

# SECUENCIA DE MODELACIÓN-GRAFICACIÓN PARA LA RESIGNIFICACIÓN DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA

Fredy de la Cruz Urbina, Hipólito Hernández Pérez

frecu@hotmail.com, polito\_hernandez@hotmail.com

Universidad Autónoma de Chiapas

Reporte de Investigación

Modelación y aplicaciones y matemática en contexto

Medio superior

## RESUMEN

La problemática que atiende la presente investigación tiene que ver con la dificultad del tránsito de los ambientes numérico, gráfico y algebraico en la modelación matemática de un fenómeno o situación. La modelación-graficación favorece la construcción de argumentos y herramientas que ayudan a entender e intervenir en el fenómeno. La presente investigación se enfoca en la construcción y resignificación de la función cuadrática en una situación de movimiento a través del uso de la tecnología escolar y de la modelación-graficación. La articulación de los ambientes numérico, gráfico y algebraico, resulta imprescindible para la búsqueda de patrones y relaciones que ayudan al alumno a construir argumentos y significados sobre lo cuadrático. El tránsito de un ambiente a otro ofrece al alumno mayores elementos para su manipulación y comprensión del mismo.

**PALABRAS CLAVES:** Modelación, graficación, función cuadrática, tecnología.

## INTRODUCCIÓN

El sistema de Telebachillerato en Chiapas se crea en 1994 como un programa especial emergente, diseñado para satisfacer la demanda educativa de nivel medio superior en las comunidades rurales. La presente investigación atiende a estudiantes de primer semestre respecto a la problemática del planteamiento del modelo matemático que representa una situación o fenómeno.

Se ha visto, que el alumno no tiene claridad en las variables, patrones y relaciones funcionales que están presentes en una situación problemática; debido a esto surge la pregunta: *¿Cómo lograr que el alumno construya el modelo matemático dado una situación o problema?* Sin duda ésta pregunta no es fácil de responder, pero se puede avanzar en ella si se construye en el alumno elementos que le permitan razonar y contar con herramientas para su intervención. Es por ello que el presente trabajo aborda los elementos epistemológicos para la construcción de la función cuadrática a través de la modelación-graficación en situaciones de movimiento, haciendo uso de la tecnología escolar; y con ello surge la pregunta: *¿Cómo contribuye la modelación-graficación en la construcción de la función cuadrática? ¿Cómo influye la tecnología escolar en la resignificación de la función cuadrática?*

El objetivo es Resignificar el objeto matemático de función cuadrática a través de la modelación-graficación de fenómenos de movimiento en alumnos de primer semestre del sistema de Telebachillerato en Chiapas, a fin de que tengan herramientas que le permitan entender el fenómeno y actuar en él.

## 6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto

Se ha observado por experiencias propias que el alumno promedio de Telebachillerato le cuesta trabajo analizar el problema, no interpreta, no visualiza información, es pasivo, no se involucra muchas veces, no tiene la motivación correcta, no demuestra interés por aprender, etc. de allí que se buscan formas, mecanismos que fomenten el desarrollo de estas habilidades y favorezcan el aprendizaje del conocimiento matemático. Se cree que esto puede ser posible a través del uso que se le da al conocimiento matemático en las actividades cotidianas.

De acuerdo al plan de estudios de Telebachillerato, la función cuadrática trasciende a otras asignaturas; a saber: Matemáticas III, que comprende geometría analítica, el estudio de funciones en Matemáticas IV, el estudio de fenómenos de movimiento en Física I, por mencionar algunos ejemplos. Estos cursos son comunes para todos los estudiantes de Telebachillerato, por ello es pertinente su estudio y concepción en el estudiante, porque además, es el punto de partida para el análisis sobre fenómenos de variación, máximos y mínimos que se abordan en cursos posteriores.

### MARCO TEÓRICO

Se parte del supuesto que el conocimiento se construye como respuesta a una situación problemática, existe porque responde a un uso, tiene razón de ser porque es funcional, tiene sentido porque es útil como herramienta para intervenir en un contexto, sin estas características el conocimiento no tendría vida y sentido de ser. Por ello se buscan formas, mecanismos, prácticas que ayuden a recrear escenarios que permitan la construcción del conocimiento matemático o al menos permitan visualizarlo y resignificarlo. La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME) comprende estos elementos y sustenta estas hipótesis al considerar que el conocimiento está presente en lo que rutinariamente se hace; Cantoral menciona que:

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática educativa se ocupa... del problema que plantea la construcción social del conocimiento matemático y el de su difusión institucional. Dado que este conocimiento se ha constituido socialmente, en ámbitos no escolares, su difusión hacia y desde el sistema de enseñanza le obliga a una serie de modificaciones que afectan directamente su estructura y su funcionamiento, de manera que afectan también a las relaciones que se establecen entre los estudiantes y profesor (Cantoral, 2013, p. 62).

La Socioepistemología comprende cuatro dimensiones para estudiar los fenómenos didácticos relativos al saber, estas son: dimensión epistemológica, didáctica, cognitiva y la cuarta dimensión la social y cultural. De acuerdo con Cantoral, la *dimensión didáctica* es relativa a su naturaleza como objeto institucional. Sirve fundamentalmente para localizar y explicitar al discurso matemático escolar. La *dimensión epistemológica* se ocupa de los análisis sobre la problematización del saber, localización de las fenomenologías y los constructos característicos, se encarga también del análisis de las circunstancias que hicieron posible la construcción del conocimiento, su razón de ser, se encarga también sobre las formas en que el saber puede ser conocido. La *dimensión cognitiva* analiza las formas de apropiación y significación que experimentan quienes se encuentran en situación de construcción de conocimiento. La *dimensión social y cultural* del saber (sociocultural) se ocupa sobre los usos del saber en situaciones específicas (Cantoral, 2013).

En este mismo sentido, Cordero (2003) menciona que la *actividad humana* es el lugar donde se encuentra la fuente de la reorganización de la obra matemática y del *rediseño del discurso matemático escolar (RDME)*, además, argumenta que una vez que se identifican las *prácticas sociales* que originaron y dan cuenta del *conocimiento matemático*, requieren ser reinterpretadas

## 6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto

e *intencionadas* para integrarse al *sistema didáctico*, figura 1. “Para ello, se construye la situación donde la práctica se transforma en el argumento, como el eje o núcleo para generar el conocimiento matemático que responde a la situación” (Cordero, 2003, p. 77).

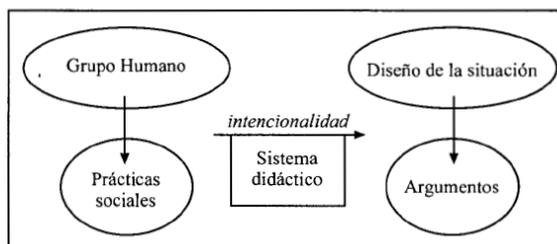


Figura 1: Elementos del RDME, tomado de (Cordero, 2003, p. 77).

Arrieta (2003) menciona tres características fundamentales del enfoque teórico llamado Socioepistemología, a saber:

- La primacía de las prácticas sobre los objetos: Es en el ejercicio de las prácticas donde los artefactos son utilizados con intenciones situadas en un contexto (se interactúa con herramientas).
- El carácter situado de dichas prácticas: El contexto es un componente inseparable de las prácticas, esta interacción entre contexto y práctica está en contraste con el papel de las condiciones que facilitan o alteran las acciones.
- El carácter discursivo en la construcción social del conocimiento: Los seres humanos interactúan en el mundo y con otros humanos, construyendo sus conocimientos, sus realidades y sus herramientas.

Para Arrieta la práctica social es: “hacer algo, pero no simplemente hacer algo en sí mismo y por sí mismo; es algo que en un contexto histórico y social otorga una estructura y un significado a lo que hacemos” (Arrieta, 20003, p. 24).

Arrieta (2003) argumenta que el modelo de un fenómeno es una herramienta para transformarlo, así como para interpretar e intervenir en un contexto. “La modelación no es representación. La modelación, a diferencia de la representación, es una práctica que refleja la intencionalidad humana y que no puede ser juzgado por su corrección independientemente de ella” (Arrieta, 2003, p. 35).

En este sentido se considera a la modelación como una práctica social que tiene como función dar vida a algo creado, es decir, un objeto matemático; y para esta investigación se trata de la función cuadrática.

No se puede hablar de modelación sin hablar de la graficación y consecuentemente de la tecnología escolar. Suárez propone que la graficación es la categoría que permite articular el uso de la modelación matemática y el uso de la tecnología en actividades matemáticas. Ella propone cuatro elementos de modelación-graficación en el uso de las gráficas, a saber: realizaciones múltiples, identificación de patrones, realización de ajustes y desarrollo del razonamiento (Suárez, 2008).

## 6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto

En consecuencia, con estos elementos teóricos se sustenta la modelación-graficación en la presente investigación, aludiendo a Briceño, y que la tecnología escolar ayuda a emerger prácticas y conocimiento matemático que sin ella sería más difícil o bien no sería posible (Briceño, 2013).

### MÉTODO

Para el diseño de la secuencia didáctica se usó la metodología de la Ingeniería didáctica que como lo expresa Artigue, se caracteriza en primer lugar por un esquema experimental basado en las “realizaciones didácticas” en clase, se ubica en el registro de los estudios de caso y cuya validación es interna basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori. Ella distingue las siguientes fases: el análisis preliminar, la fase de concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería, la fase de experimentación y la fase de análisis a posteriori y evaluación (Artigue, 1995).

La presente investigación se realiza en la escuela Telebachillerato 08 “Sor Juana Inés de la Cruz” del municipio de Villacorzo, Chiapas. Actualmente cuenta con seis grupos en tres niveles, dos de cada semestre (primero, tercero y quinto); el grupo donde se está aplicando la puesta en escena de la secuencia didáctica es el 1° A con una población de 45 alumnos, la mayoría de los alumnos tienen una edad de 15 años cumplidos y la mayoría provienen del sistema de Telesecundaria. Cabe señalar que las actividades se realizan en equipos de cinco, dejando a criterio de los alumnos la conformación de los mismos.

Se usarán cuestionarios y entrevistas (casos especiales) en la modalidad de preguntas abiertas para que el estudiante vierta sus argumentaciones con respecto a las actividades desarrolladas, se tomara en cuenta todos los registros de las gráficas, comentarios, dibujos, grabaciones y filmaciones. Para ampliar la información y esclarecer las dudas se entrevistarán a un grupo seleccionado de alumnos, se usará un buzón de sugerencias para atender las inquietudes, problemas y propuestas de los alumnos.

### RESULTADOS

Hasta el momento se ha puesto en escena la secuencia a un grupo de cinco personas, esto ha llevado a realizar ciertas modificaciones para implementarlo a un grupo mayor. La secuencia se realizó en tres sesiones de dos horas aproximadamente cada una, comprendiendo las siguientes fases:

- Fase I.- Inducción y diagnóstico: esta etapa tiene como propósito inducir al alumno a la busca de patrones o “reglas” que están presentes en una situación, identificación de variables dependientes e independientes y representar una tabla numérica a través de una expresión algebraica. En esta fase dos alumnos identifican los patrones, los demás les cuesta identificarlos, manifiestan evidencias cómo: **el resultado de la columna naranja hay que multiplicar por la columna azul por dos, se basa en la multiplicación al multiplicar  $2 \times 3$  siempre me tiene que dar 6. Se multiplica por el número que tiene de morado ( $1 \times 1=1$ ,  $2 \times 2=2$ ) etc.** Un alumno llega a proponer una expresión para la función cuadrática escribe a manera de ejemplo  $1 \times 1=1$  y luego lo generaliza escribiendo  $X \times X = Y$ . Sobre las habilidades de visualización relacionan la recta con la función lineal, no identifican a la parábola como la representación de la función cuadrática, no interpretan ninguna información de las gráficas.

## 6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto

- Fase II.- Situación de modelación-graficación I: Tres alumnos no identifican cual es la variable dependiente-independiente. Para predecir la distancia y buscar la expresión que representa el fenómeno recurren a calcular diferencias (variaciones) de la tabla numérica, finalmente no logran hallar la expresión y para predecir la distancia de un tiempo futuro realizan multiplicaciones y sumas para ajustar el tiempo requerido y hallar la distancia aproximada. Figura 2.

Claudia Viridiana

| Tiempo          | distancia   |
|-----------------|-------------|
| 2 <sup>h</sup>  | 1.985       |
| 4               | 3.098 x 2 * |
| 8               | 6.196       |
| 10 <sup>r</sup> | 8.181       |

Figura 2: Predicción de la distancia

En esta segunda fase logran visualizar los cambios que surgen en la forma de la gráfica en una situación de movimiento considerando como factor la rapidez con la que se mueve la persona. Interpretan que una recta más inclinada se debe a un movimiento más rápido y una menos inclinada se debe a un movimiento más lento. Proponen situaciones para la construcción de gráficas específicas. Asimilan la trayectoria con la forma de la gráfica. Creen en un inicio que si caminan de forma curva la gráfica será de la misma forma, después de varios experimentos, logran construir en equipo gráficas que representan a la función cuadrática, figura 3.

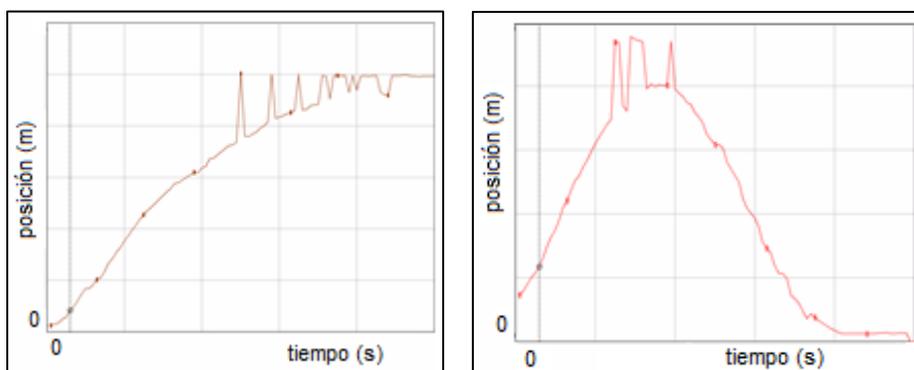
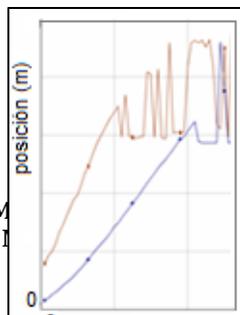


Figura 3: Gráficas construidas por alumnos en situación de modelación-graficación

Consideran que el tiempo es la variable siempre está”. Un alumno argumenta y la distancia es la misma, el tiempo



independiente porque “es el que que si el movimiento es más rápido sería más corto y si el movimiento

## 6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto

es más lento y la misma distancia, el tiempo sería más, eso lo corroboramos haciendo el experimento obteniendo las siguientes gráficas, figura 4:

Figura 4: A distancias iguales, tiempos diferentes ¿A qué se debe?

Uno de los alumnos también propone una simbología para representar los tipos de movimiento, a saber: R (rápido) L (lento) MR (Muy rápido) y ML (Muy lento), la ida y vuelta de los fenómenos de movimiento lo representa con una doble flecha. Esto llama la atención por la tendencia del ser humano a crear símbolos, surgen por necesidad y no por imposición, explica que a implementación de esta simbología le ayuda a ahorrar tiempo y espacio.

- Fase III.- Situación de modelación-graficación II: En esta fase se pretende que el alumno construya argumentos sobre lo cuadrático, utilizando una tabla numérica se busca que estime la distancia conociendo la velocidad y construya la gráfica que modela el fenómeno, considerando que la velocidad varía a una razón constante.

Uno de los alumnos logra construir una aproximación a la gráfica de la distancia, llama la atención que grafica el tiempo en función de la distancia, argumentando que se le hace más fácil graficar el tiempo en el eje “y” y a la distancia en el eje “x”, figura 5.

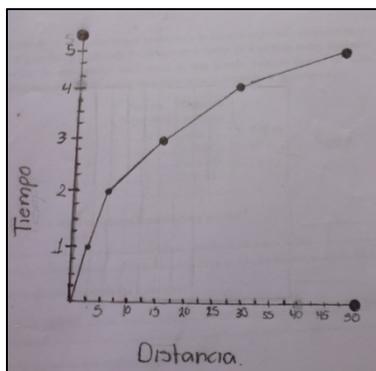


Figura 5: Gráfica Distancia - tiempo

En la situación de modelación-graficación II (la velocidad cambia a razón constante) se construyó una tabla numérica con la ayuda del sensor de movimiento. A partir de la información de la tabla se busca predecir para un tiempo futuro, el cual los alumnos lo estiman realizando divisiones y multiplicaciones con base a los valores de la tabla, a continuación se describe el procedimiento usado por Viridiana:

Para obtenerla distancia cuando el tiempo es de diez segundos ella dice “multiplique 10 que es el tiempo por 1.17 que es la distancia para el tiempo de 1 segundo”.

## 6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto

En el caso de Jocelyn comenta para el mismo problema: “*multiplique por dos el tiempo de 4 y le sume lo del 2*”, los demás estudiantes siguieron el mismo procedimiento que Viridiana.

Apoyados con la gráfica que proporciona el sensor logran construir la gráfica que representa el fenómeno. Identifican que no es lineal y que se trata de una curva, no logran identificar que se trata de una cuadrática y no logran construir la expresión cuadrática.

### CONCLUSIONES

Lo visto en la puesta en escena de la secuencia, nos lleva a reformular la secuencia, considerando el abandono en lo posible de construcciones sobre lo lineal y centrarse específicamente sobre lo cuadrático. Pretendemos poner en escena la secuencia didáctica haciendo una modificación en la metodología de la Ingeniería didáctica adoptando algunos elementos de la Socioepistemología a partir de las siguientes etapas:

- Fase de inducción: en esta etapa se pretende hacer uso del análisis numérico basado en tablas de multiplicar, se pretende que el alumno identifique “patrones” y establezca relaciones entre variables que le conduzcan a formular expresiones que representen dicha situación.
- Fase de construcción: Se harán cambios en la estructura de las tablas para llegar a la función cuadrática esperando que el alumno identifique “patrones” tomando como base la fase anterior, se espera que logre construir las expresiones algebraicas. En esta etapa el alumno también graficará las tablas para ver el comportamiento de la función y la tendencia de la gráfica. Analizará y describirá los elementos que definen la gráfica de la función.
- Fase de resignificación: En esta etapa se hará uso de la tecnología para construir diferentes tipos de gráficas en torno a la función cuadrática, se espera que el estudiante proponga escenarios considerando la *variación de patrones* en los fenómenos de movimiento para llegar a la gráfica de la función. Se espera que el alumno visualice como la gráfica cambia al modificar los parámetros.
- Fase de confrontación: en esta etapa se espera que el alumno realice una comparación de los dos momentos por un lado la fase de construcción y por otro la fase de resignificación.

Consideramos que estas actividades estarán concluidas en el mes de noviembre para estar en condiciones de poder presentarlo en la EIME 17.

### REFERENCIAS

- Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula* (Tesis de doctorado no publicada), Centro de Investigación y de Estudios avanzados del IPN. México.
- Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En P. Gómez (Ed), *Ingeniería didáctica en Educación Matemática: un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (pp. 33-59), México: Una empresa docente y Grupo Editorial Iberoamérica.
- Briceño, E. (2013). *El uso de la gráfica como instrumento de argumentación situacional con recursos tecnológicos* (Tesis de doctorado no publicada). Centro de Investigación y de Estudios avanzados del IPN. México.

## 6. Modelación y Aplicaciones y Matemática en Contexto

- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la matemática educativa: Estudios sobre construcción social del conocimiento*. España: Gedisa.
- Cordero, F. (2003). Lo social en el conocimiento matemático, reconstrucción de argumentos y significados. En J. Delgado (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Vol. 16, pp. 73-78). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Suárez, L. (2008). *Modelación – Graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio Socioepistemológico* (Tesis de doctorado no publicada). Centro de Investigación y de Estudios avanzados del IPN. México.