

# Development of crown profile model for *Pinus cooperi* Blanco in the UMAFOR 1008, Durango, Mexico

Desarrollo de un modelo de perfil de copa para *Pinus cooperi* Blanco en la UMAFOR 1008, Durango, México

Jesús A. Soto-Cervantes<sup>1</sup>; Carlos A. López-Sánchez<sup>1\*</sup>; José J. Corral-Rivas<sup>1</sup>; Christian Wehenkel<sup>1</sup>; Juan G. Álvarez-González<sup>2</sup>; Felipe Crecente-Campo<sup>3</sup>.

<sup>1</sup>Universidad Juárez del Estado de Durango, Instituto de Silvicultura e Industria de la Madera. Bulevar del Guadiana 501, Fracc. Ciudad Universitaria. C. P. 34120. Durango, México.

Email: calopez@ujed.mx Tel.: +52 (618) 8251886 (\*Corresponding author).

<sup>2</sup>Universidad de Santiago de Compostela, Escuela Politécnica Superior, Departamento de Enxeñaría Agroforestal. R/Benigno Ledo, Campus universitario 27002. Lugo, España.

<sup>3</sup>CERNA Ingeniería y Asesoría Medioambiental, S. L. P. Calle Ourense núm. 54, 1º B, 27004. Lugo, España.

## Abstract

A crown profile model for *Pinus cooperi* Blanco in UMAFOR 1008 (El Salto, Pueblo Nuevo, Durango) was developed from data corresponding to 92 sampled trees. Trees with well-formed crowns were selected from stands varying in age, density and site quality. Diameter at breast height, total height, crown width, crown length, and crown profile were measured in each tree. To predict the crown profile, basic geometric shapes and several mathematic models were evaluated. The model developed by Hann (1999) best described the experimental data of the total crown, light crown, and shaded crown, accounting for over 92 % of the observed variability.

**Keywords:** Modelling, competition, crown width, crown length.

## Resumen

Se desarrolló un modelo de perfil de copa para *Pinus cooperi* Blanco a partir de 92 árboles en la UMAFOR 1008 (Región El Salto, Pueblo Nuevo, Durango). Se seleccionaron individuos con una copa bien conformada y de diferente edad, densidad y calidad de estación. En cada uno de los individuos se midieron las variables diámetro normal, altura total, diámetro, longitud y perfil de copa. Tanto formas geométricas sencillas como algunos modelos matemáticos se analizaron para predecir el perfil de la copa. El mejor modelo para describir el perfil de copa de *P. cooperi* fue el de Hann (1999), ya que tuvo mejor ajuste para la copa entera, copa de luz y copa de sombra, explicando más de 92 % de la variabilidad de los datos.

**Palabras clave:** Modelización, competencia de copas, diámetro de copa, longitud de copa.

## Introduction

The crown profile of a tree is defined as the line that marks the boundary of the branches contained by the tree. The crown is essential for the development of the tree; the tree collects energy through the crown and is where physiological processes occur such as photosynthesis, respiration and transpiration leading to tree growth. The shape of the crown and the distribution of the branches or needles alter the internal microclimate of the crown and affect the above-mentioned processes due to interception of precipitation and the use of radiant energy (Grace, Jarvis, & Norman, 1987). CO<sub>2</sub> assimilation is important for the basic tree growth conditions; this effect also takes place in the crown and represents an essential condition for photosynthesis, because of such assimilation vertical sap flow is maintained ensuring that water and nutrients reach the leaves.

Studies that provide detailed measurements of crown parameters are few, possibly by the time required for measurement and mainly by the lack of knowledge about how to use the information (Nájera-Luna & Hernández-Hernández, 2008). The volume is a well-known concept in forestry, but not the amount and shape of the crown, and the slenderness index or index of living space that are the so-called morphometric relationships. These relationships have become important given the opportunity to use them as practical tools for silvicultural interventions, especially when the age of the trees is unknown (Arias, 2005; Durlo, 2001; Durlo, Jaques, & Denardi, 2004). The morphometry of a tree, through crown variables, gives an idea of the interdimensional relationships as the vertical space occupied by each tree, its level of competence, stability, vitality and productivity (Durlo & Denardi, 1998). Therefore, the proper description and characterization of tree crown by specific models can help in assessing competition indices. These indices are used in the selection of trees extracted in thinning, to enhance the development of trees (Crecente-Campo, Amigo-López, Álvarez-González, & Diéguez-Aranda, 2007), as well as in simulations of the evolution of individual trees and stands (Crecente-Campo et al., 2007).

The shape of the crown was initially described with simple geometric shapes, being sphere, ellipsoid, neiloide, cone and paraboloid the most used shapes (Mawson, Thomas, & Degraaf, 1976; Smith, 1990); however, in order to reach higher accuracy in the adjustment, it has been necessary to use more flexible models (Baldwin & Peterson; 1997; Marshall, Johnson, & Hann, 2003; Pretzsch, 1992; Rautiainen & Stenberg, 2005). The models consider variables such as maximum diameter and crown length, and their equations for estimating the light crown (part of the crown above its maximum diameter) and shaded crown (part of the

## Introducción

El perfil de copa de un árbol se define como la línea que marca el límite de las ramas que contiene un individuo. La copa es esencial para el desarrollo del árbol; este recolecta energía a través de ella y es el lugar donde se realizan procesos fisiológicos como la fotosíntesis, respiración y transpiración que dan lugar al crecimiento. La forma de la copa y la distribución de las ramas y acículas alteran el microclima interno de la misma y afectan los procesos ya mencionados, debido a la interceptación de la precipitación y la utilización de energía radiante (Grace, Jarvis, & Norman, 1987). La asimilación de CO<sub>2</sub> es importante para las condiciones básicas del crecimiento arbóreo; este efecto también tiene lugar en la copa y representa una condición esencial para la fotosíntesis, ya que a causa de dicha asimilación se mantiene el flujo de savia vertical que garantiza que el agua y los nutrientes lleguen a las hojas.

Los estudios que contemplan mediciones detalladas de parámetros de copa son pocos, posiblemente por el tiempo requerido para la medición y principalmente por la falta de conocimiento sobre cómo emplear la información (Nájera-Luna & Hernández-Hernández, 2008). El volumen es un concepto bien conocido en el medio forestal, no así el monto y forma de la copa, y el índice de esbeltez o índice de espacio vital que son las llamadas relaciones morfométricas. Estas han adquirido relevancia dada la oportunidad de utilizarlas como instrumentos prácticos en intervenciones silvícolas, especialmente cuando la edad de los árboles no se conoce (Arias, 2005; Durlo, 2001; Durlo, Jaques, & Denardi, 2004). La morfometría de un árbol, a través de las variables de copa, brinda una idea de las relaciones interdimensionales como el espacio vertical ocupado por cada individuo, su grado de competencia, estabilidad, vitalidad y productividad (Durlo & Denardi, 1998). Por tanto, la descripción y caracterización adecuadas de la copa mediante el desarrollo de modelos específicos puede ayudar en la evaluación de índices de competencia. Estos índices se utilizan en la selección de individuos a extraer en los aclareos, para mejorar el desarrollo de los árboles (Crecente-Campo, Amigo-López, Álvarez-González, & Diéguez-Aranda, 2007), así como en las simulaciones de la evolución de los árboles individuales y del rodal (Crecente-Campo et al., 2007).

La forma de la copa se ha descrito inicialmente con formas geométricas simples, siendo la esfera, el elipsoide, el neiloide, el cono y el paraboloide las más utilizadas (Mawson, Thomas, & Degraaf, 1976; Smith, 1990); sin embargo, en aras de buscar mayor precisión en el ajuste, ha sido necesario utilizar modelos de mayor flexibilidad (Baldwin & Peterson; 1997; Marshall, Johnson, & Hann, 2003; Pretzsch, 1992; Rautiainen & Stenberg, 2005). Los modelos consideran variables como el diámetro máximo y la longitud de copa, y sus

crown below its maximum diameter) differ. Moreover, Biging and Wensel (1990) and Hann (1999) used models with variable exponents to obtain different crown shapes by changing the value of the parameters related with the model.

The aim of this study was to develop a model to predict the crown profile of *Pinus cooperi* Blanco in 1008 UMAFOR (Región El Salto, Pueblo Nuevo, Durango). The development of the model will allow the evaluation of competition indices, selection of individual trees during the application of silvicultural treatments as well as estimating the aerial biomass of the crown. In addition, the crown can be used as a predictor variable in models for predicting risk of crown fires and for simulating crown fire behavior.

## Materials and methods

### Study area

The study area is located in mixed and uneven-aged stands of temperate forest from UMAFOR 1008 (El Salto, Pueblo Nuevo, Durango), located southwest of Durango. The UMAFOR comprises a portion of three municipalities: Pueblo Nuevo, San Dimas and Durango. The area has an altitudinal range varying from 2,500 to 2,600 m; the climate is temperate with summer rains ( $C_w$ ) and the temperature ranges from 36 to -18 °C (García, 1981). The average annual precipitation is 1,300 mm with rainfall in the months of June, July, August and September; the first frosts occur in September and the last in June, and snowfall occur most frequently in the months of December and January. This region, which belongs to the Sierra Madre Occidental with forests characterized by a mixture of tree species of the genus *Pinus* (*P. engelmannii* Carr., *P. durangensis* Martínez, *P. cooperi* Blanco, *P. leiophylla* Schl. & Cham., *P. teocote* Schl. & Cham. and *P. strobiformis* Engelm) and genus *Quercus* (*Q. eduardii* Trel., *Q. rugosa* Née and *Q. sideroxylo* Bonpl.), and some shrubby species of the genus *Juniperus*, *Arbutus*, *Alnus* and others shrubs (González-Elizondo, González-Elizondo, Tena-Flores, Ruacho-González, & López-Enríquez, 2012).

### Data

The data were collected from 92 trees of *Pinus cooperi* located in mixed and uneven-aged stands in the ejidos Brillante, La Victoria, Mil Diez, San Esteban and Adolfo Ruiz Cortines, which belong to UMAFOR 1008, Durango (Figure 1). These stands are managed under the Mexican method of management of uneven-aged forests with selective cutting, with the aim of harvesting and promote regeneration and distribution of the stands in all diametric classes.

Through field expeditions in the different ejidos of the UMAFOR 1008, *P. cooperi* were randomly sampled to measure their profile. Likewise, it was intended that the

ecuaciones para la estimación de la copa de luz (parte de la copa por encima de su diámetro máximo) y de sombra (parte de la copa por debajo de su diámetro máximo) difieren. Por otra parte, Biging y Wensel (1990) y Hann (1999) utilizaron modelos de exponentes variables para obtener las diferentes formas de la copa mediante el cambio del valor de los parámetros asociados al modelo.

El objetivo de este estudio fue desarrollar un modelo para predecir el perfil de copa de *Pinus cooperi* Blanco de la UMAFOR 1008 (Región El Salto, Pueblo Nuevo, Durango). El desarrollo del modelo permitirá la evaluación de índices de competencia, selección de árboles individuales durante la aplicación de tratamientos silvícolas, así como la estimación de la biomasa aérea de la copa. Asimismo, la copa podrá utilizarse como variable predictiva en los modelos de predicción y simulación del comportamiento de fuego y de riesgo de incendios forestales de copa.

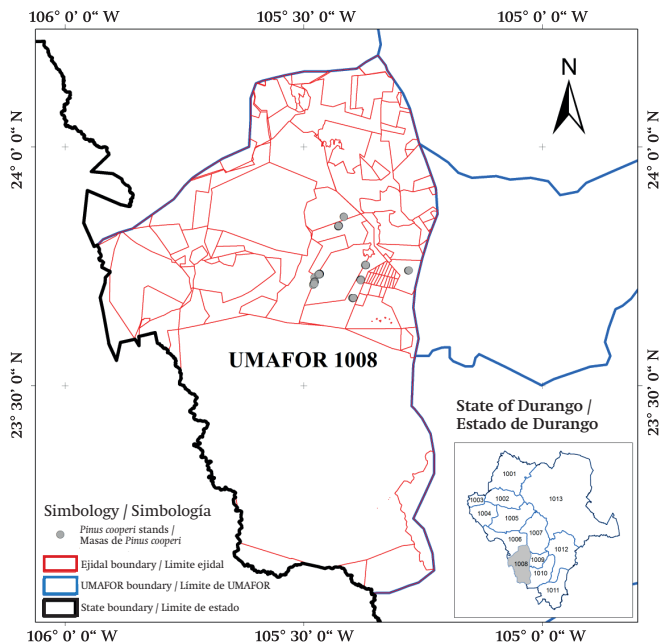
## Materiales y métodos

### Área de estudio

El área de estudio se ubica en masas mixtas e irregulares de bosque templado de la UMAFOR 1008 (Región El Salto, Pueblo Nuevo, Durango), ubicada al suroeste del estado de Durango. La UMAFOR comprende tres municipios: Pueblo Nuevo, San Dimas y Durango. El área presenta un rango altitudinal que varía de los 2,500 a 2,600 m; el clima es templado con lluvias en verano ( $C_w$ ) y la temperatura varía entre 36 a -18 °C (García, 1981). La precipitación anual media es de 1,300 mm con régimen de lluvias en los meses de junio, julio, agosto y septiembre; las primeras heladas se presentan en octubre y la última en junio, y las nevadas ocurren con mayor frecuencia en los meses de diciembre y enero. Esta región, perteneciente a la Sierra Madre Occidental, está conformada por comunidades vegetales tipo bosque, caracterizados por la mezcla de especies del género *Pinus* (*P. engelmannii* Carr., *P. durangensis* Martínez, *P. cooperi* Blanco, *P. leiophylla* Schl. & Cham., *P. teocote* Schl. & Cham. y *P. strobiformis* Engelm) y del género *Quercus* (*Q. eduardii* Trel., *Q. rugosa* Née y *Q. sideroxylo* Bonpl.), además de algunas especies arbustivas de los géneros *Juniperus*, *Arbutus*, *Alnus* y otras de porte arbustivo (González-Elizondo, González-Elizondo, Tena-Flores, Ruacho-González, & López-Enríquez, 2012).

### Datos

Los datos se obtuvieron de 92 árboles de *Pinus cooperi* ubicados en masas mixtas e irregulares de los ejidos Brillante, La Victoria, Mil Diez, San Esteban y Adolfo Ruiz Cortines, pertenecientes a la UMAFOR 1008 del estado de Durango (Figura 1). Dichas masas están



**Figure 1. Location of the study area and location of the stands of *Pinus cooperi* analyzed for the development of a crown profile model.**

**Figura 1. Localización del área de estudio y ubicación de las masas analizadas de *Pinus cooperi* para el desarrollo de un modelo de perfil de copa.**

sampled trees corresponded to different combinations of site quality, age, density and sociological classes. i) Diameter at breast height (D, cm) recording two measures, one according to the direction north-south and the other east-west, using a caliper (Haglof, Sweden), with millimetric graduation; ii) total height (TH, m) from the ground to the apex of the tree using a hypsometer (Vertex IV<sup>®</sup>, Haglof, Sweden); iii) height of the base of the live crown (HBLC, m) measured to the interception of the first whorl with live needles on the trunk; iv) crown length (CL, m) obtained from the difference between TH and HBLC; and finally, v) maximum crown width (MCW, m) obtained from the average record of perpendicular directions (north-south and east-west) using a longimeter (Haglof, Sweden). Simultaneously, the main stand variables (density [trees·ha<sup>-1</sup>], basal area [m<sup>2</sup>·ha<sup>-1</sup>] and dominant height [m]), corresponding to sites where sample trees were collected, were also recorded.

#### Measuring crown profiles of *P. cooperi*

The area used by the projection of the crown is normally measured with the help of mirrors and tape measures; however, measuring the radius of the crown at different heights is a difficult task to perform (Gadow, Sánchez, & Álvarez, 2007). The crown profile of each tree was measured using a device developed by Hussein, Albert, and Gadow (2000). The device consists of a piece of transparent methacrylate (0.25 x 0.40 m) attached to

gestionadas bajo el método mexicano de ordenación de bosques irregulares con cortas selectivas, con el objetivo de realizar la cosecha y propiciar la regeneración y distribución de la masa en todas las características diamétricas.

Mediante un recorrido por los ejidos de la UMAFOR 1008, se muestrearon individuos de *P. cooperi* al azar para la medición de su perfil. De igual forma, se buscó que los individuos muestreados correspondieran a diferentes combinaciones de calidad de estación, edad, densidad y clases sociológicas. En cada uno de los árboles se midió: i) diámetro normal (D, cm) registrando dos medidas, una según el rumbo norte-sur y la otra este-oeste, con una forcípula (Haglof, Suecia) con graduación milimétrica; ii) altura total (HT, m) desde el suelo hasta el ápice del árbol mediante un hipsómetro (Vertex IV<sup>®</sup>, Haglof, Suecia); iii) altura de la base de la copa viva (HBLC, m), medida hasta la intercepción del primer verticilo con acículas vivas en el tronco; iv) longitud de copa (CL, m), obtenida de la diferencia entre HT y HBLC; y por último, v) diámetro máximo de copa (MCW, m), obtenido a partir del promedio del registro de rumbos perpendiculares (norte-sur y este-oeste) utilizando un longímetro (Haglof, Suecia). Paralelamente se registraron también las principales variables de masa (densidad [árboles·ha<sup>-1</sup>], área basal [m<sup>2</sup>·ha<sup>-1</sup>] y altura dominante [m]) correspondientes a los sitios donde se colectaron los árboles de la muestra.

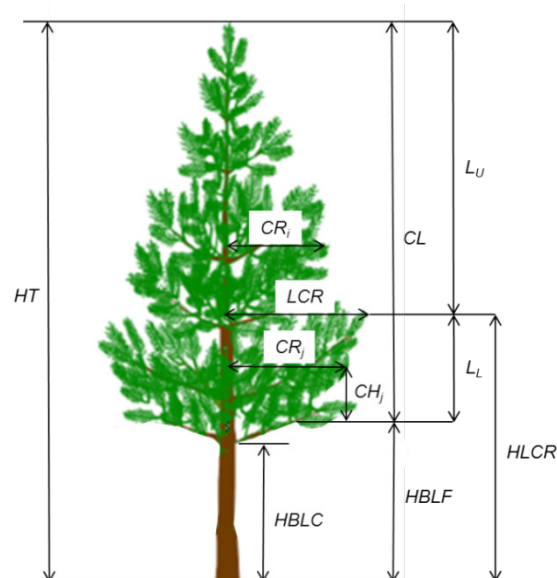
#### Medición de los perfiles de la copa de *P. cooperi*

La superficie ocupada por la proyección de la copa se mide normalmente con la ayuda de espejos y cintas métricas; sin embargo, la medición del radio de la copa a diferentes alturas es una tarea complicada de realizar (Gadow, Sánchez, & Álvarez, 2007). El perfil de copa de cada uno de los individuos se midió con un aparato desarrollado por Hussein, Albert, y Gadow (2000). El aparato está formado por una pieza de metacrilato transparente de 0.25 x 0.40 m unida a un soporte de madera que se clava en el terreno, de tal forma que el instrumento permanezca fijo mientras se toman las mediciones. Sobre el metacrilato se superpuso una transparencia dividida en cuadrados de igual tamaño que sirvió como referencia para desarrollar las mediciones. El aparato se ubicó a una distancia en la que fuese posible encajar toda la copa del árbol en la transparencia. Manteniendo fijo el punto de observación, los puntos característicos del perfil exterior de la copa del árbol se dibujaron sobre la transparencia: i) ápice del árbol, ii) inserción del primer verticilo con acículas vivas en el tronco, iii) puntos donde se encuentran las primeras acículas vivas y puntos significativos del borde exterior de la copa del árbol. La Figura 2 muestra las variables de copa medidas, así como las relaciones geométricas utilizadas con esta metodología.

a wooden stand which is fixed to the floor, so that the instrument remains stationary while measurements are taken. A transparency divided into squares of equal size, was overlapped on the methacrylate, which served as a reference to develop measurements. The device was located at a distance possible to fit the entire tree crown on the transparency. The characteristic points of the outer profile of the tree crown were drawn on the transparency, without moving the point-of-view or the crown window: i) top of the tree, ii) insertion of the first whorl with live pine needles on the trunk, iii) points where the first live pine needles are located and significant points of the outer edge of the tree crown. Figure 2 shows the variables of measured crowns and the geometric relationships used with this methodology.

Visual methods have shown good accuracy in measuring crown radius and its corresponding height (Hussein et al., 2000; Rautiainen & Stenberg, 2005) and other crown variables (Martín-García, Diez, & Jactel, 2009).

Once known the length of tree crown ( $CL = TH - HBLC$ ) and measured the distance between the top of the tree and the point of the crown base on transparency, the ratio  $CL_{real}/CL_{transparency}$  showed the scale used to calculate the radius of each point of the profile and its vertical distance from the crown base. After the crown profile was captured on the template, transparency was digitized by inserting the image in a CAD software and later obtaining the coordinates of each point of the crown profile using the "adxycoo.ave" script developed for the ArcView® software (Environmental Systems Research Institute [ESRI Inc.], 2002). Then, the image was aligned and scaled so that the points defined by the crown base (100, 0) and the top of the tree (100,  $CL_{real}$ ) coincide with the vertical axis (the value of 100 was assigned to avoid negative numbers in the left profile of the crown). Figure 3 shows the coordinates of each point of the crown profile that led to the development of a spreadsheet to perform statistical adjustments.



**Figure 2. Scheme of crown variables of *Pinus cooperi* and geometric relationships between them.** HBLC = Height of the base of the live crown; HBLF = Height of the first live needles; HLCR = height of maximum crown radius; CR = crown radius at each measurement point (i for the light crown, j for the shaded crown); CH = height of each crown radius from the base of the crown; LCR = maximum crown radius; CL = Total length of the crown;  $L_u$  and  $L_l$  = Length of the light crown and shaded crown, respectively; TH = Total height of the tree.

**Figura 2. Esquema de las variables de copa de *Pinus cooperi* y relaciones geométricas entre ellas.** HBLC = Altura de la base de la copa viva; HBLF = Altura de las primeras acículas vivas; HLCR = Altura del radio máximo de copa; CR = Radio de la copa en cada punto de medición (i para la copa de luz, j para la copa de sombra); CH = Altura de cada radio de copa desde la base de la copa; LCR = Radio de copa máximo; CL = Longitud total de la copa;  $L_u$  y  $L_l$  = Longitud de la copa de luz y de sombra, respectivamente; HT = Altura total del árbol.

**Table 1. Descriptive statistics of the sample trees used for fitting the models of the crown profile of *Pinus cooperi*.**  
**Cuadro 1. Estadísticos descriptivos de la muestra de árboles empleada para el ajuste de las funciones de perfil de copa de *Pinus cooperi*.**

Statistics/Estadístico	Measurement points per crown/ Puntos de medición por copa	D (cm)	TH (m)	HBLC (m)	CL (m)	CR (m)
Average/Media	8.4	30.8	17.2	11.2	5.9	1.3
Mimumum/Mínimo	6.0	9.7	6.5	1.6	1.6	0
Maximum/Máximo	13.0	60.0	29.5	26.6	15.5	5.9
Standard Deviation ( $\pm$ )/ Desviación estándar ( $\pm$ )	1.35	13.8	5.7	5.4	2.3	1.1

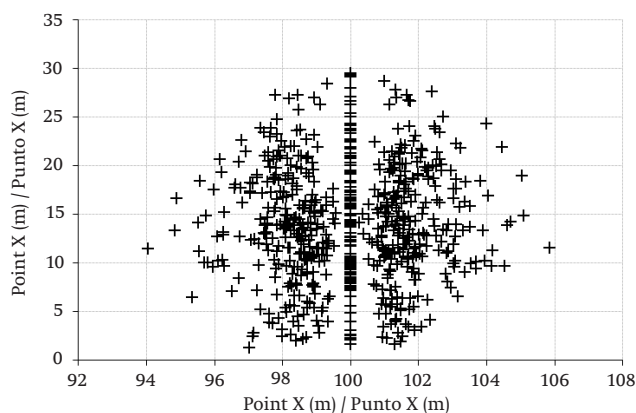
D = Diameter at breast height; TH = Total height, HBLC = Height of the base of the crown, CL = Crown length, CR = Crown radius at each measurement point.  
D = Diámetro normal; HT = Altura total, HBLC = Altura de la base de la copa, CL = Longitud de copa, CR = Radio de la copa en cada punto de medición.

Moreover, according to Maguire and Hann (1989), the height at which the first live needles occur (HBLF) was used as the crown base, discarding the insertion point of branch whorl (HBLC). This also dismiss the problem of finding lower values of HBLF than HBLC, because if the latter value is used as a start reference of the crown, the radii of the crown should be measured below the origin and consequently heights would be negative (Crecente-Campo, Álvarez-González, Castedo-Dorado, Gómez-García, & Diéguez-Aranda, 2013). Table 1 shows variables and descriptive statistics of the sample trees used to develop the equations of crown profile.

### Models analyzed

Table 2 shows the models selected to describe the crown profile of *P. cooperi*. Among the models, we can find both simple geometric shapes that do not require adjustment (ellipsoids and cones) and more complex mathematical models.

Most models analyzed use two equations, one for estimating the light crown and another one to estimate the shaded crown. There are also models like polynomial models or the model of Baldwin and Peterson (1997), which with one formula estimate the entire crown. In this particular case, the model of Baldwin and Peterson (1997) was modified to include the variable crown maximum radius (LCR) in its formulation, following that proposed by Crecente-Campo, Marshall, LeMay and Diéguez-Aranda (2009). The models of Pretzsch (1992) and Hann (1999) have similar formulations although the latter includes the variables HT and D, making it more flexible than the first. In the case of the model of Hann (1999), the equation for the shaded crown (Table 2) has been previously used to model the profile of the shaded crown of *P. radiata* D. Don (Crecente-Campo et al., 2009), *P. pinaster* Ait. and *P. sylvestris* L.



**Figure 3. Normalized crown profiles of the 92 sampled trees of *Pinus cooperi* used in this study.**

**Figura 3. Normalización de los perfiles de copa de los 92 árboles de *Pinus cooperi* muestreados en este estudio**

Los métodos visuales han mostrado buena precisión en la medición del radio de copa y su altura correspondiente (Hussein et al., 2000; Rautiainen & Stenberg, 2005) y de otras variables características de la copa (Martín-García, Díez, & Jactel, 2009).

Una vez conocida la longitud de copa del árbol ( $CL = HT - HBLC$ ) y medida la distancia entre el ápice del árbol y el punto de la base de la copa sobre la transparencia, la relación  $CL_{real}/CL_{transparencia}$  indicó la escala empleada para el cálculo del radio de cada punto del perfil y su distancia vertical con respecto a la base de la copa. Después de que el perfil de copa se capturó sobre la plantilla, la transparencia se digitalizó en gabinete mediante la inserción de la imagen en un software CAD y posterior obtención de las coordenadas de cada punto del perfil de copa con el script “adxcoo.ave” desarrollado para el software ArcView® (Environmental Systems Research Institute [ESRI Inc.], 2002). A continuación, la imagen se alineó y escaló de manera que los puntos definidos por la base de la copa (100, 0) y el ápice del árbol (100, CL<sub>real</sub>) coincidieran con el eje vertical (el valor 100 fue asignado para no tener números negativos en el perfil izquierdo de la copa). En la Figura 3 se muestran las coordenadas de cada punto del perfil de la copa que dieron lugar a la elaboración de una hoja de cálculo para realizar los ajustes estadísticos.

Por otra parte, y de acuerdo con Maguire y Hann (1989), se utilizó la altura a la que se encuentran las primeras acículas vivas (HBLF) como la base de la copa, descartando el punto de inserción del verticilo de la rama (HBLC). Esto también descarta el problema de encontrar valores de HBLF inferiores que HBLC, pues si se usa este último valor como referencia de inicio de la copa, los radios de copa se tendrían que medir por debajo del origen y, por consiguiente, las alturas serían negativas (Crecente-Campo, Álvarez-González, Castedo-Dorado, Gómez-García, & Diéguez-Aranda, 2013). En el Cuadro 1 se presentan las variables y los estadísticos descriptivos de la muestra de árboles utilizada para desarrollar las ecuaciones del perfil de copa.

### Modelos analizados

El Cuadro 2 muestra los modelos seleccionados para describir el perfil de copa de *P. cooperi*. Entre los modelos pueden encontrarse tanto formas geométricas sencillas que no requieren ajuste (elipsoides y conos) como modelos matemáticos más complejos.

La mayoría de los modelos analizados emplean dos ecuaciones, una para estimar la copa de luz y otra para estimar la copa de sombra. Existen también modelos como los polinómicos o el modelo de Baldwin y Peterson (1997), que mediante una sola fórmula estiman la totalidad de la copa. En este caso

Table 2. Models used to describe the crown profile of *Pinus cooperi*.Cuadro 2. Modelos analizados para describir el perfil de copa de *Pinus cooperi*.

Model/Modelo	Mathematical expression/Expresión matemática
Ellipsoids/ Elipsoides	$CR_i = LCR \cdot \sqrt{1 - D_i^2 / L_u^2}$ $CR_j = LCR \cdot \sqrt{1 - (L_i - D_j)^2 / L_i^2}$
Cone/Cono	$CR_i = LCR \cdot D_i / L_u$ $CR_j = LCR \cdot D_j / L_i$
Polynomials/Polinomios	$RCH = a_0 + a_1 \cdot RCH + a_2 \cdot RCH^2 + \dots + a_z \cdot RCH^z$
Pretzsch (1992)	$CR_i = LCR \cdot \left( \frac{D_i}{L_u} \right)^{a_1}$ $CR_j = (LCR - b_1) \cdot \frac{D_j}{L_i} + b_1$
Baldwin and Peterson (1997) modified/modificado	$CR = LCR (a_1 \cdot (RCH - 1 / RCH + 1) + a_2 \cdot (RCH - 1))$
Hann (1999)	$CR_i = LCR \cdot \left( \frac{D_i}{L_u} \right)^{a_0 + a_1 \cdot \left( \frac{D_i}{L_u} \right)^{1/2 + a_2 \cdot HT/d}}$ $CR_j = LCR \cdot \left( b_1 + (1 - b_1) \cdot \left( \frac{D_j}{L_i} \right)^{b_2} \right)$
Rautiainen and Stenberg (2005)	$CR_i = \left\{ \left[ 1 - \left( \frac{D_i}{L_u} \right)^{a_1} \right] \cdot LCR^{a_1} \right\}^{1/a_1}$

Where:  $CR_i$  and  $CR_j$  = Radius of the light Crown and shaded crown (m), respectively, at each measurement point;  $LCR$  = Light crown radius (m);  $D_i$  and  $D_j$ : vertical distance between each radius of light crown and shaded crown, respectively, relative to the maximum crown radius ( $HLCR$ );  $L_u$  and  $L_i$  = length of the light crown and shaded crown (m), respectively;  $RCH$  = Relative crown radius (dimensionless);  $RCH$  = Relative crown height (dimensionless);  $z$  = Degree of the polynomial;  $HT$  = Total height (m);  $d$  = diameter at breast height (m);  $a_0, a_1, b_1, b_2$  = parameters to be estimated in the adjustment.

Donde:  $CR_i$  y  $CR_j$  = Radio de la copa de luz y de sombra (m), respectivamente, en cada punto de medición;  $LCR$  = Radio máximo de la copa (m);  $D_i$  y  $D_j$ : Distancia vertical entre cada radio de la copa de luz y de sombra, respectivamente, con relación al radio máximo de copa ( $HLCR$ );  $L_u$  y  $L_i$  = Longitud de la copa de luz y la copa de sombra (m), respectivamente;  $RCH$  = Radio de copa relativo (adimensional);  $RCH$  = Longitud de copa relativa (adimensional);  $z$  = Grado del polinomio;  $HT$  = Altura total (m);  $d$  = Diámetro normal (m);  $a_0, a_1, b_1, b_2$  = Parámetros a estimar en el ajuste.

(Crecente-Campo et al., 2013). Finally, the model of Rautiainen and Stenberg (2005) has the drawback of only providing estimates for the light crown.

### Fitting and selecting models

The parameters of linear models (polynomial) were estimated using the ordinary least squares method using the REG procedure of the SAS/STAT® package software (Statistical Analysis System [SAS Institute Inc.], 2004). The parameters related to the nonlinear models were estimated using an iterative procedure (Draper & Smith, 1981) which provides the smallest sum of squared errors using the Gauss-Newton algorithm (Hartley, 1961), implemented in the procedure MODEL of the

particular, el modelo de Baldwin y Peterson (1997) se modificó para incluir la variable radio máximo de copa ( $LCR$ ) en su formulación, siguiendo lo propuesto por Crecente-Campo, Marshall, LeMay y Diéguez-Aranda (2009). Los modelos de Pretzsch (1992) y Hann (1999) tienen formulaciones similares aunque el segundo incluye las variables  $HT$  y  $D$ , siendo más flexible que el primero. En el caso del modelo de Hann (1999), la ecuación para la copa de sombra (Cuadro 2) se ha utilizado previamente para modelizar el perfil de la copa de sombra de *P. radiata* D. Don (Crecente-Campo et al., 2009), *P. pinaster* Ait. y *P. sylvestris* L. (Crecente-Campo et al., 2013). Finalmente, el modelo de Rautiainen y Stenberg (2005) presenta el inconveniente de que proporciona únicamente estimaciones para la copa de luz.

**Table 3. Parameter estimates and standard errors of the models analyzed to predict the crown profile of *Pinus cooperi* ( $P = 0.05$ ).**

**Cuadro 3. Estimaciones de los parámetros y errores estándar de los modelos analizados para la predicción del perfil de copa de *Pinus cooperi* ( $P = 0.05$ ).**

Model/Modelo	Parameter/Parámetro	Estimate/ Estimación	Standard error/ Error estándar
Second-degree polynomial/ Polinomio de segundo grado	$a_0$	0.797	0.009
	$a_1$	1.400	0.046
	$a_2$	-2.152	0.044
Third-degree polynomial/ Polinomio de tercer grado	$a_0$	0.820	0.009
	$a_1$	0.429	0.106
	$a_2$	0.593	0.278
	$a_3$	-1.825	0.183
Fourth degree polynomial/ Polinomio de cuarto grado	$a_0$	0.812	0.008
	$a_1$	2.089	0.255
	$a_2$	-8.079	1.252
	$a_3$	11.900	1.943
	$a_4$	-6.715	0.946
Fifth degree polynomial/ Polinomio de quinto grado	$a_0$	0.816	0.008
	$a_1$	-0.624	0.522
	$a_2$	13.384	3.827
	$a_3$	-46.275	10.013
	$a_4$	58.222	11.013
	$a_5$	-25.521	4.313
Pretzsch (1992)	$a_1$	0.326	0.014
	$b_1$	1.620	0.031
Baldwin and Peterson (1997) modified/ Baldwin y Peterson (1997) modificado	$a_1$	3.395	0.070
	$a_2$	-4.164	0.064
Hann (1999)	$a_0$	0.248	0.031
	$a_2$	0.149	0.059
	$b_1$	0.737	0.007
	$b_2$	0.604	0.147
Rautiainen and Stenberg (2005)	$a_1$	1.811	0.020

SAS/ETS® statistical package (SAS, 2004). The goodness-of-fit of the models were analyzed from numerical comparisons of statistical coefficient of determination ( $R^2$ ) defined for Nonlinear regression (Ryan, 1997) and root mean square error (REMC) together with the visual inspection of scatterplots of residual versus predicted values of each one of the fitted models.

$$R^2 = r_{y_i \hat{y}_i}^2$$

$$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}}$$

### Ajuste y selección de los modelos

Los parámetros de los modelos lineales (polinómicos) se estimaron mediante el método de mínimos cuadrados ordinarios utilizando el procedimiento REG del paquete estadístico SAS/STAT® (Statistical Analysis System [SAS Institute Inc.], 2004). Los parámetros asociados a los modelos no lineales se estimaron con un procedimiento interactivo (Draper & Smith, 1981) que proporciona la menor suma de cuadrados de los errores mediante el algoritmo Gauss-Newton (Hartley, 1961), implementado en el procedimiento



**Table 4. Statistical goodness-of-fit of the models used for predicting the crown profile of *Pinus cooperi*.****Cuadro 4. Estadísticos de bondad de ajuste de los modelos analizados para la predicción del perfil de copa de *Pinus cooperi*.**

Model/Modelo	Total crown/Copa entera		Light crown/Copa de luz		Shaded crown/Copa de sombra	
	R <sup>2</sup>	REMC	R <sup>2</sup>	REMC	R <sup>2</sup>	REMC
Two ellipsoids/ Dos elipsoides	0.634	0.785	0.980	0.172	0.460	1.167
Two cones/Dos conos	0.583	0.923	0.854	0.529	0.426	1.256
Ellipsoid-Cone/ Elipsoide-Cono	0.467	0.824	0.980	0.172	0.426	1.256
Cone-Ellipsoid/ Cono-Elipsoide	0.549	0.902	0.854	0.529	0.460	1.167
Combination ellipsoid- truncated cone/ Combinación elipsoide- cono truncado	0.883	0.384	0.980	0.172	0.655	0.548
Second-degree polynomial/Polinomio de segundo grado	0.918	0.317	0.926	0.272	0.862	0.366
Third-degree polynomial/Polinomio de tercer grado	0.927	0.298	0.943	0.238	0.857	0.373
Fourth degree polynomial/Polinomio de cuarto grado	0.935	0.283	0.955	0.213	0.863	0.365
Fifth degree polynomial/Polinomio de quinto grado	0.938	0.277	0.961	0.196	0.861	0.368
Pretzsch (1992)	0.887	0.371	0.983	0.149	0.659	0.538
Baldwin and Peterson (1997) modified/ Baldwin y Peterson (1997) modificado	0.896	0.367	0.918	0.345	0.859	0.359
Hann (1999)	0.962	0.214	0.984	0.147	0.921	0.259
Rautiainen and Stenberg (2005)			0.981	0.183		

REMC: Root mean square error. Models based on ellipsoids and two cones did not provide satisfactory results for the shaded crown because they are defined to be equal to 0 at the beginning of the crown.

REMC: Raíz del error medio cuadrático. Los modelos basados en elipsoides y dos conos no proporcionaron resultados satisfactorios para la copa de sombra debido a que están definidos para tomar el valor 0 en el inicio de la copa.

where:

$r^2_{y_i \hat{y}_i}$  = Linear correlation coefficient between observed and estimated values of the dependent variable.

$y_p, \hat{y}_i$  = Observed values, estimated value and average of the dependent variable.

$n$  = Total number of data.

$p$  = Number of parameters to be estimated.

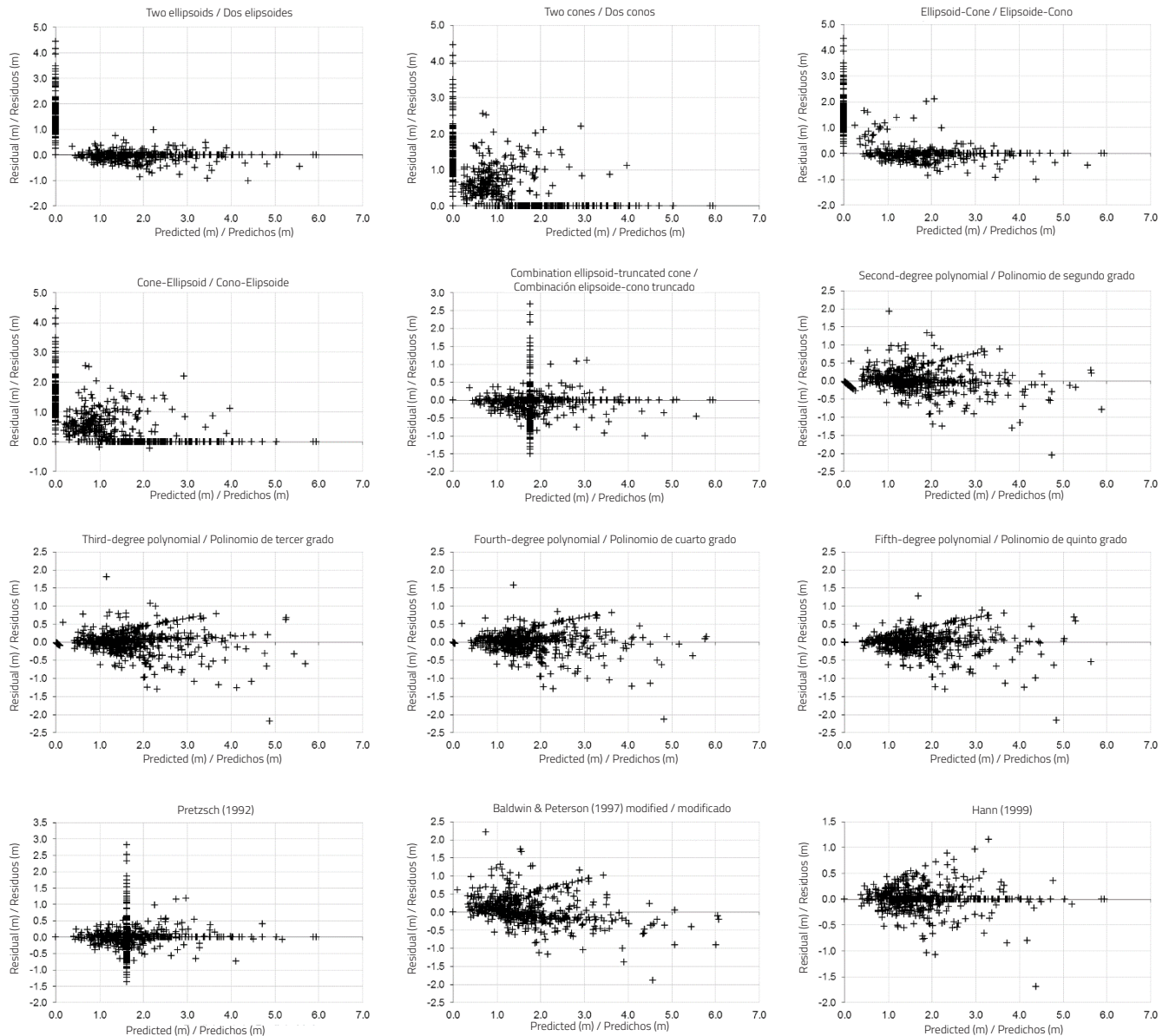
## Results and discussion

Table 3 shows the parameter estimates and their standard errors for each model tested. It is noteworthy

MODEL del paquete estadístico SAS/ETS® (SAS, 2004). La capacidad del ajuste de los modelos se analizó a partir de comparaciones numéricas de los estadísticos coeficiente de determinación ( $R^2$ ) definido para regresión no lineal (Ryan, 1997) y raíz del error medio cuadrático (REMC), junto con la inspección visual de los gráficos de residuos frente a valores predichos de cada uno de los modelos ajustados.

$$R^2 = r^2_{y_i \hat{y}_i}$$

$$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}}$$



**Figure 4. Scatterplots of residual against predicted values describing the entire crown radius of *Pinus cooperi*.  
 Figura 4. Gráficos de residuos frente a valores predichos que describen el radio de copa entera de *Pinus cooperi*.**

that all parameters were significant ( $P = 0.05$ ), except for the parameter  $a_1$  of Hann's model (1999), so the model was refitted without this parameter.

Table 4 shows the goodness-of-fit statistics of the models analyzed. The models that best described the light crown were the models of Pretzsch (1992), Hann (1999), and Rautiainen and Stenberg (2005) because they account for more than 98 % of the variability of the crown radius at different heights, with a lower value of REMC of 0.19 m. Moreover, the model of Hann (1999) had the best result in the adjustment of shaded crown because it accounts for 92 % of the variability of the sample, with a REMC value of 0.26 m. Finally, in the description of the profile of the entire crown, the model that showed the best results was also the model of Hann (1999), accounting for 96 % of the variability of the crown radius, with a

donde:

$r^2_{y_i, \hat{y}_i}$  = Coeficiente de correlación lineal entre los valores observados y estimados de la variable dependiente.

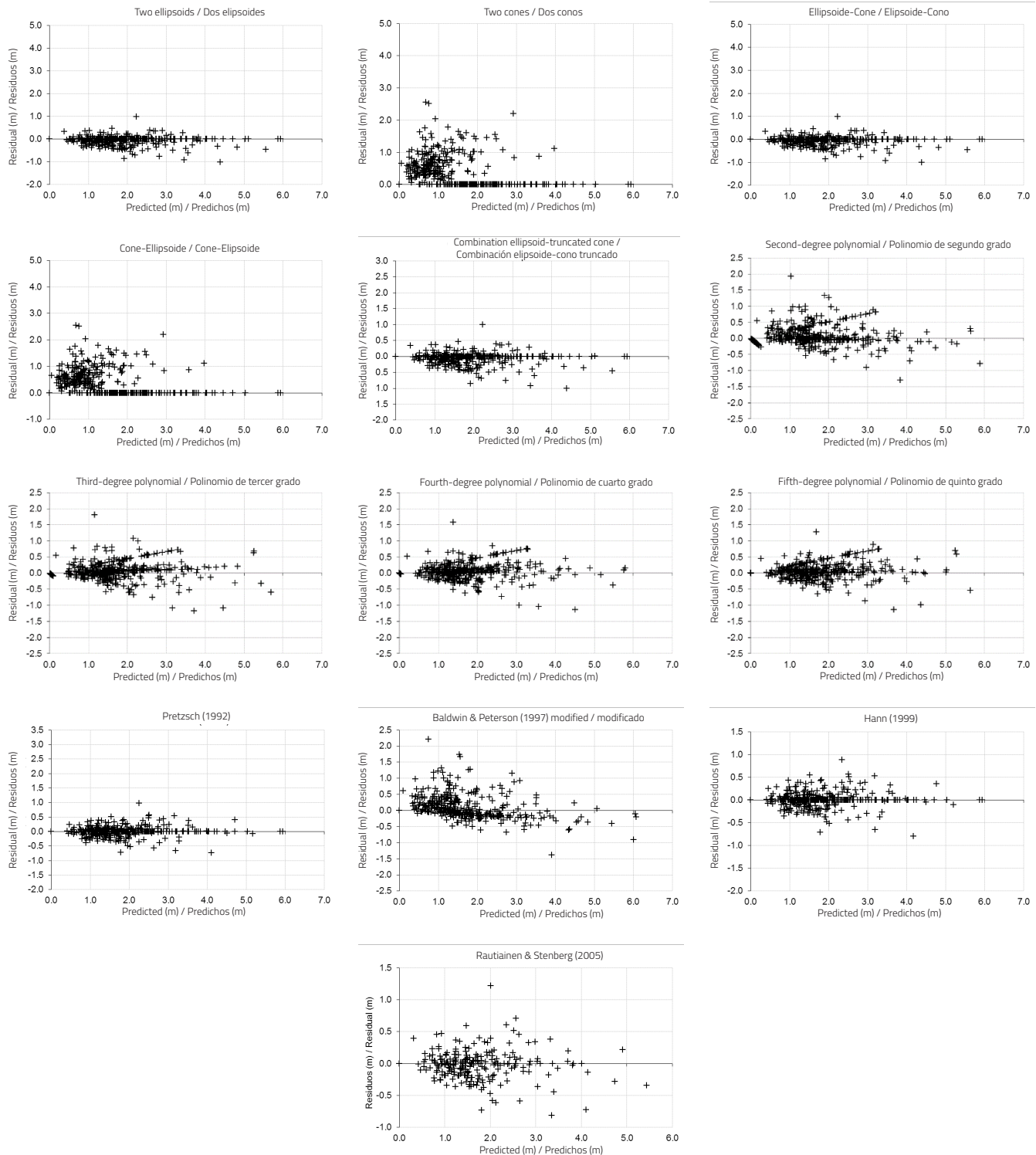
$y_i, \hat{y}_i$  = Valores observados, estimado y promedio de la variable dependiente.

$n$  = Número total de datos.

$p$  = Número de parámetros a estimar.

## Resultados y discusión

El Cuadro 3 presenta las estimaciones de los parámetros y sus errores estándar para cada modelo ensayado. Cabe destacar que todos los parámetros resultaron significativos ( $P = 0.05$ ), a excepción del parámetro  $a_1$  del modelo de Hann (1999), por lo que se hizo un nuevo ajuste sin incluir dicho parámetro.

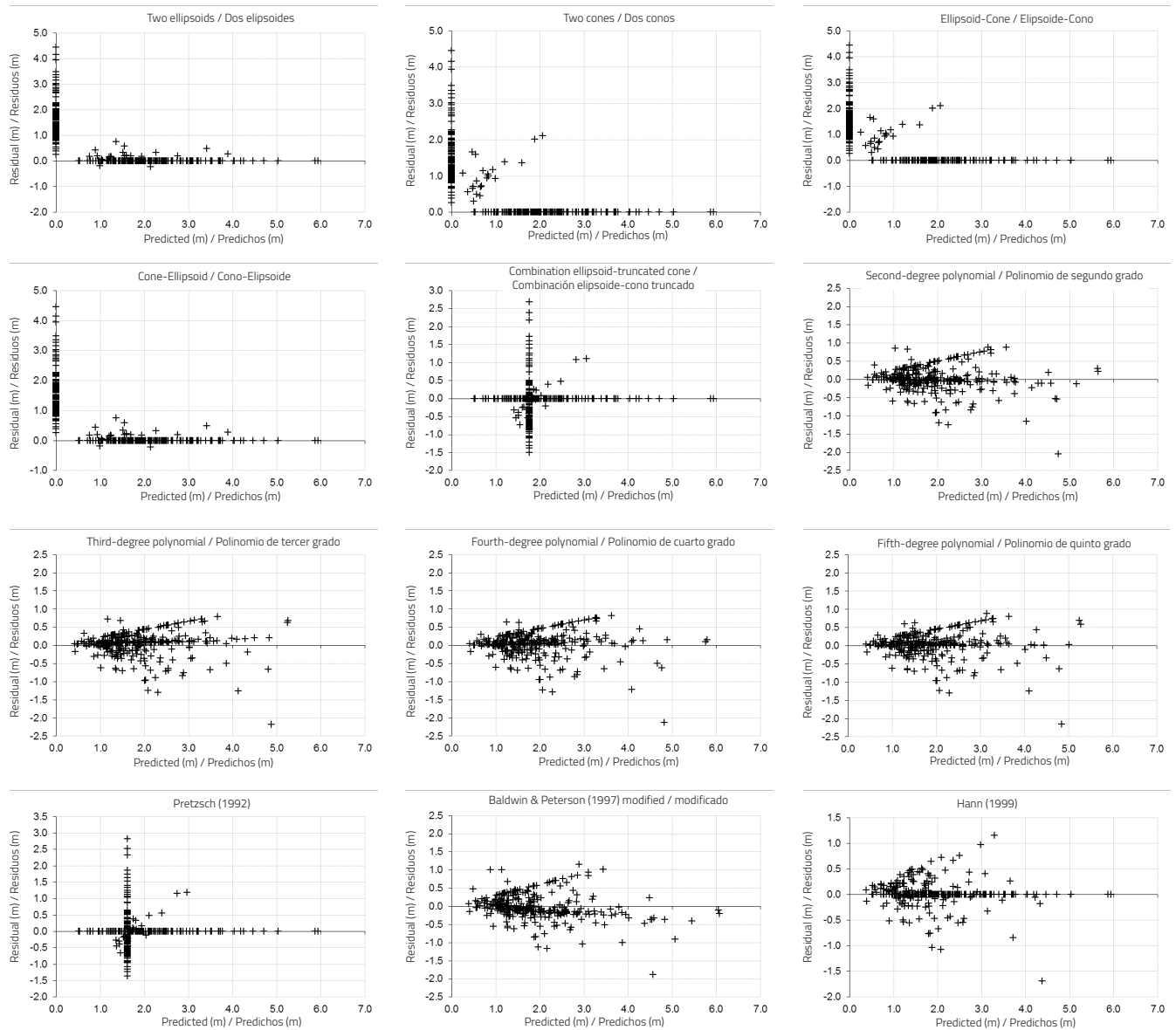


**Figure 5. Scatterplots of residual against predicted values describing the light crown radius of *Pinus cooperi*.  
 Figura 5. Gráficos de residuos frente a valores predichos que describen el radio de copa luz de *Pinus cooperi*.**

REMC value of 0.21 m. Polynomial models provided good results, accounting for about 92 % of the variability of the crown radius, with a REMC of 0.29 m, improving the values of goodness-of-fit statistics as the degree of the polynomial increased.

Figures 4, 5 and 6 show scatterplots of residual against predicted values for the radii of the entire crown,

El Cuadro 4 presenta los estadísticos de bondad del ajuste de los modelos analizados. Los modelos que mejor describieron la copa de luz fueron los modelos de Pretzsch (1992), Hann (1999), y Rautiainen y Stenberg (2005) pues explicaron más de 98 % de la variabilidad del radio de copa a diferentes alturas, con un valor REMC inferior de 0.19 m. Por otra parte, el modelo Hann (1999) presentó el mejor resultado en el ajuste de la copa de sombra ya



**Figure 6. Scatterplots of residual against predicted values describing the shaded crown radius of *Pinus cooperi*.  
 Figura 6. Gráficos de residuos frente a valores predichos de los modelos que describen el radio de copa sombra de *Pinus cooperi*.**

light crown and shaded crown of each of the models tested. The models of Baldwin and Peterson (1997), Hann (1999) and Rautiainen and Stenberg (2005), and the polynomial models showed a good residual distribution; in contrast, the ellipsoid and the cone did not show such distribution.

A criterion that could be used to choose the best model to describe the crown profile is the number of variables required. In this sense, the model that includes more variables is that less useful because it also increases the time and cost of inventory. Following this approach, the best models are the polynomial, as for application only require the full crown length and its maximum radius. All other models analyzed need three variables (total length and maximum crown radius, and distance from the maximum radius to the base of the tree).

que explicó 92 % de la variabilidad de la muestra, con un valor de REMC de 0.26 m. Finalmente, en la descripción del perfil de la copa entera, el modelo que mejores resultados proporcionó también fue el de Hann (1999), explicando 96 % de la variabilidad del radio de copa, con un valor de REMC de 0.21 m. Los modelos polinómicos aportaron buenos resultados, explicando aproximadamente 92 % de la variabilidad del radio de copa, con un REMC de 0.29 m, mejorando los valores de los estadísticos de bondad del ajuste a medida que el grado del polinomio aumentó.

Las Figuras 4, 5 y 6 muestran los gráficos de residuos frente a valores predichos para los radios de copa entera, luz y sombra de cada uno de los modelos ensayados. Los modelos de Baldwin y Peterson (1997), Hann (1999) y Rautiainen y Stenberg (2005), así como los modelos polinómicos, presentaron una distribución de residuos

Since the current height measuring devices do not require to be placed at a known distance from the tree, to take height measurements at which the maximum crown radius is reached is fast; therefore, in the case of having this kind of devices, it is advised to use the model of Hann (1999) for estimating the crown profile of *P. cooperi* in the study area. The model proposed has the advantage that varies the profile by including the slenderness ratio ( $HT/D$ ) into the equation of light crown. For example, trees that grow in denser stands will have higher coefficients of slenderness (taller and thinner trees), so the exponent of the model will be higher and the light crown will be more conical, while in the case of less dense stands, light crowns will be more parabolic. The social status of the tree also affects the shape of the crown so that the dominant trees with smaller slenderness will have more parabolic light crowns compared to trees of the lower strata. This coefficient has also been included in the crown models of other species such as *Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco in Oregon's Forests (Hann, 1999) or in pure and even-aged stands of *P. radiata* in the northwest of Spain (Crecente-Campo et al., 2009). Stand age is not part of the model, however, it indirectly affects the shape of the light crown and shaded crown as the length of the crown, the maximum radius and the height at which this is achieved varies with age.

## Conclusions

The system of equations developed from the model of Hann (1999), which includes a model for the light crown and other for the shaded crown, provided accurate estimates for both the entire crown and light crown and shaded crown of *P. cooperi* in UMAFOR 1008 (El Salto, Pueblo Nuevo, Durango). With this model it will be possible to develop competition indices to help in the selection of trees to be removed for thinning in order to optimize the individual tree growth. The results provide support silvicultural tools in data collection protocols, and to optimize the resources needed for fieldwork and further development of the set of equations of a dynamic stand model for the species studied.

*End of English version*

adecuada; en contraste, el elipsoide y el cono no presentaron dicha distribución.

Un criterio que podría utilizarse para elegir el mejor modelo para la descripción del perfil de la copa es el número de variables requeridas. En este sentido, el modelo que incluye más variables es el de menor utilidad, ya que también aumenta el tiempo y el costo del inventario. Siguiendo este criterio, los mejores modelos son los polinómicos, ya que para su aplicación solo requieren la longitud total de la copa y su radio máximo. El resto de los modelos analizados requieren tres variables (longitud total y radio máximo de la copa, y distancia desde el radio máximo hasta la base del árbol). Debido a que los aparatos actuales de medición de alturas no requieren situarse a una distancia conocida del árbol, la medición de la altura a la que se alcanza el radio máximo de copa es rápida, por tanto, en el caso de contar con aparatos se aconseja emplear el modelo de Hann (1999) para la estimación del perfil de copa de *P. cooperi* en el área de estudio. El modelo propuesto tiene la ventaja de que el perfil varía al incluir el coeficiente de esbeltez ( $HT/D$ ) en la ecuación de la copa de luz. Así, por ejemplo, los árboles que crecen en masas más densas tendrán mayores coeficientes de esbeltez (árboles más altos y delgados), por lo que el exponente del modelo será mayor y las copas de luz serán más cónicas; mientras que en masas menos densas, las copas de luz serán más parabólicas. El estatus social del árbol también afecta la forma de las copas, de modo que los árboles dominantes con menor coeficiente de esbeltez tendrán copas de luz más parabólicas que los árboles de los estratos inferiores. Este coeficiente también ha sido incluido en los modelos de copa de otras especies como *Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco en bosques de Oregon (Hann, 1999) o en rodales puros y regulares de *P. radiata* en el noroeste de España (Crecente-Campo et al., 2009). La edad del rodal no forma parte del modelo aunque afecta indirectamente la forma de las copas de luz y de sombra pues la longitud de copa, el radio máximo y la altura a la que este se alcanza varían con la edad.

## Conclusiones

El sistema de ecuaciones desarrollado a partir del modelo de Hann (1999), que incluye un modelo para la copa de luz y otro para la copa de sombra, proporcionó estimaciones precisas tanto para la copa entera como para la parte de luz y sombra de *P. cooperi* en la UMAFOR 1008 (Región El Salto, Pueblo Nuevo, Durango). Con este modelo será posible el desarrollo de índices de competencia que ayuden en la selección de árboles a extraer en un aclareo, con el fin de optimizar el crecimiento a nivel de árbol individual. Los resultados proporcionan herramientas silvícolas de apoyo en los protocolos de toma de datos, ya que optimizan los recursos necesarios para el trabajo de campo y posterior desarrollo del conjunto de ecuaciones de un modelo dinámico de masa para la especie estudiada.

*Fin de la versión en español*

## References / Referencias

- Arias, D. (2005). Morfometría del árbol en plantaciones forestales tropicales. *Kurú: Revista Forestal*, 2(5), 2–11. Obtenido de <http://revistas.tec.ac.cr/index.php/kuru/article/view/543>
- Baldwin, C. V. Jr., & Peterson, K. D. (1997). Predicting the crown shape of loblolly pine trees. *Canadian Journal of Forest Research*, 27, 102–107. doi: 10.1139/x96-100
- Biging, G. S., & Wensel, L. C. (1990). Estimation of crown form for six conifer species of northern California. *Canadian Journal of Forest Research*, 20, 1137–1142. doi: 10.1139/x90-151
- Crecente-Campo, F., Álvarez-González, J. G., Castedo-Dorado, F., Gómez-García, E., & Diéguez-Aranda, U. (2013). Development of crown profile models for *Pinus pinaster* Ait. and *Pinus sylvestris* L. in northwestern Spain. *Forestry*, 86, 481–491. doi:10.1093/forestry/cpt019
- Crecente-Campo, F., Amigo-López, F., Álvarez-González, J., & Diéguez-Aranda, U. (2007). Elaboración de un modelo de perfil de copa para *Pinus radiata* D. Don en Galicia. *Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales*, 23, 159–165. Obtenido de [http://secforestales.org/publicaciones/index.php/cuadernos\\_secf/article/viewFile/9619/9537](http://secforestales.org/publicaciones/index.php/cuadernos_secf/article/viewFile/9619/9537)
- Crecente-Campo, F., Marshall, P., LeMay, V., & Diéguez-Aranda, U. (2009). A crown profile model for *Pinus radiata* D. Don in northwestern Spain. *Forest Ecology and Management*, 257, 2370–2379. doi: 10.1016/j.foreco.2009.03.038
- Draper, N. R., & Smith, H. (1981). *Applied regression analysis*. New York, USA: John Wiley & Sons.
- Durlo, D. M. (2001). Relações morfológicas para *Cabralea canjerana* (Well.) Mart. *Ciência Florestal, Santa Maria*, 11(1), 141–149. Obtenido de <http://coral.ufsm.br/cienciaflorestal/artigos/v11n1/art12v11n1.pdf>
- Durlo, D. M., & Denardi, L. (1998). Morfometría de *Cabralea canjerana*, em mata Secundaria nativa do Rio Grande do Sul. *Ciência Florestal, Santa Maria*, 8(1), 55–66. Obtenido de <http://coral.ufsm.br/cienciaflorestal/artigos/v8n1/art6v8n1.pdf>
- Durlo, A. M., Jaques, S. F., & Denardi, L. (2004). Modelagem da copa de *Cebrela fissilis* Vellozo. *Ciência Florestal, Santa Maria*, 2(14), 79–89. Obtenido de <http://cascavel.ufsm.br/revistas/ojs-2.2.2/index.php/cienciaflorestal/article/view/1808/1072>
- Environmental Systems Research Institute (ESRI Inc.). (2002). ArcView 3.3. Redlands, CA, USA: Author.
- Gadow, K. v., Sánchez, O. S., & Álvarez, G. J. G. (2007). *Estructura y crecimiento del bosque*. Obtenido de [http://www.usc.es/uxfs/IMG/pdf/Estructura\\_y\\_crecimiento\\_del\\_bosque1-2.pdf](http://www.usc.es/uxfs/IMG/pdf/Estructura_y_crecimiento_del_bosque1-2.pdf)
- García, M. E. (1981). *Modificaciones al sistema de clasificación climática de Köppen* (4ª ed.). México: Instituto de Geografía, Universidad Nacional Autónoma de México.
- González-Elizondo, M. S., González-Elizondo, M., Tena-Flores, J. A., Ruacho-González, L., & López-Enríquez, L. (2012). Vegetación de la Sierra Madre Occidental, México: Una síntesis. *Acta Botánica Mexicana*, 100, 351–403. Obtenido de [http://www1.inecol.edu.mx/abm/resumenes/Acta100\(351-404\).pdf](http://www1.inecol.edu.mx/abm/resumenes/Acta100(351-404).pdf)
- Grace, J. C., Jarvis, P. G., & Norman, J. M. (1987). Modelling the interception of solar radiant energy in intensively managed stands. *New Zealand Journal of Forestry Science*, 17, 193–209. Obtenido de [http://www.scionresearch.com/\\_data/assets/pdf\\_file/0009/30600/NZJFS172-31987GRACE193\\_209.pdf](http://www.scionresearch.com/_data/assets/pdf_file/0009/30600/NZJFS172-31987GRACE193_209.pdf)
- Hann, D. W. (1999). An adjustable predictor of crown profile for stand-grown Douglas-fir trees. *Forest Science*, 45, 217–225. Obtenido de [https://www.researchgate.net/publication/233653527\\_An\\_Adjustable\\_Predictor\\_of\\_Crown\\_Profile\\_for\\_Stand-Grown\\_Douglas-Fir\\_Trees](https://www.researchgate.net/publication/233653527_An_Adjustable_Predictor_of_Crown_Profile_for_Stand-Grown_Douglas-Fir_Trees)
- Hartley, H. O. (1961). The modified Gauss-Newton method for the fitting of nonlinear regression functions by least squares. *Technometrics*, 3, 269–280. doi: 10.1080/00401706.1961.10489945
- Hussein, K. A., Albert, M., & Gadow, K. v. (2000). The crown window—a simple device for measuring tree crowns. *Forstwissenschaftliches Centralblatt*, 119, 43–50. doi: 10.1007/BF02769125
- Maguire, D. A., & Hann, D. W. (1989). The relationship between gross crown dimensions and sapwood area at crown base in Douglas-fir. *Canadian Journal of Forest Research*, 19, 557–565. doi: 10.1139/x89-088
- Marshall, D. D., Johnson, G. P., & Hann, D. W. (2003). Crown profile equations for stand grown western hemlock trees in northwestern Oregon. *Canadian Journal of Forest Research*, 33, 2059–2066. doi: 10.1139/x03-126
- Martín-García, J., Diez, J. J., & Jactel, H. (2009). Towards standardised crown condition assessment in poplar plantations. *Annals of Forest Science*, 66(3), 308. doi: 10.1051/forest/2009006
- Mawson, J. C., Thomas, J. W., & Degraaf, R. M. (1976). *Program HTVOL: The determination of tree crown volume by layers*. USA: U. S. Department of Agriculture, Forest Service, Northeastern Forest Experiment Station. Obtenido de [http://www.fs.fed.us/ne/newtown\\_square/publications/research\\_papers/pdfs/scanned/OCR/ne\\_rp354.pdf](http://www.fs.fed.us/ne/newtown_square/publications/research_papers/pdfs/scanned/OCR/ne_rp354.pdf)
- Nájera-Luna, J. A., & Hernández-Hernández, E. (2008). Relaciones morfológicas de un bosque coetáneo de la región de El Salto, Durango. *Ra Ximhai*, 4(1), 69–81. Obtenido de <http://revistas.unam.mx/index.php/rxm/article/view/6956/6464>
- Pretzsch, H. (1992). Konzeption und konstruktion von wuchsmodellen für rein- und mischbestände. *Forstliche Forschungsberichte München*, 115. Obtenido de <http://waldwachstum.wzw.tum.de/fileadmin/publications/336.pdf>
- Rautiainen, M., & Stenberg, P. (2005). Simplified tree crown model using standard forest mensuration data for Scots pine. *Agricultural Forest Meteorology*, 128, 123–129. doi: 10.1016/j.agrformet.2004.09.002
- Ryan, T. P. (1997). *Modern regression methods*. New York, USA: John Wiley & Sons.
- Smith, W. R. (1990). The static geometric modelling of three-dimensional crown competition. In Dixon R. K. (Ed.), *Process modelling of forest growth responses to environmental stress* (pp. 294–302). USA: Timber Press.
- Statistical Analysis System (SAS Institute Inc.) (2004). *SAS/STAT 9.1 User's Guide*. Cary, NC, USA: Author.