

## Effects of tensile stresses on punching shear strength of RC slabs

Fernández, Pablo G.<sup>1</sup>; Marí, Antonio<sup>2</sup>; Oller, Eva<sup>3</sup>; Domingo, Magí<sup>4</sup>

### ABSTRACT

RC slabs can be subjected to transverse loads and tensile in-plane forces, as it occurs in top slabs of continuous bridges under negative moments. Tensile forces can reduce the shear or punching capacity of the slab, aspect not yet studied. A theoretical and experimental investigation has been carried out, in which 10 slabs have been tested under a point load and different degrees of tensile force. The results of five axisymmetrically supported slabs of 1.65x1.65x0.12m are presented. Numerical predictions were made with FEA software ABAQUS and, in addition, the Compression Chord Capacity Mechanical Model CCCM, was extended to account for the effect of in-plane tensile forces. The experimental results showed that the ultimate punching load diminished linearly with the applied tensile force applied and that, after yielding of longitudinal reinforcement such reduction was higher.

**Keywords:** *Punching shear, tensile force, slabs, test, mechanical model*

### 1. INTRODUCCIÓN

El fenómeno del punzonamiento en losas, que es una rotura de carácter frágil, puede darse bajo la aplicación de presiones concentradas debidas bien a cargas externas o a las reacciones en apoyos aislados. En algunas ocasiones, las losas pueden estar sometidas, además de a los esfuerzos de flexión, cortante y torsión, a esfuerzos de tracción en su propio plano. Este es el caso de tableros de puentes en la zona de momentos negativos, sometidos a punzonamiento bajo las cargas concentradas de los vehículos, o bien forjados de edificación sometidos a cargas horizontales debidas, por ejemplo, a empujes de tierras, que son transmitidas mediante un flujo de compresiones oblicuo hacia los pilares generando tracciones en la dirección perpendicular (efecto diafragma).

Son numerosos los estudios realizados sobre la resistencia a punzonamiento de placas de hormigón armado y pretensado, una síntesis de los cuales puede encontrarse en las referencias [1], [2], [3], [4], y [5], entre otras. A pesar de ello, no existe prácticamente ninguna investigación realizada sobre losas sometidas a la acción combinada de cargas verticales y tracciones en su plano, ni existe un tratamiento adecuado en las normativas y códigos de diseño más usuales [6], [7], [8]. Sí existen estudios de la influencia de las tracciones en la resistencia a cortante de vigas [9], [10], [11], [12] [13], y el Eurocódigo EC2, [6], modificó la fórmula de Zsutty incluyendo un término para tener en cuenta el efecto de los esfuerzos axiales. No obstante, todas estas formulaciones no son aplicables directamente al caso de

---

<sup>1</sup> Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental. Universitat Politècnica de Catalunya (UPC) (España). [pablo.gonzalo.fernandez@upc.edu](mailto:pablo.gonzalo.fernandez@upc.edu)

<sup>2</sup> Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental. UPC (España). [antonio.mari@upc.edu](mailto:antonio.mari@upc.edu) (Corresponding author)

<sup>3</sup> Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental. UPC (España). [eva.oller@upc.edu](mailto:eva.oller@upc.edu)

<sup>4</sup> Master student. UPC (España). [magi.Domingo@outlook.com](mailto:magi.Domingo@outlook.com)

losas, donde el trabajo bidireccional y la presencia de estados triaxiales de tensiones alrededor de las cargas o apoyos son esenciales.

Por ello, en la Universidad Politécnica de Catalunya (UPC) se está llevando a cabo un estudio teórico y experimental, en el contexto del proyecto de investigación titulado “Evaluación de la capacidad resistente frente a esfuerzos tangentes de estructuras de hormigón mediante modelos mecánicos para la extensión de su vida útil” [14], en el que se pretende estudiar, en este tema concreto, la influencia de las tracciones en su plano sobre la carga última de cortante y punzonamiento en losas de hormigón armado.

El estudio del fenómeno se aborda desde tres enfoques diferentes: 1) una campaña de ensayos de punzonamiento y cortante de losas bajo cargas puntuales y diversos niveles de tracciones en su plano, sobre 10 losas cuadradas de hormigón armado 2) Simulaciones numéricas por elementos finitos en régimen no lineal mediante el software de elementos finitos ABAQUS [15], [16] y la extensión del modelo mecánico “Compression Chord Capacity Model” CCCM [17], [18], [19] elaborado en la Universitat Politècnica de Catalunya (UPC) y en la Universitat de les Illes Balears (UIB), para incorporar el efecto de las tracciones en el plano medio de la placa en la carga última de punzonamiento y cortante.

En esta ponencia se describen los trabajos teóricos y experimentales realizados así como los resultados y conclusiones obtenidos en 5 de las 10 losas ensayadas, en concreto las que rompieron por punzonamiento. La resistencia de las otras 5 losas, ensayadas también bajo carga puntual, pero apoyadas en dos bordes paralelos y sometidas a rotura por cortante, no son objeto de esta ponencia.

## **2. CAMPAÑA EXPERIMENTAL**

La campaña experimental ha consistido en ensayar 10 losas cuadradas de hormigón armado de 1,65x1,65x0,12 m, bajo una carga puntual aplicada en su centro. Cinco de estas losas, objeto de esta ponencia, se apoyaron en 8 puntos distribuidos según los vértices de un octógono, buscando aproximarse a la simetría de revolución y la rotura por punzonamiento. La distancia del centro al eje de cada apoyo es de 765 mm. Existe una losa con mayor cuantía de armadura que el resto, para tratar de estudiar la influencia de esta variable en el fenómeno estudiado. Las dimensiones y el armado de las losas responde al deseo de reproducir unos ensayos ya realizados en su momento por Adetifa y Polack [20], posteriormente estudiados numéricamente por Genikomsou y Polack [21], y por Ivorra et al [22], dada la considerable información disponible.

Las losas llevan embebidas barras de postensado para poder introducir las tracciones, en diferentes grados, mediante el uso de gatos hidráulicos. En el extremo embebido de la barra se dispone una placa de anclaje, de forma que la transmisión de las tracciones de la barra al hormigón se realiza por un doble efecto, la adherencia entre las barra roscada y el hormigón y el efecto mecánico de la placa. De esta forma se consigue crear un estado de tensiones de tracción lo más uniforme posible en el tercio central de la placa, que es donde tendrá lugar la rotura por punzonamiento. En el extremo libre de las barras de pretensado, fuera de la placa, se colocan unos acopladores de rosca que se conectan a otras barras que son las que recibirán directamente la tracción de los gatos. De esta manera, estas barras de tesado son reutilizables para el ensayo de las siguientes losas.

Una vez alcanzado el nivel de tracción deseada, se aplica la carga vertical en su centro hasta la rotura por punzonamiento. Las dimensiones y esquema de armado de las losas pueden verse en la Fig. 1.

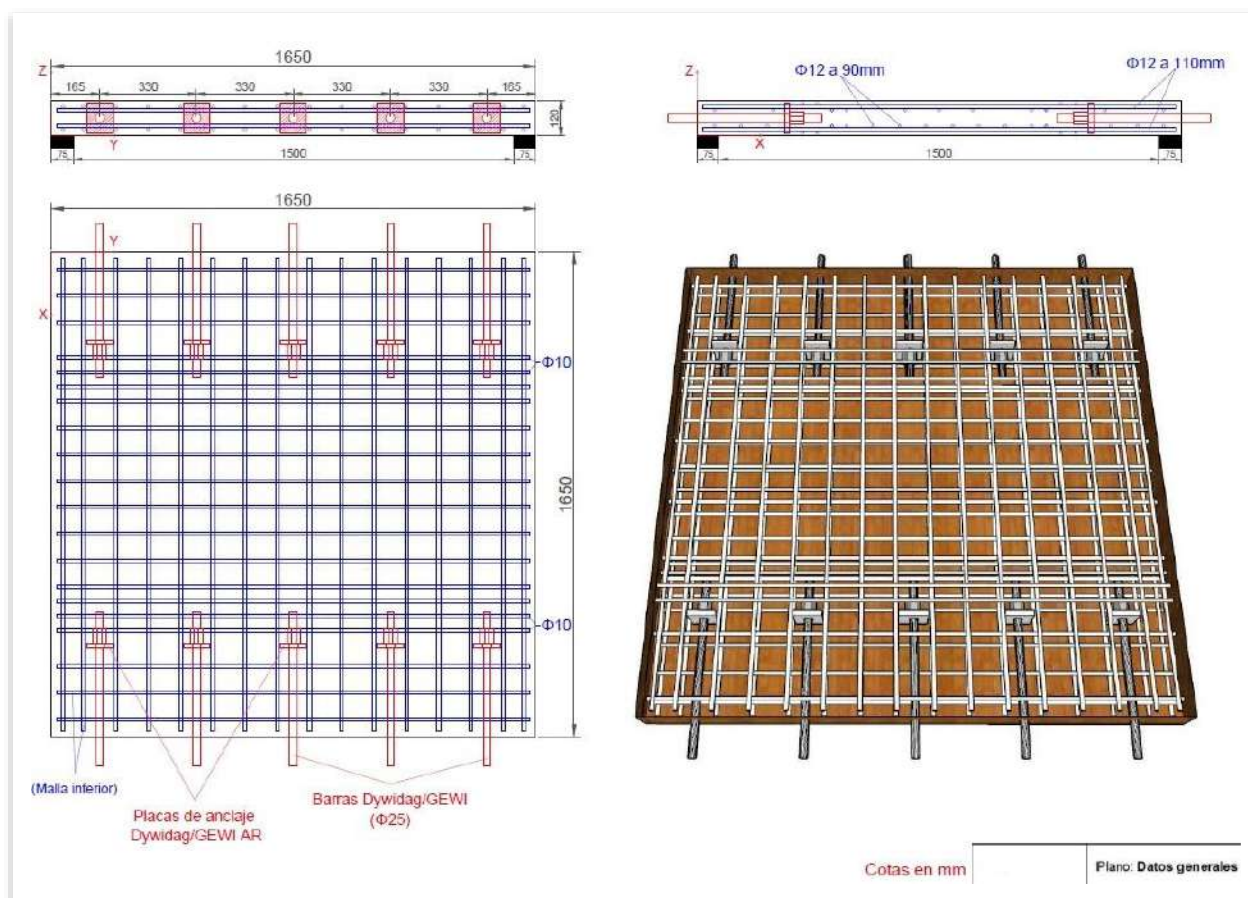


Figura 1. Esquema de carga y armado. en planta de las losas.

En la Tabla 1 se muestra el armado y la fuerza de tracción a la que está sometida cada losa.  $T_{fis}$  es la fuerza de tracción que teóricamente produciría la fisuración de la losa. Para las losas con mayor cuantía de armadura (losas tipo B),  $T_{fis_B}=784$  kN, mientras que para en resto de losas (losas tipo A),  $T_{fis_A}=719$  kN.

Tabla 1. Armaduras, fuerza de tracción y resistencia del hormigón de cada losa.

LOSA	Armadura longitudinal		Armadura transversal		Tracción ( $T/T_{fis}$ )	Características del Hormigón		
	Superior	Inferior	Superior	Inferior		$f_{cm}$	$f_{ctm}$	$E_{cm}$
1	1810 mm <sup>2</sup>	1810 mm <sup>2</sup>	1244 mm <sup>2</sup>	1810 mm <sup>2</sup>	0	37,8 MPa	2,93 MPa	28707 Mpa
2	1810 mm <sup>2</sup>	1810 mm <sup>2</sup>	1244 mm <sup>2</sup>	1810 mm <sup>2</sup>	1,1	37,4 MPa	3,32 MPa	27544 Mpa
3	1810 mm <sup>2</sup>	1810 mm <sup>2</sup>	1244 mm <sup>2</sup>	1810 mm <sup>2</sup>	0,8	36,5 MPa	2,95 MPa	29139 Mpa
4	1810 mm <sup>2</sup>	1810 mm <sup>2</sup>	1244 mm <sup>2</sup>	1810 mm <sup>2</sup>	1,4	36,8 MPa	3,07 MPa	29020 Mpa
5*	3217 mm <sup>2</sup>	3217 mm <sup>2</sup>	1244 mm <sup>2</sup>	1810 mm <sup>2</sup>	0,5	37,1 MPa	3,10 MPa	28213 MPa

\* Las armaduras longitudinales de esta losa eran de 16mm de diámetro.

Se ha diseñado y construido un marco cerrado metálico, de dimensiones 2500 mm x 2850 mm (ver Fig. 2) sobre el que se han apoyado los gatos para tesar las barras.

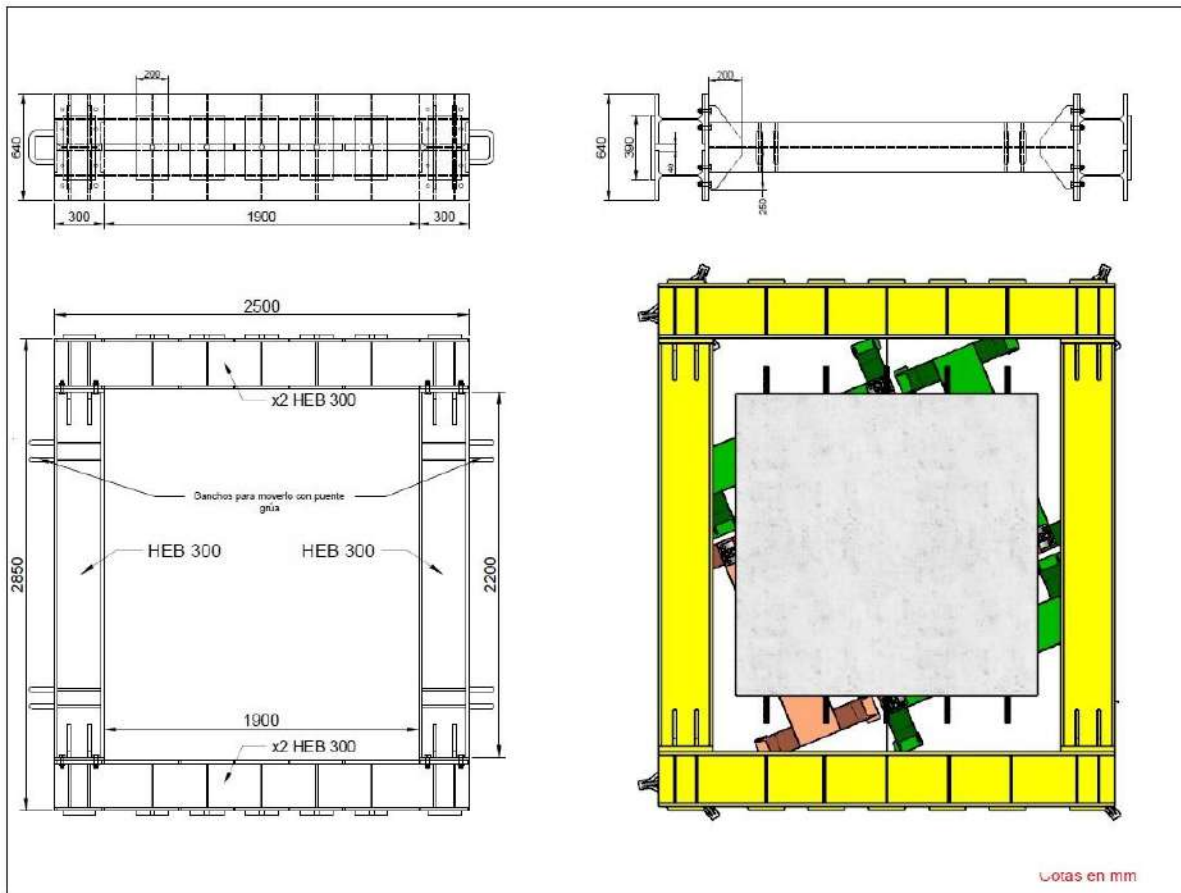


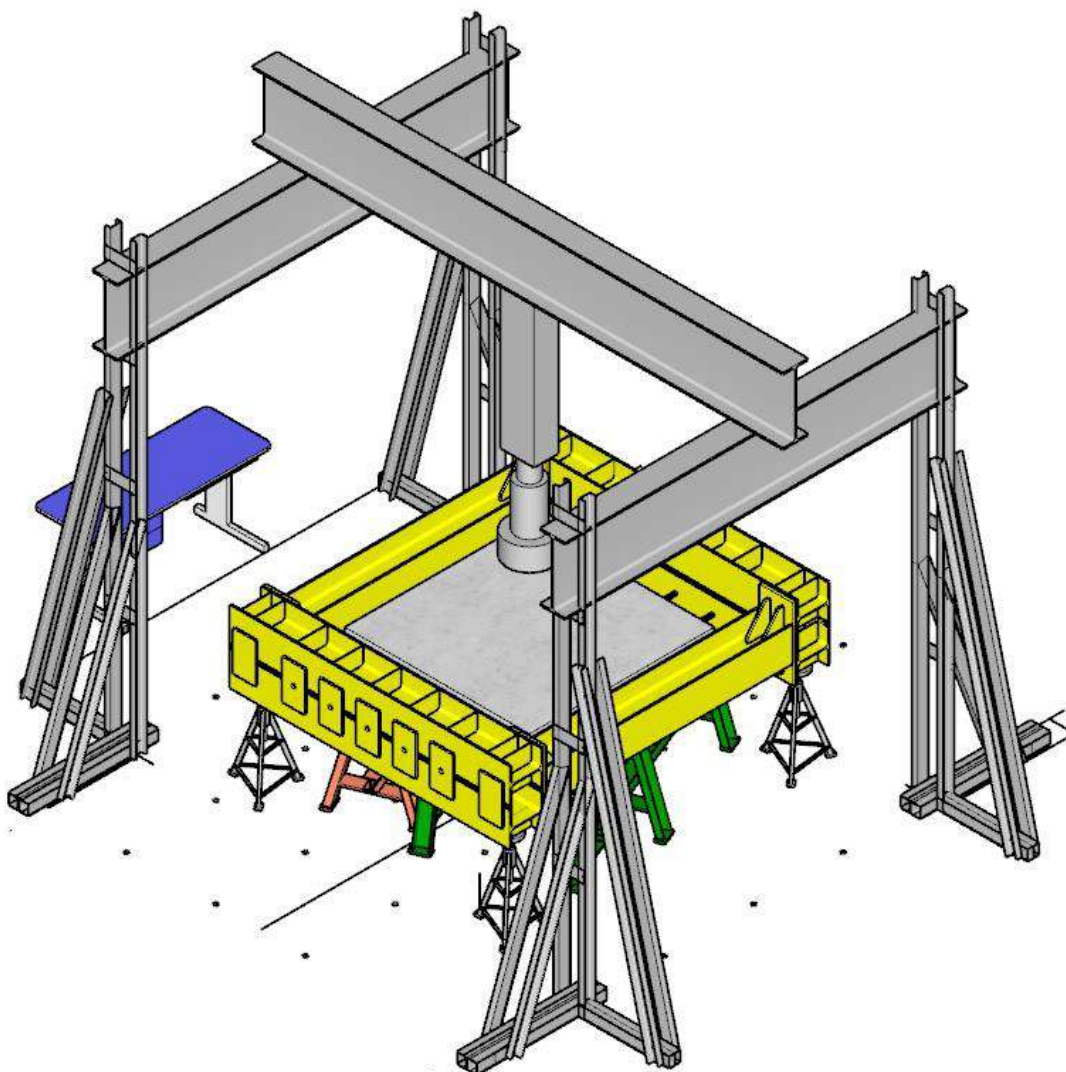
Figura 2. Marco metálico y posición en su interior de la placa apoyada en 8 puntos para su ensayo.

El montaje global del ensayo (set-up) puede verse en la Fig. 3. En ella se observa que las dimensiones del pórtico de carga del Laboratorio de Tecnología de Estructuras y Materiales de la UPC (LATEM) han permitido acomodar geoméricamente, aunque con poca holgura, las piezas a ensayar.

El hormigón “objetivo” planteado fue HA 30/F/10/IIa y se realizaron ensayos de caracterización de su resistencia a compresión, resistencia a tracción y módulo elástico, en varias fechas, antes y durante los ensayos, con el objetivo de obtener una curva de evolución de resistencias. Los valores medios del día del ensayo se muestran en la Tabla 1. Las armaduras pasivas fueron de acero B500SD y se realizaron ensayos de caracterización de la curva tensión-deformación de barras de diversos diámetros. Los resultados obtenidos fueron: para las barras de 12mm de diámetro,  $f_y= 535\text{MPa}$  y  $f_u= 633\text{MPa}$ . Para las barras de 16mm de diámetro,  $f_y= 535\text{MPa}$  y  $f_u = 629\text{MPa}$ . Se utilizaron barras de tesado Diwydag de 25 mm de diámetro con  $f_{py}= 750\text{MPa}$  y  $f_{pu}=1050\text{MPa}$ .

La instrumentación se diseñó para conocer los siguientes parámetros: 1) deformación de las armaduras, mediante galgas extensométricas, en 8 barras longitudinales y 8 barras transversales, próximas a la zona de punzonamiento 2) carga vertical aplicada 3) reacciones en los 8 apoyos, mediante células de carga 4) desplazamiento vertical de la losa en el centro y descenso de apoyos, mediante transductores de desplazamiento 5) Carga en las barras de tesado mediante células de carga huecas colocadas en su anclaje. 6) Deformación en las caras superior e inferior del hormigón en dirección longitudinal y

transversal. Por otra parte, se dispuso una cámara de alta resolución en la zona inferior de la losa, para captar la fisuración en los sucesivos escalones de carga.



**Figura 3.** Montaje global (set-up) del ensayo de punzonamiento.

### 3. SIMULACIÓN NUMÉRICA

Previamente a la campaña experimental se realizó una simulación numérica de los ensayos, utilizando el programa ABAQUS y un modelo de daño plástico, con el objetivo fundamental de disponer de una aproximación de la carga y el desplazamiento máximo esperables y, en general, del comportamiento bajo carga creciente (carga-desplazamiento, patrón de fisuras, etc). Se realizaron estudios paramétricos previos para establecer criterios sobre el tamaño idóneo de la malla. Por otra parte, se calibró el modelo numérico con los resultados de la losa de referencia (con tracción nula) y se obtuvieron los parámetros asociados al daño (dilatancia, comportamiento post-pico, etc) de gran relevancia para captar adecuadamente el efecto tamaño y, por tanto, la carga última. La Fig. 4 muestra las curvas carga-



desplazamiento y la relación entre la carga máxima y la obtenida para la losa de referencia, obtenidas numéricamente, para diversos niveles de tracción.

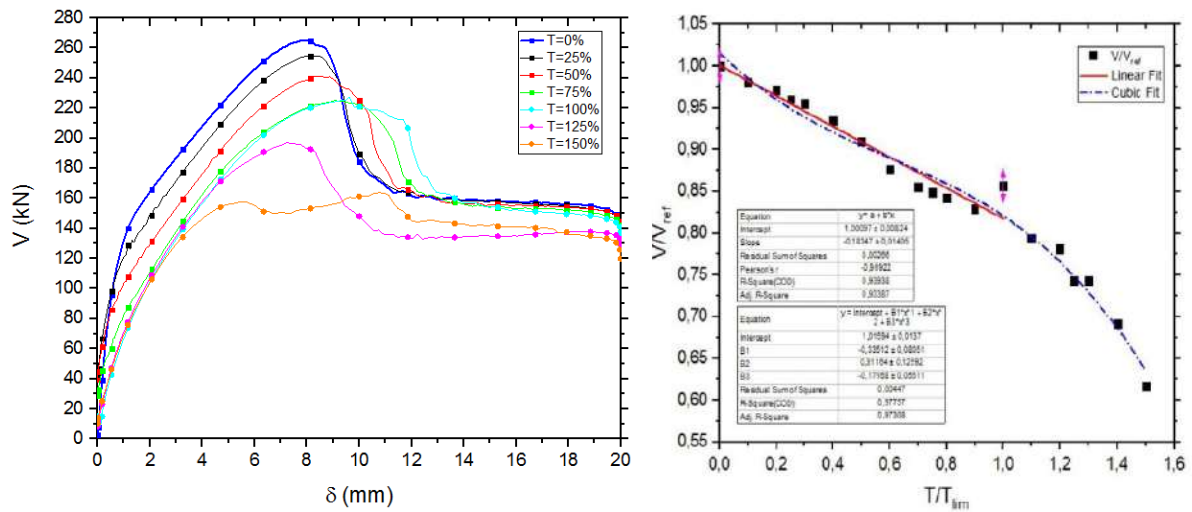


Figura 4. Carga-desplazamiento y reducción de resistencia para distintos niveles de tracción.

En la Fig. 4 se observa que la carga máxima disminuye conforme aumenta la tracción y que esta reducción es casi perfectamente lineal. No obstante, a partir de cierto valor de la fuerza de tracción ligeramente superior a  $T_{fis}$  (la fuerza de tracción que teóricamente fisuraría la losa,  $T_{fis}=b \cdot h \cdot f_{ctm}$ ) esta reducción es mayor. Este aumento de pérdida de capacidad se considera asociada a la plastificación de la armadura principal de flexión en la dirección de la tracción, pues se suman las tracciones debidas al cortante y a la fuerza externa. La Fig. 5 muestra el mapa de fisuras (representadas por el daño plástico) para los dos casos extremos: la losa de referencia ( $T=0$ ) y la losa sometida a la máxima fuerza de tracción ( $T=1.5 T_{FIS}$ ). Se observa a el cambio de la superficie crítica de rotura, perdiendo la axisimetría y adaptándose más a las direcciones de las armaduras.

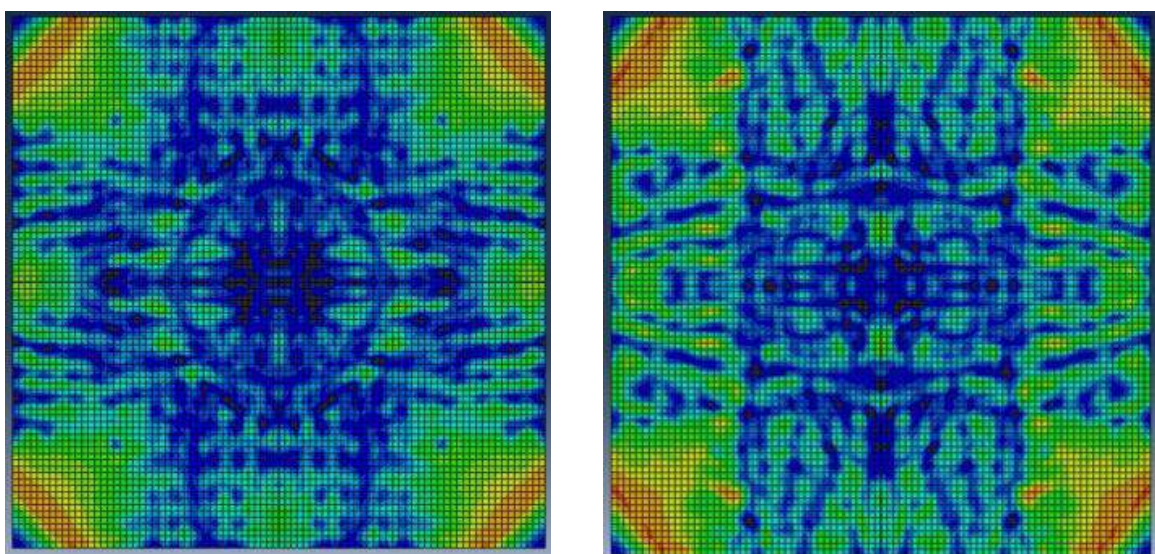


Figura 5. Fisuración obtenida numéricamente en la losa sin tracción (izquierda) y con máxima tracción.

## 4. MODELO MECÁNICO DESARROLLADO

### 4.1. Resistencia a punzonamiento en placas sin tracciones en su plano

El modelo mecánico desarrollado es una extensión del “Compression Chord Capacity Model” [18] que originalmente se desarrolló para vigas sometidas a flexión-cortante, posteriormente se extendió a punzonamiento de losas bajo carga normal su plano centrada (sin tracciones) [19] y en este trabajo, se ha extendido al caso de cargas de tracción aplicadas en su plano.

El modelo se fundamenta esencialmente en la consideración de que la fisura crítica, que se desarrolla a partir de una fisura de flexión, apenas transfiere tensiones tangenciales en la zona traccionada por flexión, en Estado Limite Último, debido a la considerable abertura de fisuras. En tal caso, las tensiones tangenciales se concentran en la cabeza de compresión que, además, está sometida a tensiones radiales y circunferenciales de compresión, así como a tensiones verticales de confinamiento transmitidas por la carga (o el pilar en su caso). Ello conduce a un estado triaxial de tensiones en la cabeza comprimida en la zona próxima a la carga, aumentando su resistencia, aspecto que distingue esencialmente el comportamiento a cortante en vigas del comportamiento a punzonamiento de losas. Las ecuaciones que gobiernan la resistencia a punzonamiento se obtienen suponiendo una distribución parabólica de tensiones tangenciales en la cabeza comprimida, suponiendo que la fisura crítica siempre nace del contacto de la carga con la losa y acaba en la cara traccionada donde se alcanza el momento de radial de fisuración.

Planteando el equilibrio de fuerzas y momentos de una rebanada diferencial de losa, y relacionando esfuerzos con tensiones en la cabeza comprimida, se obtienen las siguientes ecuaciones de la carga última de punzonamiento para losas sin armadura de cortante [18]:

$$V_{Rd} \leq V_{cu} = 0.3\zeta \left( 1.125 \frac{x}{d} + 0.425 \right) f_{ck}^{2/3} u_{crit} d \quad (1)$$

donde  $x/d$  es la profundidad de la fibra neutra en flexión, que viene dada por:

$$\frac{x}{d} = \alpha_e \rho_l \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \rho_l}} \right) \approx 0.75 (\alpha_e \rho_l)^{1/3} \quad (2)$$

siendo  $\alpha_e = E_s/E_c$  y  $\rho_l$  la cuantía geométrica de armadura longitudinal de tracción. En la Eq. (2) no se ha considerado la contribución del hormigón traccionado entre fisuras o tensorrigidez.

Cuando la armadura de flexión plastifica antes del punzonamiento (cosa que es posible pues la losa es internamente hiperestática), el cortante que puede ser resistido viene dado por:

$$V_{Rd} \leq V_y \approx 2\pi m_y \approx 2\pi \rho f_{yd} d^2 \left( 1 - \frac{\rho f_{yd}}{2f_{cd}} \right) \quad (3)$$

En cualquier caso, los anteriores valores deben ser mayores a un cortante mínimo [18], de valor:

$$V_{c\min} = \left[ \zeta (1.125k_c + 0.375) + \frac{10}{d_0} \right] f_{cm} u_{crit} d \quad (4)$$

donde  $k_c = x/d \leq 0.2$  y  $d_0 = \max(d; 100\text{mm})$ . Este valor recoge los casos en que la cuantía de armadura o el canto son muy reducidos, casos en los que el cortante resistido a través de la fisura crítica en el

alma,  $v_w$ , es comparable al resistido por la cabeza comprimida, dado que  $x/d$  es muy pequeña y el cortante  $v_w$  es inversamente proporcional al canto útil,  $d$ .

#### **4.2. Extensión del modelo al caso de punzonamiento en placas con tracciones en su plano.**

Para tener en cuenta el efecto de las tracciones en su plano en la carga última, deben identificarse cómo afectan dichas tracciones al comportamiento de la losa y en qué ecuaciones debe incluirse la fuerza de tracción. Estos efectos son, como mínimo, los siguientes:

- 1) El ancho de fisura aumenta, por lo que el efecto del engranamiento de áridos disminuye y, por lo tanto, el cortante resistido en el alma,  $v_w$ . Este hecho no hace sino incidir más en la hipótesis básica del modelo sobre la escasa contribución del alma.
- 2) El ángulo  $\theta$  de inclinación de las fisuras es más vertical por efecto de las tracciones longitudinales por lo que tanto la  $\cot\theta$  como el perímetro crítico de punzonamiento disminuyen. Este efecto, no obstante, no se ha tenido en cuenta en este desarrollo por considerarse de menor relevancia.
- 3) La presencia de una tracción reduce la profundidad de la fibra neutra, la cual deja de ser independiente del momento y del axil aplicados.
- 4) Para un momento  $M_{Ed}$  dado, la fuerza de tracción disminuye la compresión en la cabeza, por lo que se reduce la capacidad de transmitir tensiones tangenciales en ésta.
- 5) El esfuerzo axil de tracción aumenta las tensiones de tracción en las armaduras, razón por la que es posible que, a partir de un cierto valor de la tracción externa, la armadura de flexión plastifique en la dirección longitudinal antes de lo que haría si no hubiese tracciones, es decir antes que la armadura en la dirección perpendicular a éstas.

La profundidad del eje neutro en presencia de tracciones,  $x$ , de acuerdo con Marí et al. [9] viene dada en función de la profundidad del eje neutro sin tracciones,  $x_0$ , por la expresión:

$$x = x_0 \left( 1 - 0.1 \frac{T_{Ed} \cdot d_s}{M_{Ed}} \right) \quad (5)$$

donde  $N_{Ed}$  y  $M_{Ed}$  son la fuerza de tracción y el momento que solicitan la sección considerada y  $d_s$  es el canto útil.

La influencia del esfuerzo axil en el valor de la compresión se tiene en cuenta haciendo intervenir la tracción en las ecuaciones de equilibrio de la rebanada, tal como muestra la Fig. 6 y, por tanto en las tensiones en la cabeza.



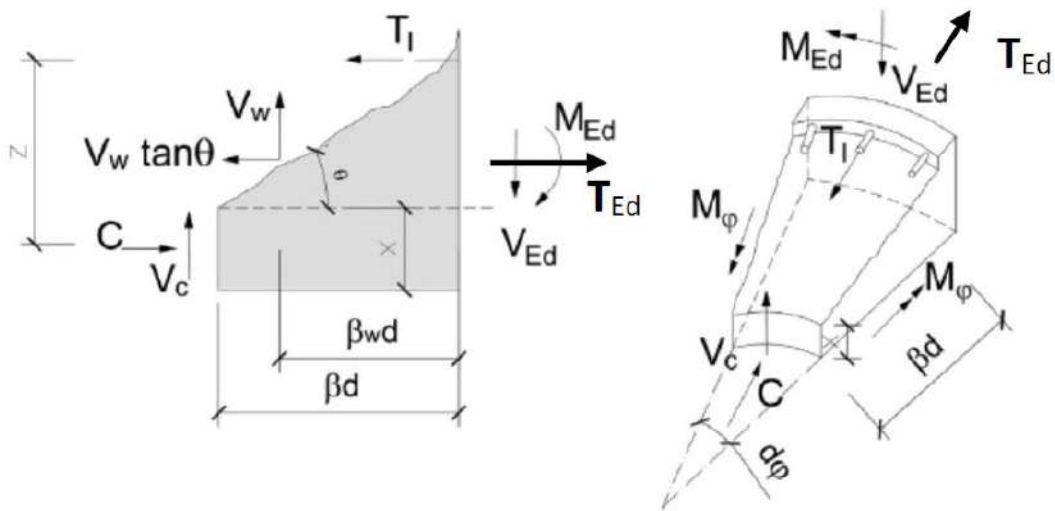


Figura 6. Fuerzas que equilibran la rebanada radial diferencial, incluyendo las tracciones en el plano.

$$C = T_i + V_w \cdot \tan \theta - T_{ED} \quad (6)$$

$$V_{ED} = V_c + V_w \quad (7)$$

$$Cz + m_\theta \cdot d\theta \cdot \beta d = m_{cr} \cdot \frac{r_{crack}}{r_{crit}} + V_c \beta d + V_w \beta_w d (\tan \theta + \cos \theta) - 0,5 T_{ED} z \quad (8)$$

donde el término diferencial  $m_\theta d\theta \cdot \beta d$  debido al momento tangencial puede ser despreciado. La distancia  $\beta d$  es la proyección horizontal de la fisura crítica en la parte traccionada de la losa, que se considera  $0.85d$ , como en cortante.  $V_w$  es la resultante vertical de las tracciones residuales a través de la fisura crítica, que resultan muy pequeñas cuando el ancho de fisura es grande. Se considera un brazo mecánico horizontal de estas tracciones, de valor  $2/3d$ . Entonces, adoptando como brazo mecánico en flexión  $z = d-x/3$ , la tensión normal en la dirección radial en el punto crítico de la cabeza comprimida situado a una distancia  $\lambda = 0.425x$  del eje neutro [18], es:

$$\sigma_r(\lambda) = \frac{2\lambda C}{xz} = \frac{2\lambda(m_{cr} \frac{r_{crack}}{r_{crit}} + V_c \beta d + V_w \beta_w d (\tan \theta + \cot \theta) - 0,5 T_{ED}) (d - \frac{x}{3})}{x(d - \frac{x}{3})} \quad (9)$$

La ecuación fundamental del modelo es la que permite obtener la tensión tangencial en el punto crítico de la cabeza comprimida donde el daño es máximo, es decir donde la combinación de tensiones principales antes alcanza la envolvente de rotura de Kupfer, y viene dada, en forma adimensional, por

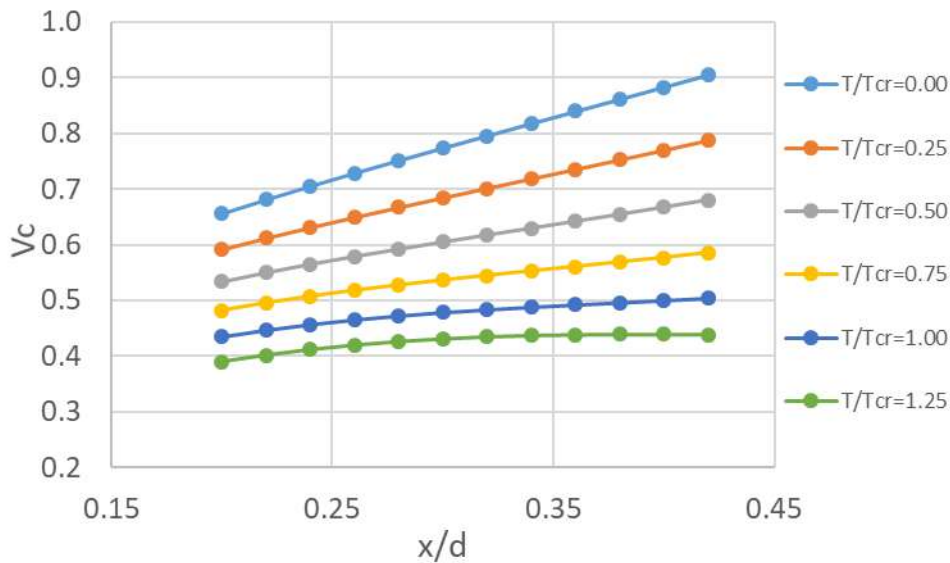
$$v_c = \frac{V_c}{f_{ct} b d} = 0.682 \zeta \frac{x}{d} \sigma_1 \sqrt{1 - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{\sigma_1} + \frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_1^2}} = 0.682 \zeta \frac{x}{d} R_t \sqrt{1 - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{R_t} + \frac{\sigma_x \sigma_y}{R_t^2}} \quad (10)$$

donde  $R_t$  es el cociente entre la tensión principal de tracción y la resistencia a tracción en el punto de rotura, que viene proporcionado por la ecuación de la envolvente de Kupfer en la rama compresión tracción:

$$\frac{\sigma_1}{f_{ct}} + 0,8 \frac{\sigma_2}{f_{cd}} = 1 \rightarrow R_t = \frac{\sigma_1}{f_{ct}} = (1 - 0,8 \frac{\sigma_2}{f_{cd}}) \quad (11)$$

La solución a la Eq. (10), que debe hacerse iterativamente, pues  $R_t$  depende de las tensiones principales y éstas no se conocen a priori pues dependen de la tensión tangencial, que es lo que se busca,

proporciona las siguientes gráficas, en función de los distintos valores de tracción  $T/T_{fis}$ , siendo  $T_{fis}$  la fuerza de tracción que fisura la sección.



**Figura 7.** Aproximación lineal a la carga de punzonamiento para diversos valores de  $T/T_{fis}$ .

Estas curvas se pueden aproximar linealmente, con poco error, mediante la expresión:

$$V_c = \zeta \left( 1.125 - 0.85 \frac{T}{T_{fis}} \right) \frac{x}{d} + 0.425 \quad (12)$$

Se observa que, a mayor fuerza de tracción, menor es el cortante adimensional resistido por la cabeza.

En el caso de placas con tracciones en una sola dirección, la Eq. (12) solo se aplica a la parte del perímetro crítico afectado por la tracción (perpendicular a ella) que es aproximadamente la mitad del perímetro total. Por otra parte, la tracción  $T_{Ed}$  y el momento por unidad de anchura  $m_{Ed}$  de la Eq. (5), que proporciona la profundidad de la fibra neutra, se pueden expresar como:

$$t = \frac{T}{2a} = \frac{T}{T_{fis}} \cdot \frac{T_{fis}}{2a} = \frac{T}{T_{fis}} \cdot \frac{f_{ct} \cdot 2a \cdot d}{2a} = \frac{T}{T_{fis}} f_{ct} \cdot d \quad (13)$$

$$m = m_{fis} = \frac{f_{ct} h^2}{6} = \frac{f_{ct} d^2}{6} \left( \frac{h}{d} \right)^2 \cong 0.2 f_{ct} d^2 \quad (14)$$

donde  $T_{fis}$  y  $M_{fis}$  son, respectivamente, la tracción y el momento de fisuración (obtenidos independientemente) y se ha supuesto que  $h/d=1.1$ . Entonces, la Eq. (5) se puede reescribir como:

$$\frac{x}{d} = \frac{x_0}{d} \left( 1 - 0.1 \frac{td}{m} \right) = \frac{x_0}{d} \left( 1 - 0.1 \frac{T}{T_{fis}} \frac{f_{ct} \cdot d^2}{0.2 f_{ct} \cdot d^2} \right) = \frac{x_0}{d} \left( 1 - 0.5 \frac{T}{T_{fis}} \right) \quad (15)$$

Entonces, el cortante resistido a lo largo del perímetro crítico, se puede obtener como semisuma del cortante resistido en las caras no traccionadas y las caras traccionadas, , dadas por las Eq. (1) y Eq. (3), respectivamente

$$v_{ctot} = \frac{v_{c0}}{2} + \frac{v_c}{2} = \frac{V_{c0} + V_c}{2 f_{ct} m_{crit} d} = V_{c0} - 0.425 \zeta \frac{T}{T_{cr}} \frac{x}{d} \quad (16)$$

donde  $x/d$  viene dado por la Eq. (15) y  $\zeta$  es el factor de efecto tamaño, dado por:

$$\zeta = \frac{2\left(\frac{d}{a}\right)^{0.2}}{\sqrt{1+\frac{d_0}{200}}} \leq 0.45 \tag{17}$$

En caso de que plastifiquen las armaduras, debe aplicarse la Eq. (3). En este caso, la presencia de tracciones se tiene en cuenta definiendo una resistencia ficticia del acero, en la dirección de las mismas, de valor:

$$f_y^* = f_y - \frac{T}{A_s} \tag{18}$$

que debe ser utilizado en la Eq. (3) como resistencia del acero.

La Eq. (16) muestra cómo la resistencia a punzonamiento se reduce linealmente con la razón  $T/T_{fis}$ . Cuando la armadura en la dirección de la tracción plastifica se aplica la Eq. (3) pero con la resistencia del acero reducida, por lo que la reducción es mayor.

### 5. COMPARACIÓN DE RESULTADOS E INTERPRETACIÓN FÍSICA DE LOS MISMOS.

A continuación, se exponen brevemente los resultados obtenidos experimentalmente y se comparan con las predicciones realizadas. Todos los ensayos se dieron resultados relativamente próximos a las predicciones aunque a mayor carga de tracción ( $1,4 \cdot T_{fis}$ ) la desviación era mayor. Buscando una explicación a este resultado anómalo, se ha estudiado la carga vertical que producen las armaduras al deformarse y soportar la tracción exterior al mismo tiempo (efecto tirante). A mayor tracción, menor rigidez y mayor flecha, por lo que también el efecto tirante es mayor, pudiendo ser este efecto el causante de la divergencia entre el resultado del test y la predicción. Siguiendo el esquema de la Fig. 8,  $P_{tirante} = 2 \cdot T \cdot \sin \alpha$  se ha descontado este valor de la carga última obtenida. Los resultados de los ensayos se resumen en la siguiente tabla, donde ya está descontado el efecto tirante:

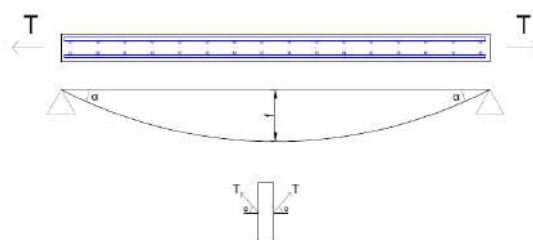


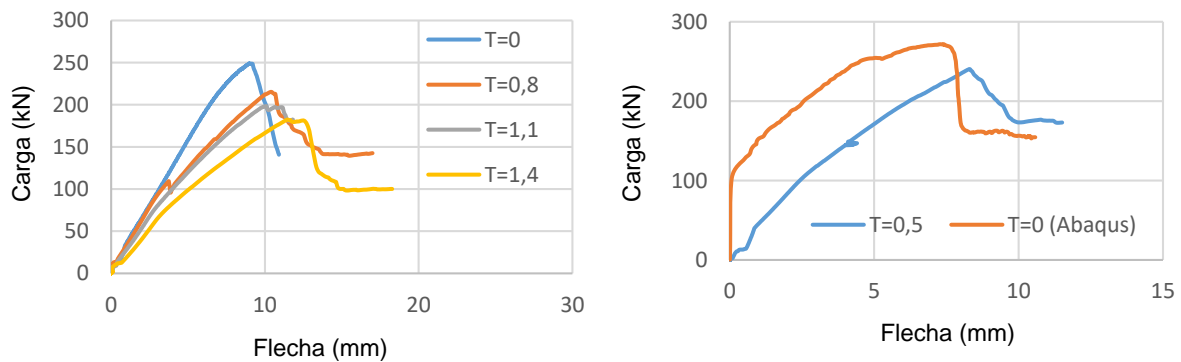
Figura 8. Efecto tirante de las armaduras longitudinales

Tabla 2. Resultados obtenidos en los cinco primeros ensayos

Ensayo	Tracción ( $T/T_{fis}$ )	$P_u$	$\delta_u$	$P_u/P_{u0}$
1	0	249,1 kN	9,01 mm	1
2*	0,5	240,4 kN	8,29 mm	0,89
3	0,8	215,2 kN	10,4 mm	0,86
4	1,1	198,4 kN	10,1 mm	0,79
5	1,4	182,4 kN	12,5 mm	0,73

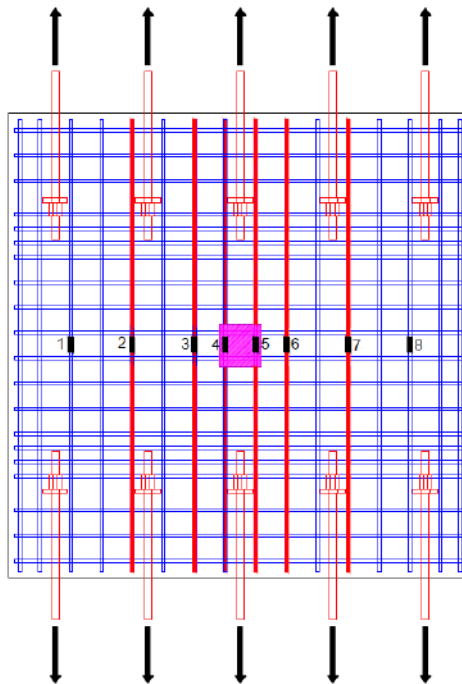
\* Las armaduras longitudinales de esta losa eran de 16mm de diámetro. Además, al no disponerse de losa de referencia para este armado, se ha considerado el valor obtenido con ABAQUS, tras ajustar el modelo a los resultados del ensayo 1, para  $P_{u0}$  (271,16 kN).

Las curvas carga desplazamiento obtenidas en estos ensayos son las siguientes:



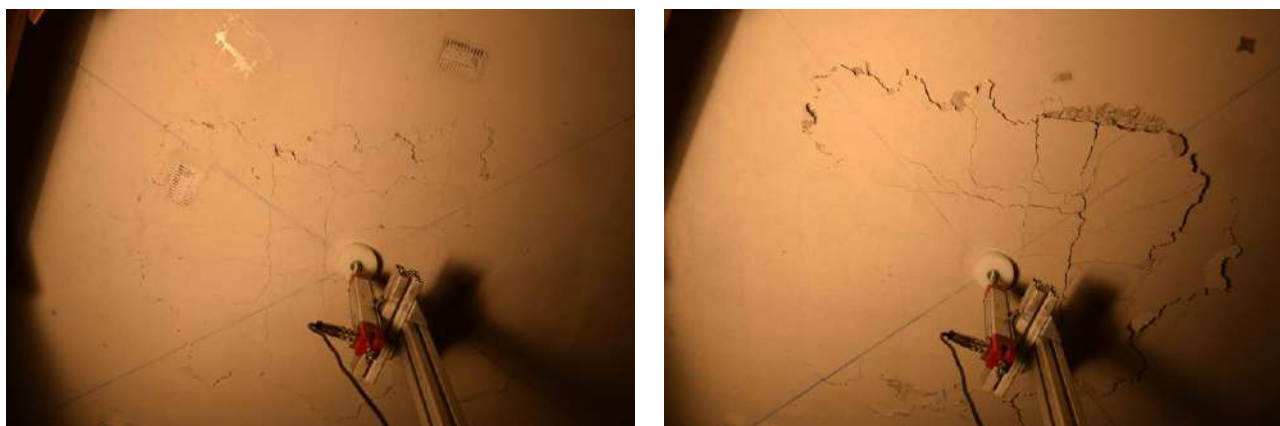
**Figura 9.** Curvas carga-desplazamiento obtenidas en el laboratorio para las losas con  $\phi 12$  longitudinal (izquierda) y  $\phi 16$  (derecha).

Para los test 4 y 5, en el que se aplicó una tracción a la losa superior a  $T_{fjs}$ , antes del momento de la rotura las galgas extensiométricas situadas en la armadura longitudinal presentaban valores de deformación superiores a la  $\epsilon_y$  de las armaduras.



**Figura 10.** Instrumentación de la armadura longitudinal en la sección central de la losa. Las galgas 2,3,4,5,6 y 7 registraron plastificación de la armadura antes de alcanzar la carga de rotura.

El estado de la cara inferior de algunas de ellas en el momento de la rotura puede verse a continuación:

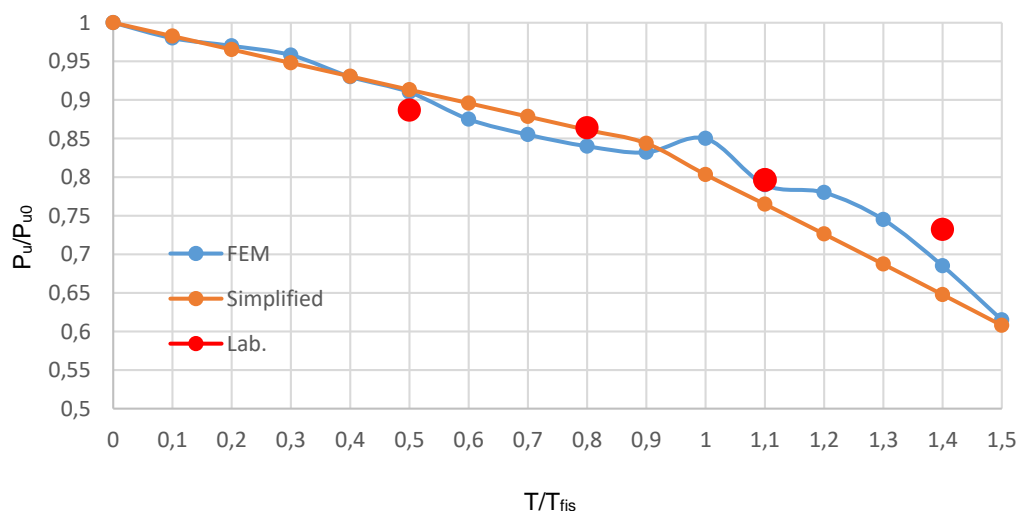


**Figura 11.** Estado de la cara inferior de las losas en los test 1 (derecha) y test 3 (izquierda). La tracción está aplicada en vertical en la imagen.

Por último se presentan la Tabla 3 y la Fig. 11, comparando los resultados experimentales con las predicciones hechas por la CCCM.

**Tabla 3.** Comparación de los resultados experimentales y las predicciones mediante la CCCM y ABAQUS

Ensayo	T/T <sub>fis</sub>	P <sub>u lab</sub>	P <sub>u CCCM</sub> /P <sub>u,lab</sub>	P <sub>u FEM</sub> /P <sub>u lab</sub>	P <sub>u CCCM</sub> /P <sub>u0 CCCM</sub>	P <sub>u FEM</sub> /P <sub>u0 FEM</sub>	P <sub>u lab</sub> /P <sub>u0 lab</sub>
1	0	249,1	0,915	1,016	1	1	1
2*	0,5	240,4	0,941	1,026	0,904	0,909	0,886
3	0,8	215,2	0,912	0,988	0,861	0,840	0,864
4	1,1	198,3	0,929	1,008	0,809	0,790	0,796
5	1,4	182,4	0,946	0,950	0,757	0,685	0,732



**Figura 12.** Comparación entre los resultados del laboratorio y las predicciones de ABAQUS y la CCCM.



## 6. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS.

Se ha estudiado la resistencia a punzonamiento de losas de hormigón armado apoyadas con simetría de revolución y cargadas puntualmente en el centro, solicitadas, además, por un esfuerzo axial de tracción en su plano medio. El objetivo fundamental del estudio ha sido cuantificar la influencia de la tracción en la resistencia a punzonamiento de la losa, lo que se ha abordado desde las perspectivas experimental y teórica, tanto mediante la utilización de modelos numéricos como de modelos mecánicos. Las conclusiones más importantes extraídas, para los casos estudiados, son las siguiente:

- La tracción en el plano medio de la losa reduce moderadamente la carga última a punzonamiento. Así, para una tracción igual a la fuerza que fisuraría la losa ( $T=T_{fis}$ ), la reducción de carga última es de un 20% aproximadamente y para una carga  $T=1.5 T_{fis}$  esta reducción es del 35% aproximadamente
- La reducción de carga última es lineal con la tracción aplicada, si bien, a partir de un valor aproximado de  $T=T_{fis}$ , la reducción es mayor, de forma que ésta se puede aproximar mediante una función bilineal con cambio de pendiente en  $T=T_{fis}$ . Ello es debido a que una vez fisurada la losa, la tracción exterior la resiste prácticamente en su totalidad la armadura paralela a la tracción, la cual plastifica para cargas menores que en caso de no existir tracción.
- La rigidez de la losa también disminuye por efecto de la tracción, de forma que la flecha máxima en el centro de vano debida a la carga transversal aumenta con  $T/T_{fis}$ , si bien este aumento no es lineal.
- La fisuración se ha producido alrededor de la carga aplicada, siguiendo los direcciones de las armaduras ortogonales. El perímetro crítico se encuentra muy cerca de la placa de carga, aproximadamente a 0.5-1 veces el canto útil del borde de la misma. Las tracciones modifican los patrones de fisuración, aumentando las fisuras en la dirección transversal y modificando el perímetro crítico, de ser axisimétrico a ser rectangular.
- No se aprecia un efecto favorable al disponer mayor cuantía de armadura, más allá de que se aumenta la  $T_{fis}$  de la losa
- La simulación numérica realizada, una vez calibrado el modelo para la losa de referencia ( $T=0$ ), ha reproducido con gran precisión el comportamiento de la losa bajo distintos niveles de tracción. En concreto el modelo ha reproducido muy fidedignamente la carga última (error medio menor del 3%), los patrones de fisuración, el tipo de rotura y, con algo menor precisión las deformaciones medidas.
- Se ha adaptado el modelo mecánico "Compression Chord Capacity Model", desarrollado para vigas y posteriormente para placas, para tener en cuenta las tracciones en su plano. Las expresiones obtenidas para la carga última de punzonamiento proporcionan una variación lineal de dicha carga en función de la tracción aplicada
- A partir del valor  $T=T_{fis}$ , las tensiones en la armadura aumentan considerablemente, por lo que éstas plastifican para cargas menores que en caso de  $T=0$ , por lo que la reducción de carga última es mayor que para  $T<T_{fis}$ .
- Los resultados del modelo mecánico reproducen con notable precisión la carga última de punzonamiento en función de la tracción, sí como el efecto de la plastificación de la armadura para altos niveles de tracción. Ello muestra la bondad del modelo para la ingeniería práctica, dado que combina rigor conceptual con sencillez de aplicación.

Como continuación de esta investigación se están llevando a cabo ensayos sobre placas apoyadas en dos lados paralelos para simular roturas por cortante (no por punzonamiento), que sería más habituales en voladizos de puente bajo cargas puntuales.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación recibida del Ministerio de Ciencia e Innovación y de los Fondos Europeos de Desarrollo Regional (FEDER) a través del proyecto “Evaluación de la capacidad resistente frente a esfuerzos tangentes de estructuras de hormigón mediante modelos mecánicos para la extensión de su vida útil” BIA2015-64672-C4-1-R. Así mismo desean agradecer el apoyo del Laboratorio de Tecnología de Estructuras y Materiales de la UPC y de todos los técnicos que han contribuido a la realización de esta campaña experimental y sin cuya ayuda no habría sido posible

## REFERENCIAS

- [1] Regan, P.E., Braestrup M. W. (1985). Punching shear in reinforced concrete-a state-of-art report, CEB Bulletin d'Information 168. Lausanne, Switzerland.
- [2] Fédération Internationale du Béton, FIB. (2001). Punching of structural concrete slabs. Bulletin No 12, Lausanne, Switzerland.
- [3] Broms, C. E., 1990. Punching of Flat Plates - A Question of Concrete Properties in Biaxial Compression and Size Effect. *ACI Structural Journal*, 87 (3), 292-304.
- [4] Muttoni, A. (2008). Punching Shear Strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement, *ACI Structural Journal*. 105(4), 440-450.
- [5] Kueres, D., Siburg, C., Herbrand, M., Classen, M., Hegger, J. (2017) Uniform Design Method for punching shear in flat slabs and column bases. *Engineering Structures*, 136, 149-164.
- [6] European Committee for Standardization (2002). Eurocode 2: Design of Concrete Structures: Part 1: General Rules and Rules for Buildings.
- [7] ACI Committee 318. (2008). Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary. American Concrete Institute. Farmington Hills, MI, USA.
- [8] Fédération Internationale du Béton. (2010). FIB Model Code for Concrete Structures 2010. Ernst and Sohn (2013)
- [9] Marí, A., Cladera, A., Bairán, J. (2017) Effects of axial forces and prestressing on the shear strength of structural concrete members. In VII Congreso de ACHE, A Coruña.
- [10] Fernández-Montes, D., González Valle, E., Díaz Heredia, E. (2015). Influence of axial tension on the shear strength of floor joists without transverse reinforcement, *Struct. Concr.* 16 207–220
- [11] Sorensen, K., Loset, O., Olsen, T.O. (1981) Investigation of the influence of axial tensile forces on the transverse shear strength, Oslo.
- [12] Haddadin, M.J., Hong, S.T., Mattock, A. H. (1971). Stirrup effectiveness in reinforced concrete beams with axial force, *J. Struct. Div.*.

- [13] Jørgensen, H.B., Hoang, L.C., Fabrin, L.S., Malgaard, J. (2013). Influence of High Axial Tension on the Shear Strength of non-shear RC Beams, in: Proc. Int. IABSE Conf. Assessment, Upgrad. Refurb. Infrastructures.
- [14] Ministerio de Ciencia e Innovación de España. (2015-2019) Evaluación de la capacidad resistente frente a esfuerzos tangentes de estructuras de hormigón mediante modelos mecánicos para la extensión de su vida útil. Proyecto de investigación BIA2015-64672-C4-1-R, 2015-2019. IP A. Marí y J. Bairán
- [15] Dassault Systèmes Simulia Corp. (2014). Abaqus Analysis User's Manual Volume 2: Analysis.
- [16] Domingo, M. (2018). Resistencia a punzonamiento en losas de tableros de puentes de hormigón armado en zonas sometidas a momentos negativos (published Master thesis). Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Universitat Politècnica de Catalunya.
- [17] Marí, A., Bairán, J., Cladera, A., Oller, E. (2016) Shear design and assessment of reinforced and prestressed concrete structures based on a mechanical model, *Journal of Structural Engineering*. 142 (10)
- [18] Cladera, A. Marí, A., Bairán, J., Ribas, C., Oller, E., Duarte, N. (2016) The compression chord capacity model for the shear design and assessment of reinforced and prestressed concrete beams, *Structural Concrete*. no 2014 DOI: 10.1002/suco.201500214
- [19] Marí, A., Cladera, A., Oller, E., Bairán, JM. (2018) A punching-shear mechanical model for reinforced concrete flat slabs with and without shear reinforcement, *Eng. Struct.*, 16, 413–426
- [20] Adetifa, B., Polak, M.A. (2005) Retrofit of Slab Column Interior Connections Using Shear Bolts. *ACI Struct. Journal*, 102 (2), .
- [21] Genikomsou, A.S., Polak, M. A. (2015). Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS. *Eng. Structures*, 98 (2015) 38-48.
- [22] Navarro, M, Ivorra, S. et al. (2017) Análisis por elementos finitos de losas de edificación sometidas a punzonamiento. In Congreso internacional de estructuras, ACHE, A Coruña, Junio 2017.