



Trabajo de grado en modalidad de aplicación

Implementación de una metaheurística para la solución de la red de tránsito en el caso de transporte masivo de Bogotá.

María Camila Ávila Motta ^{a,c}, Verónica Calle Hoyos ^{a,c}, Juan Felipe González Sanmiguel ^{a,c}, Alejandro Rojas Carranza ^{a,c}

Nicolás Rincón García ^{b,c},

^aEstudiante de Ingeniería Industrial

^bProfesor, Director del Proyecto de Grado, Departamento de Ingeniería Industrial

^cPontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia

Resumen

Public transportation is a fundamental part of the structure of large cities and is important for their development and growth. Therefore, it must align with development expansion objectives and must respond to public service demands. One of the most significant aspects of its design is the design of routes and transit networks known as TNDP (Transit Network Design Problem). The multiobjectives of these designs provide efficient solutions as they seek to determine an ideal combination between routes and frequencies that maximizes quality for all people involved, both, users and entities responsible for the design and operation of the system. The current document focuses on a previous situation in which a heuristic standpoint was implemented. An application was designed in Python that looked for a set of initial routes which satisfied the demand between all the pairs of possible nodes and connections admitted by the system. In addition, the demands were met with direct trips or with a maximum transfer-for this, time and demands between nodes were needed as input data. This approach also calculated the respective frequencies of each of the routes that are given in buses per minute. Once the previous results were obtained, the objective functions were calculated. The first calculated the total time of the users in the system and the second the number of buses needed to satisfy the demand. Based on the routes and initial frequencies, the LNS (Large neighborhood Search) metaheuristic approach was implemented. An application was designed in VBA (Visual Basic for Applications), which aims for competitive solutions through the change of neighborhood iteratively, something proposed by Shaw (Pisinger, Røpke, 2010) and is defined implicitly by a method of destruction and repair; the destruction method destroys parts of the initial solution and the method of repair constructs what is destroyed. With this solution it was possible to improve the results obtained by others, thus demonstrating that the LNS metaheuristic approach seeks competitive solutions. Moreover, with all the design restrictions that included a minimum and a maximum of frequencies, a maximum one transshipment, the demand was satisfied and additionally, a maximum percentage of demand satisfied with direct trips. Once the design was applied to the situation of the literature, it was applied to the case of public transportation in the city of Bogotá with the Transmilenio. In order to obtain the input data, we analyzed mobility surveys from 2015 which allowed us to estimate the demand during three points of the day: morning, afternoon and evening, and Google Maps was used to obtain the times between stations. In this case, the previously mentioned restrictions were continued, and a new restriction was added for the heterogeneous fleet, which decided whether the route used biarticulated or articulated buses. This restriction is governed by the biarticulated and articulated buses that the system has in the news. In order to compare our proposed routes with their respective frequencies and bus type, the application was run with the routes currently handled by the Transmilenio system with their respective frequencies and bus type. As in the case of the previous situations, the objective functions of the Transmilenio were improved. Using the same structure of bi-articulated buses used for the current system the total time lost by users was reduced.

Palabras clave: TNDP, rutas, frecuencias, transporte masivo.

1. **Justificación y planteamiento del problema**

Un ámbito fundamental en el desarrollo de una ciudad es su sistema de transporte público ya que influye en el aspecto político, socioeconómico y físico. Dicho sistema tiene un rol importante dado que debe responder a las nuevas exigencias de la demanda por el crecimiento de las poblaciones y las expansiones urbanas. Desde años atrás, se ha generado una crisis en el servicio masivo debido a factores como: las congestiones y el aumento del tráfico, la preferencia por otros sistemas de transporte y el tiempo promedio de desplazamiento, consecuencia de una mayor motorización impulsada por el crecimiento económico y el libre comercio. En este contexto, lo que se ha hecho es tomar nuevas medidas para mejorar el servicio de transporte y seguir respondiendo a la demanda de las grandes ciudades (Figuerola, 2005).

En Bogotá, se evidencia que los problemas de congestión se deben al desequilibrio que ha adquirido el desarrollo de la ciudad en cuanto a la localización de los centros de actividad laboral. La tendencia a planear las rutas del transporte masivo en función de los viajes crea la necesidad de concentrar los orígenes y destinos de estos viajes en las mismas zonas, teniendo así una mayor densidad en estos puntos (Silva, 2010).

Adicionalmente, con el crecimiento de la actividad edificadora en municipios aledaños a Bogotá, se desarrolló una alta demanda del servicio intermunicipal que ha superado las expectativas del sistema masivo en horas pico, puesto que las instalaciones del sistema no dan abasto para la densidad que se presenta en horas de la mañana y de la noche. El sistema masivo se ha convertido en una única opción para estas personas que se encuentran viviendo en los 17 municipios aledaños a Bogotá (Silva, 2010).

En la ciudad de Bogotá para el año 2000 se implementó un sistema de buses rápidos siguiendo la tendencia que estaba surgiendo en Latinoamérica de instaurar los BRT (Bus Rapid Transit) en las grandes ciudades. Dicho sistema tiene por nombre Transmilenio el cual al momento de inauguración fue altamente aceptado, ya que transportaba gran cantidad de personas a comparación de otros sistemas de transporte público anteriores (Pardo, 2009). Como consecuencia, se constituyó como el principal medio de transporte público de la ciudad.

Inicialmente se contaba con 84 km de vías y el sistema transportaba 1.400.000 pasajeros diarios. Con el crecimiento de la población y la expansión de la ciudad, en sus 18 años de funcionamiento se han construido ya 114 km exclusivos para el sistema. Se tienen actualmente 139 paraderos y se transportan en promedio 1.974.853 personas a diario (Transmilenio S.A, 2018). Como consecuencia del aumento de la demanda, Transmilenio necesita estudios de reingeniería para mejorar la calidad de las rutas que se encuentran en operación, más claras y adaptadas a lo que necesitan los usuarios; aumentar la regularidad de éstas y disminuir el tiempo de trayecto (Transmilenio S.A, 2017).

Entre 2011 y 2015 Transmilenio tuvo un incremento de 682.576 viajes por día, mientras que el tiempo de viaje promedio subió de 46 minutos a 77.8 minutos. Este fenómeno se explica en su mayoría a dos razones; la primera, las rutas estaban diseñadas para una demanda calculada en años posteriores a 2010 y no han tenido la suficiente actualización de acuerdo con el comportamiento de los usuarios, la segunda es que para cubrir la demanda se incrementó el número de buses transitando en horas pico, lo cual saturó las vías exclusivas del sistema, pues estaban diseñadas para un flujo menor. El reflejo de esta situación es el aumento de los tiempos de transporte causados por los estancamientos que se ocasionan en las estaciones, semáforos y cruces por el alto flujo vehicular. Por otro lado, los usuarios se percatan de estos cambios y lo reflejan en la percepción de la calidad del servicio (Cómovamos, 2019).

Año a año la encuesta de percepción ciudadana arroja resultados muy similares y siempre enfocados a los mismos ítems. En 2011 el porcentaje de satisfacción de los usuarios de Transmilenio era de tan solo el 33%, cifra sigue bajando drásticamente ya que en el año 2015 se obtuvo un 19% de satisfacción y además el 59% de los usuarios manifestó que el servicio había empeorado. En la última encuesta de percepción ciudadana realizada en 2018 el 61% de los usuarios manifestaron que el tiempo de viaje ha aumentado, mientras que el porcentaje de satisfacción de los usuarios cae de un 19% a un preocupante 13% (Cómovamos, 2019).

Los usuarios de Bogotá tienen una serie de expectativas respecto al transporte público masivo que se muestran a continuación (Rincón, Navarro, Alvarado, Aguirre, Salazar, 2016):



Ilustración 1, expectativas de los usuarios, (Rincón García, N., Navarro Gómez, D. L., Alvarado Valencia, J. A., Aguirre Mayorga, H. S., & Salazar Arrieta, F. 2016).

En este contexto, parte de la planeación de un transporte masivo de calidad se debe enfocar en el diseño de las rutas ya que dentro de este diseño se contemplan dos de las expectativas con porcentajes más altos (rapidez y comodidad), si se tienen rutas eficientes con una frecuencia adecuada, los tiempos de transporte se disminuirán y además se logrará satisfacer toda la demanda sin sobrepasar la capacidad de los buses, haciendo que el usuario perciba comodidad al momento de usar el transporte masivo.

El TNDP da una solución eficiente a la planeación del diseño de rutas planteado anteriormente, ya que busca encontrar una combinación ideal entre rutas y frecuencias que maximice la calidad para todos los actores involucrados, tanto usuarios como entidades responsables del diseño y operación del sistema (Konstantinos Kepaptsoglou, and Matthew Karlaftis, 2009).

A partir de estos planteamientos y con el fin de dar una alternativa al diseño de redes de tránsito eficiente para el sistema de transporte masivo de la ciudad de Bogotá, se implementó una metaheurística que generó alternativas de recorridos y frecuencias buscando mejorar las principales variables, como son los tiempos de espera y de viaje del usuario, utilizando máximo la cantidad de buses articulados y biarticulados de la flota actual del Transmilenio. En conclusión, la investigación realizada respondió la siguiente pregunta: *¿Cómo disminuir los tiempos de viaje de los usuarios en el sistema, resolviendo el problema de diseño de redes de tránsito en el sistema de transporte masivo de Bogotá por medio de una metaheurística?*

2. Antecedentes

El problema de diseño de redes de tránsito ha sido tratado por varios autores y aplicado a diferentes situaciones, la solución de este busca mejorar los sistemas de transporte masivo en las ciudades y se han utilizado distintos métodos para dar una buena solución. Se han desarrollado metaheurísticas como Genético, Tabú, Algoritmo Recocido Simulado, Colonia de abeja, Hub and Spoke y Algoritmo Genético con Elitismo. Con base en los planteamientos Garzón, González, Pérez (2017) el diseño de redes de tránsito debe ser tratado como un problema multiobjetivo, teniendo en cuenta que tanto el usuario como el sistema no van a tener las mismas metas.

Por la naturaleza del problema y su complejidad se vuelve necesaria la implementación de una metaheurística. En 1998, Pattnaik, Mohan, Tom (1998) propusieron el diseño de una red de tránsito aplicada en Estados Unidos. La metaheurística usada fue un algoritmo genético, el cual proporcionó una solución eficiente. Los autores desarrollaron dos tipos de algoritmos genéticos con el objetivo de ver sus soluciones y compararlas. Los algoritmos usados fueron códigos de cadena fija y de cadena variable: el código de cadena fija resultó ser más

fácil en su desarrollo, en cuanto a la complejidad del código, además, propone una mejor solución; sin embargo, requiere una mayor capacidad computacional.

La mayoría de los casos realizados, como el caso de Garzón, González, Pérez (2017), se han manejado asumiendo una demanda constante de pasajeros en el sistema de transporte masivo, lo que aleja de la realidad el modelo y los métodos de solución empleados. Por ejemplo, en un estudio en Estados Unidos que buscaba maximizar el número de pasajeros satisfechos y minimizar el número total de transbordos y el tiempo total de viaje de los pasajeros, no tenía en cuenta el número de vehículos. Esto impedía el análisis de los vehículos que debían utilizarse para dar una solución al algoritmo planteado (Bee Colony Optimization-BCO) por Milos Nikolic, Dusan Teodorovic, (2013).

Por otro lado, estos estudios se desarrollan basándose en supuestos que facilitan el análisis de los datos obtenidos. Una opción de mejora que continuamente se observa en los artículos de investigación, es la utilización de los resultados obtenidos para continuar con un análisis mediante el uso de técnicas de toma de decisiones multicriterio. Esto puede afectar el resultado, ya que el usuario tiene la opción de decidir si quiere tomar el bus que acaba de llegar o esperar al siguiente; más conocido como libre albedrío. También se observa que tiene referencias a la hora de escoger su ruta o los transbordos que desea hacer, no siempre será la más corta en tiempo como dicen los supuestos (Milos Nikolic, Dusan Teodorovic, 2013).

Asimismo, existen aspectos del sistema real de tipo idiosincrático, que se escapan de las características estándar de los métodos utilizados en estos estudios (Lang Fan, Christine L. Mumford, 2008). Algunos de estos son los colados en el sistema masivo de Bogotá. En este sentido, Transmilenio, aunque cuenta con varias medidas de seguridad y campañas sociales o cívicas, sigue teniendo el problema de que los usuarios encuentren la forma de utilizar este servicio sin pagar. Además, la infraestructura de las estaciones y los transbordos son otros aspectos que dificultan el correcto análisis de los resultados obtenidos en los estudios de problemas de red de transporte.

El problema de diseño de redes ha sido tratado por varios países y autores, en 2005 la Universidad Nacional de Manizales, realizó un estudio en Colombia, cuyo mayor problema detectado fue la falta de trabajo investigativo en el área de transporte público del país. El proceso que se realiza para la planeación de rutas es un modelo manual que resulta poco preciso y complejo de aplicar en la realidad diaria Quintero, (2005). Pretende resolver el caso en forma del algoritmo genético híbrido y lograr dar una posible solución para el transporte público masivo de forma tradicional, que, si bien puede dar un punto de partida para el presente estudio, se deben considerar las diferencias que existen entre estos sistemas de transporte y las particularidades del Transmilenio.

Con el propósito de lograr resolver de una manera eficiente el problema de diseño de redes, el uso del algoritmo de búsqueda tabú también ha sido implementado, así lo muestra el estudio de Wei Fan, Randy B. Machemehl B (2006), que se realizó usando una distribución de nodos aleatorios. La solución propuesta por estos autores consiste en tres etapas: la generación de todas las rutas factibles que se puedan incorporar en el programa; el análisis de las rutas para la asignación de los viajes, la frecuencia de los buses y una depuración en el programa y una búsqueda Tabú entre todas las soluciones posibles.

El modelo de optimización propuesto para este proyecto de TNDP está basado en el ya existente de Mauttone (2015) que a su vez toma la formulación de las funciones objetivo y algunas restricciones de Baaj y Mahmassani (1991) y la característica multiobjetivo de Israeli y Ceder (1993), para finalmente resolver el problema por medio de la metaheurística Grasp. En este trabajo se aplicó la metaheurística LNS (Large Neighborhood Search, por sus siglas en inglés) utilizada en la resolución de problemas de redes de tránsito y se agregan restricciones que no están presentes en las formulaciones originales como la flota heterogénea para lograr una adaptación del modelo al sistema de transporte masivo de Bogotá, Transmilenio.

3. Objetivos

Implementar una metaheurística para la solución del problema de diseño de redes de tránsito, teniendo en cuenta el caso de estudio de Bogotá.

- Analizar el uso del BRT de Bogotá a partir de la encuesta de movilidad del 2015.
- Implementar una metaheurística para el problema de diseño de redes de tránsito.
- Evaluar la calidad de la metaheurística propuesta mediante la comparación de resultados con instancias presentadas en la literatura.
- Analizar el uso de la implementación de la metaheurística para el *problema de diseño de redes de tránsito* en el caso de Bogotá.

3.1 Declaración de diseño

Implementación de una metaheurística para el problema de diseño de redes de tránsito para el caso del transporte masivo de la ciudad de Bogotá.

3.2 Requerimientos esperados de diseño

Se espera obtener resultados de la metaheurística propuesta de igual o mejor calidad respecto a los resultados obtenidos con una metaheurística anteriormente desarrollada para el mismo problema.

3.3 Restricciones de diseño (Factibilidad)

- Multicriterio: Los usuarios del sistema cada día se enfrentan a diferentes tomas de decisiones en lo que compete al transporte, así que las demandas pronosticadas pueden variar dependiendo de lo que el usuario decida diariamente, el cual se ve contemplado por el modelo estocástico, pero para la simplificación del problema se dará solución para el modelo determinístico.
- Colados: No se puede estimar una demanda real debido a los agentes externos.
- Variabilidad en el tiempo de desplazamiento de los buses: No se tiene en cuenta el estado de las vías segregadas del sistema que afectan a la velocidad de los buses, para el caso se asumirá una velocidad constante.
- Estructura de las estaciones: No se tiene en cuenta la capacidad de las estaciones y se asume que todos los usuarios que llegan pueden entrar, tampoco se tiene en cuenta si las estaciones están adecuadas para buses articulados y/o biarticulados.

3.4 Normas y estándares (Buenas prácticas)

Para el análisis y solución, se usará la norma y estándar ISO 13053 (2011) la cual estandariza la metodología DMAIC. Se contempla con esta metodología la mejora continua de los procesos y se compone de cinco etapas, a saber: definir, medir, analizar, mejorar y controlar (Prieto, 2016).

4. Cuerpo del documento

A continuación, se explicará el desarrollo de cada uno de los cuatro objetivos específicos por separado:

4.1 Analizar el uso del BRT de Bogotá a partir de la encuesta de movilidad del 2015

Con la encuesta de movilidad del 2015 se pretende obtener información de calidad que permita el desarrollo de los demás objetivos, teniendo en cuenta las restricciones y diferentes variables que pueden estar en juego en los documentos y estudios que posee la alcaldía acerca del comportamiento del BRT y sus usuarios. Todo esto con el fin de tener unas demandas estimadas acerca de los viajes que realizan los habitantes de Bogotá entre los diferentes portales y estaciones del sistema.

Descripción

En la ciudad de Bogotá el sistema integrado de transporte está conformado por cuatro tipos de servicio, el Zonal, que se refiere al llamado SITP, las fases I, II y III del BRT (Transmilenio), el sistema de buses duales y

por último el Cable. La demanda total de los sistemas pertenece en gran parte al componente del SITP y del BRT los cuales tienen respectivamente un 39% y 57% del total registrado.

Durante los años 2005 y 2011 se realizaron las primeras encuestas de movilidad las cuales han reflejado aspectos claves sobre la situación actual de la ciudad. Basado en esos estudios, llega la última encuesta de movilidad realizada en 2015 y actualmente se realiza la encuesta de movilidad 2019 que se espera salga a finales del segundo semestre de este año. Dicha encuesta es el instrumento que usa la secretaría distrital para evaluar la movilidad de la ciudad y sus 17 municipios aledaños. Para el presente estudio se utilizará únicamente el principal sistema de transporte usado por los habitantes de Bogotá, Transmilenio, el cual es el único BRT que existe en la capital.

En la actualidad, el sistema de Transmilenio cuenta con 9 portales y 143 estaciones regulares, todas estas distribuidas a lo largo de 12 corredores en servicio que suman una cobertura total de 114,4 kilómetros, y más de 13 millones de kilómetros recorridos por mes. En la ilustración 2 se muestra el mapa de las rutas que componen el sistema de Transmilenio.



Ilustración 2, Mapa general de las rutas

del sistema Transmilenio (Transmilenio S.A, 2019)

Transmilenio presta el servicio a sus usuarios de 4:30 a.m. a 11:00 p.m., sin embargo, el día está dividido en dos momentos llamados hora pico y hora valle. En la hora pico la demanda presenta alta afluencia de usuarios, este horario es de 6 a.m. a 8:30 a.m. y de 4:30 p.m. a 7:30 p.m. y la hora valle se presenta en el complemento de las anteriores horas. En la ilustración 3, se puede observar la gráfica de la demanda promedio del mes de abril de 2019 los picos y los valles.

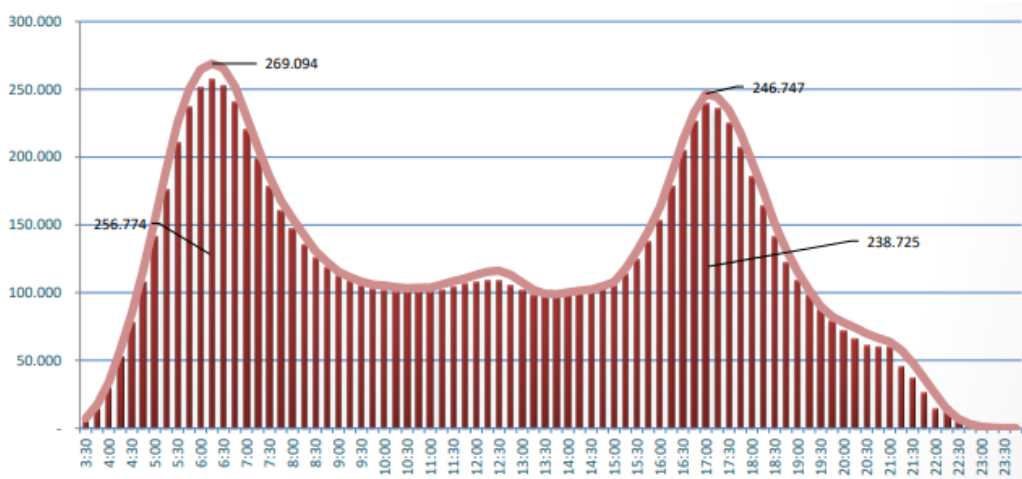
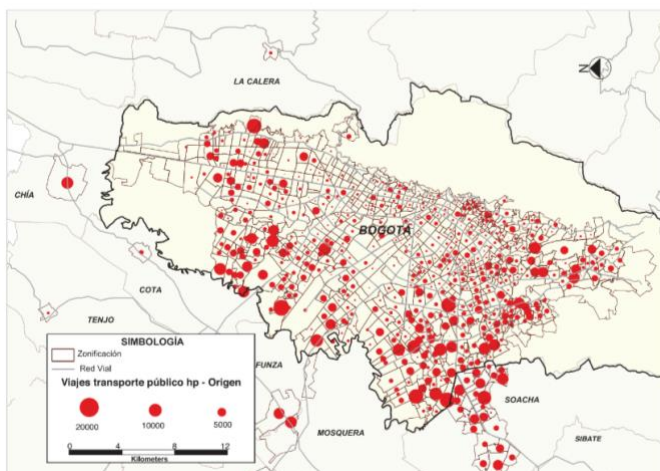


Ilustración 3 Picos y valles de la demanda promedio de Transmilenio en abril de 2019 (Transmilenio S.A, 2019)

Los usuarios durante el transcurso del día presentan un patrón homogéneo distribuido por toda la ciudad entre el origen y el destino del viaje, mientras que en horas pico se logra evidenciar puntos en la ciudad específicos tanto para origen como para destino, tal como se puede observar en las siguientes imágenes:

VIAJE TRANSPORTE PÚBLICO HORA PICO - ORIGEN



VIAJES TRANSPORTE PÚBLICO HORA PICO - DESTINO

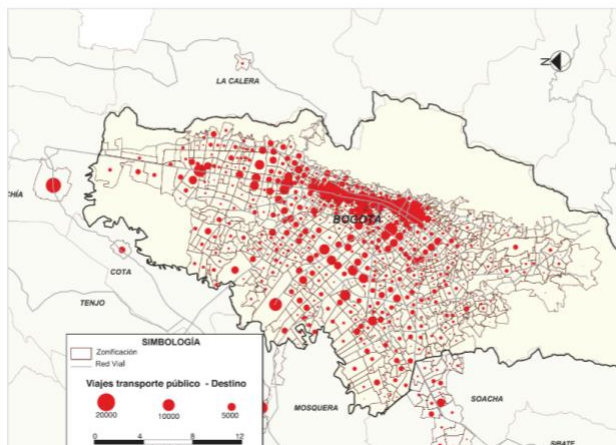


Ilustración 4 Viaje transporte público hora pico origen – destino (Encuesta de movilidad 2015)

Para suplir esta demanda la flota actual de Transmilenio cuenta con un total de 1572 buses articulados y 406 biarticulados, sin embargo, el porcentaje de utilización de los buses cambia mes a mes dependiendo de la disponibilidad de estos. La razón por la cual existe una gran diferencia entre articulados y biarticulados es porque aún no se ha hecho un proceso completo de renovación de la flota y se tienen puntos de retorno no aptos para los buses biarticulados. (Transmilenio S.A, 2018)

Con el fin de entender a más detalle el comportamiento de la demanda en el sistema Transmilenio se analizaron los datos que se presentan en las encuestas de movilidad y otros informes.

Construcción

Para el análisis de los datos suministrados por la encuesta de movilidad se diseñó un programa que procesa las coordenadas de origen y destino de cada usuario con la finalidad de encontrar las estaciones de Transmilenio más cercanas que puede estar utilizando el usuario para el inicio y fin de su trayecto Anexo 1 (ilustración 5). La distancia entre los puntos de la superficie terrestre se obtuvo a partir de la siguiente fórmula:

$$d = 2r \arcsin\left(\sqrt{\sin^2\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right) + \cos(\phi_1) \cos(\phi_2) \sin^2\left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2}\right)}\right)$$

Ecuación 1 Formula Harvesine

Donde ϕ_1 , ϕ_2 y λ_1 , λ_2 se refieren a la latitud y a la longitud, expresadas ambas en radianes, de los puntos 1 y 2 respectivamente y r corresponde al radio terrestre (Ecuatorial 6378.1 km, Polar 6356.8 km, Medio 6371.0 km).

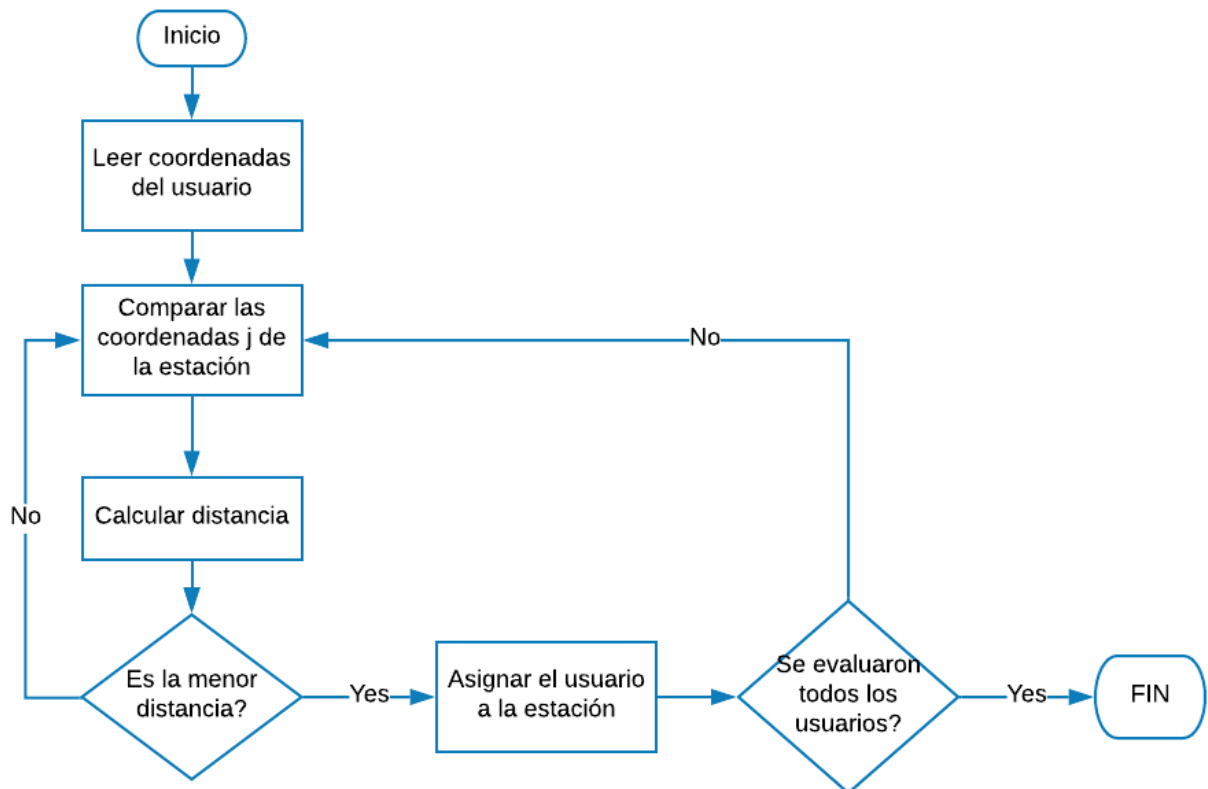


Ilustración 5 Flujoograma VBA matriz OD (Elaboración propia 2019)

Luego de obtener las estaciones que utilizan los usuarios encuestados se continuó con la elaboración de la matriz de porcentajes, la cual indica la cantidad de usuarios que empiezan su trayecto en la estación (i) y lo terminan en la estación (j), siendo esta la combinación de las 148 estaciones de Transmilenio.

Con un tamaño de muestra calculado para el estudio de 28.025 encuestas con un nivel de confianza del 95% y un margen de error del 0.73% para toda el área de estudio, se afirmará que los datos obtenidos reflejan, con la mayor precisión posible, a un grupo más grande siendo una muestra representativa a la población objetivo (Ilustración 5). Se continuó con el desarrollo de la matriz total de demandas, la cual será utilizada como dato de entrada para la herramienta de diseño de rutas junto con los nodos y arcos del Transmilenio. Esta matriz se obtuvo gracias a los datos estimados de origen y destino de cada estación (Datos confidenciales anonimizados) y la matriz de porcentajes hallada anteriormente y para tener una solución multiobjetivo se debe dividir la matriz de demandas en valle mañana (4:00am – 5:59am), pico mañana (6:00am – 8:29am), valle mañatarde (8:30am – 16:29pm), pico tarde (16:30pm - 19:29pm) y valle noche (19:30pm – 23:59pm) Anexo 1.

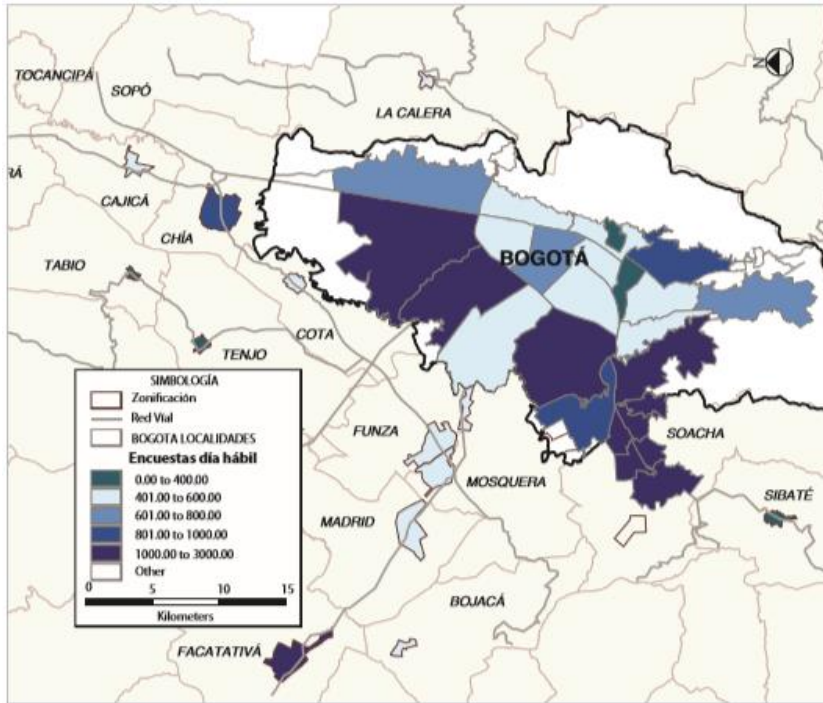


Ilustración 6 Muestra encuesta movilidad 2015 (Encuesta de movilidad, 2015)

Teniendo el análisis de la encuesta de movilidad del 2015 y las demandas totales de la estación (i) a la estación (j) se continuó con la solución de los siguientes objetivos.

4.2 Implementar una metaheurística para el problema de diseño de redes de tránsito

Se diseñó una herramienta para el diseño de rutas con base en un delineamiento heurístico, y otra herramienta que asigna las frecuencias a cada una de las rutas, realiza un modelo de asignación e implementa la metaheurística LNS para mejorar la solución inicial. La herramienta de diseño de rutas se realizó en Python la cual arrojó unas rutas iniciales, este aplicativo se realizó en este lenguaje de programación debido a la densidad que requería el algoritmo en otros lenguajes. Sin embargo, la herramienta que asigna frecuencias y realiza el modelo de asignación e implementa la metaheurística, se diseñó en Visual Basic, debido a que la lectura de datos de entrada y salida son de más fácil comprensión para cualquier tipo de persona o empresa, además de la cobertura que tiene Visual Basic en términos de disponibilidad para el usuario donde programar o modificar en este lenguaje se vuelve más práctico dada la facilidad de acceder a Excel, en contra parte de instalar un entorno que procese Python.

El problema de redes de tránsito consiste en que a partir de un grafo G compuesto por diferentes nodos y arcos se da una solución S que consiste en un conjunto de rutas factibles con sus respectivas frecuencias para

satisfacer la demanda con máximo un transbordo, además busca minimizar sus dos objetivos que son el tiempo en el sistema por usuario y la cantidad de buses que están en operación.

Formulación modelo propuesto

Para el problema de diseño de redes de tránsito inicialmente se tomó un modelo de optimización propuesto anteriormente (Mauttone, 2005), éste se basa fuertemente en modelos existentes propuestos por Baaj y Mahmassani e Israeli y Ceder (Mauttone, 2005), de los primeros se toma la formulación de las funciones objetivo y algunas restricciones y de los segundos la característica multiobjetivo. A continuación, se detalla el modelo:

$$\text{Min } Z_1 = \sum_{i,j \in [1..n]} D_{ij} * (tv_{ij} + te_{ij} + tt_{ij})$$

Ecuación 2 Función objetivo 1

$$\text{Min } Z_2 = \sum_{r \in R} f_k * t_k$$

Ecuación 3 Función objetivo 2

Restricciones

$$D_0 \geq D_{0min} \in [0,1]$$

Ecuación 4

$$D_{01} \geq D_{01min} \in [0,1]$$

Ecuación 5

$$f_{min} \leq f_k \leq f_{max} \in \mathbb{R}^+ \forall r_k \in R$$

Ecuación 6

$$R \subseteq \Omega$$

Ecuación 7

$$f_k \subseteq \mathbb{R}^+$$

Ecuación 8

Donde:

- $D_0 \in [0,1]$ es la proporción total de la demanda ($\sum_{i,j \in [1..n]} d_{ij}$) satisfecha con viajes directos es decir sin transbordos con las rutas de la solución S.
- D_{0min} es la proporción mínima de viajes directos satisfechos por las rutas de la solución S. Para este caso toma el valor de 70%.
- $D_{01} \in [0,1]$ es la proporción total de la demanda ($\sum_{i,j \in [1..n]} d_{ij}$) satisfecha con viajes directos o con al menos un transbordo con las rutas de la solución S.
- D_{01min} es la proporción mínima de viajes directos o con al menos un transbordo satisfechos por las rutas de la solución S. Para este caso toma el valor de 100%
- f_{min} es la mínima frecuencia que puede tener una ruta, para este caso toma el valor de $\frac{1}{60}$
- f_{max} es la máxima frecuencia que puede tener una ruta, para este caso toma el valor de 2
- D_{ij} es la cantidad de viajes demandados por unidad de tiempo desde el nodo i al nodo j.
- R es el conjunto de rutas de una solución S dada. Una ruta se considera compuesta por nodos y por arcos.
- f_k es la frecuencia correspondiente a cada ruta de la solución S.
- t_k es la duración total (ida y vuelta) de cada ruta en unidad de tiempo.
- tv_{ij} , te_{ij} , tt_{ij} son los tiempos de viaje a bordo del bus, espera y transbordo de los usuarios que viaja de i a j para una solución dada S. Estos valores dependen de las hipótesis de comportamiento que se asumen para los usuarios, al conjunto de rutas y frecuencias, por esto dichos valores son determinados por el modelo de asignación utilizado. tv_{ij} es el tiempo en el bus de i a j, te_{ij} es el tiempo de espera en la

- estación antes de ingresar al bus para ir de nodo i al j y tt_{ij} es la penalización cada vez que se hace un transbordo que en este caso es de 5 minutos.
- C es la capacidad del bus que en este caso es de 40.

Función objetivo

Para este caso, se separaron los objetivos ya que una de las características del problema es que es multiobjetivo. La función objetivo $Z1$ simboliza los intereses de los usuarios quienes buscan la minimización de tiempos de transporte los cuales incluyen tiempo en el vehículo, espera y transbordo. Una vez se tiene la solución inicial los valores de tv_{ij} , te_{ij} , tt_{ij} se conocen al aplicar el modelo de asignación. La función objetivo $Z2$ simboliza los intereses del sistema, el cual busca minimizar los costos operacionales que incluyen la cantidad de buses necesarios para cubrir los servicios.

Restricciones

Restricción de la ecuación 4: Busca que la cantidad de viajes directos, es decir en donde no se realiza ni un transbordo sea mayor o igual a 70%.

Restricción de la ecuación 5: La cual busca que los viajes directos y los que se satisfacen con un transbordo sean mayor a 100% es decir que todos los nodos se puedan conectar ya sea directamente o por medio de un transbordo. Estas restricciones corresponden a la satisfacción del cliente, entre menos transbordos se tengan que hacer nivel de servicio es mejor.

Restricción de la ecuación 6: Delimita las frecuencias de los buses, ubicándolas en frecuencias razonables para el sistema y que al mismo tiempo el usuario perciba un buen nivel de servicio.

Restricción de la ecuación 7: Busca que cada una de las rutas R de la solución pertenezca a Ω el cual es el conjunto de todas las posibles rutas dentro del grafo.

Restricción de la ecuación 8: Busca que todas las frecuencias de los buses sean números reales positivos. No se incluye restricción del tamaño de la flota.

El método de solución para este caso se da en tres pasos: construcción, evaluación y mejora.

Construcción

Debido a la naturaleza del programa no se contó con recursos computacionales para realizar su solución mediante un modelo matemático, por esta razón se deben realizar aproximaciones a la solución óptima por medio de heurística y metaheurística. El presente trabajo al ser un problema NP-Hard por la cantidad de variables, datos a analizar y su comportamiento multiobjetivo, no es apto para ser solucionado en un software de modelo matemático y tomaría una alta cantidad de tiempo obtener una solución y así mismo comprobar que es una solución correcta y factible. Con el ánimo de poder generar respuestas factibles, rápidas y que se ajusten al problema, se realiza un programa algorítmico que si bien puede no generar la solución óptima, genera soluciones aplicables.

El primer paso para la realización de la heurística que ofrece las rutas iniciales es tener las demandas entre nodos y distancias en minutos entre cada par de nodos. A continuación, se muestra el ejemplo de los datos de entrada:

Demandas									Distancias								
	1	2	3	4	5	6	7	8		1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	50	200	60	80	150	75	75	1	0	8	0	0	0	0	0	0
2	50	0	50	120	20	180	190	0	2	8	0	2	3	6	0	0	0
3	200	50	0	40	60	180	90	90	3	0	2	0	0	3	0	0	0
4	60	120	40	0	50	100	150	0	4	0	3	0	0	4	4	0	0
5	80	20	60	50	0	50	25	25	5	0	6	0	4	0	0	0	0
6	150	180	180	100	50	0	100	0	6	0	0	3	4	0	0	3	2
7	75	190	90	150	25	100	0	50	7	0	0	0	0	0	3	0	2
8	75	0	90	0	25	0	50	0	8	0	0	0	0	0	2	2	0

Tabla 1, ejemplo demandas y distancias.(Elaboración propia, 2019)

La generación de rutas se realizó por medio de un programa en Python cuya función se basa en recibir archivos csv, procesarlos y por medio de la interfase del IDE se leen las rutas obtenidas. Para una correcta lectura del programa en Python, las matrices de demandas y distancias se utilizan para crear archivos csv donde tienen una estructura establecida de dos partes para que el código lea correctamente los datos de entrada. En primer lugar, como encabezado del archivo csv se utilizaron los nombres de todos los nodos que van a interactuar (con el fin de tener un registro de todos los nodos que se deben asignar en las rutas) en el segundo segmento de los csv se ubican las conexiones entre el par de nodos i,j con su respectivo peso. Los pesos pueden ser los tiempos (o distancias) o las demandas entre par de nodos.

```
Nodo 1
Nodo 2
Nodo 3
Nodo 4
Nodo 5
Nodo 6
Nodo 7
Nodo 8
Nodo 9
Nodo 10
Nodo 11
Nodo 12
Nodo 13
Nodo 14
Nodo 15
Nodo 1,Nodo 1,0
Nodo 1,Nodo 2,8
Nodo 1,Nodo 3,0
Nodo 1,Nodo 4,0
Nodo 1,Nodo 5,0
Nodo 1,Nodo 6,0
Nodo 1,Nodo 7,0
Nodo 1,Nodo 8,0
Nodo 1,Nodo 9,0
```

Ilustración 7 Archivos CSV (Elaboración propia, 2019)

Una vez leídos los archivos cvs, el algoritmo sigue una serie de pasos para obtener las rutas que cumplen en su totalidad la demanda del sistema. A continuación, se presenta un pseudocódigo con el algoritmo programado y se explica detenidamente cada paso.

1. For (i,j) to (n*n)
2. If nodo i no ha sido visitado antes en ruta r
3. If demanda i a j Cubierto = False
4. Mayor valor demanda entre i,j
5. End if
6. If conexión de i a j es directo
7. Asignar nodos a la ruta
8. Actualizar matriz de demandas
9. Cubierto = True
10. Else
11. Realizar algoritmo Dijkstra
12. Asignar nodos a la ruta
13. Actualizar matriz de demandas
14. Cubierto = True
15. End if
16. i = j
17. Else
18. Actualizar nodo i
19. Return (rutas)

El algoritmo se explica por medio de una gráfica de un segmento de la red de Mandl. En las ilustraciones 7 y 8 las líneas rectas son las conexiones permitidas y asociadas a los tiempos de movimiento y las flechas entre nodos representan las demandas.

En primer lugar (línea 1), se consideraron las demandas entre las conexiones i,j desde un punto de origen i hasta todos los nodos j . Si el nodo i ya fue visitado anteriormente en la ruta r , debe seguir con la siguiente opción de nodos i (línea 18), si no ha sido visitado en la ruta, puede entrar en el ciclo de asignar nodos en la ruta (línea 2).

Si la demanda del nodo i al nodo j ya fue cubierta, (línea 3) no va a considerar el nodo j como posible entrada de la ruta r . Como ejemplo, en la ilustración 7, se identifican las demandas del nodo i a todas sus posibilidades j . Se deben considerar los valores de las flechas y seleccionar la de mayor valor (línea 4 y 5). En este caso es el recorrido de i a j que se muestra con una flecha roja.

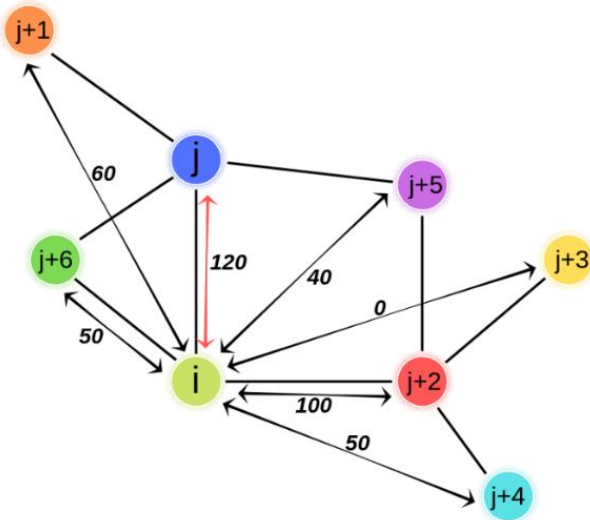


Ilustración 8, Red de ejemplo 1 (Elaboración propia, 2019)

Una vez seleccionado el nodo al cual va a ir partiendo del nodo i , se deben considerar uno de los dos siguientes casos: Caso 1 (línea 6 a 9): Se tiene conexión directa del nodo i al nodo j . Caso 2 (línea 10 a 15): No se tiene conexión directa del nodo i al nodo j .

En el caso del ejemplo de la ilustración 7, la conexión del nodo i al nodo j es directa y corresponde al caso 1. Cuando el recorrido entre el nodo i al nodo j es directo por una línea recta, se asigna el nodo a la ruta r . Se elimina la demanda cubierta de la matriz de demandas y finalmente la variable de nodo cubierto se vuelve verdadero. Por lo que la ruta hasta el momento es $[i, j]$

Finalmente, el nodo inicial i se convierte en el nodo destino j (línea 16) y se vuelven a realizar los pasos anteriores.

Ahora, continuando con la construcción de la ruta r , en la ilustración 8, el nodo inicial i es ahora el nodo j y se identifican las demandas desde este nodo a todos los vecinos del grafo. Se realizan los pasos del 1 al 6. Al tener que realizar el recorrido del nodo j al nodo $j+4$ con la flecha roja, se debe realizar el Caso 2 en las líneas 10 a la 15.

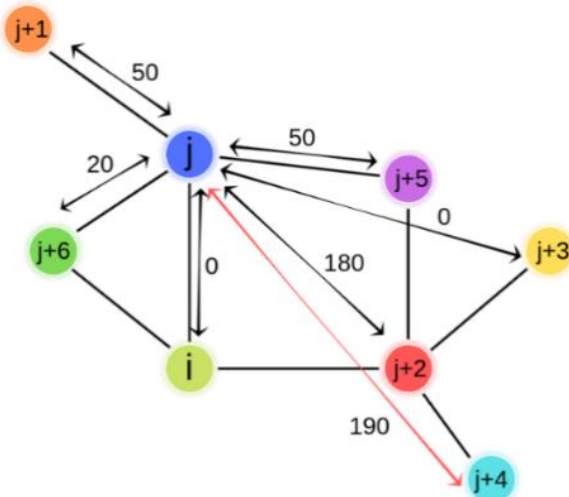


Ilustración 9: Red de ejemplo 2 (Elaboración propia, 2019)

Cuando el recorrido entre el nodo i al nodo j no es directo por una línea recta y hay una cantidad de nodos entre el nodo i y j , se realiza el algoritmo Dijkstra el cual ofrece el camino más corto para ir de un punto a hasta un punto b . Una vez realizado el algoritmo, se asignan los nodos del mejor camino a la ruta r . Se elimina la demanda cubierta de la matriz de demandas y finalmente la variable de nodo cubierto se vuelve verdadero.

Finalmente, el nodo inicial i se convierte en el nodo destino $j+4$ (línea 16) y vuelve a realizar los pasos anteriores para seguir con la ruta r que hasta el momento es $[i, j, j+4]$. El algoritmo termina la ruta y comienza una

nueva cuando el nodo i ya ha sido asignado en algún momento en la ruta r . En el Anexo 2 se muestra el aplicativo de la heurística que da como datos de salida las rutas iniciales.

Para establecer las frecuencias iniciales de las rutas se calcula la cantidad de viajes de cada una la cual se realizó en función de las demandas de los arcos que la componen (d_{ij}) y la capacidad de los buses (C)

$$\text{CantidadDeViajes} = \frac{\sum_i \sum_j d_{ij}}{C}$$

Ecuación 9 Cantidad de viajes

Una vez se conoce cuantos viajes se debería hacer por ruta se procedió a hacer las siguientes ecuaciones

Si la cantidad de viajes es menor a 100

$$\text{Frecuencia} = \frac{\text{CantidadDeViajes}}{100}$$

Ecuación 10 Frecuencia

De lo contrario

$$\text{Frecuencia} = \frac{\text{Cantidad de viajes}}{1000}$$

Ecuación 11 Frecuencia

Las frecuencias están dadas en buses por minuto.

Para las fórmulas de frecuencia en la primera se divide en 100 para asegurar un número entre 0 y 1 y en la segunda se divide en 1000 para asegurar un número entre 0 y 1. Si dichas frecuencias dan menor al valor menor permitido que es $\frac{1}{60}$ la frecuencia tomará dicho valor, y si sobrepasa el máximo límite tomará el valor máximo 2. A mayor cantidad de viajes mayor frecuencia.

Evaluación

Para la evaluación de la solución inicial se valoraron las funciones objetivo para lo cual se realizó un Modelo de Asignación basado en el modelo utilizado por (Baaj & Mahmassani, 1991), este modelo tiene las siguientes características:

- Se basa en las frecuencias iniciales.
- Busca la minimización de transbordos, lo que quiere decir que los pasajeros que tengan la oportunidad de realizar su viaje sin transbordos lo harán incluso cuando existan otras maneras de llegar a sus destinos por medio de transbordos, aun cuando estos implican menor tiempo de viaje.
- Para un par de nodos (origen y destino) se tiene la posibilidad de visitar de manera directa por medio de diferentes rutas, es por esto que cuando esto ocurre la asignación de la demanda se realiza proporcionalmente a las frecuencias de las rutas que pasan por dichos nodos.
- Existen transbordos para pares de nodos que no comparten una línea, para cada par de nodos debe existir al menos un transbordo, el usuario elige el transbordo que tenga un menor tiempo total en el sistema.
- Los tiempos entre nodos son constantes.

El algoritmo de asignación tiene la siguiente información como entrada:

- Nodos y arcos
- Matriz demandas origen-destino.
- Matriz tiempos origen-destino.
- Solución inicial S (Rutas y frecuencias)
- Penalización de cada transbordo en donde cada unidad de demanda no satisfecha por viaje directo es penalizada por este valor.

El algoritmo de asignación produce los siguientes datos de salida:

- Función objetivo $Z1$ para el cual realiza los cálculos de los siguientes valores tv_{ij} , te_{ij} , tt_{ij} para todos los pares de nodos i - j con demanda diferente a cero.
- Función objetivo $Z2$ para la cual se calcula la cantidad de buses necesarios para cubrir los servicios.
- Proporciones de demanda satisfecha con y sin transbordo y no satisfecha.

A continuación, se especifica el pseudocódigo y se detallan cada una de las líneas:

1. For (i,j) To (n * n)
2. Ri: Rutas que pasan por el nodo i
3. Rj: Rutas que pasan por el nodo j
4. If Rj es vacío and Ri es vacío then
5. Actualizar Demanda Insatisfecha
6. Else
7. If Asignación Directa then
8. Buscar en R las rutas r' que conecten a los nodos i,j
9. Asignar la proporción de demanda a cada ruta r'
10. Actualizar Do
11. Actualizar Tij, Teij
12. End if
13. If Asignación transbordo then
14. Buscar mejor transbordo
15. Actualizar Do1
16. Actualizar Tij, Teij y tt
17. End if
18. End if
19. End For
20. Return (Tij, Teij, tt, Do, Do1, Demanda Insatisfecha)
21. Calculate (Z1, Z2)

Detalle Algoritmo de asignación:

Líneas 1 a la 5 se toma la solución S con sus rutas y frecuencias, en donde n es la cantidad de nodos del grafo. Para cada par de nodos (i, j) del grafo cuya demanda es diferente a cero se tienen tres posibles casos, el primero es si no existe ninguna ruta que pase por alguno de los nodos (i, j) se considera la demanda entre dicho par de nodos insatisfecha, en la línea 5 se actualiza dicha demanda.

El segundo caso es si existen rutas que pasen por los nodos (i, j) la cual se considera como asignación directa y el tercer caso es si no es posible satisfacer la demanda con viajes directos se buscan los posibles transbordos.

Para el segundo caso el algoritmo pasa a ejecutar las líneas 7 a 12, en la 7 se verifica si existe al menos una ruta en común entre los nodos (i, j), en la 8 se busca en R que es el conjunto de rutas todas las rutas r' que conectan los nodos (i,j) con viaje directo, luego en la línea 9, a cada ruta se le asigna la proporción de la demanda que va a satisfacer de acuerdo a las frecuencias así:

$$PROPORCIÓN_{ijk} = \frac{f_k}{\sum_{r' \in R_{ij}} f_{r'}}$$

Ecuación 12 Proporción de la demanda

Donde:

PROPORCIÓN_{ijk} es la proporción de la demanda de los nodos (i-j) que será satisfecha por la ruta k.

f_k Es la frecuencia de la ruta k.

$f_{r'}$ Es la frecuencia de la ruta r' donde m pertenece a las rutas que pasan por los nodos (i-j).

En la línea 10 y 11 se actualiza el porcentaje de demanda satisfecha con viajes directos y los tiempos de espera y de recorrido.

Los tiempos de recorrido se calcularon:

$$T_{vij} = \sum_k T_{kij} * (PROPORCIÓN_{ijk})$$

Ecuación 13 Tiempo de recorrido

En donde T_{kij} es el tiempo que se demora en ir del nodo i al j en la ruta k. Se multiplicó por la proporción de los viajes del nodo i a j en la ruta k.

Los tiempos de espera se calcularon:

$$Teij = \frac{1}{2 * \sum_k E r_i f_k}$$

Ecuación 14 Tiempo de espera

Este es el tiempo promedio de espera de una persona para ir del nodo i al nodo j debido a que el paso del bus se distribuye de manera uniforme discreta, donde se asume que las frecuencias de los buses son constantes.

Para el tercer caso el algoritmo pasa a ejecutar las líneas 13-17, en la 13 se verificó si existen dos rutas con algún nodo en común y que en cada una de estas estuviera el nodo i o el nodo j, en la 14 se contemplaron todos los posibles transbordos para el par de nodos i-j y se buscó el de menor tiempo y se asignó.

En la ilustración 9 se muestra un ejemplo, para ir del nodo 4 al nodo 6 se buscan dos rutas en las cuales cada una contenga alguno de los dos nodos, en este caso la ruta 1 contiene al 4 y la ruta 2 contiene al 6, ambas rutas tienen común el nodo dos, es por esto que ahí se realiza el transbordo. En este caso al nodo de conexión es 2. Para este ejemplo se eligió este transbordo asumiendo que es el que tiene menor tiempo entre otros posibles transbordos, es por esto que a la ruta de ida mejor se le llamó ruta 1 y a la mejor ruta de vuelta se le llamó ruta 2.

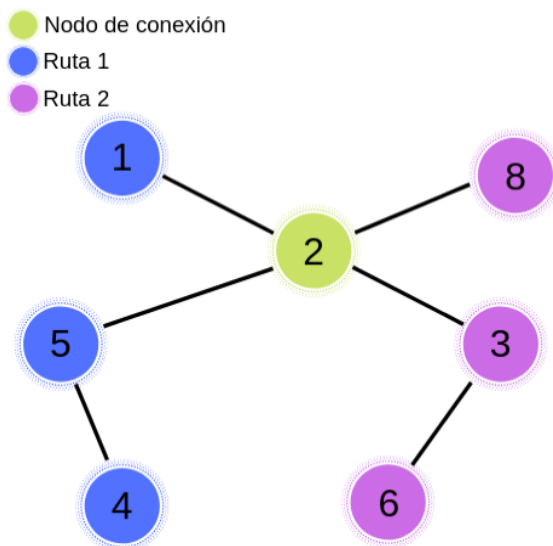


Ilustración 10 Ejemplo 3 (Elaboración propia, 2019)

En la línea 15 y 16 se actualiza el porcentaje de demanda satisfecha con transbordos y los tiempos de espera, recorrido y transbordo.

Los tiempos de recorrido se calcularon:

$$T_{vij} = (T_{ruta1im} + T_{ruta2mj})$$

En donde $T_{ruta1im}$ es el tiempo que se demora en ir del nodo i al m en la ruta 1 y $T_{ruta2mj}$ es el tiempo que se demora en ir del nodo m al nodo j en la ruta 2.

Los tiempos de espera se calculan:

$$Teij = \frac{1}{2 * f_{ruta1}} + \frac{1}{2 * f_{ruta2}}$$

- En donde se calcularon los dos tiempos de espera de las dos rutas.
- Los tiempos de transbordo, para este caso, se penalizaron con 5 minutos.
- La cantidad de demanda satisfecha con viajes directos se calcularon sumando todos los viajes que se satisfacen con viajes directos sobre la totalidad de la demanda y la cantidad de demanda satisfecha con viajes directos y con un transbordo, se calculó sumando todos los viajes que se satisfacen con viajes directos más los que se satisfacen con un transbordo sobre la totalidad.
- En la línea 20 se recibió todo lo procesado anteriormente y en la línea 21 se calcularon las dos funciones objetivo.

Mejora

Puesto que el TNDP es un problema de optimización complejo, se decidió utilizar la metaheurística LNS,

la cual busca soluciones competitivas mediante el cambio de vecindario iterativamente. Esta metaheurística propuesta por Shaw está definida implícitamente por un método de destrucción y reparación, el método de destrucción destruye partes de la solución inicial y el método de reparación construye lo destruido. Para el presente estudio la metaheurística juega iterativamente con tres variables: las rutas, los nodos de las rutas y las frecuencias.

Al momento de escoger la metaheurística se tuvo en cuenta dos factores los cuales consideramos podrían eventualmente arrojarnos una mejor función objetivo. El primer factor que se considero fue la manea que se explorarían los vecindarios realizando esfuerzos por lograr encontrar una mejor función objetivo dentro de las zonas del espacio de búsqueda. El segundo factor fue comparar el desempeño de la metaheurística para entrar en zonas inexploradas de los vecindarios, construyendo nuevas funciones objetivo a partir de estas. El LNS nos permitió explorar una mayor cantidad de vecindarios, ampliando nuestras posibilidades y mejorando el margen de maniobrabilidad dentro del problema, a diferencia de otras metaheurísticas más rígidas y limitadas en la búsqueda por vecindarios

Rutas

Va eliminando una a una las rutas de la solución inicial y cuando encuentra un conjunto de rutas que tenga menores funciones objetivo elimina la ruta definitivamente.

Nodos de las rutas

Va eliminando e insertando iterativamente nodos a las diferentes rutas buscando mejores combinaciones de nodos.

En el Anexo 3 se puede ver un ejemplo de cómo realizó los cambios la metaheurística.

Frecuencias

Una vez obtenidos todos los posibles cambios, se empezó a bajar el número de buses, al calcular nuevamente la función objetivo uno respecto a la función objetivo dos, fue necesario calcular nuevamente las frecuencias de cada una de las rutas, teniendo en cuenta los cambios de los buses, para esto se despejó la fórmula que calcula los buses y la frecuencia de cada ruta, así:

$$Freck = \frac{\text{NumeroDeBuses}}{(2 * \text{LongituddeRuta}) / \text{NumeroRutas}}$$

Ecuación 15 Frecuencias nuevas

Se divide en el número de rutas ya que el número de buses es para todas las rutas.

Con la metaheurística se cambió el número de rutas, los nodos y posteriormente la frecuencia de éstas para así encontrar cada vez una mejor solución.

4.3 Evaluar la calidad de la metaheurística propuesta mediante la comparación de resultados con instancias presentadas en la literatura

El caso de prueba que se utilizó en este trabajo, es un caso propuesto por Mandl (Mauttone, 2005), el cual es una abstracción que modela parte del sistema de transporte público de una ciudad no especificada de Suiza (Mauttone, 2005), La red está compuesta por 15 nodos y 21 arcos, la matriz origen-destino es simétrica y densa ya que el 82% de los pares de nodos tienen demanda diferente a cero, las matrices de tiempos y demandas de esa instancia se encuentran en el anexo 4. El caso de Mandl es utilizado por diferentes autores con el fin de validar algoritmos y comparar su eficiencia. En la ilustración 10 se muestra la red de Mandl en donde indican los valores de los tiempos de viaje en el vehículo entre arcos, en minutos.

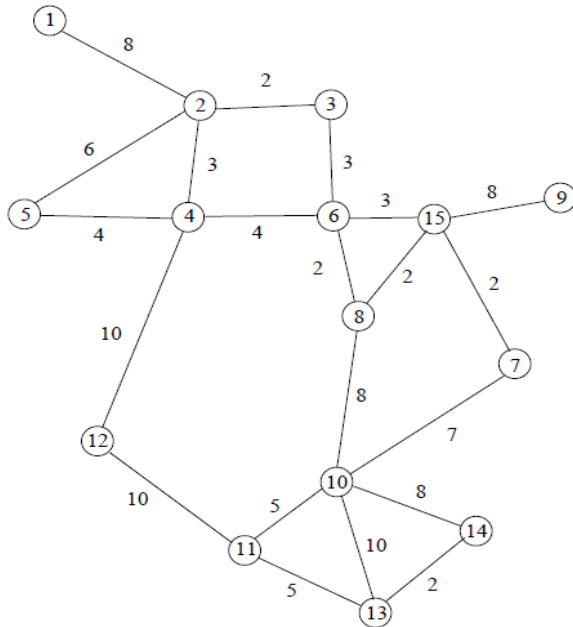


Ilustración 11 Red de Mandl (Mauttone, 2005)

Parámetros del modelo

Son los parámetros que se muestran en el modelo matemático en el objetivo “Implementar una metaheurística para el diseño de redes de tránsito”. Se utilizaron los mismos valores para poder comparar los resultados.

- D_{omin} 0.7. Mínima proporción de demanda satisfecha con viajes directos.
- D_{o1min} 1,0. Mínima proporción de demanda satisfecha con viajes directos o transbordos
- f_{min} es la mínima frecuencia que puede tener una ruta, para este caso toma el valor de $\frac{1}{60}$
- f_{max} es la máxima frecuencia que puede tener una ruta, para este caso toma el valor de 2
- $C = 40$ Capacidad de pasajeros sentados en los buses.

Las soluciones propuestas dominan a las soluciones de los otros autores, los valores de Z1 siempre son menores incluso si se utiliza la misma cantidad de vehículos.

El diseño es factible ya que respeta la cantidad mínima de viajes directos, las frecuencias mínimas y máximas. Todos los nodos están conectados en una o más rutas, es decir, las rutas pasan por todos los nodos, atendiendo así toda la demanda.

El diseño cumple con el estándar declarado por el proyecto al dar una solución de mejor calidad que las planteadas por otros autores, menos número de buses y menos tiempo por parte de los usuarios en el sistema. En el anexo 4 se muestra el aplicativo para el caso de prueba Mandl.

4.4 Analizar el uso de la implementación de la metaheurística para el problema de diseño de redes de tránsito en el caso de Bogotá

Los resultados obtenidos para el caso de Mandl muestran buenas soluciones frente a otras planteadas anteriormente, por ende, este estudio plantea un caso real que permita comparar las soluciones del algoritmo con lo que pasa hoy en día en el transporte público de la ciudad de Bogotá, Transmilenio.

Para este estudio se adaptó el programa a tres funciones objetivo puesto que para el Transmilenio existen dos tipos de buses, articulados y biarticulados. El programa se corrió con las rutas y las frecuencias actuales para cada una de las cinco jornadas: valle mañana, valle mañatarde, valle noche, pico mañana y pico tarde con el fin

de modelar el sistema actual con el programa propuesto en este estudio el que arrojó diferentes resultados para los objetivos, siempre respetando que actualmente se cuenta con 406 buses biarticulados y con 1572 articulados.

Para el programa del Transmilenio, se utilizó exactamente los algoritmos planteados en el objetivo “Implementar una metaheurística para el diseño de redes de tránsito” pero al tener otra variable de decisión como es el tipo de bus, se le agregó el siguiente procedimiento

```

1. For (i) To (NumRutas)
2.     Acumulado (i): Cantidad de demanda satisfecha con la ruta i
3.     if Acumulado (i) > Acumulado(i-1)
4.         Aux = Acumulado (i)
5.         Acumulado (i) = Acumulado (i - 1)
6.         Acumulado (i) - 1 = Aux
7.     End if
8. End For
9. For (i) To (NumRutas)
10.    If NumeroBusesBiarticulados < BusesBiarticulados
11.        TipoBus (i) = Biarticulado
12.    Else
13.        TipoBus (i) = Articulado
14.    End if
15.    Actualizar NumeroBusesBiarticulados
16. End For

```

De la línea 1 a la 7, se organizaron las rutas de mayor a menor demanda.

De la línea 9 a la 15, se asignó a cada ruta el tipo de bus, para esto va asignando biarticulados a las rutas con mayores demandas hasta que se logró asignar el máximo porcentaje de los biarticulados y después se empezaron a asignar los articulados.

Para lograr comparar lo actual con lo propuesto, se adaptaron los buses propuestos a los actuales para poder identificar si incluso con la misma flota de buses, con las rutas y las frecuencias propuestas se mejora el tiempo por viaje.

El diseño es factible ya que respeta la cantidad mínima de viajes directos, las frecuencias mínimas y máximas, todos los nodos están conectados en una o más rutas, es decir, las rutas pasan por todos los nodos así atiende toda la demanda, no se sobrepasa el límite de buses actuales biarticulados ni articulados, se divide en tres demandas para hacer el modelo más cercano a la realidad.

El diseño cumplió con el estándar declarado por el proyecto ya que da una solución de calidad que mejora el tiempo total de los usuarios en el sistema Transmilenio, respecto a las rutas y las frecuencias actuales. En el anexo 7 se muestra el aplicativo para el caso real Transmilenio.

5. Resultados

5.1 Analizar el uso del BRT de Bogotá a partir de la encuesta de movilidad del 2015

Ya que la demanda se comporta de forma diferente dependiendo de la hora, se corrió el programa de una forma multiperiodo, es decir, se dividieron las demandas del día en horas pico y valle. Como se muestra a continuación.

Periodo	Demanda Total
Valle Mañana (4:00-5:59)	166.096
Pico Mañana (6:00-8:29)	553.422
Valle MañanaTarde (8:30-16:29)	886.620
Pico Tarde (16:30-19:29)	577.842
Valle Noche (19:30-23:59)	222.175

Tabla 2 Demanda estimada Transmilenio (Elaboración propia, 2019)

Esto se debe a que la distribución diaria de los viajes depende del motivo que el usuario tiene para la realización de un trayecto en el BRT, los viajes en la mañana pico en su mayor medida se realizan a las zonas universitarias y empresariales, mientras que al final de la tarde los desplazamientos son para volver a casa.

Después de procesar todos los datos se obtuvo una matriz por horario con las demandas entre estaciones, que serán usadas en los siguientes objetivos.

5.2 Implementar una metaheurística para el problema de diseño de redes de tránsito

El diseño es factible al respetar la cantidad mínima de viajes directos, las frecuencias mínimas y máximas, todos los nodos están conectados en una o más rutas, es decir, las rutas pasan por todos los nodos así atendiendo toda la demanda. Para la implementación y ejecución de la heurística y metaheurística se realizaron los siguientes aplicativos:

El archivo Rutas.py el cual se debe abrir por medio de un intérprete de Python (con la biblioteca tkinter activa para la interfase gráfica). Al correr el programa, éste muestra unas indicaciones para obtener las rutas iniciales con cualquier entrada de demandas y distancias (o tiempos).

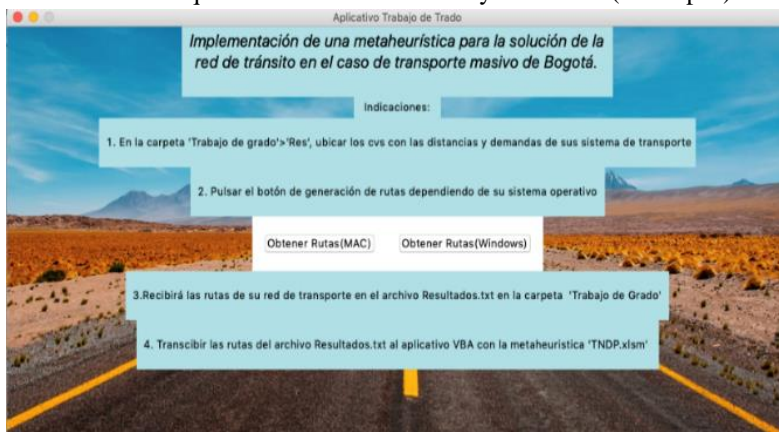


Ilustración 12 Aplicativo Python (Elaboración propia, 2019)

Trabajo de grado en VBA Excel el cual procesa las rutas iniciales y por medio de la metaheurística LNS muestra las rutas finales del sistema de transporte. En primer lugar, se encuentra un menú el cual redirige a cada hoja de información que contiene el archivo.

Problema de Mandl	
Demandas 15	Demandas15
Tiempos 15	Tiempos15
Demandas 25	Demandas25
Tiempos 25	Tiempos25
Demandas 35	Demandas35
Tiempos 35	Tiempos35
Datos Iniciales	Iniciales
Solución	Solución
Matriz Resultados 1	Resultados1
Matriz Resultados 2	Resultados2

Presentado por: María Camila Ávila Motta, Verónica Calle Hoyos, Juan Felipe Gonzalez Sanmiguel, Alejandro Rojas Carranza.

Ilustración 13 Menú aplicativo VBA (Elaboración propia, 2019)

En la hoja “Datos Iniciales” se deben modificar los datos de los nodos que se van a procesar y las rutas iniciales que se obtienen en el archivo Resultados.txt. Seguido de esto, en la hoja “Solución” se deben digitar las rutas iniciales en los espacios de color verde. Por último, al dar clic al botón CORRER se obtiene las rutas finales del sistema.

Datos Iniciales	
Número de nodos	15
Número de rutas	15

Ilustración 14 Parámetros entrada VBA (Elaboración propia, 2019)

Ilustración 15 Aplicativo rutas VBA (Elaboración propia, 2019)

5.3 Evaluar la calidad de la metaheurística propuesta mediante la comparación de resultados con instancias presentadas en la literatura

En el presente estudio se trabajaron dos instancias, una instancia de literatura (Red de Mandl) y una real (Transmilenio), a continuación, se muestran los resultados de la primera instancia la cual se compone de 15 nodos y 21 arcos y las matrices de demandas y tiempos entre nodos se encuentran en el anexo 4.

La heurística propuesta inicialmente arrojó las siguientes rutas

1	1	2	4	12																	
2	2	3	6	8	10	11															
3	3	6	15	7																	
4	4	6	15	9																	
5	5	4	6	8	10	13															
6	6	4	12																		
7	7	15	6	3	2																
8	8	6	4	12																	
9	9	15	7	10	13																
10	10	14																			
11	11	10	7	15	8																
12	12	4	6	15	7																
13	13	10	8	6	3	2	5														
14	14	10	8	6	4	5	2	1													
15	15	7	10	14	13																

Tabla 3 Rutas Heurística (Elaboración propia, 2019)

Con las cuales se obtuvieron los siguientes resultados

Z1	209398,324	Z2	149,735
-----------	------------	-----------	---------

Tabla 4 Resultados Heurística (Elaboración propia, 2019)

Una vez se implementa la metaheurística se obtuvieron las siguientes rutas

1	1	2	4	12			
2	1	2	3	6	8	10	11
3	3	6	8	15	7		
4	13	11	12	4	6	15	9
5	5	4	6	8	10	13	
6	7	15	6	3	2		
7	8	6	4	12			
8	9	15	7	10	13		
9	11	10	7	15			
10	13	10	8	6	3	2	5
11	14	10	8	6	4	5	
12	15	7	10	14	13		

Tabla 5 Rutas Metaheurística (Elaboración propia, 2019)

Con las cuales se obtuvieron los siguientes resultados

Z1	184941,438	Z2	112,38475
-----------	------------	-----------	-----------

Tabla 6 Resultados Metaheurística (Elaboración propia, 2019)

Para lograr comparar los resultados con el modelo propuesto por Mauttone, el cual tiene como mejor solución:

Z1	189289	Z2	79,4
-----------	--------	-----------	------

Tabla 7 Mejores Resultados Mauttone (Elaboración propia, 2019)

En este estudio se bajó el número de buses hasta los propuestos como mejor solución por Mauttone para comparar con el mismo número de buses la función objetivo 1, los resultados se muestran a continuación

	Z1	Z2
1	184941,438	112,38475
2	185731,575	111,38475
3	185801,968	110,38475
4	185873,649	109,38475
5	186669,791	99,38475
6	186758,306	98,38475
7	186848,64	97,38475
8	186940,847	96,38475
9	188728,179	80,38475
10	188863,809	79,38475
11	189002,9	78,38475
12	189145,585	77,38475
13	189292,007	76,38475

Tabla 8 Solución LNS (Elaboración propia, 2019)

En los siguientes cuadros se presentan las tres principales soluciones obtenidas por los autores Mauttone y Baaj y Mahmassani.

Solución	Z1	Z2
1	189280	79,4
2	190050	79,1
3	190242	73,7

Tabla 9 Solución Mauttone (Elaboración propia, 2019)

Solución	Z1	Z2
1	205656	89,3
2	210632	76,9
3	222869	82,2

Tabla 10 Solución Baaj y Mahmassani (Elaboración propia, 2019)

Entre mayor sea el recorrido mayor número de buses por ende menor tiempo. Entre mayor sea la frecuencia menores tiempos de espera por ende menor tiempo. Entre mayor sea la frecuencia mayor número de buses.

La metaheurística LNS encontró soluciones competitivas mediante el cambio de vecindarios iterativamente partiendo de las rutas diseñadas por la heurística planteada. Inicialmente buscó eliminar rutas de tal manera que las dos funciones objetivo se redujeran, seguidamente se buscó un vecindario en el cual se pudiera encontrar un óptimo local, después de haberlo encontrado generó nuevos vecindarios basados en el resultado anterior. Se siguieron realizando cambios con el objetivo de buscar el óptimo global para finalmente comparar la nueva función objetivo con la anterior. Por medio de este método se logró mejorar los resultados obtenidos en la literatura y demuestra la calidad de las funciones objetivo encontradas por la metaheurística propuesta.

A continuación, se muestra una gráfica de comparación con las soluciones de Baaj Mahmassani y Mauttone versus nuestra solución. Se puede ver como las soluciones del LNS superan a todas las soluciones de Baaj y respecto a Mauttone en todas las soluciones se mejora el tiempo de los usuarios y en una Mauttone tiene menos cantidad de buses, pero más tiempo que en cualquiera de nuestras soluciones.

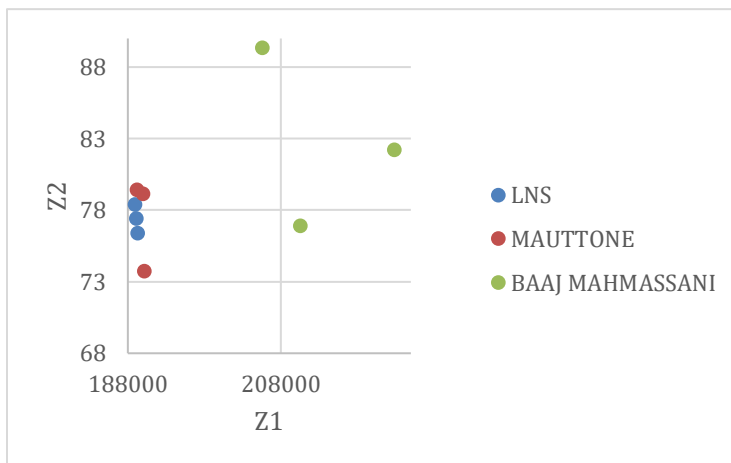


Ilustración 16 aaa con autores de la literatura (Elaboración propia, 2019)

5.4 Analizar el uso de la implementación de la metaheurística para el problema de diseño de redes de tránsito en el caso de Bogotá

En el presente estudio se trabajaron dos instancias, una instancia de literatura (Red de Mandl) y una real (Transmilenio). Para el Transmilenio se utilizaron los datos de las rutas reales con sus respectivas frecuencias las cuales tiene Transmilenio públicas en internet en donde no contemplan imprevistos ni factores externos, son las frecuencias ideales con las que se deberían enviar los buses actualmente y tipos de bus (ver anexo 6) para calcular las funciones objetivo con el fin de llevar parte de la realidad el modelo propuesto, para así evaluar respecto a las rutas propuestas (ver anexo 5), las funciones objetivo y que las variables estén bajo el mismo contexto, en este

caso que no se considera congestión, colados, semáforos y multicriterio de los usuarios, de esta manera se puede comparar.

Para el Transmilenio se hizo una adaptación al aplicativo para agregarle la restricción del tipo de bus ya que en este sistema se manejan buses articulados y biarticulados, cada uno con capacidad distinta.

A continuación, se muestra la comparación entre lo actual y lo propuesto para cada jornada:

	Actual			Propuesto		
	FO1	FO2	FO3	FO1	FO2	FO3
Valle mañana	9.949.732	206	39	9.700.395	206	39
Valle tarde	31.497.976	939	179	30.681.482	939	179
Valle noche	8.504.931	405	42	8.210.852	405	42
Pico mañana	22.245.623	1017	157	19.840.062	1018	156
Pico Noche	31.136.352	1384	248	29.136.352	1384	248

Tabla 11, Comparación Transmilenio mañana (Elaboración propia, 2019)

- Para la mañana con el modelo propuesto mejoró el tiempo por cada viaje en un 2.5% con una disminución de 1.50 minutos por persona.
- Para la tarde con el modelo propuesto mejoró el tiempo por cada viaje en un 2.6% con una disminución de 0.92 minutos por persona.
- Para la noche con el modelo propuesto mejoró el tiempo por cada viaje en un 3.5% con una disminución de 1.32 minutos por persona.
- Para la tarde con el modelo propuesto mejoró el tiempo por cada viaje en un 10.8% con una disminución de 4.35 minutos por persona.
- Para la noche con el modelo propuesto mejoró el tiempo por cada viaje en un 6.4% con una disminución de 3.46 minutos por persona.

En su mayoría las frecuencias de los buses son mayores para el modelo propuesto, en consecuencia, los tiempos de espera se reducen logrando menos tiempo por viaje.

Decisión

En el modelo propuesto para cada par de nodos existen distintas rutas que funcionan para satisfacer dicha demanda, es por esto que los tiempos de espera también se ven reducidos ya que el pasajero tiene distintas opciones para completar su viaje y tomará el primero que llegue.

A continuación, se muestra la proporción de viajes directos de cada jornada en las rutas actuales y en las propuestas:

	Valle Mañana	Valle MañanaTarde	Valle noche	Pico Mañana	Pico Noche
Actuales	30,08%	31,40%	32,45%	37,32%	35,67%
Propuestas	69,42%	67,30%	59,99%	62,60%	64,99%

Tabla 12 Proporción viajes directos (Elaboración propia, 2019)

Para la jornada valle mañana esto significa 39,34% menos, para el valle mañana tarde 35,9%, para valle noche 27,54%, para pico mañana 25,28%, y para pico tarde 29,32%. De tal manera que la cantidad de personas que tienen que esperar para hacer transbordo es casi el doble para cada jornada en las rutas actuales, aumentando así los tiempos de espera. Esto significa que en la mañana con las rutas actuales el 69,92% debe esperar al menos dos buses mientras que con las rutas propuestas solo el 30,58% de las demandas debe esperar dos buses.

Para las rutas actuales de pico mañana hay 276 pares de nodos que necesitan de dos transbordos para llegar a sus destinos, en valle mañana 138, en la tarde valle 174, en la tarde pico 348 y en la noche 312, toda la demanda de estos pares de nodos debe esperar por tres buses, lo que hace que aumente el tiempo final.

Se tomó en cuenta el flujo de los buses por cada ruta propuesta para lograr estimar como sería el comportamiento dentro de la infraestructura existente de Transmilenio (Anexo 8).

El diseño es factible ya que tuvo en cuenta la cantidad mínima de viajes directos, las frecuencias mínimas y máximas, todos los nodos están conectados en una o más rutas, es decir, las rutas pasan por todos los nodos atendiendo toda la demanda. No se sobrepasó el límite de buses actuales biarticulados ni articulados y se divide en tres demandas para hacer el modelo más cercano a la realidad.

El diseño cumplió con el estándar declarado por el proyecto ya que da una solución de calidad que mejora el tiempo total de los usuarios en el sistema Transmilenio respecto a las rutas y las frecuencias actuales.

6. Conclusiones y recomendaciones

- La frecuencia de los buses con la que se diseñen los servicios de las rutas determina las funciones objetivo del problema, mientras que con los tiempos de espera es inversamente proporcional, con el número de buses es directamente proporcional.
- Al existir una mayor cantidad de rutas los usuarios tienen más opciones para realizar su viaje, con lo cual aumenta la frecuencia de buses que le sirven a un usuario para llegar a su destino, disminuyendo así su tiempo de espera.
- Existen casos dentro de las rutas en los que hay nodos que están en el recorrido mas no son visitados, sin embargo, en caso de que alguno de estos nodos sea agregado a la ruta la distancia recorrida no se extenderá, mientras que la demanda total de la ruta aumentará y los buses pasarán con mayor frecuencia, con lo cual los usuarios tendrán más opciones para realizar su viaje.
- Las rutas diseñadas no inician su operación únicamente en portales sino en estaciones regulares, esto beneficia el funcionamiento de la operación al distribuir de mejor manera la demanda entre las diferentes rutas que puedan compartir nodos.
- El hecho de que las rutas posean una gran cantidad de paradas le permite al usuario tener más opciones para realizar sus viajes disminuyendo los tiempos de espera, sin embargo, esto aumenta la cantidad de buses. Para lograr satisfacción del usuario y del sistema operador se deben mantener ambas funciones objetivo en equilibrio.
- Para futuros trabajos se recomienda tener en cuenta condiciones externas propias del sistema en estudio. Realizar simulaciones con base en el modelo desarrollado en las cuales se tenga en cuenta variables adicionales como los costos y/o impacto medio ambiental. En cuanto a los tiempos de servicio se recomienda agregar un ambiente estocástico que permita una comparación de las rutas más precisa con respecto a la realidad. Además, el comportamiento de los usuarios puede ser simulado por medio de un sistema Multicriterio lo cual se afectarán las demandas pronosticadas.
- Adicionalmente, se recomienda incluir en el estudio la infraestructura del sistema para tener una mayor claridad al momento de asignar los tipos de buses que tendrán sus paradas en las diferentes estaciones y los servicios que alimentan el sistema, teniendo en cuenta las actualizaciones de rutas y tipos de bus que se presenten en el sistema.

7. Glosario

TNDP: —Por sus siglas en inglés— *Transit Network Design Problem*. Es un problema de redes especial en programación lineal que se funda en la necesidad de llevar unidades de un punto específico llamado fuente u origen hacia otro punto específico llamado destino (Salazar, 2016).

BRT: —Por sus siglas en inglés— *Bus Rapid Transit*. Es un modo operativo que puede tomar formas distintas. Esto tiene que ver con el hecho de que ofrece la posibilidad de construir cada sistema a medida, a veces con el aprovechamiento de la infraestructura y los vehículos existentes (Naciones Unidas CEPAL, 2012).

POT: *Plan de Ordenamiento Territorial*. Es el instrumento básico definido en la Ley 388 de 1997, para que los municipios y distritos del país planifiquen el ordenamiento del territorio (Secretaría Distrital de Planeación).

Heurística: una heurística es un proceso simple el cual se busca solucionar problemas con variables y datos de entrada, y obtener una solución aceptable y rápida. No siempre se halla el óptimo local (Vidal, 2013).

Metaheurística: Una metaheurística es un procedimiento que principalmente busca mejorar una solución normalmente proveída por una heurística y cuya función es intentar salir de un óptimo local o estático para encontrar mejores soluciones (Nikoli, 2013).

Algoritmo Genético: Los algoritmos genéticos están basados en los mecanismos de la genética y de la selección natural (Vidal, 2013).

Tabú: Según Fred Glover, su primer definidor, “la búsqueda tabú guía un procedimiento de búsqueda local para explorar el espacio de soluciones más allá del óptimo local”. (García, 2018)

Colonia de Hormigas: Son modelos inspirados en el comportamiento de colonias de hormigas reales (Vidal, 2013).

Hub And Spoke: El modelo de distribución es un sistema de conexiones que permite reducir el número de rutas para comunicar los nodos entre sí (Universidad Técnica de Valencia, 2013).

BCO: —Por sus siglas en inglés— *Bee Colony Optimization*. Son modelos inspirados en el comportamiento de colonias de abejas reales (Vidal, 2013).

8. Tabla de Anexos

Anexo 1. Programa estimación de la demanda

Anexo 2. Aplicativo Python

Anexo 3. Explicación metaheurística propuesta

Anexo 4. Aplicativo para el caso de Mandl

Anexo 5. Rutas Transmilenio propuestas

Anexo 6. Rutas Transmilenio actuales

Anexo 7. Aplicativo para el caso Transmilenio

Anexo 8. Flujos Transmilenio

9. Referencias

Álvaro García Sánchez. (No se especifica fecha). Técnicas metaheurísticas. 30/9/18, de Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales Universidad Politécnica de Madrid Sitio web: <http://www.iol.etsii.upm.es/arch/metaheurísticas.pdf>

Cómovamos. (2019). Encuesta de Percepción Ciudadana 2018 Bogotá Cómo Vamos - Encuesta de Percepción Ciudadana 2018. Retrieved June 24, 2019, from <http://www.bogotacomovamos.org/documentos/encuesta-de-percepcion-ciudadana-2018/>

Encuesta de movilidad 2015. (2015). Bogotá. Retrieved from HYPERLINK "https://drive.google.com/file/d/0ByNoeWkPXuHpakpSeFVOdnBsQ3c/view" <https://drive.google.com/file/d/0ByNoeWkPXuHpakpSeFVOdnBsQ3c/view>

Fan L, Mumford CL. A metaheuristic approach to the urban transit routing problem. In: *Journal of Heuristics* [Internet]. Springer US; 2010 [cited 2018 Oct 3]. p. 353–72. Available from: <http://link.springer.com/10.1007/s10732-008-9089-8>

Fan W, Machemehl R. A np search based heuristic method for the transit route network design problem. *Comput Syst Public Transp* [Internet]. 2008 [cited 2018 Oct 3];387–408. Available from: <https://pdfs.semanticscholar.org/fc53/542d44175d48e641c98f139a24ae7e1103e1.pdf>

Figuroa O. Políticas de desarrollo y políticas de transporte urbano, coherencias y contradicciones. In: *La ciudad construida urbanismo en América Latina* [Internet]. 2001 [cited 2018 Oct 3]. p. 378–90. Available from: <http://www.flacso.org.ec/docs/sfccfiguroa.pdf>

Garzon NA, González Neira EM, Pérez Vélez I. Metaheurística para la solución del Transit Network Design Problem multiobjetivo con demanda multi periodo. *Ing y Cienc* [Internet]. 2017 [cited

- 2018 Oct 3];13(25):29–69. Available from: <http://www.eafit.edu.co/ingciencia><http://orcid.org/0000-0002-4217-1110>,<http://orcid.org/0000-0002-4590-3401>
- Hub-and-Spoke. (2013). Retrieved October 7, 2018, from <http://ingenieriaaeroportuaria.blogs.upv.es/2013/06/28/hub-and-spoke/>
- Kepaptsoglou K, Karlaftis M. Transit Route Network Design Problem: Review. *J Transp Eng* [Internet]. 2009 Aug [cited 2018 Oct 3];135(8):491–505. Available from: <http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-947X%282009%29135%3A8%28491%29>
- Mauttone, A. (2005). Optimización de recorridos y frecuencias en sistemas de transporte público urbano colectivo., 177.
- NikoliA, M., & TeodoroviA, D. A. (2013). Transit network design by Bee Colony Optimization. *Expert Systems With Applications*, (15), 5945. doi:10.1016/j.eswa.2013.05.002
- Pattnaik, S. B., Mohan, S., & Tom, V. M. (1998). Urban bus transit route network design using genetic algorithm. *Journal of Transportation Engineering*, (4), 368. Retrieved from <http://ezproxy.javeriana.edu.co:2048/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=edsgao&AN=edsgcl.20904821&lang=es&site=eds-live>
- Pardo, 2009. (2009). Los cambios en los sistemas integrados de transporte masivo en las principales ciudades de América Latina. *CEPAL – Colección Documentos de Proyectos*, 1–28. Retrieved from https://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/3641/S2009308_es.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Pisinger, D, Røpke, S. (2010). *Large Neighborhood Search. Citation*. Springer. Retrieved from <http://orbit.dtu.dk/files/5293785/Pisinger.pdf>
- Piccirillo, J. M. (2012). Qué es un BRT, o la implementación del Metrobús en la ciudad de Buenos Aires, Argentina. *Boletín FAL*, 10. Retrieved from https://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/36157/1/FAL-312-WEB_es.pdf
- ¿Qué es el POT? | Secretaría Distrital de Planeación. (2017). Retrieved October 7, 2018, from <http://www.sdp.gov.co/micrositios/pot/que-es>
- Quintero JA. Modelo de optimización para vehículos de transporte público colectivo urbano [Internet]. 2005 [cited 2018 Oct 3]. Available from: <http://www.bdigital.unal.edu.co/1164/1/jorgeandresquinterotoro.2005.pdf>
- Rincon Garcia, N., Navarro Gómez, D. L., Alvarado Valencia, J. A., Aguirre Mayorga, H. S., & Salazar Arrieta, F. (2016). BRT AND BUS USERS QUALITY EXPECTATIONS REGARDING METRO DESIGN. *Revista Técnica De La Facultad De Ingeniería Universidad Del Zulia*. <https://doi.org/10.21311/001.39.4.51>
- Salazar, B. (2016). Problema del transporte o distribución. Retrieved October 7, 2018, from <https://www.ingenieriaindustrialonline.com/herramientas-para-el-ingeniero-industrial/investigación-de-operaciones/problema-del-transporte-o-distribución/>
- Silva Aparicio, L. (2010). El impacto del transporte en el ordenamiento de la ciudad: el caso de Transmilenio en Bogotá. *Territorios*, 22, pp. 33-64.
- Transmilenio S.A. (2019). Estadísticas de oferta y demanda del Sistema Integrado de Transporte Público - SITP - abril 2019. Bogotá. Retrieved from <https://www.transmilenio.gov.co/publicaciones/151295/estadisticas-de-oferta-y-demanda-del-sistema-integrado-de-transporte-publico---sitp---abril-2019/>

Vidal, A. (2013). Algoritmos Heurísticos en Optimización, 94. Retrieved from http://eio.usc.es/pub/mte/descargas/ProyectosFinMaster/Proyecto_782.pdf