tabla 3 presenta los datos de ajuste de los resultados experimentales recogidos en la base de datos y la predicción obtenida combinando el modelo CCCM y la disminución de la resistencia a tracción por fatiga según el Código Modelo 2010. Pese a las limitaciones del modelo de fatiga considerado (no tiene en cuenta la amplitud de los ciclos), los resultados obtenidos son muy satisfactorios con un coeficiente de variación igual a 14.7% y un valor del percentil del 5% igual a 0.89. Para llevar a cabo las predicciones del cortante último de rotura necesario para las comparaciones dadas en la tabla 3, el número de ciclos, N , que ha producido la rotura en el ensayo se ha tomado como un dato de entrada, así como la relación entre el cortante máximo y el mínimo mantenida durante el ensayo. De este modo, el modelo permite predecir el cortante máximo que produce la rotura por fatiga en N ciclos. Se trata de un proceso distinto al utilizado en el proyecto de estructuras, pero necesario para poder comparar distintos modelos entre sí.

Tabla 2. Rango de las principales variables en la base de datos considerada [5].

Variable	Min	Max
b_w (mm)	100	400
d (mm)	110	450
f_{cm} (MPa)	14.8	46
ρ_l (%)	0.68	2.9
a/d	3.5	6.4

Tabla 3. Correlación entre valores experimentales y predicciones.

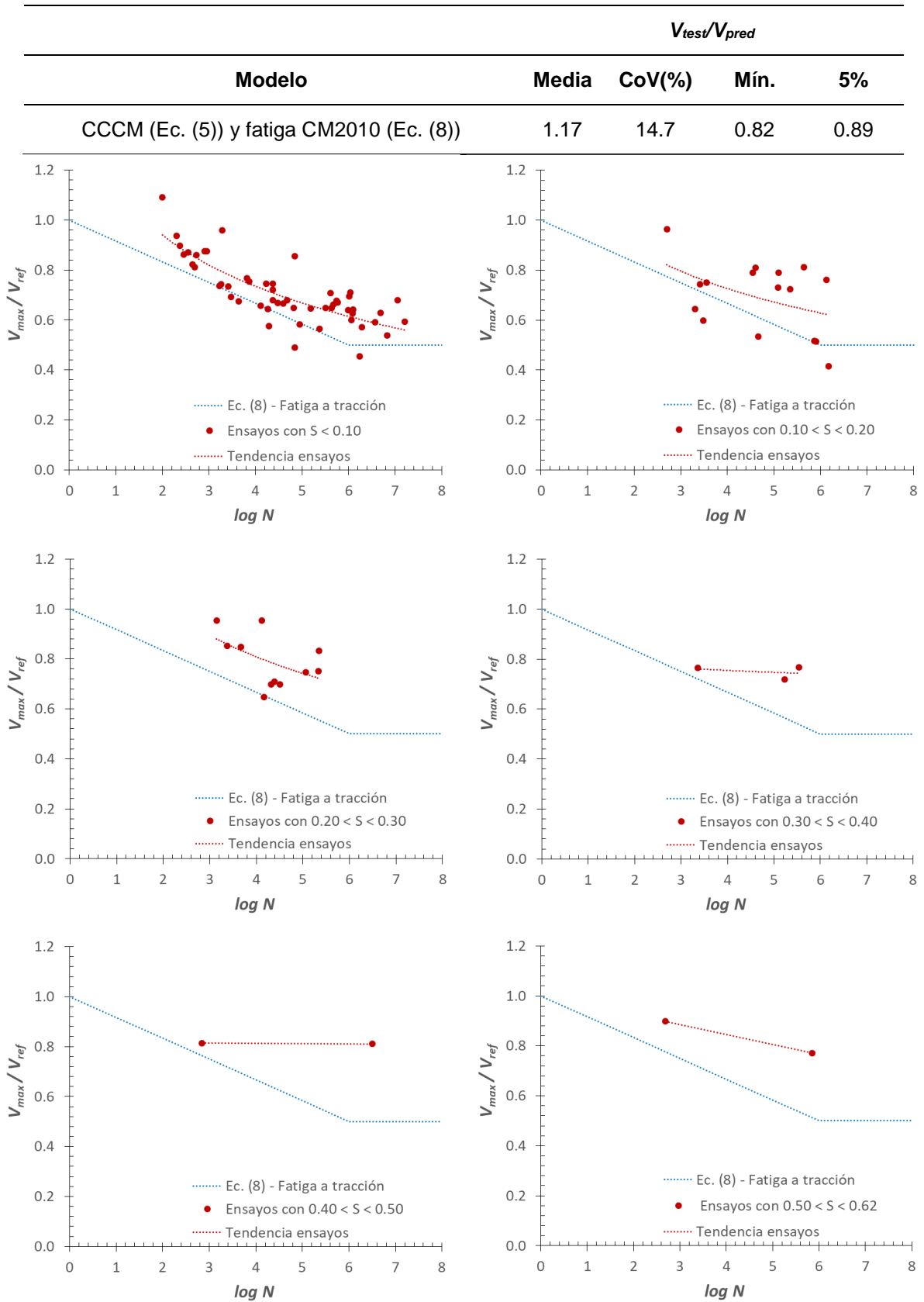


Figura 4. Comparación entre valores experimentales de V_{max}/V_{ref} (puntos rojos, utilizando CCCM para obtención de V_{ref}) y valores predichos (línea azul) en función del $\log N$, para distintos valores de la amplitud ($S = V_{min}/V_{ref}$).

A modo comparativo, y sin pretender iniciar un debate entre distintos modelos, Fernández-Ruiz et al. [5] presentaron un modelo de fatiga a cortante ajustado experimentalmente a esta misma base de datos, y que tomaba como esfuerzo cortante de referencia el dado por la *Critical Shear Crack Theory*. Tal y como puede obtenerse a partir de la referencia [5], en ese caso el coeficiente de variación obtenido era igual a 15.1%, siendo 0.75 el percentil del 5%. Por tanto, en este artículo se ha presentado un modelo que, sin llevar a cabo ningún ajuste empírico sobre la base de datos, ofrece resultados iguales, o algo incluso algo mejores (ver Tabla 3).

En la Figura 4 se presenta gráficamente una comparación entre los resultados experimentales y las predicciones. Los valores experimentales de cortante máximo en los ciclos (V_{max}) se han normalizado teniendo en cuenta, en cada caso, el valor que se obtendría según la CCCM, Ec. (5), si la viga se sometiese a un ensayo cuasi-estático (V_{ref} en figura 4). La curva azul muestra la reducción de resistencia esperada en función del número de ciclos N . Los resultados se han agrupado según distintos valores de ensayo del parámetro $S = V_{min}/V_{ref}$. Valores de S pequeños indican una gran amplitud en el ciclo de carga-descarga, mientras que valores elevados de S indican una menor amplitud. De la gráfica se pueden derivar diversas reflexiones:

- La resistencia a cortante disminuye, sin lugar a dudas, al incrementar el número de ciclos N .
- El número de ensayos para $S > 0.3$ es muy reducido, con únicamente 7 ensayos en la base de datos utilizada. Por este motivo, si bien parece aumentar el nivel de seguridad para valores de S elevados, serían necesarios más ensayos para confirmar este dato en la resistencia a cortante. Es preciso recordar que el modelo de fatiga a tracción utilizado, incluido en el Código Modelo 2010, no tiene en cuenta la amplitud del ciclo de carga.
- El valor asintótico considerado para $V_{max}/V_{ref} = 0.5$, que implica que para ciclos con valores del cortante máximo inferior a 0.5 veces el valor predicho para la resistencia cuasi-estática no se alcance la rotura por fatiga a cortante, parece adecuado, si bien la base de datos no presenta muchos valores de vigas que hayan resistido ciclos superiores a $\log N > 7$.

5. CONCLUSIONES

En esta comunicación se ha presentado la extensión del modelo de resistencia a cortante basado en la contribución de la cabeza de compresiones (o CCCM, de sus siglas en inglés) para el caso de la resistencia de vigas de hormigón sin armadura a cortante sometidas a fatiga. El CCCM considera que la resistencia a cortante se produce cuando en la cabeza comprimida las tensiones principales alcanzan la envolvente de rotura de Kupfer, para un valor de la tensión principal de compresión habitualmente alejado de la máxima resistencia a compresión del hormigón. Por este motivo, la resistencia a cortante puede expresarse, según el CCCM, en función de la resistencia a tracción del hormigón. De este modo, en esta comunicación se ha comprobado que, incluyendo un modelo de fatiga a tracción del hormigón, en particular el modelo incluido en el Código Modelo 2010, las predicciones del CCCM son excelentes para la predicción de la resistencia a fatiga por cortante. En opinión de los autores, esto ha sido posible gracias al origen mecánico del modelo de cortante utilizado.

El modelo de fatiga a tracción del hormigón utilizado es de gran sencillez, y no considera la influencia de la amplitud de los ciclos de carga, por lo que esta influencia no queda recogida en la extensión propuesta para la fatiga a cortante. En cualquier caso, el CCCM podría ser utilizado conjuntamente con otro modelo de fatiga a tracción, con previsibles buenos resultados.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación se ha desarrollado en el marco de dos proyectos cofinanciados por la Agencia Estatal de Investigación y Fondos FEDER: BIA2015-64672-C4-3-R y BIA2015-64672-C4-1-R. Los autores desean agradecer a Miguel Fernández-Ruiz el habernos facilitado la base de datos utilizada.

REFERENCIAS

- [1] Cladera A, Marí A, Bairán JM, Ribas C, Oller E, Duarte N. The compression chord capacity model for the shear design and assessment of reinforced and prestressed concrete beams. *Struct Concr* 2016;17:1017–32. doi:10.1002/suco.201500214.
- [2] Chang TS, Kesler CE. Fatigue Behavior of Reinforced Concrete Beams*. *ACI J Proc* 1958;55:245–54. doi:10.14359/11352.
- [3] Chang TS, Kesler CE. Static and Fatigue Strength in Shear of Beams with Tensile Reinforcement. *ACI J Proc* 1958;54:1033–57. doi:10.14359/11493.
- [4] Rombach GA, Kohl M. Fatigue Strength of Reinforced Concrete Beams without Links under Shear Loads. *ACI Struct J* 2016;113:941–50. doi:10.14359/51688924.
- [5] Fernández-Ruiz M, Zanuy C, Natário F, Gallego JM, Albajar L, Muttoni A. Influence of Fatigue Loading in Shear Failures of Reinforced Concrete Members without Transverse Reinforcement. *J Adv Concr Technol* 2015;13:263–74. doi:10.3151/jact.13.263.
- [6] Marí A, Bairán J, Cladera A, Oller E, Ribas C. Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams. *Struct Infrastruct Eng* 2015;11:1399–419. doi:10.1080/15732479.2014.964735.
- [7] Arroyo Portero JC, Morán Cabré F, García Meseguer Á. Jiménez Montoya esencial : hormigón armado. 16ª ed., r. CINTER; 2018.
- [8] Carmona JR, Ruiz G, del Viso JR. Mixed-mode crack propagation through reinforced concrete. *Eng Fract Mech* 2007;74:2788–809. doi:10.1016/j.engfracmech.2007.01.004.
- [9] Kupfer HB, Gerstle KH. Behavior of concrete under biaxial stresses. *J Eng Mech Div* 1973;99:853–66.
- [10] Marí A, Bairán J, Cladera A, Oller E, Ribas C. Shear-flexural strength mechanical model for the design and assessment of reinforced concrete beams. *Struct Infrastruct Eng* 2015;11. doi:10.1080/15732479.2014.964735.
- [11] Fédération Internationale du Béton. fib Model Code for Concrete Structures 2010. vol. 1. Lausanne: Ernst & Sohn; 2013.