UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

FACULTAD DE LETRAS Y CIENCIAS HUMANAS

UNIDAD DE POSGRADO

El dilema de Jorgensen: Fundamentos semánticos de los imperativos

TESIS

Para obtener el Grado Académico de Doctor en Filosofía

AUTOR

Miguel Ángel León Untiveros

Lima – Perú

2015

Asesor: Dr. Óscar García Zárate.

Primer Informante: Dr. Marino Llanos Villajuan.

Segundo informante: Dr. Richard A. Orozco Contreras.

Primer Jurado: Dr. Alejandro Chávez Noriega.

Segundo Jurado: Dr. Jesús L. Cuéllar Reyes.

Fecha de sustentación: 10 de diciembre de 2015.

Calificación: Excelente (20)

RECONOCIMIENTOS

A lo largo de esta investigación hemos recibido el apoyo y estímulo de muchas personas, entre ellos debemos mencionar en primer lugar a nuestro asesor, el Doctor Óscar García Zárate, quien nos ha brindado el espacio y la guía necesarias, así como los consejos y las enseñanzas a las cuales hemos tratado de hacer justicia, y esperamos que este trabajo sea reflejo de ello.

Asimismo, a John Corcoran (Universidad de Búfalo, USA), quien nos ha ayudado mucho con su gran conocimiento y bondad, y en especial es a quien debemos nuestro actual platonismo lógico, aun cuando ello no sea su responsabilidad.

Al Doctor Jörg Hansen (Universidad de Leipzig), quien tuvo la gentileza de compartir su valiosa investigación, aún antes de su publicación.

Cabe mencionar especialmente a Francisco Miró Quesada Cantuarias, cuya obra, en especial sobre filosofía del derecho, lógica, lógica y derecho y filosofía de la lógica y filosofía de la razón, nos ha influenciado mucho, a pesar de nuestras muy humildes divergencias.

Finalmente, y no por ello menos importante, a los miembros de Taller de Lógica y Filosofía de la Ciencia de la Pontificia Universidad Católica del Perú, dirigida por el doctores Óscar Trelles Montero, Ramón García-Cobián Jáuregui y Diógenes Rosales Papa, y a los miembros del Taller de Filosofía Matemática de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, en especial a Miguel Salinas Molina, Víctor Osorio Vidal y Alicia Riojas Cañari.

A Rosa

A Miranda y Andrea

A mis amados padres: Telésforo y Emilia

A mis hermanos: Lucho, Paul y Gina

Por haberme dado la más grande de las felicidades y su gran apoyo,
sin lo cual no habríamos terminado esta parte de nuestra aventura

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Desde los años 50 del siglo pasado, surge con gran vigor una serie trabajos lógicos que tratan de dar cuenta de la índole de los argumentos normativos, tanto en la ética como en el derecho[1]. Este proceso se inició con Ulrich Klug. Cabe mencionar el trabajo precursor de nuestro Francisco Miró Quesada Cantuarias, igualmente de la década de los 1950, así como el famoso trabajo de Georg Henrik von Wright, "Deontic Logic" de 1951. Junto con los anteriores, tenemos los trabajos de Oskar Becker (con su obra *Untersuchungen über den Modalkalkül* de 1952), Georges Kalinowski (con su artículo "Théorie des propositions normatives" de 1953), Eduardo García-Maynes (con su obra *Los principios de la ontología formal del derecho y su expresión simbólica* de 1953) y Héctor-Neri Castañeda (con su artículo "Lógica general de las normas y la ética" de 1954).

En las siguientes décadas se siguieron los trabajos lógicos acerca de los razonamientos normativos, entre los cuales podemos destacar los de Stig Kanger, Jaakko Hintikka, Bengt Hanson, Dagfin Føllesdal, Carlos E. Alchourrón, Eugenio Bulygin, David

[1] No caben los purismos cronológicos, pues como es conocido, desde Aristóteles se tiene trabajos sobre la forma lógica de los argumentos morales. En la edad media igualmente hay trabajos interesantes sobre esta materia. En el siglo XX, igualmente destacado es el trabajo de Ernst Mally (con su "The Basic Laws of Ought: Elements of the Logic of Willing", 1926). Ver (Hilpinen & McNamara, 2013). Teniendo en cuenta estos matices, la década de 1950 se caracteriza por la existencia de un proceso de mayor interés de lógicos y filósofos de la lógica en la ética.

Makinson, Lennart Åqvist, Alan Anderson, Nicholas Rescher, Franz von Kutschera, Lou Goble, Bas C. van Fraassen, Newton da Costa, Walter A. Carnielli, Donald Nute, Miguel Sánchez-Mazas, Txetxu Ausín, Gerhard Schurz, entre tantos otros.

Para las décadas de 1980s y 1990s, la lógica aplicada al razonamiento normativo empieza a ampliarse hacia las nuevas lógicas no clásicas, tales como la lógica no monotónica, la lógica difusa, la lógica deóntica (que ya había sido introducida al derecho desde la década de 1960), la lógica paraconsistente, la lógica modal, etc.

Sin embargo, a raíz de este proceso de recepción de dichas lógicas, surgió el cuestionamiento sobre la adecuación de algunas de éstas lógicas, como es el caso de la lógica no monotónica, para el razonamiento jurídico.

Por otro lado, una cuestión igualmente importante es que comúnmente se sostiene que la lógica deóntica no permite la cuantificación (medición) con fines de una investigación empírica del deber. Si bien es verdad que ya se emplean cuantificadores (universal y existencial), esto no es suficiente a efectos de la medición. La idea que subyace a esta cuestión es el de hacer mediciones empíricas en los conceptos de deber, derecho, justicia, cuestión que a la fecha no es posible.

Dentro de este orden de cosas, se habla también de si la aplicación de las lógicas es contraintuitiva a las problemáticas propias del razonamiento normativo. Si bien, para un formalista[2], queda claro que la intuición no es un criterio de corrección de los sistemas lógicos, no obstante desde un punto de vista externo, extra lógico, puede y debe evaluarse la aplicabilidad o adecuación de las lógicas al argumento normativo.

Otra de las cuestiones fundamentales, y que abordaremos en este trabajo, es la siguiente: ¿cabe una lógica de los imperativos desde un punto de vista semántico? Esto

[2] Para el formalismo, las matemáticas sólo son fórmulas, proposiciones formales que hablan de las matemáticas, que no tienen significado ni verdad material. Así, las fórmulas son una línea de símbolos de un lenguaje formal que tratan de los objetos matemáticos, tales fórmulas carecen de significado o de verdad (en el sentido de que no están relacionados con el mundo físico), y la principal condición que hemos de exigir de dichas fórmulas es su consistencia, esto es que no se incurra en contradicción (o sea que de ellas no se derive una proposición del tipo $p \wedge \neg p$). El método para demostrar las verdades matemáticas es el axiomático (Takeuti, 2003 (1986), p. 82). Para una exposición amplia del programa de Hilbert puede verse (Detlefsen, 1986).

nos lleva directamente a analizar el conocido dilema de Jørgensen y dar con una solución, que calificamos como débil[3]. Para dar una respuesta adecuada a esta pregunta, nuestra estrategia general es: primero, desarrollar y explicar los diferentes sistemas de la lógica, así como exponer los dilemas y paradojas que la lógica deóntica estándar, y ver las soluciones que se han aportado a la fecha. Y, segundo, evaluar la fuerza de esta objeción a la luz de la situación actual de la lógica.

Este problema fue planteado por el lógico danés Jørgen Jørgensen (1894–1969), miembro del Círculo de Viena y autor de importantes obras de lógica y filosofía. En sus artículos (Imperatives and Logic, 1938) y "Imperativer og Logik", que ha sido traducido al español en (Jørgensen, 1999 [1938]), Jørgensen plantea el siguiente dilema:

> *Cuerno 1*: En la vida práctica se dan argumentos en las que por lo menos una premisa es imperativa, lo cual perece ser ejemplo de un razonamiento adecuado.
>
> *Cuerno 2*: Como quiera que los imperativos no tienen valor de verdad y que la lógica sólo opera con premisas que tiene valor de verdad, no cabe una lógica de los mismos.

Nuestra principal pretensión en la presente investigación es debilitar el cuerno 2 del dilema de Jørgensen, el cual tendrá como consecuencia inmediata el fortalecimiento del cuerno 1. Ha de tenerse en cuenta que el núcleo del cuerno 2 es el concepto de verdad en relación con la definición de la lógica. Esto debe entenderse bien. No estamos plateando la cuestión de la verdad como una cuestión previa a la noción de lógica. Tal cosa, no está en nuestros planes. Sino que, a nuestro modo de ver este tema, la relación entre lógica y verdad ha de entenderse así: (i) la concepción de Jørgensen de la lógica está plasmada en los tres tomos de su (Treatise of formal logic. Its evolution and main branches, with its relations to Mathematics and Philosophy, 1962 [1931]), y básicamente se trata de la lógica clásica, que definimos en el capítulo I; (ii)

[3] Una solución fuerte implica afirmar que los imperativos (comandos) tienen valor de verdad, lo cual no haremos, pues pensamos que esa alternativa no es necesaria ni viable. No es necesaria, pues los recientes trabajos sobre la concepción de la lógica nos hacen ver que la lógica no es una "teoría de la verdad, exclusivamente": por ello pueden haber otras lógicas (en especial las divergentes, en el sentido empleado por (Haack, 1996 (1974)), que se alejen de este valor semántico.

el dilema de Jørgensen se formula en dicho contexto, esto es, que la lógica es la clásica. Por lo que nuestra investigación, toma como punto de partida (i) y (ii) y va hacia adelante, y nos planteamos la cuestión de si a la luz del posterior desarrollo de la lógica, luego de 1938 hasta la fecha, sigue sosteniéndose el cuerno 2 del dilema. Esta postura metodológica de nuestro trabajo, a nuestro entender, se adecúa más a nuestros fines: entender cuáles son los fundamentos semánticos de los imperativos en la lógica actual. Sin perjuicio de ello, debemos indicar que no hay duda de que un abordaje hacia atrás, de corte histórico igualmente es útil para la filosofía de la lógica deóntica, como recientemente lo han demostrado (Hilpinen & McNamara, 2013), sin embargo, en nuestro tema en especial, este problema debe afrentarse desde la lógica actual cuidando las importantes aportaciones anteriores.

Así, nuestra hipótesis es que a la luz del desarrollo actual de la lógica, no puede sostenerse el cuerno 2 del dilema de Jørgensen, o sea, la carencia de valor de verdad de los imperativos no es un impedimento real para una lógica de imperativos, y ello resulta así porque la lógica no es más considerada en relación a la verdad (preservación de la verdad)[4].

En cuanto refiere al desarrollo de la lógica, se aprecia que la misma no es un cuerpo uniforme y monolítico, sino que nos encontramos frente una diversidad de lógicas. Una manera sencilla de clasificarlas es distinguir entre las lógicas clásicas y las lógicas no clásicas[5]. De este universo formal, se ha empleado algunas para evaluar la corrección de los razonamientos normativos. Y tal cosa se entiende como un proceso natural si tenemos en cuenta de que la construcción de los sistemas lógicos se basan (en sus conceptos primitivos y axiomas) en determinados aspectos del lenguaje. Y siendo que el lenguaje de la ética así como del derecho tiene una serie de aspectos que son tratados por distintas lógicas, no resulta extraño que para su análisis formal deba recurrirse a los sistemas lógicos.

---

[4] En este siglo es que viene teniendo más difusión la idea de la lógica como preservación de la garantía, en especial ver (Restall, 2009) y (Restall, 2012). Una propuesta precursora de esta idea fue planteada por nuestro Francisco Miró Quesada Cantuarias, de la cual sólo tenemos referencia, pues, hasta donde hemos podido conocer, la misma no ha sido publicado (Miró Quesada Cantuarias, 1992, págs. 422-426)

[5] Sobre la cuestión de lo que debe ser considerado como lógicas clásicas y no clásicas se discute entre los autores, así Francisco Miro Quesada Cantuarias ha propuesto un criterio para definir cuándo una lógica es clásica o no (Miro Quesada Cantuarias, 1978), entre otros. En el capítulo I abordamos esta cuestión.

Por ejemplo, si vemos la obra del Arend Soeteman, *Logic in Law* (1989), observamos que el sistema formal empleado preponderantemente es la lógica deóntica estándar.

Asimismo, en la obra de Francisco Miro Quesada Cantuarias, *Ratio Interpretandi* (2000), puede apreciarse que el autor ha empleado la lógica clásica, lógica deóntica, lógica de contextos y lógica difusa.

Y así podemos enumerar autores cuyos trabajos resultan importantes, que han estudiado el Derecho, y han empleado un número diverso de sistemas de lógicos. Así, vemos que Jerzy Stelmach y Bartosz Broz en su obra *Methods of Legal Reasoning* (2006) señalan que las lógicas aplicables al derecho son: (i) lógica clásica, (ii) lógica deóntica, (iii) lógica de la acción y (iv) lógica derrotable.

Por su parte, Jan C. Joerden, en la segunda edición de su obra *Logik im Recht* (2010), trabaja con: (i) lógica booleana, (ii) teoría de conjuntos, (iii) lógica combinatoria, (iv) lógica cuantificacional, (v) lógica modal, (vi) lógica deóntica, (vii) lógica de relaciones, (viii) lógica de la acción, (xix) lógica silogística y (x) lógica difusa. Igualmente, se ha aplicado al razonamiento jurídico y ético la lógica no monotónica[6].

Para efectos del presente trabajo, no resulta pertinente, por razones de oportunidad, trabajar la totalidad de las lógicas antes señaladas. Sin embargo esta elección no tiene un costo en la profundidad, pues cumplimos con nuestro objetivo de elaborar una idea actual del concepto de lógica (o mejor dicho, de sistema lógico)[7]. Así que si bien no debe prescindirse de la referencia concreta a un tipo de lógica en especial (y en este caso referimos a varios sistemas lógicos), tampoco es necesario (ni pertinente) hacer referencia a todas a la vez.

No obstante, de las lógicas especiales antes señaladas en el presente trabajo haremos especial referencia a la lógica deóntica. Cabe indicar que el desarrollo de ésta lógica

---

[6] A este respecto, debe señalarse que para Jesús Mosterín no tiene caso hablar de lógicas no monotónicas, ya que propiamente no son lógicas, sino más bien algoritmos (Mosterín, 2010, pág. 184).
[7] Cabe agregar que hoy en día no existe una definición clara de sistema lógico, situación que abona aún más a favor de nuestro trabajo, como lo veremos en el capítulo III.

es muy extenso, por lo que emplearemos las llamada lógica deóntica estándar (SDL, por sus siglas en inglés); igualmente hacemos referencias concretas a las lógicas deónticas divergentes, como la lógica deóntica paraconsistente (de Newton da Costa y sus colaboradores) y lógica deóntica no monotónica (de John Horty)[8].

Resulta muy interesante que desde la aparición reconocida de la lógica deóntica, en 1951, ya para la década de 1970 estaba claro que ésta resultaba pertinente para el análisis de las normas tanto morales como jurídicas.

Grosso modo, en la semántica lógica existen, entre otros, tres tipos de operadores: (i) aléticos (necesidad, posibilidad e imposibilidad), (ii) epistémicos (conocimiento y creencia) y (iii) deónticos (prohibido, obligatorio y permitido).

La semántica desarrollada para los operadores aléticos, sirvió de base para el desarrollo de la lógica deóntica. Aunque cabe mencionar que en la edad media, Pedro Abelardo (1079-1144) y otros definieron la lógica modal en términos de la deóntica, al sostener que la necesidad es lo que la naturaleza demanda, la posibilidad es lo que la naturaleza permite y la imposibilidad es lo que la naturaleza prohíbe (Hilpinen & McNamara, 2013, p. 6). Como es conocido, Gottfried Wilhelm Leibniz tomó un camino distinto, el cual fue determinante hasta nuestros días, y que por ello que actualmente la lógica deóntica es una extensión de la modal.

Históricamente es posible encontrar reflexiones interesantes sobre la lógica deóntica (en un sentido lato), es decir, la lógica de obligaciones. Aristóteles, en su *Ética a Nicómano*, aplicó el silogismo práctico formalizando el razonamiento normativo[9].

Gottfried Wilhelm Leibniz en su *Elementa iuris naturalis* (1669 - 1671) definió los conceptos deónticos en términos de los modales. Leibniz llamó a las categorías deónticas de lo obligatorio, lo permitido y lo prohibido, modalidades jurídicas (*Iuris*

---

[8] Esta referencia es importante pues no es correcta la idea actualmente difundida que la lógica deóntica es sólo una extensión de la lógica clásica, por ejemplo así lo indica (Palau, 2002). Lo cual sólo es cierto para el caso de la lógica deóntica estándar (SDL).

[9] "Si 'todas las cosas dulces deben ser probadas' y 'esto es dulce', en el sentido de que es una de las cosas dulces, entonces el hombre que tenga la posibilidad y que no esté impedido, debe probarla". (Aristotle, 1941, pp. VII, 3, 1147B25-30).

modalia), y señaló que los principios básicos de la lógica modal son aplicables a la lógica deóntica. De acuerdo con él, lo permitido (*licitum*) es

> lo que es posible hacer para una persona buena

y lo obligatorio (*debitum*) es

> lo que es necesario hacer para una persona buena

En el siglo XIX y el XX, B. Bolzano, A. Höfler y E. Husserl se han ocupado del análisis de las sentencias normativas. Sin embargo, mejores resultados han sido conseguidos por E. Lapie (1902) y E. Mally (1926) (lógica del querer), y por E. Menger (1934) (lógica de hábitos). Una parte pequeña de estos trabajos se ocuparon de la lógica deóntica. Quienes abordaron ésta última cuestión directamente fueron: W. Dubislav, J. Jørgensen, A. Hofstadter, J.C.C. McKinsey, R.M. Hare y R. Rand.

En el presente trabajo sostenemos que si bien desde un sistema lógico hasta ahora no se ha logrado mostrar la existencia de una semántica de los enunciados imperativos, sin embargo sí demostramos que el problema que representa uno de los cuernos del dilema de Jørgensen no tiene la misma fuerza que cuando se planteó. Es así que enunciados de tipo "¡Juan, haz tus deberes!", si bien no tienen un valor de verdad, esto no quiere decir que no tenga otro valor semántico, como el de justicia, por ejemplo. Para efectos del presente trabajo, nos restringiremos a una semántica bivalente justo/injusto, pues consideramos que si demostramos que dicha semántica le corresponde a los imperativos, recién cabe plantearse el estudio de una semántica polivalente de los imperativos.

Por otro lado, metodológicamente, el presente trabajo se inserta dentro de la filosofía matemática. Cabe señalar que tal denominación no hace referencia a la filosofía de las matemáticas en absoluto, sino el mismo hace referencia al método de estudio de la filosofía. Así, la filosofía matemática es la investigación filosófica de un tema haciendo uso de herramientas formales (lógica y matemáticas). Esta forma de investigación es la que se realiza en el Munich Center for Mathematical Philosophy – MCMP (ver: http://www.mcmp.philosophie.uni-muenchen.de/index.html). Y que en nuestro país se hace en el Taller de Filosofía Matemática que funciona en la Facultad de Matemáticas de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, al cual pertenecemos.

Al presente trabajo, le hemos agregado un vocabulario esencial de los términos más empleados en el curso de nuestra investigación y dos apéndices, que indican el contexto mayor dentro del cual se ubica la presente investigación. Ambos apéndices pueden ser vistos como los problemas que están pendientes de ser resueltos si se quiere contar con una auténtica y adecuada lógica de imperativos.

Con respecto al contenido, en el primer capítulo, analizaremos la naturaleza de la lógica, y en es especial su gran diversidad. En la actualidad no tiene un claro sentido el término "lógica" sino que se le sustituye por "lógicas" y, mejor, "sistemas lógicos", no obstante, los estudios filosóficos de la lógica se denominan "lógica filosófica" o "filosofía de la lógica" (en este último sentido se da una apariencia de unidad de la lógica, lo cual no es así en el tratamiento de los textos bajo ese título). Nuestro objetivo en este capítulo es mostrar que la inexistencia de una lógica tiene una base filosófica que está dada esencialmente por el principio de tolerancia de Rudolf Carnap[10]. Lo cual a su vez nos permite sustentar la existencia de un espacio o la posibilidad de que se dé un nuevo trabajo lógico que signifique el abordaje del problema semántico de los imperativos, cosa que no se tiene aún en el actual desarrollo de la lógica, en especial de las lógicas deónticas. Asimismo, la multiplicidad de sistemas lógicos no sólo se da en las conocidas familias como lógica modal, lógica intuicionista, lógica paraconsistente, lógica temporal, lógica cuántica, lógica deóntica; sino que, por ejemplo, en el caso de la lógica deóntica existen varios sistemas lógicos deónticos (por ejemplo, Daniel Rönnedal muestra 32 sistemas deónticos (Rönnedal, 2009)).

---

[10] Este principio señala lo siguiente:

> *In logic, there are no morals*. Everyone is at liberty to build up his own logic, i.e. his own form of language, as he wishes. All that is required of him is that, if he wishes to discuss it, he must state his methods clearly, and give syntactical rules instead of philosophical arguments. (Carnap, 1937, p. 52)
> [*En la lógica no hay moral*. Todos tienen la libertad de construir su propia lógica, i.e., su propia forma de lenguaje, como se desee. Todo lo que se le pide a aquél que lo haga, si desea discutirlo, es que debe establecer sus métodos claramente, y brindarnos reglas sintácticas en lugar de argumentos filosóficos.]

En el segundo capítulo tratamos las lógicas no monotónicas, que son las lógicas que no cumplen con el principio clásico de la monotonía. Esta presentación tiene la finalidad mostrar que un sistema lógico se constituye sobre un aspecto del lenguaje que se quiere formalizar, sin que se llegue a agotar la riqueza expresiva del lenguaje. En el caso de los argumentos normativos, éstos se caracterizan por su derrotabilidad, esto es que las personas cuando empleamos este tipo de razonamiento, entendemos como un aspecto formal de las cosas (las normativas), la posibilidad de cambiar nuestras opiniones en la medida que ello sea "razonable". Así pues, en el caso de los argumentos normativos nos movemos en el lenguaje ordinario, y no en el matemático. El reconocimiento de que el lenguaje ordinario es diferente al matemático, si bien es cierto que ahora nos parece obvio, pero tal cosa no era así en la lógica filosófica y ello explica la limitación que tiene la más conocida de las formulaciones de lógica deóntica, como extensión de la lógica clásica, esto es la SDL (lógica deóntica estándar), en la cual cumple con el principio de monotonía. Nosotros defendemos la posición de que una lógica de los imperativos debe ser no monotónica y por ello es que concordamos con el planteamiento de Lorenzo Peña, John Horty, Txetxu Ausín, entre otros.

Por otro lado, puede resultar paradójico que habiéndose planteado la imposibilidad de una lógica de imperativos en 1938 en (Jørgensen, 1938), ésta haya surgido en la forma de las primeras lógicas deónticas en manos de Georg Henrik von Wright (1967 (1951))[11]. Sin embargo, creemos que ello muestra la gran necesidad de una lógica que estructure la "racionalidad" de nuestros razonamientos normativos.

En el tercer capítulo, mostramos que el cuerno 2 del dilema de Jørgensen no tiene la fuerza de cuando se planteó en su momento, existen diferencias muy claras entre el lenguaje matemático y el normativo, de modo que la prohibición que reside en el cuerno 2 se hizo en el entendido de que el razonamiento paradigmático es el matemático, lo cual no es correcto[12], y la lógica no tiene como objeto, en la actualidad, solo el mundo de los objetos matemáticos, sino también los aspectos del lenguaje ordinario.

[11] Nótese que en el mismo año se publica la obra *Juristische Logik* de Ulrich Klug.

[12] Cabe indicar que en esta línea se encuentra las tres tesis de Fernando Bobbio Rosas (1968), (1968) y (1972), con quien coincidimos en ese punto, empero este gran filósofo peruano, no trató en dichas obras el tema que ahora nos convoca.

CAPÍTULO I

LÓGICA CLÁSICA Y LAS LÓGICAS NO CLÁSICAS

Actualmente la lógica no es un cuerpo uniforme y monolítico, sino que encontramos una diversidad de lógicas especiales. Siendo que una manera sencilla de clasificarlas es entre las lógicas clásicas y las lógicas no clásicas.

Se ha llegado a sostener que no existe una sola lógica que sea la "correcta". Si bien la lógica clásica ha dominado en el contexto, particularmente en las matemáticas, y que tiene la ventaja de la simplicidad, sin embargo no resulta ser la más adecuada para todas las aplicaciones (Nolt, 1997, p. 461). El surgimiento de los sistemas de inteligencia artificial ha acelerado la creación de cientos de lógicas alternativas con aplicaciones específicas. La presión hacia las concesiones no clásicas es especialmente aguda cuando se trata de diseñar sistemas inteligentes que usen algún aspecto del lenguaje natural. Aquí nos encontramos con problemas complicados y complejos de relevancia, falta de sentido, paradojas semánticas, referencias erróneas, y otros; todos los cuales representan retos al principio clásico de la bivalencia. E incluso en las cuestiones más fundamentales, tales como si la semántica debe basarse en la confirmación o en la verdad, existen profundos desacuerdos; por ejemplo, los intuicionistas proponen el primer punto de vista, mientras que los clásicos el último.

Hay un motivo adicional para rechazar el clasicalismo. El caso del comportamiento extraño de las partículas más fundamentales de la materia ha convencido a algunos físicos que el mundo subatómico puede ser mejor caracterizado mediante una lógica no clásica llamada lógica cuántica (Dalla Chiara & Giuntini, 2002).

Los inicios históricos de la lógica no clásica, en una forma muy primitiva, puede hallarse en Aristóteles, quien menciona un tipo de lógica comparativa, que es incompatible con la lógica clásica, cuando señala lo siguiente:

"*Si hay dos cosas ambos más deseables que alguna cosa, el que es más deseable en mayor grado es más deseable que aquél que es deseable en menor grado*"[13].

Como se conoce, la lógica clásica ha sido creada originalmente para el análisis de los objetos matemáticos[14]. No obstante hay un ámbito muy amplio en el cual la lógica tradicional ha sido desplazada, y en dichas zonas no cubiertas igualmente existen tópicos de gran interés filosófico que la lógica clásica rechaza puesto que no son importantes para las matemáticas. Es así que en las matemáticas los hechos nunca serán o podrían ser otra cosa de como son, y por consiguiente se rechazan las distinciones del presente, pasado y futuro, o de lo necesario, lo real y lo posible (Burgess, 2009).

A pesar de una fuerte postura clasiscalista de la lógica, ello no ha impedido el surgimiento de un gran número de lógicas no clásicas, a modo de extensión de la clásica o hasta divergentes o antagónicas, y que han despertado gran interés y encono entre los autores.

Una primera cuestión acerca de este problema es la distinción precisa entre lógica clásica y lógica no clásica. Así, un criterio que sustenta esta clasificación es dado por John Nolt (Nolt, 1997, p. 397), quien señala que la lógica clásica tiene los siguientes presupuestos:

- El significado lógico de los enunciados es su condición de verdad.
- Todos los enunciados son verdaderos o falsos, pero no ambos a la vez.
- Cada nombre refiere a algo que existe.

Para Roy T. Cook (2009, p. 47) la lógica clásica contiene todos los teoremas y reglas de inferencia siguientes:

Ley de la doble negación	$P \leftrightarrow \neg\neg P$
Ley del tercio excluido	$P \vee \neg P$

[13] (Aristotle, Topics, 1984, pp. III, 3, 118b2-3)
[14] (Schlechta, 1997), (Burgess, 2009).

Leyes de De Morgan	$\neg(P \& Q) \leftrightarrow \neg P \vee \neg Q$ $\neg(P \vee Q) \leftrightarrow \neg P \& \neg Q$
Explosión	$(P \& \neg P) \rightarrow Q$
Monotonicidad	$((\Gamma \vdash \phi) \& (\Gamma \subseteq \Delta)) \rightarrow \Delta \vdash \phi$ Donde $\vdash$ significa: "…*tiene como consecuencia lógica*…"

Mientras que la lista antes señalada no es suficiente para determinar formalmente la lógica, la vasta mayoría de las lógicas no clásicas rechazan uno o más de los principios antes indicados.

Siguiendo este criterio, las lógicas no clásicas se dividen en tres grupos: (i) las extensiones de la lógica clásica, (ii) las lógicas ligeramente no clásicas y (iii) las lógicas radicalmente no clásicas.

Otro criterio ha sido propuesto por Francisco Miró Quesada Cantuarias (Miro Quesada Cantuarias, 1978), quien señala que si una lógica no satisface por lo menos uno de los tres principios lógicos tradicionales (el principio del tercio excluso, el principio de no contradicción y el empleo del lenguaje categórico o asertórico) entonces se trata de una lógica no clásica.

Sin embargo, no hay uniformidad en la lógica sobre las propiedades que deben destacarse como caracterizadores de la lógica clásica, situación que agrega una mayor dificultad a este asunto.

Así, por ejemplo, Luis Piscoya (Piscoya Hermoza, 2009 (1994)) acusa la falta de un criterio común que defina las lógicas no clásicas, al punto que siguiendo el criterio de Suppes (1966) puede decirse que un sistema lógico es no clásico, pero que siguiendo el criterio de Miró Quesada el mismo sistema resulta ser clásico. Lo cual sucede con el sistema intuicionista de A. N. Kolmogorov (Kolmogorov, 1967 (1925)), que según el criterio de Miró Quesada es un sistema no clásico, y según el criterio de Suppes es clásico. Frente a tal situación, Piscoya propone una definición del sentido en que se emplea el término "no clásico", señalando que un sistema *S* es no clásico cuando omite el clásico principio de no contradicción (Piscoya Hermoza, 2009 (1994), pág. 216). Frente a esto podríamos contra argumentar que la lógica no reflexiva de Octavio Bueno y Newton da Costa (2009) sería clásica, pues no rechaza el principio de contradicción sino el de identidad. Pero, resulta extraño considerar como clásica a un sistema lógico que rechace el principio de identidad.

Por nuestra parte, pensamos que no tiene sentido seguir con la discusión acerca de una definición concluyente del término “no clásico”. Como puede verse de lo antes señalado, la respuesta depende de los principios clásicos de los cuales se parte, de modo que caben las ambigüedades como las que indicamos. Sin embargo, debemos definir lo que se entiende por “no clásico”, sin ninguna pretensión de conclusión definitiva. Así, para este trabajo, la lógica clásica es aquella en la cual se cumplen todos los principios señalado por Roy T. Cook, de forma que un sistema lógico es no clásico cuando niega por lo menos uno de éstos. Sin embargo, este criterio formal debe ser agregado a uno clasificatorio, esto es de carácter sistemático, de modo que se considere no clásica a la lógica que sea una extensión de la lógica clásica. Este criterio es claramente estipulativo y se basa en el hecho que los textos de lógica clásica no incluyen por lo regular ninguna referencia a las extensiones de ésta.

Para Susan Haack (Haack, 1996 (1974), p. 2) los sistemas lógicos pueden distinguirse entre rivales y suplementarios:

- Sistemas propuestos como rivales:
  - ◊ La lógica intuicionista.
  - ◊ La lógica mínima.
  - ◊ Las lógicas de valores múltiples de Łukasiewizc y de Bochvar.
  - ◊ Los lenguajes presuposicionales de van Fraassen.
  - ◊ Las lógicas de la mecánica cuántica de Reichenbach, de Destouches-Février, de Birkhoff y de von Neumann.

- Sistemas propuestos como suplementarios:
  - ◊ Las lógicas modales (como las de Lewis, no así la de Łukasiewizc).
  - ◊ La lógica epistémica.
  - ◊ La lógica deóntica.
  - ◊ La lógica temporal.

Por su parte, John Nolt considera como clásico a las extensiones de la lógica clásica. Resulta interesante apreciar la lista de lógicas que hace este autor. Veamos:

Dentro de las lógicas que son extensiones de la lógica clásica, Nolt considera a:

a. La lógica modal según Leibniz.
b. La lógica modal según Kripke.
c. La lógica deóntica.
d. La lógica temporal.
e. Las lógicas de nivel superior.

Dentro de las lógicas ligeramente no clásicas, Nolt considera a:

f. La lógica libre.
g. La lógica de valores múltiples.
h. Las lógicas sin función de verdad.

Dentro de las lógicas radicalmente no clásicas, Nolt considera a:

i. La lógica con función de verdad infinita.
j. La lógica difusa.
k. La lógica intuicionista.
l. La lógica relevante.
m. La lógica no monotónica.

Por su parte, Graham Priest (Priest, 2006), con un enfoque de teoría de modelos, señala que las lógicas tienen desarrollos en la teoría de pruebas y, en algunos casos (como la lógica lineal) éstos son en alguna medida naturales. La lógica combinatoria no se considera no clásica, porque expresa inferencias que podrían ser rechazadas tanto en la lógica clásica como en la no clásica.

En consecuencia tenemos que las lógicas surgidas en el siglo veinte son las siguientes:

- Extensiones de la lógica clásica.
- Lógicas rivales de la lógica clásica, que a su turno se subdivide en:
    - ◊ Lógicas ligeramente rivales.
    - ◊ Lógicas ligeramente rivales.
- Lógicas que no son clásicas ni no clásicas, como es el caso de la lógica combinatoria.

Graham Priest (2006 y 2008) considera como lógicas no clásicas a las indicadas en los dos primeros puntos, y no así a la del tercero. Esto muestra que el criterio adoptado en este trabajo es adecuado si nos guiamos por la literatura especializada, que se trata de un critenio convencional y no solamente técnico, y que no abarca la totalidad de lógicas, como es el caso de la lógica combinatoria que si cumple con el criterio convencional, esto es, se trata de una lógica de la cual los textos de lógica clásica normalmente no lo tratan.

A continuación, veamos en forma muy breve cada una de las lógicas no clásicas siguiendo el criterio técnico y convencional, con exclusión de la lógica combinatoria.

1.1. Extensiones y rivales.

Una importante distinción entre las lógicas no clásicas es entre aquéllas que consideran a la lógica clásica como correcta hasta cierto alcance pero que necesita ser extendida agregándole nuevos conectivos, y aquéllas que la consideran incorrecta incluyendo los conectivos que utiliza. A las primeras se les llama extensiones de la lógica clásica y la los segundos sus rivales. De este modo, las lógicas modales, usualmente concebidas, son extensiones de la lógica clásica, pues concuerdan con ésta sobre los conectivos extensionales (y cuantificadores, si los hay) pero les agregan los operadores modales. Por el contrario, las lógicas relevante e intuicionista son configuradas como rivales, de manera tal que $P \vee \neg P$ es válido en la lógica clásica pero no en la lógica intuicionista, $P \rightarrow (Q \rightarrow P)$ es válido en la lógica clásica pero no así en la lógica relevante.

Sin embargo, esta distinción debe tomarse con cuidado. Puesto que la lógica modal moderna puede ser formulada sin utilizar los operadores modales, sino el condicional estricto, π, como primitivo y desde el cual pueden definirse los operadores modales. Así $P\pi(Q\pi P)$ no es un enunciado válido. Desde este punto de vista, la lógica modal es rival de la lógica clásica. Similarmente, se puede agregar a la lógica relevante un operador negado, \$, que se comporte al igual que la negación clásica. Entonces, la lógica clásica es parte de esta lógica, identificándose los clásicos $\neg P$ y $P \rightarrow Q$ con los relevantes $\$P$ y $\$P \vee Q$, respetivamente. Desde este punto de vista, en una lógica relevante → y ¬ son operadores adicionales a los clásicos, y la lógica relevante es una extensión de los lógica clásica.

Lo que estos ejemplos muestran es el hecho que algo sea o no una extensión o un rival de la lógica clásica no es una cuestión puramente formal sino que es una cuestión de cómo la lógica es considerada para ser aplicada en un razonamiento informal. Si, en una lógica modal, $P \prec Q$ se lee "si *P* entonces *Q*" entonces ésta lógica es rival de la lógica clásica. Si $P \rightarrow Q$ se lee "si *P* entonces *Q*" y $P \prec Q$ se lee "necesariamente, si *P* entonces *Q*", entonces se trata de una extensión. Si, en una lógica relevante, $P \rightarrow Q$ se lee "si *P* entonces *Q*" y $\neg P$ "no es el caso que sea *P*", la lógica es rival de la lógica clásica. En cambio, si $\$P \vee Q$ se lee "si *P* entonces *Q*" y $\$P$ se lee "no es el caso que sea *A*", entonces se trata de una extensión.

1.2. Las lógicas no clásicas.

A continuación, se hace un breve recorrido de las distintas lógicas no clásicas, a efectos de dar cuenta de sus características especiales.

1.2.1. Lógicas de valores múltiples.

Un aspecto central de la lógica clásica es su bivalencia. Cada enunciado sólo puede ser o verdadero (1) o falso (0). En la lógica de valores múltiples, que es configurada como un rival de la lógica clásica, existen más de dos valores semánticos. Sin embargo, se mantiene la funcionalidad de verdad, así el valor de una fórmula compuesta está determinada por los valores de sus componentes. Algunos de los valores semánticos son designados, y una inferencia válida es una en la que, cualesquiera que sean las premisas designadas, lo es la conclusión.

Un ejemplo simple de una lógica de valores múltiples es aquella que tiene tres valores de verdad, 1, *i*, 0; y las funciones de verdad para los conectivos estándares son las siguientes:

	¬
*1	0
i	*I*
0	0

→	1	*i*	0
1	1	*i*	0
i	1	1	*i*
0	1	1	1

∨	1	*i*	0
1	1	1	1
i	1	*i*	*i*
0	1	*i*	1

&	1	*i*	0
1	1	*i*	0
i	*i*	*i*	0
0	0	0	0

El único valor designado es 1, el cual se señala con asterisco. Esta es la lógica de tres valores de Łukasiewicz, Ł$_3$. Si el valor medio de la tabla de verdad de → se cambia 1 por *i* se obtiene la lógica de tres valores de Kleene, K$_3$. La interpretación estándar de *i* en esta lógica es: *ni verdadero ni falso*. Si demás se le añade a *i* un valor designado, obtenemos la lógica paraconsistente. Y la interpretación estándar de *i* es: *es verdadero y falso a la vez.*

Ł$_3$ puede ser generalizada a una lógica Ł$_n$, con *n* valores de verdad, para cualquier número finito *n*, incluso a una lógica de valores infinitos. Así, la lógica de valor continuo de Łukasiewicz, Ł$_\aleph$, tiene valores semánticos para todos los números reales entre 0 y 1 (inclusive). Normalmente, sólo 1 es designado. Si escribimos el valor de *P* como $v(P)$, $v(P \vee Q)$ y $v(P\&Q)$ son los máximos y mínimos de $v(P)$ y $v(Q)$, respectivamente; $v(\neg P) = 1 - v(P)$; $v(P \to Q) = 1, si\ v(P) \leq v(Q)$ y $v(P \to Q) = 1 - (v(P) - v(Q))$, en caso contrario. Convencionalmente, los valores semánticos están pensados como grados de verdad, tal que 1 es *completamente verdadero*. Interpretándose de este modo, $Ł_{\aleph}$ es una lógica de la familia de las lógicas de valores múltiples llamadas *lógicas difusas*.

1.2.2. Lógicas modales.

Otra familia de las lógicas no clásicas mantiene la bivalencia, pero rechaza las funciones veritativas. Las lógicas modales agregan a los conectores de la lógica clásica los operadores $\Box$ (es necesariamente el caso) y $\Diamond$ (es posiblemente el caso). Los valores de verdad de $\Box P$ y $\Diamond P$ dependen del valor de verdad de P.

La semántica estándar de las lógicas modales alude a un conjunto de mundos posibles, al que se le añade la relación binaria R. wRw' significa, intuitivamente, que desde un estado de cosas como es w, que el estado de cosas w' es posible. En las lógicas modales de primer orden cada mundo está relacionado con un dominio de cuantificación. Los conectivos extensionales tienen dado una condición usual de verdad con respecto al mundo, y si escribimos el valor de P en el mundo w como $v_w(P)$:

$v_w(\Box P) = 1$, sii para todo w' tal que wRw', $v_{w'}(P) = 1$
$v_w(\Diamond P) = 1$, sii para algún w' tal que wRw', $v_{w'}(P) = 1$

Para las lógicas modales normales, la validez es definida en términos de la preservación de la verdad en todos los mundos. Las lógicas modales no normales tienen una clase de mundos no normales en el cual las condiciones de verdad de los operadores modales son diferentes.

Las diferentes lógicas modales se obtienen introduciendo restricciones en la relación R. Si R es arbitrario entonces tenemos el sistema K. Si es reflexivo (validando $\Box P \to P$) tenemos el sistema T. Si además es transitivo (validando $\Box P \to \Box\Box P$), tenemos el sistema $S4$. Si se considera además la simetría (validando $P \to \Box\Diamond P$), tenemos el sistema $S5$. En este caso, alternativamente, R puede ser universal: para todo w y w' se tiene que wRw'. Si añadimos la condición que todo mundo está relacionado con algún mundo u otro (validando $\Box P \rightarrow \Diamond P$) tenemos el sistema D.

La noción de posibilidad es altamente ambigua, ya que se puede hablar de una posibilidad lógica, física, epistémica, etc. Argumentativamente, resulta apropiado introducir diversas restricciones que dan lugar a diferentes nociones.

1.2.3. Lógicas intencionales.

La semántica del mundo ha llegado a ser una de las más versátiles técnicas de la lógica contemporánea. En general, las lógicas que tienen una semántica del mundo son llamadas lógicas intencionales y son normalmente consideradas como extensiones de la lógica clásica, y existen muchas de éstas demás de las lógicas modales estándares.

$\Box$ puede ser interpretado como "es conocido que" en cuyo contexto usualmente es escrito como K y ésta lógica es llamada *lógica epistémica*. La lógica epistémica más plausible es la T. Por otro lado, $\Box$ puede ser interpretado como "se cree que" en cuyo caso se escribe usualmente como B, y esta lógica es llamada *lógica doxástica*. Aunque la lógica K parece ser muy fuerte en éste lugar, salvo como una idealización de seres lógicamente omniscientes. $\Box$ puede ser interpretado como "es obligatorio que se lleve a cabo aquello" en cuyo caso se escribe como $\bigcirc$ y esta lógica es llamada *lógica deóntica*. La lógica deóntica estándar es SDL.

Se puede interpretar también $\Box$ como "es posible probar que" el sistema más conocido a este respecto se le denomina usualmente como GL y se le llama *lógica de la prueba*. Esta lógica impone dos restricciones sobre la relación de accesibilidad. Una es la transitividad y otra que no existe una cadena indefinida en función a R, esto es, no hay secuencias de la forma $w_0 R w_1, w_1 R w_2, w_2 R w_3, \ldots$ Esta restricción valida el principio $\Box(\Box P \rightarrow P) \rightarrow \Box P$, pero no así $\Box P \rightarrow P$. El interés en este sistema reside en su cercana conexión con la forma en que un predicado de probabilidad, $Prov$, opera en un sistema estándar de aritmética formal. Por el segundo teorema de la incompletitud de Gödel[15], en tales lógicas no se puede probar $Prov(\langle P\rangle) \rightarrow P$, donde $\langle P\rangle$ es el numeral para el número de Gödel de P. Sin embargo, el teorema de Löb nos asegura que si podemos probar $Prov(\langle P\rangle) \rightarrow P$, entonces podemos probar P y así como $Prov(\langle P\rangle)$ esta es la idea característica del principio *GL*.

Otra posibilidad de interpretar $\Box$ y $\Diamond$ es como "siempre será el caso que" y "será el caso que alguna vez", respectivamente. En este contexto, los operadores son normalmente escritos como G y F, y esta lógica se la llama *lógica temporal*. En las semánticas del mundo de la lógica temporal, los mundos son pensados como tiempos, y la relación de accesibilidad, R, es interpretada como un ordenamiento temporal. En estas lógicas hay también operadores de tiempo pasado: H y P ("siempre ha sido el caso que" y "fue el caso que alguna vez", respectivamente), los cuales tiene condiciones de verdad invertidas. Así por ejemplo:

$v_w(HP) = 1$, sii para todo w' tal que $w'Rw$, $v_{w'}(P) = 1$

Los operadores de los tiempos pasado y futuro interactúan en formas características (*e.g.* $P \rightarrow HFP$ es lógicamente válido). La lógica temporal básica, K_t se obtiene haciendo que R sea arbitraria. Como sucede con las lógicas modales, los sistemas más fuertes son obtenidos añadiendo restricciones en R, el cual ahora puede representar las ideas que el tiempo es denso, no existe un último momento, y así sucesivamente.

Por supuesto que no es necesario tener sólo una familia de operadores intencionales en un lenguaje formal: se puede tener, por ejemplo, operadores modales y temporales juntos. Cada familia tendrá su propia relación de accesibilidad, y éstas podrían interactuar en formas apropiadas. Los sistemas de lógica con más de una familia de operadores modales se llaman lógicas multimodales. Una de las más importantes es la *lógica dinámica*, en la cual hay operadores de la forma $[\alpha]$ y $\langle\alpha\rangle$, cada uno con su propia relación de accesibilidad, R_α. En las semánticas de la lógica dinámica, los mundos son concebidos como estados de cosas o un dispositivo computacional. Las

[15] Este famoso teorema señala que cualquier teoría suficientemente fuerte (como la aritmética de Peano o la de Robinson) que es consistente, no puede probar su propia consistencia. Este teorema puso un límite muy serio al método axiomático de Hilbert, aunque no determinó su fin (Bernays, 1967) el mismo que sigue vigente con importantes resultados, por ejemplo ver (Gabbay D. , 1985) y (Gabbay D. M., 1996).

αs son concebidos como acciones o programas no deterministas y $wR_\alpha w'$ es interpretado para indicar que el inicio en el estado w y la ejecución de la acción α (o la ejecución del programa α) puede conducirlo al estado w'. Así $[\alpha]P$ ($\langle\alpha\rangle P$) tiene lugar en el estado w, precisamente si la ejecución de α en w siempre conducirá (algunas veces podría conducir) al estado en el cual P tiene lugar. Las acciones tal cuales están circunscritas a ciertas operaciones. En particular, si α y β son acciones, así también lo es $\alpha;\beta$ (realizar primero α y luego realizar β); $\alpha \cup \beta$ (realizar α o realizar β, en forma no determinística). También existe un operador, ? ("la prueba de si") el cual toma las oraciones en un programa. Las correspondientes relaciones de accesibilidad son: $xR_{\alpha;\beta}y$ sii para algún z, $xR_\alpha z$ y $zR_\beta y$; $xR_{\alpha\cup\beta}y$ sii $xR_\alpha y$ y $xR_\beta y$; $xR_{\alpha*}y$ sii para algún $x = x_1, x_2, \dots, x_n = y$, $x_0R_\alpha x_1, x_1R_\alpha x_2, \dots, x_{n-1}R_\alpha x_n$; $xR_{P?}y$ sii $x = y$ y $v_X(P) = 1$. El uso del operador * permite a la lógica dinámica expresar la noción de finitud en un tiempo determinado. Esto le da la fortaleza expresiva de una lógica de segundo orden.

1.2.4. Lógicas condicionales.

Otra familia de las lógicas de la variedad intencional surgió mediante supuestos contraejemplos de los siguientes enunciados:

> Si $\Gamma \vdash \phi$ y $\Gamma \in \Delta$ entonces $\Delta \vdash \phi$. Ley de la monotonía.
> $P \to Q, Q \to R \vdash P \to R$; Ley del silogismo hipotético.
> $P \to Q \vdash \neg Q \to \neg P$; Ley de la contraposición.

Los cuales son válidos para el condicional material. Por ejemplo, "si fallas esta jugada entonces el partido se volverá más candente, por consiguiente, si fallas esta jugada y el clima está húmedo entonces el partido se volverá más candente". Las lógicas de las condiciones que invalidan estas leyes se les llaman *lógicas condicionales*. Tales lógicas agregan al lenguaje un operador condicional e intencional: $>$. En su semántica, existe una relación de accesibilidad, R_P, para cada oración, P (o una R_X para cada proposición que es un conjunto de mundos X). Intuitivamente, wR_Pw' sii w' es un mundo en el cual P tiene lugar pero que, *ceteris paribus*, es el mismo que w. Las condiciones de verdad de $>$ son:

$v_w(P > Q) = 1$ sii para todo w' se da que wR_Pw', $v_{w'}(Q) = 1$

El significado intuitivo de R da lugar a las siguientes restricciones:

wR_Pw' entonces $v_{w'}(P) = 1$
Si $v_w(P) = 1$, entonces wR_Pw

Las lógicas más fuertes en la familia son obtenidas añadiendo más restricciones a las relaciones de accesibilidad. Una manera estándar de hacer ello es hacerlo en términos de “esferas de similitud”, vecindarios de un mundo conteniendo aquellos mundos que tienen cierto grado de similitud con éste.

Resulta natural considerar a la lógica condicional como rival de la lógica clásica, dando una diferente explicación del condicional. Sin embargo, algunos filósofos, distinguen entre condicionales indicativos y condicionales subjuntivos/contrafácticos. Estos autores consideran el condicional indicativo un condicional material de la lógica clásica, y $>$ lo consideran un condicional subjuntivo. Visto de esta manera, las lógicas condicionales pueden ser consideradas como extensiones de la lógica clásica.

1.2.5. Lógica intuicionista.

Existe un número importante de otras lógicas no clásicas, que no obstante no son presentados como lógicas intencionales, tienen semánticas del mundo. Una de éstas es la *lógica intuicionista*. Esta lógica surgió de una crítica del platonismo en la filosofía de las matemáticas. La idea es que no se puede definir la verdad en las matemáticas, en términos de correspondencia con algún ámbito objetivo, como lo indica un enfoque tradicional. Sino que debe definirse en términos de lo que puede ser probado, donde una prueba es algo que se puede reconocer efectivamente como tal. Así, semánticamente, se puede reemplazar las condiciones de verdad estándares por condiciones de prueba, de las siguientes clases:

Se puede probar $P \vee Q$ cuando se puede probar P o se puede probar Q
Se puede probar $\neg P$ cuando se puede probar que no existe una prueba para P.

Se puede probar $(\exists x)A(x)$ cuando se puede efectivamente encontrar un objeto, n, tal que se puede probar $A(n)$.

Nótese que en el caso de la negación no podemos decir que $\neg P$ se puede probar cuando P no lo es: no tenemos una forma efectiva de reconocer lo que no se puede probar, similarmente, en el caso del cuantificador existencial, no podemos decir que $(\exists x)A(x)$ se puede probar cuando existe algún n tal que puede probarse $A(n)$: no hay una manera efectiva de saber si se puede obtener tal resultado.

Procediendo de esta manera se obtiene una lógica que invalida un número de principios de inferencia válidos en la lógica clásica. Ejemplos notables de esto son: $P \vee \neg P$[16], $\neg\neg P \rightarrow P$[17], $\neg(\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)\neg P(x)$.[18] Para el caso del primero, no hay razón para suponer que para cualquier P podemos encontrar una prueba de P o una prueba que no existe prueba de P. Para el último caso, el hecho que podamos probar que no hay una prueba para $(\forall x)P(x)$ no significa que podemos encontrar efectivamente un n tal que $P(n)$ puede ser probado.

En la semántica de los mundos para la lógica intuicionista, las interpretaciones tienen esencialmente la estructura de la interpretación $S4$. Los mundos son interpretados como estados de información (cosas probadas), y la relación de accesibilidad representa la adquisición de nuevas pruebas. También, requerimos que si $v_w(P) = 1$ y wRw', $v_{w'}(P) = 1$ (no hay pérdida de información). Si x es el dominio de cuantificación de w y wRw', entonces x es el dominio de cuantificación de w' (no existen objetos no descubiertos). En correspondencia con las condiciones de la calidad de ser probados, tenemos:

$v_w(P \vee Q) = 1$ sii $v_w(P) = 1$ o $v_w(Q) = 1$
$v_w(\neg P) = 1$ sii para todo w' tal que wRw', $v_{w'}(P) = 0$
$v_w\big((\exists x)P(x)\big) = 1$ sii para todo n en el dominio de w, $v_w(P(n)) = 1$

[16] Ley del tercio excluido.
[17] Ley de la doble negación.
[18] Regla deducida que rige los cuantificadores, Q,1,d ((Suppes, 1957, p. 115).

No resulta sorprendente, que dada la semántica antes indicada, exista una traducción del lenguaje del intuicionismo al sistema cuantificado $S4$ que conserva su validez.

Otra semántica para el intuicionismo considera a los valores semánticos como conjuntos abiertos en alguna topología. Si el valor de P es x, el valor de $\neg P$ el interior del complemento de x.

1.2.6. Lógica relevante.

Otra lógica pensada en forma estándar como rival de la lógica clásica es la *lógica relevante*. Esta se justifica en la aparente incorrección de las formas clásicas de validez como: $P \rightarrow (Q \rightarrow Q)$[19], $(P\&\neg P) \rightarrow Q$[20]. Una lógica relevante proposicional en la cual si $P \rightarrow Q$ es una verdad lógica entonces P y Q comparten un parámetro proposicional. Hay un número de diferentes clases de lógicas relevantes, pero los más comunes tienen una semántica del mundo. Las semánticas difieren en dos formas principales, desde la semántica de los mundos.

Primero se agrega a los mundos posibles una clase de mundos lógicamente imposibles. No obstante que la validez es definida aún en términos de preservación de la verdad en los mundos posibles. En los mundos posibles, las condiciones de verdad de $\rightarrow$ son como las de $\prec$ en $S5$:

> $v_w(P \rightarrow \text{Q}) = 1$ sii para todo w' (posible e imposible), tal que $v_{w'}(P) = 1$, $v_{w'}(Q) = 1$

En los mundos imposibles, las condiciones de verdad se dan en forma diferente, de forma que las leyes lógicas como $P \rightarrow$ P pueden ser incorrectas en el mundo. Esto puede hacerse de varias maneras, pero la técnica más versátil emplea una relación trilateral, S, sobre los mundos. Si w es imposible, entonces tenemos:

[19] El valor de verdad de $Q \rightarrow Q$ es 1, ya que no cabe que el antecedente sea verdadero y el consecuente falso. Por lo tanto, el valor de verdad de $P \rightarrow (Q \rightarrow Q)$ es 1, pues para cualquier valor de verdad (0,1) del antecedente, el consecuente siempre es verdadero.
[20] El valor de verdad de $P\&\neg P$ es 0, de ahí que el valor de verdad de $(P\&\neg P) \rightarrow Q$ sea 1, pues el antecedente en cualquier caso es falso. A este enunciado se le conoce como el principio de explosión: *ex falso quodlibet or ex contradictione sequitur quodlibet* (de la contradicción se sigue cualquier cosa).

$$v_w(P \to Q) = 1 \text{ sii para todo } x, y \text{ tal que } Swxy, \text{ si } v_x(P) = 1, v_y(Q) = 1$$

Esta cláusula puede ser considerada como el estado de las condiciones de verdad de $\to$ en todos los mundos, con la precisión que añadimos la restricción para un posible w, $Swxy$ sii $x = y$. Sin otra restricción en S, se tiene la lógica relevante básica positiva, B. El agregar otras restricciones en S da lugar a lógicas más fuertes dentro de esta familia. Las restricciones típicas son:

$(\exists x)(Sabx \text{ and } Sxcd) \Longrightarrow (\exists y)(Sacy \text{ and } Sbyd)$
$Sabc \Longrightarrow Sbac$
$Sabc \Longrightarrow (\exists x)(Sabx \text{ and } Sxbc)$

Añadiendo las tres restricciones antes indicadas, se obtiene la lógica relevante positiva, R. Añadiendo las primeras dos, se obtiene RW, R menos la ley de contracción ($P \to (P \to Q) \vdash P \to Q$)[21]. El significado intuitivo de S es materia de discusión entre los lógicos.

La segunda novedad de esta semántica, es el tratamiento de la negación. Se hace necesario de cierto orden en los mundos donde tenga lugar $P \& \neg P$. Esto puede hacerse de dos modos. El primero es empleado el operador $\star$ de Routley. Cada mundo, w, viene con una "pareja", $w^\star$ (sujeto a la restricción que $w^{\star\star} = w$, resulta la ley de la doble negación). Entonces tenemos que:

$$v_w(\neg P) = 1 \text{ sii } v_{w^\star}(P) = 0$$

Si $w = w^\star$, entonces esto nos lleva a las condiciones clásicas de verdad. Alternativamente, podemos movernos en una lógica de cuatro valores en el cual los

[21] La demostración de esta inferencia es como sigue:

1. $P \to (P \to Q)$
2. $P \& P \to Q$ 1 Ley de importación.
3. $P \to P \& P$ Tautología
4. $P \to Q$ 2, 3 Ley del silogismo hipotético □

valores de cada mundo son *solamente verdad*, *solamente falso*, *ambos*, *ninguno* $(\{1\}, \{0\}, \{1,0\}, \phi)$. Entonces tenemos:

$1 \in v_w(\neg P)$ sii $0 \in v_w(P)$
$0 \in v_w(\neg P)$ sii $1 \in v_w(P)$

La semántica de la lógica relevante puede ser extendida para obtener un condicional *ceteris paribus* relevante $>$ del tipo tratado en las lógicas condicionales mediante la adición de apropiadas relaciones binarias de accesibilidad.

1.2.7. Lógicas de distribución libre.

Existen algunas lógicas en la familia de las lógicas relevantes en las que falla el principio de distribución[22]. Para lograr tal cosa debe cambiarse las condiciones de verdad de la disyunción. En una interpretación, sea $[P]$ el conjunto de los mundos donde P tiene lugar. Entonces, las condiciones de verdad usuales para la disyunción pueden ser escritas de la siguiente forma:

$v_w(P \vee \text{Q}) = 1$ sii $w \in [P] \cup [Q]$

Para invalidar el principio de distribución, a la semántica se le agrega un operador de cierre, $\mathfrak{C}$, en el conjunto de mundos, x, que satisfaga las siguientes condiciones:

$X \subseteq \mathfrak{C}(X)$
$\mathfrak{C}\mathfrak{C}(X) = \mathfrak{C}X$
Si $X \subseteq Y$ entonces $\mathfrak{C}(X) \subseteq \mathfrak{C}Y$

Las condiciones de verdad de la disyunción ahora son las siguientes:

$v_w(P \vee \text{Q}) = 1$ sii $w \in \mathfrak{C}([P] \cup [Q])$

[22] $P\&(\text{Q} \vee R\text{Q}) \vdash (\text{P}\&Q) \vee (P\ \&R)$

Cambiando las condiciones de verdad para la disyunción en RW de este modo (y usando el operador Routley, $\star$, para la negación) se obtiene una lógica lineal LL. LL es usualmente formulada con algunos conectivos extra intencionales, especialmente la conjunción y la disyunción intencionales. Estos conectivos puede también ser presentado en una lógica relevante estándar. Las lógicas relevante, intuicionista y lineal pertenecen a la familia de las *lógicas sub estructurales*. Desde el punto de vista de la teoría de la prueba, estas lógicas pueden ser obtenidas a partir del cálculo de secuencias de la lógica clásica debilitando las reglas estructurales (en especial la regla del debilitamiento[23] y de la contracción[24]).

Otra lógica en la cual la distribución falla es la *lógica cuántica*. La idea aquí es que podría ser verdad (verificable) que una partícula que tiene una posición y un rango de *momenta*, pero que cada disyunción que le atribuye determinada posición y un *momentum* particular es falso (inverificable). Los estados del sistema cuántico son pensados canónicamente como elementos en un espacio de Hilbert. En la semántica de los mundos para la lógica cuántica, el espacio de los mundos es tomado como un espacio, y las oraciones son asignadas a subconjuntos cerrados de éste. $[P\&Q] = [P] \cap [Q]$, $[P \vee Q] = \mathfrak{C}([P] \cup [Q])$, donde $\mathfrak{C}(X)$ es el espacio cerrado más pequeño que contiene X, y $[\neg P] = [P]^{\perp}$. $X^{\perp}$ es el espacio que comprende todos los estados que son ortogonales a los elementos de X. Y satisface las siguientes condiciones: $X = X^{\perp\perp}$, si $X \subseteq Y$ entonces $Y^{\perp} \subseteq X^{\perp}$, y $X \cap X^{\perp} = \phi$. En la lógica cuántica, $P \rightarrow Q$ puede ser definido en diferentes formas, quizás la más plausible es $\neg P \vee (P\&Q)$. Los sub espacios del espacio de Hilbert también tienen la estructura de un álgebra booleana parcial. Tal algebra es determinada por una familia de las álgebras booleanas que falla con una cierta relación de equivalencia, la cual es una relación de congruencia con los operadores booleanos. Las álgebras booleanas parciales pueden ser usadas para obtener una lógica cuántica ligeramente diferente.

[23] Esta regla permite agregar fórmulas a cualquier lado de la secuencia, Así:

$$\Delta \rightarrow \Gamma$$

Puede reemplazarse por

$$\Delta, A \rightarrow \Gamma$$

En otro caso:

$$\Delta \rightarrow \Gamma$$

Puede reemplazarse por:

$$\Delta \rightarrow \Gamma, A$$

[24] También conocido como el principio de absorción: $P \rightarrow (P \rightarrow Q) \vdash P \rightarrow Q$

1.2.8. Lógicas paraconsistentes.

La lógica paraconsistente se sustenta en la idea que usualmente parecería que la razón es sensible a la información, o acerca de una situación la cual es inconsistente. En tal caso el principio de la explosión $P, \neg P \ \vdash Q$ (*ex falso quodlibet sequitur*), que antes señalamos, y que es válido en la lógica clásica, claramente enreda las cosas. Una lógica paraconsistente es precisamente una en la cual este principio falla.

Hay muchas familias diferentes de lógicas paraconsistentes – así como muchas maneras de romper con el principio de la explosión. De hecho, muchas de las técnicas anteriormente vistas, han sido usadas para construir una lógica paraconsistente. La lógica de tres valores LP es paraconsistente, con la salvedad que debemos tomar los valores designados que contengas 0,5. Las formas en que se maneja la negación en la lógica relevante también dan lugar a lógicas paraconsistentes, en la medida que la validez sea definida para una clase de mundos donde tiene lugar tanto P como $\neg P$. Otro enfoque, el de la *lógica discursiva*, es emplear la lógica modal estándar y considera que P tiene lugar en una determinad interpretación sii P tiene lugar en algún mundo de la interpretación. En este enfoque, el principio de adjunción ($P, Q \ \vdash P\&Q$) generalmente fallará, ya que P y Q, cada uno puede tener lugar en el mundo, pero no así sería el caso de $P\&Q$. Otro enfoque ("más positivo") es considera cualquier lógica positiva estándar de negación libre, y agregar la negación sin función veritativa, o sea que los valores de P y $\neg P$ son asignados independientemente. En estas lógicas, el principio de contraposición, esto es ($P \leftrightarrow Q \ \vdash \neg Q \leftrightarrow \neg P$), generalmente fallará. Otro caso es el de la lógica intuicionista dualista. En particular, se puede considerar que valores semánticos sean conjuntos cerrados en alguna topología. Si el valor de P es X, el valor de $\neg P$ es el complemento cerrado de X.

1.2.9. Cuantificación de segundo orden.

En la lógica clásica existen dos cuantificadores, $\forall$, $\exists$. Estos tienen un rango sobre los dominios de los objetos, y $\forall x P(x)$ [$\exists x P(x)$] tiene lugar si cada [algún] objeto en el dominio de la cuantificación satisface $P(x)$. Todas las lógicas proposicionales han buscado extender las lógicas de primer orden mediante tales cuantificadores. Otras lógicas no clásicas pueden ser obtenidas añadiendo o reemplazando diferentes clases de cuantificadores.

Quizá el más notable de éstas es la lógica de segundo orden. En éste existen variables vinculadas (X, Y, ...) que están en lugar de los enunciados monádicos de primer orden y tienen un rango sobre el conjunto de objetos en el dominio de primer orden – canónicamente, sobre todos ellos. También puede haber variables con un rango sobre relaciones n-arias en tal dominio, para cada n, así como variables con un rango de funciones de n-lugares. La extensión de segundo orden de la lógica clásica es mucho más fuerte que la versión de primer orden. Y puede proporcionar una axiomatización categórica de la aritmética y consecuentemente no es axiomatizable en sí misma.

Los cuantificadores monádicos de segundo orden también pueden tener una interpretación muy diferente, como cuantificadores plurales. La idea aquí es interpretar $\exists X\ Xa$ no en el sentido de "Existe un conjunto tal que a es un miembro de éste" sino "Existen algunas cosas tal que a es una de ellas". Los proponentes de la cuantificación plural sostienen que tal cuantificación no está referida con la existencia de conjuntos.

1.2.10. Otros tipos de cuantificadores.

Existen otros tipos de cuantificadores no clásicos. Por ejemplo se tiene el cuantificador binario de la forma $Mx(P(x), Q(x))$ "la mayoría de Ps son Qs". Esto es verdad en un dominio finito si es el caso que más de la mitad de las cosas que satisfacen $P(x)$, satisfacen también $Q(x)$. Esto no es reducible a un cuantificador monádico más un conectivo proposicional.

Otro tipo de cuantificador es el cuantificador de cardinalidad. El cuantificador "existe exactamente n cosas tal que" puede ser definido en la lógica de primer orden mediante la cuantificación y la identidad en la forma estándar. El cuantificador "hay un número contable de cosas tal que" (o su negación "hay un número incontable de cosas tal que" no puede ser definido de la misma manera – sea sólo el cuantificador "hay κ cosas tal que" para un cardinal arbitrario κ. Tales cuantificadores pueden ser agregados con su correspondiente semántica. Estos cuantificadores extienden el poder expresivo del lenguaje hacia una lógica de segundo orden y más allá.

Otra clase de cuantificadores es el cuantificador de rama. Cuando en lógica de primer orden escribimos:

$$\forall x_1 \exists y_1 \forall x_2 \exists y_2 P(x_1, x_2, y_1, y_2)$$

y_2 está dentro del ámbito de x_1 y así su valor depende de x_1. Para expresar la no dependencia normalmente se necesitaría de la cuantificación de segundo orden, así:

$$\exists f_1 \forall x_1 \exists f_2 \forall x_2 P(x_1, x_2, f_1(x_1), f_2(x_2))$$

Sin embargo, podríamos expresar este enunciado mediante cuantificadores no linealmente ordenados, así:

$$\begin{matrix} \forall x_1 \exists y_1 \\ \forall x_2 \exists y_2 \end{matrix} \quad P(x_1, x_2, y_1, y_2)$$

Como esto sugiere, los cuantificadores de rama tiene en algo el poder de la lógica de segundo orden.

Una clase de cuantificador muy diferente es el cuantificador substitucional. Para el cual existe una cierta clase de nombres del lenguaje. $C. \Pi x P(x)$ [$\Sigma x P(x)$] tiene lugar sii para todo [algún] $c \in C$, se da $P(c)$. Esto no es lo mismo a la cuantificación objetual estándar, dado que algunos objetos en el dominio pueden no tener nombre en C. Pero los cuantificadores substitucionales de primer orden validan las mismas inferencias cuantificacionales como cuantificadores objetuales de primer orden. Nótese que la noción de cuantificación substitucional tiene sentido perfectamente con las clases bien definidas sintácticamente, incluyendo predicados (así podemos tener una cuantificación substitucional de segundo orden) o conectivos binarios (así $\Sigma x(PxQ)$ perfectamente puede tener sentido).

Finalmente, en esta categoría están los cuantificadores libres. Es convencional interpretar el dominio de los objetos de la cuantificación (en un mundo) en forma comprensiva de los objetos que existen (en ese mundo). Sin embargo, es posible concebir el dominio como un contenedor de muchos objetos, algunos que existen y otros no. Es claro que esto no cambia las propiedades formales de los cuantificadores. Pero si se concibe el dominio de esta manera, no resulta obvio leer $\exists x$ como "existe un x tal que", sino que debe leerse simplemente como "para algún x". Dado todo esto, tiene sentido tener cuantificadores cargados existencialmente, $\forall^E$ y $\exists^E$, tal que $\forall^E P(x)$ [$\exists^E P(x)$] tiene lugar (en un mundo) sii todos [algún] los objetos existentes (en el mundo) satisfacen $P(x)$. Si hubiera un predicado de existencia monádico, E, estos cuantificadores pueden ser definidos de una manera obvia, como: $\forall x(Ex \rightarrow P(x))$ y $\exists x(Ex \& P(x))$, respectivamente. Claramente, los cuantificadores cargados existencialmente no satisfacen algunos de los principios estándares de la cuantificación, tales como $\forall^E P(x) \rightarrow P(c)$, $P(c) \rightarrow \exists^E P(x)$, dado que el objeto denotado por c podría no existir. Algunas lógicas no tienen cuantificadores no cargados existencialmente, solo cuentan con los cargados, a las cuales usualmente se les llama *lógicas libres*.

1.2.11. Lógicas no monotónicas.

Resta un tipo de lógica que comúnmente es categorizado como no clásica. En todas las lógicas se ha considerado hasta ahora:

$$\Sigma \vdash \phi \rightarrow (\Sigma \cup \Delta) \vdash \phi$$

Donde Σ y Δ son conjuntos de fórmulas. La añadidura de premisas extras no hace la diferencia. Esta es otra forma de representar la propiedad de la *monotonicidad*. Las lógicas en las cuales falla la monotonicidad se llaman *lógicas no-monotónicas*. Las inferencias no monotónicas pueden ser concebidas como inferencias con ciertas asunciones defectuosas. Así, por ejemplo, si alguien dice que algo es un ave, e inferimos que pude volar. Dado que la mayoría de las aves vuelan, ésta es una conclusión razonable. Sin embargo, si posteriormente tomo conocimiento que existen aves que pesan 20 kilogramos (como el emú y el avestruz), entonces la conclusión no sigue siendo razonable.

Existen muchas clases de lógicas no monotónicas, dependiendo de la clase de asunción equívoca que se implemente, pero existe una estructura común a muchas de ellas. Las interpretaciones, I, del lenguaje viene con un ordenamiento parcial estricto, $\succ$, usualmente llamado *ordenamiento de preferencia*. Intuitivamente, $I_1 \succ I_2$ significa que la situación representada por I_1 es más normas (cualquiera sea el sentido de normalidad en este caso) que el representado por I_2. En casos particulares, puede ser razonable que $\succ$ tenga propiedades adicionales. I es un modelo más normal de Σ sii cada $B \in \Sigma$ tiene lugar en I y no existe $J \succ I$ que sea verdadero. A se sigue de Σ sii A tiene lugar en cada modelo más normal de Σ. Como queda claro, un modelo más normas de Σ no está garantizado que sea el modelo más normas de $\Sigma \cup \Delta$. Por consiguiente falla la monotonicidad. Como puede esperarse, existe una conexión estrecha entre las lógicas no-monotónicas y las condicionales, en las que la inferencia $P \rightarrow Q \not\vdash (P\&R) \rightarrow Q$ falla. Aunque la lógica no-monotónica tiene predominancia en la moderna lógica computacional, es únicamente una forma nueva y rigurosa de ver la noción muy tradicional de la inferencia no deductiva (inductiva, ampliativa). Sobre esta lógica volveremos en el capítulo segundo.

1.3. Aspectos históricos de las lógicas no clásicas[25].

A comienzos del siglo XX se empezó la formulación de nuevas lógicas elaboradas sobre la base de la negación u omisión de alguna "ley del pensamiento", a saber: el tercio excluso y el de no contradicción. Los trabajos del lógico ruso Nikolaj Aleksandrovič Vasil'év son representativos, así (1993 (1912)), (2003 (1912)) y (1993 (1924))[26]. La manera como se proponen dichos trabajos tiene una interesante remisión por parte de sus autores a la situación ocurrida con la geometría (euclidiana y no euclidiana), que David Hilbert (1899) axiomatizar. A las nuevas lógicas que no cumplían con los principios de la lógica clásica se llamó lógicas "imaginarias" de las cuales se pensó que llegarían a ser "reales" en analogía con lo que ocurrió en la

[25] Esta parte se basa en nuestro trabajo (León Untiveros, 2014).
[26] Históricamente, Vasil'év es el precursor de la lógica multivaluada (Rescher, Many-Valued Logic, 1969) y de la lógica paraconsistente (Arruda, 1977).

geometría; y a esto último se llama *analogía geométrica*. Detrás de esta analogía está la idea de que la lógica es una sola, en otras palabras, la analogía geométrica es un argumento en favor de la unidad de la lógica.

La primera lógica moderna de valores múltiples, la familia $Ł_n$, fue obtenido por Jan Łukasiewicz a inicios de los 1920. Emil Post también obtuvo lógicas de valores múltiples al mismo tiempo. El mayor interés filosófico de Łukasiewicz fue el argumento del fatalismo de Aristóteles. En este contexto, sugirió un análisis de valores múltiples de la modalidad. Las lógicas de la clase ambos/ninguno fueron desarrollados un poso más tarde. Las expresiones canónicas de K_3 y LP fueron dadas por Stephen Kleene en los 1950s y Graham Priest en los 1970s. $Ł_{\aleph}$ fue publicado en primer lugar por Łukasiewicz y Tarski en 1930. Las investigaciones intensivas en las lógicas difusas y sus aplicaciones comenzaron en los 1970s. Un actor notable en esta área fue Lotfi Zadeh.

Las lógicas modales modernas fueron creadas en su forma axiomática por Clarence Irving Lewis en los 1920s. El interés de Lewis eran las paradojas del condicional material, y sugirió el condicional estricto como un aporte. Las semánticas de los mundos posibles de las lógicas modales fueron el logro de varias personas en los 1960s, pero principalmente por Saul Kripke. Estas semánticas hicieron posible la investigación sistemática de una rica familia de lógicas modales.

La idea que las técnicas de las lógicas modales pueden aplicadas a nociones distintas a las de necesidad y posibilidad fue sugerida por algunos a mediados del siglo veinte. Las lógicas temporales fueron creadas por Arthur Prior, las lógicas epistémica y doxástica fueron creados por Jaakko Hintikka, las lógicas deónticas por Georg Henrik von Wright. Las investigaciones sobre la lógica de la prueba fueron iniciadas en los 1970s por George Boolos y otros. La lógica dinámica fue creada por Vaughn Pratt y otros lógicos interesados particularmente en la computación, incluyendo a David Harrel, en los 1970s.

Las lógicas condicionales (con “las semánticas de esfera”) fueron obtenidas por David Lewis y Robert Stalnaker en los 1970s. Estas fueron formuladas como lógicas multimodales por Brian Chellas y Krister Segerberg unos pocos años más tarde.

La crítica intuicionista de las matemáticas clásicas fue iniciada por Luitzen Egbertus Jan Brouwer en los primeros años del siglo veinte. Esto generó una nueva clase de matemáticas: las matemáticas intuicionistas. La lógica intuicionista como tal, fue formulada por Arend Heyting y Andrei Kolmogorov en los 1920s. La crítica intuicionista del realismo matemático fue extendida al realismo en general por Michael Dummett en los 1970s.

Los sistemas de la lógica relevante en su forma axiomática cobran importancia en los 1960s, debido a los trabajos de Alan Anderson, Nuel Belnap y sus estudiantes. La semántica de los mundos fue elaborado en los 1970s, y especialmente por Richard Routley (antes Sylvan) y Robert Meyer. Las semánticas hicieron posible la investigación de una rica familia de lógicas relevantes. La semántica de cuatro valores de la negación fue obtenida por J. Michael Dunn.

La lógica lineal fue obtenida por Jean-Yves Girard en los 1980s. Aún cuando muchos miembros de la clase de las lógicas sub estructurales habían sido estudiados antes, el hecho que pudieran ser vistos desde una teoría uniforme de la prueba no fue sino hasta fines de los 1980s. La formulación de la lógica cuántica en términos del espacio de Hilbert se debe esencialmente a George Birkhoff y John von Neumann en los 1930s. El uso de un operador de cierre abstracto para las lógicas no distributivas se debe a Greg Restall.

La primera lógica paraconsistente (lógica discursiva) fue publicado por Stanisław Jaśkoski en 1948. Otras lógicas no adjuntivas fueron desarrolladas posteriormente en los 1970s por Peter Schotch y Raymond Jennings. Newton da Costa produjo una serie diferente de lógicas paraconsistentes y sus aplicaciones, comenzando con lógicas positivas-más en los 1960s. Los aspectos paraconsistentes de la lógica relevante fueron desarrollados por Priest y Routley en los 1970s.

La cuantificación de segundo orden se remonta a los orígenes de la lógica clásica en el trabajo de Gottlob Frege y Bertrand Russell. Su forma no axiomatizable fue dejada de lado por algunos años, pero hizo regresó con fuerza en los últimos años del siglo veinte. La noción de cuantificación plural fue hecha popular por George Boolos en los 1980s.

Oraciones cuantificadoras como "algún *P*" y "todo *P*" son dominantes en el lenguaje natural. Y desde que Frege hiciera un análisis del cuantificador, múltiples clases diferentes de cuantificadores han sido investigados por lingüistas y lógicos. Los cuantificadores de rama fueron propuestos por Jaakko Hintikka en los 1970s. La cuantificación substitucional se hizo prominente en los 1960s, puesto particularmente en conexión con la cuantificación en el ámbito de los operadores modales por Ruth Barcan Marcus. Fue tratado con suspicacia por largo tiempo, pero finalmente se le dio de alta debido a Kripke. Las lógicas libre fueron primeramente propuestas en los 1960s por Karel Lambert y otros.

Las lógicas no-monotónicas comenzaron a aparecer en la literatura de la lógica/ciencia de la computación en los 1970s. Existen muchas clases. El hecho que muchas de ellas pueden ser vistas como lógicas con ordenamientos normales empezó a hacerse claro en los 1980s.

1.4. La unidad de la lógica: compromisos ontológicos.

Este inmenso desarrollo de la lógica ha hecho surgir la cuestión de la unidad de la lógica. Como hemos mostrado en otro lugar (León Untiveros, 2014), desde los inicios del siglo XX el surgimiento de las lógicas no clásicas (en aquél momento llamadas "lógicas imaginarias") estaba inspirado por el surgimiento de las geometrías no euclidianas. Tal actitud dio lugar a la analogía geométrica, por la cual se entiende que lo ocurrido en la geometría con las geometrías no euclidianas igual debe ocurrir en la lógica. De modo que las lógicas imaginarias (*i.e.* no clásicas) se unificaran con la lógica clásica. Como hemos tenido oportunidad de señalar en su momento en otro trabajo (León Untiveros, 2014), no hay claridad en el mismo concepto de "analogía geométrica" lo cual nos ha llevado a formular hasta tres versiones, a saber:

PRIMERA VERSIÓN

> En el caso de la geometría (axiomatizada por Hilbert), la lógica que se emplea para mostrar la consistencia de la geometría euclídea, como de las no

euclidianas, es la clásica. Así que en el caso de las lógicas igualmente sería la misma lógica clásica la que se considere como la "identidad lógica de sus métodos" "la identidad lógica de sus métodos" (Vasil'év N. A., 2003 (1912), p. 128) o la "intersección sintáctica" de los diversos sistemas lógicos.

SEGUNDA VERSIÓN

En el caso de la geometría (axiomatizada por Hilbert), los axiomas del I al IV constituyen su elemento *a priori* (geometría pura) mientras que las divergencias derivadas de las formulaciones de los axiomas V, V', V''[27], son "aplicaciones" (*a posteriori*) de la parte *a priori*.

Similarmente, cabe hablar en el caso de la lógica, de elementos a priori, los que constituyen la lógica "pura" y que de la cual se derivan todos los sistemas lógicos (clásicos y no clásicos, incluyendo los divergentes).

TERCERA VERSIÓN

En el caso de la geometría (axiomatizada por Hilbert), la presencia del V postulado de Euclides sólo representa un caso especial del mismo. De modo que la geometría de Lobačevskiĭ contiene a la de Euclides. Para la lógica, y con respecto a las lógicas divergentes[28] (no clásicas) esto puede dar lugar:

a) Que son casos especiales de la lógica clásica, la lógica clásica juega un rol generalizador, o,
b) Que son más generales que la lógica clásica, y ésta última representa sólo un caso especial (como le ocurrió a la geometría euclídea frente a la geometría de Lobačevskii).

---

[27] V' y V'' son las versiones divergentes del V postulado de Euclides, V' sostiene que por un punto fuela de una línea recta pasan infinitas paralelas (Lobačevskii), y V'' sostiene que no pasa ninguna paralela (Riemann)

[28] Sobre esta noción puede verse (Haack, 1996 (1974)). En general, un sistema lógico es divergente de la lógica clásica, cuando contradice por lo menos uno de los principios clásicos antes indicados (el tercio excluso, no contradicción, identidad y monotonía) de modo la lógica divergente no puede reducirse a la lógica clásica.

Tal proyecto no es viable (Kneale & Kneale, 1962), (Rescher, 1969) y (Estrada-González, 2009). Sin embargo, la tesis de la unidad de la lógica se ha vuelto a sostener recientemente, nada menos que por el gran lógico Graham Priest (2003), quien propuso la idea de "una lógica pura" sustentada en la intersección sintáctica de los sistemas lógicos.

En el caso de la geometría, tanto la euclídea como la no euclídea, desde un punto de vista formalista tenían en común los principios lógicos sobre las cuales fundaban su consistencia. Esto es que los diversos sistemas geométricos empleaban la misma lógica (*i.e.* la clásica). La situación en la lógica es distinta, pues no existe un sistema axiomático (nuclear) al cual todas las demás lógicas (incluyendo la clásica así como las divergentes) se remitan y cumplan. No obstante, tal cosa se plantea (Priest, 2003) y se formula a la manera de una intersección sintáctica. Nos parece que tal argumento no es propicio para una analogía geométrica pues tal intersección sintáctica, si fuera que no es vacía, estaría compuesta por elementos que irían variando según los sistemas lógicos divergentes que se consideren. Lo cual no sucede en la geometría, pues tanto la euclídea como la no euclídea, tienen en común el mismo sistema lógico, o para usar la terminología de Priest, la "intersección sintáctica" tiene siempre los mismos elementos. *i.e.*, la lógica clásica. En otras palabras, mientras la cardinalidad (#) de la intersección sintáctica en la lógica es variable, la cardinalidad de la intersección sintáctica en la geometría es constante. En términos formales, para el caso de la lógica tenemos:

> Sea *S* el conjunto de caracteres del lenguaje lógico de un sistema lógico *i* cualquiera:
>
> 1. $\bigcap_{i=1}^{n} S_i \neq \emptyset$ [condición de (Priest, On Alternative Geometries, Arithmetics, and Logics. A Tribute to Łukasiewicz, 2003, p. 464)].
> 2. $\# \bigcap_{i=1}^{n} S_i$ es variable.
> 3. $\bigcap_{i=1}^{n} S_i \neq$ a la lógica clásica.

Mientras que para el caso de la geometría, tenemos:

> Sea *S* el conjunto de caracteres del lenguaje lógico de un sistema geométrico *j* contenido en (Hilbert, 1902 [1899]):

1. $\bigcap_{j=1}^{n} S_j \neq \emptyset$.
2. $\#\bigcap_{j=1}^{n} S_j$ es constante.
3. $\bigcap_{j=1}^{n} S_j =$ lógica clásica.

Así, el argumento de la intersección sintáctica (i) no es adecuado para sustentar la unidad de la lógica, y (ii) nos muestra la falta de semejanza sintáctica entre la lógica y la geometría. Este argumento nos lleva a rechazar nuevamente la analogía geométrica, y nos muestra que el argumento de la intersección sintáctica más bien abona a favor del rechazo de la analogía geométrica.

Una forma más de defender la analogía geométrica es la siguiente: Sea que el sistema lógico clásico tiene tres leyes: identidad, tercio excluso y no contradicción, conforme lo señalado al inicio de este capítulo. Siguiendo análogamente un argumento de Bertrand Russell para quien el elemento *a priori* de la geometría está definido por los *axiomas comunes* entre los espacios euclidianos y no euclidianos (Russell, 1956 (1897), p. 177)[29], similarmente, tendríamos, según este nuevo argumento, que el elemento *a priori* en la lógica estaría dado por los axiomas comunes entre los diversos sistemas lógicos.

Desde una ontología formalista, la idea de un elemento *a priori* de la geometría no tiene sentido, en lugar de ello debería hablarse, según el formalismo, de los elementos ideales y de la prueba de consistencia. Esto último, no estaba presente en el Russell hegeliano. Empero, la referencia a esta obra de Russell nos sirve para construir un nuevo argumento concreto a favor de la analogía geométrica en la lógica.

Sin necesidad de atacar la ontología de Russell, el caso de la lógica (actualmente) es muy especial, pues los tres principios clásicos han sido rechazados a efectos de dar lugar a nuevos sistemas lógicos, por ejemplo, actualmente está la propuesta de rechazar el principio de identidad para la formulación de las lógicas no reflexivas (da Costa & Bueno, 2009), el rechazo del principio de contradicción y del tercio excluso viene desde el surgimiento de las lógicas no clásicas (divergentes) como estamos viendo.

[29] Esta excelente obra pertenece a la época hegeliana de Russell.

Por lo tanto, siguiendo la línea del argumento hegeliano de Russell, en el caso de la lógica no existen elementos *a priori*.

Con respecto a la PRIMERA VERSIÓN de la analogía geométrica, vemos que ésta se basa en la "identidad lógica de sus métodos" pero tal cosa no existe. Pues para el caso de la lógica, los distintos sistemas lógicos, en especial los divergentes, por decirlo así, "no emplean los mismos métodos lógicos". Asimismo, la idea de la "intersección sintáctica" no considera que si por ejemplo consideramos el conjunto de axiomas de cada sistema lógico (clásico o divergente) la intersección de éstos es nula o vacía.

Con respecto a la SEGUNDA VERSIÓN, ésta se funda en la existencia *a priori* de axiomas lógicos, y como hemos visto no existe ningún axioma lógico clásico que no sea negado por algún sistema lógico divergente. Por lo tanto, en la lógica no hay elementos *a priori*.

Con respecto a la TERCERA VERSIÓN, hemos visto que la lógica no juega un rol generalizador con respecto a las lógicas divergentes en especial. Ni puede considerarse que suceda la revés, esto es que las lógicas divergentes sean una generalización de la clásica, además que tal idea plantea el problema de que las lógicas divergentes puedan reducirse a uno sólo o que son equivalentes, lo cual no es correcto.

Por lo tanto, no tiene mérito justificar una analogía entre la geometría y la lógica, en cualquiera de las versiones antes planteadas.

Sin embargo, no sea crea que con ello desaparecen los compromisos ontológicos. Rechazar la analogía geométrica no nos ubica en una situación neutral en la cuestión de la unidad de la lógica. Pues queda aún pendiente cuestiones como: qué es la lógica, la validez del tercio excluso, la no contradicción, la monotonía, etc.; asuntos que no pueden ser respondidos sin contraer compromisos ontológicos, por lo menos en parte (aún cuando fuera en sus versiones débiles, como las de John Corcoran o de Agustín Rayo).

1.5. Conclusiones.

Como señala Rudolf Carnap, la explicación de un concepto es adecuado si y solo si el *explicatum* es (i) similar al *explicandum*, así como (ii) exacto, (iii) fructífero y (iv) simple[30]. Así, la explicación de un concepto es parcialmente prescriptiva, lo que quiere decir que una explicación dada no es cierta ni falsa, sino únicamente útil o inútil apara cierto propósito.

Como se ha visto, el término "clásico" y, su contraparte, "no clásico" carecen de univocidad, y que las definiciones dadas por la literatura especializada no hacen la naturaleza de una lógica determinada, sino que la juzgan conforme con un criterio técnico de lógica clásica y un criterio convencional. Siendo el de mayor peso el primer criterio, no debe dejarse de lado el segundo, que de algún modo refleja el estado de cosas desde un punto de vista del desarrollo de la lógica, en general.

La utilidad de una definición de los términos "clásico" y "no clásico" es, por un lado, la claridad, o sea, la expresión directa del sentido en que se emplea dichos términos, y por otro lado, es mostrar los límites de la misma.

En este orden de cosas, una clasificación de las lógicas en general es la siguiente:

- Lógica clásica.
- Lógicas no clásicas
  - ◊ Extensiones de la lógica clásica.
  - ◊ Lógicas rivales de la lógica clásica, que a su turno se subdivide en:
    - ▪ Lógicas ligeramente rivales.
    - ▪ Lógicas ligeramente rivales.
- Lógicas que no son clásicas ni no clásicas, como es el caso de la lógica combinatoria.

La clasicalidad de una lógica se define mediante dos criterios:

[30] (Carnap, 1962, pp. 5-7). Ver también (Carnap, 1956, pp. 7-8).

(i) *criterio técnico*:

   a. *S*u conformidad con los principios clásicos (*i.e.* convergencia).

   b. La manera en que se construye una lógica.

(ii) *criterio convencional*: su tratamiento en los textos de lógica clásica.

Susan Haack (Haack, 1996 (1974), p. 4) indica que el desvío de una lógica con respecto a otra se define de la siguiente forma:

- L_1 es una *extensión* de L_2, si la clase de fórmulas bien formadas (fbf) de L_1 incluye propiamente a la clase de fbf de L_2, y la clase de teoremas / inferencias válidas de L_1 incluye la clase de teoremas / inferencias válidas de L_2, los teoremas / inferencias válidas adicionales de L_1 contienen esencialmente ocurrencias de un vocabulario adicional de L_1.
- L_1 es una *desviación* de L_2, si la clase de fbf de L_1 y L_2 coinciden, pero la clase de teoremas / inferencias válidas de L_1 difiere de la clase de teoremas / inferencias válidas de L_2.
- L_1 es una *cuasi-desviación* de L_2, si la clase de fbf de L_1 incluye propiamente a la clase de fbf de L_2 coinciden, pero la clase de teoremas / inferencias válidas de L_1 difiere de la clase de teoremas / inferencias válidas de L_2, no solamente en que L_1 incluye teoremas / inferencias válidas adicionales con un vocabulario adicional, sino que contenga también teoremas / inferencias válidas expresados exclusivamente con un vocabulario diferente.

Entonces hay convergencia entre dos sistemas lógicos cuando tiene una relación de extensión, mientras que no lo hay cuando hay una relación de desviación o cuasi desviación.

Debe notarse que no es posible afirmar categóricamente, por ejemplo, que la lógica modal es una extensión de la lógica clásica, puesto que como se vio es posible formular una lógica modal rival. Por lo que la relación de una lógica con respecto a la lógica clásica dependerá de los criterios antes señalados, esto es, de lo que se considera como principios definidores de la lógica clásica, del modo en que una determinada lógica ha sido elaborada (que son elementos del criterio técnico) y su lugar en el mundo académico (criterio convencional).

Por otro lado, nótese que esta clasificación gira alrededor del concepto de la lógica clásica, de forma que la clase de lógicas no clásicas resultan ser un conjunto heterogéneo. Sin embargo, esto se debe únicamente a que: (i) la lógica clásica sigue siendo el centro de atención de los lógicos, (ii) es la que tiene más uso en la ciencia y en la epistemología.

La definición de clasicalidad no debe entenderse en forma conjuntiva respecto de los criterios indicados, sino que de la siguiente forma: *un sistema lógico S es clásico si es convergente con la lógica clásica, de acuerdo con un criterio técnico, salvo que por un criterio convencional se le considere no clásico*. Aun así, esta definición, no es completa, pues no señala expresamente los principios de clasicalidad de un sistema lógico.

La clasificación de las lógicas antes indicada no puede interpretarse como una delimitación de la concepción de cierta lógica en concreto, pues por ejemplo, si bien puede decirse que la lógica deóntica es clásica, no obstante cabe formularse una lógica deóntica derrotable (no monotónica) como se hecho se ha planteado (*e.g.* (Nute, 1997)). Como se dijo, el hecho que una lógica sea o no clásica depende, entre otras consideraciones, de la forma de su planteamiento.

Finalmente, una de las consecuencias del crecimiento de la lógica es que no es posible sostener la unidad de la misma, como hemos mostrado, ello no se puede hacer empleando métodos formales, sino que ha de contraerse compromisos ontológicos necesariamente.

CAPÍTULO II

LA LÓGICA NO MONOTÓNICA

En lo anteriormente señalado, hemos referido algo sobre la lógica no monotónica, como una especie de lógica no clásica divergente. La necesidad de explicar con mayor detalle la lógica no monotónica se sustenta en la existencia de lógicas deónticas derrotables. Veamos.

2.1. Derrotabilidad y no monotonía.[31]

A la manera de los objetos matemáticos (en sentido lato), como los números o los conjuntos, existen objetos jurídicos, como el contrato, la norma, etc. Así puede decirse, en un primer sentido, que, por ejemplo, el contrato es válido hasta que cierta situación determina su invalidez (derrota).

Sin embargo, también podemos entender el término derrotable como la propiedad de un argumento (jurídico) que sirve para sostener y mostrar la fuerza de una conclusión, pero que ante el hecho de una mayor información cabe la posibilidad (derrotabilidad) de que cambie la conclusión.

Ambos sentidos del término derrotable son empleados por H. L. A. Hart sin la adecuada distinción en su artículo "The ascription of responsibility and rights" (Proceedings of the Aristotelian Society, New Series, Vol. 49 (1948 - 1949), pp. 171-194). En este trabajo Hart introduce el concepto de anulabilidad o derrotabilidad (que es como se traduce el término "defeasible") tanto en uno como en otro sentido, señalados anteriormente.

[31] Este parte la basamos en nuestra trabajo (León Untiveros, 2013).

En inglés, el término "defeasible" tiene múltiples traducciones, y todas posiblemente adecuadas de acuerdo con el contexto en que se los utilice[32]. En lo que sigue trataremos de aclarar dos significados de este término empleados en la obra de Hart, antes citada.

2.1.1. Derrotabilidad y dinámica del derecho.

H. L. A. Hart, (1948 - 1949, p. 174 y 175) da un ejemplo acerca de la doctrina de los contratos en el derecho inglés y habla de condiciones positivas y condiciones negativas de "existencia de un contrato válido". Las condiciones positivas son las que dan lugar a la existencia del contrato (como, según Hart, son la oferta, la aceptación, la minuta, la consideración[33]). Las condiciones negativas son aquellas que "*derrotan* [*defeat*] la afirmación de que existe un contrato válido aun cuando se hayan satisfecho todas las condiciones" positivas[34].

Asimismo, hemos de indicar que algunas de las condiciones negativas que señala Hart, atacan al contrato *ab initio*, sin embargo ninguna hace referencia a la ausencia de una condición positiva (que en nuestro derecho daría lugar a lo que se conoce como inexistencia del contrato). Por lo tanto, las condiciones negativas no equivalen a la ausencia de las condiciones positivas (y en ese sentido, una no es la negación lógica de la otra), sino que ambas condiciones pueden concurrir y que ello daría lugar (aunque no necesariamente) a que el contrato deje de existir (*i.e.* que sea derrotado).

Como quiera que estamos ante un ejemplo, y que se trata únicamente de la aplicación ejemplar de las condiciones positivas y las condiciones negativas, podemos pensar en otro ejemplo y esta vez que haga referencia a las normas jurídicas. En este caso, las condiciones positivas de la norma jurídica son: la promulgación, la competencia de la autoridad que formula la norma, etc., y las condiciones negativas (aquellas que derrotan o eliminan a la norma) son: la derogación, la emisión de una sentencia que la elimine, etc.

---

[32] Una lista de posibles traducciones es: derrotable, anulable, retractable, transitorio, removible, no concluyente, provisional.

[33] En nuestro derecho nacional, pueden ser considerados como condiciones positivas, la oferta, la aceptación, etc.

[34] En su trabajo citado, Hart brinda una lista de condiciones que pueden derrotar a un contrato, las que desde un punto de vista de doctrina civil pueden ser criticadas adecuadamente, sin embargo esto último no relevante para este trabajo.

Asimismo, vemos que las condiciones positivas de Hart son equivalentes a las reglas de introducción y reglas de eliminación de Alchourrón & Bulygin (1997 (1979)). Donde las reglas de introducción indican cuándo una norma pertenece el sistema y las de eliminación, cuando éstas dejan de pertenecer al sistema (1997 (1979), pág. 60).

Ciertamente, Alchourrón & Bulygin tienen en mente a las normas, y no a los contratos ni a otro objeto jurídico. Pero, ello no es un gran obstáculo, pues podemos decir que reglas de introducción indican cuándo un objeto jurídico pertenece el sistema y las de eliminación, cuándo este deja de pertenecer al sistema.

La equivalencia entre las condiciones (positivas y negativas) de Hart y las reglas (de introducción y eliminación) de Alchourrón & Bulygin también puede apreciarse en el hecho de que la verificación de las reglas de eliminación no supone la no verificación de las reglas de introducción (y en ese sentido, una no es la negación lógica de la otra), sino que ambas reglas pueden concurrir, lo que daría lugar (aunque no necesariamente) a que el objeto jurídico deje de existir (*i.e.* que sea derrotado). Con ello, se muestra que la relación entre las reglas de introducción y las de eliminación es de segundo orden y predicativa (*i.e.* a la manera de la teoría de conjuntos) y no de primer orden ni enunciativa (*i.e.* a la manera de la lógica proposicional)[35].

En consecuencia, en este contexto, la derrotabilidad hace referencia a la eliminación de objetos jurídicos (*e.g.* norma, contrato, etc.). Esto nos lleva a afirmar, como se aprecia en la obra de Alchourrón & Bulygin, que la derrotabilidad adquiere un primer significado y que se fundamenta en el concepto de pertenencia[36]. Así, el primer significado de derrotabilidad es que dado un objeto jurídico que pertenece ($\in$) al sistema jurídico (en razón del cumplimiento de las condiciones positivas o reglas de

[35] Para una exposición adecuada de la concepción conjuntista del derecho, véase (Alchourrón & Bulygin, 1971).
[36] En su trabajo antes citado, Alchourrón & Bulygin emplean la teoría de conjuntos estándar i.e. ZFC. Para esta teoría, la pertenencia es un concepto básico o primitivo, es decir que no cabe definirla, lo cual es una condición formal de la lógica y la matemática teórica. La pertenencia se representa: $\in$ y la no pertenecía: $\notin$. Mediante la relación de pertenecía decimos que un elemento es miembro de un conjunto o que no lo es. Para una introducción a la teoría de conjuntos, véase: (Suppes, 1957), (Halmos, 1960), (Schimmerling, 2011), entre otros.

introducción), dejan de pertenecer ($\notin$) al sistema jurídico (en razón de la verificación de las condiciones negativas o reglas de eliminación).

2.1.2. Derrotabilidad y lógica clásica.

Cuando nos referimos a la lógica clásica no tenemos en mente a la lógica de Aristóteles, por no mencionar a otros grandes filósofos de la antigua Grecia. Sino que nos referimos al desarrollo de la lógica cuyo resultado más alto a inicios del siglo pasado y que lo caracterizó en su momento, fue alcanzado y expuesto en las *Principia Mathematica* (1910 - 1913) de Alfred North Whitehead y Bertrand Russell, y que en su forma actual se llamada lógica matemática[37]. Una de las características formales de esta lógica es el llamado principio de monotonía, por el que se entiende que dado un argumento (*i.e.* un conjunto de premisas y una conclusión), se tiene que si se agrega una o más premisas distintas, la conclusión sigue siendo la misma. En palabras informales, la monotonía consiste en el hecho de que si agregamos nueva información a nuestro conocimiento de las cosas, ello no da lugar a que cambiemos nuestro modo de entender dichas cosas y que seguimos entendiéndolas de la misma manera.

Ciertamente, el principio de monotonía es una propiedad formal altamente útil y muy rica en cuanto a resultados en la lógica matemática moderna a lo largo del siglo pasado y en lo que va del presente. Por ello, su rechazo no equivale a cuestionar a la lógica clásica, sino que equivale a connotar la necesidad de una nueva. Y tal cosa, ha dado lugar a los sistemas de lógica no monotónica, en donde no rige el principio de monotonía, antes explicado. Veamos algunos ejemplos:

Ejem. 1:

1. Si Juan mata, entonces debe ir a la cárcel.
2. Juan mata a Pedro.

   Por lo tanto, Juan debe ir a la cárcel.

[37] Cf. (Mendelson, 2015).

Ejm. 2:

1. Si Juan mata, entonces debe ir a la cárcel.
2. Juan mata a Pedro.
3. Juan lo hizo por celos.

   Por lo tanto, Juan debe ir a la cárcel.

En este caso, el agregar la premisa 3, no da lugar al cambio de la conclusión (por efecto de la propiedad de monotonía). Y podemos estar, materialmente, de acuerdo con ello pues creemos que aquél que mata por celos, debe ir a la cárcel.

Ejm. 3 (aplicando el principio de monotonía):

1. Si Juan mata, entonces debe ir a la cárcel.
2. Juan mata a Pedro.
3. Juan lo hizo por celos.
4. El crimen de Juan prescribió.

   Por lo tanto, Juan debe ir a la cárcel.

Como podemos ver en el ejemplo 3, si agregamos otra premisa al argumento, como "el delito ha prescrito" (premisa 4), desde el punto de vista de la lógica clásica, nuestra conclusión ("Juan debe ir a la cárcel") no cambia. No obstante de que es claro que esto vaya en contra de nuestro sistema de creencias, aun así el argumento presentado en el ejemplo 3, es correcto desde el punto de vista de la lógica clásica[38].

Por otro lado, una lógica no monotónica es que aquella donde dado un argumento (*i.e.* un conjunto de premisas y una conclusión), se tiene que si se agrega una o más premisas distintas, la conclusión *podría ya no ser la misma*. En palabras informales, la no monotonía hace que el hecho de agregar información a nuestro conocimiento de las cosas, *puede (aunque no necesariamente)* dar lugar a que cambiemos nuestro modo de entender dichas cosas. Veamos un ejemplo:

[38] El rechazo de este tipo de resultados al aplicar la lógica clásica a los argumentos jurídicos, tiene su base teórica en el rechazo de la propiedad de monotonía. No obstante, ello no equivale a rechazar la aplicación de la lógica en el derecho, lo que sería un exagerado.

Ejem. 4. (no monotónico):

1. Si Juan mata, entonces debe ir a la cárcel.
2. Juan mata a Pedro.
3. Juan lo hizo por celos.
4. El crimen de Juan prescribió.

   Por lo tanto, Juan *no debe* ir a la cárcel.

Una lógica que se adecúa al razonamiento jurídico es la lógica no monotónica, y ello se ejemplifica correctamente en el ejemplo 4. Sin embargo, existe discusión en la teoría del derecho acerca de la necesidad de aplicar la lógica no monotónica en el derecho. No es este el lugar para dar cuenta de las razones que se emplean como sustento de dicha defensa, pero por nuestra parte, los ejemplos 3 y 4 resultan ser un argumento muy fuerte a favor de la aplicación de la lógica no monotónica en el derecho[39].

Lo que nos interesa en este punto, es que el término derrotable ("defeasible"), puede entenderse con referencia a aquel argumento cuya conclusión podría cambiar, si se agregan nuevas premisas. En ese sentido, el término derrotable hace referencia al tipo especial de relación que hay entre las premisas y la conclusión de un argumento[40]. Por ello, la derrotabilidad es una propiedad de cierto tipo de argumentos (como los jurídicos, los éticos, etc.).

Así tenemos un segundo significado del término derrotabilidad, y que hace referencia a cierto tipo de argumentos.

2.1.3. Sentido y referencia de los dos significados de derrotabilidad.

El primer concepto de derrotabilidad ($Derrotabilidad_1$) tiene una referencia[41] ontológica, esto es, a los objetos jurídicos, como la norma, el contrato, la sentencia, la

[39] Cabe aclarar que la cuestión de aplicar o no la lógica no monotónica al derecho, no es una cuestión teórica de la lógica, sino que es un tema de la filosofía del derecho y de la filosofía de la lógica.
[40] En lógica, la relación que hay entre las premisas y la conclusión de un argumento válido es la de consecuencia lógica. Sobre este punto, puede verse (Gabbay D. , 1985), (Etchemendy, 1990), (Gabbay D. M., 1996), (Gómez, 2000), (Aliseda, 2014), entre otros.
[41] Se entiende por referencia a los objetos que son referidos por un término o una palabra.

demanda, las resoluciones administrativas, etc. Y su sentido[42] es expresar la vigencia de los objetos jurídicos antes indicados. Entonces, la $Derrotabilidad_1$ se define por la relación de pertenencia de los objetos jurídicos al ordenamiento jurídico. Veamos un ejemplo:

Ejm. 5:

- Ana y Gloria suscriben un contrato de arrendamiento por 3 años.
    - El contrato suscrito por Ana y Gloria está vigente ($\in$).
- Transcurren los tres años.
    - El contrato suscrito por Ana y Gloria no está vigente ($\notin$).

El ejemplo 5 no es un argumento propiamente, pues lo que interesa mostrar aquí es el efecto que tienen sobre el contrato, las condiciones negativas o reglas de eliminación.

Por otro lado, el segundo concepto de derrotabilidad ($Derrotabilidad_2$) hace referencia a un tipo especial de argumentos (jurídicos, éticos, etc.) y su sentido es indicar la relación especial que hay entre las premisas y la conclusión[43]. Dicha relación, no es monotónica, y por ello no es reducible a la lógica clásica. Veamos dos ejemplos:

Ejm. 6:

1. Los contratos deben cumplirse.
2. Juan y Pedro suscribieron un contrato de donación, a favor de Juan.

   Por lo tanto, Pedro debe entregar un bien X a Juan.

Ejm. 7:

1. Los contratos deben cumplirse.
2. Juan y Pedro suscribieron un contrato de donación, a favor de Juan
3. El contrato se suscribió hace más de 10 años, *ceteris paribus*[44].

[42] Se entiende por sentido a lo que pretende decir o indicar el hablante al emplear un término o una palabra.
[43] La relación es una de *consecuencia lógica no monotónica*, distinta a relación de consecuencia lógica que es propia de la lógica clásica.
[44] Esta cláusula tiene la finalidad de dar a entender que no hay otros aspectos que hayan cambiado en el caso expuesto.

4. Juan demanda judicialmente el cumplimiento.
5. Pedro interpone una excepción de prescripción extintiva.

   Por lo tanto, Pedro *no debe* entregar el bien X a Juan.

Ambas conclusiones de los ejemplos 6 y 7 se apoyan en sus premisas. El ejemplo 7 contiene las premisas del ejemplo 6, y aun sí no tiene la misma conclusión. Por ello se dice que no es monotónico. El cambio de la conclusión en el ejemplo 7, obedece a que se han agregado, con respecto al ejemplo 6, nuevas premisas. Ambos ejemplos, son correctos formalmente, pero no desde el punto de vista de la lógica clásica, sino desde el punto de vista de la lógica no monotónica.

Por consiguiente, podemos decir que la $Derrotabilidad_1$ y la $Derrotabilidad_2$ son conceptos totalmente distintos, puesto que no hacen referencia a lo mismo ni tienen el mismo sentido[45]. No obstante lo anterior, existe una relación entre ambos conceptos de derrotabilidad, en el siguiente sentido. Es posible que un argumento jurídico tenga como objeto la vigencia de una norma jurídica (piénsese en las sentencias de un proceso de inconstitucionalidad). En este caso, la $derrotabilidad_1$ de la norma es tratada en un argumento jurídico, el cual tiene una $derrotabilidad_2$. Esto no quiere decir que la $Derrotabilidad_2$ incluya a la $Derrotabilidad_1$, sino que en este caso la cuestión de la vigencia de la norma es el lenguaje objeto y la estructura del argumento por el cual se resuelve dicha cuestión es el metalenguaje. Nuevamente, esto no implica ninguna equivalencia entre la $Derrotabilidad_1$ y la $Derrotabilidad_2$.

2.1.4. Derrotabilidad y principios jurídicos.[46]

Un tema que resulta interesante para la teoría del derecho es la afirmación de que la distinción entre principios y reglas puede explicarse adecuadamente con el concepto de derrotabilidad[47]. Aplicando nuestros resultados a esta distinción demostraremos que ningún concepto de derrotabilidad (de los que aquí hemos trabajado) es adecuado para

[45] Para una exposición de los conceptos de sentido y referencia, véase (Moore A. W., 1993), (Bunge, 2011 (1974)), entre otros.

[46] Este acápite lo incluimos a sugerencia de Enrique Sotomayor Trelles, y que se basa en un trabajo que hemos venido haciendo desde verano de 2013.

[47] Véase (Alexy, 2002 (1986), p. 57 y ss), (García Figueroa, 2007), (Rodríguez, 1997), entre otros. La referencia a la obra de García Figueroa se la debemos a Enrique Sotomayor Trelles.

justificar dicha distinción, lo cual no implica ciertamente desvirtuar la distinción. Veamos. Se señala que los principios a diferencia de las reglas, tienen un carácter derrotable, no definitivo, y que tratan de razones que pueden ser desplazadas por otras razones (Alexy, 2002 (1986), p. 57).

Con respecto a la $Derrotabilidad_1$, nótese que tanto el principio jurídico como la regla pueden ser derogados. Esto demuestra suficientemente que la $Derrotabilidad_1$ no es un concepto útil para la distinción entre principios y reglas.

Con respecto a la $Derrotabilidad_2$, desde nuestro punto de vista, el principio jurídico y la regla tienen un estatus lógico distinto; esto es que, en relación a un argumento dado (*i.e.*, el conjunto de premisas), se tiene que mientras la norma (si se la concibe como proposición) forma parte de dicho argumento, y tal cosa no sucede en el caso del principio jurídico, puesto que lo que debe hacerse aún es "interpretar" o "formular" el principio jurídico para luego formular una premisa concreta, siendo que ésta última sí formaría parte del argumento. O sea, el principio jurídico no es una premisa, como sí lo es la regla. Por ello es que los argumentos, desde un punto de vista lógico, no contienen principios jurídicos, sino únicamente premisas, y algunas de ellas pueden ser normativas (*i.e.* reglas jurídicas). Esto resulta ser una explicación más adecuada de la diferencia entre principios y reglas.

Empero, admitiendo que los principios jurídicos sean premisas, su sola presencia no determinan, por razones enteramente lógicas, que se cumpla o no con el principio de monotonía. Es más, siguiendo esta línea de argumentación, cabe la construcción de argumentos monotónicos conteniendo por lo menos un principio jurídico, cuya conclusión no sea derrotable (*i.e.* dentro de la lógica clásica). Asimismo, podría hacerse lo contrario, es decir, podría construirse argumentos no monotónicos conteniendo por lo menos un principio jurídico, cuya conclusión sea derrotable (*i.e.* dentro de la lógica no monotónica). Para que decidamos entre una lógica clásica y una lógica no monotónica, ciertamente no es relevante la presencia de un principio jurídico entre nuestras premisas (aun admitiendo que tal hecho sea posible), sino que la respuesta a dicha cuestión depende de otra previa, a saber: ¿qué es lo que queremos hacer al aplicar la lógica al derecho? Y, al respecto, debe caerse en la cuenta de que el lenguaje jurídico no es igual al matemático, pues el derecho, así como emplea términos técnicos, también emplea términos del lenguaje ordinario (Miró Quesada Cantuarias, 2000, págs. 169-78). La lógica no monotónica se ha construido especialmente para tratar con argumentos que se dan propiamente en el leguaje ordinario (como los jurídicos), por ello resulta más adecuado que la lógica clásica (Schlechta, 1997, pp. 2-8).

Para una mejor explicación de lo antes indicado, veamos lo siguiente[48]:

1. Sean dos sistemas lógicos distintos S_1 y S_1 (y cada uno puede ser en tendido como un modelo de lo que se conoce como sistema normativo).
2. Asimismo, digamos que S_1 es un sistema de lógica clásica y, por ende, tiene entre otras propiedades, la de la monotonía, en el sentido antes explicado.
3. Por su parte, el otro sistema lógico, S_2, se ha construido sin observar el principio de monotonía (*i.e.* se trata de un sistema lógico no monotónico).
4. Así las cosas, el sistema S_1 puede tener dentro de sus enunciados la formalización del principio jurídico p_1, *e.g.*, la libertad de empresa (con la previsión de que ello sea posible, como indicamos anteriormente). En este caso sus conclusiones no son derrotables, puesto que por definición dicho sistema es monotónico.
5. De otro lado, el sistema S_2 puede tener, también, dentro de sus enunciados la formalización del mismo principio p_1, *e.g.*, la libertad de empresa. En este caso sus conclusiones son derrotables, pues por definición dicho sistema es no monotónico.
6. Por lo tanto, la presencia del principio p_1, *e.g.*, la libertad de empresa, no hace la diferencia entre S_1 y S_2, sino que dicha diferencia está dada por las propiedades lógicas de cada sistema, *i.e.* S_1 y S_2.

Llegados a este punto, nos preguntamos: ¿cuál es la diferencia entre regla jurídica y principio jurídico? Y nuestra respuesta es que el estatus lógico de la regla jurídica no el mismo que el del principio jurídico. A esto se puede replicar que debe tener en cuenta que en la sentencia (que es un tipo de razonamiento normativo) hay una justificación interna y otra externa, y ambas contienen premisas. Por nuestra parte, tal

[48] Esta parte de nuestro trabajo se ha beneficiado con la discusión tenida con Luis Zavaleta Revilla.

argumento, muy interesante por cierto, introduce un nuevo concepto que sólo agrega pero no responde la cuestión, *i.e.* ¿tienen el principio jurídico y la regla jurídica el mismo estatus lógico?

Como dijimos, en relación a un argumento dado (*i.e.*, el conjunto de premisas), se tiene que mientras la norma (si se la concibe como proposición) forma parte de dicho argumento, y tal cosa no sucede en el caso del principio jurídico, puesto que lo que debe hacerse aún es "interpretar" o "formular" el principio jurídico para luego formular una premisa concreta, siendo que ésta última sí formaría parte del argumento. O sea, el principio jurídico no es una premisa, como sí lo es la regla jurídica (si se la entiende como proposición). Por ello es que los argumentos, desde un punto de vista lógico, no contienen principios jurídicos, sino únicamente premisas, y que algunas de ellas pueden ser normativas (*i.e.* reglas jurídicas). Esto resulta ser una explicación más adecuada de la diferencia entre principios y reglas.

Una forma de contra argumentar lo anterior es señalar que existen argumentos tanto en el ámbito de la justificación interna como en el de la externa. Ante ello, hemos de decir que aun cuando aceptemos tal cosa – y hay autores que discuten tal afirmación como Cristina Redondo (1999) y Alfonso García Figueroa (1998) –, la naturaleza lógica de los argumentos no puede cambiar sea que estemos en la justificación interna como en la externa. Por ello, nuevamente, los principios jurídicos no son proposiciones. Su naturaleza es, si se nos permite la metáfora, "pre lógica" o "alógica".

Una forma de ver más claro el asunto es la siguiente: podemos convenir que en muchos casos la formalización lógica de una regla jurídica es la siguiente: $p \rightarrow \bigcirc p$, que se lee "si ocurre p entonces es obligado que ocurra q". Cuando queremos efectuar la formalización lógica de un principio (digamos, la libertad de empresa), no hay una formulación para ello. Por ejemplo, si alguien dijera que una manera de formalizar el principio de la libertad de empresa, es la siguiente: $Le(x)$, donde Le es la propiedad "libertad de empresa", y $Le(x)$ se lee "el individuo x tiene libertad de empresa". Tal cosa puede entenderse como una simple proposición del tipo p. Y no tiene el sentido que se le reconoce al principio como "mandato de optimización". O, si en cambio se dijera que la formalización es: Pa&P¬a[49], donde a es un acto empresarial en concreto, y la fórmula se lee: "está permitido hacer a y está permitido no hacer a". En este caso, tampoco se ha mantenido el sentido que se le reconoce al principio como "mandato de optimización". Por ende, al formalizar el principio de libertad de empresa ciertamente se pierde su aspecto de mandato de optimización. Este es el costo que no queremos asumir. Intentar entender el principio como una premisa, tiene el costo de perder la riqueza expresiva que se tiene cuando aceptamos que los principios son mandatos de optimización.

Los antes señalado demuestra que la $Derrotabilidad_2$ no es un concepto útil para la distinción entre principios y reglas. Mientras que tal cosa se logra con el análisis del estatus lógico de la regla jurídica y del principio jurídico.

En la siguiente sección, ahondaremos lo que entendemos por no monotonía, y su relación con la noción de sistema lógico.

2.2. La lógica de primer orden.

Se ha señalado que la lógica de primer orden (FOL: Fisrt-Order Logic) fue originalmente desarrollado para la representación del razonamiento matemático, el cual requiere el establecimiento de un estándar alto del rigor para garantizar que la conclusión se siga de las premisas con una calidad deductiva convincente y absoluta.

Esta posición fue expresada por el mismo David Hilbert, quien indicó que en las matemáticas no hay lugar para medias verdades o verdades de diferente clase (Hilbert, 1996 [1922], p. 1117). Con lo cual, para el formalismo sólo cabe la lógica clásica como la lógica sobre la cual se construyen las matemáticas.

Desde el punto de vista de las relaciones abstractas de las consecuencias lógicas, la FOL se implementa sobre la denominada relación del *no-contraejemplo*: un enunciado ϕ es consecuencia del conjunto de premisas Γ sii no se puede reinterpretar (la parte no lógica de) el lenguaje en el cual Γ y ϕ son formulados que todos los enunciados en Γ

[49] Esta es la forma como lo presenta Robert Alexy (2002 (1986), p. 145).

sean verdaderos y en ϕ falsos. Una inferencia que a partir de las premisas $\psi_1, \dots, \psi_k$ llega a la conclusión ϕ es válida si ϕ es consecuencia de $\{\psi_1, \dots, \psi_k\}$, i. e., si la inferencia no tiene contraejemplos.

Para una explicación rigurosa de la consecuencia lógica, la noción de interpretación subyacente requiere ser precisada, contando con una adecuada demarcación (no circular y posiblemente estipulativa) del vocabulario lógico y no lógico. Tal cosa fue lograda por Alfred Tarski en (Tarski, 2002 (1935)), quien definió con precisión la noción de verdad de un enunciado sobre una interpretación. Para hacer ello, Tarski superó dos problemas, uno técnico y otro filosófico. El problema técnico tenía que ver con el hecho que en la FOL los enunciados cuantificados son obtenidos de componentes que no son enunciados, así que una definición recursiva directa de la verdad de un enunciado se quiebra en el caso de los cuantificadores. Para superar este problema Tarski introdujo la noción de *satisfacción*[50]. El obstáculo filosófico consistía en el hecho que la noción de verdad era en ese entonces considerado suspicazmente metafísico entre los lógicos del entorno del Círculo de Viena. El análisis de Tarski se basaba en una definición matemáticamente precisa del no-contraejemplo de la consecuencia, el que usualmente se denota por el símbolo "$\vDash$": decimos que ϕ es consecuencia del conjunto de enunciados Γ, y se escribe '$\Gamma \vDash \phi$', sii ϕ es verdad en cada interpretación en la cual cada enunciado de Γ es verdad. A primera vista, pareciera haber una cuestión intrínsecamente infinita en $\vDash$. Sin perjuicio que Γ sea infinito o finito, para comprobar $\Gamma \vDash \phi$ se tendría que hacer infinitas posibles interpretaciones y verificar si cualquiera de ellas es un contraejemplo de consecuencia defendida, *i.e.*, si cualquiera de las interpretaciones es tal que todos los enunciados en Γ son verdaderos mientras que en ϕ es falso.

Sin embargo, sorprendentemente, en la FOL, la naturaleza infinitaria de $\vDash$ es sólo aparente. Como demostró Kurt Gödel en 1930, (Gödel, 1986 [1930]), la relación $\vDash$, a pesar de estar definida sobre una cuantificación universal de todas las posibles interpretaciones, puede ser analizada en términos de la existencia de objetos finitos de cierta clase, viz., pruebas formales. Una prueba formal es una secuencia finita de

[50] Satisfacción es la relación que tiene lugar entre predicados n-arios y cualquier n-tuplo de objetos tal que el predicado es verdad para esos objetos (Tarski, 1983 [1931]).

enunciados, cada uno de los cuales es un *axioma*, una *asunción* o es obtenido de los enunciados previos a través de uno de un número finito de reglas de inferencia, como el *Modus Ponens*. Si un enunciado ϕ resulta ser la última línea de una prueba, entonces decimos que tal prueba es *la prueba de* ϕ, y decimos que ϕ se puede probar a partir de Γ, y es escrito como $\Gamma \vdash \phi$, sii existe una prueba de ϕ de todas sus asunciones que son interpretadas desde Γ. En la práctica, en la FOL, se recurre a un número definido, pequeño y claro, de principios primitivos inferenciales (como los axiomas y las reglas) y luego postulamos que la conclusión ϕ se sigue del conjunto de premisas Γ si ϕ puede obtenerse de algunas de las premisas a través de la aplicación repetida de los principios de inferencia.

El conocido teorema de la completitud de Gödel de 1930-1931 señala que las dos relaciones, $\vDash$ y $\vdash$, son extensionalmente equivalentes, para cualquier ϕ y Γ, $\Gamma \vDash \phi$ sii $\Gamma \vdash \phi$. Esta es una importante característica de la FOL el cual tiene una serie de consecuencias. Una de las profundas consecuencias se sigue del hecho que las pruebas son objetos finitos, y en consecuencia que $\Gamma \vdash \phi$ sii existe un subconjunto finito Γ_0 de Γ tal que $\Gamma_0 \vdash \phi$. Esto, junto con el teorema de la completitud, tiene como resultado *el teorema de compactación*: $\Gamma \vDash \phi$ sii existe un subconjunto finito Γ_0 de Γ tal que $\Gamma_0 \vDash \phi$. Existen muchas formulaciones equivalentes de este teorema que son interesantes, pero la más citada es el siguiente: Digamos que un conjunto de enunciados es *consistente* si todas resultan ser verdaderas simultáneamente para alguna interpretación, entonces el teorema de compactación señala que un conjunto Γ es consistente sii cada cada uno de sus conjuntos finitos es consistente por sí mismo.

Otra importante consecuencia del teorema de completitud de Gödel es la siguiente formulación del teorema de Löwenheim–Skolem: si todos los enunciados en Γ pueden ser simultáneamente verdad bajo alguna interpretación, entonces ellos pueden ser también simultáneamente verdad en alguna otra interpretación cuyo universo no es más grande que el conjunto $\mathbb{N}$ de los números naturales.

Juntos, los teoremas de compactación y de Löwenheim–Skolem, son el inicio de una de las ramas más exitosas de la lógica simbólica moderna: la teoría de modelos. Ambos teoremas caracterizan a la FOL, como demostró Per Lindström en 1969, cualquier sistema lógico (que tenga ciertas condiciones de regularidad), para el cual se cumplen los teoremas antes indicados, no es más expresivo que la FOL.

El teorema de la completitud de Gödel también tiene implicancias sobre la cuestión de si se puede prever un procedimiento efectivo y cuál sería su extensión, a efectos de determinar si un enunciado ϕ es válido o, más generalmente, si $\Gamma \vDash \phi$ para determinados Γ y ϕ. En este punto conviene explicar lo siguiente. Decimos que el conjunto de enunciados Γ es *decidible* si existe un procedimiento efectivo, *i.e.*, un conjunto de instrucciones ejecutables mecánicamente que determine, para cada ϕ, si ϕ pertenece o no a Γ. Nótese que tal procedimiento ofrece una comprobación tanto positiva como negativa para la pertenencia del enunciado ϕ en Γ. Un conjunto de enunciados es *semidecidible* si existe un procedimiento efectivo que determine si el enunciado ϕ es miembro de Γ, pero que en algunos casos no podría proveer una respuesta acerca de si ϕ no es miembro de Γ. En otras palabras, Γ es semidecidible si existe una prueba positiva para la membrecía en Γ, pero no necesariamente para el caso negativo. Equivalentemente, Γ es semidecidible si puede darse una lista efectiva, *i.e.*, si puede ser mecánicamente generada. Estas nociones pueden ser generalizadas a relaciones entre enunciados para cualquier número de argumentos. Por ejemplo, una importante característica de las axiomatizaciones en la FOL es que tanto el conjunto de axiomas como la relación entre $\phi_1, \ldots, \phi_k$ y ψ, cuando ψ puede ser inferido de $\phi_1, \ldots, \phi_k$ por una aplicación de las reglas, son decidibles. Como resultado, la relación que hay entre $\phi_1, \ldots, \phi_k$ y ϕ, cuando $\phi_1, \ldots, \phi_k$ es la prueba de ϕ, también es decidible.

La importancia del teorema de la completitud de Gödel es que si el conjunto Γ es decidible (o, aunque sea solamente semidecidible), entonces el conjunto de todos los enunciados ϕ, tal que $\Gamma \vDash \phi$, es semidecidible. De hecho, se puede tener una lista efectiva de un conjunto tal mediante la generación sistemática de las pruebas a partir de Γ. Surge la cuestión de si, además de esta prueba positiva, no debería no haber una prueba negativa acerca que el enunciado ϕ sea una consecuencia de Γ. Este *problema de decisión* [*Entscheidungsproblem*] fue originalmente propuesto originalmente propuesto por David Hilbert en 1900, y fue resuelto independientemente en 1936 por Alonzo Church y Alan Turing. El teorema Church-Turing, en general, señala que no es decidible si $\Gamma \vDash \phi$, o incluso si ϕ es válido. Es importante saber que en muchos fragmentos de la FOL, incluso muy expresivos, el problema de decisión es soluble. También debemos notar el hecho siguiente que un enunciado ϕ es consistente si $\{\phi\}$ es consistente, *i.e.*, si su negación, $\neg\phi$, no es válida. Entonces el conjunto de todas las sentencias ϕ tal que ϕ es consistente, no es ni siquiera semidecidible, para una prueba positiva tal que un conjunto obtenga una prueba negativa de un conjunto de todos los enunciados válidos, el cual podría ser decidible, en contra del teorema de Church-Turing.

2.3. Las relaciones de consecuencia lógica.

Como se vio, la relación de consecuencia del no contraejemplo $\vDash$ es aquélla por el cual se dice $\Gamma \vDash \phi$ sii ϕ es verdad en cada interpretación en la que cada enunciado de Γ es verdadero. En general, es posible considerar las propiedades abstractas de la relación de consecuencia entre conjuntos de enunciados y enunciados en particular. Sea $\mid\!\sim$ dicha relación. Identificamos las siguientes propiedades, todas las cuales satisfacen la relación de consecuencia $\vDash$ de la FOL:

Superclasicalidad: Si $\Gamma \vDash \phi$ entonces $\Gamma \mid\!\sim \phi$;
Reflexividad: Si $\phi \in \Gamma$ entonces $\Gamma \mid\!\sim \phi$;
Corte: Si $\Gamma \mid\!\sim \phi$ y $\Gamma, \phi \mid\!\sim \psi$ entonces $\Gamma \mid\!\sim \psi$;
Monotonía: Si $\Gamma \mid\!\sim \phi$ y $\Gamma \in \Delta$ entonces $\Delta \mid\!\sim \phi$.

La superclasicalidad señala que si ϕ se sigue de Γ en la FOL, entonces también se relacionan en concordancia con $\mid\!\sim$; *i.e.*, $\mid\!\sim$ es extensivo con $\vDash$ (la relación $\vDash$ es trivialmente superclásica). La reflexividad señala que si ϕ pertenece al conjunto Γ entonces ϕ es consecuencia de Γ. Esto es un requerimiento mínimo en la relación de consecuencia lógica. Ciertamente sería preferible que todos los enunciados de Γ sean inferibles de Γ. No queda claro el sentido en el cual si una relación falla en satisfacer este requerimiento pueda ser considerada en una relación de *consecuencia*.

Una forma de transitividad es la propiedad de corte y resulta ser crucial para la relación de consecuencia. Se trata de un principio conservativo: si ϕ es consecuencia de Γ, entonces ψ es consecuencia de Γ junto con ϕ solamente si ya lo es de Γ solo. En otras palabras, agregar a Γ algo que ya es consecuencia de éste no conduce a un incremento del poder inferencial. El corte puede ser considerado como el enunciado que la "longitud" de una prueba no afecta el grado en que las asunciones soportan la conclusión. Cuando ϕ ya es consecuencia de Γ, si ψ puede ser inferido de Γ junto con ϕ, entonces ψ puede ser obtenido mediante una prueba más larga que la se procedería indirectamente mediante la prueba de ϕ en primer lugar. La FOL satisface el principio del corte.

Es importante notar que muchas formas de razonamiento probabilístico fallan en satisfacer el principio del corte, precisamente porque el grado con el cual las premisas soportan la conclusión es inversamente correlativo con la longitud de la prueba. Por ejemplo, sea que Ax representa "x nació en el pueblo alemán de Pennsylvania", Bx representa "x tiene como lengua materna el alemán" y Cx representa "x nació en Alemania". Además, sea que Γ comprende los siguientes enunciados: "la mayoría de los As son Bs", "la mayoría de los Bs son Cs" y Ax. Los enunciados de la forma "la mayoría de los As son Bs" son interpretados probabilísticamente señalando la probabilidad condicional de B dado A es, digamos, mayor a 50%; de la misma manera, decimos que Γ soporta el enunciado ϕ si Γ asigna a ϕ una probabilidad $p > 50\%$.

Entonces, Γ soporta a Bx, y Γ y Bx, juntos, soportan a Cx, pero Γ por sí mismo no soporta a Cx. Porque Γ contiene "la mayoría de los As son Bs" y Ax, y soporta a Bx (en el sentido que la probabilidad de Bx es mayor al 50%), similarmente, Γ junto con Bx soporta a Cx; pero Γ por sí mismo no puede sustentar Cx. De hecho, la probabilidad que alguien nacido en el pueblo alemán de Pennsylvania haya nacido en Alemania es arbitrariamente cercana a cero. Los ejemplos del razonamiento inductivo como el recientemente dado, cuestiona la posibilidad de la configuración de una lógica bien conducida de la relación de la consecuencia probabilística.

Por su parte, como se señaló, el principio de monotonía señala que si ϕ es consecuencia Γ entonces es también consecuencia de todo subconjunto de Γ. La importancia de la monotonía es que no se puede cambiar convenientemente las conclusiones añadiendo nuevas premisas a la inferencia. Es claro por qué la FOL satisface la monotonía: semánticamente, si ϕ es verdadera en cada interpretación en la cual todos los enunciados de Γ son verdaderos, entonces ϕ es verdadero en cada interpretación en la cual todos lo enunciados del conjunto mayor Δ (que contiene a Γ) son verdaderos. Similarmente, desde el punto de vista de la teoría de la prueba, si existe una prueba de ϕ a partir de todas aquellas asunciones que se derivan de Γ, entonces existe una prueba de ϕ (que en efecto es la misma) a partir de todas aquellas asunciones que se derivan de Δ.

Muchos autores consideran inadecuado este aspecto de la FOL a fin de representar adecuadamente la totalidad de la clase de las típicas inferencias del razonamiento diario (en oposición al razonamiento formal o matemático) y por consiguiente la cuestión a cerca de la adecuada capacidad de descripción de la FOL en la representación de inferencias del sentido común. En la vida diaria, es muy frecuente encontrarnos con conclusiones tentativas, siendo que solamente nos retractamos de las mismas a la luz de una mayor información. Veamos algunos ejemplos típicos de los patrones de los razonamientos esencialmente no monotónicos.

> *Taxonomía*. El conocimiento taxonómico es esencialmente jerárquico donde las superclases subsumen a las clases más pequeñas. Los Pooddles son perros, los perros son mamíferos. En general las sub clases heredan las características de las superclases: todos los mamíferos tienen pulmones, y en razón que los perros son mamíferos, es así que los perros tiene pulmones. Sin embargo, el conocimiento taxonómico es en pocas ocasiones estricto, siendo el caso que la propiedad de la herencia tiende a tener excepciones. Los pájaros vuelan, pero los pingüinos (una clase especial de aves) son una excepción. Similarmente, los mamíferos no vuelan, pero los murciélagos (que son una clase de mamíferos) son una excepción.
>
> Sería inmanejable (por decir lo menos) elaborar una lista exhaustiva de todas las excepciones para cada par subclase-superclase. En consecuencia resulta natural entender una herencia en forma derrotable, donde la asunción que las subclases heredan las propiedades de las superclases, a menos que ello sea bloqueado explícitamente. Por ejemplo, si decimos que Stellaluna[51] es un mamífero, entonces inferimos que no vuela, puesto que los mamíferos por lo general no

[51] Stellaluna es un cuento infantil de un murciélago bebé hembra, escrito por Janell Cannon, en 1993.

vuelan. Pero la conclusión que Stellaluna no vuela puede ser descartada si tomamos conocimiento que ella es un murciélago, que a su vez es un tipo de mamífero y que vuela. Así que inferimos que Stellaluna sí vuela después de todo. Este proceso puede ser iterado varias veces. Podemos tomar conocimiento que, por ejemplo, el Stellaluna es un murciélago hembra bebé y en consecuencia aún no puede volar. Tales patrones complejos del razonamiento derrotable están fuera del alcance de la FOL, la cual es naturalmente monotónica.

El mundo cerrado. Algunos ejemplos iniciales que motivaron a considerar las inferencias derrotables vienen de la teoría de la base de datos. Supongamos que se quiere viajar de Oshkosh a Minsk y en consecuencia se habla con el agente de viajes, quien después de revisar la base de datos de la aerolínea, informa que no hay vuelos directos. El agente de viajes no sabe en realidad que la base de datos de la aerolínea contiene información explícita solamente de los vuelos existentes. Sin embargo, la base de datos incorpora una asunción de un mundo cerrado que hace que la misma sea completa. Pero la conclusión que no existen conexiones directas entre Oshkosh y Minsk es derrotable, puesto que podría ser retractada en caso que se expanda la base de datos.

Diagnóstico. Cuando los artefactos complejos fallan, es razonable asumir que un pequeño conjunto de componentes es responsable de la conducta observada. Si la falla de dos de los tres componentes, A, B y C puede explicar la falla del artefacto, se asume que los tres componentes no han fallado simultáneamente, una asunción que puede ser retractada a la luz de una mayor información (*e.g.*, si al reemplazar A y B se falla en restaurar el funcionamiento esperado del artefacto).

Debido a estas razones y otras similares, se ha trabajado denodadamente en los últimos 25 años en la elaboración de un formalismo no monotónico capaz de representar las inferencias derrotables. Cuando se deja de lado a la monotonía, en aras de una adecuada descripción surge la cuestión de qué propiedades formales de la relación de consecuencia van a tomar el lugar de la monotonía. En la literatura, se han considerado dos propiedades para la relación de consecuencia arbitraria $\mid\!\approx$:

Monotonía cauta: Si $\Gamma \mid\approx \phi$ y $\Gamma \mid\approx \psi$, entonces $\Gamma, \phi \mid\approx \psi$.

Monotonía racional: Si $\Gamma \not\mid\approx \neg\phi$ y $\Gamma \mid\approx \psi$, entonces $\Gamma, \phi \mid\approx \psi$.

Tanto la monotonía cauta como el principio más fuerte de la monotonía racional son casos especiales de la monotonía. No están, por consiguiente, en el primer plano mientras nos limitemos a la relación de consecuencia clásica $\vDash$ de la FOL.

Aun cuando sean superficialmente similar, estos principios son muy diferentes. La monotonía cauta es la conversa del corte, éste señala que añadiendo la consecuencia ϕ atrás en el conjunto de premisas Γ no conduce a ninguna disminución del poder inferencial. La monotonía cauta señala que la inferencia es un proceso acumulativo. Se puede señalar consecuencias que a su turno serán usadas como premisas adicionales, sin que por ello se afecte el conjunto de las conclusiones. Junto con el principio del corte, la monotonía cauta señala que si ϕ es consecuencia de Γ, entonces para cualquier enunciado ψ, ψ es consecuencia de Γ sii es consecuencia de Γ y ϕ, juntos. En otras palabras, si los nuevos hechos resultan ser verdad como se esperaba, entonces en nada debería cambiar nuestro sistema de creencias. También resulta que la monotonía cauta tiene una particular caracterización semántica. Por ejemplo, Sarit Kraus, Daniel Lehmann y Menachem Magidor (1990) elaboraron un sistema **C** (con el principio de la monotonía cauta, entre sus axiomas) el cual probó ser segura y completa con respecto a las implicaciones lógicas sobre los modelos preferenciales definidos correspondientemente, que tienen un ordenamiento preferencial $\prec$ entre los estados. Usualmente se ha indicado que la reflexividad, el corte y la monotonía cauta son propiedades críticas de cualquier relación de consecuencia no monotónica bien conducida.

La situación de la monotonía racional es más problemática. Como se ha señalado, la monotonía racional puede considerada como una monotonía cauta fuerte y al igual que ésta es un caso especial de la monotonía. Un caso de monotonía racional es el desarrollado con gran éxito por Daniel Lehmann y Menachem Magidor (1992). En este caso Lehmann y Magidor consideran lo siguiente: sean p, r y r variables proposicionales distintas y supóngase $p \mid\approx q$ (por ejemplo, en razón que está explícitamente contenido en nuestro conocimiento básico), entonces se podría intuitivamente esperar que $p, r \mid\!\approx q$, como r no puede proveer ninguna información de si se satisface o no p (en particular, $q \not\mid\!\approx \neg r$). La razón por la que $p, r \mid\!\approx q$ parece plausible es que los enunciados involucrados son atómicos y por consiguiente ninguno de ellos es relevante con respecto a la verdad de los demás. Debe observarse que hay razones para pensar que la monotonía racional podría no ser una característica correcta de la relación de consecuencia no monotónica. Robert Stalnaker (1994, p. 19) adapta un contraejemplo elaborado en la literatura de los condicionales[52]. Considérese tres compositores: Verdi, Bizet y Satie. Supóngase que inicialmente es aceptado (correctamente pero de modo revocable) que Verdi es italiano, y Bizet y Satie son franceses. Supongamos que posteriormente se toma conocimiento a través de una fuente de información confiable, que Verdi y Bizet son compatriotas. Esto nos lleva a no seguir apoyando los enunciados que dicen que Verdi es italiano (porque podría ser francés) y que Bizet es francés (porque podría ser italiano). Sin embargo, se podría elaborar la consecuencia derrotable que Satie es francés; puesto que nada de lo que se ha aprendido, según este ejemplo, entra en conflicto con esta conclusión. Sea que $I(v)$, $F(b)$ y $F(s)$ representan nuestras creencias iniciales acerca de los tres compositores, y $C(v, b)$ representa que Verdi y Bizet son compatriotas, esta situación puede ser representada de la siguiente manera:

$$C(v, b) \mid\!\approx F(s)$$

Ahora, considérese el enunciado $C(v, s)$ que dice que Verdi y Satie son compatriotas. Antes de saberse que $C(v, b)$ se podía haber considerado rechazar el enunciado $C(v, s)$ puesto que se estaba seguro de $I(v)$ y $F(s)$, pero después de tomar conocimiento que Verdi y Bizet son compatriotas, ya no se puede seguir asegurando $I(v)$, por consiguiente ya no se sigue rechazando $C(v, s)$. Esta situación se representa de la siguiente forma:

$$C(v, b) \not\mid\!\approx \neg C(v, s)$$

[52] Son los ejemplos dados por Willard Van Orman Quine (1959, p. 15) y Matthew L. Ginsberg (Ginsberg, 1986, pp. 40-42).

Sin embargo, si añadimos $C(v,s)$ a nuestro inventario de creencias podría destruirse la inferencia que dice que $F(s)$: en el contexto de $C(v,b)$, la proposición $C(v,s)$ es equivalente al enunciado que afirma que los tres compositores son de la misma nacionalidad, y esto lleva que se suspenda la aceptación de la proposición $F(s)$, en otras palabras, y en contra de la monotonía racional,

$$C(v,b), C(v,s) \not\approx F(s)$$

De este modo se tiene un contraejemplo de la monotonía racional. Por otro lado, parece no haber razones para rechazar la monotonía cauta, el que es en efecto una característica de nuestro proceso de razonamiento. De este modo se identifican las cuatro propiedades esenciales de una relación de consecuencia no monotónica: la superclasicalidad, la reflexividad, el corte y la monotonía cauta.

2.4. Filosofía de la lógica no monotónica.

2.4.1. Lógica y lenguaje.

La lógica clásica, sea la lógica proposicional o la FOL, puede ser visto como un método de razonamiento ideal acerca de objetos matemáticos. Así, la lógica es una herramienta, como lo es el lenguaje que se usa para hablar acerca de un ámbito, y la lógica se usa para la obtención de conclusiones (libres de error) acerca de un dominio. De esta manera, el dominio tiene prioridad, y el lenguaje y la lógica vienen en segundo orden.

El dominio no sólo es el mundo matemático, sino que puede ser extra matemático. Así, se puede hablar y razonar acerca de, por ejemplo, posibles desarrollos de la sociedad, obligaciones morales y legales, decisiones, propiedades de los objetos, etc. La semántica formal es la abstracción de un dominio en concreto en términos de un objeto matemático, el lenguaje formal es elegido para representar los aspectos relevantes de la semántica, y la lógica es elegida en concordancia con el razonamiento libre de error acerca de un dominio. Esta correspondencia es garantizada por la solidez y completitud de la lógica (*i.e.* FOL) con respecto a la semántica formal. La solidez asegura que no se concluya cualquier cosa que no se derive lógicamente de la semántica, *i.e.*, que no tengan lugar todas las estructuras. La completitud asegura que se pueda concluir cualquier cosa que tenga lugar en todas las estructuras.

La cuestión de si una semántica formal refleja adecuadamente un dominio determinado, no es una cuestión lógica sino filosófica. La solidez y completitud son teoremas acerca de la correspondencia de los objetos matemáticos. Parece mucho más difícil dar un gran paso directo desde un dominio en el cual se quiere hablar y razonar hacia un lenguaje y una lógica. Históricamente este enfoque ha sido llevado a los sistemas lógicos los cuales fueron considerados inconsistentes, triviales o inadecuados.

El problema parece ser que este gran paso intenta hacer dos cosas muy diferentes al mismo tiempo: primero, un paso lógico, que es la abstracción de un dominio, y, segundo, un paso matemático, que consiste en la construcción de una lógica adecuada. La cuestión filosófica de la adecuación de la abstracción de un dominio en una semántica formal, parece ser más fácil si se la discute separadamente de la cuestión matemática de la adecuación la lógica en la semántica formal.

2.4.2. La semántica intuitiva de la lógica no monotónica.

La lógica clásica fue elaborada como un razonamiento ideal acerca de razonamientos matemáticos. Las lógicas no monotónicas están hechas para ajustarse a (algunos) objetos del razonamiento del sentido común.

Como se ha visto, en la lógica clásica si una fórmula ϕ es consecuencia lógica de un conjunto de fórmulas Γ, simbólicamente $\Gamma \vdash \phi$, y si Δ es otro conjunto de fórmulas de tal modo que $\Gamma \subseteq \Delta$, entonces $\Delta \vdash \phi$. Así el conjunto de consecuencias crece monotónicamente con un conjunto de prerrequisitos. Esto no es el caso de las lógicas no monotónicas, donde puede ser que algún $\Gamma \subseteq \Delta$, y algún $\Gamma \approx \phi$, pero $\Delta \not\approx \phi$, donde $\approx$ es la operación de consecuencia para la lógica no monotónica y $\not\approx$ su negación. Esta elaboración se diferencia de la lógica clásica a efectos de capturar el sentido que tiene lugar cuando Γ y Δ contienen información de diferente valor o credibilidad, entonces bien puede aceptarse ϕ sobre la base de Γ, pero una nueva premisa que pertenece a Δ, además de las que están en Γ podría contradecir los fundamentos que conducen a aceptar ϕ. De tal suerte que si la nueva fórmula es considerada más confiable que la anterior por la que se creía en ϕ, ya no se la aceptará más como algo razonable.

De la misma manera, si en términos de razonar acerca de casos típicos, normales o usuales, bien puede ser que un caso normal que tiene lugar en Γ satisfaga ϕ. No obstante, pueden darse otros casos igualmente normales que tiene lugar en Δ que no necesariamente satisfagan ϕ. En este caso se dice que la "normalidad" de un caso es relativa a la teoría, así, un caso anormal- Γ puede ser un caso normal- Δ. De hecho, la quizá mejor examinada de las semánticas de las lógicas no monotónicas (la semántica preferencial) se basa precisamente en la elección de los casos normales.

CAPÍTULO III

FUNDAMENTOS SEMÁNTICOS DE LOS IMPERATIVOS

La lógica deóntica, que es la lógica que analiza este trabajo, ha transitado por un desarrollo muy amplio. Una forma de apreciar el mismo, y su estado actual es a través de los problemas que enfrenta actualmente. Veamos.

3.1. El método axiomático.

Uno de los logros más importantes de fines del siglo XIX y la primera parte del XX es el refinamiento del método axiomático. Como es sabido, este método fue desarrollado por Euclides (siglos IV – III a. C.) en sus *Elementos*, pero que concebía a los conceptos primitivos como posibles de ser definidos[53] así como los postulados se consideran verdades evidentes. Estas características de la axiomática euclídea son superadas por la axiomática de David Hilbert, quien en su obra los *Fundamentos de la Geometría* (1899), los conceptos primitivos no son definidos sino que puntos de partida y los axiomas (o postulados o principios) son propiedades sin definición ni demostración que se formulan en términos de los conceptos primitivos. A ello, David Hilbert exigía que los axiomas cumplan con las siguientes condiciones:

- *Compleción*: Que sirvan para probar todos sus enunciados.
- *Independencia*: Que cada axioma sirva para probar por lo menos un teorema.
- *Consistencia* (simple o de negación): que no se incurra en contradicción, esto es que no se deriva de los axiomas la afirmación y negación de un enunciado.

Adicionalmente, en la actualidad se exige que el sistema axiomático cumpla a estas propiedades (Cassini, 2006, págs. 95-111):

[53] Por ejemplo, en el libro I de los *Elementos*, Euclides define el punto como lo que no es parte y la línea como lo que es largo sin anchura (Euclid, 1908, p. 154).

- *Decidibilidad*: Que exista en el sistema un procedimiento mecánico de decisión para establecer si una fórmula pertenece o no a ese sistema.
- *Satisfacibilidad*: Un sistema axiomático *S* es satisfacible, si por lo menos tiene un modelo.
- *Categoricidad*: Un sistema axiomático *S* es categórico si y sólo si *S* es consistente y todos sus modelos son isomorfos entre sí[54].

A su vez para Hilbert, el método axiomático tenía como fin la unificación, el ordenamiento, la claridad y simplicidad del conocimiento (Reid, 1970, pp. 63-67, 85). Cabe indicar que esta posición de Hilbert constituye una reacción contra la doctrina matemática que sostenía *Ignoramus et ignorabimus – somos ignorantes y permanecemos ignorantes* – sostenida por el matemático alemán Paul du Bois-Reymond (1831 –1889), y que Hilbert sintetizó así: *Wir müssen wissen. Wir werden wissen – ¡Debemos saber y lo sabremos!* (Hilbert, 1996 [1930], p. 1165).

Así, la profundización en los fundamentos del conocimiento nos lleva a identificar que la base de la estructura conceptual existen algunas proposiciones que resultan suficientes y que en coordinación con los principios lógicos puede construirse la estructura conceptual íntegra. A tales proposiciones se les llama *axiomas* del campo de conocimiento en concreto, y que el progresivo desarrollo del mismo consiste en una mayor construcción lógica de los conceptos antes mencionados (Hilbert, 1996 [1918], p. 1108).

Sin embargo, el método axiomático antes descrito en el siglo XX ha sido objeto de restricciones en cuanto a su alcance y límites en cuanto a su rigurosidad. Sobre los alcances del método axiomático, se indica que el mismo sólo debe utilizarse en la ciencia cuando ésta haya conseguido una suficiente cantidad de descubrimientos científicos y no antes pues ello tendría el efecto de desviar o restringir la investigación empírica. Y en cuanto a los límites se ha señalado lo siguiente: (1) la existencia de elementos de arbitrariedad, esto es que se ha hallado que existen caracterizaciones

---

[54] Para una referencia filosófica del concepto de categoricidad, puede verse: (Corcoran, Categoricity, 1980), (Awodey & Reck, 2002), (Awodey & Reck, 2002), entre otros.

equivalentes del mismo objeto matemático, así se tiene el caso de la teoría de retículos que puede formalizarse tanto mediante el concepto de igualdad como un predicado fundamental; (2) la existencia de deficiencias del método axiomático, que son de dos tipos (a) del tipo sintáctico, constituido por la imposibilidad de probar formalmente cierto teoremas que son verdaderos de cara a la consistencia del sistema axiomático formal, como lo ha señalado Gödel, y (b) del tipo semántico, que hace referencia a la existencia de modelos no estándares, *i.e.*, que los modelos difieren de la estructura a ser descrita por un sistema de axiomas, como lo indicara primero Skolem (Bernays, 1967).

No obstante la ocurrencia de estos embates contra el método axiomático, puede decirse todavía que proceder axiomáticamente no es más que pensar con conciencia sin incurrir en la ingenuidad de creer en los dogmas (Hilbert, 1996 [1922], p. 1120). Y por ello es una forma de expresar el razonamiento de un modo más ordenado, claro y simple que con respecto a otros tipos de pensamiento. Y en ese sentido se mantiene vigente el propósito fundamental de Hilbert[55].

3.2. Semántica, pragmática y sistema lógico.

Si por ejemplo tomamos lo señalado por Quine en (1961), y nos preguntamos por el significado de “soltero” tenemos que este término tiene un significado que dependerá del contexto en el que se emplea. Y ello daría la idea de que la semántica (entendido como el estudio del significado) estudia el significado de las palabras en relación con el contexto. Sin embargo, ha de hacerse una distinción, útil para este trabajo, entre semántica y pragmática. Desde un punto de vista lógico, la semántica es el estudio de las propiedades de los enunciados que no varían por el uso o por el cambio del contexto, mientras que la pragmática toma en cuenta el uso y el contexto. Así, la semántica se ocupa del significado (independiente del contexto) de las expresiones y enunciados y sus referentes así como de las conexiones lógicas entre expresiones.

Asimismo, hemos dicho en el capítulo I (1.4) que no es posible dar una noción de lógica, pues no existen los elementos que den con dicha unidad. Aun cuando

[55] Para una visión histórica y actual del método axiomático véase (Rodin, 2014), en especial los capítulos 2 - 5.

actualmente, los estudios van por el lado de la conciencia en la lógica, los resultados no son concluyentes[56]. Sobre este tema, recientemente Atocha Aliseda ha propuesto que la noción de reglas estructurales sean las que identifiquen un sistema lógico y demarquen aquello que es lógico de aquello que no lo es, lo cual se conoce como *la demarcación en la lógica*. Sin embargo, a la fecha no sea dado aún con el conjunto de esquema mínimo de reglas estructurales que hace que un sistema formal sea lógico (Aliseda, 2014, págs. 67-82).

Por otro lado, por sistema lógico, SL, entendemos lo siguiente[57]:

$$SL \stackrel{\text{def}}{=} \langle L, Q \rangle$$

Donde:
L: es un lenguaje que contiene un vocabulario, unas reglas de formación de expresiones (fbf: fórmulas bien formadas) y una semántica.
Q: es el conjunto de reglas de inferencia que nos permite efectuar deducciones a partir de los axiomas de SL.

A su vez, el vocabulario está compuesto por un conjunto de símbolos no lógicos, un conjunto de símbolos lógicos y signos de puntuación.

Dicho esto, la semántica, en el sentido indicado, es una parte esencial de todo sistema lógico, lo que no es el caso de la pragmática.

Desde el punto de vista de la teoría de la prueba, el sistema lógico se enciende como el par $(\mid\!\sim, S_{\mid\sim})$ donde $S_{\mid\sim}$ es una teoría de la prueba para $\mid\!\sim$. Esto quiere decir que no es suficiente conocer $\mid\!\sim$ para entender a la lógica, sino que debemos conocer cómo es su presentación, *i.e.* $S_{\mid\sim}$ (Gabbay D. M., 1994, p. 181).

[56] Sobre este tema puede verse (Leitgeb, 2008).
[57] En esta parte seguimos a (Gabbay D. M., 1994) y (Palau, 2002).

3.3. Dos ataques contra la lógica deóntica.

Resultan interesantes las diferentes posturas críticas contra la lógica deóntica, algunas de las cuales la atacan en cuanto a su adecuación al dominio en concreto sobre el cual recaen, mientras que otras atacan directamente su existencia en cuanto tal, esto es su calidad de lógica.

Una crítica del primer tipo es la defendida por Mario Bunge (Bunge, 1989, p. 294 y sig.), quien sostiene que la lógica deóntica es inútil por las siguientes razones:

(i) La lógica deóntica parte de la concepción que todas las normas morales son categóricas, en el sentido que serían imperativos incondicionales de la forma: "¡Haz x!" y "¡No hagas x!". Sin embargo, existen normas morales que no tiene ese sentido sino el de provisiones, recomendaciones o incluso propuestas.

(ii) Consagra el autoritarismo en lugar de invitar a la crítica y a la prueba.

(iii) No constituye una sólida interpretación de la lógica modal, toda vez que mientras que "$p\ es\ necesaario$" implica p ("es el caso que se da p"), la interpretación deóntica de "$p\ es\ obligatorio$" no implica p. Del mismo modo, mientras que p implica que p es posible, no es cierto que p implique que p sea moral y legalmente permisible.

(iv) El objeto de, por ejemplo, una prohibición no es el enunciado, sino la acción. De otro modo, no tiene sentido aplicar los operadores deónticos a los enunciados. De esto se sigue que, igualmente, no tiene sentido la negación de acciones, lo que sucede en el caso de las denominadas obligaciones negativas, o sea, $\bigcirc\neg x$. La no-acción no existe, por ejemplo, el no-patear. La ética no puede divorciarse de la ontología (Bunge, 1989, p. 297).

Una crítica del segundo tipo, esto es, que ataca el estatus lógico de la lógica deóntica, es la que formula Francisco Miró Quesada, que señala que ésta es "*innecesaria para realizar las deducciones que se llevan a cabo en la práctica del derecho*" (Miró Quesada Cantuarias, 2008 (1980), pág. 139) y que la lógica ordinaria (esto es, lo que aquí llamamos la lógica clásica) permite realizar y fundamentar todas las deducciones que se efectúan en la cotidianidad jurídica. Nuestro autor añade, "*(…) no hay ningún caso de deducción efectiva que pueda ser analizada mediante la lógica deóntica y que no pueda analizarse mediante la primera* [lógica clásica]".

Los ataques antes señalados, son típicos y se corresponden con la clasificación de éstos que se hizo al inicio de este parágrafo. Sobre los mismos hemos de decir lo siguiente:

a. El desarrollo de la lógica deóntica ha seguido en estos años, en forma creciente. El hecho de que la ética y el derecho no sean materia de expresiones iguales a la de las matemáticas, no justifica concluir que los argumentos dados en la ética y el derecho no pueden objeto de un estudio lógico. Tal idea es negada por la misma ciencia, por ejemplo, se sabe que en la mecánica cuántica la interpretación de la misma no es posible ser hecha por medio de la lógica clásica, sino que incluso se está planteando recientemente la eliminación de la ley de identidad. Tal cambio ha dado lugar a lo que se ha venido a llamar las lógicas no reflexivas, campo que está aún en desarrollo de acuerdo con una comunicación que recibimos de uno de sus autores: Newton da Costa (da Costa & Bueno, 2009). Por lo que el desarrollo de la lógica, no se circunscribe a las reglas estructurales de la lógica clásica, pues queda claro que no son las únicas que determinan cuando un sistema es lógico.

b. Actualmente el análisis del lenguaje normativo no sólo se hace mediante la lógica deóntica sino mediante el empleo de otras lógicas como: (i) lógica booleana, (ii) lógica de clases, (iii) lógica combinatoria, (iv) lógica cuantificacional, (v) lógica modal, (vi) lógica de relaciones, (vii) lógica de la acción, (viii) lógica silogística, (ix) lógica difusa, (x) lógica derrotable, entre otros[58].

c. La lógica clásica no da cuenta de toda la argumentación jurídica, por ejemplo, en el caso de la prescripción del delito tenemos:

[58] Así, (Stelmach & Brozek, 2006) y (Joerden, 2010).

1. Si A comete un delito, entonces va a la cárcel.
2. A comete un delito.

   ∴ A va a la cárcel   1,2 *Modus Ponens*

Un contraejemplo a este argumento se elabora de la siguiente manera:

1. Si A comete un delito, entonces va a la cárcel.
2. A comete un delito.
3. Si el delito de A ha prescrito, entonces no va a la cárcel.
4. A va a la cárcel   1,2 *Modus Ponens*
5. A no va a la cárcel   2,3 *Modus Ponens*

   ∴ A va a la cárcel y A no va a la cárcel   4,5 Adición

De acuerdo con la relación de monotonía clásica, el contraejemplo no es válido (pues la conclusión es una contradicción). Así, la lógica clásica no se adecúa a la forma como razonamos frente a los casos jurídicos.

No cabe interpretar 3 como la negación del consecuente de 1, a efectos de aplicar el *Modus Tollens*. Ya que se obtendría una contradicción. Esto es:

1. Si A comete un delito, entonces va a la cárcel.
2. A comete un delito.
3. El delito de A ha prescrito.
4. El delito de A ha prescrito ≡ A no va a la cárcel.
5. A no va a la cárcel.   3,4 Identidad.
6. A no comete un delito.   1,5 *Modus Tollens*.

   ∴ A comete un delito y A no comete un delito   2,6 Adición.

Cabe efectuar una interpretación, donde no se llegue a una contradicción:

1. Si A comete un delito, entonces va a la cárcel.
2. El delito de A ha prescrito.
3. El delito de A ha prescrito ≡ A no va a la cárcel.
4. A no va a la cárcel.   2,3 Identidad.

5. A no comete un delito. 1,4 *Modus Tollens*.

Esta interpretación no es aceptable pues, si bien es correcta formalmente, pero no es adecuada al tipo de argumento normativo que se analiza, o sea, la aplicación de la lógica clásica resulta siendo contraintuitiva. Pues, como se conoce en el Derecho, la afirmación de que "A no comete un delito" resulta exagerada sin más. Para afirmar tal cosa se requiere de la investigación judicial correspondiente y la correspondiente sentencia. Lo cual el Derecho no requiere hacer. Sino que en lugar de ello, en razón de los derechos fundamentales de la persona imputada, en especial la presunción de inocencia, y el derecho de tutela jurisdiccional efectiva[59], la invocación de la prescripción del delito tiene el siguiente mecanismo:

1. Si A comete un delito, entonces va a la cárcel.
2. El delito de A ha prescrito.
3. Si el delito de A ha prescrito, entonces debe presumirse la inocencia de A.
4. Si debe presumirse que A es inocente, entonces A no va a la cárcel.
5. Debe presumirse la inocencia de A 2,3 *Modus Ponens*

   ∴ A no va a la cárcel 4,5 *Modus Ponens*

Por otro lado, es importante señalar que la formalización lógica hecha nos puede llevar a la errada idea de que la lógica clásica o estándar es suficiente para dar cuenta de los razonamientos jurídicos, en este caso. Lo cual no es correcto. Nuestros análisis anteriores han necesitado de una gran dosis de premisas *ah hoc*, ya que no resulta sencilla la representación lógica de las presunciones, como el caso de la presunción de inocencia, pues lo que se requiere es de una lógica no monotónica. Este tema lo desarrollamos en el acápite siguiente.

[59] La tutela jurisdiccional efectiva se refiere al derecho de la persona a acceder a los órganos jurisdiccionales para el ejercicio o defensa de sus derechos o intereses y que sea atendido mediante un proceso judicial con las garantías mínimas de eficiencia.

3.4. Las presunciones en el Derecho.

3.4.1. Verdad y el lenguaje del derecho.

Ya Aristóteles nos decía que la falsedad es decir de lo que es que no es, y de lo que no es que es, mientras que la verdad es decir de lo que es que es, y de lo que no es que no es (Aristotle, 1941, p. 749 [1011b25]).

Es de destacar que el siglo XX ha sido ocasión de grandes desarrollos acerca del concepto de verdad en la filosofía, quizá, y a riesgo de simplificar demasiado la cuestión, podemos destacar la contribución esencial del gran lógico polaco, Alfred Tarski (1983 [1931]). Para este autor, la verdad se determina para cada oración mediante el esquema T, el cual tiene la siguiente forma:

(T) *X es verdad si y sólo si p*.

Este esquema opera sobre un lenguaje asertórico y bivalente (*i.e.* donde los valores de verdad sólo son verdadero y falso).

Desde fines de los 1960s, Donald Davidson defendió la idea de que el esquema T (también llamado convención T) es aplicable a los lenguajes naturales (*i.e.* no formalizados) en modo indicativo[60]. Sin embargo, prontamente surgieron serios cuestionamientos que demostraban que no era así, es el caso de los trabajos de Jaakko Hintikka (1976) e Ivar Tönisson (1978).

Donald Davidson (1967, pp. 316-317) señaló que sobre una oración evaluativa se puede aplicarse la convención T. Veamos un ejemplo en lenguaje natural:

"Francia es hexagonal" es verdad si y sólo si Francia es hexagonal.

La cuestión crítica aquí es que Davidson no hizo una clara distinción entre la categoría semántica y la pragmática, que ambos están relacionados con el significado pero que

[60] A este respecto puede verse de Donald Davidson (1967), (Davidson, 1969) y (1973).

tienen diferencias importantes. Así, la semántica es el estudio lógico del significado de las palabras con prescindencia del contexto, mientras que cuando incluimos el contexto estamos en la pragmática. Es así que oraciones como "Ebert W. Beth es un hombre famoso" es verdadero en ciertos contextos (como en el lógico y el epistemológico), pero no así en otros (por ejemplo, en el contexto cinematográfico). Del mismo modo, sólo en ciertos contextos es verdad que "Francia es hexagonal", pero no así en otros, por ejemplo en la geometría.

En el caso del derecho, que es un tipo de lenguaje no formalizado, se repite la misma objeción a la aplicación del esquema T. Esto es, en el lenguaje del derecho las palabras cobran un sentido por lo regular en un contexto determinado[61], por lo cual no es posible determinar semánticamente (*i.e.* formalmente) el significado de las palabras que emplea el derecho sin acudir al contexto.

A lo antes indicado, hemos de agregar algunas cuestiones adicionales. El lenguaje del derecho, como muchos autores recurrentemente señalan, es de tipo imperativo. Como se sabe este tipo de lenguaje no tiene valor de verdad. Esto lo descalifica para la aplicación del esquema T. No tiene sentido alguno la siguiente expresión:

> "Juan debe pagar sus impuestos" es verdad si y sólo si Juan debe pagar sus impuestos

Pues la oración "Juan debe pagar sus impuestos" no es verdadera ni falsa. En la filosofía lógica se ha tratado de superar esta cuestión mediante diversos artificios que no llevan a ninguna solución satisfactoria[62].

Asimismo, el lenguaje del derecho no sólo es de tipo imperativo, sino que además tiene otros modos como el presuntivo (*e.g.* "se presume inocente"), el vago o difuso (*e.g.*

[61] Este punto ha sido adecuadamente expresado por (Miró Quesada Cantuarias, 2000, págs. 138-153), quien señala que las palabras empíricas (como por ejemplo, conviviente) y que son empleadas en el derecho, su significado depende del universo de discurso el que cumple debe cumplir con las siguientes condiciones: es un conjunto no vacío, puede ser finito o infinito, debe haber por lo menos un atributo aplicable a todos los miembros del universo de discurso y debe haber por lo menos un lenguaje L que se haya interpretado en relación al universo de discurso (Miró Quesada Cantuarias, 2000, pág. 143).
[62] En este lugar no trataremos este tema, y remitimos al lector al trabajo de Jörg Hansen (2008) el cual ha sido base para su más reciente trabajo (2013).

"falta grave")[63], entre otros. Lo que hemos de entender de las críticas contra la aplicación del esquema T es que éste sólo es posible para algunos casos del lenguaje indicativo (*i.e.*, el lenguaje formalizado), y no así para los demás.

Así que el lenguaje del derecho no sólo emplea un lenguaje no formalizado cuando hace uso de indicativos, sino que hace lo mismo cuando emplea otros modos lingüísticos; y a todo lo cual no le es aplicable el esquema T. Por lo tanto, no puede determinarse el valor de verdad de las expresiones lingüísticas del derecho.

La carencia de valor de verdad del lenguaje jurídico amplía los efectos del dilema de Jørgensen[64], por el que, en uno de sus cuernos tenemos que dado que los enunciados éticos (como los del derecho) no tienen valor de verdad, no puede decirse que sus argumento sean válidos, puesto que no son lógicos.

3.4.2. Si es, se presume, se parece,…, entonces debe ser.

No debemos olvidar que la razón por la que nos importa el esquema T es que en el fondo nos preguntamos por la verdad en el derecho y en la ética, esto es: ¿puede hablarse de verdad en el derecho y en la ética y en qué sentido? Y como hemos visto, tal cosa no es posible.

Una de las consecuencias más importantes de la carencia de valor de verdad del lenguaje ético y jurídico es su relación con las otras ciencias (formalizadas, en cuanto que emplean las matemáticas y la lógica). Así tenemos el siguiente tipo de argumento:

> ***Esquema del argumento ético (jurídico)***
>
> Siendo que cada conjunto tiene por lo menos un elemento, tenemos:

---

[63] Francisco Miró Quesada Cantuarias dio cuenta de que el lenguaje del derecho también emplea expresiones vagas, como por ejemplo: "el drogadicto" (Miró Quesada Cantuarias, 2000, pág. 110 y sig.).

[64] Este dilema fue propuesto por Jørgen Jørgensen en 1938, y señaló que (i) por un lado tenemos que como quiera que los enunciados morales no tienen valor de verdad por lo que no es posible que formen parte de un argumento lógico, mientras que (ii) por otro lado parece evidente que tales razonamiento son plausibles. (Jørgensen, 1938, p. 290). Para una discusión actual sobre este dilema puede verse (Hansen, 2008) y (Hansen, 2013), además de este trabajo.

- Un conjunto de premisas provenientes de una ciencia, por lo que tiene un valor de verdad.
- Un conjunto de "premisas" provenientes del lenguaje natural.
- Un conjunto de "premisas" provenientes del lenguaje ético (jurídico).
- ∴ ¿?

Este tipo de argumento resulta familiar en el lenguaje jurídico, pues, por ejemplo, en el caso de las sentencias penales, donde se hacen exámenes de científicos (como el de ADN), podemos apreciar los tres tipos de premisas antes indicados.

Ahora: ¿puede en lo anterior, garantizarse lógicamente una conclusión? La respuesta es no. Pues la lógica estándar no trabaja con tales tipos de "premisas" (*v.g.*, valorativas y presuntivas).

Esto no es sino una versión amplificada del famoso problema es-debe, que fuera originalmente planteado por Hume (1960 [1888]). Este problema señala que no existe una forma lógica en que a partir de premisas únicamente indicativas (tipo es) pueda pasarse a una conclusión imperativas (tipo debe)[65].

En nuestro esquema del argumento ético (jurídico), la situación es más grave que la formulada por Hume, pues en los conjuntos de premisas antes indicadas tenemos premisas imperativas, presuntivas, vagas, científicas, etc., y no existe manera de llegar a una conclusión y que pueda probarse (por medios lógicos) que sea la correcta.

3.4.3. El razonamiento presuntivo.

La presunción no es algo que no es dado por ciertos eventos que lo evidencian, sino es algo que asumimos a falta de evidencia en contra. Así, la estructura del razonamiento presuntivo es la siguiente[66]:

- Un principio de importancia general.

[65] Sobre este asunto existe una copiosa bibliografía, en especial nos remitimos a (Sanz Elguera, 1972), (Schurz, 1997), entre otros.
[66] Seguimos al gran filósofo pragmatista Nicholas Rescher en su obra (Rescher, 2006, p. 8).

- Un caso particular subsumido en dicho principio.
- Una presunción específica y particular.
- La determinación de la no excepcionalidad (que no haya ninguna razón para que la presunción sea derrotada).
- Una conclusión específica.

Las presunciones son validadas por su eficacia funcional y no por su precisión estadística. Y éstas no son exclusivas del derecho, sino que hay en otras áreas, tales como[67]:

- *Comunicación*: presumir que la gente quiere decir lo que habla.
- *Investigación*: presumir la corrección de que las evidencias más fuertes responde a una pregunta cuya respuesta se quiere.
- *Ciencia*: la presunción de que la explicación más simple, entre explicaciones equivalentes, es la correcta.
- *Filosofía*: la presunción de los problemas filosóficos pueden ser tratados.

Las presunciones en el derecho son de dos clases: los postulados legales incontestables (irrefutables) llamados presunciones absolutas, y las presunciones en sí o refutables, llamadas presunciones relativas. Resulta contradictoria la expresión "presunción irrefutable", pues la idea de presunción implica su refutabilidad. Por ello es que consideramos que las presunciones absolutas en sí son postulados, que no tiene una intención presuntiva (*i.e.*, transitoria).

Asimismo, la idea de presunción va unida a la de carga de la prueba. Por prueba decimos evidencia en contra da la idea presumida. La carga de la prueba de establecer *p*, la presunción correlativa es que se sostenga no-*p* hasta que se cumpla con dicha carga definitivamente (Rescher, 2006, p. 18).

Aquí se ha de distinguirse entre el concepto de bloqueo y el de ataque[68]. Estos conceptos muestran la operatividad del razonamiento presuntivo. El bloqueo es la

---

[67] (Rescher, 2006, p. 11).
[68] Estos conceptos fueron trabajados por (Mendonça, 1998), (Mendonça, 2000) y (Aguiló Regla, 2006). Nosotros no seguimos el tratamiento que le dan por razones de orden técnico, que luego señalamos.

situación de que no se verifica el antecedente que da lugar a la idea presumida, tiene que ver con la corrección del razonamiento presuntivo. El ataque, presupone la corrección del razonamiento presuntivo, solo que por la presencia de nueva información se derrota la conclusión presuntiva.

Carga de la prueba y presunción son concepciones correlativas, pues para cualquier presunción derrotable hay una forma de derrotarla efectivamente. La exigencia de que toda contención debe ser probada no puede ser aplicada ad infinitum, pues se incurriría en un vicio, por ende, no toda contención debe ser probada (Rescher, 2006, p. 17).

Las presunciones no son en cuanto su intensidad uniformes, sino que son graduales. Las presunciones son fuertes o débiles en cuanto que sus asociadas sean pesadas o livianas, respectivamente. Y en ello radica la diferencia entre la presunción de inocencia y la presunción de buena fe en los contratos.

Por otro lado, la carga de la prueba no es un concepto lógico en el campo de la inferencia racional. La lógica en sí no trata con la cuestión de las obligaciones probativas ni con el estatus de verdades categóricas o verdades presuntivas de las proposiciones. Después de todo el interés de la lógica no es sustantivo y categórico, sino que procede íntegramente de modo hipotético. Más que ser un concepto lógico, la carga de la prueba es un concepto metodológico. No tiene que ver con la validez de un razonamiento sino con la argumentación probativa de situaciones dialécticas. La operatividad del concepto de la carga de la prueba representa un principio regulativo o procedimental de la racionalidad en la conducta de la argumentación: una regla fundamental del proceso de toda controversia racional (Rescher, 2006, p. 19).

Aun cuando en ciertas circunstancias la probabilidad es una guía para las presunciones, esta conexión puede conducirnos a ciertas dificultades. Así que la presunción no es un tipo de probabilidad ni viceversa, son categorías distintas.

El rol que cumplen las presunciones es local y no global, pues hay situaciones en que las presunciones no son necesarias.

La presunción es distinta de la presuposición. Pues la presuposición es una relación lógico-conceptual entre dos oraciones: una afirmación o una contención presupone otra si la primera no tiene sentido cuando falta la segunda. Por ejemplo, el que alguien haya perdido una carrera presupone que haya competido realmente y no que simplemente es uno entre las muchas personas que no han ganado. Por el contrario, la presunción no pertenece a ningún leguaje como tal sino al modus operandi de los usuarios del lenguaje. Pertenece a la pragmática – a la praxis lingüística como el mentir o engañar. Los modus operandi del mismo orden son: "conocer", "creer", "presumir", "conjeturar"; así "presumir" es un verbo cognitivo que relaciona personas con hechos o hechos probativos. No relaciona actos con otros, sino que caracteriza la naturaleza de las relaciones entre el investigador y el hecho putativo (Rescher, 2006, p. 22).

Pueden esgrimirse varias objeciones contra la idea de la presunción derrotable, pues parece que la presunción está vinculada con la verdad (un tipo de "verdad provisional"). Si alguien acepta una proposición, ¿acaso no está diciendo que ésta es verdadera? La respuesta es no. Pues, en primer lugar, existen varios tipos de aceptación de una proposición, de modo que mantener P como una presunción, potencial o presuntamente fáctica, es similar a mantener P como posible o probable o plausible. En ningún caso estas contenciones equivalen a mantener una proposición como una mera verdad. De modo que aseverar que P como una presunción no es más que decir que P es potencial o presumiblemente cierto, que es un candidato a la verdad prometedor, no se dice que P sea realmente cierto. La aceptación de una proposición no sólo es gradual sino de distintos tipos. La presunción es un tipo sui generis de aceptación de una proposición y no sólo una versión atenuada el acto de "aceptar algo como cierto" (Rescher, 2006, p. 23).

Para que una proposición clasifique como presunción debe tener una proposición definitiva y comprometida con respecto a algo, y así decirse que "Propongo aceptarlo como verdad mientras no surjan dificultades por hacer ello". Así pues la diferencia entre la verdad alegada y la verdad presumida es que la alegación es únicamente retórica y no una categoría epistémica, mientras que la presunción es una categoría epistémica, que sólo en ciertas circunstancias las contenciones ameritan ser aceptadas provisionalmente como verdad hasta que se conozca algo mejor y distinto (Rescher, 2006, p. 24).

En este contexto, el rol de la carga de la prueba es el brindar estabilidad y conservación a la presunción. Así se mantiene el status quo (presuntivo) por la economía racional del proceso. No hay razón en desplegar el esfuerzo de efectuar el cambio del estatus quo sino hasta que este paso sea garantizado desde el ángulo de las consideraciones del costo-beneficio (Rescher, 2006, p. 26).

La inducción no es un proceso inferencial sino una estimación de la verdad basada en la presunción. Por ejemplo:

- Hay humo en el lugar.
- Usualmente, cuando hay humo hay fuego.
- <La presente situación encaja con regularidad>

  $\therefore$ Hay fuego en el lugar.

3.4.4. Presunción y no monotonía.

Como señalamos en el capítulo I, la lógica clásica contiene todos los teoremas y reglas de inferencia siguientes:

1. *Doble negación*: $A \Leftrightarrow \neg\neg A$
2. *Tercio excluso*: $A \vee \neg A$
3. *No contradicción*: $\neg(A \wedge \neg A)$
4. *Leyes de DeMorgan*: $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$

   $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$
5. *Explosión*: $B \wedge \neg B \Rightarrow A$
6. *Monotonía*: $\Gamma \subseteq \Delta \wedge \Gamma \vdash \Phi \Rightarrow \Delta \vdash \Phi$

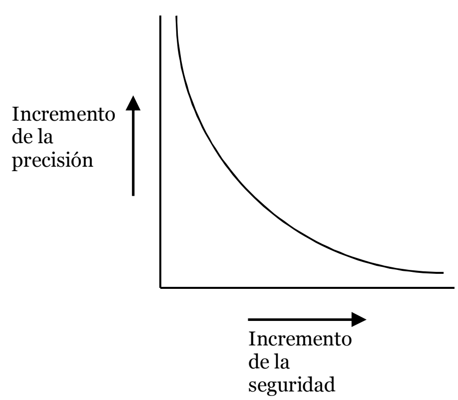
Por la monotonicidad tenemos que ninguna evaluación adicional del antecedente (en un razonamiento o argumento) podría derogar una conclusión obtenida válidamente de una implicación monotónica. El antecedente, por sí y en sí, garantizará la consecuencia. Para obtener tal conclusión debemos suponer que no hay nada oculto.

Para un razonamiento no monotónico, tenemos lo siguiente (Rescher, 2006, pp. 84-87):

- *En la medida que nuestro conocimiento es vago, la verdad es accesible aún frente al error*. Así si A es una expresión más vaga que B, entonces algunas formas que hacen que B sea falsa no falsean a A (y no así viceversa). Por ejemplo, usted cree que el señor Kim Ho es coreano porque creen también que es de Corea del Norte. Sin embargo en realidad Kim Ho es de Corea del Sur, aun así su creencia "el señor Kim Ho es coreano" es correcta.

- *En general existe una relación inversa entre la precisión o lo definitivo de un juicio y su seguridad: el detalle y la probabilidad están en una relación de competencia complementaria*. Es un principio básico de la epistemología que el incremento de la confianza en la corrección de nuestras estimaciones siempre debe pagarse con el precio de la disminución de la precisión. Por ejemplo, si *estimamos* la altura de un árbol en 7,00 metros aproximadamente. Estaremos *más seguros* si decimos que el árbol mide 7,00 ± 0,5 metros. Y estaremos completa y absolutamente seguros si decirnos que la altura del árbol está entre 0,50 metros y 100 metros.

Relación entre precisión y seguridad



3.4.5. Estructura lógica de la presunción.

De acuerdo con Edna Ullman-Margalit (1983), la formalización de las reglas presunción es la siguiente:

$$Pres(P,Q)$$

Sin embargo, Daniel Mendonça[69] desarrolla la fórmula anterior de la siguiente manera:

$$Prob(\mathrm{p}) \wedge \neg Prob(\neg \mathrm{p}) \Rightarrow \bigcirc Pres(\mathrm{q})$$

La desventaja en las dos formulaciones anteriores, y en especial la de Mendonça, es que introducen innecesariamente dos operadores *Prob* y *Pres*, dando con ello la idea de que la carga de la prueba es un operador lógico, cuando sólo es metodológico, así como la presunción. Asimismo, se pretende mostrar la derrotabilidad del razonamiento dentro de una lógica monotónica, lo cual no es adecuado. Por ello la formulación adecuada de la presunción es (Rescher, 2006, p. 33 y 34):

$$(\forall x)\ (C(x) \Rightarrow [\neg D(x) \Rightarrow P(x)])$$

La regla de la presunción cognitiva, tiene tres partes:

C: la condición.
D: la condición por defecto.
P: la condición presunta.

De este modo, caben tres tipos de estrategia a efectos de derrotar la conclusión de la aplicación de la regla presuntiva:

- *Estrategia de bloqueo*. La presunción "que *P*" se bloquea sí y sólo sí se justifica que no está probado *C*[70].

[69] (Mendonça, 2000, pág. 220). Hemos modificado la simbología lógica, sin alterar el sentido de la misma.
[70] En (Mendonça, 2000, pág. 229) hay una definición distinta del bloqueo que está en función de su formulación antes presentada; sin embargo, el uso que hace Mendonça de las fórmulas lógicas no es técnico. Entendemos que Mendonça tiene la intención de expresar el modo de la operatividad de dicha estrategia, y lo cual también se puede hacer desde la formulación que adoptamos en este trabajo. Mendonça usa las fórmulas lógicas como si éstas fueran *seudo algoritmos*. Lo cual ciertamente tiene la ventaja de ser pedagógico y hasta intuitivo, pero ello genera serios equívocos sobre la aplicación de la lógica en el tema de las presunciones. Ni si quiera es técnico en el uso de la noción de algoritmo.

- *Estrategia de destrucción*. La presunción "que *P*" queda destruida sí y sólo sí se prueba *D*.

3.4.6. Presunción y probabilidad.

En lo anterior, hemos hablado de presunción como plausible, y hemos dicho que un razonamiento presuntivo es un tipo de razonamiento plausible. Ahora toca ver la relación entre presunción y probabilidad. En este punto, cabe una aclaración. En español el término probabilidad sirve para hacer referencia a la teoría de la prueba, que es una teoría de la lógica (también llamado metamatemáticas, creada por David Hilbert a inicios del siglo XX, y que tiene un gran desarrollo posterior), y que en inglés se emplea el término "provability"[71].

Asimismo, el mismo término en español sirve para hacer referencia a una rama de las matemáticas que estudian los eventos aleatorios o eventos para los cuales sólo puede determinarse su posibilidad, pero no el que vayan ocurrir o no con certeza, y que en inglés se emplea el término "probability"[72]. Nosotros, en este trabajo, hacemos tratamos la relación entre presunción y probabilidad, en su segundo sentido (*i.e.* "probability"). Ahora sigamos con nuestro tema.

Alguien podría sostener que existe una relación efectiva entre probabilidad y presunción, de modo que se diga algo como: *la presunción se funda en la*

El concepto de algoritmo es (McNaughton, 1982, p. 4): un conjunto organizado de comandos para responder una determinada pregunta, que cumple las siguientes condiciones:

a. Es escrito en forma finita en un lenguaje determinado.
b. La pregunta a ser contestada por el algoritmo es precisamente determinada por las entradas (*inputs*) antes de que sea ejecutado.
c. Es un proceso que avanza paso a paso.
d. Caso paso, incluso el de terminar la ejecución, y sus resultados están estrictamente determinados. Por ello se dice que el algoritmo debe ser determinista.
e. Una vez terminada la ejecución, la respuesta a la pregunta del caso es una parte claramente especificada del resultado de la ejecución, llamada *output*.
f. Cualquiera que sea el valor de los inputs, la ejecución terminará después de un número finito de pasos.

Nada de esto de esto se encuentra presente ni en forma implícita en el trabajo de Mendonça. Sobre el concepto de algoritmo véase (McNaughton, 1982).

[71] Para un visión histórica y filosófica de la teoría de la prueba puede verse (Hendricks, Pedersen, & Jørgensen, 2000).

[72] Para una breve introducción a la teoría de las probabilidades, puede consultarse (Kolmogórov, 1963 [1956]).

probabilidad; si alguien presume algo es porque lo considera probable. A primera vista parecería correcto. Sin embargo, no es el caso.

Sucede que dicho razonamiento da lugar a una paradoja[73], conocida como la paradoja de la lotería[74], y que a su vez constituye la razón por la cual ambos conceptos están separados. Nos explicamos. La paradoja de la lotería dice así:

Consideremos una lotería de un millón de boletos, en el que existe necesariamente un ganador.

(Premisa 1) P(boleto 1 no gana ∧ boleto2 no gana ∧…∧ boleto 1000000 no gana) = 0.

donde P quiere decir probabilidad

(Premisa 2)

P(boleto1 gana) = 1/1000000

P(boleto 2 gana) = 1/1000000

...

P(boleto 1000000 gana) = 1/1000000

(Premisa 3) Para cada proposición X:

Creo X si y sólo si $P(X) \geq 0{,}9$.

(Premisa 4) Para cada proposición X, para cada proposición Y:

si creo X y creo Y, entonces (si soy perfectamente racional) también creo X∧Y.

(Premisa 5) Para cada proposición X:

[73] El concepto de paradoja es: para un argumento que analizado bajo un sistema de lógica clásica o estándar (esto es, que cumple con los siguientes principios: la doble negación, el tercio excluso, la no contradicción, las leyes de DeMorgan, el principio de explosión y la monotonía), se tiene que sus premisas independientemente consideradas son plausibles, pero que colectivamente dan lugar a una contradicción, esto es, una conclusión del tipo $p \wedge \neg p$, en donde p es consecuencia lógica de un subconjunto del conjunto de premisas y $\neg p$ es consecuencia lógica de otro subconjunto del mismo conjunto de premisas.

[74] Esta paradoja fue inicialmente propuesta por lógico y filósofo norteamericano Henry E. Kyburg, Jr., en su obra *Probability and the Logic of Rational Relief* (Middletown, Conn.: Wesleyan University Press, 1961).

$P(\neg X) = 1 - P(X)$
[o: $P(X) = 1 - P(\neg X)$.]

∴ (Conclusión)
P(boleto 1 no gana ∧ boleto2 no gana ∧…∧ boleto 1000000 no gana) = 0,9, y
P(boleto 1 no gana ∧ boleto2 no gana ∧…∧ boleto 1000000 no gana) = 0.[75]

La paradoja antes indicada muestra lo siguiente, (i) que podemos aceptar una proposición probable como plausible pero no como verdadera (en caso contrario, incurriríamos en la contradicción antes indicada) (Rescher, 2001, p. 223), y (ii) que aceptamos una proposición no en base a su probabilidad, sino a su plausibilidad (Rescher, 2006, p. 43). Por lo tanto, las presunciones no se fundan en la probabilidad sino en la plausibilidad.

De lo antes señalado, vemos que el concepto de presunción toma distancia de su último nexo con la verdad, esto es, la probabilidad. Y ahora lo tenemos plenamente separado de la verdad, tanto en la lógica como en la teoría de la probabilidad. Con lo cual hemos probado nuestra contención.

Como se sabe, para Aristóteles decir la verdad es decir de lo que es que es y de lo que no es que no es. Y, como hemos visto, el razonamiento presuntivo no hace tal cosa, *i.e.* no dice que algo sea verdad. Aunque tampoco estamos sosteniendo que el razonamiento presuntivo sea una mentira. Si ese fuera el caso, habría una solución al problema presunción-verdad, pues bastaría con sólo cambiar de sentido a todo argumento presuntivo para que sea verdadero. Lástima, que tal solución no sea posible. La presunción se mueve fuera del universo aristotélico de la verdad, pues pertenece al universo de lo plausible.

[75] Ejemplo extraído del curso en línea *Introduction to Mathematical Philosophy* (Leitgeb & Hartmann, Introduction to Mathematical Philosophy, 2014), en especial la lección de la tercera semana. Otra versión de esta paradoja puede verse en (Rescher, 2001, pp. 222-224).

3.5. La semántica de los imperativos.

En este trabajo, abordaremos únicamente la cuestión de la semántica de los imperativos con el fin de dar un fundamento a la lógica deóntica. Esta cuestión, fue planteada por Henry Poincaré, cuando señaló:

> De même on peut dire que le sentiment nous fournit seulement un mobile général d'action; il donnera la majeure de syllogisme, il nous donnera la majeure de notre syllogisme, qui, comme il convient, sera à l'impératif; de son côté la science nous fournira la mineure qui sera à l'indicatif, et elle en tirera la conclusion qui pourra être à l'impératif. (Poincaré, 1913, p. 229)[76]

En otro pasaje de la misma obra, Henry Poincaré señala: "Pour que la conclusion pût être mise à l'impératif, il faudrait que l'une des prémisses au moins fût elle-même à l'impératif" (Poincaré, 1913, p. 225)[77]

Sea que a la premisa del modo imperativo la llamemos tipo I, y a la premisa del modo descriptivo, tipo D. Asimismo, sea que el argumento es el par ordenado:

$$C_L(P, C)$$

Donde:
P: es el conjunto de premisas.
C: es la conclusión.
C_L: es la relación de consecuencia lógica entre P y C.

Dicho lo anterior, puede hacerse la siguiente clasificación de los argumentos imperativos:

- *Argumento imperativo puro.*

---

[76] La traducción es:

> Del mismo modo podemos decir que ese sentimiento nos proporciona sólo un motivo general de acción. Le dará el mayor del silogismo, nos dará premisa mayor de nuestro silogismo, que, según el caso, será el imperativo; Mientras tanto ciencia proporcionará la premisa menor que será indicativo, y se extraerá la conclusión de que va ser el imperativo.

[77] Cuya traducción es: "Para que la conclusión sea imperativa, por lo menos una de las premisas debe ser imperativa".

Donde P y C son únicamente del tipo I.

- *Argumento imperativo mixto*.

  Donde P contiene por lo menos una premisa del tipo I y por lo menos una premisa del tipo D. Y C es del tipo I[78].

Sobre esta clasificación, resulta interesante anotar que la forma del argumento de la guillotina der Hume[79] es la siguiente:

- *Argumento de la guillotina de Hume*.

  Donde P contiene sólo premisas del tipo D y C es del tipo I.

Nuestra atención es en las premisas del tipo I, por lo que no abordaremos el interesante problema de la guillotina de Hume.

El problema semántico de los imperativos en un argumento, fue planteado por Jørgen Jørgensen en 1938, quien señaló:

> So we have the following puzzle: According to a generally accepted definition of logical inference only sentences which are capable of being true or false can function as premisses or conclusions in an inference; nevertheless it seems evident that a conclusion in the imperative mood may be drawn from two premises one of which or both of which are in the imperative mood. (Jørgensen, 1938, p. 290)[80].

El dilema de Jørgensen está planteado en términos del argumento imperativo mixto, antes indicado. Veamos el siguiente ejemplo:

1 Todo aquél que comete un crimen debe ser castigado (tipo I)

2 Pedro comete un crimen (tipo D).

---

[78] Tomamos la clasificación hecha en (Vranas, 2011).

[79] A este argumento también se le conoce como el problema es-debe, ley de Hume, entre otros. Cf. (Sanz Elguera, 1972), (von Kutschera, 1989).

[80] Traducción:

> Así que tenemos el siguiente dilema: de acuerdo con la definición general y aceptada de la inferencia lógica sólo las oraciones que pueden ser verdaderas o falsas pueden funcionar como premisas o conclusiones en una inferencia; sin embargo parece evidente que una conclusión en el modo imperativo puede configurarse a partir de dos premisas en las que una o ambas están en el modo imperativo.

3 Por lo tanto, Pedro debe ser castigado (tipo I).

Para entender la perplejidad del dilema de Jørgensen, debe hacerse el siguiente razonamiento:

a. Sólo los enunciados declarativos (D), por tener un valor de verdad (V, F), son premisas y conclusiones de una inferencia lógica válida.
b. Las normas (1 y 3) no son enunciados lógicos.
c. Las normas no pueden ser premisas ni conclusiones de una genuina inferencia lógica.
d. Hay casos en que se da intuitivamente, una inferencia lógica válida, como en el ejemplo anterior.

Como vemos la afirmación d contradice a las indicadas en a – c, podemos decir que el dilema de Jørgensen puede ser entendido como una paradoja (ver Vocabulario). Las formas en que se ha tratado de solucionar este dilema son diversas, destacando las que han destacado aspectos del lenguaje no relacionados directamente con la formulación del dilema de Jørgensen. Veamos. Sean las siguientes oraciones:

1 Diego juega fútbol.
2 Se dice que "Diego juega fútbol".
3 Diego debe jugar fútbol.
4 Se dice que es obligado que "Diego juegue fútbol".

Vemos que los enunciados 1 y 3 son lenguajes objeto, mientras que los enunciados 2 y 4 son metalenguajes. Así, podemos decir que el valor de verdad de 1 no es el mismo que el de 2, y viceversa. Esto es, que puede que 1 sea falso, pero que 2 sea verdadero, y viceversa.

De este modo, el hecho de que 4 tenga un valor de verdad (sea verdadero o falso) no quiere decir que 3 tenga el mismo valor de verdad. Como vimos tal cosa es un error. Adicionalmente, tampoco a través de 4 (que tiene un valor de verdad) puede considerarse resuelto el problema semántico de 3. En otras palabras, la semántica de los enunciados del lenguaje objeto no se corresponde con la semántica de los enunciados del metalenguaje, por ello trabajar a nivel del meta lenguaje es no abordar, ni siquiera en parte, el problema semántico planteado en el nivel del lenguaje objeto.

Las soluciones que se han dado al problema de los imperativos, esto es al dilema de Jørgensen, pueden clasificarse de la siguiente manera:

a. Soluciones sintácticas.

En nuestra definición de un sistema lógico como $SL \stackrel{\text{def}}{=} \langle L, Q \rangle$, incluimos la semántica como una parte del mismo. Sin embargo, no es esta una concepción unánime de lo que es el sistema lógico. Para Rudolf Carnap (1937) la lógica era un cálculo, esto es que los símbolos del lenguaje del sistema carecen de significado. Aun cuando esta idea fuera dejado de lado posteriormente por el propio autor (1948) y (1956). El atractivo de alternativa tomada así, podría presentar una solución al problema de la lógica de los imperativos. Es decir, si el sistema lógico tiene un lenguaje sin significado (*i.e.* sin semántica), entonces ello hace que carezca de sentido el dilema de Jørgensen. Sin embargo, tal línea de argumentación no parece adecuada, pues a partir de los trabajos de Alfred Tarski resulta clara la relación entre lógica y semántica, y además para fines de nuestro tema sería una "solución" que la invalida, en lugar de responder la pregunta.

Otra solución sintáctica viene planteada por Mario Bunge (1989), quien postula dos reglas de inferencia a las que denomina *reglas de inferencia axiológica* (1989, p. 301), las cuales son:

Modus volens

Ley:	Si A, entonces B
Juicio de valor:	B es bueno y, en un balance, mejor (o más correcto) que A.
Norma:	:: A es bueno (debe hacerse A).

Modus nolens

Ley:	Si A, entonces B
Juicio de valor:	B es malo (incorrecto).
Norma:	:: A es malo (debe rechazarse).

Ambas reglas de inferencia permiten que se llegue a conclusiones del tipo I, en que hemos llamado argumento imperativo mixto, esto es donde el conjunto de las premisas P contiene por lo menos una premisa del tipo I y por lo menos una premisa del tipo D. Y la conclusión C es del tipo I. Sin embargo, las mismas no serían aplicables para los argumentos imperativos puros, donde P y C son únicamente del tipo I.

Por otro lado, las reglas de inferencia axiológica formulados por Mario Bunge otorgan una semántica bivalente a las premisas imperativas, *i.e.* bueno/malo.

En nuestro medio, Oscar García Zárate también ha formulado lo que consideramos una solución sintáctica, cuando afirma que un derecho es consecuencia lógica de otro[81].

b. Soluciones semánticas

Una parte de las soluciones semánticas al dilema de Jørgensen está sustentada en la distinción entre el lenguaje objeto y el metalenguaje. Si bien se acepta que los imperativos no tienen valor de verdad, pero sí sucede ello con las descripciones sobre éstos. Por ejemplo, del imperativo "Diego debe jugar fútbol" puede decirse dos enunciados: "Se dice que es obligado que 'Diego juegue fútbol'" y "No se dice que es obligado que 'Diego juegue fútbol'". Y estos últimos tienen un valor de verdad en cuanto que son descriptivas y que refieren al imperativo antes indicado. Sin embargo, el hecho de que los enunciados descriptivos antes indicados tengan un valor de verdad (verdadero o falso) no quiere decir que el imperativo al

[81] Hemos tomado la referencia de esta posición de conversaciones con el doctor Oscar García Zárate así como de su ponencia (García Zárate, 2014).

que describen tenga el mismo valor de verdad. Asimismo, tampoco a través de los enunciados que describen imperativos (que tiene un valor de verdad) puede considerarse resuelto el problema semántico de los imperativos. Como dijimos, la semántica de los enunciados del lenguaje objeto no se corresponde con la semántica de los enunciados del metalenguaje, por ello trabajar a nivel del meta lenguaje es no abordar, ni siquiera en parte, el problema semántico planteado en el nivel del lenguaje objeto.

Lo que deja en claro estas propuestas es que no cabe hablar de verdad o falsedad de los imperativos del mismo quedo que hacemos ello en el caso de los enunciados descriptivos.

Otra parte de las soluciones semánticas acerca de los imperativos es aquella que considera la existencia de una semántica de los imperativos en la medida que nuestra concepción de semántica no sea exclusivamente veritativa sino, por ejemplo, se admita otros valores semánticos como justo. Este punto lo desarrollaremos más adelante.

c. Soluciones extralógicas.

Ciertamente, en la discusión filosófica sobre el dilema de Jørgensen caben argumentos materiales o de fondo, esto es, argumentos que defienden la necesidad de llegar a conclusiones valorativas. En el derecho se observa una situación particular, donde debido a que se tiene “textos normativos” sobre los cuales los jueces deben sustentar sus decisiones (del tipo I), se ha llegado a hacer la distinción entre la justificación interna y externa de la sentencia, la cual es una analogía a la distinción contexto de justificación y contexto de descubrimiento, respectivamente, que en su momento fue introducido por Hans Reichenbach (1938)[82].

[82] Esta analogía ha sido reconocida por Robert Alexy, durante una video conferencia que tuvo, ante nuestra pregunta en dicho sentido, llevado a cabo en febrero de 2013, en la Facultad de Derecho de la Pontificia Universidad Católica del Perú. No es materia de este trabajo analizar esta distinción a la luz las críticas que se han hecho tanto a nivel de la filosofía del derecho como de la epistemología. Sobre

Esta línea de pensamiento ha llegado a sostener que tanto en el ámbito de la justificación interna como en la externa, existen premisas que sustentarían la conclusión. Sin negar la importancia de este proceso de razonamiento contenido en la sentencia tal consideración confunde la interpretación con el uso de la lógica. A este respecto, Henry Prakken, (1997, p. 17 y 18) señala lo siguiente:

1. Cada interpretación sobre un texto legal da lugar a una especial formalización lógica del mismo.
2. Existen dos niveles de interpretación: el sintáctico y el conceptual.
3. En el nivel sintáctico tratamos de resolver el problema de la forma lógica correcta que le corresponde al texto legal.
4. En el nivel conceptual se trata de entender los conceptos legales. Este nivel no afecta a la forma lógica.

En lo que sigue trataremos de desarrollar este punto. Veamos un texto normativo cualquiera. Por ejemplo, los artículos 15 y el 27 del código procesal constitucional:

> Artículo 15.- Medidas Cautelares
> Se pueden conceder medidas cautelares y de suspensión del acto violatorio en los procesos de amparo, hábeas data y de cumplimiento, sin transgredir lo establecido en el primer párrafo del artículo 3 de este Código. (…)
>
> Artículo 27.- Demanda
> La demanda puede presentarse por escrito o verbalmente, en forma directa o por correo, a través de medios electrónicos de comunicación u otro idóneo. (…)

este asunto, véase en la epistemología (Schickore & Steinle, 2006) y en la filosofía del derecho (García Figueroa, 1998) y (Redondo, 1999).

Es claro que ambos textos debemos interpretarlos a fin de saber qué es lo que se quiere decir con el término “puede”, que si bien están empleados en el mismo texto legal, cabe el caso de que no tengan el mismo significado. Supongamos, por un momento de que convenimos que en el artículo 15, se hace uso de “puede” en referencia al ejercicio del poder jurisdiccional del juez, mientras que en el 27 se hace uso de “puede” en el sentido de un permiso. Ahora, puede ser que otra persona nos replique y diga que en ambos artículos se hace referencia a un poder que se ejerce, en uno, el poder jurisdiccional y en otro el poder de interponer demandas. En este nivel, estamos en lo que Henry Prakken llamada el nivel conceptual, y que no tiene que ver con la forma lógica.

Sigamos. A pesar de que no haya consenso en la forma de tender el término “puede”, en nuestro ejemplo. En el nivel sintáctico, ambas posturas pueden formalizarse en términos lógicos:

La primera postura, la que señala que hay dos significado del término “puede”, se puede formalizar así:

- Artículo 15: $\Diamond(x, y, a(\, p_y))$, que se lee “$x$ (juez) tiene frente a y la posibilidad ($\Diamond$) [poder jurídico] de efectuar un cambio en su posición jurídica p_y [medida cautelar o suspensión del acto violatorio, esto es, mediante el acto $a(\, p_y)$]”. Se puede ser más preciso, pero no es necesario para este ejemplo[83].
- Artículo 27: P(x, a), que se lee “a x (persona) le está permitido hacer a [*i.e.* presentar su demanda por escrito o verbalmente, en forma directa o por correo, a través de medios electrónicos de comunicación u otro idóneo]”.

En el nivel sintáctico, para formalizar la primera postura se emplea para el artículo 15 el operador modal posibilidad ($\Diamond$), mientras que para el artículo 27 se emplea el operador deóntico P. Por otro lado, en la

[83] Para ello, puede verse nuestro trabajo (León Untiveros, 2013).

formalización la segunda postura, se empleará en ambos artículos el operador modal de posibilidad (◇). Por lo tanto, podemos señalar lo siguiente:

- La lógica no nos dice cuál es la interpretación correcta ni que sólo haya una sola.
- Todas las interpretaciones, en el nivel conceptual, pueden ser formalizadas lógicamente.
- La lógica no nos exime de la necesidad de interpretar.
- Lo que sí hace la lógica, es poner en claro qué sentido le estamos dando a los términos cuando los interpretamos, y nos indica qué cosas pueden concluirse a partir de ello. No es lo mismo operador modal posibilidad ◇ que el operador deóntico P, pues tiene distintos significados en lógica.

Frente a nuestra posición, alguien podría señalar que la necesidad de interpretar no constituye un parámetro válido para diferenciar entre reglas y principios. Concedemos que se tendría razón en parte. En este punto, la cuestión empieza hacerse más difícil, pues nos lleva a explicar lo que entendemos por norma. Si por un momento aceptamos que la norma es una proposición, en sentido lógico (aunque, hay autores que no aceptan tal cosa como Jørgen Jørgensen, Georg von Wright, entre otros), debemos aceptar que ya está formalizada. Mientras que el texto legal no será una norma sino la "fuente" de donde surge la norma, mediante la interpretación. Con respecto al principio, la cosa es mucho más clara. De ningún modo es una proposición, sino que es una suerte de "fuente" de donde podemos obtener normas. Cuando decimos "fuente" nos referimos en un sentido muy lato del término. Creemos que esta imprecisión puede ser superada, pero que no es necesaria para los fines de esta respuesta.

Lo que nos queda claro de todo este tema, es que resulta equívoco diferenciar el principio y la regla sobre la base del concepto de derrotabilidad.

> Asimismo, la posición planteada de la existencia de una lógica del razonamiento imperativo que se sustenta en la distinción entre justificación interna y externa de la sentencia, requiere igual que se dé respuesta a la cuestión de si existe una lógica de los imperativos. Asunto que no es materia de la distinción.

3.5.1. La convención Dubislav.

Walter Dubislav en su artículo "Zur Unbegründbarkeit der Forderamgssätze" (1938) señala: Aus dem Gebot „Du sollst nicht töten" und dem Behauptungssatz „Kain und Abel sind Menschen", schliessen wir auf „Kain soll Abel nicht töten". [Del mandato "No matarás" y del enunciado declarativo "Caín y Abel son seres humanos", concluimos que "Caín no debe matar a Abel"]. Walter Dubislav propone lo siguiente:

> (DC) Un imperativo F se dice que es derivable del imperativo E si la oración descriptiva con respecto a F es derivable con los métodos usuales de la oración descriptiva de E, donde se asume la identidad de la autoridad emisora.

Esta convención, a la que llamamos (DC), propone una suerte de equivalencia entre un argumento imperativo con uno descriptivo, donde éste último se obtiene a partir del primero. Sin embargo, no queda claro la manera como se da esta equivalencia, y nuevamente se elude el problema de la semántica de los imperativos. Algunas variantes de esta propuesta han sido dadas por Jørgen Jørgensen y R. M. Hare, no obstante todas tiene el mismo defecto señalado.

Por su parte, Ota Weinberger (Weinberger, 1998) ha planteado un principio que indica que a cada imperativo, corresponde un enunciado descriptivo que es verdad si el imperativo es satisfecho y falso si el mismo es violado. Así, la semántica veritativa hace referencia no a los imperativos mismos, sino a la relación de éstos con un enunciado descriptivo.

Por otro lado, en este punto hemos de tener en cuenta la intención del hablante. Así, tenemos que el hablante puede emitir un imperativo y puede suscribirlo. Ambas intenciones no son lo mismo. Puede darse el caso de que se suscriba un imperativo sin que se lo haya emitido (v.g. El padre de Juan apoya la orden emitida por la Madre: "¡Juan, haz tu tarea!"). De este modo, el imperativo no tiene un mero contenido en cuanto a su modo de emisión, sino que postula un valor: lo justo. Y que en términos bivalentes, la semántica de un imperativo es la de ser justo o injusto. Veamos un ejemplo:

- Juan, ves televisión sólo si acabas tu tarea. Así que, si no acabas tu tarea, no ves televisión.

¿Qué se entiende por "Así que"? Veamos: Si decimos: "Juan, ves televisión si y sólo acabas tu tarea. *Se sigue lógicamente de ello*: Juan, si no acabas tu tarea, no ves televisión" Como se ve, "Así que" indica una orden y una conclusión.

Veamos otro ejemplo: Si tenemos que rendir un examen con las siguientes instrucciones:

1. Conteste exactamente, tres de las cuatro preguntas del examen.
2. Conteste por lo menos una de las preguntas pares.

Tenemos que 2 se sigue de 1. De modo que si se obedece 1, automáticamente se obedece 2.

En términos semánticos, podemos formular la semántica de los imperativos del siguiente modo:

> Se dice que una fórmula X es satisfacible (en términos de una función semántica de lo justo) si X es justa por lo menos en una evaluación.

Así que lo que tenemos es que el valor de lo justo está en función a un sistema normativo en particular, y no en general; de modo que:

> (J) I es lícito en SN_1, *i.e.* SN_1 es el modelo de I.

CONCLUSIONES

§ 1. Aun cuando el problema de la semántica de los imperativos es una cuestión en vías de solución formal (lógica), en este trabajo hemos demostrado que las bases filosóficas no son las mismas que dieron lugar a su planteamiento inicial. De hecho no se ha demostrado que tal cosa sea imposible en teoría, como ha sucedido con la imposibilidad de saberlo todo[84].

§ 2. En efecto, el dilema de Jørgensen admite por lo menos dos lecturas, una en la que no cabe una lógica de imperativos, siendo el caso que para ello debemos asumir lo siguiente:

a. Que las premisas de un argumento sólo deben ser enunciados veritativos.

b. Que los imperativos no tiene valor de verdad.

§ 3. Sin embargo, la lógica no se ha restringido a la semántica oficial (bivalente) planteado al momento de la formulación del indicado dilema, sino que se ha ampliado a semánticas polivalentes como el caso de la lógica difusa, donde una proposición no sólo es o verdadera o falsa. Ahora se sabe que una proposición puede ser algo falsa, algo verdadera, o ni uno ni lo otro (¡Sin un valor de verdad!). Aun cuando tal semántica polivalente se mueva dentro del parámetro veritativo, no debe escaparse de nuestra atención que una proposición sin un valor de verdad constituye un claro apartamiento de la concepción de que las premisas de un argumento lógico sólo deben ser enunciados veritativos bivalentes.

[84] Este resultado se dio en 1930-1931 por obra del lógico austríaco-estadounidense Kurt Gödel, ver capítulo 2 (apartado 2.2)

§ 4. Como hemos visto, la diversidad de los sistemas lógicos no sólo han ido por el lado de la semántica sino también por el lado del concepto de consecuencia lógica, lo cual incluso ha puesto de relieve la cuestión de la demarcación entre un sistema formal y un sistema lógico (Aliseda, 2014). Así, en los años 1980, presenciamos el surgimiento de las lógicas no monotónicas como una formalización del lenguaje ordinario, que se concentran en el hecho de que las personas solemos cambiar de opinión (*i.e.* conclusión) ante el incremento de nuestro conocimiento de un asunto, digamos, ético. Tal cambio, no puede formalizarse adecuadamente con la lógica clásica. Que si bien es conocido el uso del modus tollens para representar dichos "cambios de opinión", esta solución nos lleva a contradicciones como en el caso que delitos que prescriben, como hemos demostrado.

§ 5. Llegados a este punto, nuevamente abordamos la cuestión de la semántica de los imperativos, y mostramos que tiene un sentido "racional" nuestros razonamientos imperativos, y que no son meros actos subjetivos o emocionales. Tenemos la creencia de que nuestras órdenes son justas, del mismo modo que tenemos la creencia de que nuestras afirmaciones son verdaderas. Este hecho pone en igualdad de condiciones, en cuanto a su potencial tratamiento formal, a los imperativos y a las afirmaciones. Y no es que por ello debamos pensar en que compartan los mismos valores semánticos. Ello sería contra intuitivo. Un científico, cuando afirma que el mundo es de determinada manera, no adjudica a dicha afirmación un valor de justicia o moralidad, sino de verdad. Cuando un juez o un padre emite una orden no adjudica a dicho imperativo un valor de verdad, sino de justicia.

§ 6. Desde un punto de vista formal, no podemos hablar de la justicia en términos generales o universales, tal cosa escapa a nuestras posibilidades de expresión lógica. La semántica de los imperativos se hace con respecto a un determinado sistema normativo.

§ 7. Hablar de una lógica de imperativos impone una tarea previa: superar el paradigma imperante (en una lectura del dilema) de la relación unilateral de la lógica sobre la razón hacia una relación bilateral de interrelación mutua entre ambos.

BIBLIOGRAFÍA

Aguiló Regla, J. (julio-diciembre de 2006). Presunciones, verdad y normas procesales. *Revista Novos Estudos Jurídicos, 11*(2), 201-218.

Alarcón Cabrera, C. (1999). Imperativos y lógica en Jørgen Jørgensen. *Isegoría*(20), 207-15.

Alarcón Cabrera, C. (1999). *Validez, lógica y derecho.* Bogotá: Universidad Externado de Colombia.

Alchourrón, C. E. (1993). Philosophical Foundations of Deontic Logic. In J.-J. C. Meyer, & R. J. Wieringa (Eds.), *Deontic Logic in Computer Science. Normative System Specification* (pp. 43-84). New York: John Wiley & Sons.

Alchourrón, C. E., & Bulygin, E. (1971). *Normative systems.* New York: Springer.

Alchourrón, C. E., & Bulygin, E. (1997 (1979)). *Sobre la existencia de las normas jurídicas.* México: Fontamara.

Alchourrón, C. E., Menéndez, J. M., & Orayen, R. (Edits.). (2013). *Lógica.* Madrid: Trotta.

Aleksandrov, A. D. (1963 (1956)). Non-Euclidean Geometry. In A. D. Aleksandrov, A. N. Kolmogorov, & M. A. Lavrent'ev (Eds.), *Mathematics. Its content, methods, and meaning.* (K. Hirsch, Trans., Vol. Three, pp. 97-189). Cambridge: The M.I.T. Press.

Alexy, R. (2002 (1986)). *A Theory of Constitutional Rights.* (J. Rivers, Trans.) New York: Oxford University Press.

Aliseda, A. (2006). *Abductive Reasoning. Logical Investigations into Discovery and Explanation.* Dordrecht: Springer.

Aliseda, A. (2014). *La Lógica como Herramienta de la Razón. Razonamiento Ampliativo en la Creatividad, la Cognición y la Inferencia.* Milton Keynes: College Publications.

Antonelli, G. A. (2005). *Grounded Consequence for Defeasible Logic.* Cambridge: Cambridge University Press.

Antoniou, G. (1997). *Nonmonotonic Reasoning.* Cambridge and Massachusetts: The MIT Press.

Åqvist, L. (1967). Good samaritans, Contrary-to-Duty Imperatives, and Epistemic Obligations. *Noús, 2*, 381-79.

Åqvist, L. (1974). A new approach to the Logical Theory of Actions and Causality. In S. Stenlund (Ed.), *Logical Theory and Semantics Analisys* (pp. 73-91). Dordrecht: D. Reidel.

Araszkiewicz, M., Banaś, P., Gizbert-Studnicki, T., & Płeszka, K. (Eds.). (2015). *Problems of Normativity, Rules and Rule-Following.* Springer et al.: Springer.

Aristotle. (1941). Ethica Nicomachea. In Aristotle, & R. McKeon (Ed.), *The Basic Works of Aristotle* (pp. 935-1112). New York: Random House.

Aristotle. (1941). Metaphysics. In R. McKeon (Ed.), *The Basic Works of Aristotle* (W. D. Ross, Trans., pp. 6819-26). New York: Random House.

Aristotle. (1984). Topics. In J. Barnes (Ed.), *Complete Works Aristotle* (Vol. One). Oxford: Princeton University Press.

Arruda, A. I. (1977). On the imaginary logic of N. A. Vasil'év. In A. I. Arruda, N. C. da Costa, & R. Chuaqui (Eds.), *Non-classical logics, model theory and computability* (pp. 3-24). Amsterdam: North-Holland.

Ausín, T. (2005). *Entre la Lógica y el Derecho. Paradojas y conflictos normativos.* México: Plaza y Valdés.

Awodey, S., & Reck, E. H. (2002). Completeness and categoricity, Part I: Nineteenth-century Axiomatics to Twentieth-century Metalogic. *History and Philosophy of Logic*(23), 1-30.

Awodey, S., & Reck, E. H. (2002). Completeness and categoricity, Part II. Twentieth-Century Metalogic to Twenty-first-Century Semantics. *History and Philosophy of Logic*(23), 77-94.

Baaz, M., Papadimitriou, C. H., Putnam, H. W., Scott, D. S., & Harper, C. L. (Eds.). (2011). *Kurt Gödel and the Foundations of Mathematics. Horizons of Truth.* Cambridge et al.: Cambridge University Press.

Belnap, N., Perloff, M., & Xu, M. (2001). *Facing the Future. Agents and Choices in Our Indeterminist World.* Oxford: Oxford University Press.

Bernays, P. (1967). Scope and Limits ofAxiomatics. In M. Bunge (Ed.), *Studies in the Foundations Methodology and Philosophy of Science* (Vol. I. Delaware Seminar in the Foundations of Physics, pp. 188-91). New York: Springer-Verlag.

Bobbio Rosas, F. (1968). *La lógica jurídica de Fco Miró Quesada* (Tesis de bachiller en Derecho ed.). Lima: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Bobbio Rosas, F. (1968). *La lógica normativa* (Tesis de bachiller en Filosofía ed.). Lima: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Bobbio Rosas, F. (1972). *La lógica normativa: Balance de dos décadas de investigaciones y examen de sus posibilidades* (Tesis doctoral ed.). Lima: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Bobenrieth Miserda, A. (1996). *Inconsistencias. Por qué no. Un estudio filosófico sobre la lógica paraconsistente.* Santafé de Bogotá: Colcultura.

Bocheński, J. M. (1979 (1974)). *¿Qué es la autoridad? Introducción a la lógica de la autoridad.* (C. Gancho, Trad.) Barcelona: Herder.

Bochman, A. (2001). *A Logical Theory of Nonmonotonic Inference and Belief Change.* Berlin: Springer.

Bochman, A. (2005). *Explanatory Nonmonotonic Reasoning.* New Jersey et al.: World Scientific.

Broersen, J., & van der Torre, L. (2012). Ten Problems of Deontic Logic and Normative Reasoning in Computer Science. (N. B. et al., Ed.) *ESSLLI 2010/2011, Lectures, LNCS 7388*, 55–88.

Bulygin, E. (1982). Norms, Normative Positions, and Legal Statments. In G. Fløistad (Ed.), *Contemporary Philosophy. A new survey. Volume 3. Philosophy of Action* (pp. 127-152). The Hague: Martinus Nijhoff.

Bunge, M. (December de 1961). Ethics as a Science. *Philosophy and Phenomenological Research, 22*(2), 139-152.

Bunge, M. (1989). *Treatise on Basic Philosophy* (Vol. 8. Ethics: The good and the right). Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Bunge, M. (2009 (1974)). *Tratado de Filosofía. Semántica II. Interpretación y verdad* (Vol. 2). (R. González Del Solar, Trad.) Barcelona: Gedisa.

Bunge, M. (2011 (1974)). *Tratado de Filosofía. Senmántica I. Sentido y referencia* (Vol. 1). (R. González Del Solar, Trad.) Barcelona: Gedisa.

Burgess, J. P. (2009). *Philosophical Logic.* New Jersey: Princeton University Press.

Carmo, J., & Jones, A. J. (2002). Deontic Logic and Contrary-to-Duties. In D. M. Gabbay, & F. Guenthner (Eds.), *Handbook of Philosophical Logic* (Vol. 8, pp. 265-343). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Carnap, R. (1937). *Logical Syntax of Language.* (A. Smeaton, Trans.) London: Routledge.

Carnap, R. (1948). *Introduction to semantics.* Cambridge: Havard University Press.

Carnap, R. (1956). *Meaning and Necessity. A Study in Semantics and Modal Logic* (enlarged ed.). Chicago: The University of Chicago Press.

Carnap, R. (1962). *Logical foundations of probability* (Second ed.). Chicago: The University of Chicago Press.

Cassini, A. (2006). *El juego de los principios. Una introducción al método axiomático.* Buenos Aires: AZ.

Castañeda, H.-N. (1970). On the Semantics of the Ought-to-do. *Synthese*(21), 449-68.

Castañeda, H.-N. (1981). The Paradoxes on Deontic Logic: The Simplest Solution to All of Them in One Fell Swoop. In R. Hilpinen (Ed.), *New Studies in Deontic Logic: Norms, Actions, and the Foundations of Ethics* (pp. 37-85). Dordrecht: D. Reidel.

Chateaubriand, O. (2001). *Logical Forms* (Vol. Part I: Truth and description). Campinas: UNICAMP, Centro de Lógica, Epistemología e Historia da Ciência.

Chellas, B. F. (1974). Conditional obligation. En S. Stenlund (Ed.), *Logical Theory and Semantic Analysis* (págs. 23-33). Dordrecht: D. Reidel.

Chellas, B. F. (1980). *Modal Logic: An introduction.* Cambridge: Cambridge University Press.

Chisholm, R. M. (1963). Contrary-to-Duty Imperatives and Deontic Logic. *Analysis, 24*, 33-6.

Church, A. (1956). *Introduction to Mathematical Logic* (Vol. I). Princeton University Press: New York.

Cleave, J. P. (1991). *A study of logics.* Oxford: Clarendon press.

Cook, R. T. (2009). *A Dictionary of Philosophical Logic.* Edinburgh: Edinburgh University Press.

Cook, R. T. (2013). *Paradoxes.* Malden: Polity.

Corcoran, J. (1973). The gaps between logical theory and mathematical practice. In M. Bunge (Ed.), *The Methodological Unity of Science* (pp. 23-50). Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Corcoran, J. (1980). Categoricity. *History and Philosophy of Logic*(1), 187 - 207.

Corcoran, J. (2009). Sentence, proposition, judgment, statement, and fact. In W. Carnielli, M. E. Coniglio, & I. M. D'Ottaviano (Eds.), *The many sides of logic* (pp. 71-103). London: Colledge Publications.

da Costa, N. A., & French, S. (2003). *Science and Partial Truth. A Unitary Approach to Models and Scientific Reasoning.* Oxford: Oxford University Press.

da Costa, N. C. (1994). *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica* (Segunda ed.). São Paulo: Hucitec.

da Costa, N. C., & Carnielli, W. A. (1986, December). On paraconsistent deontic logic. *Philosophia, 16*(3-4), 293-305.

da Costa, N. C., & Lewin, R. A. (1995). Lógica paraconsistente. En C. E. Alchourrón (Ed.), *Lógica* (págs. 185-204). Madrid: Trotta.

da Costa, N., & Bueno, O. (2009). Lógicas não-reflexivas. *Revista Brasileira de Filosofía, 232*, 181-96.

Dalla Chiara, M. L., & Giuntini, R. (2002). Quantum logics. In D. M. Gabbay, & F. Guenthner (Eds.). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Danielsson, S. (1968). *Preference and Obligation. Studies in the logic of ethics.* Uppsala: Scriv Service.

Davidson, D. (1967). Truth and meaning. *Synthese, 17*, 304-323.

Davidson, D. (1969, November 6). True to the facts. *The Journal of Philosophy, 66*(21), 748-764.

Davidson, D. (1973). In defence of convention T. In H. Leblanc (Ed.), *Truth, Syntax, and Modality. Proceedings of the Temple University Conference on Alternative Semantics* (pp. 65-75). Amsterdam, London: North-Holland Publishing Company.

Davis, S., & Gillon, B. S. (Eds.). (2004). *Semantics. A Reader.* Oxford et al.: Oxford University Press.

Detlefsen, M. (1986). *Hilbert's Program. An Essay on Mathematical Instrumentalism.* Dordrecht: Springer.

Díez, J. A., & Moulines, C. U. (2008). *Fundamentos de Filosofía de la Ciencia* (Tercera actualizada ed.). Barcelona: Ariel.

Dubislav, W. (1938). Zur Unbegründbarkeit der Forderamgssätze. *Theoria, 3*, 330-42.

Estrada-González, L. (2009). The Geometric Analogy and the idea of Pure Logic. In W. Carnielli, M. E. Coniglio, & I. M. Loffredo D'Ottaviano (Eds.), *The Many Sides of Logic* (pp. 171-85). London: College Publication.

Etchemendy, J. (1990). *The concept of logical consequence.* California: Center for the Study of Language and Information Publications.

Euclid. (1908). *The thirteen books of Euclid's elements* (Vol. I). (T. L. Heath, Ed., & T. L. Heath, Trans.) Cambridge: Cambridge University Press.

Frápolli Sanz, M. J. (Ed.). (2007). *Filosofía de la Lógica.* Madrid: tecnos.

Gabbay, D. (1985). Theoretical foundations for non-monotonic reasoning in expert systems. In K. R. Apt (Ed.), *Logics and Models of Concurrent Systems* (pp. 439-457). Berlin Heidelberg New York Tokyo: Springer.

Gabbay, D. M. (1994). What is a Logical System? In D. M. Gabbay (Ed.), *What is a Logical System?* (pp. 179-216). London: Clarendon Press.

Gabbay, D. M. (1996). *Labelled deductive systems* (Vol. 1). Oxford: Clarendon Press.

Gabbay, D. M. (2014). What is a logical system? An Evolutionary View: 1964-2014. In D. M. Gabbay, J. H. Siekmann, & J. Woods (Eds.), *Handbook of the History of Logic* (Vol. 9, pp. 41-132). Amsterdam et al.: Elsevier.

García Figueroa, A. (1998). *Principios y positivismo jurídico.* Madrid: Centro de Estudios Políticos y Constitucionales.

García Figueroa, A. (2007). ¿Existen diferencias entre reglas y principios en el estado constitucional? Algunas notas sobre la teoría de los principios de Robert Alexy. En R. Alexy, & e. al., *Derechos sociales y ponderación* (págs. 333-70). Madrid: Fundación Coloquio Jurídico Europeo.

García Zárate, Ó. A. (2014). La eutanasia: un argumento moral a su favor. *Escritura y Pensamiento*, 251-267.

Ginsberg, M. L. (1986). Counterfactuals. *Artificial Intelligence*(30).

Goble, L. (1991). Murder most gentle: The paradox deepens. *Philosophical Studies*, 217-27.

Gödel, K. (1986 [1930]). The completeness of the axioms of the functional calculus of logic. In K. Gödel, & S. Feferman (Ed.), *Kurt Gödel. Collected Works* (Vols. I. Publications 1929-1936, pp. 103-123). Oxford: Oxford University Press.

Gómez, T. M. (2000). *Forma y Modalidad. Una introducción al concepto de consecuencia lógica.* Buenos Aires: Eudeba.

Haack, S. (1996 (1974)). Deviant Logic. In S. Haack, *Deviant Logic, Fuzzy Logic. Beyond the formalism* (pp. 1-177). Chicago and London: The University of Chicago Press.

Halmos, P. R. (1960). *Naive Set Theory.* Cincinnati: Van Nostrand Reinhold.

Hannson, S. O. (2001). *The Structure of values and Norms.* Cambridge: Cambridge University Press.

Hansen, J. (2008). *Imperatives and Deontic Logic. On the Semantic Foundations of Deontic Logic.* Leipzig.

Hansen, J. (2013). Imperative Logic and Its Problems. In D. Gabbay, J. Horty, X. Parent, R. van der Meyden, & L. van der Torre (Eds.), *Handbook of Deontic Logic and Normative Systems* (pp. 137-191). Milton Keynes: College Publications.

Hansen, J., Pigozzi, G., & van der Torre, L. (2007). Ten Philosophical Problems in Deontic Logic. In G. Boella, L. van der Torre, & H. Verhagen (Eds.), *Normative Multi-agent Systems, March 18-23. Dagstuhl Seminar Proceedings, vol. 07122. Internationales Begegnungs- und Forschungszentrum für Informatik.* Schloss Dagstuhl, Alemania.

Hansson, B. (1981 (1971)). An Aanalysis of Some Deontic Logics. In R. Hilpinen (Ed.), *Deontic Logic: Introductory and Systematic Readings* (pp. 121-47). Dordrecht, Netherlands: D. Reidel.

Hansson, S. O. (1988). Deontic logic without misleading alethic analogies - Part I. *Logique & Analyse, 31*(123-124), 337-353.

Hansson, S. O. (1988). Deontic logic without misleading alethic analogies - Part II. *Logique & Analyse, 31*(123-124), 355-370.

Hansson, S. O. (Ed.). (2014). *David Makinson on Classical Methods for Non-Classical Problems.* Springer Dordrecht Heidelberg New York London: Springer.

Hart, H. L. (1948 - 1949). The Ascription of Responsibility and Rights. *Proceedings of the Aristotelian Society, New Series, 49*, 171-194.

Hart, H. L. (2008). *Punishment and Responsability. Essays in the Philosophy of Law* (Second ed.). Oxford: Oxford University Press.

Hendricks, V. F., Pedersen, S. A., & Jørgensen, K. F. (Eds.). (2000). *Proof Theory. History and Philosophical Significance.* Dordrecht, Boston & London: Kluwer Academic Publishers.

Hilbert, D. (1902 [1899]). *Foundations of Geometry.* (E. J. Towsend, Trans.) Chicago: Open Court.

Hilbert, D. (1996 [1918]). Axiomatic thought. In W. B. Ewald (Ed.), *From Kant to Hilbert: A Source Book in the Foundations of Mathematics* (Vol. II, pp. 1105–15). Oxford: Oxford University Press.

Hilbert, D. (1996 [1922]). The new grounding of mathematics. In W. Ewald (Ed.), *From Kant to Hilbert: A Source Book in the Foundations of Mathematics* (Vol. II, pp. 1115–34). Oxford: Oxford University Press.

Hilbert, D. (1996 [1930]). The Knowledge of Nature. In W. Ewald (Ed.), *From Kant to Hilbert. A Source Book in the Foundations of Mathematics* (Vol. II, pp. 1157-65). Oxford: Oxford University Press.

Hilpinen, R. (1993). Actions in Deontic Logic. In J.-J. C. Meyer, & R. J. Wieringa (Eds.), *Deontic Logic in Computer Science. Normative System Specification* (pp. 85-100). New York: John Wiley & Sons.

Hilpinen, R., & McNamara, P. (2013). Deontic Logic: A historical survey and introduction. In *Handbook of Deontic Logic and Normative Systems* (pp. 3-136). Milton Keynes: College Publications.

Hintikka, J. (1976). A counterexample to Tarski-Type Truth-Definitions as Applied to Natural Languages. In A. Kasher (Ed.), *Language in Focus: Foundations, Methods and Systems. Essays in Memory of Yehoshua Bar-Hillel* (pp. 107-112). Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Hohfeld, W. N. (1923). *Fundamental Legal Concepts as applied in judicial reasoning and othere legal essays.* (W. W. Cook, Ed.) New Haven: Yale University Press.

Horty, J. F. (2001). *Agency and Deontic Logic.* New York: Oxford University Press.

Hume, D. (1960 [1888]). *A Treatise of Human Nature.* Oxford: L. A. Selby-Bigge.

Jary, M., & Kissine, M. (2014). *Imperatives.* New York: Cambridge University Press.

Jary, M., & Kissine, M. (2014). *Imperatives.* Cambridge: Cambridge University Press.

Joerden, J. C. (2010). *Logik im Recht. Grundlagen und Anwendungsbeispiele* (Zweite, überarbeitete und ergänzte Auflage ed.). Springer: Springer-Verlag.

Jones, A. J., & Sergot, M. (1993). On the Characterisation of Law and Computer Systems: The Normative Systems Perspective. In J.-J. C. Meyer, & R. J. Wieringa (Eds.), *Deoctic Logic in Computer Science. Normative System Specification* (pp. 275-307). Chichester: John Wiley & Sons.

Jørgensen, J. (1938). Imperatives and Logic. *Erkenntnis*(7), 288-96.

Jørgensen, J. (1962 [1931]). *Treatise of formal logic. Its evolution and main branches, with its relations to Mathematics and Philosophy.* New York: Russell & Russell.

Jørgensen, J. (1999 [1938]). Imperativos y lógica. *Isegoría*(20), 207-215.

Kanger, H. (1984). *Human rights in the U.N. declaration, Acta Universitatis Upsaliensis.* Uppsala: University of Uppsala.

Kanger, S. (1972). Law and Logic. *Theoria, 38*, 105-32.

Kanger, S. (2001 (1981)). New Foundations for Ethical Theory. In S. Kanger, G. Holmström-Hintikka, S. Lindström, & R. Sliwinski (Eds.), *Collected papers of Stig Kanger with essays on his life and work* (Vol. I, pp. 99-119). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Kanger, S., & Kanger, H. (2001 (1966)). Rights and Parliamentarism. In S. Kanger, G. Holmström-Hintikka, S. Lindström, & R. Sliwinski (Eds.), *Collected papers of Stig Kanger with essays on his life and work* (Vol. I, pp. 120-45). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Kennedy, J. (Ed.). (2014). *Interpreting Gödel. Critical Essays.* Cambridge University Press.

Klug, U. (1966). *Juristische Logik* (Dritte, erweiterte und veränderte Auflage ed.). Berlin: Springer.

Kneale, W., & Kneale, M. (1962). *The development of logic.* Oxford: Clarendon Press.

Kolmogórov, A. N. (1963 [1956]). The theory of probability. In A. D. Aleksandrov, A. N. Kolmogórov, & M. A. Lavrent'ev (Eds.), *Mathematics. Its content, methods, and meaning* (S. H. Gould, Trans., Vol. Two, pp. 229-265). Cambridge: The M.I.T. press.

Kolmogorov, A. N. (1967 (1925)). On the principle of excluded middle. In A. N. Kolmogorov, & J. van Heijenoort (Ed.), *From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931* (pp. 416-437). Cambridge: Harvard University Press.

Kraft, V. (1966 (1950)). *El Círculo de Viena.* (F. Gracia, Trad.) Madrid: Taurus.

Kraus, S., Lehmann, D., & Magidor, M. (1990). Nonmonotonic Reasoning, Preferential Models and Cumulative Logics. *Artificial Intelligence, 44*(1-2), 167-207.

Kunen, K. (2013). *Set Theory.* London: College Publications.

Lehmann, D., & Magidor, M. (1992). What does a conditional knowledge base entail? *Artificial Intelligence, 55*(1), 1–60.

Leibniz, G. W. (1991 [1669-1672]). *Los Elementos Del Derecho Natural.* (T. Guillén Vera, Trans.) Madrid: Tecnos.

Leitgeb, H. (Ed.). (2008). *Psychologism in Logic. Studia Logica* (Vols. 8, Issue 1). Studia Logica, Springer.

Leitgeb, H., & Hartmann, S. (2014, junio 11). *Introduction to Mathematical Philosophy*. Retrieved from coursera: https://www.coursera.org/

León Untiveros, M. Á. (2012, Diciembre). La aplicación de la lógica deóntica en la formalización de las reglas jurídicas. *Tesis, 5*(5), 71-87.

León Untiveros, M. Á. (Marzo de 2013). ¡Señor Árbitro: No olvidemos la Constitución! Los fundamentos constitucionales del arbitraje. *Gaceta constitucional, 63*, 46-55.

León Untiveros, M. Á. (Noviembre de 2013). El concepto de derrotabilidad en H.L.A. Hart. Un punto de vista lógico. *IV Coloquio de Estudiantes de Filosofía y Teoría del Derecho, 20 y 21 de noviembre de 2013, Pontificia Universidad Católica del Perú* (págs. 1-9). Lima: inédito.

León Untiveros, M. Á. (2014). La analogía geométrica y la unidad de la lógica: Los compromisos ontológicos de la filosofía de la lógica. *Analítica*(8), 61-82.

León Untiveros, M. Á. (2014). La universalidad de los derechos humanos: Una defensa formal. *6° Coloquio Internacional de Filosofía Política: "Saber, Poder y Perspectivas Coloniales", 5, 6 y 7 de Noviembre. Inédito*, 1-8.

León Untiveros, M. Á. (2014). Las presunciones en el derecho: Un enfoque desde la filosofía matemática. *II Encuentro Latinoamericano de Epistemología Jurídica, inédito*, 1-14.

León Untiveros, M. Á. (Diciembre de 2014). Modelos de racionalidad y argumentación jurídica: Sobre la noción de in limine. *Gaceta Constitucional & Procesal Constitucional*(84), 92-96.

Lewis, D. (1973). *Conterfactuals.* Massachusetts: Basil Blackwell.

Lindahl, L. (1977). *Position and Change. A study in Law and Logic.* Dordrecht and Boston: D. Reidel.

Lindahl, L. (1994). Stig Kanger's Theory of Rights. In D. Prawitz, B. Skyrms, & D. Westerstålh (Eds.), *Logic, Methodology and Philosophy of Science IX* (pp. 889-911). Amsterdam: Elsevier.

Llanos Villajuan, M. (2003). *Lógica jurídica. Lógica del proceso judicial.* Lima: Logos.

Loveland, D. W., Hodel, R. E., & Sterrett, S. G. (2014). *Three Views of Logic. Mathematics, Philosophy, and Computer Science.* Princeton and Oxford: Princeton University Press.

Luhmann, N. (1983). *Sistema jurídico y dogmática jurídica.* Madrid: Cento de Estudios Constitucionales.

Lyons, J. (1968). *Introduction to theoretical linguistics.* Cambridge: Cambridge University Press.

Makinson, D. (1986, November). On the Formal Representation of Rights Relations. Remarks on teh Work of Stig Kanger and Lars Lindahl. *Journal of Philosophical Logic, 15*(4), 403-25.

Makinson, D. (1993). Five faces of minimality. *Studia Logica*, 339-79.

Makinson, D. (1999). On a Fundamental Problem of Deontic Logic. *Norms, Logic, and Information Systems* (pp. 29-50). Amsterdam: IOS Press.

Makinson, D. (2005). *Bridges from classical to nonmonotoic logic.* London: King's College Publications.

McGinnis, C. (2007). Semi-paraconsistent Deontic Logic. In J.-Y. Béziau, W. Carnielli, & D. Gabbay (Eds.), *Handbook of paraconsistency* (pp. 103-152). London: College Publication.
McNaughton, R. (1982). *Elementary Computability, Formal Languages, and Automata.* New Jersey: Prentice-Hall.
Mendonça, D. (1998). Presunciones. *Doxa. Cuadernos de Filosofía del Derecho, 21*(1), 83-98.
Mendonça, D. (2000). Presunciones y presunciones legales. En D. Mendonça, *Las Claves del Derecho* (págs. 215-230). Barcelona: Gedisa.
Miró Quesada Cantuarias, F. (1955). Teoría de la deducción jurídica. *DIÁNOIA, 1*(1), 261–291.
Miro Quesada Cantuarias, F. (1978). Las lógicas heterodoxas y el problema de la unidad de la lógica. En *Lógica, aspectos formales y filosóficos.* Lima: Universidad Católica del Perú.
Miró Quesada Cantuarias, F. (1988). *Ensayos de filosofía del derecho.* Lima: Universidad de Lima.
Miró Quesada Cantuarias, F. (1992). Respuestas de Francisco Miro Quesada C. En D. Sobrevilla, & D. García Belaunde (Edits.), *Lógica, razón y humanismo. La obra filosófica de Francisco Miiró Quesada C.* (págs. 270-426). Lima: Universidad de Lima.
Miró Quesada Cantuarias, F. (2000). *Ratio Interpretandi. Ensayo de hermenéutica jurídica.* Lima: Fondo Editorial de la Universidad Inca Garcilaso de la Vega.
Miró Quesada Cantuarias, F. (2008 (1956)). Problemas fundamentales de la lógica jurídica. En F. Miró Quesada Cantuarias, *Obras esenciales* (Vol. VI, págs. 20-117). Lima: Universidad Ricardo Palma - Organización de los Estados Iberoamericanos.
Miró Quesada Cantuarias, F. (2008 (1980)). Consideraciones generales sobre el concepto de lógica jurídica. En F. Miró Quesada Cantuarias, *Obras esenciales* (Vol. Tomo VI: Problemas fundamentales de lógica jurídica. Textos conexos, págs. 137-145). Lima: Universidad Ricardo Palma - Organización de los Estados Americanos.
Moore, A. W. (Ed.). (1993). *Meaning and Reference.* Oxford: Oxford University Press.
Moore, G. E. (1903). *Principia Etica.* Cambridge: Cambridge University Press.
Mosterín, J. (1987). *Racionalidad y acción humana* (Segunda ed.). Madrid: Alianza.
Mosterín, J. (2010). *Epistemología y racionalidad.* Lima: Fondo editorial de la Universidad Garcilaso de la Vega.
Mosterín, J., & Torretti, R. (2002). *Diccionario de Lógica y Filosofía de la Ciencia.* Madrid: Alianza Editorial.
Mosterín, J., & Torretti, R. (2010). *Diccionario de Lógica y Filosofía de la Ciencia* (segunda ed.). Madrid: Alianza.
Mott, P. L. (1973, Abril). On Chisholm's Paradox. *Journal of Philosophical Logic, 2*(2), 197-211.
Nolt, J. (1997). *Logics.* Belmont: Wadsworth Publishing Company.
Nute, D. (Ed.). (1997). *Defeasible deontic logic.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
Palau, G. (2002). *Introducción filosófica a las lógicas no clásicas.* Barcelona: Gedisa.
Peña, L. (1991). *Rudimentos de Lógica Matemática.* Madrid: CSIC.
Peña, L. (1993). *Introducción a las lógicas no clásicas.* México: UNAM.
Pérez Otero, M., & García-Carpintero, M. (1999). The Ontological Commitments of Logical Theories. (A. C. Varzi, Ed.) *European Review of Philosophy, 4*, 157-82.
Piscoya Hermoza, L. A. (2009 (1994)). Lógicas no-clásicas: Los cálculos Cn de Newton C. A. da Costa. En L. A. Piscoya Hermoza, *Tópicos en epistemología* (págs. 215-228). Lima: Universidad Inca Garcilaso de la Vega.
Poincaré, H. (1913). La Morale et la Science. In H. Poincaré, *Dernières pensées* (pp. 221-247). Paris: Ernest Flammarion.
Popkorm, S. (1994). *First steps in modal logic.* Cambridge: Cambridge University Press.
Pörn, I. (1970). *The logic of power.* Oxford: Basil Blackwell.
Pörn, I. (1977). *Action Theory and Social Science.* Dordrecht and Boston: D. Reidel.
Prakken, H. (1997). *Logical Tools for Modelling Legal Argument. A Study of Defeasible Reasoning in Law.* Dordrecht: Springer Science+Business Media.
Prakken, H., & Sergot, M. (1997). Dyadic deontic logic and contrary-to-duty obligations. In D. Nute (Ed.), *Defeasible deontic logic* (pp. 223-62). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
Priest, G. (2003). On Alternative Geometries, Arithmetics, and Logics. A Tribute to Łukasiewicz. *Studia Logica*(74), 441-68.
Priest, G. (2003). On Alternative Geometries, Arithmetics, and Logics. A Tribute to Łukasiewicz. *Studia Logica, 74*, 441-468.
Priest, G. (2006). Non-classical logic. In D. M. Borchert (Ed.), *Encyclopedia of Philosophy* (Second ed., Vol. 5, pp. 485 - 493). Detroit: Thomson Gale.
Priest, G. (2008). *An Introduction to Non-Classical Logic. From if to is* (Second ed.). Cambridge: Cambridge University Press.

Prior, A. N. (1949). *Logic and the basis of Ethics.* London: Clarendon Press.
Prior, A. N. (1971). *Objects of Thought.* Oxford: Oxford University Press.
Puppo, F. (2012). *Dalla vaghezza del linguaggio alla retorica forense. Saggio di logica giuridica.* Milani: CEDAM.
Quine, W. V. (1959). *Methods of Logic.* (Revised ed.). New York: Holt, Rinehart, and Winston.
Quine, W. V. (1960). *Word and Object.* Massachusetts: The M.I.T. Press.
Quine, W. v. (1961). Two Dogmas of empiricism. In W. v. Quine, *from a logical point of view* (Second ed., pp. 20-46). New York, Hagerstown, San Francisco, London: Harper & Row, Publishers, Inc.
Quine, W. V. (1966). *The Ways of Paradox and Other Essays.* New York: Random House.
Quine, W. V. (1986). *Philosophy of Logic* (Second ed.). Cambridge: Harvard University Press.
Raspa, V. (1999). On the Origins of Non-Aristotelian Logics. In V. Fano, G. Tarozzi, & M. Stanzione (Ed.), *Estrattado da prospettive della logica e della filosofia della sciena. Atti del Convegno Triennale della Società Italiana di Logica e Filosofia delle Scienze* (pp. 73-87). Cesena e Urbino: Rubbettino.
Raspa, V. (2012). Pensare la contraddizione. L'opera logica di N. A. Vasil'ev. En N. A. Vasil'év, & V. Raspa (Ed.), *Logica immaginaria* (págs. 37-131). Roma: Carocci.
Rayo, A. (2013). *The Construction of Logical Space.* Oxford: Oxford University Press.
Redondo, C. (1999). *Reasons for Action and the Law.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
Reichenbach, H. (1938). *Experience and Prediction. An Analysis of the Foundations and the Structure of Knowledge.* Chicago: The University of Chicago Press.
Reid, C. (1970). *Hilbert.* Berlin - Heidelberg: Springer-Verlag.
Rescher, N. (1966). *The Logic of Commands.* London: Routledge & Kegan Paul.
Rescher, N. (1969). *Many-Valued Logic.* Vermont: Greg Revivals.
Rescher, N. (1976). *Plausible reasoning.* Assen: Van Gorcum.
Rescher, N. (2001). *Paradoxes. Their Roots, Range, and Resolution.* Chicago and La Salle, Illinois: Open Court.
Rescher, N. (2001). *Philosophical reasoning. A study in the methodolofy of philosophizing.* Oxford: Blackwell Publishers.
Rescher, N. (2006). *Presumption and the Practices of Tentative Cognition.* Cambridge et al.: Cambridge University Press.
Restall, G. (2009). Logical Pluralism and the Preservation of Warrant. In S. Rahman, J. Symons, D. M. Gabbay, & J. P. van Bendegem (Eds.), *Logic, Epistemology And The Unity Of Science* (Vol. 1, pp. 163-174). Springer: Springer.
Restall, G. (2012). Anti-realist Classical Logic and Realist Mathematics. In S. Rahman, G. Primiero, & M. Marion (Eds.), *The Realism-Antirealism Debate in the Age of Alternative Logics* (pp. 269-284). Springer: Springer.
Rodin, A. (2014). *Axiomatic Method and Category Theory.* Cham: Springer International Publishing.
Rodríguez, J. (Abril de 1997). La derrotabilidad de las normas jurídicas. *Isonomía*(6), 149-67.
Rönnedal, D. (2009). *An introduction to deontic logic.*
Royakkers, L. M. (1998). *Extending Deontic Logic for the Formalisation of Legal Rules.* Dordrecht: Springer.
Russell, B. (1956 (1897)). *An essay on the foundations of geometry.* New York: Dover Publications.
Saeed, J. I. (2009). *Semantics. Third edition.* West Sussex: Willey-Blackwell.
Salinas Molina, M. A. (2011). *Computabilidad y Máquina de Turing.* Lima: Tesis de maestría en filosofía de la Universiad Nacional Mayor de San Marcos.
Sánchez-Mazas, M. (1973). *Cálculo de las normas.* Ginebra: Ariel.
Sanz Elguera, J. C. (1972). *La guillotina de Hume* (Tesis de bachillerato en filosofía ed.). Lima: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
Sanz Elguera, J. C. (1998). *Argumentos morales y argumentos éticos.* Lima: Fondo Editorial de la Facultad de Letras y Ciencias Humanas de la Universidad Nacional M;ayor de San Marcos.
Schickore, J., & Steinle, F. (Eds.). (2006). *Revisiting Discovery and Justification. Historical and philosophical perspectives on the context distinction.* Springer: Springer.
Schimmerling, E. (2011). *A Course on Set Theory.* Cambridge: Cambridge University Press.
Schlechta, K. (1997). *Nonmonotonic Logics. Basic Concepts, Results, and Techniques.* Berlin: Springer-Verlag.
Schreiber, R. (1991 [1962]). *Lógica del derecho.* (E. Garzón Valdéz, Trad.) México: Fontamara.
Schurz, G. (1997). *The Is-Ought Problem. An Investigation in Philosophical Logic.* Dordrecht: Springer.
Schurz, G. (2014). *Philosophy of Science: A Unified Approach.* New York: Routledge.

Searle, J. (1969). *Speach acts.* Cambridge: Cambridge University Press.
Segerberg, K. (1982). A Deontic Logic of Action. *Studia Logica*(41), 269-82.
Segerberg, K. (1992). Getting Started: Beginnings in the Logic of Action. *Studia Logica: An International Journal for Symbolic Logic, 51*, 347-78.
Shoesmith, D. J., & Smiley, T. J. (1978). *Multiple-Conclusion Logic.* Cambridge: Cambridge University Press.
Simon, H. A. (1977 [1967]). The Logic of Heuristic Decision Making. In H. A. Simon, *Models of Discovery, and Other Topics in the Methods of Science* (pp. 154-175). Dordrecht & Boston: D. Reidel Publishing.
Soeteman, A. (1989). *Logic in Law. Remarks on Logic and Rationality in Normative Reasoning, Especially in Law.* Dordrecht: Springer.
Stalnaker, R. (1994). What is a nonmonotonic consequence relations? *Fundamenta Informaticæ, 21*, 7–21.
Stegmüller, W. (1979). *The Structuralist View of Theories. A possible Analogue of the Bourbaki Programme in Physical Science.* Berlin, Heidelberg and New York: Springer-Verlag.
Stelmach, J., & Brozek, B. (2006). *Methods of Legal Reasoning.* Dordrecht: Springer.
Suppes, P. (1957). *Introduction to Logic.* New York: Van Nostrand Reinhold Company.
Suppes, P. (Mar. - Jun. de 1966). The Probabilistic Argument for a Non-Classical Logic of Quantum Mechanics. *Philosophy of Science, 33*(1/2), 14-21.
Takeuti, G. (2003 (1986)). *Memoirs of a Proof Theorist. Gödel and other logicians.* (M. Yasugi, & N. Passell, Trans.) New Jersey: World Scientific.
Tarski, A. (1983 [1931]). The concept of truth in formalized languages. In A. Tarski, & J. Corcoran (Ed.), *Logic, Semantics, Metamathematics. Papers from 1923 to 1938* (J. H. Hoodger, Trans., Second ed., pp. 152-278). Indiana: Hackett Publishing Company.
Tarski, A. (1983 [1935]). On the concept of logical consequence. In A. Tarski, & J. Corcoran (Ed.), *Logic, Semantics, Metamathematics* (J. H. Woodger, Trans., Second ed., pp. 409-420). Indianapolis: Hackett Publishing Company.
Tarski, A. (2002 (1935)). On the Concept of Following Logically. *History and Philosophy of Logic*, 155-196.
Tönisson, I. (1978). The convention T is not applicable to natural languages. *Logique et Analyse, 21*(84), 483-487.
Torretti, R. (1998). *El Paraíso de Cantor. La Tradición Conjuntista en la Filosofía Matemática.* Santiago de Chile: Editorial Universitaria y Universidad Nacional Andrés Bello.
Toulmin, S. E. (1953). *An examination of the place of reason in Ethics.* Cambridge: Cambridge University Press.
Trypuz, R. (Ed.). (2014). *Krister Segerberg on Logic of Actions.* Springer Dordrecht Heidelberg New York London: Springer.
Ullman-Margalit, E. (1983, March). On presumption. *The Journal of Philosophy, 80*(3), 143-163.
van Fraassen, B. C. (1971). *Formal semantics and logic.* New York: The Macmillan Company.
Vasil'év, N. A. (2003 (1912)). Imaginary (non-aristotelian) logic. *Logique & Analyse*, 127-163.
Vasil'év, N. A. (2012). Sui giudizi particulari, sul triangolo delle opposizioni, sulla legge del quarto escluso. En N. A. Vasil'év, & V. Raspa (Ed.), *Logica immaginaria* (G. Di Raimo, & V. Raspa, Trads., págs. 143-180). Roma: Carocci.
Vasil'év, N. A. (1993 (1912), diciembre). Logic and metalogic. *Axiomathes*(3), 329-351.
Vasil'év, N. A. (1993 (1924), Diciembre). Imaginary (non-aristotelian) logic. *Axiomathes*(3), 353-355.
Vasil'év, N. A. (2012). *Logica immaginaria.* (V. Raspa, Ed., G. Di Raimo, & V. Raspa, Trads.) Roma: Carocci.
von Kutschera, F. (1989). *Fundamentos de ética.* (M. T. Hernán-Pérez, Trad.) Madrid: Cátedra.
von Wright, G. H. (1951). *An essay in modal logic.* Amsterdam: North-Holland.
von Wright, G. H. (1957). *Logical Studies.* London: Routledge and Kegan Paul.
von Wright, G. H. (1963). *Norm and Action.* New York: Routledge & Kegan Paul.
von Wright, G. H. (1967 (1951)). Deontic Logic. In I. M. Copi, & J. A. Gould (Eds.), *Contemporary readings in logical theory* (pp. 303-15). New York: The MacMIllan Company.
von Wright, G. H. (1968). An essay in Deontic Logic and The General Theory of Action. In *Acta Philosophica Fennica.* Amsterdam: North-Holland.
von Wright, G. H. (1968). Deontic Logic and the Theory of Conditions. *Crítica*(2), 3-25.
von Wright, G. H. (1970 (1963)). *Norma y Acción. Una investigación lógica.* Madrid: Tecnos.
von Wright, G. H. (1991, December). Is There a Logic of Norms? *Ratio Juris, 4*(3), 265-83.
von Wright, G. H. (1999). Deontic Logic: A Personal View. *Ratio Juris, 12*(1), 26-38.

Vranas, P. B. (2011, April). New Foundations for Imperative Logic: Pure Imperative Inference. *Mind, 120*(478), 369-446.

Weinberger, O. (1998). *Alternative Action Theory. Simultaneously a Critique of Georg Henrik von Wright's Practical Philosophy.* (J. Zwart, Trans.) Springer: Springer.

Wittgenstein, L. (2009). *Philosophical Investigations* (fourth ed.). (P. M. Hacker, J. Schulte, Eds., G. E. Anscombe, P. M. Hacker, & J. Schulte, Trans.) Oxford: Willey-Blackwell.

Wójcicki, R. (1988). *Theory of Logical Calculi. Basic Theory of Consequence Operations.* Dordrech: Springer.

DEFINICIONES

Completitud. Toda expresión en la lógica de primer orden es probable (ver: *Probabilidad*).

Consecuencia lógica. Un enunciado ϕ es consecuencia lógica de un conjunto de enunciados Δ sii no existe ninguna interpretación que haga verdaderos todos los enunciados en Δ, mientras que hace que ϕ sea falso.

Consistencia absoluta o Post consistencia. Una teoría es consistente absoluta o post consistente sii existe al menor un enunciado en el lenguaje de la teoría que no es un teorema.

Consistencia simple o de negación. Una teoría de consistente de negación (o simplemente consistente) sii no es el caso que haya una fórmula A tal que A y $\neg A$ sean teoremas de la misma.

Dilema. Generalmente, un dilema es una situación que involucra dos elecciones, o u problema que ofrece dos posibles soluciones, llamados cuernos del dilema.

Falacia. La falacia es un argumento inválido que aparenta ser uno válido (por una supuesta estructura deductiva) o fuerte (por una supuesta estructura inductiva).

Incompletitud (primer teorema). El primer teorema de la incompletitud de Gödel señala que cualquier teoría de la aritmética lo suficientemente fuerte, que es consistente (o ω-consistente), es incompleta.

Incompletitud (segundo teorema). El segundo teorema de la incompletitud de Gödel señala que, cualquier teoría de la aritmética lo suficientemente fuerte que es consistente (o ω-consistente), no puede probar su propia consistencia.

Paradoja. La paradoja es un argumento que procede de premisas aparentemente verdaderas, a través de un razonamiento aparentemente inobjetable, y llega a una conclusión patentemente contradictoria, falsa, absurda o irrazonable.

Probabilidad. Es la propiedad lógica que indica existencia de una prueba de una formula bien formada en un lenguaje formal L. Esto es que hay una prueba a efectos de determinar si es verdadera o falsa. En inglés se escribe “provability”. El cual debe diferenciarse de la teoría matemática de la probabilidad que estudia la posibilidad de ocurrencia de los eventos o nuestras creencias sobre ello, y que en inglés se escribe “probability”.

Satisfacción. La satisfacción es la relación entre un predicado n-ario y cualquier n-tuplo de objetos tal que el predicado es verdad para dichos objetos.

Semántica. La semántica estudia las propiedades de las expresiones, proferencias y enunciados que no varía en su uso o con el contexto, lo que no distingue de la pragmática, puesto que ésta última toma en cuenta su variación. Así, la semántica se centra en el significado (independiente del contexto) de las expresiones y los enunciados, y sus referentes, así como las conexiones lógicas entre las expresiones.

Sistema lógico o formal. Un sistema formal es un lenguaje formal que contiene un conjunto de axiomas y/o reglas de inferencia que especifican cuáles son las consecuencias del lenguaje que cuentan como derivaciones.

Solidez (soundness). Un sistema formal es sólido en relación a una semántica formal sii dado un conjunto de enunciados Δ y un enunciado ϕ, si ϕ se deriva de Δ, entonces ϕ es consecuencia lógica de Δ.

Apéndice I

Los problemas y las paradojas de la lógica deóntica.

Jörg Hansen, Gabriella Pigozzi, Leendert van der Torre, Jan Broersen y Txetxu Ausín, Risto Hilpinen y Paul McNamara (2006, 2007, 2012 y 2013)[85], recientemente han formulado algunos de los problemas filosóficos y lógicos de la lógica deóntica en la actualidad. La importancia de conocer los problemas de la lógica deóntica, se deben justificar en atención a lo sucedido en las matemáticas y en la filosofía en relación a los 23 problemas planteados por David Hilbert en 1900. Los problemas actuales a los que enfrenta la lógica deóntica son los siguientes:

1. El dilema de Jørgensen.
2. La coherencia.
3. Los conflictos normativos y dilemas.
4. Las obligaciones diádicas descriptivas.
5. Las normas permisivas.
6. Los postulados significativos y conceptos intermedios.
7. Las normas constitutivas.
8. La dinámica de las normas o la revisión del conjunto de normas.
9. La combinación de conjuntos de normas.
10. La relación entre la lógica deóntica y el tiempo.
11. La relación entre la lógica deóntica y la acción.
12. La influencia (solución y control) de las normas en los juegos.
13. El problema del cumplimiento de la norma.
14. La interacción de las normas con la creencia, el conocimiento, las intenciones y los deseos.
15. La paradoja del compromiso.
16. La paradoja de Chisholm.
17. La paradoja del buen samaritano.
18. La paradoja del conocedor.
19. La paradoja del asesinato indoloro.

[85] Ver: (Ausín, 2005), (Hansen, Pigozzi, & van der Torre, 2007), (Broersen & van der Torre, 2012) y (Hilpinen & McNamara, 2013).

20. La paradoja del elogio.
21. La paradoja del bicondicional.
22. La paradoja de la segunda mejor opción.
23. La paradoja del penitente.
24. La paradoja de Ross.
25. La falacia naturalista.
26. La paradoja del mal menor.

A continuación, de formula brevemente cada uno de los problemas de la lógica deóntica.

1. El dilema de Jørgensen.

En cuanto que la lógica deóntica tiene como objeto los conceptos normativos, surge la cuestión de cómo es posible una lógica sobre tales conceptos. Las normas como los imperativos individuales, los cuerpos legales, los estándares morales, etc., no suelen verse en términos de verdad o falsedad. Por ejemplo, las expresiones imperativas o permisivas como "¡Juan, abandona la habitación!" y "¡María, puedes entrar ahora!" no describen, sino que tienen la función de exigir o permitir una determinada conducta por parte de Juan y María, respectivamente. Por lo que, al no ser expresiones descriptivas, entonces no tiene sentido calificarles de verdadero o falso.

2. La coherencia.

Sea el caso de normas que por una parte exigen hacer una acción determinada, pero que por otra, exigen lo contrario al mismo tiempo. En tales casos, intuitivamente se dice que algo está mal en un sistema normativo, donde haya tales normas. La lógica deóntica estándar, SDL, tiene un axioma que representa esta intuición: Axioma D: $\neg(\delta x \& \delta \neg x)$ que señala que no pueden coexistir obligaciones que exijan el cumplimiento de x y de $\neg x$, en otras palabras, x no puede ser tanto obligado como permitido. Sin embargo, dado que las normas no tiene un valor de verdad, no puede decirse que un sistema normativo que contenga la norma $\neg(\delta x \& \delta \neg x)$ no es inconsistente simple. De esto surge la cuestión de la coherencia de un sistema normativo, en razón que no cabe hablar de su consistencia simple.

3. Los conflictos normativos.

Existen dos puntos de vista sobre esta cuestión: una que dice que éstos no existen, y otra que dice que sí existen y son ubicuos. El problema que surge es acerca de la relación entre la lógica deóntica y los conflictos a efectos de darles solución.

4. Las obligaciones diádicas descriptivas.

Los operadores deónticos diádicos, que emplean en la formalización de enunciados como "x debe ser verdad bajo las condiciones a" en la manera $\delta(x/a)$. En estos casos, la obligación primaria δx es acompañada por una secundaria: una obligación contrario a lo debido que declara y (una sanción, un remedio) como obligatorio en caso que se viole la obligación primaria.

5. Las obligaciones permisivas.

En la lógica deóntica formal, la permisión es estudiada con menos frecuencia que la obligación. Por mucho tiempo, se tenía la asunción primaria que la permisión podía derivarse de la obligación, como sucede en la lógica modal en el caso de la posibilidad en relación con la necesidad. Entonces la permisión era definida como la ausencia de una obligación en contrario, esto es: $\mathrm{P}x =_{def} \neg\delta\neg x$. Actualmente, muchos autores han comenzado a entender lo sutil y multifacético del concepto de permisión, incluso llegando a descartar la interdefinilidad entre obligación y permisión.

6. Los postulados significativos y conceptos intermedios.

Las normas legales usualmente tiene la siguiente formulación lingüística:

> "*el hurto es penado con sentencia de prisión no mayor a cinco años o a una multa*".

Puede adicionalmente considerarse la siguiente definición:

“*alguien comete el acto de hurto si una persona coge un objeto móvil de posesión de otra persona, y toma posición de la misma con la intención de apropiársela, siendo que el acto ocurre sin el consentimiento de la víctima y no media autorización judicial que ampare tal acto de apropiación*”.

La definición no es una norma, sino es una definición estipulativa o un *postulado significativo* que constituye el significado jurídico del hurto. El problema en este caso se da en la reconstrucción lógica por el cual a partir de premisas 1 y 2, junto con otras, puede concluirse válidamente, por ejemplo, que una determinada persona deber ir a la cárcel por un tiempo determinado.

7. Las normas constitutivas.

Las normas constitutivas son reglas que crean la posibilidad o definen una actividad, que se han identificado como los mecanismos claves del razonamiento normativo en condiciones dinámicas e inciertas. También se les conoce como condicionales decir-como. Su problemática está dada por cómo definir a las condicionales decir-como y relacionarlos con las obligaciones y permisiones.

8. La dinámica de las normas o la revisión del conjunto de normas.

Los sistemas de normas no son estáticos, sino que cambian con el tiempo. Así, la legislación de cierto país puede introducir nuevas normas y eliminar otras. El problema que surge en este punto puede plantearse así: ¿Cómo se revisa un conjunto de regulaciones u obligaciones? ¿Ofrece la revisión de las creencias un marco satisfactorio de la revisión de las normas?

9. La combinación de los conjuntos de normas.

Este problema está emparentado con el anterior, se trata nuevamente de la dinámica de los sistemas normativos, en este caso se trata la suma o agregación de regulaciones o fusión de normas. Así, se pregunta si el marco de la fusión de creencias es adecuado para dar cuenta de la fusión de normas.

10. La relación entre la lógica deóntica y el tiempo.

La SDL no emplea operadores temporales ni posee una interpretación del tiempo. Sin embargo, en varios escenarios y decisiones que incluyen el razonamiento deóntico, es aspecto temporal del razonamiento resulta ser crucial, y esta consideración llevaría a solucionar algunas de las paradojas de la SDL.

11. La relación entre la lógica deóntica y la acción.

Una característica de la lógica deóntica que la hace especial es que ha sido pensada para aplicarse sobre las acciones en lugar de estado de cosas. Dentro de este marco, puede entenderse la crítica de Mario Bunge antes indicada, en especial cuando éste autor señala que no existen las acciones negativas. Otro problema que surge de esta situación especial es la relación entre las modalidades deónticas y la lógica de la acción.

12. La influencia (solución y control) de las normas en los juegos.

Si se considera que las normas surgen en la sociedad como resultado de la interacción de los agentes, entonces se tiene que entender el sentido en el cual se relaciona con las preferencias sociales y las habilidades de los grupos de agentes. Y así surge la relación con la teoría de juegos. La cuestión aquí es entender cómo la creación, aceptación y el cumplimiento de las normas puede ser visto como juegos y cuáles teorías de la teoría de juegos son aplicables al contexto normativo.

13. El problema del cumplimiento de la norma.

El problema del cumplimiento de la norma está constituido por el del desarrollo de las herramientas de comprobación automática del cumplimento de un conjunto formalizado de reglas, leyes y políticas. De esto surgen problemas como: ¿Cómo desarrollar una ontología jurídica formal?, ¿Cómo se representan las normas?, ¿Cómo formalizar los procesos de los negocios?, ¿Cómo diseñar herramientas que verifiquen el cumplimiento de las normas?

14. La interacción de las normas con la creencia, el conocimiento, las intenciones y los deseos.

Si bien las modalidades deónticas son lo suficientemente interesantes como objeto de estudio, hemos de ampliar el campo académico si el objeto de estudio trata de la toma de decisiones racionales, para lo cual entran al escenario otras modalidades como deseo, intención, así como las modalidades epistémicas y las de acción, dando lugar a la siguiente relación: Creencia-Obligación-Intención-Deseo.

15. La paradoja del compromiso.

A esta paradoja se le conoce también como la paradoja de la obligación derivada. La misma que se da cuando se está ante el caso que la ejecución de un acto compromete a la ejecución de otro acto, o sea: $\delta(p \rightarrow q)$.

16. La paradoja de Chisholm.

Se trata de un tipo de razonamiento contrario a lo debido, una versión de esta paradoja es la siguiente:

1. Es obligatorio que un hombre asista a su prójimo.
2. Es obligatorio que si lo hace, les diga que está yendo en camino.
3. Si no va, entonces debe no decirles que está en camino.
4. Él no va.

∴ Él no debe decirles que está en camino.

17. La paradoja del buen samaritano.

Originalmente, esta paradoja se postuló de la siguiente forma:

1. Es prohibido que alguien sea robado.
2. Si el buen samaritano ayuda a una persona que ha sido robado, entonces alguien ha sido robado.

∴ Está prohibido que el buen samaritano ayude a una persona que ha sido robada.

18. La paradoja del conocedor.

También llamada la paradoja del guardián, y tiene la siguiente forma:

1. Es obligatorio que Pedro sepa que Juan ha maltratado a un detenido.
2. Si Pedro sabe que Juan ha maltratado a un detenido, entonces Juan ha maltratado a un detenido.

∴ Es obligatorio que Juan haya maltratado a un detenido.

19. La paradoja del asesinato indoloro.

Se trata de una variante muy popular de la paradoja de buen samaritano, veamos:

1. Si Pedro asesina a Juan, entonces Pedro debe asesinar a Juan indoloramente.
2. Pedro asesina a Juan.
3. Pedro debe asesinar a Juan indoloramente.
4. Si Pedro asesina a Juan indoloramente, entonces Pedro asesina a Juan.

∴ Pedro debe asesinar a Juan, incondicionalmente.

20. La paradoja del elogio.

Se trata de una variante muy popular de la paradoja de buen samaritano, veamos:

1. Si alguien obra bien, entonces debe elogiársele.
2. Todo el mundo tiene la obligación de obrar bien.

∴ Todo el mundo debe ser elogiado, haga lo que haga.

21. La paradoja del bicondicional.

Llamada también la paradoja de la secretaria, y su formulación es la siguiente: María debe hacer lo siguiente:

1. Llegar a su oficina a las ocho de la mañana.
2. Abrir la oficina al público a las nueve de la mañana.
3. Si y sólo si María no abre la oficina al público a las nueve de la mañana, debe dejar una nota avisando al público que vaya al despacho 24.

La paradoja viene del hecho que de las premisas anteriores no se deriva la obligación condicional de "no dejar una nota avisando al público que vaya al despacho 24".

22. La paradoja de la segunda mejor opción.

Una versión de esta paradoja es la siguiente: Se ha invitado al profesor Ibáñez a hacer una reseña de un libro. Él es la persona indicada, ya que conoce el tema, tiene tiempo, hace mucho que no le han encargado ninguna, etc. Por tanto:

1. Ibáñez debe aceptar la invitación y escribir la reseña. – Éste es el mejor curso de acción para él.
2. Sin embargo, él sabe que no escribirá la reseña (a menos para la fecha en que se la soliciten).
3. Aceptar la aceptación y no escribir la reseña es peor que declinar la invitación, ya que en este caso el editor podría encontrar a otro candidato. En el caso de no (tener intención de) escribirla, debe declinar la invitación. – Ésta es la obligación secundaria que sobreviene, la segunda mejor opción.

∴ El profesor Ibáñez debe aceptar la invitación y debe declinarla.

23. La paradoja del penitente.

Esta paradoja tiene la siguiente forma: "*si está prohibido asesinar, entonces está prohibido asesinar y arrepentirse*", otra forma es: "*si no se debe robar a la gente, entonces tampoco debe robarla y ayudarla*".

24. La paradoja de Ross.

Esta paradoja dice lo siguiente: si es obligatorio enviar una carta, entonces es obligatorio enviarla o quemarla. En términos de la permisión, según esta paradoja puede decirse: si está permitido fumar, entonces está permitido fumar o matar.

25. La falacia naturalista.

La forma de esta falacia es la siguiente:

1. Pedro le prestó dinero a Juan.
2. Juan le prometió a Pedro que le iba a devolver el dinero prestado.

∴ Juan está obligado a devolverle el dinero a Juan.

La característica de esta falacia es que sus premisas son de orden fáctico, mientras que su conclusión es de orden deóntico. Y en ello radica su invalidez.

26. Paradoja del mal menor.

Puede considerarse que un principio general de la moral y del derecho de que si se actúa mal, al menos hay que actuar cometiendo el mal menor. Pero, en la medida en que se comete el mal menor, se comete el mal y, por lo tanto, hay que hacer el mal.

Apéndice II

Los problemas formales de la ética.

El marco más profundo de discusión de este trabajo, y que lamentablemente no hemos abordado más que en parte, es de los problemas formales de la ética.

1. *El problema es-debe*, o también conocido como la Guillotina de Hume o la Ley de Hume, que en nuestro medio fue tratado nuestro gran filósofo Julio César Sanz Elguera en su tesis de bachiller (1972), sin perjuicio del posterior y muy importante desarrollo, por ejemplo ver (Schurz, The Is-Ought Problem. An Investigation in Philosophical Logic, 1997).

   En general y en una de las dos lecturas posibles del famoso pasaje del *Tratado de la Naturaleza Humana* (1739-1740) de David Hume, el problema es-debe nos dice que no es correcto concluir un enunciado tipo debe (como un imperativo), a partir de premisas (enunciados) tipo es (indicativas).

   En un trabajo anterior mostramos que la situación de la ética y el derecho es más grave que la formulada en el problema es-debe, pues los argumentos éticos tienen distintos tipos de premisas a saber: imperativas, presuntivas, vagas, científicas, etc., y no existe manera de llegar a una conclusión y que pueda probarse (por medios lógicos) que sea la correcta, a esto es lo que llamamos el problema es-debe amplificado (León Untiveros, 2014, pág. 5).

2. El segundo problema es *la falacia naturalista*, propuesta por Gorge E. Moore (1903, pp. 12-36), que consiste en el intento de definir los conceptos morales (como “bueno”) en términos naturales o en términos metafísicos. Para Moore los conceptos morales son indefinibles.

3. En tercer lugar está lo que podríamos llamar *el problema de la verdad en la ética*, y que en palabras de Alfred Tarski, en su famosísimo trabajo “The Concept of Truth in Formalized Languages”, señaló que no es posible reconstruir el lenguaje natural a efectos de aplicar el esquema T, pues cae en contradicciones como la

del mentiroso. Por lo tanto, no es posible determinar la verdad de los lenguajes naturales (que son el medio como emitimos nuestros juicios éticos) (Tarski, 1983 [1931], pp. 154-165).

4. En cuatro lugar está *el dilema de Jørgensen*, propuesto en (1938) por el empirista lógico Jørgen Jørgensen, que en uno de sus, así llamados "cuernos", indica que no es posible una lógica de los imperativos puestos que éstos carecen de valor de verdad.

5. En quinto lugar está la cuestión de *la existencia de los hechos morales*. Esto es que si puede afirmarse la existencia de hechos morales en algún sentido, aún cuando no sea necesariamente igual al sentido en que afirmamos la existencia del mundo fáctico. En la disciplina filosófica llamada *meta ética* ha surgido la afirmación de que existen hechos morales (*moral facts*). Por nuestra parte hemos indicado (León Untiveros, 2014) que los hechos morales están planteados en forma semejante a los hechos institucionales (*intitutional facts*) de John Searle (Searle, 1969, p. 50 y ss.). Por estos último se entiende que son actos del habla que tienen tanto un carácter fáctico (como los hechos brutos) como propiamente lingüístico, y que a través de los cuales que las personas modificaban su entorno (por ejemplo, "Juan se casa con Ana", "Pedro y Enrique hacen una apuesta acerca del partido del domingo", "Gina es condenada por hurto", etc.). Tales actos no sólo son lingüísticos sino que son hechos sociales, por lo que tienen un aspecto valorativo a la vez que fáctico.

   Por su parte, los hechos morales no tienen un sustrato lingüístico sino más bien biológico, en especial, evolutivo, son aspectos de nuestra especie que precisamente hacen que seamos como somos y actuemos como actuamos, con fines a nuestra sobrevivencia como especie. Los hechos morales tienen la forma "Es el caso que debe hacerse X", pero la justificación es este enunciado no es convencional ni legal, sino que tiene una estructura biológico evolutiva, y por ello es natural.

   De acuerdo con (León Untiveros, 2014), la existencia o aceptación de los hechos morales tiene interesantes consecuencias. Como por ejemplo, debilitaría la fuerza del problema es-debe o guillotina de Hume. Pues, en caso de aceptarse los hechos morales, ya no cabría alegar la invalidez de una conclusión valorativa a partir de sólo hechos, cuando por lo menos uno de éstos es un hecho moral. En mejores términos, no cabe alegar la invalidez de un argumento cuyas premisas son descriptivas y su conclusión es imperativa, si por lo menos una de dichas premisas hace referencia a un hecho moral. Por otro lado, también se debilitaría la falacia naturalista de George E. Moore, pues conceptos como “bueno” serían analizables y por ende definibles en términos de los hechos morales.

6. En sexto lugar está la cuestión del *significado de los términos morales*. Este problema tiene relación con el dilema de Jørgensen (problema 4), sin embargo no son equivalente, ya que el dilema de Jørgensen es un problema lógico, que presupone un concepto de significado y que afirma que los imperativos no tienen valor de verdad. Este problema, el sexto, se pregunta por el valor semántico de los imperativos, más allá de la verdad.

7. En séptimo lugar, tenemos el problema de *la actuación conforme a una regla*. Este problema fue expuesto por Ludwig Wittgenstein del siguiente modo:

> 201. Nuestra paradoja era ésta: una regla no podía determinar ningún curso de acción porque todo curso de acción puede hacerse concordar con una regla. La respuesta era: Si todo puede hacerse concordar con una regla, entonces todo puede hacerse discordar. De donde no habría concordancia ni desacuerdo (Wittgenstein, 2009, p. 87e).

La cuestión de seguir una regla es de gran importancia, puesto que las reglas jurídicas, morales, lingüísticas, son consideradas guías para la acción suya evaluación se hace con respecto a una regla, a fin de determinar su valor (¿semántico?).Esta cuestión da lugar a otras, como par ejemplo, ¿caben cumplimientos graduales de las reglas? ¿Qué es una acción que cumple en forma parcial una regla? ¿Cuál es el valor semántico de una proposición que dice: “Juan ha cumplido con sus deberes”?

8. El problema de *la medición de los conceptos éticos*. En la aplicación de la ética y el derecho, vemos que las decisiones que las personas toman tiene que ver muchas veces con la imposición de castigos o sanciones por las faltas o infracciones. En tal caso, se requiere que dichos castigos sean "proporcionales" a la gravedad de la infracción. Esto hace surgir la cuestión de la medición en dos lados: uno por el lado de la medición de la infracción, y otro por el lado de la entidad del castigo. De modo que se hagan intersubjetivos los mecanismos de decisión acerca la gravedad de una infracción, y asimismo, los mecanismos de decisión de la entidad (cuantitativa) de la sanción correspondiente.

9. Y, finalmente, tenemos el problema del *razonamiento ético*. ¿Es el razonamiento ético un tipo de razón? ¿La estructura de la razón (en general) es aplicable al razonamiento ético? ¿Es el razonamiento ético un tipo especial de razón distinto a la racionalidad matemática y científica? ¿Cuáles son los aspectos importantes de la racionalidad ética? Este problema, ha sido tratado muchas veces Sin embargo, en la lógica poco o nada ha sido tomado en cuenta así (Hansson S. O., 1988) y (Ausín, 2005).

Estos nueve problemas, están sin duda relacionados con nuestro tema. Es más, nuestro trabajo versa sobre el cuatro problema, en el orden antes planteado. Y el quinto, por ejemplo, muestra las relaciones que existen entre los mismos, sin perjuicio de otras relaciones que pueden encontrarse.