

# 時間領域差分法による表層地盤の非線形応答の計算

## Computation of non-linear site response by the time-domain finite-difference method

鳥越友輔 (Yusuke TORIGOE)\*

小松正直 (Masanao KOMATSU)\*\*

竹中博士 (Hiroshi TAKENAKA)\*\*

### Abstract

We have developed a time-domain staggered-grid finite-difference code for modeling non-linear response of a one-dimensionally inhomogeneous subsurface structure to a SH plane-wave incidence. It employs the velocity-stress formulation of elastodynamic equation for the linear part, and adopts a elastoplastic rheology model for the non-linear relation between the stress and strain. In this paper, we apply this code to four constitutive models from linear-elastic to nonlinear: (1) linear elastic model, (2) linear viscoelastic model, (3) elastoplastic model, and (4) viscoelastoplastic model, which simulate shallow sand and clay structures and are vibrated by a vertically incident SH plane-wave of Ricker wavelet, to compare the linear and the non-linear soil behaviors including low strains damping (viscoelastic effect) and/or hysteretic attenuation (non-linear effect). We also apply it to a local strong-motion record of the 2000 Western-Tottori earthquake ( $M_w6.8$ ). We then simulate characteristics of non-linear site response such as reduction of the spectral amplitude in the high frequency band and shift of the peak frequencies to lower frequencies.

**Keywords:** finite-difference method, non-linear site response, strong motion

### 1. はじめに

強震動の評価をするためには、地震の震源特性、伝播経路特性、地盤特性の3つの特性を把握する必要がある。その内、地盤特性とは地震基盤上に存在する地盤(堆積層)が地震動に与える影響のことである。特に、やわらかく厚い地盤では、地震波の増幅特性により大きな被害を引き起こすこともある。このような地盤特性は強震動に大きな影響を与えるため、地盤特性を評価することは重要である。

軟弱な表層地盤では、弱震動によって生じる小さなひずみでは応力-ひずみ関係は線形であるが、強震動によって生じる大きなひずみでは応力-ひ

ずみ関係が線形から外れ、剛性率が低下し減衰が増大する(例えば、野口, 2009)。これを表層地盤の非線形応答と呼ぶ。地震の非線形応答の解析法には大きく分けて等価線形化法、非線形逐次積分法がある(例えば、吉田, 2010)。このうちの等価線形化法は運動方程式を周波数領域で解析する方法で、繰返しせん断特性から得られる剛性率  $G$  および減衰定数  $h$  を用いて、非線形応答と等価な線形応答を計算するものである(例えば、Schnabel *et al.*, 1972)。それに対して、非線形逐次積分法は運動方程式を逐次積分に基づいて時間領域で解析する方法で、時々刻々と変化する材料の接線剛性を用いて計算するものである。等価線形化法は簡便であ

\* 岡山大学理学部地球科学科 (現所属: 岡山大学大学院環境生命科学研究科), 〒700-8530 岡山市北区津島中三丁目1-1  
Department of Earth Sciences, Faculty of Science, Okayama University, Okayama 700-8530, Japan  
(Present affiliation: Graduate School of Environmental and Life Science, Okayama University)

\*\* 岡山大学大学院自然科学研究科, 〒700-8530 岡山市北区津島中三丁目1-1  
Graduate School of Natural Science and Technology, Okayama University, Okayama 700-8530, Japan.

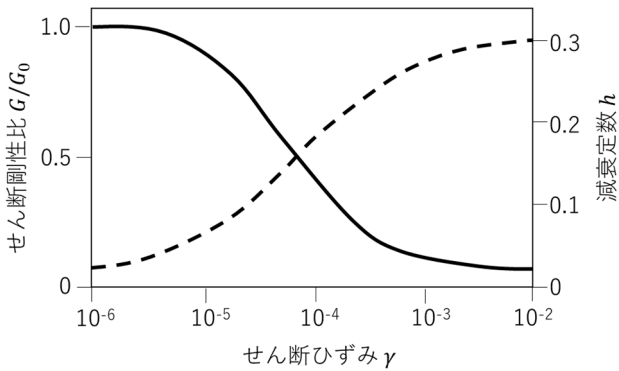


Fig. 1. 土質材料の非線形せん断特性の概要.

るため実務でよく用いられている。大ひずみ領域では、最大加速度を過大評価すること(吉田, 1994)や、高周波数成分の増幅比を過小評価する(Masuda *et al.*, 2001)という問題があったが、改良が進められている(例えば、杉戸・他, 1994; Kausel and Assimaki, 2002; Yoshida *et al.*, 2002)。一方、非線形逐次積分法は、原理的に小ひずみ領域から大ひずみ領域まで広い範囲のひずみレベルでも計算可能である。本研究では非線形逐次積分法を用いて計算を行う。

表層地盤の非線形挙動による影響としては、ピーク周波数の低周波数側へのシフト、および高周波数帯の増幅率の低下が挙げられる(例えば、時松・翠川, 1988; 野口・笹谷, 2011)。地震動の振幅が増加するとピーク周波数が低周波数側へシフトするのは、剛性率  $G$  が低下することによって、 $S$  波速度が遅くなることに起因すると考えられる。また、高周波数帯の増幅率の低下は減衰定数  $h$  の増大に関連付けられる(Fig. 1)。地盤の非線形挙動は一般に表層地盤が軟弱なほど生じやすく、解放基盤では生じないと考えられている。

本研究の目的は、表層地盤の非線形応答による地盤挙動の変化を確認することである。そのために、まず非線形応答の計算を行うための非線形逐次積分法の計算プログラムを作成した。次に、単純な入射波形を用いて、入射波の強さや中心周波数の変化、また地盤材料の違いが非線形性の発達に及ぼす影響を数値的に調べた。さらに、実際に観測された地震波形を入射波として用いて、複雑な入射波が表層地盤の非線形現象に及ぼす影響を調べた。

## 2. 計算手法

今回、線形応答の計算には時間領域差分法(田中・竹中, 2005)を用いた。非線形応答の計算についてはせん断応力の評価に Bardet and Tobita (2001)により提案された非線形 1 次元地盤応答解析法(NERA, Nonlinear Earthquake site Response Analysis)のアルゴリズムを用いた。これらの計算手法について以下で説明する。座標系は、 $z$  軸を鉛直下向きを正とする右手系の 3 次元デカルト座標系を採用する。

### 2.1. 線形の支配方程式と差分法

田中・竹中 (2005)より、深さ方向にのみ物性値が変化する媒質の平面波入射問題における SH 波の速度-応力型の支配方程式は

$$\frac{\partial \dot{v}}{\partial t} = \frac{1}{\Delta_s} \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial t} = G \frac{\partial \dot{v}}{\partial z}. \quad (2)$$

ただし、

$$\Delta_s = \rho - Gp^2. \quad (3)$$

ここで、 $t$ は時間、 $\dot{v}$ は  $y$  方向の地動速度、 $\tau_{yz}$  はせん断応力、 $G$ は剛性率、 $\rho$ は密度、 $p$ は水平スローネスである。ただし、本研究では対象が表層の軟弱地盤であることから鉛直入射を仮定し、 $p = 0$ とする。この方程式を数値的に解くために、スタガード

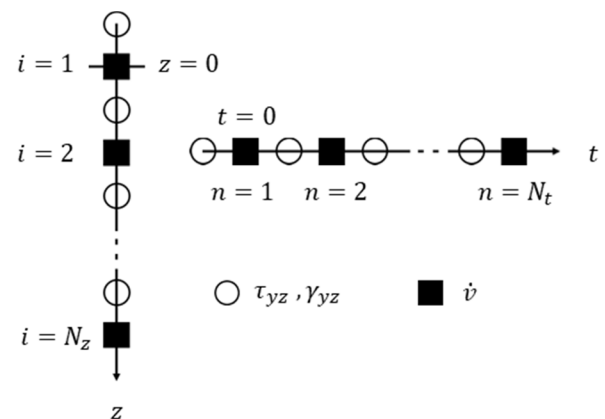


Fig. 2. スタガード格子の配置. 空間配置(左), 時間配置(右). 田中・竹中 (2005)を一部改変.

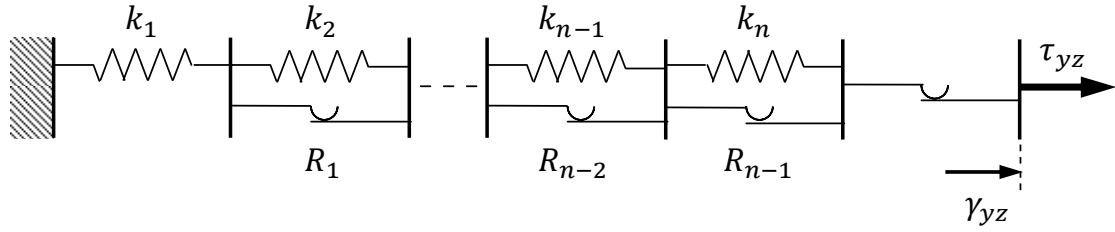


Fig. 3. Iwan (1967) と Mróz (1967) が提案したレオロジーモデル. ここでは, 地震学の慣習に従い, 応力は引っ張りを正としている.

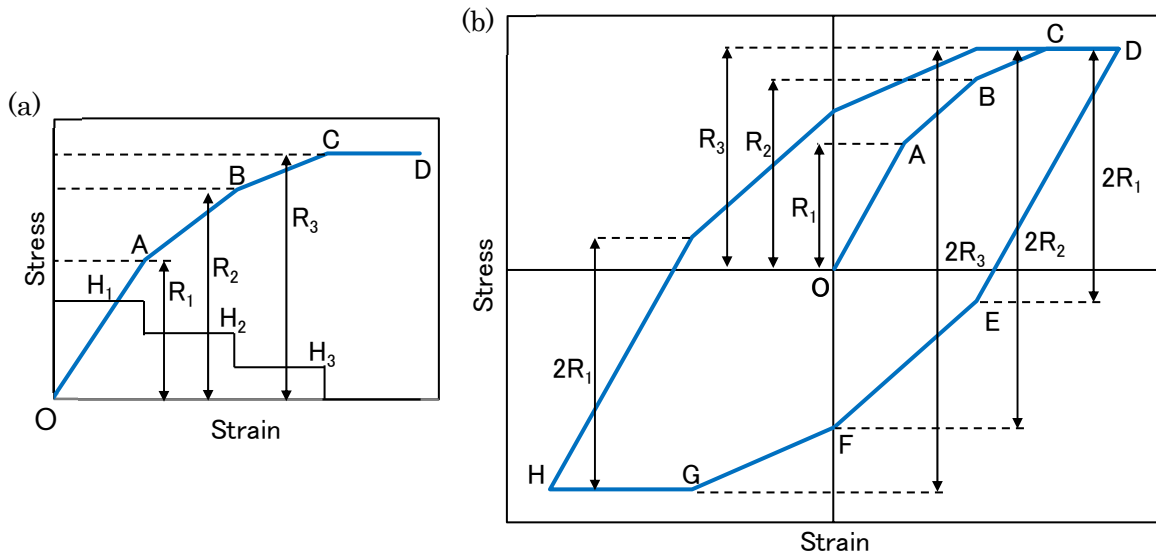


Fig. 4. (a) 载荷中の骨格曲線と (b) 繰り返しの载荷・除荷中の履歴的な応力-ひずみ関係.

格子差分法 (Virieux, 1984; Levander, 1988) を用いて離散化する. スタガード格子の配列を Fig. 2 に示す. スタガード格子は, 地動速度とせん断応力の成分を半格子分ずらして配置する離散化の手法である. 従来の差分法と比べて数値的安定性が優れているので, スタガード格子差分法は地震動の計算で多用されている (竹中, 1998).

式(1), (2)を時間  $t$  に関して 2 次精度, 空間  $z$  に関して 4 次精度の差分で離散化するとそれぞれ以下ようになる (田中・竹中, 2005).

$$\frac{\dot{v}_i^{n+1} - \dot{v}_i^n}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta s_i} \left[ c_1 \left( \frac{\tau_{yz_{i+(1/2)}}^{n+(1/2)} - \tau_{yz_{i-(1/2)}}^{n+(1/2)}}{\Delta z} \right) + c_2 \left( \frac{\tau_{yz_{i+(3/2)}}^{n+(1/2)} - \tau_{yz_{i-(3/2)}}^{n+(1/2)}}{\Delta z} \right) \right], \quad (4)$$

$$\frac{\tau_{yz_{i-(1/2)}}^{n+(1/2)} - \tau_{yz_{i-(1/2)}}^{n-(1/2)}}{\Delta t} = G \left[ c_1 \left( \frac{\dot{v}_i^n - \dot{v}_{i-1}^n}{\Delta z} \right) + c_2 \left( \frac{\dot{v}_{i+1}^n - \dot{v}_{i-2}^n}{\Delta z} \right) \right]. \quad (5)$$

ここで, 式中の添字について  $\dot{v}_i^n$  を例にとって説明すると, 深さ  $z = (i-1)\Delta z$ , 時刻  $t = (n-1)\Delta t$  における  $\dot{v}$  を表している. また, 定数  $c_1, c_2$  は等間隔格子の場合, 4 次精度では  $c_1 = 9/8, c_2 = -1/24$  である. 一方  $c_1 = 1, c_2 = 0$  とすると 2 次精度となる.

## 2.2. 非線形地盤応答の計算アルゴリズム

非線形応答の計算を行うために, 式(5)のせん断応力の計算を Bardet and Tobita (2001) によって提案されたアルゴリズムに置き換える. このアル

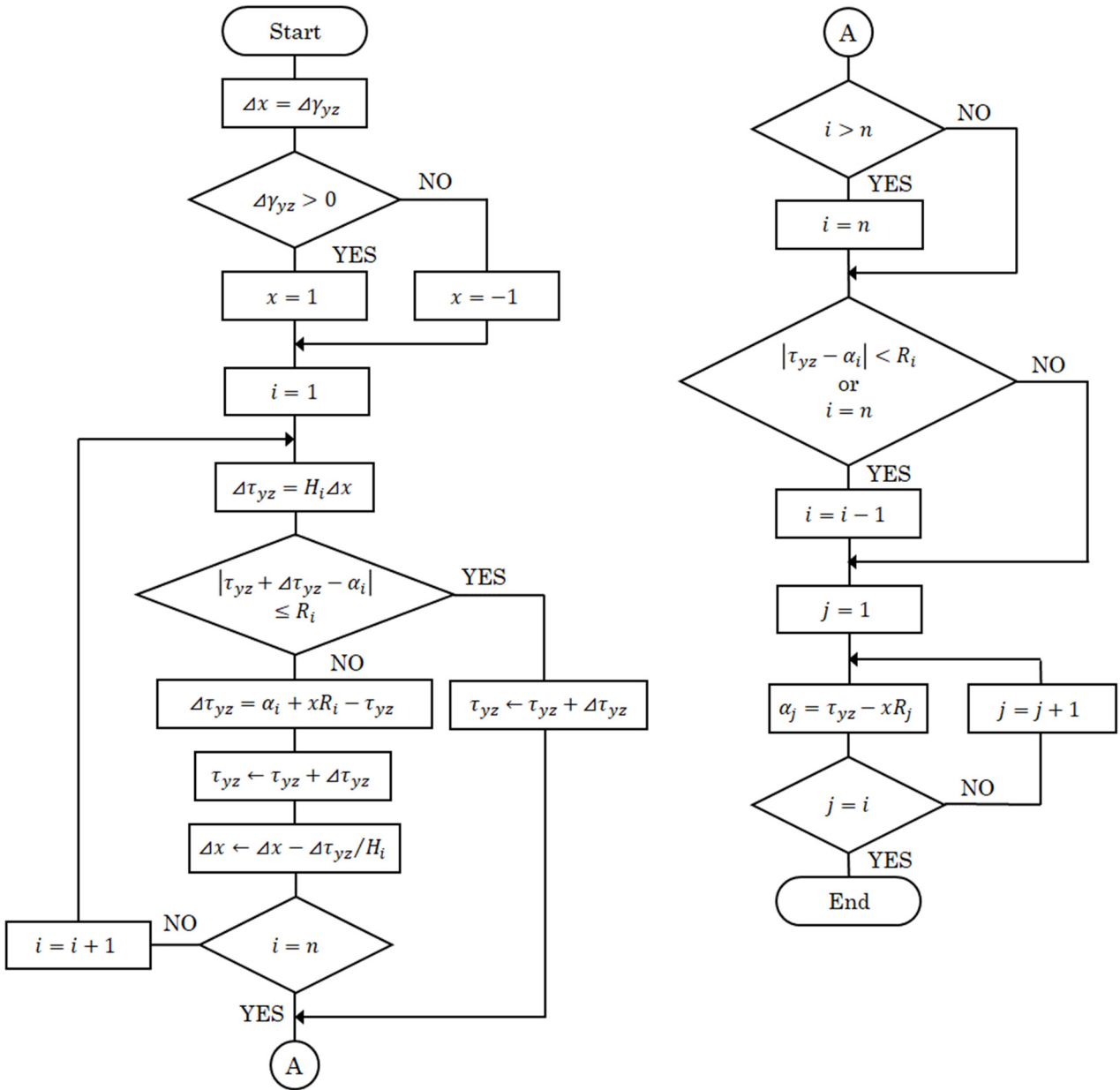


Fig. 5. ひずみ増分から応力を計算する Bardet and Tobita (2001) のアルゴリズムのフローチャート.

ゴリズムでは土の非線形的な応力-ひずみ関係をモデル化するために, Iwan (1967) と Mróz (1967) によって提案されたレオロジーモデルを導入している. 以降, このモデルを IM モデルと呼ぶ. IM モデルは Fig. 3 に示すように, バネとスライダから成る複数の要素を直列に連結することで構成されている.  $i$  番目のバネはバネ定数  $k_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) を有し,  $i$  番目のスライダは降伏応力  $R_i$  ( $R_1 < R_2 < \dots < R_n$ ) を有する. 全てのスライダ

の始めの残留応力は 0 である. 単調荷重中は,  $i$  番目のスライダ  $i$  はせん断応力  $\tau_{yz}$  が  $R_i$  に達したときに降伏し, 降伏後は  $R_i$  に等しい正の残留応力を持つ. 3 個のバネ, 3 個のスライダで構成された IM モデル ( $n = 3$ ) によって描かれる応力-ひずみ関係を Fig. 4 に示す. 応力-ひずみ関係は折れ線で表現され, その傾き  $H$  は以下のようにバネ定数  $k_i$  の調和平均に等しい.

$$H = \begin{cases} H_1 = k_1 & \text{if } 0 \leq \tau_{yz} < R_1, \\ H_2 = (k_1^{-1} + k_2^{-1})^{-1} & \text{if } R_1 \leq \tau_{yz} < R_2, \\ \vdots & \\ H_{n-1} = (k_1^{-1} + k_2^{-1} + \dots + k_{n-1}^{-1})^{-1} & \text{if } R_{n-2} \leq \tau_{yz} < R_{n-1}, \\ H_n = (k_1^{-1} + k_2^{-1} + \dots + k_{n-1}^{-1} + k_n^{-1})^{-1} & \text{if } R_{n-1} \leq \tau_{yz} < R_n, \\ 0 & \text{if } \tau_{yz} = R_n. \end{cases} \quad (6)$$

Fig. 4(a)の折れ線 OABCD は、単調荷を受ける際の応力-ひずみ関係(骨格曲線)である。荷重過程で変化するバックストレス $\alpha_i$ を導入すると、荷重中は $\tau_{yz}$ が $\alpha_i + R_i$ 、除荷中は $\tau_{yz}$ が $\alpha_i - R_i$ に達したときにスライダー $i$ は降伏する。繰返し荷重を生じるときの応力-ひずみ関係は Masing 則(Masing, 1926)に従い、Fig. 4(b)に示すような履歴曲線を描く。Fig. 4(b)の折れ線 DEFGH は骨格曲線(折れ線 OABCD)を相似形に 2 倍大きくし、始点を除荷点に移動したものである。

Bardet and Tobita (2001)のアルゴリズムのフローチャートを Fig. 5 に示す。彼らのアルゴリズムでは、ひずみ増分 $\Delta\gamma_{yz}$ から $\tau_{yz}$ を求める。 $\Delta\gamma_{yz}$ は以下の差分式によって得ることができる。

$$v_i^{n+\frac{1}{2}} = v_i^{n-\frac{1}{2}} + \Delta t \dot{v}^n, \quad (7)$$

$$\gamma_{yz_i}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{v_i^{n+\frac{1}{2}} - v_{i-1}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z}, \quad (8)$$

$$\Delta\gamma_{yz_i}^{n+\frac{1}{2}} = \gamma_{yz_i}^{n+\frac{1}{2}} - \gamma_{yz_i}^{n-\frac{1}{2}}. \quad (9)$$

ここで、 $v$  は  $y$  方向の地動変位である。フローチャート中では、荷重か除荷かを変数  $x$  を用いて表し、荷重のとき  $x = 1$ 、除荷のとき  $x = -1$  としている。

Fig. 4 の骨格曲線は、剛性率 $G$ とせん断ひずみ $\gamma_{yz}$ の関係を $n$ 個のデータ点、 $(G_i, \gamma_{yz_i})$  ( $i = 1, \dots, n$ )を用いて表したものである。この場合、傾き $H_i$ は以下のように求まる。

$$\begin{aligned} H_1 &= G_0, \\ H_i &= \frac{G_i \gamma_{yz_i} - G_{i-1} \gamma_{yz_{i-1}}}{\gamma_{yz_i} - \gamma_{yz_{i-1}}}, \quad i = 2, \dots, n-1, \\ H_n &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、 $G_0$ は線形のとときの剛性率である。バックストレス $\alpha_i$ が最初は0であると仮定すると、 $R_i$ は

$$R_i = G_i \gamma_{yz_i}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (11)$$

式(10)、式(11)は、 $G/G_0 - \gamma_{yz}$  関係を用いると

$$H_i = G_0 \frac{G'_{i+1} \gamma_{yz_{i+1}} - G'_i \gamma_{yz_i}}{\gamma_{yz_{i+1}} - \gamma_{yz_i}}, \quad i = 2, \dots, n-1, \quad (12)$$

$$R_i = G_0 G'_i \gamma_{yz_i}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (13)$$

ここで、 $G'_i = G_i/G_0$ である。以上のアルゴリズムを実装した Fortran 77 のサブルーチンの例を付録に示す。

### 2.3. 非弾性減衰の導入

実際の地盤を考えると、応力-ひずみ関係の非線形性に起因する履歴減衰だけでなく、非弾性減衰(粘性減衰)の効果を考慮する必要がある。

Graves (1996)により提案された方法を用いると非弾性減衰の効果を簡便に導入することができる(例えば、林田・他, 1999)。林田・他 (1999)では、各時間ステップの速度と応力を計算する際に、以下の係数 $A_d$ を1つ前の時間ステップの値にかけることによって非弾性減衰の効果を導入する。

$$A_d = \exp \left[ \frac{-\pi \Delta t Q^{-1}}{T_Q} \right]. \quad (14)$$

ここで、 $Q^{-1}$ は $Q$ 値の逆数、 $T_Q$ は減衰性を考慮する中心周期、 $\Delta t$ は時間ステップである。本研究では、 $Q^{-1}$ についてはS波に対する $Q$ 値( $Q_s$ )を用いる。(14)式の $Q$ の値は周波数 $1/T_Q$ の $Q$ 値と考えることができ、(14)式の適用は周波数の1乗に比例する周波数依存性を持った $Q$ と等価な効果を与える。

非線形性を考慮しない場合の計算では、林田・他 (1999)の方法に従う。非線形性を考慮する場合の計算では、2.2節に示したアルゴリズムによる計算において、応力 $\tau_{yz}$ とバックストレス $\alpha$ の両方に $A_d$ をかけるスキームと、 $\tau_{yz}$ のみに $A_d$ をかけるスキームの両方を試したが、両者の結果にほとんど違いが見られなかったため、以下、 $\tau_{yz}$ のみに $A_d$ をかける

スキームを採用する。

#### 2.4. 境界条件

今回、境界条件として、田中・竹中(2005)と同じ手法を採用し、地表で自由表面条件、最下層で無反射境界条件を適用した。無反射境界条件とは、計算領域の端において反射しないで波を透過させる条件のことである。無反射境界条件には、計算領域の下端からの人工的な反射波を最小限に抑えるため、one-way 波動方程式に基づく吸収境界条件(Clayton and Engquist, 1977)と Cerjan *et al.* (1985)の吸収境界条件を併用した。

#### 3. プログラムの検証

本研究で作成した計算プログラムと、Bardet and Tobita (2001)により提案された非線形1次元地盤応答解析法(NERA, Nonlinear Earthquake site Response Analysis)において、同一条件での解析結果を比較し、作成した計算プログラムの検証を行う。NERAのプログラムは飛田氏のサイト[<https://sites.google.com/site/tt60898/home/software> (最終閲覧日: 2017年12月13日)]で公開されており、表計算プログラムのExcelを用いて作られている。比較にはNERA for Windows 10-64bit版を用い、計算にはExcel 2016を使用した。本研究で作成したプログラムとNERAでは差分法のスキームが異なる。時間に関してはどちらも2次精度のスキームで離散化しているが、空間に関しては、今回作成した計算プログラムでは4次精度であるのに対し、NERAでは2次精度のスキームで離散化している。

本節の計算及び次節の計算例のケース1~3では、リック・ウェーブレット(Ricker wavelet)を用いて非線形性の発達に及ぼす影響を調べる。リック・ウェーブレットは载荷・除荷のサイクルが少ないため現実的ではないが、波の大きさや中心周波数を変化させることが容易である。また計算にかかる時間も短いため、非線形挙動の素過程を調べるためには適している。本研究では波の大きさの指標として解放基盤におけるPGAを使用する。PGAは一般に地震動の指標として非線形の研究で使用されている(例えば, Beresnev and Wen, 1996)。リック・ウェーブレットの時系列の加速度波形と加速度フーリエスペクトルをFig. 6に示す。この波形は時間領域では、

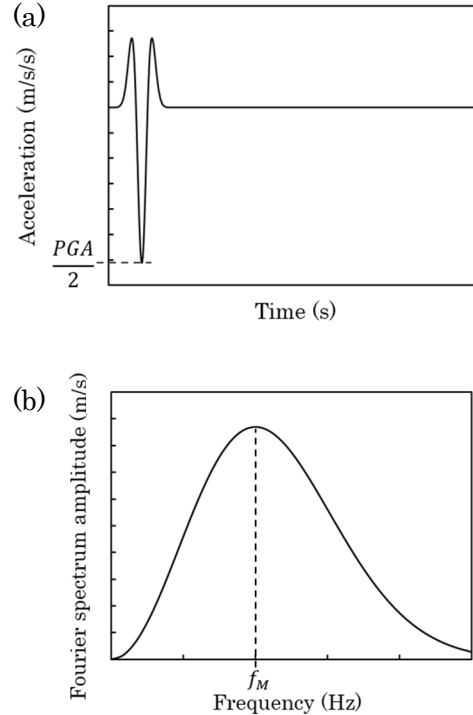


Fig. 6. (a) 入射加速度波形とその (b) フーリエスペクトル。

$$w(t) = \frac{PGA}{2} (2\pi^2 f_M^2 t^2 - 1) \exp(-\pi^2 f_M^2 t^2), \quad (15)$$

周波数領域では、

$$W(f) = \frac{PGA}{\sqrt{\pi}} \frac{f^2}{f_M^3} \exp\left(-\frac{f^2}{f_M^2}\right), \quad (16)$$

と表せる。ここで、 $f$ は周波数、 $f_M$ は中心周波数である。

プログラムの検証に用いる地盤構造モデルをFig. 7に示す。厚さ30mの砂層からなる表層地盤と半無限の工学的基盤の2層モデルで、物性値は、S波速度 $V_s$ は表層地盤300m/s、工学的基盤700m/s、密度 $\rho$ は表層地盤18.0kN/m<sup>3</sup>(=1834.9kg/m<sup>3</sup>)、工学的基盤21.0kN/m<sup>3</sup>(=2140.7kg/m<sup>3</sup>)とした。このモデルの工学的基盤からリック・ウェーブレットの加速度波形を積分した速度波形を鉛直入射して差分法計算(空間4次精度、時間2次精度)を実施し、その結果を数値微分(差分)して出力

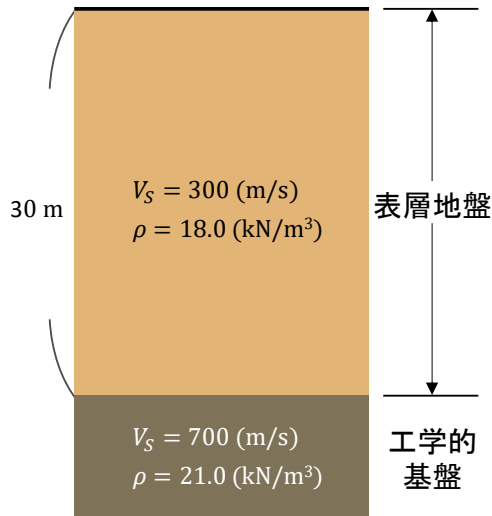


Fig. 7. 検証に用いた地盤構造モデル.

Table 1. 検証に用いた差分パラメーター

$\Delta t$	$2.0 \times 10^{-4}$ (s)	$N_t$	12500
$\Delta z$	0.2 (m)	$N_z$	5000

Table 2. 使用した砂のせん断特性の値

ひずみ	$G/G_0$
0.000001	1.000
0.000003	1.000
0.00001	0.990
0.00003	0.960
0.0001	0.850
0.0003	0.640
0.001	0.370
0.003	0.180
0.01	0.080
0.03	0.050
0.1	0.035

数値はBardet and Tobita (2001)による

波形(地動加速度)を得た. 解析に使用した差分法計算のパラメーターの値を Table 1 に示す.  $\Delta t$  は時

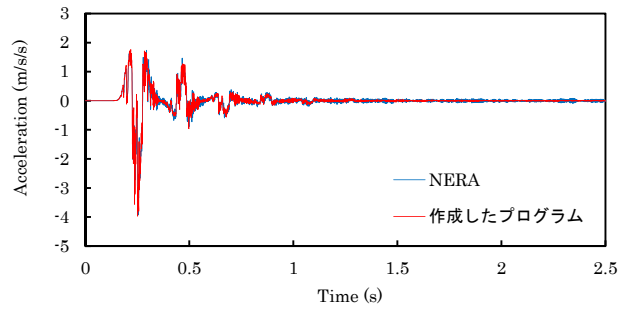


Fig. 8. NERA (青)と作成した計算プログラム(赤)による加速度波形の解析結果.

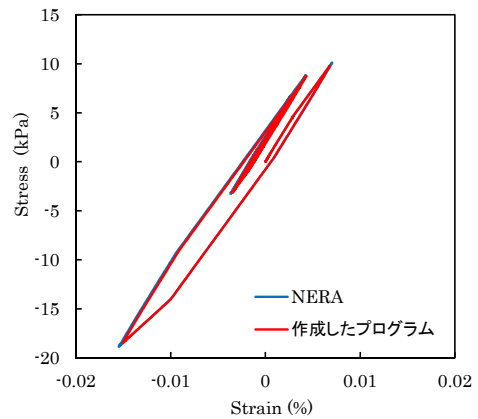


Fig. 9. NERA (青)と作成した計算プログラム(赤)で求めた深さ 5.1 m における応力-ひずみ関係.

間隔,  $N_t$  は時間ステップ数,  $\Delta z$  は深さ方向の格子間隔,  $N_z$  は深さ方向の格子数である.

解析には土質材料の剛性比 $G/G_0$ とせん断ひずみ $\gamma$ の関係を表すデータが必要である. ここでは, Bardet and Tobita (2001)に砂のサンプル(“material type No. 2”)として掲載されている値 (Table 2)を用いた. このデータは Seed and Idriss (1970)に基づいている.

計算した地表の加速度波形を Fig. 8, 深さ 5.1 m における応力-ひずみ関係を Fig. 9 に示す. NERA と本計算プログラムの両者の結果がよく一致していることから, 本研究で作成した計算プログラムによる結果は正しいと考えられる.

#### 4. 解析ケースと結果

作成したプログラムを用いて、非線形応答の計算を行う。本研究では4つのケースの計算を行う。ケース1として、まず入射波の強さが非線形性の発達に及ぼす影響を調べる。基盤への入射加速度波形にリッカー・ウェーブレットを採用し、解放基盤における地動最大加速度(PGA)を変化させて表層地盤の応答を計算する。次に、ケース2として、入射波の周波数の違いによる影響を調べるために、リッカー・ウェーブレットの中心周波数 $f_M$ を変化させた結果の比較を行う。さらに、ケース3として、砂で構成された表層地盤と粘土で構成された表層地盤の非線形挙動の比較を行う。最後にケース4として、実波形を入射加速度波形として用いた計算を行う。

##### 4.1. ケース1

ケース1では、リッカー・ウェーブレットを用いて入射波の強さの違いが非線形性の発達に及ぼす影響を調べる。ケース1で用いる地盤構造モデルをFig. 10に示す。厚さ10mの3つの砂層からなる表層地盤と半無限の工学的基盤の4層モデルで、物性値は、S波速度 $V_S$ が表層1層目で150 m/s、2層目で200 m/s、3層目で300 m/s、工学的基盤で700 m/s、密度 $\rho$ が表層地盤で1800 kg/m<sup>3</sup>、工学的基盤で2300 kg/m<sup>3</sup>である。粘性を考慮する際の $Q_s$ は表層地盤で15、基盤で $\infty$ 、減衰の中心周期 $T_0$ は $1/f_M$ とした。砂の剛性比 $G/G_0$ とせん断ひずみ $\gamma$ の関係は前節と同じデータを用いた。解析に使用した差分法計算のパラメータ値をTable. 3に示す。

本節では(ケース4を除いて)表層地盤に以下の4つの材料構成モデルを用いる。

- ① 弾性モデル：応力-ひずみ関係がフックの法則に従って線形関係である。非弾性減衰の効果は考慮しない。
- ② 粘弾性モデル：2.3節で述べた非弾性減衰の効果を検討する。
- ③ 弾塑性モデル：表層地盤の非線形性を考慮する。
- ④ 粘弾塑性モデル：表層地盤の非弾性減衰の効果と非線形性の両方を考慮する。

リッカー・ウェーブレットの中心周波数 $f_M$ を10 Hzとし、解放基盤におけるPGAを(a) 0.05g, (b) 0.10g, (c) 0.25g, (d) 0.50gとした場合の、砂の表層地盤における、地表での計算加速度波形をFig. 11, そのフーリエ振幅スペクトルをFig. 12に示す。ここで、gは重力加速度(=9.80 m/s<sup>2</sup>)である。PGA

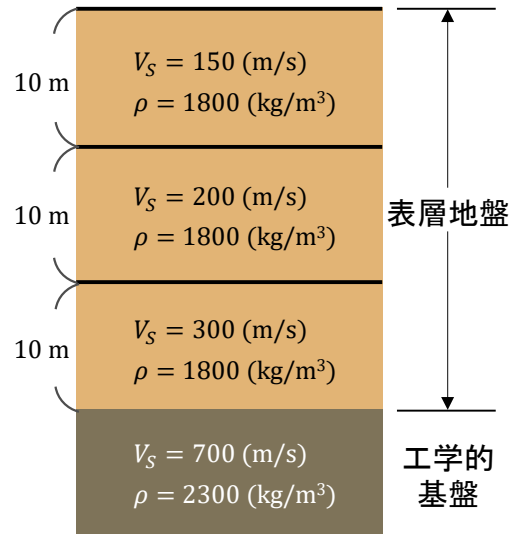


Fig. 10. リッカー・ウェーブレットによる解析に用いる地盤構造モデル。

Table 3. ケース1で用いた差分パラメータ

$\Delta t$	$2.0 \times 10^{-4}$ (s)	$N_t$	12500
$\Delta z$	0.2 (m)	$N_z$	5000

が0.05gのとき(Fig. 11(a)), ピークでの振幅は弾性モデルと弾塑性モデルに大きな違いはないが、3秒付近からピークの生じる時間にズレが生じ始め、弾塑性モデルで波の位相が遅れている。また、粘弾性モデル及び粘弾塑性モデルでピークの振幅が、弾性モデルに比べて小さくなっていることが確認できる。Fig. 12(a)のフーリエスペクトルでは粘弾性モデルで全周波数帯域にわたって振幅が弾性モデルよりも小さくなっているが、これは非弾性減衰の効果によるものである。また、弾塑性モデルでは、5 Hz付近から高周波数側で振幅が減衰している。さらに、5 Hz付近から高周波数の帯域で、ピークの低周波数側へのシフトが見られる。同様のことが粘弾塑性モデルにも言えるが、粘弾塑性モデルの場合は、非弾性減衰の効果によって最初にエネルギーの一部を散逸するため、非線形性の影響は弾塑性モデルよりも小さくなり、高周波数部分における振幅のピークの低周波数側へシフトは弾塑性モデルよりも小さくなる。このように小さなPGAの場合であっても励起された特定の周波数帯域で非線形性が発達し得ることがわかる。



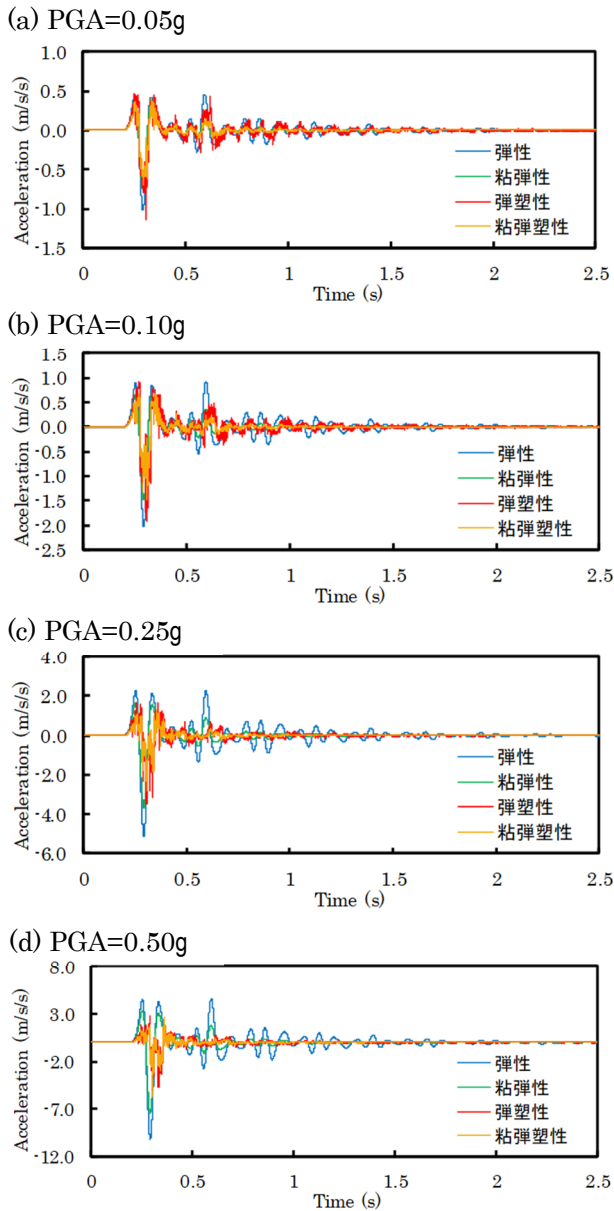


Fig. 11. リッカー・ウェーブレットの $f_M$ を 10 Hz とし, PGA を (a) 0.05g, (b) 0.10g, (c) 0.25g, (d) 0.50g とした場合の地表での加速度波形.

次に, 入射波の PGA を大きくした場合の結果について見る. Fig. 11(b)~(d)の時刻歴波形では, 入射波の PGA が増加するにつれて, 非線形のモデルのピーク加速度が線形のモデルよりも小さくなっている. 同様に, 非線形のモデルでは入射波の PGA が増加するにつれて, 振幅のピークが生じる時間がより遅くなっている. この位相の遅れは, 時間の経過に伴って顕著である. また, Fig. 12(b)~(d)の

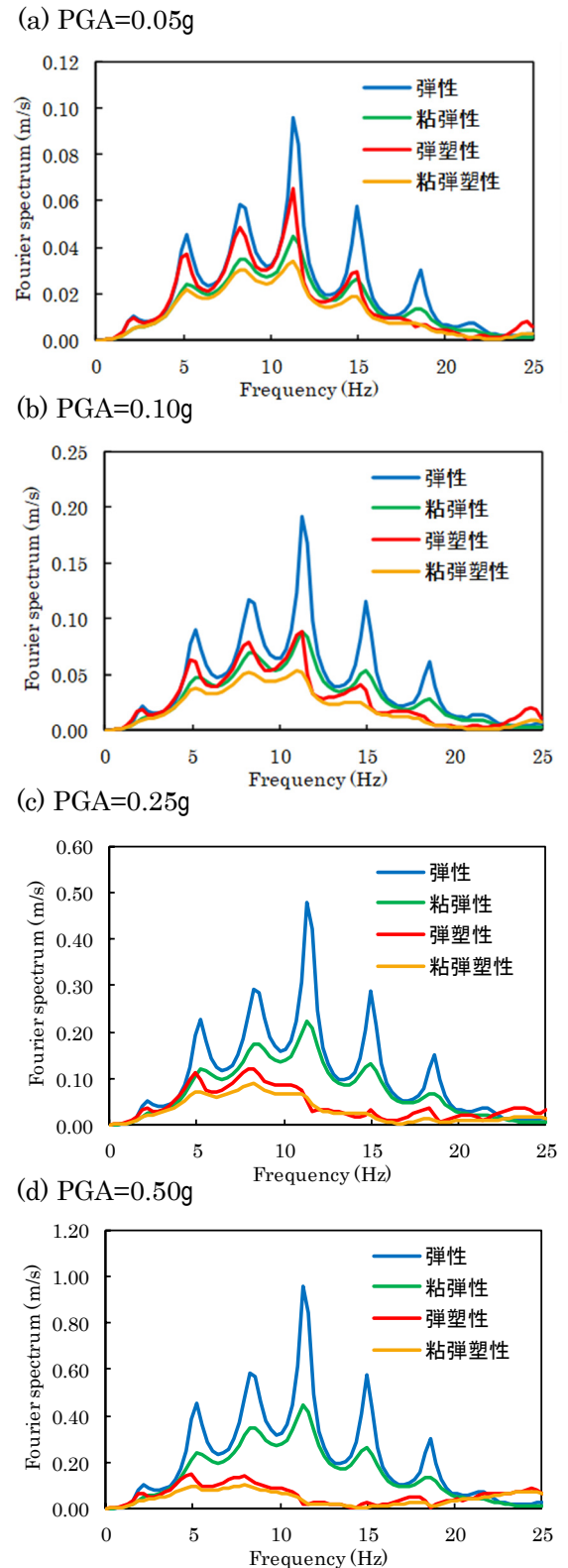


Fig. 12. リッカー・ウェーブレットの $f_M$ を 10 Hz, PGA を (a) 0.05g, (b) 0.10g, (c) 0.25g, (d) 0.50g とした場合の地表での加速度フーリエ振幅スペクトル.

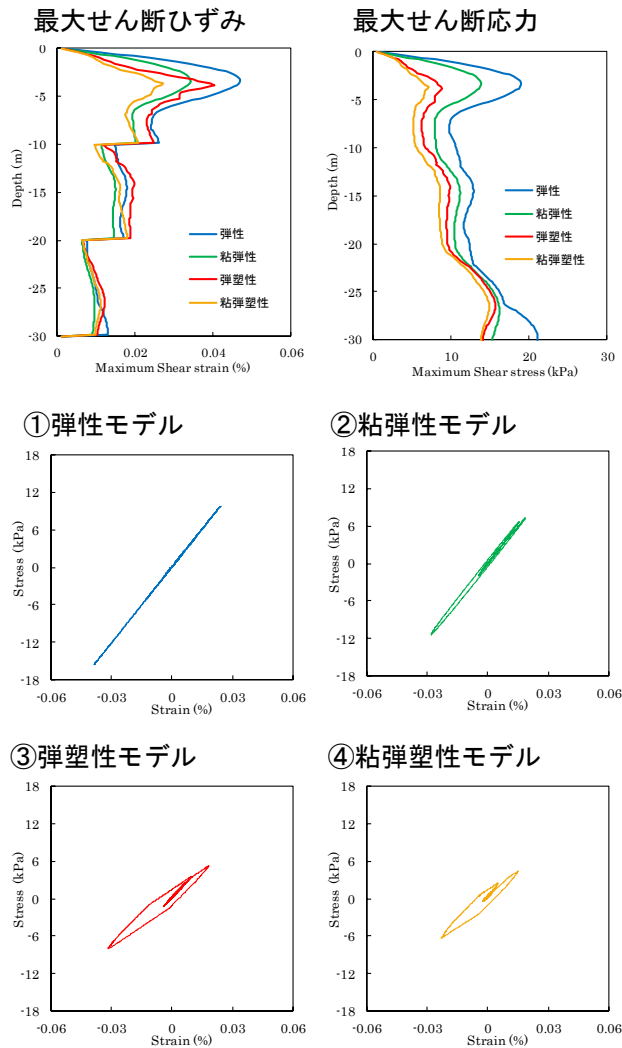


Fig. 13. 深さに対する最大せん断ひずみと最大せん断応力と、地盤が①弾性、②粘弾性、③弾塑性、④粘弾塑性モデルの場合の深さ 5.1 m における応力-ひずみ関係 ( $f_M=10$  Hz,  $PGA=0.25g$  の場合).

フーリエ振幅スペクトルでは、線形のモデルの場合、 $PGA$  が  $0.05g$  の Fig. 12(a) のスペクトルと比較してそれぞれ、2 倍、5 倍、10 倍と大きくなっている。これは、伝播する波形が入力波形の  $PGA$  の大きさと線形に比例するという事実を示している。非線形のモデルでは、入力波形の  $PGA$  が増加するにつれてピーク加速度も振幅スペクトルも減衰している。Fig. 12(c), (d) では、振幅スペクトルが 2 Hz 付近から高周波数側で減衰し、ピークが低周波数側へシフトしていることが確認できる。また、周波数が高くなるほど減衰が顕著となっている。

次に、Fig. 13 に  $PGA=0.25g$  のときの、深さに対する最大せん断ひずみと最大せん断応力のプロファイル、さらに各構成モデルにおける深さ 5.1 m での応力-ひずみ関係を示す。どのモデルにおいても最大せん断ひずみと最大せん断応力は深さ 4 m 付近で最も大きくなっている。そして、弾塑性及び粘弾塑性の非線形モデルでは、弾性及び粘弾性の線形モデルよりも深い位置にピークが生じており、プロファイル曲線が尖っている。また、地盤が粘弾性モデルである場合(Fig. 13②)の深さに対する最大せん断ひずみと最大せん断応力のプロファイルは弾性モデルの場合と比べて曲線の形は似ているが、値は小さい。これは、振幅が非弾性減衰の効果によって減衰しているためである。応力-ひずみ関係は履歴曲線を描いており、この履歴曲線に囲まれた面積はエネルギーが非弾性減衰を介して散逸されたことを示している。地盤が弾塑性モデルである場合(Fig. 13③)は、最大せん断ひずみは弾性モデルの場合よりも小さいが、粘弾性モデルの場合よりは大きくなっている。しかし、弾塑性モデルの最大せん断応力は弾性モデルおよび粘弾性モデルよりも小さい。これは非線形性による減衰の効果である。応力-ひずみ関係は粘弾性モデルと同様に履歴曲線を描いているが、履歴曲線に囲まれた面積は粘弾性モデルよりも大きくなっており、より減衰が大きいことがわかる。地盤が粘弾塑性モデルの場合(Fig. 13④)では、最大せん断ひずみと最大せん断応力の両方で最も小さくなっている。これは非弾性減衰と非線形性による履歴減衰の両方が生じているためである。

#### 4.2. ケース 2

ケース 2 では、解析条件についてはケース 1 と同じものを用い、入射波リッカー・ウェーブレットの中心周波数  $f_M$  が非線形性の発達に及ぼす影響を調べる。

リッカー・ウェーブレットの解放基盤における  $PGA$  が  $0.10g$  のとき、中心周波数  $f_M$  を (a) 5 Hz, (b) 10 Hz, (c) 20 Hz と変化させた場合の砂の表層地盤における、地表加速度のフーリエ振幅スペクトルを Fig. 14 に示す。地盤が粘弾性モデル及び粘弾塑性モデルの場合、 $f_M$  が大きくなるほど振幅が小さくなっている。これは粘弾性による非弾性減衰の効果が周波数に依存しているためである。周波数が高くなるほど非弾性減衰の効果は大きくなる。また、地盤が弾塑性の場合、 $f_M$  が大きくな

ることに起因していると考えられる。

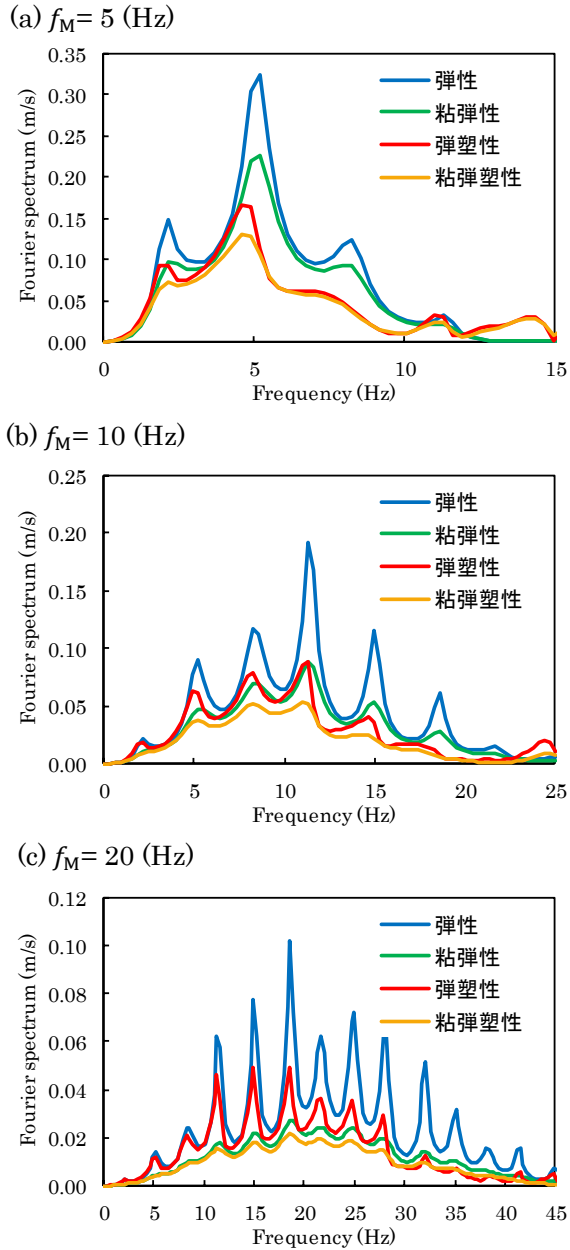


Fig. 14. リッカー・ウェーブレットの PGA を 0.10g,  $f_M$ を(a) 5 Hz, (b) 10 Hz, (c) 20 Hz とした場合の地表での加速度フーリエ振幅スペクトル。

るほど減衰及びピークの低周波数側へのシフトが生じる周波数が高くなっている。(a)では 2 Hz 付近から高周波数側で減衰および低周波数側へシフトが現れているが、(b)では 5 Hz 付近、(c)では 8 Hz 付近から見られる。これは、リッカー・ウェーブレットの  $f_M$  を大きくすると、振動継続時間が短くな

### 4.3. ケース 3

ケース 3 では、地盤の土質材料の違いによる影響を調べるために、表層地盤が砂で構成されている場合と、粘土で構成されている場合の解析結果の比較を行う。解析条件はケース 1 と同じである。土質材料の剛性比  $G/G_0$  とせん断ひずみ  $\gamma$  の関係については、砂は Table 2, 粘土は Table 4 の値を用いた。Table 4 の値は Bardet and Tobita (2001) に粘土のサンプル(“material type No. 1”)として掲載されており、Seed and Sun (1989)に基づいている。また、物性値の S 波速度  $V_s$  と密度  $\rho$  は砂層と粘土層で同じ値とした。

リッカー・ウェーブレットの中心周波数  $f_M$  を 10 Hz, 解放基盤における PGA を(a) 0.05g, (b) 0.10g, (c) 0.25g, (d) 0.50g とした場合について、粘土表層地盤上の地表加速度波形を Fig. 15, そのフーリエ振幅スペクトルを Fig. 16 に示す。物性値が砂地盤と同じであるので、線形モデルでは加速度波形も振幅スペクトルも表層地盤が砂の場合(Fig. 11, 12)と同じ結果となっている。以下、PGA が 0.05g のときから順に表層地盤が砂の場合の結果と比較する。Fig. 15(a)では、弾性モデルと弾塑性モデルで大きな違いはなく、表層地盤が砂の場合(Fig. 11(a))と異なり、ピークの生じる時間のずれも生じてい

Table 4. 使用した粘土のせん断特性の値

ひずみ	$G/G_0$
0.000001	1.000
0.000003	1.000
0.00001	1.000
0.00003	0.981
0.0001	0.941
0.0003	0.847
0.001	0.656
0.003	0.438
0.01	0.238
0.03	0.144
0.1	0.110

数値はBardet and Tobita (2001)による

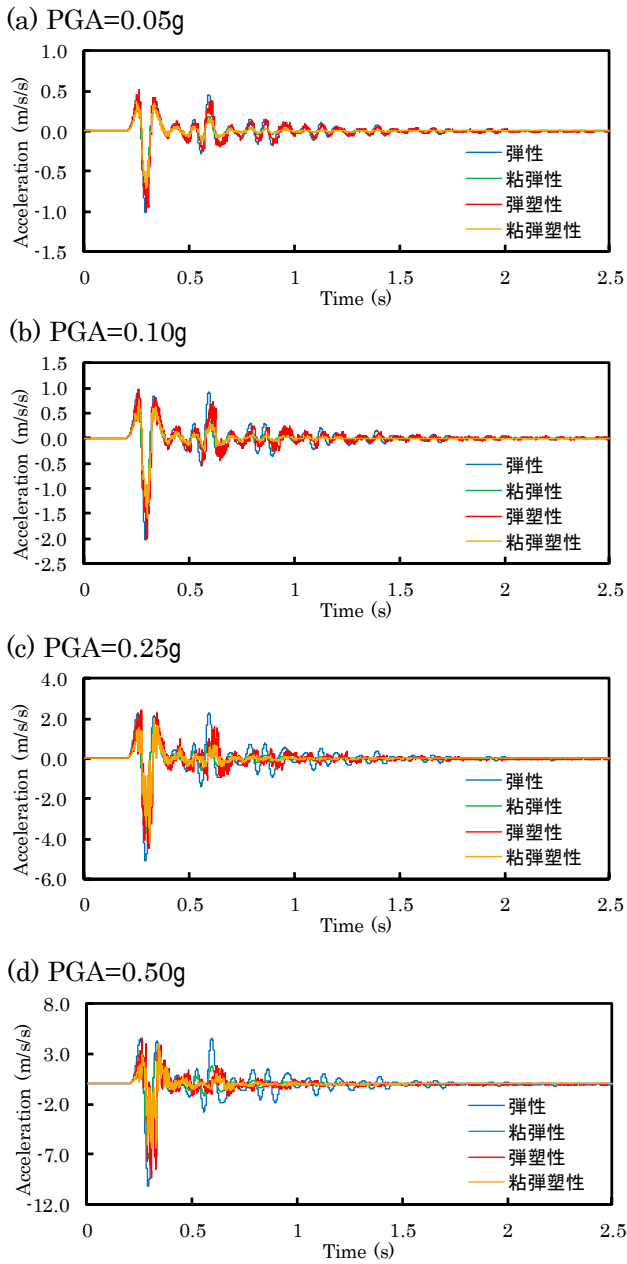


Fig. 15. リッカー・ウェーブレットの $f_M$ を 10 Hz, PGA を (a) 0.05g, (b) 0.10g, (c) 0.25g, (d) 0.50g とした場合の, 粘土の表層地盤における地表での加速度波形.

ない. Fig. 16(a)についても, 弾塑性モデルの場合, 減衰が生じるのは表層地盤が砂の場合も粘土の場合も周波数が 5 Hz 付近からであるが, 粘土は砂の場合に比べて減衰が小さく, ピークの低周波数側へのシフトも見られない. Fig. 15(b)~(d)では, 入射波の PGA が増加するにつれて砂の場合と同じよ

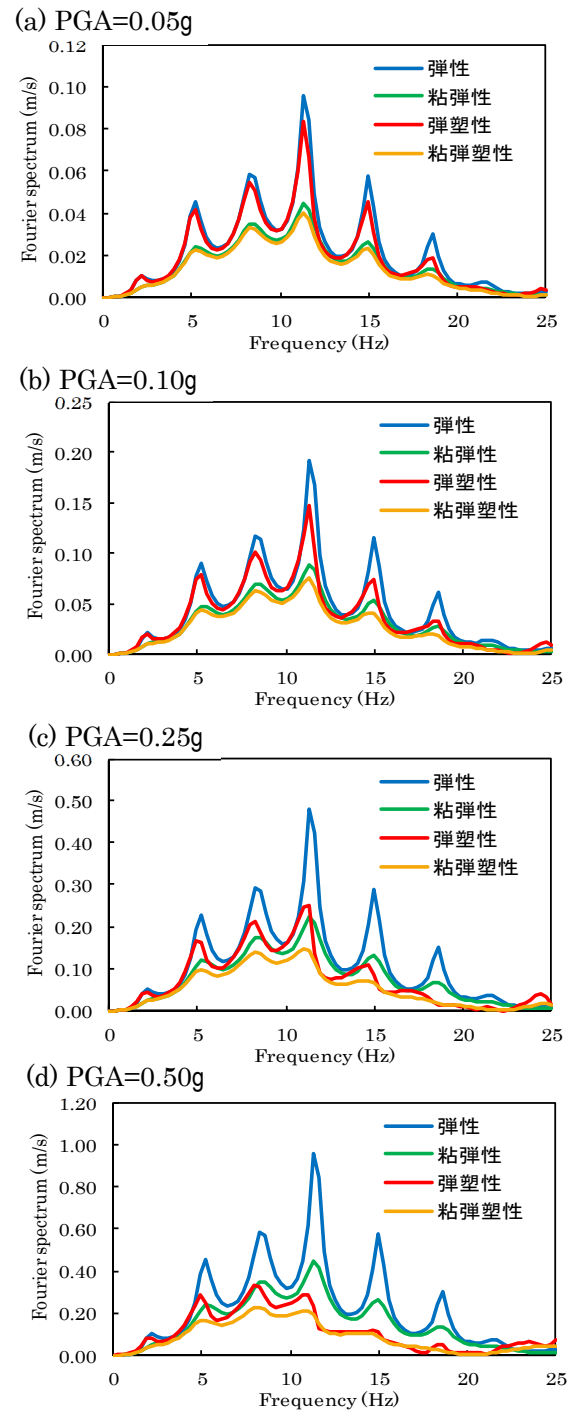


Fig. 16. リッカー・ウェーブレットの $f_M$ を 10 Hz とし, PGA を (a) 0.05g, (b) 0.10g, (c) 0.25g, (d) 0.50g とした場合の, 粘土の表層地盤における地表での加速度フーリエ振幅スペクトル.

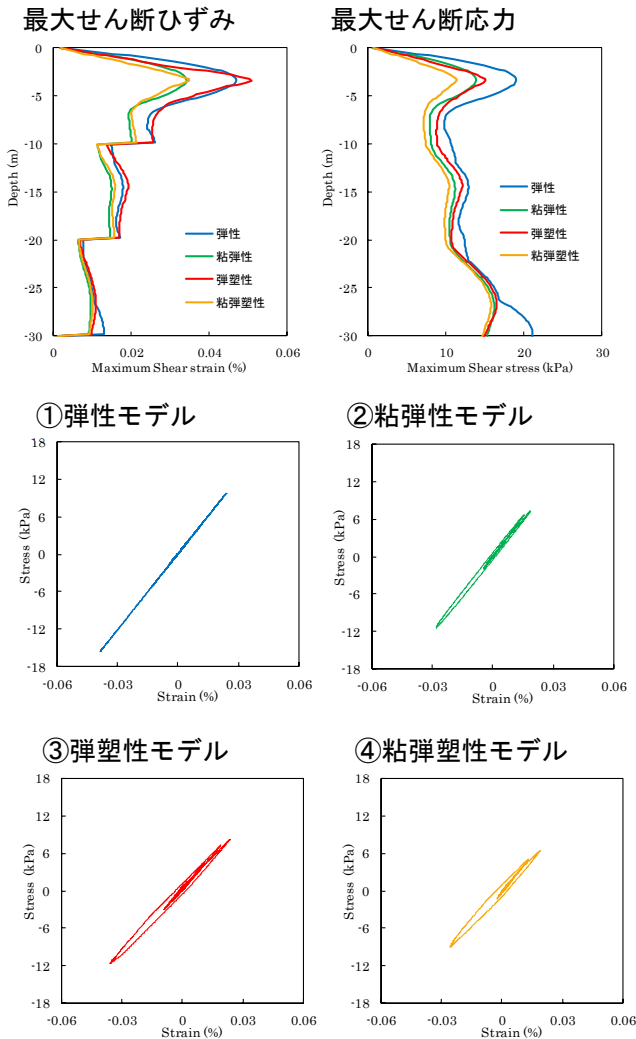


Fig. 17. 表層地盤が粘土のときの、深さに対する最大せん断ひずみと最大せん断応力と、地盤が①弾性、②粘弾性、③弾塑性、④粘弾塑性モデルの場合の深さ 5.1 m における応力-ひずみ関係 ( $f_M=10$  Hz,  $PGA=0.25g$  の場合).

うに振幅が小さくなり、反射波に遅れが生じているが、砂の場合(Fig. 12(b)~(d))と比較して明らかに振幅の減少が小さい。同様に、Fig. 16(b)~(d)でも減衰は大きくなっているが、どのケースでも砂の場合(Fig. 12(b)~(d))ほどの減衰は生じていない。

次に、Fig. 17にPGAが0.25gのときの、最大せん断ひずみ及び最大せん断応力の深さプロファイルと、各構成モデルにおける深さ5.1mでの応力-ひずみ関係を示す。砂の場合(Fig. 13)と同様に、深さ4m付近で最大せん断ひずみと最大せん断応

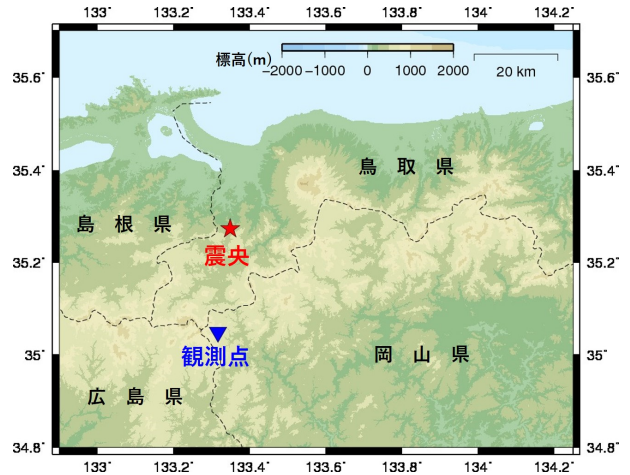


Fig. 18. 震央と観測点 OKYH07 (神郷) の位置.

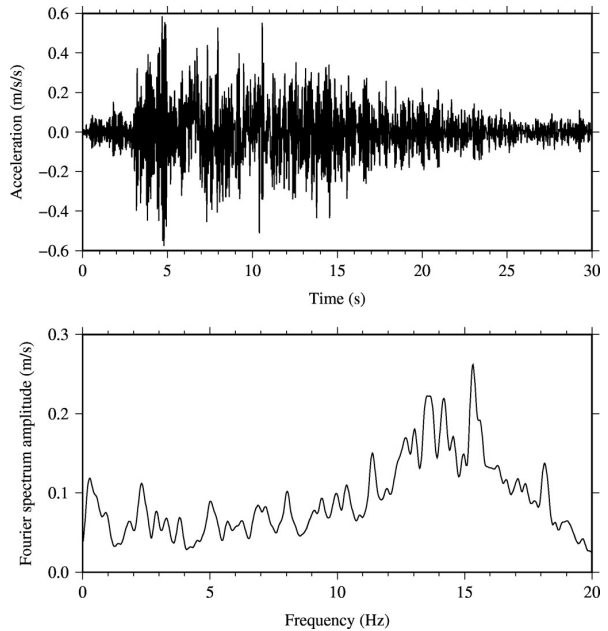


Fig. 19. 入射加速度波形(上)と加速度フーリエスペクトル(下). 波形の時刻ゼロはP波の到達時間.

力が最大となっている。また、4 m 付近の最大せん断ひずみは、砂の場合と異なり、弾性モデルよりも弾塑性モデルの方がピークの最大値が大きくなっている。一方、最大せん断応力は、弾塑性モデルが弾性モデルよりも小さくなっているが、砂の場合ほどの減衰は見られず、粘弾性モデルより値が大きくなっている。応力-ひずみ曲線を見ると、弾塑性で砂の場合に比べて履歴曲線は細く、曲線に囲



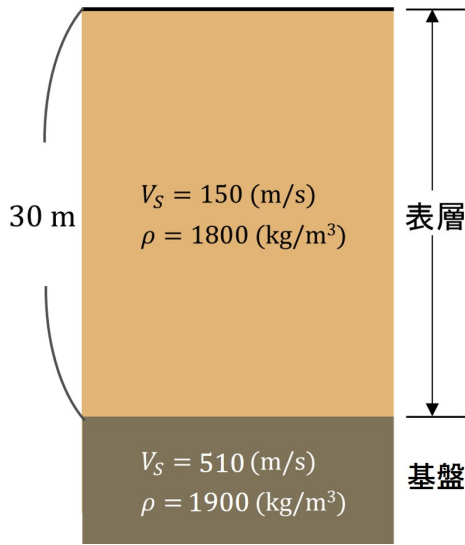


Fig. 20. 実波形による解析に用いる地盤構造モデル.

Table 5. ケース4で用いた差分パラメーター

$\Delta t$	$2.0 \times 10^{-4}$ (s)	$N_t$	150000
$\Delta z$	0.2 (m)	$N_z$	100673

まれた面積も小さくなっている。これは、非線形性による履歴減衰によって生じたエネルギー散逸は、粘土の場合の方が砂の場合よりも小さいことを示している。

#### 4.4. ケース 4

ケース 4 では、実波形による解析を行う。実波形は、防災科学技術研究所の KiK-net 観測点 OKYH07(神郷)で得られた 2000 年鳥取県西部地震の加速度波形を解放基盤上の記録として用いる。震央と観測点の位置を Fig. 18 に示す。この地震は 2000 年 10 月 6 日 13 時 30 分、鳥取県西部で発生し、マグニチュード  $M_{JMA}$  7.3 ( $M_W$  6.8)であった。震央は北緯 35 度 16 分 27 秒、東経 133 度 20 分 56 秒、深さは 9 km と推定されている(気象庁一元化震源による)。OKYH07 で観測された地表の水平加速度記録を回転して得た transverse 成分について、振幅を半分にした波形と、そのフーリエ振幅スペクトルを Fig. 19 に示す。これを表層地盤モデルの基盤への入射波とする。

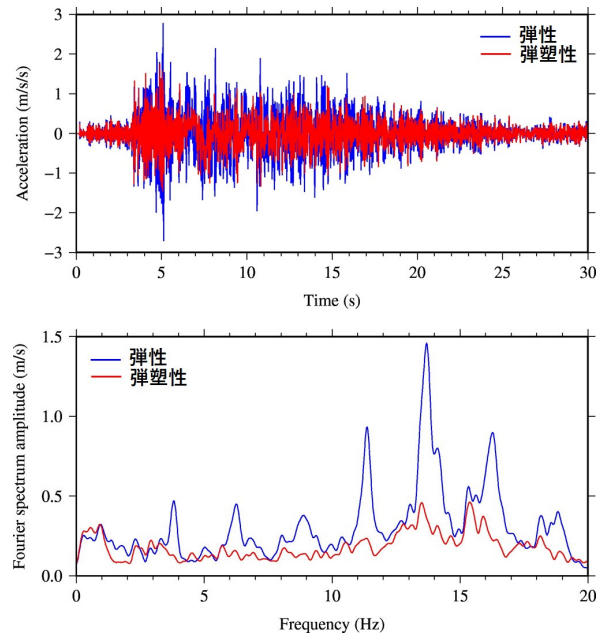


Fig. 21. 地表での加速度波形(上)とそのフーリエ振幅スペクトル(下).

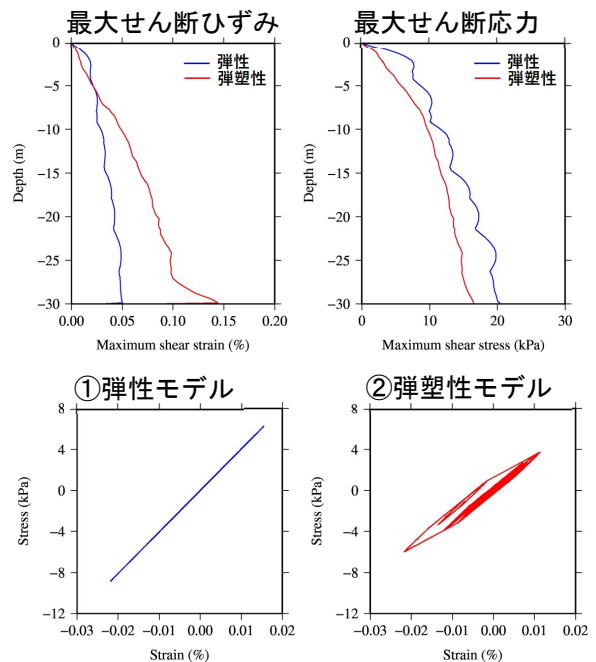


Fig. 22. 深さに対する最大せん断ひずみ(左上)と最大せん断応力(右上)と、深さ 5.1 m における応力-ひずみ関係(下).

実波形による解析に用いた地盤構造モデルを Fig. 20 に示す。深さ 30 m の表層地盤と半無限の基盤の 2 層構造を仮定し、物性値は、S 波速度  $V_S$

は表層で 150 m/s, 基盤で 510 m/s, 密度 $\rho$  は表層で 1800 kg/m<sup>3</sup>, 基盤で 1900 kg/m<sup>3</sup>とした。基盤の物性値は, 観測点の PS 検層の最上層の値を参考にした。ここでは, 構成モデルは弾性モデルと弾塑性モデルのみ, 地盤の土質材料については砂のみの解析を行う。砂の $G/G_0 - \gamma$  関係については, これまでのケースと同じデータを用いた。差分法計算に使用した離散化パラメーターの値を Table 5 に示す。

Fig. 21 に実波形による解析で得られた, 弾性モデルと弾塑性モデルの地表加速度波形と, フーリエ振幅スペクトルを示す。加速度波形は, 明らかに弾塑性モデルの方が弾性モデルよりも振幅が小さい。このことは, 特に 4 秒付近から 16 秒付近の間で顕著であり, 非線形性による履歴減衰が生じていることを示している。振幅スペクトルは, 3 Hz 付近から高周波数側で大きな減衰が見られ, 6 Hz 以上ではほぼ連続的に減衰している。さらに, 13 Hz よりも高周波数側では, 低周波数側へピークのシフトも見られる。

次に, Fig. 22 に最大せん断ひずみと最大せん断応力の深さプロファイルと, 両構成モデルにおける深さ 5.1 m での応力-ひずみ曲線を示す。最大せん断ひずみは, 弾性モデル, 弾塑性モデルの両方で, 表層と基盤層のインピーダンス比により基盤近くの深さ 30 m 付近で大きく増幅しているが, 弾塑性モデルの方が増幅が大きくなっている。また, 地表から深さ 5 m 付近までは弾性モデルの方が大きくなっているが, 深さ 5 m 以深では弾塑性モデルの方が大きい。これらは非線形性により剛性率 $G$ が低下したことに起因している。最大せん断応力は, 弾性モデルが地表から基盤面まで弾塑性モデルよりも大きい。これは, 弾塑性モデルで非線形性による減衰が生じているためであり, 弾塑性モデルの応力-ひずみ関係が履歴曲線を描いていることから明らかである。

## 5. 結論

以上の結果より, 入射地震動が強いほど, そして表層地盤が粘土よりも砂で構成されている方が, 非線形性が顕著に表れ, さらに, 入射地震動が強くなるとともに, スペクトルのピークの減衰と低周波数側へのシフトが現れ始める周波数も低くなることがわかった。

本研究では, 非線形応答の計算を行うための非線形逐次積分法の計算プログラムを作成し, それ

を用いて解析を行った。入射波リック・ウェーブレットの解放基盤における PGA を変化させた場合, PGA の増加に伴って表層地盤の非線形性による影響が大きくなり, 振幅スペクトルのピークの低周波数側へのシフトと高周波数帯のスペクトルの低下が顕著となることが確認できた。また, リッカー・ウェーブレットの中心周波数 $f_M$ を変化させた場合,  $f_M$  の増加に伴って, 粘弾性モデルでは, 周波数に依存する非弾性減衰により, 全周波数帯で大きな減衰が生じた。一方, 弾塑性モデルでは $f_M$ が大きくなるほど非線形性の影響が小さくなった。また, 表層地盤を粘土とした場合では, 表層地盤を砂とした場合に比べて非線形性は小さくなった。つまり, 粘土地盤に比べ砂地盤の方が非線形性の影響が現れやすいことが確認できた。また, 2000 年鳥取県西部地震の実波形を用いて解析を行った結果, リッカー・ウェーブレットによる解析と同様に, 非線形性の影響を示し, スペクトルのピークの低周波数側へシフトと高周波数帯のスペクトルの低下を確認できた。この結果は, 強震動の評価において非線形性を考慮することの必要性を示している。この実波形による解析では, 2 層の単純な地盤モデルで解析を行ったが, 実際の複雑な地盤モデルを用いることで, より現実的な非線形性の影響を予測することが可能であろう。

## 謝辞

本論文は第一著者の岡山大学理学部地球科学科平成 29 年度課題研究に基づいています。本研究では防災科学技術研究所の KiK-net の強震波形記録を使用しました。一部の作図は Generic Mapping Tools (Wessel and Smith, 1998)を使用しました。記して感謝申し上げます。

## 引用文献

- Bardet, J. P. and T. Tobita, 2001, NERA: A computer program for nonlinear earthquake site response analyses of layered soil deposits, Department of Civil Engineering, University of Southern California, Los Angeles, <https://sites.google.com/site/tt60898/home/software>.
- Beresnev, I. A. and K. L. Wen, 1996, Nonlinear soil response: a reality?, Bulletin of the Seismological Society of America, **97**, 2180-2196.
- Cerjan, C., D. Kosloff, R. Kosloff, and M. Reshef,

- 1985, A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equation, *Geophysics*, **50**, 705-708.
- Clayton, R. and B. Engquist, 1977, Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equations, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **67**, 1529-1540.
- Graves, R. W., 1996, Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite differences, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **86**, 1091-1106.
- 林田智宏・竹中博士・岡元太郎, 1999, 速度-応力型のスタガード格子差分法を用いた2次元および3次元地震波動計算コードの作成, 九州大学理学部研究報告地球惑星科学, **20**, 99-110.
- Iwan, W. D., 1967, On a class of models for the yielding behavior of continuous and composite systems, *Journal of Applied Mechanics*, **34**(3), 612-617.
- Kausel, E. and D. Assimaki, 2002, Seismic simulation of inelastic soils via frequency-dependent moduli and damping, *Journal of Engineering Mechanics*, **128**(1), 34-47.
- Levander A. R., 1988, Fourth-order finite-difference P-SV seismograms, *Geophysics*, **53**, 1425-1436.
- Masing, G., 1926, Eigenspannungen und Verfestigung beim Messing, *Proceedings of the Second International Congress of Applied Mechanics*, 332-335.
- Masuda, T., S. Yasuda, N. Yoshida, and M. Sato, 2001, Field investigations and laboratory soil tests on heterogeneous nature of alluvial deposits, *Soil and Foundations*, **41** (4), 1-16.
- Mróz, Z., 1967, On the description of anisotropic workhardening, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **15**, 163-175.
- 野口科子, 2009, 地震記録に基づく表層地盤の非線形応答に関する研究, 北海道大学学位論文, pp.109.
- 野口科子・笹谷 努, 2011, 2003年宮城県沖スラブ内地震における表層地盤の非線形応答とその強震動への影響, 地震第2輯, **63**(3), 165-187.
- Schnabel, P. B., J. Lysmer, and H. B. Seed, 1972, SHAKE A Computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites, Report No. EERC72-12, University of California Berkeley.
- Seed, H. B. and I. M. Idriss, 1970, Soil moduli and damping Factors for dynamic response analyses, Report No. EERC70-10, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, pp.40.
- Seed, H. B. and J. H. Sun, 1989, Implication of site effects in the Mexico City earthquake of September 19, 1985 for earthquake-resistance-design criteria in the San Francisco Bay Area of California, No. UCB/EERC-89/03, University of California, Berkeley, California, pp.140.
- 杉戸真太・会田尚義・増田民夫, 1994, 周波数特性を考慮した等価ひずみによる地盤の地震応答解析法に関する一考察, 土木学会論文集, No. 493/III-27, 49-58.
- 竹中博士, 1998, 第16章「シミュレーション」第3.1節「弾性波探査」, 物理探査ハンドブック, 物理探査学会, 851-862 (2016年出版の物理探査ハンドブック増補改訂版では938-949).
- 田中宏樹・竹中博士, 2005, 鉛直方向任意不均質弾性媒質における平面波入射問題の時間領域差分法, 地震第2輯, **57**, 343-354.
- 時松孝次・翠川三郎, 1988, 地表で観測された強震記録から推定した表層地盤の非線形性状, 日本建築学会論文報告集, **388**, 131-137.
- 吉田 望, 1994, 実用プログラム SHAKE の適用性, 軟弱地盤における地震動増幅シンポジウム発表論文集, 土質工学会, 14-31.
- Yoshida, N., S. Kobayashi, I. Suetomi, and K. Miura, 2002, Equivalent linear method considering frequency dependent characteristics of stiffness and damping, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **22**, 205-222.
- 吉田 望, 2010, 地盤の地震応答解析, 鹿島出版会, pp. 272.
- Virieux, J., 1984, SH-wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method, *Geophysics*, **49**, 1933-1957.
- Wessel, P. and W. H. F. Smith, 1998, New improved version of the Generic Mapping Tools released, *EOS Transaction American Geophysical Union*, **79**, 579.



## 付録 IM モデルによるせん断応力計算コードの例

IM モデルによりせん断応力  $\tau_{yz}$  を求める Fortran のサブルーチンを示す. コードは Fortran 77 形式で書かれており, 引数は以下の通りである.

- nz : 深さ方向の全格子数.  
 nbz : 地表から工学的基盤上面の深さまでの格子数  
 nim : バネの数(=スライダの数)  
 syz : せん断応力  $\tau_{yz}$   
 dgyz : 式(9)から計算されるひずみ増分  $\Delta\gamma_{yz}$   
 alp : バックストレス  $\alpha_i$   
 Ri : 式(13)から計算される降伏応力  $R_i$   
 Hi : 式(12)から計算される骨格曲線の傾き  $H_i$   
 ad : 式(14)から計算される非弾性減衰の項  $A_d$ .  
 要素数  $nz$  の 1 次元配列で, 格子ごとに設定. 非弾性減衰がない場合の値は 1.0.

```

subroutine immodel(nz,nbz,nim,syz,dgyz,alp,Ri,Hi,ad)
implicit real*8 (a-h,o-z)
dimension syz(nz),dgyz(nz)
dimension alp(nim,nz),Ri(nim,nz),Hi(nim,nz)
dimension ad(nz)

  do jz=2,nbz
    att=ad(jz)
    xdgyz=dgyz(jz)
    if(dgyz(jz)>0.D0) then
      x=1.D0
    else
      x=-1.D0
    endif

    do i=1,nim
      ii=i
      dsyz=Hi(i,jz)*xdgyz
      if(abs(syz(jz)+dsyz-alp(i,jz))<=Ri(i,jz)) then
        syz(jz)=syz(jz)*att+dsyz
        exit
      endif
      dsyz=alp(i,jz)+x*Ri(i,jz)-syz(jz)
      syz(jz)=syz(jz)+dsyz
      xdgyz=xdgyz-(dsyz/Hi(i,jz))
    enddo

    If(ii>nim) then
      ii=nim
    endif
    If(abs(syz(jz)-alp(ii,jz))<Ri(ii,jz) .or. ii==nim) then
      ii=ii-1
    endif

    do j=1,ii
      alp(j,jz)=syz(jz)-x*Ri(j,jz)
    enddo
  enddo

  return
end

```