

## 2. Aproximaciones teóricas en Matemática Educativa

**USOS DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES EN UNA COMUNIDAD DE  
CONOCIMIENTO: LOS INGENIEROS EN FORMACIÓN**

Edith Johanna Mendoza Higuera, Francisco Cordero Osorio  
ejmendoza@cinvestav.mx, fcordero@cinvestav.mx  
Cinvestav-IPN  
Avance de investigación  
Matemáticas en la formación de ingenieros, Superior

**Resumen**

Esta investigación se plantea articular el uso de las ecuaciones diferenciales, la matemática funcional y la comunidad de conocimiento de ingenieros en formación, y así formular un marco de referencia que sea la base socioepistemológica del rediseño del discurso matemático escolar de la ingeniería. En esta presentación se muestra la revisión bibliográfica que conduce a la elaboración del estado del arte, el cual permite robustecer la problemática y acuñar el marco teórico del estudio.

**Palabras clave:** *Ecuaciones diferenciales, Comunidad, conocimiento, Ingenieros*

**1. Introducción**

Desde una concepción epistemológica, se ha considerado a las ciencias básicas como el fundamento para la formación de ingenieros, es por ello que los programas curriculares propuestos se han orientado a transitar por las ciencias básicas, las ciencias de la ingeniería y los cursos profesionales (Cajas, 2009). Las matemáticas, como ciencia básica, para la formación de ingenieros, es un tema tan complejo como la enseñanza de las matemáticas, incluso podríamos decir que como problemática alcanzan las mismas dimensiones.

En esta investigación se considera, que en la enseñanza de las matemáticas a ingenieros en formación, se desconoce que el campo de la ingeniería no tiene como objeto de estudio la matemática. Son otros los objetos que ella estudia. La ingeniería hace uso de las matemáticas. Le da un status epistemológico funcional. Es por ello, que el acercamiento de los ingenieros en formación a las matemáticas debe tener un carácter funcional, es decir, una matemática que se desarrolle y se integre en su vida y que transforme y reconstruya significados desde su quehacer (Cordero, 2008).

La enseñanza de las Ecuaciones Diferenciales (ED) a estudiantes de ingeniería ha tenido diversas orientaciones. Al ser conscientes del uso privilegiado de los métodos algebraicos para resolver las ED se ha implementado la enseñanza de otros métodos como el gráfico y el numérico, en algunas ocasiones, con la utilización de la tecnología. En estos acercamientos, el centro de atención es el objeto matemático, y se ha desconocido, por un lado, que ED como las lineales con coeficientes constantes modelan fenómenos de estabilidad, que pueden ser estudiados a través de la modelación y el uso de gráficas como argumentos, así como caracterizar las soluciones usando como argumento el comportamiento tendencial de las funciones, y por otro, que los ingenieros en formación son una comunidad que construye conocimiento y que hace uso de el mismo, que en sus prácticas suceden usos del conocimiento matemático, que expresan funcionamientos y formas específicas de éste (Cordero, 2008).

Lo planteado anteriormente es una primera aproximación a la problemática, para robustecerla presentamos diferentes investigaciones que tratan con las ecuaciones diferenciales y la enseñanza de la matemática en la ingeniería.

## 2. Enseñanza de las ecuaciones diferenciales

Uno de los trabajos relacionados con la enseñanza de las ecuaciones diferenciales es el planteado por Artigue (1992), quien busca determinar las ventajas y dificultades de los estudiantes al utilizar otro método de solución, como es el gráfico. En éste se presenta un análisis de las relaciones entre las dificultades cognitivas y didácticas para la enseñanza-aprendizaje de la noción de función. Para ello, Artigue utiliza los resultados de las investigaciones llevadas a cabo durante tres años en la enseñanza de las ED en el nivel universitario. En el último estudio, intentó encontrar un equilibrio para la enseñanza de las ED – entre el método algebraico y el gráfico – desde un punto de vista epistemológico, y también, dio a conocer a los estudiantes otra posibilidad para analizar las soluciones de ED, a partir del método gráfico, las llamadas soluciones cualitativas.

La autora afirma que la solución geométrica de las ED lleva inevitablemente a establecer relaciones entre el entorno algebraico y el gráfico. Teniendo en cuenta que una ED corresponde en el entorno gráfico a un campo tangente y a un conjunto de curvas solución, entonces la solución cualitativa consiste en un intercambio permanente entre la ecuación y el dibujo. Además, las competencias requeridas para asociar dibujos dados y las ecuaciones no son las mismas que para interpretar los dibujos, para predecir el mapa de fases de una ecuación o para justificar conjeturas.

Artigue (1992) también analiza las dificultades encontradas por medio de tres registros de interacción entre los marcos algebraico y gráfico, a saber: el registro de interpretación, el registro de predicción y el registro de justificación.

El anterior estudio da valiosos aportes. Analiza las dificultades de los estudiantes al enfrentarse a un nuevo método y las relaciones que se evidencian entre los dos métodos utilizados. Además, demuestra que un cambio de método para analizar las soluciones de las ED, no es suficiente para atacar la problemática de la enseñanza de las ED.

Otro trabajo relacionado con la problemática presentada es el de Zaldívar (2009). En esta investigación se propone un diseño de situación que resigne la estabilidad de una ecuación diferencial, por medio del desarrollo de usos de gráficas que ocurren en la modelación. En el diseño de situación propuesto se modela un fenómeno físico, el movimiento oscilatorio de un sistema masa resorte, que se representa matemáticamente por una ecuación diferencial lineal de segundo orden con coeficientes constantes. Esto lo aborda el autor en un ambiente de difusión del conocimiento científico, donde el conocimiento de los participantes emerge desde su cotidiano.

En este estudio se aclara que no hay interés en desarrollar el concepto de estabilidad en los participantes, sino en estudiarla desde la construcción del humano y encontrar aquello que los relaciona, y a lo que el investigador llama lo estable.

Entre otros aspectos, se concluye que a lo largo de la aplicación del diseño de situación propuesto los participantes manifestaron un uso *sui géneris* de las trayectorias para explicar lo estable del fenómeno desde su cotidiano. Las argumentaciones que se alcanzaron en la actividad fueron: lo estable está en la dirección que las trayectorias mostraban, lo estable está en lo periódico de la curva, en los aspectos regulares; lo estable se encuentra en la parte final de la curva que modela el comportamiento del resorte; lo estable se encuentra en la amplitud de las ondas de la curva y en los picos.

La anterior investigación, da cuenta de los argumentos dados por ciudadanos ante una situación de estabilidad desde su cotidiano. Estos argumentos posiblemente se evidencien o no en un ambiente escolar, aún así, se pueden tener en cuenta para diseñar propuestas de intervención en el aula donde se de prioridad a las formas en que el ciudadano resignifica este conocimiento. Dichas propuestas permitiran un acercamiento funcional de la matemática, en cuanto se centran en el uso del conocimiento matemático y en el lenguaje de herramientas y no en sí en el objeto matemático.

Por otro lado, en Cordero y Reyes (2003) se presenta un análisis de la reconstrucción de significados de la ecuación diferencial  $y''+by'+cy=f$  a través de identificar patrones de comportamiento de la solución  $y(x)$  en relación con  $f(x)$ , cuando se varían los coeficientes  $b$  y  $c$  (situación de transformación).

En este análisis, parten del hecho de que los estudiantes construirán el argumento comportamiento tendencial de las funciones (CTF), el cual les posibilitará la reconstrucción de significados de la ecuación diferencial y de la propiedad de la estabilidad. Según los autores, dicha propiedad pudiera ser reorganizada a través de la situación de transformación donde el CTF es el argumento que permite la reconstrucción de significados, es decir considerar nociones de comportamiento de las funciones con cierta tendencia (estabilidad de las ED).

En la anterior investigación, los estudiantes construyen nuevos significados de un tipo de ecuación diferencial y de la estabilidad partiendo del CTF como argumento. Estos resultados, me permiten pensar, que se puede caracterizar la solución de una ecuación diferencial desde la búsqueda de patrones de comportamiento gráfico y analítico, sin encontrar en si la solución, pero que permiten anticipar la forma de ésta.

### 3. Las matemáticas y la ingeniería

En cuanto a investigaciones relacionados con las matemáticas para ingenieros, Rodríguez (2009), realiza un estudio donde afirma que a la ingeniería es llevado el conocimiento matemático de la forma tradicional, es decir, se ha seguido el paradigma del sistema escolar que basa los planes de estudio en los libros de texto y en el proceso de enseñanza y aprendizaje centrados en enfoques axiomáticos y deductivos. Por lo cual, propone que la enseñanza de la matemática debe proveer, al futuro ingeniero, mecanismos que le permitan desarrollar el pensamiento matemático, analítico, reflexivo, deductivo y lógico propio de la ingeniería y para que logre un buen desempeño en su vida profesional.

En la investigación de Rodríguez (2009) se propone un marco de referencia que no sólo articula las cuatro dimensiones que componen la socioepistemología: epistemológica, didáctica, cognitiva y social, sino que también tiene en cuenta información, de la funcionalidad de la matemática, obtenida a través de entrevistas con ingenieros de las comunicaciones y electrónica que han ejercido la profesión y que son docentes en una facultad de ingeniería.

Así mismo, en la revisión bibliográfica realizada por la autora, identifica a las Series trigonométricas de Fourier como el conocimiento matemático base en una actividad propia (el análisis de señales) del ingeniero de las comunicaciones y electrónica, en esta actividad el ingeniero debe analizar una función desde su representación gráfica. Pero, que en el ámbito escolar no se trabaja con algunas funciones que aparecen en el quehacer profesional.

Finalmente, Rodríguez (2009) afirma que el ingeniero en formación se debe incorporar paulatinamente a su comunidad académico-profesional. Así que como el ingeniero trabaja con algunas funciones especiales (funciones que desafortunadamente no están explícitamente en los temarios de matemáticas y que por lo mismo queda a criterio del profesor el estudiarlas), sugiere sean incorporadas para su estudio.

En la anterior investigación, la autora identifica una práctica desde la actividad propia del ingeniero y busca evidenciarla en los programas curriculares para ingenieros en formación, afirmando que al incorporar dicha práctica a los programas, se proveerá a los estudiantes de una matemática funcional, con lo cual concuerdo.

En relación con estudios en ingeniería, en Cajas (2009), el autor da evidencia del por qué el entendimiento de las prácticas de ingeniería como prácticas sociales es de primordial importancia para el diseño de nuevos programas de educación en ingeniería. Afirma, que por tradición la cadena curricular, ciencias básicas, ciencias de la ingeniería y cursos profesionales han derivado de la relación ciencia-tecnología. De aquí se pueden establecer diferentes relaciones, definidas como: Modelo Subordinación en el que la ciencia es la base de la tecnología; Modelo causa-efecto donde la ciencia es la causa de la tecnología, Modelo de interacción y el Modelo de Especificidad de la tecnología. Y a partir de este último modelo, se han observado aspectos particulares ajenos al dominio científico como es el diseño.

Según Cajas (2009), la ingeniería es vista como un artefacto, conocimiento o práctica social. Debido a que la ingeniería como actividad profesional está orientada a la acción, son pocas las ocasiones que los ingenieros reflexionan sobre las formas como llegaron a dichos productos. Pero, algunos trabajos como los de Donal Shön abren camino a estudios donde se analiza la práctica del ingeniero, generando así una línea de investigación de análisis de la práctica desde la acción. Entre otros trabajos están “los estudios de Walter Vicenti sobre lo que saben los ingenieros sobre diseño para casos específicos de aeronáutica (Vicenti, 1994). Emergen también los nuevos estudios de antropología de la ingeniería realizados por Louis Buciarelli sobre lo que realmente hacen los y las ingenieras en diferentes espacios de trabajo tal es el caso del diseño de celdas fotovoltaicas y estructuras” (Buciarelli, 1994, p. 81) Así, según el autor, todos estos trabajos presentan la base para proponer una nueva epistemología de la ingeniería que no se centra en la epistemología de la ciencia sino una epistemología que se centre en las prácticas.

Teniendo en cuenta lo anterior, se identifican dos prácticas genéricas que se dan en todo trabajo: la práctica tecnológica empírica de acción sobre la naturaleza y los sistemas tecnológicos y sociales y la práctica tecnológica del diseño, según Herrera citado por Cajas (2009, p.82) “siendo esta última el proceso de diseño que produce sistemas, normas o conceptos fijados en forma de información”.

Finalmente, el autor afirma que las prácticas mencionadas anteriormente, están ausentes en los programas de formación en ingeniería, resultado de la imposición de una epistemología científica sobre una epistemología de prácticas. Y recomienda que se debe replantear la currícula de ingeniería y superar el modelo lineal que asume a la ingeniería como la simple aplicación de la ciencia, puesto que la ingeniería posee su propia lógica y epistemología. Las ingenierías son fundamentalmente prácticas sociales del diseño, control y ejecución.

El trabajo de Cajas da cuenta de las prácticas en la ingeniería, abre caminos para el rediseño de los programas curriculares que forman a los futuros ingenieros, pero, al parecer no centra su atención en las prácticas que involucran la matemática.

#### 4. Para finalizar

Lo planteado anteriormente, nos permite afirmar que no hay marcos de referencia que articulen los usos del conocimiento matemático, la matemática funcional y la comunicad de conocimiento, es decir, un marco de referencia que de cuenta de la construcción del conocimiento (ED lineales y estabilidad), a través de su uso, en la organización de un grupo humano (ingenieros en formación) normado por aspectos de carácter institucional y cultural. Así, esta investigación se planteará formular un modelo que ayude a analizar los usos del conocimiento matemático desde la comunidad de ingenieros en formación, que responda a preguntas como: ¿Cuáles son los significados que los ingenieros en formación le dan a la estabilidad de las ED lineales?, ¿Cuáles son los usos de las ED lineales y de la estabilidad en una comunidad de ingenieros en formación?, ¿Qué mecanismos de construcción de social de conocimiento se pueden indentificar en las prácticas de una comunidad de ingenieros en formación?

Para tal fin, la Teoría Socioepistemológica (TS) será el marco teórico que se acuñará en esta investigación, en cuanto que con ella se estudia la construcción social del conocimiento matemático y propone una reformulación epistemológica, que consiste en considerar primeramente al humano haciendo matemáticas, en lugar de considerar la producción matemática hecha por el humano. Se asume esta aproximación puesto ha precisado fijarse en los usos de la matemática, prestando atención a su funcionalidad, alejándose del utilitarismo que se encuentra presente en el ámbito escolar.

Es de resaltar, que se considerará a los ingenieros en formación como una comunidad en un sentido diferente al que comúnmente conocemos. Se entenderá como una comunidad de *conocimiento* que no tiene como objeto de estudio la matemática. Que construye conocimiento desde sus prácticas, desde sus experiencias a través de una interacción *recíproca* con sus pares. Expresando así un conocimiento funcional propio de ellos, es decir, *íntimo* de la comunidad. Además, a partir de las necesidades del entorno en el que ésta se ubica y de sus objetivos en común, construye conocimiento desde esta realidad, el cual es situado o **local**.

Para el desarrollo de esta investigación, se está buscando precisar a la Ingeniería como una disciplina con conocimiento propio, para así analizar desde ésta comunidad, los usos del conocimiento matemático en los ingenieros en formación. Para identificar estos usos, se formulará una epistemología de la estabilidad de la ecuaciones diferenciales lineales basados en categorías, que para la TS, son parte esencial de la construcción del conocimiento y que se basan en el lenguaje de herramientas matemáticas que sirven para construir significados en el contexto de la interacción al igual que producir argumentos. Así, se tomarán categorías como el Comportamiento tendencial de las funciones y el Binomio Modelación-Graficación como argumentos que, presumimos, permitirán resignificar el conocimiento que emerge del cotidiano del ingeniero en formación.

#### 5. Referencias

Artigue, A. (1992). Functions from an Algebraic and Graphic Point of View: Cognitive Difficulties and Teaching Practices. En E. Dubinsky & G. Harel (Eds.). *The concept of*

*function. Aspects of epistemology and pedagogy* (pp. 109- 132). Mathematical Association of America. USA.

- Cajas, F. (2009). El conocimiento de ingeniería como conocimiento escolar. En P: Lestón (Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 22, 11-84. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 4(2), 103-128.
- Cordero, F. (2008). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Una visión socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R. Farfán, J. Lezama y A. Romo (Eds.). *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte iberoamericano* (pp. 265-286). México, D.F.: Díaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.
- Reyes, A. y Cordero, F. (2003). Reconstrucción de significados de estabilidad de las ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden. En J. Delgado (Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 16(1), 105-111. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Rodríguez, M. (2009). Una Matemática Funcional para el ingeniero. La Serie Trigonométrica de Fourier. *Tesis de Maestría no publicada*. Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, D.F. México.
- Zaldívar, J. (2009). Una caracterización de la función de un escenario de difusión de la ciencia desde una visión socioepistemológica. El caso de la resignificación de lo estable. *Tesis de maestría no publicada*. Departamento de Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN, D.F. México.