

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
FACULTAD DE EDUCACIÓN
UNIDAD DE POSGRADO

**Importancia del método de resolución de problemas
con ejemplo de la vida diaria en el aprendizaje de
matemática en los estudiantes del nivel I de la
Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015**

TESIS

Para optar el Grado Académico de Doctor en Educación

AUTOR

Francisco Omar Cedeño Loor

ASESOR

Francis Díaz Flores

Lima – Perú

2017

Asesora
Dra. FRANCIS DÍAZ FLORES

DEDICATORIA

A mis padres (+) Armando y Marina, por su acertado ejemplo de formación, A mi esposa Amelia, por su cariño y amor. A mis hijos, Luis y Jennifer, y mis seres queridos que son el pilar fundamental que me llevo a continuar mis estudios y que siempre han estado presente en todos los etapas importantes de mi vida brindándome su apoyo.

AGRADECIMIENTO

A mi Dios por haberme acompañado y guiado a lo largo de mi carrera, por ser mi fortaleza en los momentos de debilidad y por brindarme una vida llena de aprendizajes, experiencias y sobre todo felicidad. A mi tutora de tesis Dra. Francis Díaz por sus acertadas orientaciones, A las autoridades y maestros de la Universidad Mayor de San Marcos. A las autoridades y compañeros maestros de la Universidad técnica de Manabí, mi agradecimiento eterno por el apoyo brindado en este proceso.

INDICE

DEDICATORIA	III
AGRADECIMIENTO	IV
INDICE	V
ÍNDICE DE TABLAS	VIII
ÍNDICE DE GRÁFICOS	X
INDICE DE ANEXOS.....	XI
PROPUESTA PEDAGÓGICA.....	XI
ABSTRACT.....	XII
RESUMEN.....	XIII
INTRODUCCIÓN	XIV
CAPÍTULO I.....	1
1. FUNDAMENTACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	1
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	2
2.1. PROBLEMA GENERAL	4
2.1.1. PROBLEMAS ESPECÍFICOS	5
3. OBJETIVOS	5
3.1 OBJETIVO GENERAL.....	5
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	6
4. JUSTIFICACIÓN O SIGNIFICATIVIDAD.	6
4.1. JUSTIFICACIÓN LEGAL	6
4.2. JUSTIFICACIÓN TEÓRICA	7
4.3. JUSTIFICACIÓN PRÁCTICA.....	7
4.4. ALCANCES Y LIMITACIONES	9
5. FORMULACIÓN DE LA HIPÓTESIS.....	10
5.1 HIPÓTESIS GENERAL	12
5.2 HIPÓTESIS ESPECÍFICAS	12
6. IDENTIFICACIÓN DE LAS VARIABLES.	13
6.1. VARIABLE INDEPENDIENTE.....	13
6.2 VARIABLE DEPENDIENTE	13
7. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	14
7.1. OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES.....	14
7.2. VARIABLE INDEPENDIENTE.....	14
7.3. VARIABLE DEPENDIENTE	17

7.4. TIPIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.....	19
7.5. DISEÑO DE INVESTIGACIÓN.....	20
7.6. ESTRATEGIAS PARA LA PRUEBA DE HIPÓTESIS.....	21
7.7. POBLACIÓN Y MUESTRA.....	22
7.8. INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS.....	23
7.9. VALIDEZ DEL INSTRUMENTO.....	24
7.10. CONFIABILIDAD DEL INSTRUMENTO.....	24
8. GLOSARIO DE TÉRMINOS.....	27
CAPITULO II: MARCO TEÓRICO.....	29
1. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN.....	29
2. BASES TEÓRICAS.....	38
2.1. EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	38
2.2. CONCEPTOS.....	42
2.3. IMPORTANCIA DEL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMA.....	49
2.4. IDENTIFICACIÓN DE UN PROBLEMA.....	50
2.5. CLASIFICACIÓN DE PROBLEMAS.....	52
2.4. FACTORES QUE INTERVIENEN EN EL PROCESO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	58
2.5. ESTRATEGIAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	60
2.6. MÉTODO PARA RESOLVER PROBLEMAS.....	67
2.7. RESOLVER PROBLEMA.....	74
2.8. EVALUACIÓN EN EL METODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMA.....	88
2.9. VENTAJAS EN EL METODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMA.....	89
2.10. APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA.....	90
2.11. NIVELES DE APRENDIZAJES.....	95
2.12. DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA.....	102
2.13. COMPRENSIÓN DE LA MATEMÁTICA.....	105
2.14. APRENDIZAJE DEL LENGUAJE ALGEBRAICO.....	106
2.15. APRENDIZAJE DE ECUACIONES LINEALES.....	108
2.16. APRENDIZAJE DE ECUACIONES CUADRATICAS.....	111
CAPITULO III: ESTUDIO EMPÍRICO.....	115
1. PRESENTACIÓN, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN.....	115
1.1. PRESENTACIÓN, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS DATOS DE LA VARIABLE DEPENDIENTE:.....	120
1.2. PRESENTACIÓN, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS DATOS DE LA VARIABLE INDEPENDIENTE:.....	130

2. PROCESO DE PRUEBA DE HIPÓTESIS	134
2.1. PRUEBA DE HIPÓTESIS GENERAL	134
2.2. PRUEBA DE HIPÓTESIS ESPECÍFICAS	136
3. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS	144
CONCLUSIONES	146
RECOMENDACIONES	148
BIBLIOGRAFÍA	149
VI ANEXOS	156
ANEXO N° 14. PROPUESTA PEDAGÓGICA.....	173

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA N° 01	OPERACIONALIZACIÓN DE LA VARIABLE DEPENDIENTE	16
TABLA N° 02	OPERACIONALIZACIÓN DE LA VARIABLE INDEPENDIENTE	18
TABLA N° 03	POBLACIÓN ESTUDIADA	22
TABLA N° 04	VALIDEZ DEL INSTRUMENTO	24
TABLA N° 05	ALFA DE CRONBACH	26
TABLA N° 06	RESULTADOS DEL PRE-TEST Y POS-TEST	116
TABLA N° 07	FRECUENCIA DE LA VARIABLE APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA PRE-TEST GRUPO CONTROL	120
TABLA N° 08	FRECUENCIAS DE LA VARIABLE APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA PRE-TEST GRUPO EXPERIMENTAL	121
TABLA N° 09	FRECUENCIAS DE LA VARIABLE APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA POS-TEST GRUPO CONTROL	122
TABLA N° 10	FRECUENCIA DE LA VARIABLE APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA POS-TEST GRUPO EXPERIMENTAL	123
TABLA N°11	FRECUENCIAS DE LA DIMENSIÓN LENGUAJE ALGEBRAICO PRE-TEST GRUPO EXPERIMENTAL	124
TABLA N°12	FRECUENCIAS DE LA DIMENSIÓN LENGUAJE ALGEBRAICO POS-TEST GRUPO EXPERIMENTAL	125
TABLA N° 13	FRECUENCIAS DIMENSIÓN ECUACIONES LINEALES PRE-TEST GRUPO EXPERIMENTAL	126
TABLA N°14	FRECUENCIAS DIMENSIÓN ECUACIONES LINEALES POS-TEST GRUPO EXPERIMENTAL	127
TABLA N°15	FRECUENCIAS DE LA DIMENSIÓN ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO PRE-TEST GRUPO EXPERIMENTAL	128
TABLA N°16	FRECUENCIAS DE LA DIMENSIÓN ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO POS-TEST GRUPO EXPERIMENTAL	129
TABLA N°17	FRECUENCIA DE LA VARIABLE. EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	130
TABLA N°18	FRECUENCIA DE LA DIMENSIÓN COMPRENSIÓN DEL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.	131
TABLA N°19	FRECUENCIA DE LA DIMENSIÓN APLICACIÓN DEL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.	132
TABLA N°20	FRECUENCIA DE LA DIMENSIÓN MOTIVACIÓN EN EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.	133

TABLA N°:21	DIFERENCIA DE MEDIAS DE LA HIPÓTESIS GENERAL	135
TABLA N° 22	SIGNIFICANCIA BILATERAL DE LA HIPÓTESIS GENERAL	135
TABLA N° 23	DIFERENCIA DE MEDIAS DE LA HIPÓTESIS ESPECÍFICA 1	136
TABLA N° 24	SIGNIFICANCIA BILATERAL DE LA HIPÓTESIS ESPECÍFICA 1	137
TABLA N° 25	DIFERENCIA DE MEDIAS DE LA HIPÓTESIS ESPECÍFICA 2	138
TABLA N° 26	SIGNIFICANCIA BILATERAL DE LA HIPÓTESIS ESPECÍFICA 2	139
TABLA N° 27	DIFERENCIA DE MEDIAS DE LA HIPÓTESIS ESPECÍFICA 3	140
TABLA N° 28	SIGNIFICANCIA BILATERAL DE LA HIPÓTESIS ESPECÍFICA 3	141
TABLA N° 29	ESTADÍSTICOS DE GRUPO	142
TABLA N° 30	PRUEBA DE MUESTRAS INDEPENDIENTES	142

ÍNDICE DE GRÁFICOS

GRÁFICO N°01	POBLACIÓN Y MUESTRA	22
GRÁFICO N° 02	RESULTADOS DEL PRE-TEST Y POS-TEST	119
GRÁFICO N°03	PORCENTAJES APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA DEL PRE-TEST GRUPO CONTROL	120
GRÁFICO N° 04	PORCENTAJES DE LA VARIABLE APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA DEL PRE-TEST GRUPO EXPERIMENTAL	121
GRÁFICO N° 05	PORCENTAJES DE LA VARIABLE APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA POS-TEST GRUPO CONTROL	122
GRÁFICO N° 06	PORCENTAJES DE LA VARIABLE APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA POS-TEST GRUPO EXPERIMENTAL	123
GRÁFICO N° 07	PORCENTAJES DE LA DIMENSIÓN LENGUAJE ALGEBRAICO PRE-TEST GRUPO EXPERIMENTAL	124
GRÁFICO N° 08	PORCENTAJES DE LA DIMENSIÓN LENGUAJE ALGEBRAICO POS-TEST GRUPO EXPERIMENTAL	125
GRÁFICO N° 09	PORCENTAJES DE LA DIMENSIÓN ECUACIONES LINEALES PRE-TEST GRUPO EXPERIMENTAL	126
GRÁFICO N° 10	PORCENTAJES DE LA DIMENSIÓN ECUACIONES LINEALES POS-TEST GRUPO EXPERIMENTAL	127
GRÁFICO N° 11	PORCENTAJES DE LA DIMENSIÓN ECUACIONES DE SEGUNDOGRADO PRE-TEST GRUPO EXPERIMENTAL	128
GRÁFICO N° 12	PORCENTAJES DE LA DIMENSIÓN ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO POS-TEST GRUPO EXPERIMENTAL	129
GRÁFICO N° 13	PORCENTAJE DE LA VARIABLE. EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.	130
GRÁFICO N° 14	PORCENTAJE DE LA DIMENSIÓN COMPRENSIÓN DEL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.	131
GRÁFICO N° 15	PORCENTAJE DE LA DIMENSIÓN APLICACIÓN DEL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.	132
GRÁFICO N° 16	PORCENTAJE DE LA DIMENSIÓN MOTIVACIÓN EN EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	133
GRÁFICO N° 17	MEDIA PRE-TEST	142
GRÁFICO N° 18	MEDIA POS-TEST	142

INDICE DE ANEXOS

ANEXO N° 01	MATRIZ DE PROBLEMATIZACIÓN	157
ANEXO N° 02	MATRIZ DE CONSISTENCIA	158
ANEXO N° 03	PRE-TEST	160
ANEXO N° 04	POS-TEST	162
ANEXO N° 05	VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS: DR. ÉDGAR DAMIÁN NÚÑEZ	164
ANEXO N° 06	VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS: DR. ÉDGAR DAMIÁN NÚÑEZ	165
ANEXO N° 07	VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS: DR. ÉDGAR DAMIÁN NÚÑEZ	166
ANEXO N° 08	VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS: DR. ELÍAS MEJÍA MEJÍA	167
ANEXO N° 09	VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS: DR. ELÍAS MEJÍA MEJÍA	168
ANEXO N° 10	VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS: DR. ELÍAS MEJÍA MEJÍA	169
ANEXO N° 11	VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS: DRA. PANDO EZCURRA TAMARA	170
ANEXO N° 12	VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS: DRA. PANDO EZCURRA TAMARA	171
ANEXO N° 13	VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS: DRA. PANDO EZCURRA TAMARA	172
ANEXO N° 14.	PROPUESTA PEDAGÓGICA	173

ABSTRACT

The connection between Mathematics and the reality is made through contextualized problems solutions around our lives. This research treats the importance of the problem solution method with real life example in the Mathematics learning. The objective is the learning of the algebraic language in order to solve problems of linear and quadratic equations in students from first level of the Technical University of Manabi. This is a quantitative study and it was made over the application of a pre-test with practical exercises to the control and experimental group before the training. The training to the experimental group was distributing in some stages and was based in the Polya's heuristic method and after that it was applied a knowledge test or post-test. The sample was formed by 113 students from the control and the experimental group. The analysis of the results probe that the application of the problem solution method with real life examples improve the Mathematics learning in a coherent way thanks to the students' interaction with the human activities so they can practice through a relationship between the Mathematics and their own context.

Palabras clave: heuristic method of Polya, mathematical problem solving method, mathematical learning, algebraic language.

RESUMEN

La conexión entre las matemáticas y la realidad que nos rodea se ejecuta por medio de actividades de la resolución de problemas contextualizados en nuestro entorno de vida. La presente investigación aborda la importancia del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria en el aprendizaje de matemática, teniendo como objetivo el aprendizaje del lenguaje algebraicos, para poder resolver problemas de ecuaciones lineales y cuadráticas, con los estudiantes del nivel I de la universidad técnica de Manabí, esta investigación se enmarcar como un estudio cuantitativo. Se elaboró un pre-test con ejercicios prácticos el cual se lo aplico antes de la capacitación al grupo control y al grupo experimental, Se elaboró capacitaciones distribuidas por etapas al grupo experimental, tomando como base la teoría del método heurístico de Polya. Seguidamente se aplicó una prueba de conocimiento que la llamamos pos-test., se contó con una muestra de 113 estudiantes tanto para el grupo experimental como para el grupo control, analizados los resultados se evidencia que la aplicación del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria ayuda significativamente el aprendizaje de Matemática de forma coherente, por lo que el estudiante interactúa con el quehacer humano, a tal punto de poner en práctica, relacionando el aprendizaje de la matemática con su contexto.

Palabras clave: método heurístico de Polya, método resolución de problemas matemáticos, aprendizaje de matemática, lenguaje algebraico.

INTRODUCCIÓN

Todas las sociedades del mundo durante miles de años descubrieron que existía una disciplina que les permitía acceder más que las demás a ciertos entendimientos sobre la realidad subyacente del mundo físico. La resolución de problemas es inherente a la propia existencia del hombre, ya que busca encontrar soluciones a diversas situaciones en la vida cotidiana. El planteamiento y la resolución de problemas es uno de los objetivos prioritarios de la Matemática. La resolución de problemas es un tema central en la construcción del conocimiento matemático y constituye una actividad cognitiva básica, que ha sido reconocida como esencial por la teoría y la práctica educativa.

Las administraciones educativas en todo el mundo plasman en sus diseños curriculares la conveniencia de darle un peso importante al desafío por parte de los estudiantes a problemas y situaciones problemáticas, con la intención de servir de instrumentos de organización del conocimiento y de preparación para el abordaje cada vez más autónomo de las situaciones cotidianas. Tal como lo establece (Ministerio de Educación: actualización y fortalecimiento curricular de la educación básica 2010) en Los ejes curriculares máximos, correspondientes al área de matemática donde establece desarrollar el pensamiento lógico y crítico para interpretar y solucionar problemas de la vida

La dimensión epistemológica del diseño curricular; es decir, el proceso de construcción de conocimiento se orienta al desarrollo de un pensamiento y modo de actuar lógico, crítico y creativo, en la concreción de los objetivos educativos con su sistema de destrezas y conocimientos, a través del enfrentamiento a situaciones y problemas reales de la vida y de métodos participativos de aprendizaje, para conducir al estudiantado a alcanzar los logros de desempeño que demanda el perfil de salida de la Educación Básica, queriendo lograr lo que establece (Sanchez, 2004) “el conocimiento no puede ser transferido desde la cabeza de un profesor a la cabeza de los estudiantes”

Considerando la importancia de esta temática dentro del currículo escolar, el presente trabajo se establece como un estudio cuantitativo, ya que va a establecer el nivel de Incidencia del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, en el aprendizaje de Matemática en los estudiantes del nivel I del departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí. El grado de complejidad y dificultad implicadas en la resolución de problemas puede variar enormemente dependiendo tanto de las características de la tarea comprometida, como del conocimiento de la persona que resuelve. La resolución de problemas involucra como mínimo procesos de percepción, atención, memoria y razonamiento, los cuales constituyen en sí mismos problemas actuales para la Psicología Cognitiva.

Es por ello, que se considera importante elaborar un programa de capacitación orientado a mejorar la capacidad de los estudiantes, en varios aspectos especialmente en el área de matemática, la investigación se divide en los siguientes capítulos. En el primer capítulo, se plantea, la fundamentación del problema, y los respectivos objetivos de investigación con sus hipótesis respectivas, también se presenta la justificación del estudio tanto teórico, legal y práctico, así también se presentan los alcances y limitaciones. En el segundo capítulo, se presenta la búsqueda de información teórica, donde incluye los antecedentes que fundamentan la investigación, así también los fundamentos teóricos práctico de lo investigado. En el tercer capítulo se presenta la metodología utilizada, la cual fundamenta las pruebas de hipótesis que se elaboró, para llegar a las conclusiones establecidas.

Considero que los resultados obtenidos en esta investigación aportarán significativamente en esta institución educativa y a la comunidad educativa; puesto que se evidencia que la aplicación del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria ayuda significativamente el aprendizaje de Matemática de forma coherente, por lo que el estudiante interactúa con el quehacer humano, a tal punto de poner en práctica, relacionando el aprendizaje de la matemática con su contexto.

CAPÍTULO I

1. FUNDAMENTACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

La educación ecuatoriana está basada en el Sumak Kawsay, y así también la planificación curricular está sustentada en el buen vivir, esta interacción educación y buen vivir tiene que conjugarse de tal manera que sea el componente esencial capaz de asegurar que las juventudes se estén capacitando para los retos que consigo trae la modernización actual con todos sus componentes y exigencias, permitiendo desarrollar capacidades y habilidades las cuales serán determinantes al momento de formar sociedades del buen vivir. Así como lo establece la Unesco.

Hay que plantear una educación de calidad que abarque los conocimientos de base, valores, comportamientos y habilidades que correspondan a las necesidades de la vida actual. Lo anterior implica extender la convicción de que todos pueden aprender esta ciencia y asumir el compromiso de una enseñanza que los habilite a avanzar desarrollando sus potencialidades y los prepare para enfrentar los escenarios cada vez más complejos y cambiantes que los interpelarán. (Bronzina, Chemello, & Agrasar, 2009 , pág. 33)

Uno de los problemas que atraviesa actualmente el Ecuador en la formación de su juventud, es la dificultad en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas. Para (Camera, 2009) "En el ámbito mundial es reconocida la problemática que enfrenta los estudiantes de todos los niveles educativos con el aprendizaje de la matemática, asignatura que, en general, no es de su agrado" Pág.16.

La mayoría de los profesores en el nivel secundario y superior enseñan la matemática de una forma rutinaria, expositiva y tediosa; no aplican métodos, técnicas y estrategias de aprendizaje, y aún siguen en el modelo tradicionalista, no se preocupan por su capacitación e innovación en sus

formas de enseñar, todo esto repercute en el aprendizaje de los alumnos porque se observa que, un alto porcentaje tienen bajo nivel de aprendizaje en la asignatura de matemática,

Este rendimiento se ve reflejado en los resultados que presenta la (Unesco, 2015), en el Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE) que se realizó en el 2006, en la cual el Ecuador obtuvo bajo desempeño en comprensión lectora y matemática, pero en el tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE) que se realizó en el 2013, el país logra conseguir el puntaje estándar (la media) de la región, obteniendo una mejora significativa comparando ambos resultados. Para el caso de los estudiantes de cuarto de básica en Matemáticas obtuvieron 524 puntos, en la cual hay una mejora en el rendimiento de 51 puntos, con relación al año 2006 que fue de 473 puntos. Para el caso de los estudiantes de séptimo los puntajes en el 2006 de Matemáticas fueron de 460 ahora son de 513. Para el caso de las pruebas de ingreso a las universidades, (ENES) Examen Nacional para la Educación Superior, donde se observa que la gran mayoría de postulantes están con baja calificación en la prueba de actitud de lógica numérica datos proporcionados por el responsable del Centro de promoción apoyo al ingreso (CPAI).

Así también la tendencia de las calificaciones de los estudiantes ecuatorianos de tercero de básica en las asignaturas de lenguaje comunicación y matemática desde 1996 hasta 2007 del resultado nacional según el régimen educativo (Costa – Sierra), no presentan una evolución positiva en la última década. A nivel nacional, las calificaciones no sobrepasan el 50 por ciento de respuestas contestadas correctamente para Lenguaje y el 40 por ciento para Matemática (Ministerio de Educación S. N.-2., 2010)

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Las autoridades Educativas tanto del magisterio Ecuatoriano como también en la Universidad técnica de Manabí, están dando grandes pasos en la actualización y preparación de los Docentes tanto en didáctica, métodos,

técnicas y tecnologías educativas, la presente investigación trata de aportar a que los estudiantes del departamento de Matemáticas y Estadísticas puedan lograr aumentar sus capacidades de razonamiento, criticidad, ya que este tema propuesto no solamente involucra a la Matemática si no a todas las materias que componen el currículo, ya que de una u otra forma este método de resolución de problemas se lo podrá aplicar y ejemplificar con muchas de la vivencia diarias.

Esta propuesta es necesaria para que los futuros profesionales en formación como son los estudiantes de la Universidad Técnica de Manabí del departamento de Matemáticas y Estadísticas, den un cambio significativo en aprendizaje de las ciencias exactas, capaces de que los estudiantes se identifiquen con ella y dejen el temor que siempre ha caracterizado a estas materias, al resolver problemas se aprende a matematizar, lo que es uno de los objetivos básicos para la formación de los futuros profesionales aumentar su capacidad de confianza tornándose más creativos e investigador, explorar un problema significa procurar soluciones alternativas, desde diferentes puntos de vista y así un mismo problema puede tener varias resoluciones o también puede ser resuelto por un método heurístico sin contar con conocimientos de matemática.

El mayor aporte que nos puede brindar el método de resolución de problemas es el interés, la motivación de los Estudiantes que les provoca poder plantear un problema en forma diferente, y lograr la curiosidad que desencadena su resolución, con todos estos antecedentes se plantea la siguiente.

El problema que aquí se abordará sustentado en el paradigma positivista, es la relativa a la formación de los estudiantes Universitarios en darles los conocimientos necesarios para que ellos como futuro profesionales tengan la suficientes destrezas y habilidades, y sean los que apliquen metodologías capaces de hacer que la enseñanza de la Matemática sea

divertida y dinámica, como nos indica (Polya, 1989, pág. 27) “ El profesor que desee desarrollar en sus alumnos la aptitud para resolver problemas, debe hacerles interesarse en ellos y darles el mayor número posible de ocasiones de imitación y practica”

“La comunicación no conlleva comprensión. La información, si es bien transmitida y comprendida, conlleva inteligibilidad, primera condición necesaria para la comprensión, pero no suficiente”. (Morin, 1999, pág. 31). La aplicación del método de resolución de problemas de matemática en la formación de los estudiantes Universitarios, busca darles las herramientas con las que ellos sean capaces de aplicarlo ya en sus trabajos y lograr el cambio significativo en la formación de la niñez y juventud Ecuatoriana, y se logre hacer que el estudiante piense productivamente y desarrolle su razonamiento así como lo indica (Noone, 2005, pág. 26) “Sin un entendimiento de las condiciones de creatividad, inspiración, cuestionamiento, visualización mental, asociación, analogía, fantasía, relajación, interpretación de papeles o reflexión del salto de cuantía, el que pretenda resolver un problema excavará en el polvo y jamás encontrará oro”

Se plantea aplicar un enfoque cuantitativo ya que los datos obtenidos son susceptibles de cuantificar y hacer el análisis estadístico el cual determinará la importancia del método de resolución de problemas en el aprendizaje de matemática, datos que se obtendrán luego de aplicado un programa de capacitación a estudiantes del primer nivel de matemáticas, a los cuales se los denominara grupo experimental. Ante todos estos aportes el investigador se plantea la siguiente interrogante general y así también sub interrogantes desagregadas del problema general, quedando enunciadas de la siguiente forma.

2.1. PROBLEMA GENERAL

¿Cómo incide la aplicación del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, en el aprendizaje de Matemática en los estudiantes

del nivel I del departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015?

También se plantean los sub problemas los cuales nos ayudaran a la consecución de este proyecto.

2.1.1. PROBLEMAS ESPECÍFICOS

- a. ¿Cuál es el grado de incidencia del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, en el aprendizaje del lenguaje algebraico en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015?
- b. ¿Cuál es el grado de incidencia del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, en el aprendizaje de ecuaciones lineales en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015?
- c. ¿Cuál es el grado de incidencia del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, en el aprendizaje de ecuaciones de segundo grado en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015?

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL.

Establecer el nivel de incidencia de la aplicación del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, en el aprendizaje de Matemática en los estudiantes del nivel I del departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

- a. Establecer la incidencia del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, en el aprendizaje del lenguaje algebraico en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015
- b. Diagnosticar la incidencia del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, en el aprendizaje de ecuaciones lineales en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015
- c. Investigar la incidencia del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, en el aprendizaje de ecuaciones de segundo grado en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015

4. JUSTIFICACIÓN O SIGNIFICATIVIDAD.

La presente investigación tiene su justificación en los siguientes aspectos

4.1. JUSTIFICACIÓN LEGAL

El presente trabajo de investigación está conforme al D.S. y de acuerdo al reglamento de la Universidad Mayor de San Marcos, Facultad de Educación y Unidad de Pos Grado.

La misma que es refrendado por la ley general de Educación N° 28044 y la ley del Profesorado N° 24029 y su modificatoria N° 25212 y el reglamento de Titulación de UMSM.

Se justifica también en las leyes ecuatorianas, sustentada en la constitución y en el reglamento del CES, donde establece lo siguiente.

Que la Educación Superior tiene como fines ser de carácter humanista, cultural y científica, constituyéndose como un derecho de las personas y un bien público social que de conformidad con la Constitución de la Republica, responderá al interés público y no estará al servicio de intereses individuales y corporativos.

Así también en el cumplimiento en lo que se refiere a.

Art.- 27.- Obtención de doctorado (PhD o su equivalente) para el ejercicio de la docencia.- El requisito de tener título de posgrado correspondiente a doctorado (PhD o su equivalente) en el área afín en que se ejercerá la catedra para ser profesor titular principal, deberá ser obtenido en una de las universidades con reconocimiento internacional establecida en un listado específico elaborado por la SENESCYT.

4.2. JUSTIFICACIÓN TEÓRICA

En relación a lo teórico, su propósito es que sirva como referencia para nuevas investigaciones, permitiéndoles a otros investigadores profundizar en la aplicación del método de resolución de problemas para mejorar el aprendizaje de matemática, está centrado en la regulación del proceso de aprendizaje de acorde a las lineamientos de la política actual de educación, basado en el paradigma constructivista a donde la realidad es construida mentalmente por los individuos y que el conocimiento se construye mediante la interacción con otros y con los objetos circundantes, que propugna el aprendizaje significativo, teniendo como eje principal el aprendizaje de los estudiantes, es decir que con el método de resolución de problemas los estudiantes podrán tener una herramienta metodológica capaz de poderles brindar facilidades al momento de aprender matemáticas.

4.3. JUSTIFICACIÓN PRÁCTICA

Se fundamenta en (Ministerio de Educación, 2010, pág. 10) “El currículo propone la ejecución de actividades extraídas de situaciones y problemas de la vida y el empleo de métodos participativos de aprendizaje, para ayudar al

estudiantado a alcanzar los logros de desempeño que propone el perfil de salida de la Educación General Básica”

El aprendizaje matemático permite la adquisición de habilidades para aplicar con precisión y rigor los conocimientos y el razonamiento lógico matemático en la descripción, representación y predicción de la realidad y en la resolución de problemas de la vida diaria, es por esta razón que es imprescindible la consecución de competencias matemáticas que le ayuden a resolver problemas cotidianos y estar preparado para las altas exigencias de la sociedad actual así nos manifiesta (Sánchez, 2001, pág. 39) “En matemáticas, la adquisición conceptual de un objeto pasa necesariamente a través de la adquisición de una o más representaciones semióticas”. Aun siendo tan necesaria e importante esta disciplina muchos estudiantes durante su formación académica desarrollan actitudes negativas hacia el estudio de la matemática, en algunos casos un auténtico aborrecimiento y rechazo hacia esta disciplina, aun en la actualidad la enseñanza de matemática tiene muchas dificultades, siendo una de las principales el poco éxito que tienen los educandos en el abordaje y resolución de problemas, y por estas razones ha llevado a dirigir la mirada hacia el proceso de enseñanza del método de resolución de problemas, el cual le permite explorar nuevas propuestas y permite hacer representaciones por medio de signos, capaces de despertar el interés y el deseo de encontrar una respuesta adecuada a lo ya planteado.

Un gran estímulo para la inclusión de la Resolución de Problemas en el currículo: la creación de los Estándares Curriculares por el Consejo Nacional de Profesores de Matemática de los Estados Unidos, (asumidos en su esencia por otros países). En el libro del año 1980, dedicado a la Resolución de Problemas, se afirma que este es el objetivo fundamental de la enseñanza de la Matemática, y se propone para el desarrollo curricular de la misma en la próxima década, la consideración de la Resolución de Problemas como eje central del currículo.

En la década de los 80, se destacan los trabajos del profesor Allan Schoenfeld, quien estudia y critica el método heurístico de G. Polya,

perfeccionándolo en buena medida, al derivar sub estrategias más asequibles al trabajo con los estudiantes. Este autor, que ha develado cuatro categorías del conocimiento y comportamiento necesarias para caracterizar adecuadamente las formas de solucionar problemas, publica en 1985 su obra más importante, “Mathematical Problem Solving”.

En los años 90 la Resolución de Problemas ha pasado a ser tema central de debate en Congresos, Simposios y reuniones entre educadores matemáticos; aparece continuamente en artículos, memorias y libros relacionados con el tema; es el motivo de un trabajo sistemático para la puesta en marcha y desarrollo de proyectos y centros de investigación en muchos países, llegando a constituirse casi en una disciplina autónoma dentro de la Educación Matemática.

La presente investigación se justifica en la indagación de las bases teóricas de diferentes autores capaces de sustentar de manera objetiva y práctica todos los enunciados, para aportar en la enseñanza-aprendizaje de los educandos dándole la oportunidad de absorber de manera didáctica el aprendizaje de esta materia y capas que sirva de consultas en otros trabajos de investigación. Así también se justifica en la necesidad de contar con una investigación que de las pautas necesarias para fortalecer la práctica pedagógica.

4.4. ALCANCES Y LIMITACIONES

De acuerdo a las características e importancia del trabajo de investigación, es necesario mencionar y destacar un apartado realmente importante como es los alcances y limitaciones que se presentaron para cumplir con éxito este trabajo de investigación. Entre los alcances podemos mencionar que se pretende establecer el nivel de Incidencia del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, en el aprendizaje de Matemática en los estudiantes del nivel del departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí.

La presente investigación pretende ser validada en el ámbito de la educación superior principalmente en los estudiantes de matemática de la Universidad Técnica de Manabí. Se plantean los siguientes aspectos;

- a. El estudio está centrado en el análisis de la importancia del método de resolución de problemas con el aprendizaje de matemática
- b. Los resultados se generalizarán para estudiantes de educación superior
- c. Se trata de confirmar la incidencia del método en el aprendizaje de lenguaje algebraico.
- d. Se trata de confirmar la incidencia del método, en el aprendizaje de ecuaciones lineales.
- e. Se trata de confirmar la incidencia del método, en el aprendizaje ecuaciones de segundo grado.

En este trabajo de investigación se presentaron las siguientes limitaciones

- Limitación económica. Para realizar una buena investigación, se necesita hacer gastos en libros, copias, hojas, uso de Internet, y muchos más, que suman una cantidad económica considerable. La elaboración cuidadosa del presupuesto personal, permitió planificar los gastos de los materiales, recursos humanos y otros, evitando compras o actividades innecesarias, con lo cual, de alguna manera, se pudo minimizar el impacto económico y manejar la situación.
- El tiempo disponible fue otro factor que atentó contra la realización de esta investigación. Por razones profesionales y laborales, no se dispuso del tiempo suficiente. De alguna manera, esta situación fue manejada con la planificación del tiempo disponible, que permitió culminar la tesis en un tiempo razonable.

5. FORMULACIÓN DE LA HIPÓTESIS

En el trabajo de investigación no siempre los resultados esperados coinciden con los resultados reales. Debe de entenderse que la realidad es una entidad viva y tiene voz propia y la riqueza de una investigación científica esta precisamente en mostrar la realidad tal como es, no en validar una

hipótesis. Por tanto, en las Ciencias Sociales y Humanas la hipótesis es simplemente una estimación de los efectos que creemos se producirán con nuestra intervención. Esto nos lo ilustra el Dr. (Mejía, 2008) donde considera que “con la formulación de la hipótesis se pone en marcha, realmente, el proceso de investigación” Pág. 26. Para (Cabanillas, 2013) considera que las “Hipótesis son producidas y formuladas mediante un razonamiento inductivo o deductivo”Pág.72

Esta investigación se inscribe en un análisis de estudio de la facultad: los actores universitarios y los docentes de la misma, en las cuales se enmarcan y definen los problemas de investigación. Se trata de una delimitación del objeto de estudio que no desconoce la existencia de múltiples entrecruzamientos. Por el contrario, pretende recuperar la especificidad de los interrogantes planteados así como las diferentes perspectivas de abordaje, facilitando el intercambio y la discusión de bibliografía, teorías, metodologías y técnicas de recolección de datos entre los integrantes.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, planteamos la siguiente:

La formulación de la hipótesis tenemos que tomar en cuenta muchos aspectos que no podemos dejar sueltos, para esto me sirvió de guía los aportes del Dr. (Mejía, 2008, pág. 26) donde indica que la formulación de la hipótesis debe de contener los siguientes elementos.

- A. La variable de estudio. Una o más variables independientes que se asocien con una variable dependiente.
- B. El elemento relacional. Es el nexo lógico gramatical que permite vincular las variables propuestas.
- C. La población de estudio. Son los sujetos que serán objeto de estudio.
- D. El ámbito de referencia. Es el escenario en el que se realizará la investigación.

Teniendo en cuenta estas sugerencias se establecen las siguientes interrogantes

5.1 HIPÓTESIS GENERAL

HG1. La aplicación del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, es un factor que influye significativamente en el aprendizaje de Matemática en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015.

HG0. La aplicación del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, no influye significativamente en el aprendizaje de Matemática en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015.

5.2 HIPÓTESIS ESPECÍFICAS

Hipótesis alterna 1

H3. El método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, mejora el aprendizaje del lenguaje algebraico en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015?

H0. El método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, no mejora el aprendizaje del lenguaje algebraico en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015?

Hipótesis alterna 2

H1. El método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, mejora el aprendizaje de ecuaciones lineales en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015?

H0. El método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, no mejora el aprendizaje de ecuaciones lineales en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015?

Hipótesis alterna 3

H2. El método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, mejora el aprendizaje de ecuaciones de segundo grado en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015?

H0. El método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, no mejora el aprendizaje de ecuaciones de segundo grado en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015?

6. IDENTIFICACIÓN DE LAS VARIABLES.

Las variables son susceptibles de tener uno o más valores. Para (Mejía, 2008) considera que “el concepto de variable es uno de los más importantes y de mayor aplicación en la investigación científica” es necesario tener claro este apartado para de acuerdo a ella poder determinar las características del problema, hipótesis. Las variables se identifican y clasifican para este trabajo en los siguientes términos:

6.1. VARIABLE INDEPENDIENTE.

Método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria.

- | | |
|---|--------------|
| a) Por su naturaleza | Activa |
| b) Por el método de estudio | Cuantitativa |
| c) Por la posición de la característica | Continua |
| d) Por los valores que adquiere | Politomia |

6.2 VARIABLE DEPENDIENTE

Aprendizaje de Matemática

- | | |
|----------------------|------------|
| a) Por su Naturaleza | Atributiva |
|----------------------|------------|

b) Por el método de estudio	Cuantitativa
c) Por la posición de la característica	Continua
d) Por los valores que adquiere	Politomia

7. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

7.1. OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES

Lo podemos definir como un proceso metodológico que consiste en descomponer deductivamente las variables que componen el problema de investigación, y a la vez la podemos descomponer en dimensiones, áreas, aspectos, indicadores, índices, subíndices, ítems. Para (Barrientos, 2013) considera que la operacionalización de las variables “Es el procedimiento de pasar de variables generales a las intermedias y de ellas a los indicadores”. Pág. 83 Así también para (Cabanillas, 2013)

Considera que el proceso de operacionalización de variables implica varios pasos que se dan en forma secuencial, el primer paso consiste en la definición teórica del concepto o variable, (...). Segundo paso consiste en la definición operacional de la variable, que se concreta con en la descomposición de esta en aspectos más particulares o específicos como son las subvariables o dimensiones, (...). Y luego los indicadores. Pág. 76

También se tomó como base las aportaciones de (Campana, 2009) donde la operacionalización de la variable la descompone en, definición conceptual, dimensiones, indicadores. Pág. 105

7.2. VARIABLE INDEPENDIENTE

El método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria

Definición conceptual: Es un proceso en la cual el resolutor debe de identificar y comprender lo que el enunciado le está solicitando, iniciando con el proceso de pasar los términos del problema a un lenguaje algebraico, donde se pueda dar diferentes formas de plantear y llegar a una solución acertada, la cual satisfaga a la incógnita planteada.

Dimensiones: Se van a considera los siguientes aspectos

- Ejercicios de reconocimiento
- Ejercicios algorítmicos
- Problemas de aplicación
- Problemas de investigación
- Situaciones problemáticas

TABLA N° 01: Operacionalización de la Variable Independiente

VARIABLE INDEPENDIENTE	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIONES	INDICADORES	SESIONES	CRONOGRAMA	INSTRUMENTO
El método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria	Según (Polya, 1989, pág. 5) Define el método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, como un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento.	Según Butts(1980) Categoriza a el método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, en 5 tipos de problemas. *Ejercicios de reconocimiento *Ejercicios algorítmicos *Problemas de aplicación *Problemas de investigación *Situaciones problemáticas	Ejercicios de reconocimiento	Reconocer o recordar un factor específico.	Sesión 1	Setiembre Octubre	Encuesta
				Reconocimiento de operaciones o propiedades matemáticas	Sesión 2		
				Reconocer términos para resolver problemas	Sesión 3		
			Ejercicios algorítmicos	Problemas con operaciones básicas	Sesión 4	Noviembre	
				Problemas con operaciones básicas	Sesión 5		
				Problemas con operaciones básicas	Sesión 6		
			Problemas de aplicación	Relaciones a símbolos matemáticos	Sesión 7	Diciembre	
				Realizar las operaciones oportunas	Sesión 8		
				Realizar las operaciones oportunas	Sesión 9		
			Problemas de investigación	Comprobación de proposiciones	Sesión 10	Enero Febrero	
				Pruebas de conjeturas	Sesión 11		
				Demostración de teoremas	Sesión 12		
			Situaciones problemáticas	Problemas combinados	Sesión 13		
				Problemas combinados	Sesión 14		
				Problemas combinados	Sesión 15		

7.3. VARIABLE DEPENDIENTE

Aprendizaje de las matemáticas I

Definición conceptual: Es poder dar una solución o una respuesta coherente, con criterio y fundamentos, a un determinado problema, y que estos conocimientos podamos ponerlos en práctica en el desarrollo de actividades cotidianas.

Dimensiones:

Se van a considera los siguientes aspectos

Lenguaje algebraico

Ecuaciones lineales

Ecuaciones de segundo grado

Indicador

- Calificación vigesimal (81-100) Sobresaliente
- Calificación vigesimal (61-80) Muy bueno
- Calificación vigesimal (41-60) Bueno
- Calificación vigesimal (21-40) Regular
- Calificación vigesimal (0-20) Malo

TABLA N° 02: Operacionalización de la Variable Dependiente

VARIABLE INDEPENDIENTE	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIONES	INDICADORES	ITEMS	VALORACIÓN ÍNDICE	INSTRUMENTO
Aprendizaje de las matemáticas I	Según (Davis y Hersh 1981), define al aprendizaje de las matemáticas como :el análisis de situaciones reales y a los procesos para representarlas en una forma simbólica abstracta adecuada	Según el Instituto de Ciencias Básicas aprobó un programa analítico (Silabo) estandarizado categorizado en: Incógnitas Sistema de ecuaciones lineales Matrices	Lenguaje algebraico	Comprende incógnitas	1	Sobresaliente 81-100 Muy bueno 61-80 Bueno 41-60 Regular 21-40 Malo 0-20	Pre y pos-test
				Plantean incógnitas	2		
				Determinan valores	3		
				Plantean incógnitas compuesta	4		
			Ecuaciones lineales	Plantean ecuaciones	5		
				Plantean ecuaciones con dos incógnitas	6		
				Plantean ecuaciones con tres incógnitas	7		
			Ecuaciones de segundo grado	Plantean datos para ecuaciones	8		
				Plantean y resuelven por medio de igualación.	9		
				Plantean y resuelven por medio de sustitución.	10		

7.4. TIPIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

La presente investigación corresponde al tipo de investigación de estudio teórica, sustentado en los aportes de (Mejía, 2008) que plantea que la investigación es teórica cuando “Está orientada a proporcionar, al problema planteado, los fundamentos teóricos y conceptuales”Pág.34. Para este mismo autor considera que la “Investigaciones descriptivas son las que pretenden decir cómo es la realidad” esta investigación se fundamenta en estos aportes y considera que se enmarca como descriptiva debido a que va a enriquecer el conocimiento científico para, sobre la base de esta, contribuir a mejorar la enseñanza-aprendizaje de matemática del departamento de matemáticas y estadísticas. Es del nivel descriptivo, ya que va a describir la relación de dos variables de estudio. Tal como lo sustenta el Dr.(Mejía, 2008) Donde considera que las investigaciones, según el método de contrastación de la hipótesis, puede seguir la “Secuencia causa-efecto, lo que hace es manipular, activar u observar las causas para luego establecer los efectos que produce estas causas”

Según el método de estudio de las variables la podemos enmarcar como estudio cuantitativa, y esto está sustentado por (Mejía, 2008) donde considera que la investigación cuantitativa se “Realiza cuando el investigador mide las variables y expresa los resultados de la medición en valores numéricos”. Esto lo resumimos en la siguiente forma.

1. Tipo de preguntas = Teórico-descriptivo
2. Método de contrastación de la hipótesis = Causa-efecto
3. Tipo de medición de las variables = Cuantitativa
4. El número de variable = Bivariable
5. El ambiente en que se realiza = Institución Educativa

- 6. Fuente de datos = Primaria
- 7. Tiempo de aplicación de la variable = Longitudinal
- 8. Diseño = Cuasi experimental
- 9. Tipo de investigación = Aplicada

7.5. DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

Con el fin de recolectar la información necesaria para responder a las preguntas de investigación, es necesario ubicarse y definir el diseño para la presente investigación, Para (Barrientos, 2013) considera que el diseño se refiere “Al plan o estrategia concebida para responder a las preguntas de investigación”. Pág. 87. Así también (Hernández, Fernández, & Baptista, 2006) considera que el término “Diseño se refiere al plan o estrategia concebida para obtener la información que se desea” Pág.158

Asume el diseño cuasi experimental donde se tomó el diseño de Hernández 2006 citado por (Mejía, 2008) ya que este diseño se aplican a situaciones reales en los que no se pueden formar grupos aleatoriamente, pero pueden manipular la variable experimental

Grupo	Pretest	V. independiente	Posttest
E	O ₁	X	O ₂
C	O ₁	—	O ₂

 Donde:

GE = Grupo experimental

GC = Grupo de control

O₁ Pre-test

O₂ Pos-test

X = Programa

7.6. ESTRATEGIAS PARA LA PRUEBA DE HIPÓTESIS

Es necesario que la hipótesis se someta a prueba en la realidad. Para (Ñaupas, Mejía, Novoa, & Villagómez, 2013) considera que la prueba de hipótesis “Es la que hace distinto al conocimiento científico de los otros tipos de conocimiento. Someter a prueba las hipótesis consiste en recolectar datos de la realidad para disponer de evidencia empírica que confirme o contradiga la hipótesis planteada” Pág. 237. Así también para (Hernández, Fernández, & Baptista, 2006) considera que una hipótesis en el contexto de la estadística inferencial “Es una proposición respecto a uno o varios parámetros, y lo que el investigador hace por medio de la prueba de hipótesis es determinar si la hipótesis es congruente con los datos obtenidos en la muestra” Pág.443

Se utilizó el diseño cuasi experimental pre-test y pos-test, con un grupo experimental y otro de control, a ambos grupos se le administro el pre-test simultáneamente, luego el grupo experimental recibió el tratamiento es decir la capacitación con el método de resolución de problemas, y el grupo de control no recibió capacitación pero si material de consultas. Finalmente se le administro una pos-test simultáneamente a ambos grupos. Los resultados de la investigación serán contrastados con la hipótesis aplicando el estadístico t de student.

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

Donde

X = es la media

μ = Valor a analizar

S = Desviación estándar

n = Tamaño de la muestra

La misma que va a determinar la existencia de la diferencia de medias a un nivel de 95% de confiabilidad y 0.05% de significancia entre el método de resolución de problemas y los niveles de aprendizaje de matemática del instituto de ciencias básicas.

7.7. POBLACIÓN Y MUESTRA

La unidad de análisis que son los estudiantes del departamento de matemáticas y estadísticas, teniendo una población total que consta de 5831 estudiantes, la muestra seleccionada es de 226 estudiantes de matemática I, los cuales fueron divididos 113 estudiantes para el grupo control y 113 estudiantes para el grupo experimental tal como se indica en la tabla # 03, los cuales pertenecen a las carreras de, economía, contabilidad y auditoría, administración de empresas.

TABLA N° 03: Población estudiada

Paralelos	Estudiantes (Grupo experimental)	Paralelos	Estudiantes (Grupo control)
C	29	A	29
D	29	B	32
E	28	H	31
G	27	L	21
Total	113	Total	113

Fuente: Cedeño (2016)

Gráfico N° 1: Población y Muestra



Fuente: Cedeño (2016)

Para (Mejía, 2008) considera que “La muestra debe ser una parte de la población fácilmente accesible” Pág. 172. Con este criterio se procedió a la elección de la muestra donde se consideró cuatro paralelos para el grupo control y un número

igual para el grupo experimental, se tomó en cuenta situaciones como la que en los cuatro paralelos el Docente es el mismo, y finalmente por el horario que tenían los cuatro paralelos, el cual daban las facilidades al investigador para hacer las diferentes capacitaciones.

7.8. INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Para el desarrollo de la investigación se considera necesaria la aplicación de los siguientes instrumentos:

Para medir la variable independiente: El método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, se elaboró capacitaciones durante 15 sesiones con este método a los estudiantes del nivel I del I.C.B. con la intención de familiarizarlos en la resolución de problemas, y mejorar sus capacidades de interpretación, rapidez mental y la aplicación de la lógica matemática, esta actividad se pudo lograr gracias a las facilidades que dieron las autoridades y docentes del I.C.B. para la cual se trabajó en un clima muy ameno con la ayuda del docente responsable de la materia y la colaboración de los estudiantes.

Se aplicó una encuesta para determinar el grado de aceptación o rechazo que tuvieron los estudiantes ante este método de aprendizaje de matemática.

Para medir la variable dependiente: aprendizaje de matemática, se elaboró un pre-test con ejercicios prácticos el cual se lo aplico antes de la capacitación al grupo control y al grupo experimental, después de las capacitaciones que se dio al grupo experimental se aplicó una prueba de conocimiento que la llamamos pos-test. Este trabajo de investigación se apoyará en textos, normativas nacionales, investigaciones revistas, apoyo de información virtual por medio de la WEB

7.9. VALIDEZ DEL INSTRUMENTO

Variable independiente: “El método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria” Y variable dependiente aprendizaje de matemática

Tabla N° 04: Validez del instrumento

V.I. Método de resolución de problemas y V.D. Aprendizaje de matemática

Nº	Experto	Valoración V.I	Valoración V.D
1	Doctora. Tamara Tatiana Pando Ezcurra	100%	100%
2	Doctor. Elías Mejía Mejía	100%	91,78
3	Doctor. Edgar Damián Núñez	91,79	83,56
Total		97,26	91,78

Fuente: Cedeño (2016)

INTERPRETACIÓN:

INTERPRETACIÓN: V.I.: Método de resolución de problemas

La validación para el instrumento de la variable independiente **El método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria**, los expertos después de examinar validaron el 97.26 % que representa una alta validez externa.

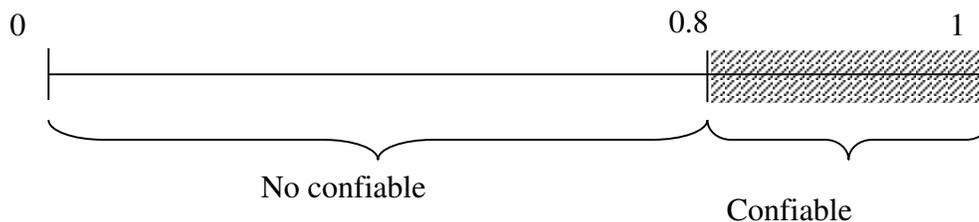
7.10. CONFIABILIDAD DEL INSTRUMENTO.

INTERPRETACIÓN: V.D.: Aprendizaje de las matemáticas

La validación para el instrumento de la variable dependiente: **Aprendizaje de las matemáticas I**, los expertos después de examinar validaron con el 91,78 % que representa una alta validez externa.

Cálculo del Índice de consistencia interna: Alfa de Cronbach

Si su valor está por debajo de 0.8 el instrumento que se está evaluando presenta una variabilidad heterogénea en sus ítems y por tanto nos llevará a conclusiones equivocadas.



Para calcular el valor de α , se utiliza la fórmula:

$$\alpha = \frac{K}{K - 1} \left[1 - \frac{\sum V_i}{V_t} \right]$$

Donde los valores son:

α = Alfa de Cronbach

K = Número de Ítems

V_i = Varianza de cada ítem

V_t = Varianza total

ANÁLISIS DE FIABILIDAD

Escala: Confiabilidad del instrumento de la variable independiente: El método resolución de problemas.

Estadísticos de fiabilidad	
Alfa de Cronbach	N de elementos
,771	113

Fuente: Cedeño (2016)

INTERPRETACIÓN:

Respecto a la confiabilidad del instrumento V.I. luego de aplicado el instrumento de validación estadístico hallando un valor de confiabilidad de 0.800 % que representa el instrumento aplicado fue de confiabilidad alta.

En el cuadro siguiente se detalla los valores de las varianzas por ítem y el resultado de Alfa de Cronbach

Tabla N° 05: Alfa de Cronbach

Estadísticos total-elemento				
	Media de la escala si se elimina el elemento	Varianza de la escala si se elimina el elemento	Correlación elemento-total corregida	Alfa de Cronbach si se elimina el elemento
Método	11,12	,996	,511	,750
Aplicación	10,36	1,626	,000	,867
Motivación	10,81	,658	,888	,504
Método de resolución de problemas	10,81	,658	,888	,504

Fuente: Cedeño (2015)

8. GLOSARIO DE TÉRMINOS

Método Didáctico: se define como un conjunto de estrategias generadas por el docente que involucran al alumno en su aprendizaje y viabilizan las actividades significativas.

Método de resolución de problemas: es la capacidad para encontrar respuestas, alternativas pertinentes y oportunas ante situaciones difíciles o de conflicto.

Matemática: es la ciencia que estudia las estructuras matemáticas.

Enseñanza: se entiende como aquel proceso externo que se ejerce de manera planificada e intencional sobre una o varias personas con el propósito de que adquieran determinados conocimientos o desarrollen determinadas capacidades, habilidades y valores.

Aprendizaje: se entiende como el proceso a través del cual las personas construyen y adquieren habilidades, destrezas, conocimientos como resultado de la experiencia, la instrucción o la observación, en las interacciones que establece con las demás personas de su entorno y el ambiente en el cual se desarrolla.

Enseñanza Aprendizaje: es un proceso que involucra al docente y al alumno, cuyos actores cumplen funciones diferenciadas e integradas. El estudiante es el eje del proceso, es el que en forma dinámica y constante interactúa con las situaciones de aprendizaje planteadas por el docente o por él mismo, cuando su madurez intelectual lo hace posible.

Estrategias de enseñanza: son aquellas estrategias dirigidas a activar los conocimientos previos de los alumnos o incluso a generarlos cuando no existan.

Planeamiento didáctico: es una previsión de lo que tiene que hacerse, puede versar sobre el plan escolar, de las disciplinas, de las actividades extra clase, de la orientación educacional y la orientación pedagógica. Todos los trabajos

escolares deben ser planificados para evitar la improvisación, que tanto perjudica el nivel de eficiencia escolar.

Problema: tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata.

Educación: es un proceso de aprendizaje y enseñanza que se desarrolla a lo largo de toda la vida y que contribuye a la formación integral de las personas, al pleno desarrollo de sus potencialidades, a la creación de cultura, y al desarrollo de la familia y de la comunidad nacional, latinoamericana y mundial.

Lenguaje vernáculo: es una forma propia de expresión, es una forma común de expresarse, que sea fácil de entender.

Lenguaje algebraico: es una forma de traducir, expresando en símbolos y números lo dicho en palabras.

Ecuación: es una igualdad matemática donde debe de existir elementos desconocidos que se los denomina incógnitas.

CAPITULO II: MARCO TEÓRICO

1. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN.

En el proceso de la investigación se ha podido determinar la existencia muchos artículos relacionados con esta temática así como el de (Calvo, 2008, pág. 137) donde concluye que.No basta con presentar problemas matemáticos para que los educandos los resuelvan. Es necesario darles un tratamiento adecuado, analizando las estrategias y técnicas de resolución utilizadas, se debe dar oportunidad a cada estudiante de expresarse para conocer su modo de pensar ante las diversas situaciones que se le presentan.

Cada docente debe promover la asimilación e interiorización de conocimientos matemáticos en sus estudiantes, con el fin de que adapten esos conocimientos para resolver problemas que no les sean tan habituales, así como para plantearse otras cuestiones a partir de ellos.

En este sentido, los modelos de resolución de problemas ocupan un papel importante pues son fundamentales para el mejoramiento de la enseñanza de los mismos, para aplicarlos se debe dedicar un espacio en el horario escolar y conseguir un clima propicio en el aula que favorezca la adquisición de destrezas. Si bien es cierto, el aplicar algún método conlleva más tiempo del que se acostumbra dedicar normalmente a la resolución de problemas; no se debe tomar como pérdida de tiempo, pues durante el proceso cada estudiante será capaz de adquirir mayor comprensión y habilidades intelectuales necesarias para toda su vida.

Se debe tener presente que la matemática no se aprende por transmisión directa de lo que explica el docente o de la información que se obtiene de los libros de texto; sino que se aprende en interacción con situaciones problemáticas las cuales obligan al estudiante a modificar su estructura cognitiva por el contacto con una multiplicidad de acciones que requieren distintas habilidades.

Así también tenemos las conclusiones de (Echeneique, 2006, pág. 157) Esta manera de abordar la resolución de problemas a partir de la aplicación del método o plan general, favorece también el desarrollo de una serie de capacidades no exclusiva- mente matemática. El proceso es lento y los resultados se irán viendo de forma progresiva. Lo importante es que el alumno/a vaya adquiriendo recursos o estrategias que le ayuden a asentar bases para, en el futuro, resolver con éxito las situaciones matemáticas que la vida diaria le plantee.

Durante la etapa de Educación Primaria, el profesor/a debe acompañar a sus alumnos/as en el proceso de aprendizaje, ayudándoles a estructurar su mente para analizar situaciones, planificarlas, resolverlas y estudiar la pertinencia de la solución obtenida.

La modalidad de trabajo por parejas les habrá ofrecido, a lo largo de la etapa, muchas oportunidades de expresarse oralmente y de intercambiar opiniones sobre diferentes modos de resolver problemas. Eso ayuda a conseguir una mayor seguridad personal, unas veces reforzando los propios pensamientos y otras considerando nuevas formas de percibir la situación planteada debido a la intervención de otros compañeros.

Gracias al buen hacer del profesorado, durante la etapa se habrá trabajado la resolución de problemas de modo sistemático, organizado y progresivo. Esto, unido al conocimiento y la experimentación de procesos heurísticos, en un ambiente de clase que favorezca la investigación y cooperación entre iguales, contribuye al desarrollo de capacidades que mejorarán la disposición del alumnado para afrontar en el futuro este tipo de actividades.

En España el trabajo de investigación titulado, La resolución de problemas matemáticos. Una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para

la enseñanza de la matemática, de (Alonso & Martínez, 2003), llegan a la conclusión de que.

La Resolución de Problemas promueve un aprendizaje desarrollador, motivo por el cual ha tomado un gran auge en los últimos tiempos, creciendo su inclusión en planes de estudio y constituyéndose casi en una disciplina autónoma dentro de la Educación Matemática.

Un análisis histórico del desarrollo de la resolución de problemas permite caracterizar la misma como una vía eficaz para la enseñanza de la Matemática; de ahí el interés cada vez más creciente de didactas e investigadores en el estudio y desarrollo de la resolución de problemas en sus tres funciones fundamentales, como objeto, método y destreza básica; aportando diferentes conceptos, paradigmas y modelos que permiten caracterizar didácticamente este complejo e importante proceso.

En Costa Rica la investigación de, (Calvo, 2008) titulado, Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas, llega a las siguientes conclusiones.

No basta con presentar problemas matemáticos para que los educandos los resuelvan. Es necesario darles un tratamiento adecuado, analizando las estrategias y técnicas de resolución utilizadas, se debe dar oportunidad a cada estudiante de expresarse para conocer su modo de pensar ante las diversas situaciones que se le presentan.

Cada docente debe promover la asimilación e interiorización de conocimientos matemáticos en sus estudiantes, con el fin de que adapten esos conocimientos para resolver problemas que no les sean tan habituales, así como para plantearse otras cuestiones a partir de ellos.

En este sentido, los modelos de resolución de problemas ocupan un papel importante pues son fundamentales para el mejoramiento de la enseñanza de los mismos, para aplicarlos se debe dedicar un espacio en el horario escolar y conseguir un clima propicio en el aula que favorezca la adquisición de destrezas. Si bien es cierto, el aplicar algún método conlleva más tiempo del que se acostumbra dedicar normalmente a la resolución de problemas; no se debe tomar como pérdida de tiempo, pues durante el proceso cada estudiante será capaz de adquirir mayor comprensión y habilidades intelectuales necesarias para toda su vida.

Se debe tener presente que la matemática no se aprende por transmisión directa de lo que explica el docente o de la información que se obtiene de los libros de texto; sino que se aprende en interacción con situaciones problemáticas las cuales obligan al estudiante a modificar su estructura cognitiva por el contacto con una multiplicidad de acciones que requieren distintas habilidades.

En Cuba se presenta la investigación de (Mazario, Reinaldo, & Horta, 2009) titulada Algunas consideraciones de interés sobre la incidencia de las matemáticas y las ciencias en la resolución de problemas, el cual llega a las siguientes conclusiones.

- Nuestros tiempos son testigos de un perfeccionamiento constante de la tecnología de la información y otros mecanismos que facilitan la automatización del trabajo intelectual, que conjugados con cambios cualitativos internos de la propia matemática han propiciado el desarrollo de modelos matemáticos para contribuir a resolver problemas provenientes no solo de las ciencias tradicionales exactas sino de campos del conocimiento ajenos hasta el momento a la matematización, como es por citar algunos ejemplos la Medicina, las Ciencias Sociales o la Lingüística.

- El proceso de desarrollo alcanzado por las ciencias en general y en particular las matemáticas han hecho que despierten en la comunidad científica internacional notable interés por el conocimiento de las leyes generales del desarrollo de las matemáticas, su objeto y métodos de investigación.
- El caudal de conocimientos acumulados en la Matemática y de manera especial en los últimos siglos, debe tenerse en cuenta en la confección de los planes de estudio de los centros de Educación Superior para lograr relaciones armónicas interdisciplinarias que contribuyan a obtener la cultura matemática necesaria para que el futuro egresado se oriente rápidamente en las nuevas y disímiles funciones sociales que son impuestas al profesional de nuestro tiempo.
- Dentro de la misma problemática del punto anterior se sitúa otra de carácter pedagógico, donde se debe trabajar por introducir al estudiante en el laboratorio creador del científico, lo cual se logra, concibiendo una educación activa y que aporte amplias perspectivas al futuro profesional, en estas condiciones el enfoque histórico-metodológico de las matemáticas constituyen un recurso esencial.
- La metodología de la matemática puede aportar al futuro profesional valores heurísticos que ofrecen un panorama general de las direcciones fundamentales de investigación en diferentes momentos, valores comunicativos ya que el conocimiento de la Historia de la Matemática y de la relación de esta con otras ciencias y otros campos de la actividad humana como el arte, la religión y la filosofía, por solo citar algunos casos, con ello se logra brindar un lenguaje común para todos los profesionales propiciando una fuente de intercambio de ideas, valores educativos ya que la vida intelectual de los grandes matemáticos no solo aporta valor heurístico sino un magnífico recurso para la educación integral además educa a la juventud en el arte del descubrimiento, espíritu de sacrificio, consagración a la ciencia, honradez, modestia y valores morales necesarios a todo científico.

- La actividad matemática consiste esencialmente en resolver problemas, o mejor aún, en abordar problemas (generarlos o asumirlos), es decir, proponer preguntas y organizar recursos y procesos tendientes a buscarles respuestas y en caso de obtenerlas, calibrar la validez y alcances verdaderos de esas respuestas, así como controlar la aplicación y extensión de los resultados, es necesario que para ello se tomen en consideración los diferentes componentes de las ciencias que tienen relación con la Matemática

En cuanto a trabajos de investigación científica de tesis elaboradas que tienen relación a este proyecto tenemos en Cuba la de (Rebollar, 2000, pág. 97) el cual ha podido concluir que.

- ✓ Los problemas esenciales y su papel en el proceso de enseñanza de la Matemática en relación con los objetivos y el contenido de la enseñanza pueden servir de guía para su selección en la concepción de los programas de estudio y en correspondencia con las condiciones particulares de los profesores y los alumnos.
- ✓ La estructuración del contenido de la unidad temática tomando como base los tres momentos descritos ofrece una forma de organización que garantiza el tratamiento de los problemas esenciales y la orientación más completa sobre el nivel alcanzado en la solución de cada problema y el perfeccionamiento constante que se produce con la apropiación de los nuevos conocimientos y habilidades.
- ✓ Las precisiones sobre el trabajo con sistemas problemas y la formulación de preguntas constituyen indicaciones para el profesor en la planificación y el logro de la permanencia de los problemas esenciales, así como de la sistematización de los modos de actuación que en cada uno se propone.
- ✓ La determinación de los problemas esenciales y las direcciones principales en que se perfecciona su solución con el contenido de la Matemática en la escuela media permite concluir que es posible

fundamentar el tratamiento metodológico para cada unidad temática, sobre un enfoque sistémico, y establecer nuevas relaciones entre aquellas que corresponden al mismo problema esencial.

- ✓ El proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura Matemática en la escuela media pudiera ser estructurado a partir del planteamiento, comprensión y solución de los problemas esenciales, según la variante fundamentada.

En Perú (Calero, 2011, pág. 57) el cual llega a las siguientes conclusiones.

1. El nivel de aprendizaje del grupo control y experimental después de la aplicación del Método Didáctico de Resolución de Problemas, en el caso de los estudiantes del grupo experimental, un 20.0% de estudiantes de Contabilidad muestran un nivel de aprendizaje alto, un 23.3% aprendizaje bajo y un 56.7% un nivel de aprendizaje medio, en el caso de los estudiantes del grupo de control, un 46.7% presentan un nivel de aprendizaje bajo, el 30.0% un aprendizaje medio, un 16.6% aprendizaje deficiente y solamente el 6.7% un aprendizaje alto.
2. Los promedios en las calificaciones del aprendizaje de la asignatura de Matemática en los estudiantes del grupo experimental frente a los estudiantes del grupo de control son marcadamente superiores, siendo 25.43 ± 4.554 para los estudiantes del grupo experimental, promedio que los ubica en la categoría de aprendizaje medio y de $17.834.450$ para los estudiantes del grupo control promedio que se encuentra en la categoría de aprendizaje deficiente.
3. La investigación presenta evidencia empírica respecto a los niveles de aprendizaje que obtienen los estudiantes luego de haber aplicado el método didáctico de Resolución de Problemas, ya que estas difieren significativamente con los niveles de aprendizaje de los estudiantes a quienes no se le aplicó el mencionado método.

El Método de Resolución de Problemas es efectivo para mejorar los niveles de aprendizaje de los estudiantes de la asignatura de

Matemática, y esto se demuestra a través de la evidencia empírica obtenida en la investigación, así la hipótesis: “El empleo del Método Didáctico de Resolución de Problemas influye significativamente en el aprendizaje de la asignatura de Matemática de los estudiantes del segundo semestre de la Carrera de Contabilidad en el Instituto Superior Tecnológico Público Joaquín Reátegui Medina del Distrito de Nauta Provincia de Loreto”, queda establecida como una nueva afirmación teórica válida y como aporte a la comunidad educativa.

En Ecuador (Matute, 2014) el cual llega a las siguientes conclusiones.

1. El enfoque constructivista invita a los docentes a tener una visión integral sobre los estudiantes ya que desde esta perspectiva son considerados como sujetos cognoscentes que construyen un nuevo conocimiento a partir de la interacción con el medio y haciendo uso de sus conocimientos previos en contextos reales de aprendizaje.
2. La resolución de problemas dentro del área de Matemáticas desde un enfoque constructivo permite a los estudiantes establecer conexiones entre conocimientos matemáticos y con situaciones de la vida cotidiana con el fin de promover lo que se denomina aprender haciendo.
3. La resolución de problemas promueve el cumplimiento del eje curricular integrador del área de Matemáticas ya que en cada etapa para la búsqueda de la solución a una situación planteada se hace énfasis en el uso del pensamiento crítico, lógico matemático, creativo y reflexivo.
4. La resolución de problemas posibilita la creación de espacios educativos basados en el aprendizaje a través del discurso y el diálogo, en donde estos son elementos clave para desarrollar la conciencia crítica, habilidades y competencias matemáticas, destrezas comunicativas en los estudiantes con el fin de promover la autonomía en cada individuo.
5. Que resolver un problema no es realizar un ejercicio puesto que este implica que sus datos deberán estar situadas a la realidad del estudiante

para que sean capaces de crear estrategias y procesos para obtener una solución. Por tanto, este puede ser planteado de diversas maneras de tal modo que, los estudiantes pueden inventar y reinventar los problemas para buscar otras soluciones utilizando diferentes estrategias y procesos para llegar al resultado.

6. Las estrategias para la resolución de problemas como son: etapas para la resolución de problemas, el método de los cuatro pasos de George Pólya y el trabajo en grupos son estrategias que permiten la participación activa y el involucramiento de los educandos en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
7. Utilizar estrategias diferentes para resolver un problema facilita el aprendizaje ya que permite tanto al docente como el estudiante analizar todos los elementos que constituyen el problema para saber si los datos proporcionados son motivadores, interesantes, suficientes y útiles en la búsqueda de la solución.

En la Universidad Técnica de Manabí para esta investigación se elaboró una exhaustiva búsqueda de información, y no existen registros de una investigación relacionada con el método de resolución de problemas aplicados a la matemática.

2. BASES TEÓRICAS

2.1. EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Los Fundamentos de la matemática es el estudio de conceptos matemáticos básicos como números, figuras geométricas, conjunto, funciones etc. Y cómo forman jerarquías de estructuras y conceptos más complejos, especialmente las estructuras fundamentalmente importantes que forman el lenguaje de la matemática: formulas, teorías y sus modelos, dando un significado a las fórmulas, definiciones, pruebas algoritmos, etc. también llamados conceptos matemáticos, con atención a los aspectos filosóficos y la unidad de la matemática.

La búsqueda por los fundamentos de la matemática es una pregunta central de la filosofía de la matemática; la naturaleza abstracta de los objetos matemáticos presenta desafíos filosóficos especiales. Así lo pone en manifiesto (Kant, 1978, pág. 25) “La matemática y la física son los dos conocimientos teóricos de la razón que deben determinar sus *objetos a priori*. La primera de forma enteramente pura; la segunda, de forma al menos parcialmente pura, estando entonces sujeta tal determinación a otras fuente de conocimiento distinta de la razón”

La didáctica es la base misma de la constitución de los conocimientos en tanto que se articula lo específico y lo general, esto se produce cuando el docente ha sido llevado a proponer al estudiante cómo resolver un problema planteado, y como llegar a la respuesta, el docente está en la obligación de darles las herramientas y conocimiento necesario para el logro estudiantil, para (Kant, Immanuel, 2000, pág. 46)“ La matemática ofrece el modelo de ciencias perfectamente demostrada, en la que intervienen exclusivamente conceptos claros y distintos” El conocimiento en matemáticas obtiene sentido a través de

la resolución de problemas, ya que se considera como el corazón de la disciplina. En las últimas décadas las instituciones de educación se han preocupado de que la resolución de problemas matemáticos sea aplicada como una actividad de pensamiento para lograr un aprendizaje significativo.

Las matemáticas forman el armazón sobre el que se erigen los modelos científicos, toman parte en el proceso de la realidad. Para (Godino, 2003) “El proceso histórico de construcción de las matemáticas nos muestra la importancia del razonamiento empírico-inductivo que, en muchos casos, desempeña un papel mucho más activo en la elaboración de nuevos conceptos que el razonamiento deductivo” Pág. 20. El proceso de construcción del conocimiento debe de ser orientado al desarrollo de un pensamiento lógico, crítico y creativo, para (Lopez & Costa, 1996) considera que el aprendizaje humano desde el niño hasta el adulto “Es esencialmente una actividad de resolución de problemas mediante la cual el individuo se adapta al medio, y que este proceso de resolución de problemas se lleva a cabo simultáneamente en los campos cognitivo, afectivo y psicomotor“ y esto complementado con el cumplimiento de los objetivos educativos que se evidencian en el planteamiento de habilidades y conocimientos sustentado en los programas a desarrollar en cada una de las instituciones de educación.

Esta proyección epistemológica tiene sustento teórico en ciertas visiones de la Pedagogía Crítica, que se fundamenta, en lo esencial, en el incremento del protagonismo de los estudiantes en el proceso educativo, en la interpretación y solución de problemas, participando activamente en la transformación de la sociedad. En esta perspectiva pedagógica, el aprendizaje debe desarrollarse esencialmente por vías productivas y significativas que dinamicen la metodología de estudio.

El paradigma más alejado de la actividad de resolución de problemas es el teorista, que considera la misma como un aspecto secundario dentro del

proceso didáctico global, ignorando las tareas dirigidas a elaborar estrategias de resolución de problemas. Para el paradigma tecnicista, enfatiza los aspectos más rudimentarios del momento de la técnica y concentrando en ellos los mayores esfuerzos. El paradigma modernista, se caracteriza por conceder una prioridad absoluta al momento exploratorio, manteniendo el aislamiento y descontextualización de los problemas. El paradigma constructivista, por su parte, utiliza la resolución de problemas para la construcción de nuevos conocimientos. Se basa en la Psicología Genética y la Psicología Social. Continúa ignorando la función del trabajo de la técnica en la resolución de problemas. No presenta los problemas tan descontextualizados pero los sigue considerando aislados

Godino (Pág. 39) considera que los estudiantes deben de tener muchas oportunidades para resolver problemas que necesitan un esfuerzo mayor ya que la intención del método de resolución de problemas es el medio principal para lograr el aprendizaje, y adquirir maneras de pensamiento adecuado, hábitos de persistencia, curiosidad y confianza incluso en la vida diaria y profesional, la resolución de problemas es parte integral del aprendizaje matemático y considera que debe de estar vinculado en la programación en todos los procesos de estudio de los distintos bloques de contenido matemático.

La resolución de problemas matemáticos constituye una herramienta indispensable y al mismo tiempo un contenido fundamental dentro del área de matemática. A través de ella, se estimula en el estudiante el desarrollo de habilidades cognitivas que le facilitan la adquisición de aprendizajes posteriores y le capacitan para desenvolverse en la vida cotidiana. Por ello, es importante que la enseñanza de la resolución de problemas sea abordada en el aula de manera sistemática, secuenciada, y haciendo uso de estrategias significativas que le faciliten este proceso al estudiante. Alan Schoenfeld. Se enmarca en otra corriente psicológica, la del procesamiento de la información. Sus investigaciones se han centrado en la observación de la conducta de expertos y novicios

resolviendo problemas. Su trabajo juega un papel importante en la implementación de las actividades relacionadas con el proceso de resolver problemas en el aprendizaje de las matemáticas.

Para Godino la teoría constructivista sobre el aprendizaje de las matemáticas, las cuales se basan en el constructivismo social, determina que las definiciones, propiedades y teoremas enunciados por matemáticos famosos están sujetos a evolución, y el aprendizaje y la enseñanza deben de tener en cuenta que es natural que los estudiantes cometan errores. Este mismo autor considera que la concepción idealista-platónica considera que el alumno debe adquirir primero la estructura fundamental de las matemáticas de forma axiomática, y de ahí será fácil para el estudiante resolver las aplicaciones y problemas que se le presenten.

Para (D'Amore, 2005, pág. 1) "Desde un punto de vista "antropológico" que privilegia al ser humano, en el complejo proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática y en la determinación del proceso de conceptualización"

Así también se fundamenta en el paradigma *modernista*. Se caracteriza por conceder una prioridad absoluta al momento exploratorio, manteniendo el aislamiento y descontextualización de los problemas. Aunque pretende superar al conductismo clásico, coloca en su lugar una interpretación muy superficial de la Psicología Genética.

El paradigma constructivista, por su parte, utiliza la resolución de problemas para la construcción de nuevos conocimientos. Se basa en la Psicología Genética y la Psicología Social. Relaciona funcionalmente el momento exploratorio con el momento teórico, dando gran importancia al papel de la actividad de resolución de problemas en la génesis de los conceptos. Continúa ignorando la función del trabajo de la técnica en la resolución de problemas. No presenta los problemas tan descontextualizados pero los sigue considerando aislados.

El paradigma procedimental se plantea el difícil problema de guiar al alumno en la elección de la técnica adecuada, en la construcción de estrategias y en el desarrollo de la técnica. Conecta funcionalmente el momento exploratorio con algunos momentos de la técnica. Su limitación está en el olvido del momento teórico ya que únicamente trata con clases prefijadas de problemas.

En el paradigma de la modelización, los problemas sólo adquieren pleno sentido en el contexto de un sistema y la resolución de un problema pasa siempre por la construcción explícita de un modelo del sistema subyacente. Se busca la obtención de conocimientos relativos a los sistemas modelados, que pueden ser extra matemáticos o matemáticos. Engloba al constructivista, sin embargo profundiza más en el significado de la construcción, al referirlos a sistemas. Conecta funcionalmente el momento exploratorio con el teórico. Sus limitaciones están en el olvido del momento de la técnica, quedando aislados los problemas.

El paradigma de los momentos didácticos agrupa los problemas en función de las técnicas matemáticas que se pueden utilizar para estudiarlos. El proceso de estudio de campos de problemas se lleva a cabo mediante la utilización y producción de técnicas de estudio, lo que presupone un desarrollo interno de las mismas, provocando nuevas necesidades teóricas. Se relacionan funcionalmente el momento de la técnica y el teórico. La resolución de clases de problemas se generaliza al estudio de campos de problemas, conteniendo así al paradigma procedimental. Al considerar las teorías matemáticas como modelos matemáticos del sistema subyacente a ciertos campos de problemas, engloba al paradigma de la modelización.

2.2. CONCEPTOS

Matematizar una situación real implica utilizar a la matemática para construir un modelo, también es razonar para enfrentar una situación y resolverla.

Lo importante es aprender a transformar, dominar e interpretar la realidad concreta o parte de ella con la ayuda de la matemática, también se logra darle a

la matemática su verdadero valor pragmático la que constituye en una utilidad mucho más importante que la del simple cálculo; para matematizar es necesario la formulación lógica y ordenada de los hechos, el análisis agudo de la situación, un adecuado uso del lenguaje, la búsqueda de analogías entre ésta y otras situaciones y el ordenamiento progresivo del razonamiento. Esto también lo pone en manifiesto (Alsina, 2007, pág. 91) en su publicación.

Entenderemos por matematización el proceso de trabajar la realidad a través de ideas y conceptos matemáticos, debiéndose realizar dicho trabajo en dos direcciones opuestas: a partir del contexto deben crearse esquemas, formular y visualizar los problemas, descubrir relaciones y regularidades, hallar semejanzas con otros problemas..., y trabajando entonces matemáticamente hallar soluciones y propuestas que necesariamente deben volverse a proyectar en la realidad para analizar su validez y significado.

Es necesario dar un espacio importante a la heurística ya que es la base de este trabajo de investigación, es considerada como una capacidad característica de los humanos, fue utilizado Por Albert Einstein en la publicación sobre efectos fotoeléctricos (1905) con el cual obtuvo el premio Nobel de Física en 1921. Cuyo título es "Sobre un punto de vista heurístico concerniente a la producción y transformación de la luz". Se la puede describir como la ciencia del descubrimiento y de la invención, culminando en resolver problemas aplicando la creatividad. La heurística moderna, inaugurada por George Polya con la publicación de su obra "How to solve it", trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular la operaciones típicamente útiles en este proceso Así lo indica (Polya, 1989)

Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto: pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas,

si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo. Pág.5

Para (Pereda, 2000, pág. 10) “La heurística puede convertirse en un factor que promueva la integración de las ciencias y las humanidades, y de la vida ética y política sin demérito de sus respectivas autonomías”. El incremento del protagonismo de los estudiantes en el proceso educativo, en la interpretación y solución de problemas, participando activamente en la transformación de la sociedad.

En esta perspectiva pedagógica, el aprendizaje debe desarrollarse esencialmente por vías productivas y significativas que dinamicen la metodología de estudio; para (Pereda, 2000, pág. 6)“ El carácter limitado de los métodos heurísticos no ha sido obstáculo para que en el ámbito de la inteligencia artificial se intente construir algoritmos heurísticos que aumenten la rapidez y aceptabilidad de las soluciones propuestas a problemas específicos” La enseñanza por resolución de problemas tenía por objeto el estudio de las reglas y de los métodos de descubrimiento y de la invención.

Para (Alcalde, 2010) “Los métodos heurísticos son estrategias sistemáticas de búsqueda, análisis y transformación del problema. No son una garantía de éxito, pero incrementan notablemente la probabilidad de hallar la solución” Pág. 86

Los procedimientos heurísticos en el trabajo para (Sigarreta, Locia, & Bermudo) son divididos en:

Analogía: Consiste en la utilización de semejanzas de contenido y/o forma. El uso de analogías permite que los estudiantes descubran una proposición nueva para ellos, y que sugieran el método y/o el procedimiento para su demostración.

Reducción: Este principio puede ser utilizado de cuatro formas distintas:

1. A un problema ya resuelto. Es el más utilizado de los cuatro debido a la amplitud que tiene para su implementación. Es de las cosas más naturales, buscar la solución de un problema en otro del que ya se conoce la respuesta.
2. Recursión. Consiste en transformar lo desconocido en algo ya conocido.
3. Demostración de teoremas. La cual puede ser de distintas formas: descomposición en problemas parciales (aplicando la recursión), diferenciación de casos, reducción al absurdo, contra-recíproco y contra-ejemplo.
4. Modelación.

Inducción: Consiste en llegar a la suposición de que existe una relación general, a partir del análisis de una serie de resultados particulares o viceversa.

Generalización: Permite obtener suposiciones para un conjunto de objetos, fenómenos o relaciones, a partir del análisis de un caso especial o particular.

Las reglas heurísticas tienen el carácter de impulsos dentro del proceso de búsqueda de nuevos conocimientos y resolución de problemas. Algunas reglas heurísticas generales son: separa lo dado de lo buscado, recuerda los conocimientos relacionados con lo dado y lo buscado y busca relaciones entre las partes.

Las estrategias heurísticas constituyen los procedimientos principales para buscar los medios matemáticos concretos. Existen dos tipos:

1. Método sintético: Partir de los datos y deducir de ellos lo que se busca, apoyándose en los conocimientos que se tienen, y así elaborar una cadena de ideas.
2. Método analítico: Partir de lo que se busca, apoyándose en los conocimientos que se tienen, analizar posibles datos de los que se puedan deducir posibles resultados.

Todas estas estrategias facilitaran actividades cuyo resultado será siempre la de solucionar problemas, pero estas no nos garantizan la correcta

aplicación y descubrimiento de la respuesta que se busca, es necesario para esta investigación hacer una extensiva búsqueda de información que nos lleve a tener en claro todos los pormenores del método de resolución de problemas.

Para (González & Mancill, 2009) define a un problema como “toda cuestión en la que se persigue la determinación de uno o varios números desconocidos mediante la relación (o relaciones) que existe entre ellos y otros desconocidos, se dice que es un problema” pág. 148

Un problema es un desafío que se encuentra latente en la actividad cotidiana y es un desafío para la inteligencia humana, todos nos vemos involucrados de una u otra forma, y estas tendrán que ser despejadas por el ser humano. Los estudiantes a través de la resolución de problemas, experimentan la potencia y utilidad de las Matemáticas en las actividades que se dan día a día.

Para Descartes la resolución de problemas la define como “ Cada problema que resolví se convirtió en una regla que sirvió después para hacer otros problemas” ,así mismo para (Wayne, 1995, pág. 10) “Cualquier problema planteado con dos o más independientes objetivos terminales siempre podría ser visto como dos o más problemas con los mismos datos y operaciones y objetivos diferentes”. Tener un problema significa buscar de forma consiente una operación apropiada para lograr una interpretación y resolución, a estas situaciones se enfrentan los estudiantes en busca de una solución a lo planteado y dar una respuesta con coherencia lógica. Para (García J. , 2003) Un problema es.

Una situación enfrentada por un individuo o un grupo... que presenta una oportunidad de poner en juego los esquemas de conocimiento, exige una solución que aún no se tiene para la cual no se conocen medios o caminos evidentes y en la que se deben hallar interrelaciones expresas y tácitas entre un grupo de factores o variables, lo que implica la reflexión

cualitativa, el cuestionamiento de las propias ideas, la construcción de nuevas relaciones, esquemas y modelos mentales, es decir... la elaboración de nuevas explicaciones que constituyen la solución al problema... que significa reorganización cognitiva, involucramiento personal...y desarrollo de nuevos conceptos y relaciones generando motivación e interés cognitivo. pág. 50

Para (Gómez, 2007) “La resolución de problemas se trataría, entonces, de realizar una adecuada selección de problemas, que resulten significativos desde un punto de vista matemático para el estudiante”. Es aquí donde se requiere investigación y la adopción de principios didácticos y epistemológicos esto también lo manifiesta (Pereda, 2000, pág. 36) “Si el objeto de la investigación es resolver problemas, esto es vencer los obstáculos que nos impiden alcanzar las metas deseadas”. Así también para, (Villa 2001, como se citó en Echenenique, I. 2006, pág. 10).La resolución de problemas es “una actividad de reconocimiento/aplicación de las técnicas trabajadas en clase y a la vez de acreditación de las técnicas aprendidas”. Asimismo para (Orton, 2003, pág. 51) “Se concibe ahora normalmente como generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos del conocimiento, reglas, técnica, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar una solución a una situación nueva”. Para (Cabanne, 2006, pág. 22) “Los problemas serán considerados no como un medio para dificultar el aprendizaje en los estudiantes, sino como la mejor alternativa para ayudarlos a superar sus obstáculos y provocarlos”. Así también para (Díaz, 1982, pág. 38) “La solución de un problema consiste en elaborar, con la combinación de principios ya aprendido”

Para (Pozo, 1998) “Un problema puede ser entendido como una situación que un individuo o un grupo quiere o necesita resolver y para lo cual no dispone de un cambio rápido y directo que le lleve a la solución”. La resolución de problemas debe significar un reto, que a la vez pueda apelar a la complejidad y ofrezca vías de solución. Charles y Lester, 1982, p. 5 citado en (López, Guerrero,

Carrillo, & Contreras, 2015) “es una situación en la que se pide a un individuo realizar una tarea para la que no tiene un algoritmo fácilmente accesible que determine completamente el método de solución” pág. 77

El tratamiento de los problemas debe acudir a una actividad en grupo, colectiva, y con la orientación y lucidez del profesor, la estrategia para el desarrollo de la lección busca potenciar los métodos, conceptos y formas de razonamiento matemáticos, que siempre en todas sus dimensiones y niveles buscan la formulación y la resolución de problemas.

Para Kantowski (1981) citado por (Contreras, 2010) "Un problema es una situación que difiere de un ejercicio en que el resolutor no tiene un procedimiento o algoritmo que le conduzca con certeza a una solución. " Pág.84. El mismo Kantowski (1980) citado por (Contreras, 2010) define: "Un problema es una situación para la que el individuo que se enfrenta a ella no posee algoritmo que garantice una solución. El conocimiento relevante de esa persona tiene que ser aplicado en una nueva forma para resolver el problema. “pág. 195

Para Blum y Niss (1991) citado por (Contreras, 2010) define a la situación problema como.

El punto de partida es un problema aplicado o, como también lo llamamos, una situación problemática real. Esta situación tiene que ser simplificada, idealizada, estructurada, sometida a condiciones e hipótesis apropiadas, y tiene que ser precisada más por el resolutor de acuerdo con sus intereses. Eso conduce a un modelo real de la situación original que, por una parte, todavía contiene rasgos esenciales de la situación original, pero, por otra parte, está ya esquematizado de tal manera que (en la medida de lo posible) permite su abordaje con medios matemáticos" pág. 38

Para (Parra, 1990) “La resolución de problemas se refiere a la coordinación de experiencias previas, conocimiento e intuición, en un esfuerzo para encontrar una solución que no se conoce” pág. 15, Para (Garret, 1988) una situación puede convertirse en problema "solamente cuando ha sido reconocido como tal, es decir, cuando corresponden a una duda carente de respuesta"

Para (Gil, Martinez, & Pérez, 1988) considera que es "una situación estimulante para la cual el individuo no tiene respuesta" Para (Jiménes, Rodriguez, & Estrada, 2006) “Implica el uso y la coordinación de experiencias anteriores de conocimiento, creatividad, intuición y habilidad, en un esfuerzo por encontrar una solución desconocida” pág. 9

2.3. IMPORTANCIA DEL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMA

El corazón de la práctica matemática reside en la formulación y resolución de problemas e intervienen factores diversos, que van desde las motivaciones psicológicas y culturales, hasta vectores de naturaleza social e histórica más amplia, la resolución de problemas como metodología en la clase debe ocupar un lugar predominante. Esta puede propiciar resultados positivos en el aprendizaje de la Educación Matemática aplicar una metodología que ayude al estudiante a hallar la solución correcta de una manera comprensiva.

La resolución de problemas, es un aprendizaje que ha de realizarse a lo largo de la vida, contribuye a desarrollar en los estudiantes estrategias mentales básicas que les facilita resolver situaciones de la vida real, aplicando los conocimientos que se han adquirido durante los diferentes niveles educativos, y esto tiene que ser sustentado, alimentado por los docentes en su accionar diario así para (Beyer, 2000) “Es importante que los docentes asuman una enseñanza de la Matemática orientada hacia la resolución de problemas, en donde el alumno pueda realizar suposiciones e inferencias, se le permite discutir sus conjeturas, argumentar, y por supuesto, equivocarse” , esto le permite a los estudiantes el desarrollar la capacidad de análisis y comprensión del texto del problema, dándole la oportunidad de poner en práctica sus conocimientos previos,

permitiendo la movilidad de saberes para enfocarlos y tratar de resolver una situación que aunque no sabe el resultado puede llegar a resolverlo empleando para ello lo que ya conoce, el problema representa un desafío para actuar por lo que le debe permitir a los alumnos desarrollar su capacidad de imaginar y emprender acciones para resolverlo.

Para resolver un problema es importante que el alumno pueda representarlo; es decir que pueda imaginar la situación, que identifiquen los elementos que intervienen y las acciones por realizar. Entendiéndose que representar signifique realizar gráficos que le permitan comprender el problema para resolverlo.

2.4. IDENTIFICACIÓN DE UN PROBLEMA

Un problema es un obstáculo el cual tiene que ser resuelto, todas las personas en forma general en nuestra vida nos enfrentamos a problemas sean estos en la vida estudiantil como también en nuestras actividades personales y del hogar. Para (Pozo y Postigo, 1994) citado en (Alcalde, 2010). Para que haya verdaderos problemas, que obliguen al estudiante a tomar decisiones, planificar y recurrir a su bagaje de conceptos y procedimientos adquiridos, es preciso que las tareas sean abiertas, diferentes unas de otra, o sea, imprevisible. Un problema es siempre una situación en algún sentido sorprendente. Para (Luceño, 1999) Menciona que un problema para una persona no lo es necesariamente para otra. Es evidente que la misma situación problema presentada a alumnos con niveles de conocimiento diferentes puede ser un problema para unos y no serlo para otro.

Siempre estamos resolviendo problemas, desde los más sencillos hasta los más complejos que se presentan a lo largo de nuestra preparación académica, es necesario prepararnos para resolver problemas es la base primordial del avance científico, tecnológico, la resolución de problemas es primordial en nuestras vidas y así también en las diferentes ramas sean estas de psicología, ciencias y otras.

La sociedad actual está determinada por progresivos y rápidos cambios, donde surgen situaciones complicadas que son precisas interpretar y resolver, los seres humanos tenemos muchas cualidades entre ellas está la de resolver problemas, para (Schwartz SD) citado en (García, 1998) "el futuro pertenece a aquellos que sean capaces de resolver creativamente los problemas, y la clave para construir el futuro es el desarrollo de la habilidad mental para tomar riesgos y explorar múltiples soluciones" y esto está ligada a la creatividad y habilidad que cada uno tenga en el momento necesario, para (Nieto, 2005) "La resolución de problemas está estrechamente relacionada con la creatividad, que algunos definen precisamente como la habilidad para generar nuevas ideas y solucionar todo tipo de problemas y desafíos" pág.7, esta creatividad es fundamental al momento de encontrar un obstáculo, es necesario saber y tener creatividad para poder dar solución a las dificultades que se presenten en el día a día, para este mismo autor considera que a través de la práctica y el entrenamiento adecuado todas las habilidades humanas se pueden desarrollar.

Para (Grupo Cero, 1984) citado en (Escudero, 1999, págs. 11-12) considera que los problemas buenos deben de tener rasgos que lo caractericen.

- **No son cuestiones con trampas ni acertijos.** Es importante hacer esta distinción en la enseñanza porque los alumnos, cuando se les plantean problemas, tienden a pensar que si no hay (o al menos ellos no lo recuerdan directamente) un algoritmo para abordarlos ni se les ocurre ningún procedimiento, seguro que lo que sucede es que tiene que haber algún tipo de truco o de "magia". La práctica sistemática resolviendo problemas hace que esa percepción habitual vaya cambiando.
- **Pueden o no tener aplicaciones, pero el interés es por ellos mismos.** Así como hay otras cuestiones cuya importancia proviene de que tienen un campo de aplicaciones (y sin descartar que los problemas las tengan), el interés de los problemas es por el propio proceso. Pero a pesar de ello, los buenos problemas suelen llevar a desarrollar procesos que, más tarde, se pueden aplicar a muchos otros campos.

- **Representan un desafío a las cualidades deseables en un matemático.** Parece obvio para todo el mundo que existen unas cualidades que distinguen a las personas que resuelven problemas con facilidad, aunque si se tienen que señalar cuáles son, es bien difícil hacerlo. Y se tiende a pensar que coinciden en líneas generales con las cualidades propias de los matemáticos.
- **Una vez resueltos apetece proponerlos a otras personas para que a su vez intenten resolverlos.** Pasa como con los chistes que nos gustan, que los contamos enseguida a otros, y así se van formando cadenas que explican su rápida difusión. Lo mismo sucede con los buenos problemas.
- **Parecen a primera vista algo abordable, no dejan bloqueado sin capacidad de reacción.** Y puede pasar que alguna solución parcial sea sencilla o incluso inmediata. Desde un punto de vista psicológico, sólo nos planteamos aquello que somos capaces (o al menos eso creemos) de resolver. Por eso, si un problema sólo lo es para nosotros cuando lo aceptamos como tal, difícil es que nos "embarquemos" en una aventura que nos parezca superior a nuestras fuerzas.
- **Proporcionan al resolverlos un tipo de placer difícil de explicar pero agradable de experimentar.** La componente de placer es fundamental en todo desafío intelectual, si se quiere que sea asumido con gusto y de manera duradera. Incluso, en la enseñanza, la incorporación de esos factores a la práctica diaria pueden prefigurar la inclinación de los estudios futuros. Y no hay que olvidar que las matemáticas son de las materias que no dejan indiferente, se las quiere o se las odia (como aparece en múltiples estudios). Por ello más vale que introduzcamos refuerzos positivos para hacer que aumenten los que las aprecian.

2.5. CLASIFICACIÓN DE PROBLEMAS.

Polya (1981) citado en (Contreras, 2010) considera la siguiente clasificación

- a) Los que se resuelven mecánicamente aplicando una regla que acaba de conocerse (una regla delante de tu nariz).

b) Los que pueden resolverse aplicando algo que se ha dado antes, en los que el resolutor ha de tomar alguna decisión (aplicación con alguna elección).

c) Los que requieren combinar dos o más reglas o ejemplos dados en clase (elección de una combinación).

d) Los que también requieren combinación, pero que contienen ramificaciones y requiere un alto grado de razonamiento personal (aproximación al nivel de investigación).

Polya establecía que el orden determina el grado de dificultad y el valor educativo; hoy el interés se centra en los niveles c) y d).

Pólya (1989) establece una de las primeras clasificaciones de problemas, en la que distingue sólo dos tipos: el *problema por resolver*, cuyo propósito es descubrir la incógnita del problema, y el *problema por demostrar*, que consiste en mostrar de modo concluyente la exactitud o falsedad de una afirmación claramente enunciada.

Para Carrillo (1995) citado en (Contreras, 2010) existen siete niveles. Ejercicios, problemas, problemas como problemas, problemas con institucionalización de los aprendizajes, problemas con heurísticos, problemas con reflexión y problemas con observación.

Los Ejercicios rutinarios han de ser sustituidos por problemas, pero de manera que podamos tener la paciencia suficiente para que los alumnos hagan sus propuestas de abordaje sin dar recetas que los conviertan en ejercicios, es decir, tratándolos como problemas. Sin embargo es preciso que, de vez en cuando dispongamos de tiempo para socializar los aprendizajes que se van produciendo, otorgando a los problemas un carácter de institucionalizadores de los aprendizajes". Los alumnos han de ir superando retos para los cuales no siempre disponen de las herramientas adecuadas. Su entrenamiento debe contener nuevos heurísticos, así como posibilidad para tomar conciencia de todos los actos realizados y los efectos de su planificación (reflexión) y capacidad

para extraer los aspectos más relevantes de la resolución (observación). La resolución de problemas debería servir básicamente para desarrollar la capacidad de explorar, conjeturar y razonar. Esto puede conseguirse se vincule o no lo anterior a contenidos matemáticos concretos, lo que determina las dos grandes pautas de actuación en RP.

Butts (1980) considera 5 tipos de problemas (los 3 primeros corresponden a problemas que incluyen una estrategia de resolución en su enunciado, y los otros 2 no)

a) ejercicios de reconocimiento (se pide al resolutor que reconozca o emplee un hecho específico, definición o enunciado de un teorema)

b) ejercicios algorítmicos (ejercicios que pueden resolverse aplicando un procedimiento paso a paso, con frecuencia un algorítmico numérico)

c) problemas de aplicación (requieren formular simbólicamente el problema y manipular los símbolos de acuerdo con varios algoritmos -los problemas verbales tradicionales están en esta categoría)

d) problemas de investigación abierta (problemas del tipo "Probar que...", "Encontrar todos...", etc.)

e) situaciones problemáticas (no se delimita el problema, sino que se da la situación y se pide pensar sobre ella). Añade ejemplos de cada tipo (p. 24-25)

Maza (1991) citado en (Gallegos, 2013, pág. 20) clasifica los tipos de problemas de acuerdo a la situación que se pretende resolver. "Multiplicar y dividir a través de la resolución de problemas"

Clasificación de problemas: tipos, cambio

Resultado desconocido.

1. Carlos tenía 7 cromos. Pedro le dio 5 cromos ¿cuántos cromos tiene Carlos ahora? (Cambio a más)
2. Luis tenía 9 cromos. Dio 3 cromos a Nacho ¿cuántos cromo tiene Luis ahora ? (cambio a menos)

Cambio desconocido

3. Isabel tenía 8 cuentos. David le dio algunos cuentos más. Ahora Isabel tiene 15 cuentos ¿ cuántos cuentos le dio David ? (cambio a más)
4. Rosa tenía 14 cuentos. Dio algunos a Carlos. Ahora Rosa tiene 6 cuentos ¿cuántos cuentos le dio a Carlos ? (Cambio a menos)

Principio desconocido

5. Raquel tenía algunas pinturas. Carmen le dio 9 pinturas más. Ahora Raquel tiene 15 pinturas ¿cuántas pinturas tenia Raquel al principio? (Cambio a más)
6. Eva tenía algunas pinturas. Dio 5 pinturas a Elías. Ahora Eva tiene 9 pinturas ¿cuántas pinturas tenia Eva al principio? (Cambio a menos)

Igualar

1. Adela tiene 8 caramelos. Lucia tiene 12 caramelos ¿cuántos caramelos debe conseguir Adela para tener tantos como Lucia?
2. Gabriel tiene 12 caramelos. Amparo tienen 7 caramelos ¿cuántos caramelos necesita dar Gabriel para tener tantos como Amparo?

Combinar

Conjunto total desconocido

1. Eduardo tiene 7 juguetes, Juan tiene 5 juguetes ¿cuántos juguetes tiene en total?

Subconjunto desconocido

1. Ramón y Javier tienen 15 juguetes. Ramón tiene 7 juguetes ¿cuántos juguetes tiene Javier?

Comparar

Diferencia desconocida

1. María tiene 12 canicas. Pablo tiene 7 canicas ¿Cuántas canicas tiene María más que Pablo?
2. Quique tiene 12 canicas, Loli tiene 7 canicas ¿cuántas canicas tiene Loli menos que Quique?

Cantidad comparada desconocida

3. David tiene 7 rotuladores. Alba tiene 5 rotuladores más que David ¿cuántos rotuladores tiene Alba?
4. Gloria tiene 12 rotuladores, Jaime tiene 7 rotuladores menos que Gloria ¿cuántos rotuladores tiene Jaime?

Referente desconocido

5. Roció tiene 15 globos. Ella tiene 7 globos más que Belén ¿cuántos globos tiene Belén?
6. Andrea tiene 9 globos. Ella tiene 5 globos más que Paula ¿cuántos globos tiene Paula?

Problema de razón

Multiplicación-razón $E \times I = ?$

1. Juan compra 3 paquetes de cromos, cada uno vale 25 ptas. ¿cuánto ha pagado en total?

Participación-razón $E \times ? = E$

2. Juan ha comprado 3 paquetes de cromos por los que le han cobrado 75 ptas. ¿cuánto vale cada paquete?

Agrupamiento-razón $\text{¿} \times \text{I}$ (cuantificador) = E

1. Juan ha comprado varios paquetes de cromos. Si cada paquete vale 25 ptas. Y le han cobrado 75 en total ¿cuántos paquetes compro?

Problema de comparación

Multiplicación-cuantificador $\text{E} \times \text{I}$ (cuantificador) = E

1. María recibe cada fin de semana 25 ptas. Su hermana Soledad que es mayor recibe 4 veces más ¿cuánto recibe Soledad?

Agrupamiento-cuantificador $\text{E} \times \text{?}$ (cuantificador) = E

1. María recibe cada fin de semana 25 ptas. Soledad recibe 100 ptas. ¿cuántas veces más recibe Soledad que María?

Partición-cuantificador $\text{?} \times \text{I}$ (cuantificador) = E

1. María recibe una cantidad de dinero. Soledad recibe 4 veces más, es decir, 100 ptas. ¿cuánto recibe María?

Problemas de combinación

Multiplicación-combinación $\text{E} \times \text{E} = \text{?}$

1. En un baile hay 3 chicos y 2 chicas. ¿cuántas parejas distintas se pueden formar?

División-combinación $\text{E} \times \text{?} = \text{E}$

1. En un baile hay 3 chicos y hay algunas chicas. Se pueden formar 6 parejas distintas ¿cuántas chicas distintas hay en el baile?

Problemas de conversión

Multiplicación-conversión $\text{I} \times \text{I} = (\text{razón-razón})$

1. Para celebrar un cumpleaños se han hecho varias bolsas. En cada una hay 5 paquetes de chicles. Cada paquete tiene 6 chicles ¿cuántos chicles hay en cada bolsa?

División-conversión $|x? = |$ (razón-razón)

1. En cada bolsa de cumpleaños hay varios paquetes de chicles. Si cada paquete tiene 6 chicles y hay 30 chicles en cada bolsa ¿cuántos paquetes hay por bolsa?

Multiplicación-conversión $|x i = ?$ (cuantificador-cuantificador)

1. Juan tiene un dinero. Ignacio tiene 4 veces el dinero de Juan. Paco tiene 5 veces el dinero de Ignacio ¿cuántas veces tiene Paco el dinero de Juan?

División-conversión $|x? = |$ (cuantificador-cuantificador)

1. Juan tiene un dinero: Paco tiene 20 veces el dinero de Juan y 5 veces el dinero de Ignacio ¿cuántas veces tiene Ignacio el dinero de Juan?

Multiplicación-conversión $|x | = ?$ (razón-cuantificador)

1. Hay 5 chicles en un paquete pequeño. Un paquete grande tiene 3 veces los chicles del pequeño ¿cuántos chicles tiene el paquete grande?

División-conversión $|x? =$ (razón-cuantificador)

1. Hay 5 chicles en un paquete pequeño un paquete grande tiene 15 chicles ¿cuántas veces mayor es el paquete grande del pequeño?

2.4. FACTORES QUE INTERVIENEN EN EL PROCESO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

“Durante la resolución de problemas debe esperarse que sean los alumnos los que tomen decisiones acerca de las formas de registrar y comunicar sus procedimientos” (Bronzina & Chemello, 2009) Pág. 38

Para (Schoenfeld, 1992) citado por (Villanova, Rocerau, Valdez, & Oliver, pág. 5) manifiesta que hay cinco aspectos a considerar.

- a) El conocimiento de base
- b) Las estrategias de resolución de problemas
- c) Los aspectos metacognitivos
- d) Los aspectos afectivos y el sistema de creencias
- e) La comunidad de práctica

a) El conocimiento de base (los recursos matemáticos)

Para entender el comportamiento individual de un sujeto puesto ante una situación matemática (ya sea de interpretación o de resolución de problemas), se necesita saber cuáles son las herramientas matemáticas que tiene a su disposición: ¿qué información relevante para la situación matemática o problema tiene a mano?, ¿cómo accede a esa información y cómo la utiliza?

b) Las estrategias de resolución de problemas (heurísticas)

Las discusiones sobre las estrategias (o heurísticas) de resolución de problemas en matemática, comienzan con Polya, quien plantea cuatro etapas en la resolución de problemas matemáticos:

Primero: Comprender el problema:

Segundo: Diseñar un plan:

Tercero: Ponerlo en práctica

Cuarto: Examinar la solución:

c) Los aspectos metacognitivos

En el curso de una actividad intelectual, como por ejemplo, la resolución de problemas, en algún momento se hace un análisis de la marcha del proceso. Monitorear y controlar el progreso de estas actividades intelectuales son, desde el punto de vista de la psicología cognitiva, los componentes de la metacognición.

d) Los sistemas de creencias

Las creencias, concebidas como la concepción individual y los sentimientos que modelan las formas en que el individuo conceptualiza y actúa en relación con la matemática, comenzaron a ocupar el centro de la escena en la investigación en educación matemática, a partir de la última década.

e) La comunidad de práctica

Un gran cuerpo de literatura emergente en los últimos años, considera al aprendizaje matemático como una actividad inherentemente social (tanto como cognitiva), y como una actividad esencialmente constructiva, en lugar de receptiva.

2.5. ESTRATEGIAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El docente tiene en sus manos la maravillosa tarea de despertar la curiosidad de sus estudiantes a través del planteamiento de problemas matemáticos. Para ello, es importante que le presente a sus estudiantes situaciones variadas y que estimulen la reflexión, pero también es necesario que les proporcione las herramientas y recursos que les anime a descubrir por sí mismos las soluciones a los problemas presentados. En este sentido, se hace imprescindible que el maestro conozca, las diversas estrategias de resolución de problemas que han propuesto investigadores y expertos en el área. (Polya, 1989, pág. 165) “Al resolver problema matemático, partimos de conceptos muy claros, relativamente bien ordenados en nuestra mente. Al resolver un problema práctico, estaremos con frecuencia obligados a empezar por ideas más bien vagas; esclarecer los conceptos puede ser entonces una parte importante del problema”

Las estrategias para resolver problemas se describen hacia las operaciones mentales utilizadas por los educandos para deliberar sobre la representación de las metas y los datos, con el fin de transformarlos y obtener una respuesta y estas estrategias están inscritas en los métodos heurísticos tal como lo indica (Polya, 1989, pág. 104) “La heurística trata del comportamiento

humano frente a los problemas” Así también (Polya, 1989) “La heurística tiende a la generalidad, al estudio de métodos, independiente de la cuestión tratada y se aplica a problemas de todo tipo” Pág. 105. El razonamiento heurístico es de uso frecuente no se llega a una certeza plena sino hasta después de haber obtenido la solución completa, esto lo afirma (Polya, 1989, pág. 173) “Es un razonamiento que se considera no como definitivo y riguroso, sino simplemente como provisional y plausible y cuyo objeto es descubrir la solución del problema propuesto”

Para resolver problemas, necesitamos desarrollar determinadas estrategias que, en general, se aplican a un gran número de situaciones. Este mecanismo ayuda en el análisis y en la solución de situaciones donde uno o más elementos desconocidos son buscados. Asimismo nos indica (Orton, 2003, pág. 51) “Los problemas no son rutinarios; cada uno constituye en mayor o menor grado, una novedad para el que aprende. Su solución eficaz depende de que el alumno no sólo posea el conocimiento y las destrezas requeridas sino también que sea capaz de utilizarlos y establecer una red o estructura”. Es importante que los estudiantes perciban que no existe una única estrategia, ideal e infalible de resolución de problemas. Asimismo, que cada problema amerita una determinada estrategia y muchos de ellos pueden ser resueltos utilizando varias estrategias. (Poggioli, 1999), refiere los siguientes:

- a. **Trabajar en sentido inverso.** Este procedimiento de trabajar de atrás hacia delante es usado en Geometría y consiste en convertir las metas en datos y partir de allí resolver el problema.
- b. **Subir la cuesta.** Consiste en avanzar desde la situación actual a otra que esté más próxima a la meta, de manera que el solucionador, al encontrarse en ese estado más cercano, evalúe el nuevo estado en el que esté después de cada posible movimiento, pudiendo seleccionar siempre el que éste más próximo de la meta.

- c. **Análisis medios-fin.** Se basa en la descomposición de la meta en submetas para luego ir solucionándolas en forma individual, una a una, hasta completar la solución final.
- d. **El uso de algoritmos.** Se refiere a procedimientos más específicos que indican paso a paso la solución de un problema. Los algoritmos, al contrario de los métodos heurísticos, constituyen estrategias específicas que garantizan el alcance de los objetivos o solución del problema. Sin embargo, cabe destacar que los procedimientos heurísticos son más útiles que los algoritmos cuando no se conoce la solución del problema.
- e. **Procesos de pensamiento divergente.** Como su nombre lo indica, se refiere a una estrategia relacionada con la creatividad, originalidad e inspiración, implica la generación de perspectivas o enfoques alternativos de solución.

Así también para (García J. , 2002) Señala algunas recomendaciones:

- Proponer a los alumnos problemas con diferentes tipos de contextos, es decir, plantear al estudiante situaciones distintas y variadas relacionadas tanto con experiencias de la vida real, tales como ideas ficticias, con el fin de despertar la curiosidad e interés de los estudiantes a través de la creatividad de las situaciones planteadas.
- Proponer problemas variados, en cuanto al número de soluciones, es decir, una solución, varias soluciones; sin solución. Es importante plantear diferentes tipos de problemas, con enunciados diversos en donde los estudiantes requieran utilizar procesos cognoscitivos para resolver cada situación y no caer en la rutina de presentar los mismos tipos e problemas que conllevan a un proceso de resolución mecánico y memorístico.
- Presentar problemas variados desde el punto de vista de la adecuación de los datos, es decir, usar datos completos, incompletos, superfluos, o presentar datos que sobran. Esta recomendación, obliga al estudiante a leer y entender el problema antes de comenzar a concebir el plan de

resolución, pues debe saber primero cual de la información suministrada es realmente un insumo para alcanzar la solución.

- Poner el acento sobre los procesos de resolución y no solamente sobre los cálculos y las soluciones, en este sentido García (2002), recomienda al docente al trabajar haciendo énfasis en los procesos desarrollados por los estudiantes más que en los resultados, pues al fin y al cabo es el proceso lo que va a transferir el estudiante cuando requiera enfrentarse a otra situación similar en el futuro.
- Animar a los estudiantes a comunicar oralmente o por escrito lo esencial del proceso de resolución de problemas. Para ello se recomienda pedir al estudiante que verbalice o escriba el proceso que siguió para resolver el problema, de esta manera el docente puede conocer (con las propias palabras de los alumnos) los procesos mentales y procedimientos que utilizaron para llegar a la solución, y al mismo tiempo se estaría valorando las propias estrategias de los estudiantes y ayudar a otros alumnos que tienen mayores dificultades en esta área.
- Diversificar las actividades de resolución de problemas, lo que requiere un enunciado y pedir cuál podría ser la pregunta del problema ante un conjunto de datos. En ella se pide elegir aquellos que encajan en la pregunta del problema. Dada la incógnita, se pregunta por los datos. Esto le permite al docente salir de la rutina y planificar con anticipación los enunciados de los problemas a trabajar en sus clases plantear situaciones diversas y variadas que permitan al estudiante a reflexionar, analizar y razonar, para concebir un plan que le permita obtener la solución de los problemas dados.

También están los aportes de (Schoenfeld,A, como se citó en Barrantes, 2006, págs. 3-4) “Cada una de las heurísticas o estrategias que se usen pueden tener sus diferencias; puede que se seleccione una que es inútil, existiendo muchas que son útiles. Todo eso debe ser controlado”

Algunas acciones que involucran el control son:

- A. Entendimiento: tener claridad acerca de lo que trata un problema antes de empezar a resolverlo. En esto Pólya hace, también, una y otra vez, la observación que si alguien no entiende un problema, no lo va a resolver, y si lo hace, es por casualidad.
- B. Consideración de varias formas posibles de solución y seleccionar una específica, o sea: hacer un diseño.
- C. Monitorear el proceso y decidir cuándo abandonar un camino no exitoso y tomar uno nuevo.
- D. Llevar a cabo ese diseño que hizo, estar dispuesto a cambiarlo en un momento oportuno.
- E. Revisar el proceso de resolución.

Schoenfeld propone algunas actividades que, según él, pueden desarrollar las habilidades de las personas para el control:

- Tomar videos durante las actividades de resolución de problemas. El video luego se pasa a los estudiantes para que vean qué es lo que han hecho, porque, en general, resuelven un problema y, al final, se les olvida qué fue lo que hicieron.
- Algo que Pólya mencionaba, también: el docente debe tomar las equivocaciones como modelo; es decir, poner un problema en la pizarra, tratar de resolverlo (aun cuando sepa la solución), escoger una estrategia que sabe que no va a llevar a un término y ver en qué momento se decide que esa no lleva a ninguna parte y se opta por otra.

El profesor resuelve problemas como modelo, y, posteriormente, debe discutir las soluciones con todo el grupo para que cada uno aporte ideas.

- Es muy importante cerciorarse si los estudiantes entienden el vocabulario utilizado en la redacción de un ejercicio o de un problema; se debe hacer

preguntas orientadoras y evaluar métodos sugeridos por los mismos estudiantes.

- También propone que se resuelvan problemas en pequeños grupos, en un ambiente de trabajo colaborativo; esto para potenciar el desarrollo de habilidades relacionadas con alguna materia, y, así, que cada uno pueda aprender sobre la forma en que los demás controlan su trabajo.

Así también para (Escudero, 1999, pág. 17) “La destreza para resolver genuinos problemas es un verdadero arte que se aprende con paciencia y considerable esfuerzo” y considera que las estrategias que tendremos ocasión de aprender y ejercitar son:

1. Comenzar resolviendo un problema semejante más fácil.
2. Hacer experimentos, observar, busca pautas, regularidades... Hacer conjeturas. Tratar de demostrarlas.
3. Dibujar una figura, un esquema, un diagrama.
4. Escoger un lenguaje adecuado, una notación apropiada.
5. Inducción.
6. Supongamos que no es así.
7. Supongamos el problema resuelto.
8. Si tenemos una receta y estamos seguros de que se ajusta al problema, apliquémosla.

Según (S, Fernández 1992, como se citó en Escudero,1999, pág. 16) las estrategias más frecuentes en la resolución de problemas serían:

1. Ensayo-error.
2. Empezar por lo fácil, resolver un problema semejante más sencillo.
3. Manipular y experimentar manualmente.
4. Descomponer el problema en pequeños problemas (simplificar).
5. Experimentar y extraer pautas (inducir).
6. Resolver problemas análogos (analogía).
7. Seguir un método (organización).
8. Hacer esquemas, tablas, dibujos (representación).

9. Hacer recuento (conteo).
10. Utilizar un método de expresión adecuado: verbal, algebraico, gráfico, numérico (codificar, expresión, comunicación).
11. Cambio de estados.
12. Sacar partido de la simetría.
13. Deducir y sacar conclusiones.
14. Conjeturar.
15. Principio del palomar.
16. Analizar los casos límite.
17. Reformular el problema.
18. Suponer que no (reducción al absurdo).
19. Empezar por el final (dar el problema por resuelto).

Las estrategias en la resolución de problemas matemáticos constituyen la base primordial como herramienta, por medio de estas, se aumenta en el estudiante el desarrollo de habilidades cognitivas que le ayudan a la adquisición de aprendizajes y por ende le capacita para los problemas de la vida diaria. Es por esto que la resolución de problemas debe de incentivarse en la formación de los educandos y acrecentarlo en el aula de clase, poniendo énfasis en las estrategias significativas que le propicien el aprendizaje.

Es necesario que todo esto también este acompañado de las habilidades de los docentes y pongan en práctica los conocimientos teóricos y estrategias eficaces de enseñanza, facilitando de esta forma el proceso de enseñanza-aprendizaje, el docente tiene la responsabilidad de orientar el proceso hacia el desarrollo del pensamiento lógico de sus estudiantes y al descubrimiento de otras vías para solucionar problemas, de tal forma que articulen los conocimientos y estos a otras instancias de la vida diaria.

2.6. MÉTODO PARA RESOLVER PROBLEMAS

Realizar acciones que contribuyan a la resolución de los problemas, se debe a George Polya que, debido al acostumbrado fracaso de sus estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, se propuso diseñar un método que pudiera servirles para aprender a resolver problemas, al cual denominó *¿Como Plantear y resolver Problemas?*, marcando así un nuevo rumbo en el estudio de problemas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, la resolución de problemas precisa de una planificación de las acciones a llevar a cabo, que ayuden a situar y utilizar adecuadamente los conocimientos adquiridos.

El catedrático matemático más conocido que sostiene esta idea de la resolución de problemas es Polya. Los cuales los transmite a través de sus libros "How to solve it" (Polya, 1954), en el cual introduce el término "heurística" para describir el arte de la resolución de problemas, concepto que desarrolla luego en (Polya, *Mathematics and plausible reasoning*, 1957) y (Polya, *Mathematical Discovery. On understanding, learning and teaching problem solving*, 1981)

Metodología de Polya (1989) citado por (Nieto, 2005). La posición de Pólya respecto a la Resolución de Problemas se basa en una perspectiva global y no restringida a un punto de vista matemático. Es decir, este autor plantea la Resolución de Problemas como una serie de procedimientos que, en realidad, utilizamos y aplicamos en cualquier campo de la vida diaria, tenemos problemas en la vida diaria, en las ciencias, en la política. Pólya desde joven era una persona muy inquieta por la física y la matemática; le encantaba asistir a conferencias y a clases para observar la demostración de teoremas. En estas charlas o lecciones, a pesar de que la exposición de los conceptos era bastante clara, la inquietud de él siempre era: "sí, yo tengo claro el razonamiento, pero no tengo claro cómo se origina, cómo organizar las ideas, por qué se debe hacer así, por qué se pone de tal orden y no de otro". Esto lo llevó a cuestionar las estrategias que existían para

resolver problemas o cómo se concebiría una sucesión de pasos lógicos para aplicar a la resolución de cualquier tipo de problema.

MÉTODO DE LOS CUATRO PASOS.

Él plantea en su primer libro llamado “El Método de los Cuatro Pasos”, para resolver cualquier tipo de problema se debe:

- Comprender el problema
- Concebir un plan
- Ejecutar el plan y
- Examinar la solución.

Para cada una de estas etapas él plantea una serie de preguntas y sugerencias.

Etapas I. Comprensión del Problema.

Para esta etapa se siguen las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la incógnita?
- ¿Cuáles son los datos?
- ¿Cuál es la condición?
- ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?
- ¿Es insuficiente?
- ¿Es redundante?
- ¿Es contradictoria?

En esta etapa es obviamente insoslayable: es imposible resolver un problema del cual no se comprende el enunciado. Es decir, esta es la etapa para determinar la incógnita, los datos, las condiciones, y decidir si esas condiciones son suficientes, no redundantes ni contradictorias.

PASO II. Concepción de un Plan.

Algunas interrogantes útiles en esta etapa son:

- ¿Se ha encontrado con un problema semejante?
- ¿Ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?
- ¿Conoce un problema relacionado con éste?

- ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil? Mire atentamente la incógnita y trate de recordar un problema que le sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar
- He aquí un problema relacionado con el suyo y que se ha resuelto ya ¿Podría utilizarlo? Podría emplear su resultado? ¿Podría utilizar su método? ¿Podría utilizarlo introduciendo algún elemento auxiliar?
- ¿Podría enunciar el problema en otra forma?
- ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente? Refiérase a las definiciones.

En esta etapa corresponde a la estrategia, es decir a la formulación de un plan general para atacar a resolver el problema, dejando los detalles técnicos de su ejecución para un momento posterior. Esta etapa es más sutil y delicada, ya que no solamente está relacionada con los conocimientos y la esfera de lo racional, sino también con la imaginación y la creatividad.

Etapa III: Ejecución del Plan.

Durante esta etapa es primordial examinar todos los detalles y es parte importante recalcar la diferencia entre percibir que un paso es correcto y, por otro lado, demostrar que un paso es correcto. Es decir, es la diferencia que hay entre un problema por resolver y un problema por demostrar. Por esta razón, se plantean aquí los siguientes cuestionamientos:

- Al ejecutar el plan, compruebe cada uno de los pasos
- ¿Puede ver claramente que el paso es correcto?
- ¿Puede demostrarlo?

Él plantea que se debe hacer un uso intensivo de esta serie de preguntas en cada momento. Estas preguntas van dirigidas sobre todo a lo que él llama problema por resolver y no tanto los problemas por demostrar. Cuando se tienen problemas

por demostrar, entonces, cambia un poco el sentido. Esto es así porque ya no se habla de datos sino, más bien, de hipótesis. En realidad, el trabajo de Pólya es fundamentalmente orientado hacia los problemas por resolver.

Etapa IV. Examinar la Solución.

También denominada la etapa de la visión retrospectiva, en esta fase del proceso es muy importante detenerse a observar qué fue lo que se hizo; se necesita verificar el resultado y el razonamiento, seguido de preguntarse:

- ¿Puede verificar el resultado?
- ¿Puede verificar el razonamiento?
- ¿Puede obtener el resultado en forma diferente?
- ¿Puede verlo de golpe?
- ¿Puede emplear el resultado o el método en algún otro problema?

Estos argumentos dan una retroalimentación muy interesante para resolver otros problemas futuros: Pólya plantea que cuando se resuelve un problema (que es en sí el objetivo inmediato), también, se están creando habilidades posteriores para resolver cualquier tipo de problema. En otras palabras, cuando se hace la visión retrospectiva del problema que se resuelve, se puede utilizar tanto la solución que se encuentra como el método de solución; este último podrá convertirse en una nueva herramienta a la hora de enfrentar otro problema cualquiera.

De hecho, es muy válido verificar si se puede obtener el resultado de otra manera; si bien es cierto que no hay una única forma o estrategia de resolver un problema pueden haber otras alternativas. Precisamente, esta visión retrospectiva tiene por objetivo que veamos esta amplia gama de posibles caminos para resolver algún tipo de problema.

Este camino trazado por este brillante matemático abrió el camino para que autores como, Schoenfeld como se citó en (Escudero, 1999, pág. 15) dan sus aportes de diferentes trabajos especialmente en lo que se refiere a la aplicación de la heurísticas de uso frecuente, y proponer fases para la resolución de problemas y las agrupa en tres fases.

Análisis.

- ✓ Trazar un diagrama.
- ✓ Examinar casos particulares.
- ✓ Probar a simplificar el problema.

Exploración.

- ✓ Examinar problemas esencialmente equivalentes.
- ✓ Examinar problemas ligeramente modificados.
- ✓ Examinar problemas ampliamente modificados.

Comprobación de la solución obtenida

- ✓ Verifica la solución los criterios específicos siguientes
- ✓ Utiliza todos los datos pertinentes
- ✓ Está acorde con predicciones o estimaciones razonables
- ✓ Resiste a ensayos de simetría, análisis dimensional o cambio de escala
- ✓ Verifica la solución los criterios generales siguientes
- ✓ Es posible obtener la misma solución por otro método
- ✓ Puede quedar concretada en caso particulares
- ✓ Es posible reducirla a resultados conocidos
- ✓ Es posible utilizarla para generar algo ya conocido

Para (Abrante, Barba, Bofarull, Colomer, & otros, 2007) “La resolución de problema, tal como ha sido ampliamente analizado y simulado en la computadora por los psicólogos del procesamiento de la información, implica los siguientes pasos.

1. Representación del problema que incluye un estado inicial o punto de partida, un estado meta o solución y un conjunto de movimientos lícitos.

2. Establecimiento de una serie de subtemas que permiten un acercamiento progresivo a la solución.
3. Aplicación de la estrategia medios-fines que permite reducir las diferencias entre el estado inicial y el estado meta o solución.

Para (Dewey, 2008) señala las siguientes fases en el proceso de resolución de problemas

1. Se siente una dificultad: localización de un problema.
2. Se formula y define la dificultad: delimitar el problema en la mente del sujeto.
3. Se sugieren posibles soluciones: tentativas de solución
4. Se obtienen consecuencias: desarrollo o ensayo de soluciones tentativas.
5. Se acepta o rechaza la hipótesis puesta a prueba

Así también para Miguel de Guzmán (1994) presenta el siguiente modelo:

1. Familiarízate con el problema.
2. Búsqueda de estrategias.
3. Lleva adelante tu estrategia.
4. Revisa el proceso y saca consecuencias de él.

De acuerdo con (Poggioli, 1999, pág. 26) las estrategias para resolver problemas se refieren a las operaciones mentales utilizadas por los estudiantes para pensar sobre la representación de las metas y los datos, con el fin de transformarlos y obtener una solución. Sostiene que para resolver un problema se debe pasar por las siguientes fases.

1. La preparación, que permite al solucionador analizar el problema y buscar información al respecto para tratar de definirlo.
2. La incubación, donde el solucionador analiza el problema de manera inconsciente.
3. La inspiración, que permite al solucionador vislumbrar la solución de manera inesperada.

4. La verificación, donde el solucionador revisa la solución encontrada.

Este mismo autor plantea las siguientes etapas en la resolución de un problema y que ayudan al solucionador a acercarse a la solución.

1. Identificación de los datos y la meta del problema
2. Especificación del problema donde se describe de forma más precisa el problema
3. Análisis del problema para identificar la información relevante
4. Generación de la solución, considerando diferentes alternativas
5. Revisión de la solución, para evaluar su factibilidad
6. Selección de la solución factible
7. Ejecución de la solución seleccionada
8. Nueva revisión de la solución, en caso de ser necesario

Para (Schoenfeld, 1985) los factores que intervienen en el proceso de resolución de problemas matemáticos son.

- a) El conocimiento de base
- b) Las estrategias de resolución de problemas
- c) Los aspectos metacognitivos
- d) Los aspectos afectivos y el sistema de creencias
- e) La comunidad de práctica

Para (Baroody, 1994) considera que para que exista un verdadero problema tiene que tener los siguientes aspectos.

- La Comprensión: que consiste en definir claramente la incógnita o meta del problema, y que ayuda a seleccionar la información que se necesita para resolver el problema así como los métodos más adecuados para ello.
- Uso de técnicas para la resolución de problemas: cuando un alumno se enfrenta con un problema genuino, es decir, no rutinario puede emplear las técnicas o estrategias que contribuyan al análisis del mismo, las cuales

se denominan “heurísticas”, según Polya. (citado por Baroody, 1994). Por ejemplo, una técnica heurística para entender mejor un problema, puede ser la representación del problema a través de un dibujo. Es importante que los niños usen técnicas para analizar el problema, pues de lo contrario se les tornara muy difícil resolver un problema no rutinario.

- Motivación: los estudiantes deben estar motivados para realizar el esfuerzo que exige un análisis detallado que le llevara a la solución del mismo.
- Flexibilidad: consiste en la adaptación rápida de los recursos existentes para satisfacer las demandas de una tarea nueva” (ob.cit.). El estudiante debe sentirse con plena libertad para ensayar respuestas, equivocarse, probar una y otra vez hasta descubrir por sí mismo la solución de las situaciones planteadas.

2.7. RESOLVER PROBLEMA

La resolución de problemas alisa la ruta para que el estudio de las matemáticas se transforme y sea la que catapulte los procesos del pensamiento a todos los involucrados en los diferentes procesos convirtiéndose en una herramienta eficaz. Para (Escudero, Resolución de problemas matemáticos, 1999) considera que para “Resolver problemas no existen fórmulas mágicas; no hay un conjunto de procedimientos o métodos que aplicándolos lleven necesariamente a la resolución del problema (aún en el caso de que tenga solución). Para (Bernabeu, 2010) “Considera que la resolución de problemas constituye un objetivo básico y una parte integral de toda actividad matemática” Pág. 17. Así también para (Santos, 2009) “La resolución de problemas exitosa requiere del conocimiento del contenido matemático, del conocimiento de estrategias de resolución de problemas, de un auto-monitoreo efectivo, y una disposición productiva a plantear y resolver problemas” Pág.9. Para Schoenfeld (1991y 1992) citado en (Villa & Callejo, 2005) manifiesta que “Quien apunta la conveniencia no tanto de hablar de enseñar a resolver problemas como enseñar

a pensar matemáticamente, es decir modelizar, simbolizar, abstraer y aplicar ideas matemáticas a un amplio rango de situaciones” Pág. 21. El resolver problemas de matemática es primordial si nuestro objetivo es que nuestros estudiantes logren un aprendizaje significativo de la matemática, y así lo conceptualiza (Bronzina, 2010)

Al presentar un problema es necesario asegurarse de que todos hayan comprendido cuál es el desafío planteado, para que cada alumno acepte ocuparse de él, intentando resolver por sí solo, sin orientarlos acerca de cómo deben hacerlo. Luego, habrá que dar lugar a un intercambio del que participen todos los alumnos y en el que el maestro vaya explicando las diferentes aproximaciones al conocimiento que desea enseñar, y debatir sobre ellas. Pág. 39

Para (Bernabeu, 2010) considera que “La resolución de problemas es una actividad mental extraordinaria compleja. En principio puede parecer una actividad desordenada y a veces caótica, pero una vez que nos introducimos en ellos es absolutamente fundamental realizar una precisa esquematización del pensamiento” Pág. 18. En la resolución de problemas se requiere y se utilizan muchas de las capacidades básicas: leer comprensivamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo durante la resolución del problema y poner en práctica muchos de los aportes de los diferentes autores que aportan para el mejor desenvolvimiento de cada uno de los diferentes problemas que se presenten, este método debemos de concebirlo como el instrumento que nos da la oportunidad de un aprendizaje para la vida, ya que proporciona al estudiante de conocimientos y permite comprender la finalidad de la materia, para Para Carrillo (1998) citado en (Giménez & Santos, 2007)

El concepto de problema debe de asociarse a la aplicación significativa (no mecánica) del conocimiento matemático a situaciones no familiares, la consciencia de tal situación, la existencia de dificultad a la

hora de enfrentarse a ella y la posibilidad de ser resuelta aplicando dicho conocimiento. Pág. 105

La resolución de problemas demanda poner en juego tiempo y energía de los resolutores, así también preparación y conocimiento, conocimiento que debe de ser adquirido en los procesos, los cuales tienen la necesidad de innovar la enseñanza-aprendizaje de matemática donde los estudiantes puedan desarrollar la habilidad para reflexionar meditar y pensar, formular preguntas comprobar la solución, uno de los enfoques teóricos que se interesa en el dominio de conceptos matemáticos es el enfoque cognoscitivo, por medio de sus mayores representantes como (Ausubel, 1989) con el aprendizaje Significativo, (Vigotsky, 1979) con su enfoque Sociocultural, todos ellos han aportado significativamente como se lleva una actividad matemática. Estos autores han tenido gran representación ya que sus aportes están vigentes y son base para nuevas investigaciones y nuevos aportes de la comunidad científica en lo que respecta a la matemática y sus aplicaciones.

Un factor preponderante para resolver problemas es entender y comprender, y para esto es necesario que el estudiante tenga un dominio básico del lenguaje matemático, necesario para poder vislumbrar lo que se está manifestando en el problema. (Abrante, 2007) manifiesta que.

Sería absurdo pretender que las matemáticas puedan ser entendidas haciendo la economía del aprendizaje riguroso del lenguaje formal que las sustenta. La utilización de un lenguaje formal no es, en matemáticas, ningún lujo. El carácter abstracto y general de los conceptos matemáticos se perdería sin la adopción de un lenguaje preciso, dominado por una serie de reglas sintácticas que le conceden precisión, claridad y abreviación.

Pág. 14

Es necesario comprender para luego poder expresar lo solicitado, El lenguaje común es el que utilizamos a través de un denominado código o lenguaje, por lo

que a partir de este podemos relacionarnos mutuamente, ya que lo ocupamos en la vida diaria; sin embargo, el lenguaje algebraico es el empleado en la rama de la matemática: el álgebra, en la cual utilizamos el lenguaje común para ayudar a entendernos; es decir a partir del lenguaje común se emplea el algebraico. Para (Vallejo, 1835)

Cuando, por la comprensión de dos ideas, no podemos averiguar su relación, y para esto las comparamos con otra u otras, usamos el raciocinio, que es una operación, por medio de la cual se comparan dos ideas con una o más intermedias, para averiguar su relación. Si el raciocinio se expresa por proposiciones, se llama razonamiento; y a la tripla facultad de adquirir ideas, compararlas y razonarlas sobre ellas se le llama entendimiento. Pág. XI

Este mismo autor, página XIII. Indica que “Según las cosas que se enuncian en la proposición, toma este el nombre de definición, problema, corolario, postulado, escolio y lema”. El lenguaje algebraico es una forma de traducir a símbolos y números lo que normalmente conocemos como lenguaje natural. De esta forma se pueden manipular cantidades desconocidas con símbolos fáciles de escribir, lo que permite simplificar expresiones, formular ecuaciones e inecuaciones y permite el estudio de cómo resolverlas. Para (Jiménes, Rodríguez, & Estrada, 2006) manifiesta que.

A diario el hombre usa formas y modelos como parte del lenguaje que utiliza para comunicarse. En ellos están contenidos números, letras que representan números, expresiones que equivalen a determinadas cantidades, todo esto es una forma de lenguaje algebraico. El álgebra representa la transición entre la Aritmética y la geometría; por su parte, el lenguaje algebraico es uno de los pasos más importantes para comprender y dominar todo ese conocimiento axiomático que representa miles de problemas y dificultades para los estudiantes. pág. 27

Para transformar un enunciado verbal al lenguaje algebraico, es necesario iniciar con los conocimientos básicos capaces de poder representar de manera fácil cada uno de las necesidades que se presente al momento de la comprensión de un problema, a continuación citare algunos ejemplos planteado de lenguaje verbal al lenguaje algebraico.

LENGUAJE ALGEBRAICO

Multiplicación	Producto
	Múltiplo
	Veces
	Doble/triple
División	Cociente
	Dividido
	Entre
	Razón
	Mitad/tercera

Nº	Lenguaje común	Lenguaje algebraico
1	Un número cualquiera:	x
2	La suma de dos números diferentes:	$x + y$
3	La diferencia de dos números:	$x - y$
4	El producto de dos números:	$x y$
5	El cociente de dos números:	x/y
6	El cubo de un numero:	x^3
7	El triple del cuadrado de un numero:	$3x^2$

8	La suma de los cuadrados de dos números:	$x^2 + y^2$
9	Los dos tercios de un número	$2/3 \cdot x$
9	La quinta parte del cubo de un numero:	$x^3/5$
10	El cubo de la quinta parte de un numero:	$(x/5)^3$
11	La suma de dos números dividida entre su diferencia:	$(x + y)/(x - y)$
12	¿Cuál es el número que agregado a 3 suma 8?:	$x + 3 = 8$
13	¿Cuál es el número que disminuido de 20 da por diferencia 7?:	$x - 20 = 7$
14	Las tres quintas partes de un numero aumentado en un cuarto:	$3/5 x + 1/4$
15	La diferencia entre un número y su anterior:	$x - (x-1)$
16	La suma entre un numero par y el triple del siguiente par:	$2x + 3(2x+2)$
17	El producto entre el doble de un número y la tercera parte de su consecutivo:	$2x \cdot (x+1)/3$
18	El cociente entre un número y su mitad:	$x/(x/2)$
19	La mitad de la suma de dos números multiplicado por el cuadrado de ambos números:	$1/2 \cdot (x+y)(x \cdot y)^2$
20	La raíz cubica del cuadrado de la suma de dos números:	$\sqrt[3]{(x+y)^2}$
21	La tercera parte de un numero aumentado en 10:	$x/3 + 10$
22	Las dos terceras partes de la suma de dos números:	$2/3 \cdot (x+y)$
23	Los cuatro quintos de la suma de dos números	$4/5(F+G)$
24	Un número aumentado en 10	$x + 10$

Poniendo en práctica este traspaso de un lenguaje vernáculo a una expresión algebraica, cabe de facilitar el proceso pondré varios ejemplos donde podamos visualizar cada remplazo. Ejemplo de problema donde existe disociación entre forma y significado.

Ejemplo 1.

Contar galletas y sumar como en la escuela. (Gardner, 1993) citado en (Abrante, 2007, pág. 15)

Una niña sabe sumar perfectamente 16 y 9 contando con sus dedos y lo hace para contar galletas. Cuando se le pide que haga la operación por escrito, aplica el algoritmo de la suma en columna, pero se equivoca y obtiene 15 en vez de 25 (pues se olvida de llevar 1). No se inmuta ante la contradicción y comenta que ambas soluciones son correctas, una para contar galletas, otra para contar por escrito.

Ejemplo 2.

Sumar el mismo número n veces para tenerlo que dividir por n . (Wertheimer, 1991) citado en (Abrante, 2007, pág. 15)

$$\frac{247 + 247 + 247 + 247 + 247}{5} = ?$$

Ante este problema, algunos alumnos van sumando de manera mecánica los cinco números del numerador y luego dividen el total por 5 a través del algoritmo aprendido de la división. No se dan cuenta de que el hecho de repetir cinco veces el mismo número en el numerador equivale de hecho a multiplicar 247 por 5, con lo cual la división por 5 indicada en el denominador lleva al resultado 247.

Ejemplo 3.

No hay autobuses para todos los soldados. (Schoenfel, 1988) citado en (Abrante, 2007, pág. 15)

Este es uno de los casos en que se tiene más documentación sobre la resolución sin comprensión de un problema con enunciado verbal.

Problema. < En cada autobús del ejercito caben 36 soldados. Se han de trasladar 1128 soldados al campo de entrenamiento. ¿Cuántos autobuses se necesitan?>.

Sólo el 23% de los estudiantes dieron la respuesta correcta. Alrededor del 30% dieron la solución; el 18% concluyeron que se necesitaban 31 autobuses. Los otros dieron respuestas variadas.

Algunas veces, como en el ejemplo 1, se establece una especie de esquizofrenia semántica entre el significado formal y el significado referencial, que no guardan ninguna relación: para esta niña, una cosa es contar galletas y otra cosa es sumar como se hace en la escuela.

Otras veces, como en el ejemplo 2, los alumnos no captan el significado central de la operación de división (inversa de la multiplicación que, a su vez, puede ser entendida intuitivamente como el resultado de una suma reiterada) y ejecutar tontamente la operación completa de suma y división.

El hecho de sumar (o multiplicar) y luego dividir supone trabajar en algo ya hecho tratando de llegar a una solución que ya está dada. Estos alumnos prefieren confiar en la repetición mecánica de una serie de algoritmos que tomar conciencia de las características especiales del problema (plantear una operación y su inversa).

También ocurre, como en el ejemplo 3, que el alumnado no es capaz de relacionar las operaciones simbólicas con la situación real que representa y ofrece una solución sin sentido aunque numéricamente correcta. En una situación práctica, a nadie se le ocurriría prescindir de 12 soldados por que no llenen completamente un autobús.

Ejemplo 4.

(Pasamentier & Krulik, 2008) Evelyn, Henry, y Al, a jugar un determinado juego. El jugador que pierde cada ronda debe dar a cada uno de los otros jugadores de todo el dinero que cada jugador tiene en ese momento. En la Ronda 1, Evelyn pierde y da Henry y Al tanto dinero como cada uno de ellos tienen entonces. En la Ronda 2, Henry pierde y da Evelyn y Al tanto dinero como cada uno de ellos

tienen entonces. Al pierde en la Ronda 3 y da Evelyn y Henry mayor cantidad de dinero que cada tiene. Ellos deciden dejar de jugar en este momento y descubrir que cada uno tiene \$ 24 dólares.

¿Cuánto dinero cada uno de ellos comienzan?

Solución

Estudiantes por lo general comienzan este problema mediante la creación de un sistema de tres ecuaciones con tres variables. Se puede hacer? ¡Por supuesto! Cuando la enseñanza de este tema en una clase de álgebra, usted debe tener los estudiantes hacen exactamente eso, sin embargo, debido a que el problema requiere una gran cantidad de resta y simplificación de expresiones entre paréntesis, es probable que sea incorrecta la última serie de ecuaciones. Incluso si se obtiene el conjunto correcto de ecuaciones, que luego deben ser resueltos de forma simultánea.

DATOS	EVELEYN	HENRY	AL
Comienzo	x	y	z
1	x-y-z	2y	2z
2	2x-2y-2z	3y-x-z	4z
3	4z-4y-4z	6y-2x-2z	7z-x-y

Lo que nos lleva a la cuestión del sistema de:

$$\begin{aligned}
 4x - 4y - 4z &= 24 \\
 -2x + 6y - 2z &= 24 \\
 -x - y + 7z &= 24.
 \end{aligned}$$

Resolver el sistema lleva a $x = 39$, $y = 21$, y $z = 12$. Por lo tanto, Evelyn empezó con \$ 39, Henry comenzó con \$ 21, y Al se inició con \$ 12 los estudiantes deben entender que el problema planteado la situación al final de la historia ("cada uno tiene \$ 24 dólares.") y pidió que la situación de partida ("¿Cuánto dinero tenía cada uno de ellos comienza con?"). Esto es casi una señal segura de que la estrategia de trabajar hacia atrás se podría emplear, Vamos a ver cómo esto hace que nuestro trabajo sea más fácil. Comenzamos en el extremo con cada uno con \$ 24

	EVELYN	HEMRY	AL
FINAL DE LA RONDA 3	24	24	24
FINAL DE LA RONDA 2	12	12	48
FINAL DE LA RONDA 1	6	42	24
COMIENZO	39	21	12

Evelyn comenzó con \$ 39, Henry con \$ 21, y Al \$ 12-- con las mismas respuestas que se llegue mediante la solución del problema algebraico. Usted debe animar a su estudiante para resolver el problema en ambos sentidos, uno de los objetivos de la resolución de problemas y el razonamiento no está en hacer que los estudiantes somos sus habilidades creativas para encontrar tantas formas como sea posible para resolver un problema. Esta actividad mantiene las condiciones dadas del problema completamente intacto y permite que los estudiantes se centran en los procesos de pensamiento necesarios para resolver el problema.

Ejemplo 5.

(Pasamentier & Krulik, 2008) Bárbara visitó a los juegos de oportunidad en el estado de New Jersey justo en tres días consecutivos el primer día, ella se duplicaron su dinero y gastan \$ 30 en el segundo día, se ha triplicado su dinero y gastó \$ 54. En el tercer día, se cuadruplicó su dinero y gastó \$ 72. Ella descubrió que tenía \$ 48 y cuando ella se fue a la feria. ¿Cuánto dinero se ha iniciado con Bárbara?

Solución

La solución típica presentado por los estudiantes es algebraico. Vamos $2x - 30$ representan la cantidad de dinero que tenía al final de la primera día. Entonces,

$$3(2x - 30) - 54 = 6x - 144$$

= la cantidad de dinero que tenía al final en el segundo día.

$$4(6x - 144) - 72 = 24x - 648$$

= la cantidad de dinero que tenía al final de la tercera día.

$$24x - 648 = 48$$

$$24x = 969$$

$$x = 29.$$

Bárbara comenzó con \$29. Los estudiantes deben, sin embargo, tener mucho cuidado en la formulación de la ecuación, ya que es muy fácil cometer un error y se olvidan de duplicar, triplicar o cuadruplicar todo el dinero anterior. Vamos a abordar el problema mediante la estrategia de trabajar hacia atrás. Notamos que trabajando al revés también estamos usando operaciones inversas:

Tercer día	$48 + 72 = 120$ $120 / 4 = 30$
Segundo día	$30 + 54 = 84$ $84 / 3 = 28$
Primer día	$28 + 30 = 58$ $58 / 2 = 29$

Ejemplo 6.

(Pasamentier & Krulik, 2008) Janette y Ruth se reproducen caniches franceses como un hobby. Vendieron la mitad de los cachorros y la mitad de un cachorro de la última camada a la tienda local de mascotas. Luego vendieron la mitad de los cachorros que había quedado en la basura y la mitad de un cachorro a su lugar caniche, Gladys. ¿Cuántos cachorros estaban originalmente en la arena?

Solución:

Los tradicionales, es la solución más obvia para establecer una serie de expresiones después de la acción en el problema, hasta llegar a una ecuación. Por lo tanto, si x representa el número de cachorros originalmente en la camada, obtenemos.

$$\text{Primera ventana: } \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$$

Que las hojas:

$$\left[x - \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2} \right) \right] \text{ o } x - \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$$

$$\text{Segunda ventana: } \left(\frac{x - \frac{x-1}{2}}{2} \right) + \frac{1}{2},$$

Que las hojas:

$$x - \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2} \right) - \left[\left(\frac{x - \frac{x-1}{2}}{2} \right) + \frac{1}{2} \right].$$

Así:

$$x - \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2} \right) - \left[\left(\frac{x - \frac{x-1}{2}}{2} \right) + \frac{1}{2} \right] = 1$$

Que en última instancia produce $x = 7$ para obtener la ecuación y luego a resolver es muy difícil para la mayoría de los estudiantes. Sin embargo, ya que sabemos que terminaron con un cachorro, vamos a trabajar hacia atrás.

En primer lugar, ya que es imposible de vender la mitad de un cachorro, razonamos que todos los números en cada venta deben ser impar, para tener en cuenta el extra "medio cachorro". Por lo tanto, si tenían un cachorro a la izquierda, pero dieron la mitad de un cachorro ($1\frac{1}{2}$) y vendido la mitad, había dos cachorros vendidos al palacio caniche. (Es decir, $(\frac{1}{2})(3) = 1\frac{1}{2}$ mas $\frac{1}{2} = 2$ esto deja a uno cachorros) Del mismo modo, este $3 + \frac{1}{2}$, entonces duplicado nos dice que había siete cachorros en la camada originales.

Una vez más, podemos comprobar nuestro trabajo examinando el problema desde el principio para ver si nuestra respuesta es correcta. Comenzaron con siete cachorros.

Vendieron la mitad de la basura ($3\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ cachorro; $3\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 4$), lo que les deja con tres cachorros. Ahora que venden la mitad de los tres cachorros ($1\frac{1}{2}$) más la mitad de un cachorro ($1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$), dejándolos con un cachorro. Nuestra respuesta de siete cachorros en la camada es correcta.

Ejemplo 7.

(Pasamentier & Krulik, 2008) Promedio de Jeremy (media aritmética) para 11 pruebas de matemáticas es 80. Anunció su maestro. Que los estudiantes podrían eliminar cualquiera de sus grados de la prueba y luego volver a calcular su

promedio. Jeremy eliminó el 30 recibió en su primera prueba. Lo que es nuevo promedio de Jeremy.

Solución.

Con frecuencia, los estudiantes comienzan adivinando lo que los resultados podrían haber sido ti rendimiento promedio de 80 horas para 11 pruebas. Obviamente, esta técnica es bastante tedioso, debido a que existen tantas posibilidades diferentes y muchos nunca dieron el conjunto correcto de las puntuaciones. Vamos a trabajar hacia atrás a partir de la media de la suma de las puntuaciones de 11. Porque la media aritmética original 80, la suma de las puntuaciones de 11 Jeremy debe haber sido 880. Restamos el 30 de este total. Por lo tanto, su nueva media es de $850/10$ o 85.

Ejemplo 8.

(Pasamentier & Krulik, 2008) Utilizando dos temporizadores de huevo, una de las cuales tiene una duración de exactamente 7 minutos y la otra durante exactamente 11 minutos, tiempo de mostrar cómo la cocción de un huevo durante exactamente 15 minutos.

Solución

La forma habitual que el intento más estudiante para resolver este problema es por ensayo y error. Sin rumbo que tratan diversas combinaciones de la 7 - y temporizadores de 11 min para ver cómo se puede llegar a exactamente 15 min. Aunque esto podría finalmente producir el resultado correcto, es un procedimiento difícil y requiere mucho tiempo para su uso.

Para resolver el problema, vamos a utilizar el trabajar hacia atrás. Considera el resultado final, 15 min. Esto se puede obtener a partir de los tiempos consecutivos de 11 y 4 min. Tenemos un temporizador 11 -min, pero el 4 min presenta una posible dificultad. ¿Cómo podemos medir exactamente 4 minutos? desde el $11 - 7 = 4$, comenzamos el tiempo iniciando ambos temporizadores al mismo tiempo. Cuando suene la alarma 7- min, empezar a cocinar el huevo. Esto deja exactamente 4 minutos en el temporizador 11- min. Después de que hayan

transcurrido los 4 min, reiniciar el temporizador 11- min. Cuando suene el timbre si finalmente, el huevo se han cocinado durante exactamente 15 minutos.

Ejemplo 9.

Hace cuatro años la edad de un padre era nueve veces la edad de su hijo, y dentro de ocho años será el triple. ¿Cuáles son sus edades actuales?

$$P: \text{ Edad actual del padre} \quad 1: p - 4 = 9 (h - 4)$$

$$H: \text{ Edad actual del hijo} \quad 2: p + 8 = 3 (h + 8)$$

$$1. p = 9h - 32$$

$$2: p = 3h + 16$$

$$9h - 32 = 3h + 16$$

$$h = 8$$

$$P = 40$$

Respuesta: actualmente el padre tiene 40 años y su hijo tiene 8 años

Ejemplo 10

La suma de dos números es 10, y la de sus cuadrados es 58, ¿Cuáles son los números?

$$X = \text{número mayor}$$

$$10 - x = \text{número menor}$$

$$X^2 + (10 - x)^2 = 58$$

$$(x - 7)(x - 3) = 0$$

$$X = 7 \quad ; \quad x = 3$$

Ejemplo 11.

El profesor de matemática le deja como tarea calcular la diferencia de un número y su recíproco es $\frac{24}{5}$ ¿cuál es el número?

$$X = \text{número} \quad 1/x = \text{recíproco del número}$$

$$\frac{x}{1} - \frac{1}{x} = \frac{24}{5}$$

$$5x^2 - 24x - 5 = 0$$

$$5(5x^2) - 5(24x) - 5(5) = 5(0)$$

$$(5x - 25)(5x + 1) = 0$$
$$x = 5 \quad ; \quad x = -1/5$$

El lenguaje matemático, el cual si es utilizado en forma oportuna por todos los involucrados, podría facilitar el proceso de la enseñanza-aprendizaje, caso contrario se convertiría en una debilidad en la formación de los futuros profesionales autores principales del desarrollo de una nación. Para (Pérez, 2005) quien expresa que.

Hoy todo el mundo parece estar de acuerdo en que, entre los problemas más grave de la actual crisis educativa, está el dominio tan pobre de la lengua materna. Después de una escolaridad cada vez más larga, es muy reducido el número de alumnos formados o al menos iniciados, para llevar a cabo una lectura crítica e inteligente, activa y placentera. Pág. 98

2.8. EVALUACIÓN EN EL METODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMA

La evaluación para (García J. , 2003) “Plantea que la capacidad de resolución de problemas desarrolla e incluye las habilidades de observación, cuestionamiento, síntesis, análisis, lectura, transferencia, generalización, metacognición y evaluación”, Utilizar un método como el aprendizaje basado en problemas, implica tomar la responsabilidad de mejorar las formas de evaluación que se utilizan. Los tutores buscan diferentes alternativas de evaluación que además de evaluar sean un instrumento más del proceso de aprendizaje de los alumnos.

Para García (2005) “Las evaluaciones externas pueden llegar a ser un obstáculo para el enfoque de resolución de problemas, si éstas no dan cabida a todos los aspectos de dicho enfoque y lo único que evalúan son respuestas correctas”, El uso exámenes convencionales cuando se ha expuesto a los alumnos a una experiencia de aprendizaje activo genera en ellos confusión y frustración.

El propósito de estas evaluaciones es proveer al alumno de retroalimentación específica de sus fortalezas y debilidades, de tal modo que pueda aprovechar posibilidades y rectificar las deficiencias identificadas. La retroalimentación juega aquí un papel fundamental, debe hacerse de manera regular y es una responsabilidad del tutor. La retroalimentación no debe tener un sentido positivo o negativo, más bien debe tener un propósito descriptivo, identificando y aprovechando todas las áreas de mejora posibles.

2.9. VENTAJAS EN EL METODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMA

Algunas ventajas del Aprendizaje Basado en Problemas:

Alumnos con mayor motivación: El método estimula que los alumnos se involucren más en el aprendizaje debido a que sienten que tienen la posibilidad de interactuar con la realidad y observar los resultados de dicha interacción.

Un aprendizaje más significativo: El ABP ofrece a los alumnos una respuesta obvia a preguntas como ¿Para qué se requiere aprender cierta información?, ¿Cómo se relaciona lo que se hace y aprende en la escuela con lo que pasa en la realidad?

Desarrollo de habilidades de pensamiento: La misma dinámica del proceso en el ABP y el enfrentarse a problemas lleva a los alumnos hacia un pensamiento crítico y creativo.

Desarrollo de habilidades para el aprendizaje: El ABP promueve la observación sobre el propio proceso de aprendizaje, los alumnos también evalúan su aprendizaje ya que generan sus propias estrategias para la definición del problema, recaudación de información, análisis de datos, la construcción de hipótesis y la evaluación.

Integración de un modelo de trabajo: El ABP lleva a los alumnos al aprendizaje de los contenidos de información de manera similar a la que utilizarán en situaciones futuras, fomentando que lo aprendido se comprenda y no sólo se memorice.

Posibilita mayor retención de información: Al enfrentar situaciones de la realidad los alumnos recuerdan con mayor facilidad la información ya que ésta es más significativa para ellos.

Permite la integración del conocimiento: El conocimiento de diferentes disciplinas se integra para dar solución al problema sobre el cual se está trabajando, de tal modo que el aprendizaje no se da sólo en fracciones sino de una manera integral y dinámica.

Las habilidades que se desarrollan son perdurables: Al estimular habilidades de estudio auto dirigido, los alumnos mejorarán su capacidad para estudiar e investigar sin ayuda de nadie para afrontar cualquier obstáculo, tanto de orden teórico como práctico, a lo largo de su vida. Los alumnos aprenden resolviendo o analizando problemas del mundo real y aprenden a aplicar los conocimientos adquiridos a lo largo de su vida en problemas reales.

Incremento de su autodirección: Los alumnos asumen la responsabilidad de su aprendizaje, seleccionan los recursos de investigación que requieren: libros, revistas, bancos de información, etc.

Mejoramiento de comprensión y desarrollo de habilidades: Con el uso de problemas de la vida real, se incrementan los niveles de comprensión, permitiendo utilizar su conocimiento y habilidades.

Habilidades interpersonales y de trabajo en equipo: El ABP promueve la interacción incrementando algunas habilidades como; trabajo de dinámica de grupos, evaluación de compañeros y cómo presentar y defender sus trabajos.

Actitud automotivada: Los problemas en el alumno incrementan su atención y motivación. Es una manera más natural de aprender. Les ayuda a continuar con su aprendizaje.

2.10. APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA

Al nacer, el hombre está dotado de una serie de conductas automáticas relacionadas con los instintos y reflejos, conforme va creciendo, esta serie de

conductas que abarcan toda la actividad del ser humano, pierde su exclusividad en el comportamiento ante la adquisición de nuevas formas de actuación que no dependen de los reflejos y que son complejas, se producen así modificaciones de la conducta que son adquiridas por aprendizaje, el aprendizaje tiene papel importante en el desarrollo de la naturaleza humana; sus consecuencias traspasan el ámbito individual para abarcar, también, el idioma, la cultura, las costumbres, la religión, y esto nos lo manifiesta (Pozo P. M., 2009) en el siguiente aporte.

Más allá, o más acá, de lo que sepamos sobre el aprendizaje y la enseñanza, todos nosotros, profesores o alumnos, tenemos creencias o teorías profundamente asumidas, y tal vez nunca discutidas, sobre lo que es aprender y enseñar, que rigen nuestras acciones, al punto de constituir un verdadero *currículo oculto* que guía, a veces sin saberlo, nuestra práctica educativa. Pág. 34

Por consiguiente, el aprendizaje es decisivo para el hombre de manera que pudiera decirse, con ciertas restricciones, que el hombre vale lo que vale su aprendizaje. Decimos que se debe tomar este dicho con ciertas restricciones porque el valor que tiene una persona, lo tiene por ser persona y no por lo que aprende. Pero sin embargo, aplicado el dicho en cuanto a la importancia del aprendizaje en la vida actual lo consideramos muy expresivo.

Para este mismo autor (Pozo, Op. Cit, P. 25) “Las nuevas demandas formativas en la universidad responden ante todo a las exigencias de formación generadas por una nueva cultura del aprendizaje que se extiende no sólo al ámbito de la educación formal sino también a otros ámbitos formativos”. Los sistemas educativos en el Ecuador, están sometidos a una continua exigencia de cambio y reformas, que implica no solo una reforma curricular si no también incluye a personas y grupos sociales que siempre fueron excluidos, redefiniendo nuevas metas y propósitos, capaces de aplicar actualizaciones de enseñar y

aprender, creando nuevos espacios en los que se puedan compartir el conocimiento y las vivencias que se logran con las actualizaciones constantes, las Universidades no son las excepciones y son las llamadas a liderar todos los cambios que se genere para bienestar de la educación nacional, cambiar las mentalidades de profesores y alumnos sobre el aprendizaje y las formas de promoverlo es la misión , lo que necesitan los alumnos es tener la capacidad de organizar toda la información e interpretarla, y darle el uso correcto con criticidad de todo esos bagaje y cúmulo de conocimiento adquirido, es necesario descubrir nuevos conocimientos sustentados en la investigación tal como nos manifiesta (Camarena, 2009) “El profesor debe realizar investigación educativa para apoyar su actividad laboral y elevar la calidad académica de la educación, ya que docencia e investigación no debe de separarse” se puede decir que este sería el eje que guía el progreso y el bienestar, dado por el conocimiento inspirado en la investigación, en este sentido nos lo ilustra (Gutiérrez, 2003) en el siguiente aporte.

El conocimiento nace en condiciones de abismal desventaja, cuando el propio conocedor se trata y de sus preguntas capitales se ocupa. Al borde de este abismo de ignorancia y silencio, provocadores, ruge una fuerza gravitacional que nos atrae desde su fondo, y hemos buscado allí, desde este “siempre” nuestro, descubriendo muchas cosas y ampliando la idea que tenemos de la realidad que somos y nos rodea, yendo en su persecución o topándonos accidentalmente con lo que no perseguíamos. Pág.23

En el contexto educativo, hoy casi no se habla ya de estímulo, respuesta, refuerzo positivo, objetivos operativos, instrucción programada y tecnología educativa. Estos conceptos forman parte del discurso usado en una época en las que las estrategias de enseñanza y los materiales educativos eran lo esencial. En esta época, la enseñanza y el aprendizaje se enfocan en términos de estímulos, respuestas y refuerzos, no de significados.

Actualmente las palabras al uso son aprendizaje significativo, cambio conceptual y constructivismo. Una buena enseñanza debe ser constructivista, promover el cambio conceptual y facilitar el aprendizaje significativo. Es probable que la práctica docente aún tenga mucho del conductismo pero el discurso es cognitivista/constructivista/significativo. Lo que se quiere decir es que puede no haber habido, aún, un verdadero cambio conceptual en este sentido, pero parece que se está caminando en esa dirección, Para (Biggs, 2006, pág. 19) “La enseñanza de calidad consiste en estimular a los alumnos para que utilicen los procesos de aprendizaje que los estudiantes < académicos > emplean de forma espontánea”, este mismo autor considera que el “aprendizaje es el resultado de su actividades adecuadas para alcanzar los objetivos curriculares, estimulando, por tanto, a los estudiantes para que adopten un enfoque profundo del aprendizaje” (ibíd., Pág. 29).

Para (Pozo S. I., 2006, pág. 50) “La nueva cultura del aprendizaje requiere, por tanto un nuevo perfil de alumno y de profesor, nuevas funciones discentes y docentes, que solo serán posibles desde un cambio de mentalidad, un cambio en las concepciones profundamente arraigadas de unos y otros, sobre el aprendizaje y la enseñanza para afrontar esta nueva cultura del aprendizaje”, así también para (Díaz, 1982, pág. 26) “El aprendizaje es un proceso integrado, en el que toda persona (intelecto, sistema muscular) se moviliza de manera orgánica. En otras palabras, el aprendizaje es un proceso cualitativo, por el cual la persona queda mejor preparada para nuevos aprendizajes”, el aprendizaje es todo lo que se asimila por parte de los estudiantes, dotándolos de recursos capaces que en cada instante de su vida y especialmente en el ámbito profesional puedan estimular y compartir ese bagaje múltiple que proporciona y nos alimenta lo aprendido, capaz de promover distintas expresiones sean estas de solidaridad, y producción de conocimientos, las transferencia de los mismos y su aplicación en la realidad concreta, en este sentido están orientada las contribuciones de Jean Peage (como se citó en Díaz, 1982, pág.29-35)

“El pensamiento es la base en que se asienta el aprendizaje. El pensamiento es la forma en que la inteligencia se manifiesta. [.....] La construcción de la inteligencia se realiza mediante la interacción del organismo con su medio ambiente, con la finalidad de adaptarse a éste para sobrevivir y realizar el potencial vital del organismo”

Piaget afirma que el aprendizaje se efectúa mediante dos movimientos simultáneos o integrados, pero de sentido contrario: la asimilación y la acomodación. Por la asimilación, el organismo explora el ambiente y toma partes de éste, las cuales transforma e incorpora a sí mismo. Por la acomodación, el organismo transforma su propia estructura para adecuarse a la naturaleza de los objetos que serán aprendidos.

Piaget distingue etapas sucesivas en el desarrollo de la inteligencia como son:

- a. El desarrollo del pensamiento sensorio-motriz: desde el nacimiento hasta los dos años aproximadamente.
- b. Aparición y desarrollo del pensamiento simbólico: desde el año y medio a los cinco años aproximadamente.
- c. Representación articulada o intuitiva: desde los cuatro a los ocho años.
- d. Aparición del pensamiento operatorio: de los siete a los doce años.
- e. El progreso de las operaciones concretas: de los nueve a los doce años.
- f. Aparición del desarrollo de las operaciones formales.

Las contribuciones de Skinner donde no se interesa por las estructuras mentales. Solo explica el comportamiento y el aprendizaje como consecuencia de los estímulos ambientales. De ahí que su teoría se fundamenta en el papel de la “recompensa” o del “esfuerzo”, y que parta de la premisa fundamental de que toda acción que produzca satisfacción tiende a ser repetida y aprendida.

Así también para (Díaz, Op. Cit, p. 46) “El proceso de enseñar consistiría en planear, orientar y controlar el aprendizaje del alumno”, Vygotsky considera el aprendizaje como uno de los mecanismos fundamentales del desarrollo. En su opinión, la mejor enseñanza es la que se adelanta al desarrollo.

Robert Gagné, clasifica los tipos de aprendizaje desde la simple asociación de tipos de aprendizajes de estímulos a la compleja resolución de problemas.

- Aprendizaje de signos y señales
- Aprendizaje de respuestas operantes
- Aprendizaje en cadena
- Aprendizaje de asociaciones verbales
- Aprendizaje de discriminaciones múltiples
- Aprendizajes de conceptos
- Aprendizajes de principios
- Aprendizaje de resolución de problemas

2.11. NIVELES DE APRENDIZAJES

En los procesos de enseñanza-aprendizaje es imprescindible establecer niveles, los cuales nos darán el conocimiento necesario para poder determinar el proceso que los estudiantes están cursando y comprobar el avance de cada uno para Bloom, 1956, como se citó en (Declan, 2007, pág. 23) “Creía que el aprender era un proceso y que era nuestra tarea como profesor diseñar unidades de instrucción y tareas para ayudar a los estudiantes a lograr los objetivos previamente establecidos” todos los seres humanos aprendemos diferencialmente, por lo que se puede asegurar que casi ninguno de nosotros aprende de la misma manera; por ello es importante conocer las formas de apropiarse de la realidad, cuando el aprendizaje tiene significado para la persona este se asimila, y no se olvida, teniendo la oportunidad de aplicarlo prácticamente en toda su vida diaria.

Bloom en su taxonomía clasifica y ordena el aprendizaje en el campo cognoscitivo.

Conocimiento: Se refiere a la capacidad de recordar hechos específicos y universales, métodos y procesos, esquemas, estructuras o marcos de referencia sin elaboración de ninguna especie.

Comprensión: Concierno el aspecto más simple del entendimiento que consiste en captar el sentido directo de una comunicación o de un fenómeno, capacidad de comprender o aprehender.

Aplicación: Concierno a la interrelación de principios y generalizaciones con casos particulares o prácticos.

Análisis: Implica la división de un todo en sus partes y la percepción del significado de las mismas y descubrir las relaciones existentes entre ellas.

Síntesis: Concierno la comprobación de la unión de los elementos que forman un todo.

Evaluación: Comprende una actitud crítica ante los hechos. La evaluación puede estar en relación con juicios relativos a la evidencia interna y con juicios relativos a la evidencia externa.

El Aprendizaje en matemática deriva del latín *mathematīca*, y este del griego μαθηματικά, derivado de μάθημα, “conocimiento” es una ciencia formal, partiendo de axiomas y siguiendo el razonamiento lógico, estudia las propiedades y relaciones entre entidades abstractas con números, figuras geométricas o símbolos, pese a que también es discutido su carácter científico. Las matemáticas se emplean para estudiar relaciones cuantitativas, estructuras, relaciones geométricas y las magnitudes variables; en el libro de (Santalo, 1997) indica que.

El doble aspecto de la matemática, ciencia y arte, herramienta y filosofía, rutina y fantasía tiene, para ella, sus ventajas y sus peligros. La ventaja principal es su permanencia en el tiempo. Desde las antiguas civilizaciones se ha considerado importante el conocimiento de la matemática y ha figurado como parte fundamental en todo sistema educativo. Los utilitaristas, que ven de las cosas sólo su parte útil para un mejoramiento de la vida material, necesitan la matemática como herramienta, como instrumento indispensable para las transacciones comerciales, para dominar y aprovechar las fuerzas de la naturaleza y para mantener y desarrollar el progreso tecnológico. Pág.22

La enseñanza es obviamente una actuación comunicativa, y por eso su recurso habitual es el lenguaje, sin dejar de lado ningún tipo de signos, la enseñanza requiere un uso específico del lenguaje, que no es el propio de la ciencia o del saber objeto del aprendizaje, esto lo pone en manifiesto (Altarejos, 2008, pág. 36) “La actuación educativa, como toda actuación humana, participa de las dos dimensiones de acción y de actividad, que corresponden con las dos actuaciones esenciales de la educación: *enseñar y aprender*”, en este sentido (Santos, 2009) discurre que.

Se considera ineludible que matemáticos, educadores y profesores trabajen en conjunto para el diseño de planes y programas que, en realidad, reflejen la esencia de lo que significa aprender la disciplina. En particular, lo que interesa es que los estudiantes desarrollen una forma de pensar y disposición hacia el estudio de las matemáticas, donde exhiban distintas formas de representar fenómenos, identifiquen relaciones y patrones, formulen conjeturas, justifiquen y comuniquen resultados. Pág. 12

La frontera entre instrucción y formación no es abrupta, el paso de una a otra es fruto tanto de la técnica docente de quien enseña como de las disposiciones discentes de quien aprende, todo esto constituye la actuación educativa en su plenitud, esto se logra con el cotidiano y ordinario quehacer del maestro que

encuentra una respuesta positiva en el discípulo, logrando ensanchar y consolidar su inteligencia en la tarea de aprender. Así nos lo indica (Altarejos, 2008, pág. 37) “El aprendizaje es educativo si, mediante la enseñanza, resulta formativo; si a través de las lecciones se aprende lo enseñado y esto implica un crecimiento constante de la potencia cognoscitiva”. La verdadera eficacia educativa no radica principalmente en las actividades realizadas por el educando sino en su acción de aprender, que es la realización del perfeccionamiento humano y lograr los aprendizajes requeridos por los estudiantes, para (Piaget, 2001, pág. 13) “Hay enseñanzas evidentemente privadas de todo valor formativo y que continúan imponiéndose sin saber si cumple o no el fin utilitario que se les ha conferido”.

Para (Pozo & Gómez, 2006) considera que “Tradicionalmente, la enseñanza de la ciencia ha tratado de promover en los alumnos una actitud científica, es decir intentar que adopten como forma de acercarse a los problemas los métodos de indagación y experimentación usualmente atribuidos a la ciencia”. Pág. 41. Todo aprendizaje significa cambios, este mismo autor considera que.

El aprendizaje de la ciencia requiere no sólo cambios en los procedimientos o formas de pensamiento sino también en las concepciones, en las ideas y conceptos que utilizan los alumnos para interpretar los fenómenos que estudian, y estos cambios en las concepciones o en los conceptos no son un resultado automático de la aplicación de determinados procedimientos sino que a su vez requieren una enseñanza específica. Pág. 83

A través del método de resolución de problemas, se estimula en el educando el desarrollo de habilidades cognitivas que le facilitan la adquisición de aprendizajes posteriores y le capacitan para desenvolverse en la vida cotidiana. (Pozo P. M., 2009) Es necesario que este método se estimule en el uso en el aula de manera sistémica, secuencial, y haciendo uso de estrategias significativas que faciliten la comprensión y los aprendizajes requeridos. Por su

propia dinámica de trabajo el ABP genera un ambiente propicio para que se den aprendizajes muy diversos así como.

Aprendizaje constructivista: el aprendizaje puede facilitarse, pero cada persona reconstruye su propia experiencia interna, con lo cual puede decirse que la inteligencia no puede medirse, ya que es única en cada persona, en su propia reconstrucción interna y subjetiva de la realidad. Por el contrario, la instrucción del aprendizaje postula que la enseñanza o los conocimientos pueden programarse, de modo que pueden fijarse de antemano unos contenidos, método y objetivos en el proceso de aprendizaje, llevando a cabo el desarrollo de esa "inteligencia no medible". Por ejemplo, aplicado a un aula con alumnos, desde el constructivismo puede crearse un contexto favorable al aprendizaje, con un clima motivacional de cooperación, donde cada alumno reconstruye su aprendizaje con el resto del grupo.

Aprendizaje significativo: en este tipo de aprendizaje el sujeto relaciona sus conocimientos y experiencias previas con el nuevo patrón o marco cognitivo que se le sugiere. De esta manera la persona desarrolla habilidades específicas y es también un ser activo. Este tipo de aprendizaje es muy utilizado en niños pequeños o en procesos de aprendizaje concretos que necesitan del desarrollo de habilidades especiales

Aprendizaje receptivo: en este caso el individuo recibe cierto tipo de información, la cual únicamente debe entender o comprender sin necesidad de relacionarla con algo o ponerla en práctica. Asimismo, este tipo de aprendizaje no fomenta la acción directa del sujeto, ya que no descubre nada nuevo. En cierto sentido este tipo de aprendizaje es muy similar al memorístico, ya que en ambos el sujeto es un ser pasivo que solo recibe información que debe reproducir en un momento dado.

Aprendizaje por descubrimiento: este tipo de aprendizaje, tal y como lo establece su nombre, fomenta la participación del sujeto que conoce, el cual debe establecer relaciones y semejanzas entre lo que aprende y el mundo que lo rodea

según un marco o patrón cognitivo. En este caso el sujeto descubre el conocimiento por cuenta propia, principalmente a través de la experimentación. Evidentemente, en este tipo de aprendizaje el sujeto es un ser activo que genera la información y determina para sí mismo el proceso de aprendizaje.

.Aprendizaje innovador: Este tipo de aprendizaje se basa en la aceptación de nuevas formas de conocimiento, trastocando así los valores anteriormente establecidos. En este caso el sujeto es también un ser activo que genera su propio marco cognitivo.

Para Albert Bandura, considera que el aprendizaje puede ser.

Aprendizaje directo: Es cuando el sujeto está en relación directa con la situación de aprendizaje.

Aprendizaje observacional: Es un proceso por el cual el sujeto adquiere un nuevo patrón de conducta como resultado de observar modelos de conductas de otros.

Aprendizaje por imitación: Consiste en copiar en forma directa aspectos de un comportamiento modelo.

De esta misma forma los aportes de Jean Piaget, quien considera que.

Aprendizaje restringidos o en sentido estricto: Es el proceso de obtención, asimilación e incorporación de información o conocimiento nuevos del entorno, en los esquemas mentales previamente establecidos.

Aprendizaje en sentido amplio: Es un proceso por el cual los conocimientos anteriores se reorganizan o reestructuran en base a los conocimientos nuevos que se adquieren. De esta manera, el sujeto que aprende logra un equilibrio cognitivo luego de un desequilibrio.

Para David Ausbel, considera que el aprendizaje se lo logra por.

En el aprendizaje por recepción: El contenido total de lo que se va aprender se le presenta al sujeto en su forma final, el sujeto no tiene que hacer ningún descubrimiento, sólo se le exige que internalice o incorpore el material o información que se le entrega y pueda reproducirlo posteriormente.

En el aprendizaje por descubrimiento: El contenido principal de lo que se va a aprender no se le presenta al sujeto, sino que debe ser descubierto por el aprendiz antes que pueda incorporar lo significativo de la tarea a su estructura cognoscitiva.

El aprendizaje significativo: Se da cuando la tarea de aprendizaje puede relacionarse de modo no arbitrario con lo que el aprendiz ya sabe, generando una actitud para que se produzca el aprendizaje significativo.

El aprendizaje por repetición: Se da cuando la tarea de aprendizaje consta de puras asociaciones arbitrarias.

Tanto el aprendizaje de conocimientos propios al curso como la integración de habilidades, actitudes y valores se verán estimulados en los alumnos por el reto de la resolución de un problema trabajando en forma colaborativa. La integración en mayor o menor medida de los aprendizajes descritos estará determinada por la capacidad del tutor y por la disposición del alumno a participar en esta forma de trabajo, algunos aprendizajes que se fomentan en los alumnos al participar en el ABP son los siguientes:

1. Habilidades cognitivas como el pensamiento crítico, análisis, síntesis y evaluación. Aprendizaje de conceptos y contenidos propios a la materia de estudio.
2. Habilidad para identificar, analizar y solucionar problemas.
3. Capacidad para detectar sus propias necesidades de aprendizaje
4. Trabajar de manera colaborativa, con una actitud cooperativa y dispuesta al intercambio. Se desarrolla el sentimiento de pertenencia grupal.

5. Manejar de forma eficiente diferentes fuentes de información.
6. Comprender los fenómenos que son parte de su entorno, tanto de su área de especialidad como contextual (político, social, económico, ideológico, etc.)
7. Escuchar y comunicarse de manera efectiva.
8. Argumentar y debatir ideas utilizando fundamentos sólidos.
9. Una actitud positiva y dispuesta hacia el aprendizaje y los contenidos propios de la materia.
10. Participar en procesos para tomar decisiones. Seguridad y la autonomía en sus acciones.
11. Cuestionar la escala propia de valores (honestidad, responsabilidad, compromiso). Una cultura orientada al trabajo.

Los contenidos de la enseñan se deciden en la práctica, La práctica sustenta el aprendizaje, y no consiste en la fijación de conocimientos mediante la repetición de los mismos, una vez explicados; el aprendizaje se realiza por descubrimiento, con la guía del maestro, asimismo para (Orton, 2003, pág. 12) “Una teoría debería basarse en la observación de la conducta de los alumnos en las situaciones de aprendizaje” El crecimiento humano se consigue a través de la escuela y mediante el aprendizaje en el entorno de la convivencia democrática. Esto exige el concurso de la experiencia personal, pero además, se debe contar con la experiencia de los otros; en la confluencia de experiencias se realiza la educación democrática.

2.12. DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA

El aprendizaje de Matemática siempre estará ligada a los logros de los estudiantes, para (Benitez, 2009) considera que.

El aprendizaje de las ciencias se logra cuando los alumnos desarrollan disposición y apreciación para participar en actividades propias del quehacer científico. En este escenario es importante aprender a resolver

problemas en los cuales se puedan aplicar diversas representaciones que les permitan examinar soluciones y relaciones. Pág.41

Para comprender las dificultades del alumnado, es necesario analizar las relaciones entre el lenguaje natural y el lenguaje matemático, ambos están ligados íntimamente por el hecho de ser sistemas simbólicos, existen objetos matemáticos y formas de pensamiento que únicamente pueden ser descritos y construidos a través del lenguaje matemático y que tanto la sintaxis como la semántica de ambos lenguajes son distintas. Sin embargo, la aplicación de expresiones matemáticas como modelización de situaciones reales y, en particular, los problemas aritméticos verbales tal como se utiliza en clase, hace necesario ayudar a los alumnos a establecer conexiones entre las semánticas de los dos lenguajes. Esto se pone en manifiesto en la publicación de la (Secretaría general de Educación, 2001, pág. 39) “En matemática, la adquisición conceptual de un objeto pasa necesariamente a través de la adquisición de una o más representaciones semiótica”, asimismo para

(Santalo, 1997, pág. 26) “En la enseñanza, la matemática debe, antes que nada, interesar al alumno. El cálculo excesivo hay que dejarlo a las máquinas y la verbosidad redundante suprimirla de raíz”, este mismo autor indica que “La matemática moderna no sólo trata de resolver los mismos problemas que la clásica, sino que no quiere desentenderse de ningún de los que se presentan en la vida diaria, aunque no puedan darles solución exacta”, también manifiesta que “La enseñanza debe almacenar conocimientos sin olvidar instruir sobre reglas para la correcta ordenación y uso del mismo. Enseñar a pensar, pero también enseñar a usar el pensamiento adecuado en cada oportunidad”, así también para (Abrante, 2007, pág. 13) “Es muy frecuente que los alumnos de matemática aprendan a operar sin aprender lo que están haciendo. Repiten procedimientos para salir al paso. Este hecho puede presentarse en cualquier materia, pero es muy común en matemáticas, un contenido de enseñanza que favorece especialmente la disociación entre forma y significado, entre aplicar reglas mecánicas y entenderlas”, este mismo autor manifiesta que, en cualquier materia

del currículum escolar, y especialmente en matemáticas, todos los esfuerzos obstruccionales que se hagan para ayudar a los alumnos a relacionar lo que hacen con su significado nunca serán demasiados para lograr un aprendizaje más productivo y sólido.

La matemática no debe de aprenderse de memoria, conocer muchas cosas de memoria llega el momento de una situación concreta no se sabrá cómo salir de esa situación, los conocimientos se van puliendo con el uso y a través de definiciones y razonamientos repetidos una y otra vez de los distintos ciclos de la enseñanza. Así nos indica en su artículo de la (Secretaría general de Educación, 2001, pág. 12) y pone en manifiesto lo siguiente.

Dentro de la didáctica de las matemáticas, algunas investigaciones han estado motivadas por la necesidad de comprender lo que hacen los profesores en las aulas. Esto ha llevado, por un lado, a intentar caracterizar el conocimiento que posee el profesor, como uno de los elementos que nos puede ayudar en esa comprensión y a plantearse que es lo que lleva implícito el termino conocimiento del profesor y, por otro, a un reconocimiento cada vez más creciente de su complejidad.

Los principales actores de la vida académica de una institución, sin duda, son los docentes y estudiantes. Los Docentes tienen su importancia dentro de la institución universitaria, por en la actualidad la función es ayudar a los estudiantes a utilizar todas las fuentes de información que existan, de forma que estas sean aprovechadas y apreciar lo que es útil para cada uno de ellos y para la sociedad, y no limitarse a lo que necesita en este momento sino también lo que puede ser importante en el futuro. Asimismo para (Abrante et al, 2007,) nos manifiesta que.

Toda la historia de las matemáticas está dominada por esta búsqueda de un lenguaje formal cada vez más ágil, más productivo alejado de significados concretos y contextuales. La dificultad reside, entonces, para el alumno, en saber utilizar de forma significativa un lenguaje tan abstracto, tan general y tan alejado de sus intuiciones más cotidianas.pág.14

El docente en la actualidad tiene la responsabilidad de ser un guía, capaz de orientar a los estudiantes a tomar decisiones para incorporarse a este sistema de globalización y en constante evolución, una educación de calidad y calidez tal como lo demanda nuestra “carta magna” depende de la preparación de los docentes, y esto guarda relación con la práctica de la investigación en algunas de las múltiples problemáticas existentes.

2.13. COMPRENSIÓN DE LA MATEMÁTICA

Para (Poincaré, 1964), como se citó en (Esquinas, 2009) “La matemática es una expresión de la mente humana, es una creación intelectual del hombre que cumple dicha función instrumental pero compartida con un filosófico y estético” Pág. 23. La resolución de problemas es una estrategia globalizadora en sí misma, debido a que permite ser trabajada en todas las asignaturas, y además el tópico que se plantea en cada problema puede referirse a cualquier contenido o disciplina. Esto se fortalece en lo publicado por la (Secretaría general de Educación, 2001, pág. 36) donde indica lo siguiente.

El saber adquirido puede verse como producto de la elaboración de la experiencia con la cual entra en contacto el sujeto que aprende; y esta elaboración consiste en la interacción entre el individuo y su ambiente y en el modo en el cual el individuo interioriza el mundo externo. Independientemente de las peculiaridades de estas “actividades”, el sujeto que aprende debe comprometerse en algo que necesariamente lo lleva a simbolizar. Se trata de una necesidad típica humana

La participación activa, significativa y experimental, es como los estudiantes construyen nuevos y principales conocimientos que influyen en su formación y emanan en la responsabilidad y el compromiso por su propia capacitación; cuando el aprendizaje es relevante y significativo nace la finalidad de aprender ; ello se logra en el aprender haciendo, es decir , cuando el estudiante tiene su propia vivencia, para esto el docente debe de estimular la motivación y la participación activa de los estudiantes y aumentar el la manipulación de los materiales académicos.

2.14. APRENDIZAJE DEL LENGUAJE ALGEBRAICO.

Es necesario para este tema consultar el significado de algebra, para ir conjugando esta definición con los términos utilizados en cada uno de los apartados de la investigación.

Algebra, según el Diccionario de la lengua Española. Parte de las matemáticas en la cual las operaciones aritméticas son generalizadas empleando números, letras y signos. Cada letra o signo representa simbólicamente un número u otra entidad matemática. Cuando alguno de los signos representa un valor desconocido se llama incógnita. Traducir al “lenguaje del álgebra” resulta imprescindible en estas ocasiones, el lenguaje algebraico nos sirve para expresar con precisión relaciones difíciles de transmitir con el lenguaje habitual.

Para (Esquinas, 2009) “El lenguaje matemático nos permite, no sólo comunicar, sino también analizar e incluso predecir fenómenos basándonos en leyes naturales” Pág. 15. El lenguaje algebraico es la representación con símbolos y signo, semántica y sintaxis, enunciados dados como problemas para determinar su solución, todo esto siguiendo determinados parámetros para su reemplazo. Para (Jiménez, Delgado, & Gutiérrez, 2007) considera que “Para resolver un problema primero se debe comprender su enunciado y después tener las habilidades para identificar el método más adecuado”

Para (Orton A. , 2003) “Una seria complejidad en el aprendizaje de cualquier materia es la relación con el aprendizaje del lenguaje. [...] Hay muchos ejemplos de lenguaje peculiar y de palabras familiares utilizados de modos diferentes o muy específicos en matemáticas” Pág.16. El proceso de conocimiento se inicia desde el nacimiento, y esto complementado en el núcleo familiar facilita la tarea de la escuela asumiendo el rol de formadores para una sociedad justa y equilibrada, el rol de cada etapa de estudio será capaz de verse completada cuando el educando sea suficientemente independiente de tomar decisiones acertadas, La comprensión es fundamental para poder expresar todo lo solicitado en un enunciado, capaz de poder llevar lo planteado en símbolos y signos, a una operación matemática capaz de llegar a una respuesta veras, que cumpla las normas establecidas llevando una coherencia lógica, y una respuesta acertada a lo solicitado.

Podemos citar ejemplos como el que manifiesta (Jiménez, Delgado, & Gutiérrez, 2007) donde indica que “el término “aumentar” lo representamos con el signo +, “disminuir” con el signo - , cuatro veces un número desconocido con el cuatro acompañado de cualquier letra, así $4n$ o bien $4x$ ” Pág.52 (ver tabla 2 y 3)

Pasar de un lenguaje formal (lengua vernácula), para los estudiantes no es tarea fácil necesitan estar en constante contacto con términos básicos, capaz de facilitar la interpretación de cada una de las expresiones que se den en un determinado contexto; “esto se conoce como matemátización horizontal”, (INECSE, 2005 b), y se sustenta en actividades como las siguientes

- Identificar las matemáticas que pueden ser relevantes respecto al problema
- Representar el problema de modo diferente.
- Comprender la relación entre los lenguajes natural, simbólico y formal.
- Encontrar regularidades, relaciones y patrones.
- Reconocer isomorfismos con otros problemas ya conocidos

- Traducir el problema a un modelo matemático, lo que implica una estructuración de la realidad isomórficamente a una estructura matemática.
- Utilizar herramientas y recursos adecuados.

Una vez traducido el problema al lenguaje matemático comienza una fase en la que el estudiante hace suposiciones y plantea cuestiones, utilizando conceptos y destrezas matemáticas con el fin de despegarse de la realidad y encontrar distintos caminos que conduzcan a la solución. Se denomina matematización vertical (INECSE, 2005 b) e incluye actividades como:

- Utilizar diferentes representaciones de acuerdo con la situación y el propósito buscado y comprender las interrelaciones entre ellas.
- Usar el lenguaje simbólico, formal y técnico y sus operaciones, entendiendo su relación con el lenguaje natural y manejando adecuadamente los enunciados y objetos matemáticos
- Refinar y ajustar los modelos matemáticos, combinar e integrar modelos
- Argumentar adecuadamente haciendo uso del sentido heurístico, las demostraciones y otros razonamientos matemáticos.
- Generalizar, consolidando la información extraída de casos particulares en un marco superior

Conseguir el dominio de estos símbolos no puede limitarse solo a las exposiciones de los maestros, esto tiene que tener un complemento extra que es la discusión el debate entre el Docente y Estudiante, a más de eso trabajar con situaciones de la vida diaria, capaz que se pueda estar en constante contacto con situaciones cotidianas fáciles de ejemplificar, y que invite al educando a mantener una constante atención a lo que se está proponiendo.

2.15. APRENDIZAJE DE ECUACIONES LINEALES

Es necesario para este tema consultar el significado de ecuaciones lineales, para ir conjugando esta definición con los términos utilizados en cada uno de los apartados de la investigación.

Ecuación lineal, según el Diccionario de la lengua Española. Es una igualdad que involucra una o más variables a la primera potencia y no contiene productos entre las variables

La educación en matemática se exterioriza como una práctica compleja, especialmente en lo que respecta al sentido numérico y pensamiento algebraico, se la debe de concebir como una herramienta con la cual se debe contar para resolver problemas de la cotidianidad, cuando se trabaja en la rama de la matemática es primordial emprender el campo de registro de representaciones (semióticas). Para (Muñoz & Rios, 2008) considera que el paso de la “aritmética al álgebra produce, en la mayoría de estudiantes, dificultades de aprendizaje, las cuales se agudizan en el tema de resolución de problemas cuando aplican ecuaciones lineales, ya que interviene un mayor análisis y no solo la repetición de un proceso mecánico”

Estas dificultades que menciona Muñoz, son en forma general a las conclusiones que llegan la mayoría de investigaciones, poniendo en prácticas metodologías con las cuales los estudiantes se sientan identificados, especialmente donde se ejemplifique con temas de la vida cotidiana, y estas llevadas a la transformación de ecuaciones lineales, se estará dando una oportunidad a los estudiantes de encontrar esa atracción tan necesaria para la enseñanza de Matemática, esto lo podemos ejemplificar de la siguiente manera.

Una ecuación de la forma $ax+b=0$, donde a y b sean números reales y $a \neq 0$, o cualquier ecuación equivalente a una de esta forma, se llama ecuación lineal. Para resolver la ecuación lineal $ax+b=0$ en términos de x , se resta b de ambos lados y después se dividen ambos lados entre a , esto es posible pues $a \neq 0$. Tenemos entonces las siguientes ecuaciones equivalentes:

$ax + b = 0$
$ax + b - b = 0 - b$
$ax = -b$
$\frac{ax}{a} = -\frac{b}{a}$

$$x = -\frac{b}{a}$$

Proporcionada la demostración, entonces la ecuación tiene una solución, $-\frac{b}{a}$

Estrategias para la resolución de ecuaciones

Para un desarrollo correcto basándose y apoyado con la investigación de este tema, utilizaremos la Metodología de Polya (1989) en la cual se plantea en su primer libro llamado “El Método de los Cuatro Pasos”, para resolver cualquier tipo de problema se debe:

- Comprender el problema
- Concebir un plan
- Ejecutar el plan y
- Examinar la solución.

Ejemplos:

En un seminario de Humanísticas y ciencias sociales, asisten un doble de trabajadores sociales que de bibliotecología y el triple número de psicólogos clínicos ¿Cuántos trabajadores sociales, bibliotecólogos y psicólogos clínicos hay en este seminario de 96 personas?

1. Comprender el problema

¿Cuál es la incógnita?

Por general son los datos acompañados por una incógnita.

Bibliotecólogos: x

Trabajadores sociales: $2x$

Psicólogos clínicos: $3(x + 2x)$

2. Concebir un plan

Es el momento para transformar la los datos de las incógnitas en una ecuación.

$$X + 2x + 9x = 96$$

3. Ejecutar el plan

$X + 2x + 9x = 96$
$12x = 96$
$X = 96/12$
$X = 8$

4. Examinar la solución.

Bibliotecólogos $x = 8$	
Trabajadores sociales $2x = 16$	
Psicólogos clínicos $3(x + 2x) = 72$	
Total	96 personas

Comprobar el resultado

$X + 2x + 9x = 96$
$96 = 96$

2.16. APRENDIZAJE DE ECUACIONES CUADRATICAS

Es necesario para este tema consultar el significado de ecuaciones cuadráticas, para ir conjugando esta definición con los términos utilizados en cada uno de los apartados de la investigación.

Una ecuación de segundo grado o ecuación cuadrática es una ecuación polinómica donde el mayor exponente de la incógnita x es igual a dos. Para (Jimenes, Rodriguez, & Estrada, 2005, pág. 152). Una ecuación cuadrática tiene una forma general de escritura, es decir, una expresión representativa con los términos y elementos que requiere ese tipo de ecuación, de modo que la expresión.

$ax^2 + bx + c = 0$ representa la forma general de una ecuación cuadrática, donde:

ax^2 : es el término cuadrático (por tener exponente 2)

bx : es el término lineal (exponente 1)

c : es el término independiente (no tiene incógnita)

a , b y c son números reales y constantes, donde $a \neq 0$

Los estudiantes en su mayoría resuelven las ecuaciones cuadráticas de forma mecánica, y al final no encuentran el sentido a cada una de las operaciones que ha aplicado, todo este se ha convertido en aplicaciones las cuales las ha aprendido de memoria, partiendo de un problema y que este se convierta en una ecuación cuadrática, es una forma para que los estudiantes encuentren el sentido y la razón para encontrar las incógnitas requeridas.

Una expresión cuadrática puede ser interpretada de diferentes formas, estas formas dependen del contexto en que se trabaje y han surgido atendiendo a preguntas particulares.

Así las expresiones cuadráticas las podemos visualizar como:

a) polinomio de grado dos

$$ax^2 + bx + c$$

b) ecuación cuadrática

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ (Se puede observar que aparece el signo de igualdad)}$$

c) función cuadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ En este caso aparece una nueva variable "f(x)"}$$

Las ecuaciones son muy utilizadas en los diferentes niveles de educación, sean estas como presentadas como para el álgebra y su uso está supeditado a diferentes temáticas, que para esta investigación nos servirá como base para llegar a una explicación de lo solicitado, llegando a ser la herramienta perfecta para este tipo de planteamiento, coincido con lo expuesto por (Cruz, 2008). Donde se plantea una pregunta.

¿Cuál ha sido el motivo por el cual el conocimiento de la ecuación cuadrática ha sobrevivido?, consideramos que un papel fundamental de un conocimiento, es que pueda ser útil, en este sentido creemos que la

ecuación cuadrática ha cumplido y sigue cumpliendo, por este motivo seguirá entre nosotros. Un saber tan importante como es la ecuación cuadrática ha sido utilizado muchas veces, en muchas áreas, para muchas aplicaciones. Dentro de las grandes aplicaciones que se le ha dado es la modelación de fenómenos naturales. Pág. 66

Resolver una ecuación de segundo grado es hallar el valor o valores de la incógnita x que hace que se cumpla la igualdad que establece la propia ecuación. Conviene aclarar que las ecuaciones de segundo grado pueden tener una, dos o ninguna solución posible, tal y como se ejemplificara a continuación.

Ejemplo: La diferencia de un número y su recíproco es $\frac{24}{5}$ ¿Cuál es el número?

1) Comprender el problema.

$X \rightarrow$ número $\frac{1}{x}$ - Recíproco del número

2) Concebir un plan

$$X - \frac{1}{x} = \frac{24}{5}$$

3) Ejecutar el plan

$5x(x) - 5x\left(\frac{1}{x}\right) = 5x\left(\frac{24}{5}\right)$	
$5x^2 - 5 = 24x$	
$5x^2 - 24x - 5 = 0$	
$5(5x^2) - 5(24x) - 5(5) = 5(0)$	
$(5x)^2 - 24(5x) - 25 = 0$	
$(5x - 25)(5x + 1) = 0$	
$5x - 25 = 0$	$5x + 1 = 0$
$5x = 25$	$5x = -1$
$X = \frac{25}{5}$	$x = -\frac{1}{5}$
$X = 5$	$x = -\frac{1}{5}$

4) Examinar la solución

$x_1 = 5$	$x_2 = -\frac{1}{5}$
-----------	----------------------

$X - \frac{1}{x} = \frac{24}{5}$	$X - \frac{1}{x} = \frac{24}{5}$
$5 - \frac{1}{5} = \frac{24}{5}$	$-\frac{1}{5} - \frac{1}{\frac{1}{5}} = \frac{24}{5}$
$\frac{25}{5} - \frac{1}{5} = \frac{24}{5}$	$-\frac{1}{5} - (-5) = \frac{24}{5}$
$\frac{24}{5} = \frac{24}{5}$	$-\frac{1}{5} + 5 = \frac{24}{5}$
	$\frac{24}{5} = \frac{24}{5}$

Ejemplo: Hallar dos números cuya suma es 16 y cuyo producto es 63

1) Comprender el problema

$$X + y = 16 \quad X \cdot y = 63$$

2) Concebir un plan.

$X + y = 16 \rightarrow y = 16 - x$
Sustituir en $x \cdot y = 63$
$X(16 - x) = 63$
$16x - x^2 = 63$
$0 = x^2 - 16x + 63$
$x^2 - 16x + 63 = 0$

3) Ejecutar el plan

$x^2 - 16x + 63 = 0$	
$\frac{16}{2} = 8 \rightarrow (8)^2 = 64$	
$x^2 - 16x + 64 = -63 - 64$	
$(x - 8)^2 = 1$	
$X - 8 = \pm \sqrt{1}$	
$X - 8 = \pm 1$	
$X_1 = \pm 1 + 8$	$x_2 = -1 + 8$
$X_1 = 9$	$x_2 = 7$

4) Examinar la solución

$x^2 - 16x = -63$	$(7)^2 - 112 = -63$
$(9)^2 - 16(9) = -63$	$49 - 112 = -63$
$-63 = -63$	$-63 = -63$

CAPITULO III: ESTUDIO EMPÍRICO

1. PRESENTACIÓN, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De acuerdo a la hipótesis presentada donde se indica que el método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria mejora el aprendizaje de Matemática en los estudiantes, para lo cual se ha aplicado talleres con los alumnos enseñando y guiando para la aplicación de esta técnica.

En la resolución de problemas, los recursos que se necesitan requieren un valor significativo en la interpretación e integración de la información numérica. En el aprendizaje de la matemática, el alumno debe construir nuevos esquemas conceptuales apelando tanto a la comprensión para construir un nuevo conocimiento a través de la experiencia y del conocimiento previo.

De acuerdo a la investigación se ha presentado un cuestionario a los estudiantes con una evaluación de inicio y otra al final al concluir con el programa de capacitación como se presenta a continuación:

Tabla N° 06: Resultados del pre-test y pos-test

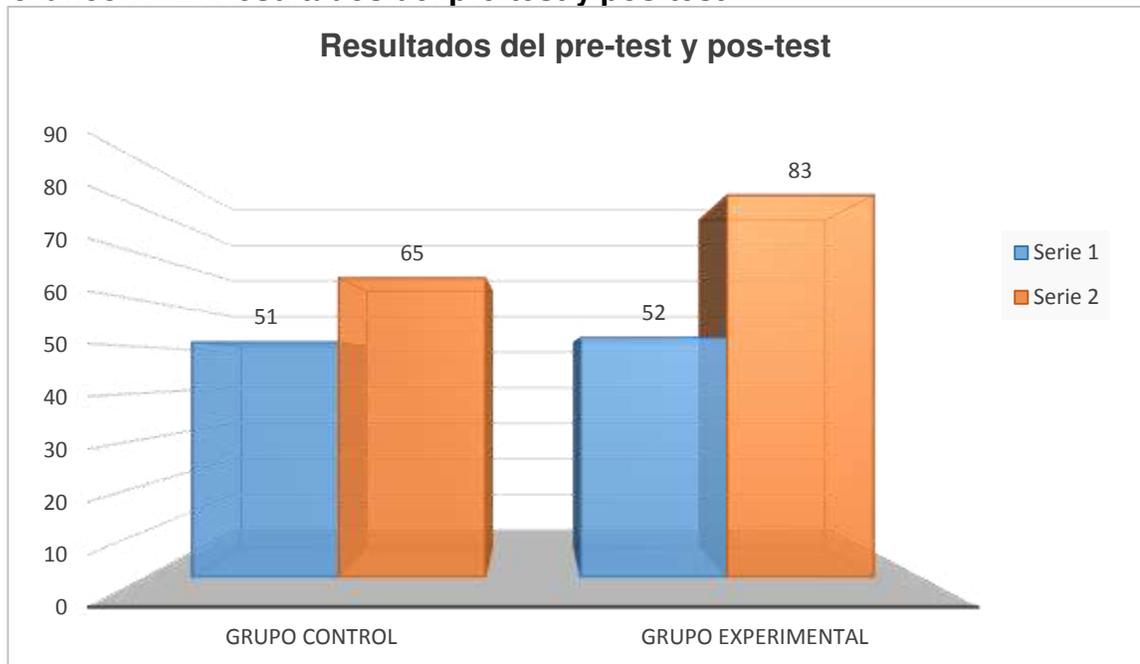
UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MANABÍ INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICAS PRE Y POST-TEST ESTUDIANTES DE MATEMÁTICAS I Objetivo: Diagnosticar el nivel de aprendizaje con el método de resolución de problemas. PARAMETROS: SOBRESALIENTE 81-100; MUY BUENO 61-80; BUENO 41-60; REGULAR 21-40; MALO 0-20				
NO ESTUDIANTES	GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
	PRE-TEST	POST-TEST	PRE-TEST	POST-TEST
1	50	65	40	70
2	50	60	50	85
3	40	60	50	81
4	50	70	60	80
5	50	70	60	85
6	50	60	50	70
7	50	70	50	85
8	60	70	60	90
9	60	70	60	100
10	60	70	50	80
11	40	60	50	83
12	40	70	40	82
13	50	70	50	70
14	50	60	50	82
15	60	70	60	90
16	60	65	60	90
17	50	60	50	80
18	50	60	50	82
19	50	60	50	70
20	50	50	50	81
21	40	60	40	80
22	40	70	60	100
23	50	60	50	70
24	60	70	60	85
25	60	70	60	90
26	60	70	60	80
27	50	60	50	70
28	50	60	50	84
29	50	70	50	83
30	50	70	40	70
31	50	60	50	80
32	40	60	50	87

33	60	70	60	80
34	60	70	60	90
35	50	60	50	70
36	50	70	50	85
37	50	70	60	90
38	50	70	60	100
39	55	65	60	80
40	40	60	50	82
41	40	70	40	82
42	50	70	50	70
43	50	60	50	80
44	60	70	55	90
45	55	65	60	90
46	50	60	50	84
47	50	60	50	85
48	50	60	50	70
49	50	50	50	83
50	40	60	40	80
51	40	70	60	100
52	50	60	50	86
53	60	70	60	82
54	60	70	50	90
55	60	70	60	80
56	50	60	50	83
57	50	60	50	85
58	50	70	55	80
59	50	70	40	70
60	50	60	50	85
61	40	60	50	70
62	60	70	60	80
63	60	70	60	80
64	50	60	50	86
65	50	70	50	81
66	55	65	60	90
67	50	60	50	100
68	60	70	50	90
69	40	60	50	70
70	40	70	40	85
71	50	70	50	82
72	50	60	50	80
73	60	70	60	90

74	60	65	60	90
75	50	60	50	70
76	50	60	50	80
77	50	60	50	70
78	50	65	50	70
79	40	60	40	80
80	40	70	60	100
81	50	60	50	82
82	60	70	60	80
83	60	70	60	90
84	60	70	60	80
85	50	60	50	85
86	50	60	50	70
87	50	70	60	80
88	50	70	40	81
89	50	60	50	80
90	40	60	50	70
91	60	70	60	80
92	60	70	60	86
93	50	60	50	82
94	50	70	50	85
95	55	65	60	90
96	55	65	60	100
97	45	65	50	80
98	40	60	50	83
99	40	70	40	86
100	50	70	50	85
101	50	60	50	80
102	60	70	60	90
103	40	60	60	90
104	50	60	50	85
105	50	60	50	87
106	50	60	50	82
107	50	50	50	85
108	40	60	40	80
109	40	70	55	90
110	50	60	50	70
111	60	70	60	80
112	55	65	55	90
113	55	70	60	83
PROMEDIOS	51	65	52	83

Fuente: Cedeño (2016)

Gráfico N° 2: Resultados del pre-test y pos-test



Fuente: Cedeño (2016)

INTERPRETACIÓN:

Como se puede apreciar en el gráfico presentado están los resultados del pre-test, el cual reflejan unos resultados similares, tanto para el grupo control que obtuvo 51 puntos, como para el grupo experimental que obtuvo 52 puntos, estos resultados se dan porque este instrumento se lo aplico antes del inicio de las capacitaciones, los resultados del pos-test arrojan cifras que tienen resultados diferentes, así tenemos que el grupo control obtiene 65 puntos en la prueba tomada, caso contrario sucede con el grupo experimental el cual obtuvo 83 puntos en la prueba aplicada, con estos resultados se puede asegurar que la aplicación del método de resolución de problemas es práctico, y provoca que los estudiantes aplique mucho el razonamiento lógico matemático al momento de plantear y resolver problemas.

1.1. PRESENTACIÓN, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS DATOS DE LA VARIABLE DEPENDIENTE:

Tabla nº 7: Frecuencia de la variable aprendizaje de matemática pre-test grupo control

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Válidos	MALO	21	18.6	18.6
	REGULAR	92	81.4	100.0
	Total	113	100.0	

Fuente: Cedeño (2016)

Gráfico nº 03: Porcentajes aprendizaje de matemática del pre-test grupo control



Fuente: Cedeño (2016)

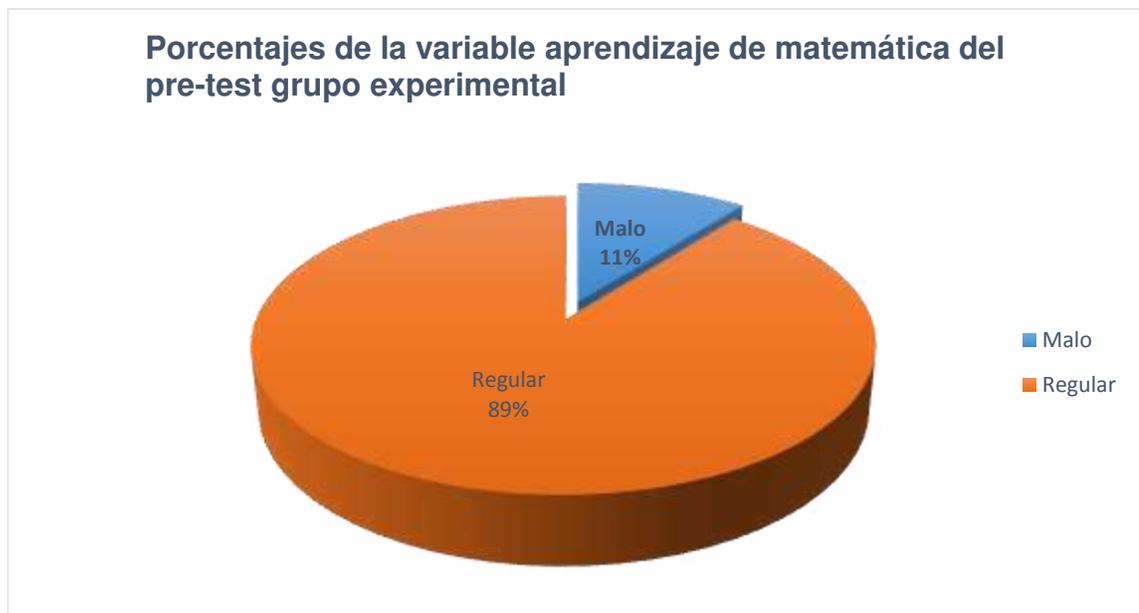
INTERPRETACIÓN: En la tabla nº 07 y gráfico nº 03 se muestra los resultados de del aprendizaje de matemática pre-test donde se destaca como REGULAR el 81.4% y el 18.6% como MALO, de la población estudiada. Demostrándose que el aprendizaje de matemática pre-test tiene tendencia regular en el grupo control.

Tabla nº08: Frecuencias de la variable aprendizaje de matemática Pre-test grupo experimental

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Válidos	MALO	12	10.6	10.6
	REGULAR	101	89.4	100.0
	Total	113	100.0	

Fuente: Cedeño (2016)

Gráfico nº 04: Porcentajes de la variable aprendizaje de matemática del pre-test grupo experimental



Fuente: Cedeño (2016)

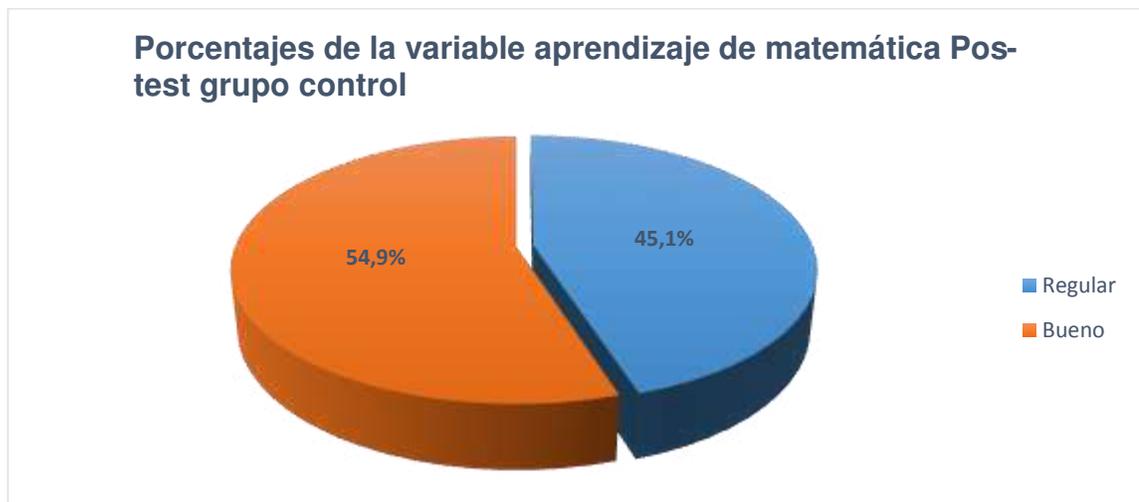
INTERPRETACIÓN: En la tabla nº 08 y gráfico nº 04 se muestran los resultados del aprendizaje de matemática del pre-test se destaca como REGULAR el 89.4% y el 10.6% como MALO, de la población estudiada. Demostrándose que el aprendizaje de matemática tiene tendencia regular en el grupo experimental.

Tabla nº09: Frecuencias de la variable aprendizaje de matemática Pos-test grupo control

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Válidos	REGULAR	51	45.1	45.1
	BUENO	62	54.9	100.0
	Total	113	100.0	

Fuente: Cedeño (2016)

Gráfico nº 05: Porcentajes de la variable aprendizaje de matemática Pos-test grupo control



Fuente: Cedeño (2016)

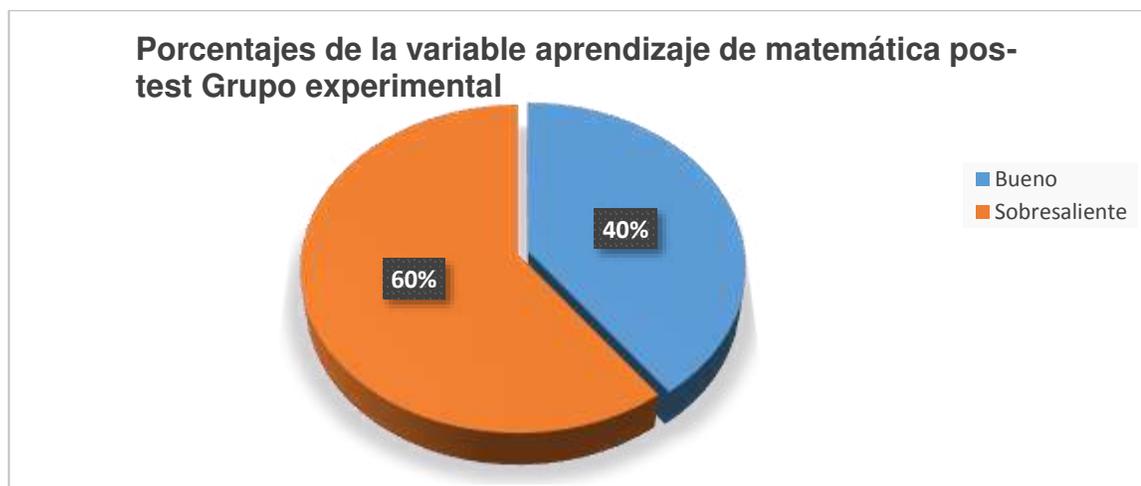
INTERPRETACIÓN: En la tabla nº 09 y gráfico nº 05 se muestran los resultados del aprendizaje de matemática Pos-test, se destaca como BUENO el 54.9% y el 45.1% como REGULAR, de la población estudiada. Demostrándose que el aprendizaje de matemática tiene tendencia bueno en el grupo control.

Tabla nº 10: Frecuencia de la variable aprendizaje de matemática pos-test
Grupo experimental

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Válidos	BUENO	45	39.8	39.8
	SOBRESALIENTE	68	60.2	100.0
	Total	113	100.0	

Fuente: Cedeño (2016)

Gráfico nº 06: Porcentajes de la variable aprendizaje de matemática pos-test
Grupo experimental



Fuente: Cedeño (2016)

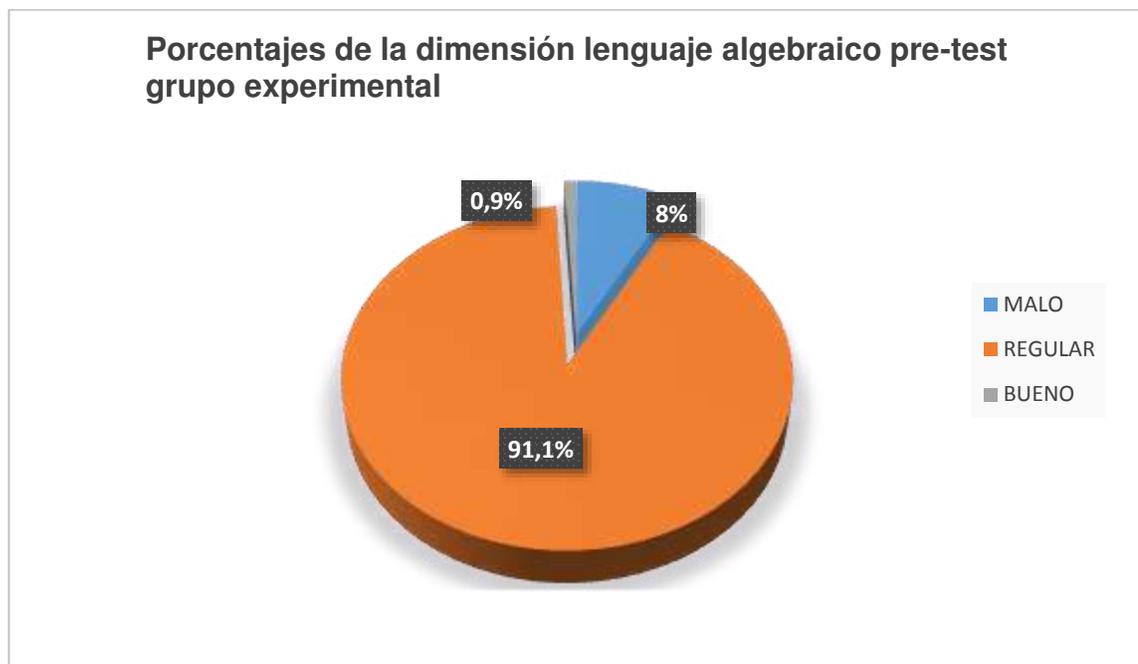
INTERPRETACIÓN: En la tabla nº 10 y gráfico nº 06 se muestra los resultados del aprendizaje de matemática pos-test, se destaca como SOBRESALIENTE el 60.2% y el 39.8% como BUENO, de la población estudiada. Demostrándose que el aprendizaje de matemática tiene tendencia sobresaliente en el grupo experimental.

Tabla n°11: Frecuencias de la dimensión lenguaje algebraico pre-test grupo experimental

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Válidos	MALO	9	8.0	8.0
	REGULAR	103	91.1	99.1
	BUENO	1	0.9	100.0
	Total	113	100.0	

Fuente: Cedeño (2016)

Gráfico n° 07: Porcentajes de la dimensión lenguaje algebraico pre-test grupo experimental



Fuente: Cedeño (2016)

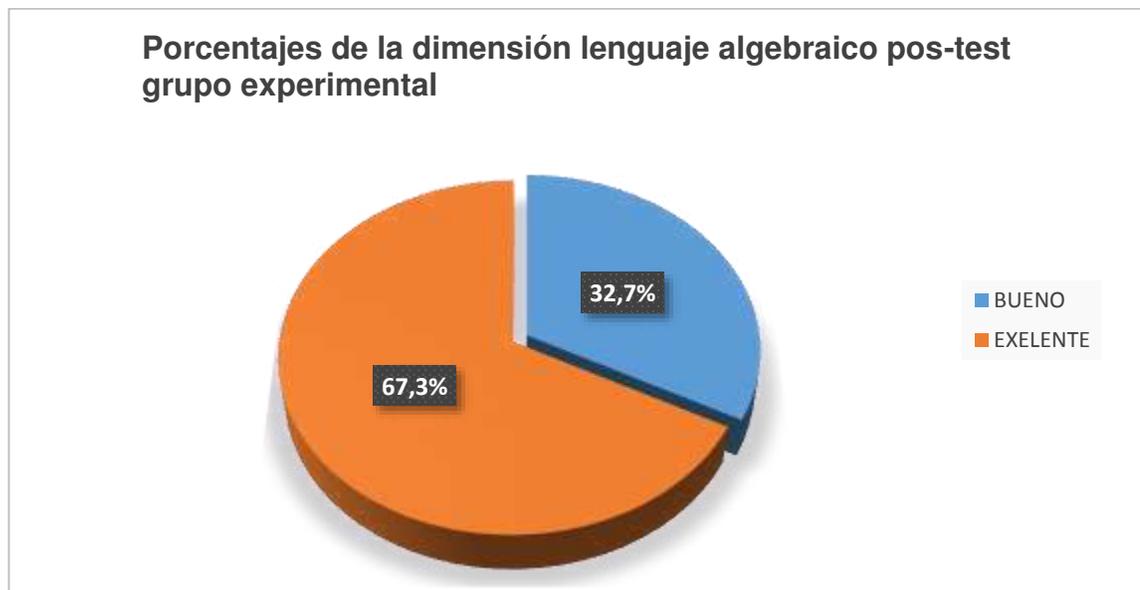
INTERPRETACIÓN: En la tabla n° 11 y gráfico n° 07 se muestra los resultados de la dimensión lenguaje algebraico pre-test, se destaca como REGULAR el 91.1%, 8.0% MALO y el 0,9% como BUENO, de la población estudiada. Demostrándose que la dimensión lenguaje algebraico pre-test tiene tendencia regular en el grupo experimental.

Tabla nº12: Frecuencias de la dimensión lenguaje algebraico pos-test grupo experimental

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Válidos	BUENO	37	32.7	32.7
	EXCELENTE	76	67.3	100.0
	Total	113	100.0	

Fuente: Cedeño (2016)

Gráfico nº 08: Porcentajes de la dimensión lenguaje algebraico pos-test grupo experimental



Fuente: Cedeño (2016)

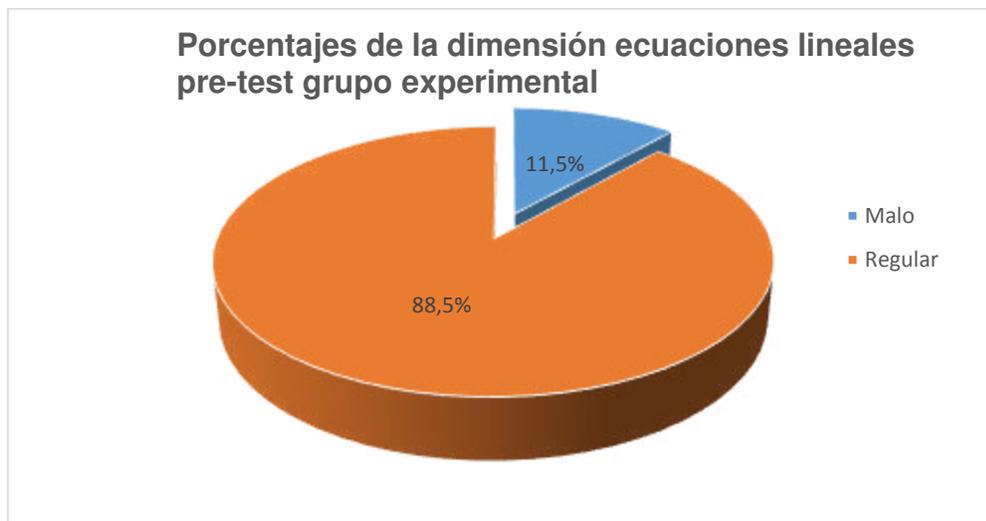
INTERPRETACIÓN: En la tabla nº 12 y gráfico nº 08 se muestra los resultados de la dimensión lenguaje algebraico pos-test, se destaca como EXCELENTE el 67.3% y el 32.7% como BUENO, de la población estudiada. Demostrándose que la dimensión lenguaje algebraico pos-test tiene tendencia excelente en el grupo experimental.

Tabla nº13: Frecuencias dimensión ecuaciones lineales pre-test grupo experimental

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Válidos	MALO	13	11.5	11.5
	REGULAR	100	88.5	100.0
	Total	113	100.0	

Fuente: Cedeño (2016)

Gráfico nº 09: Porcentajes de la dimensión ecuaciones lineales pre-test grupo experimental



Fuente: Cedeño (2016)

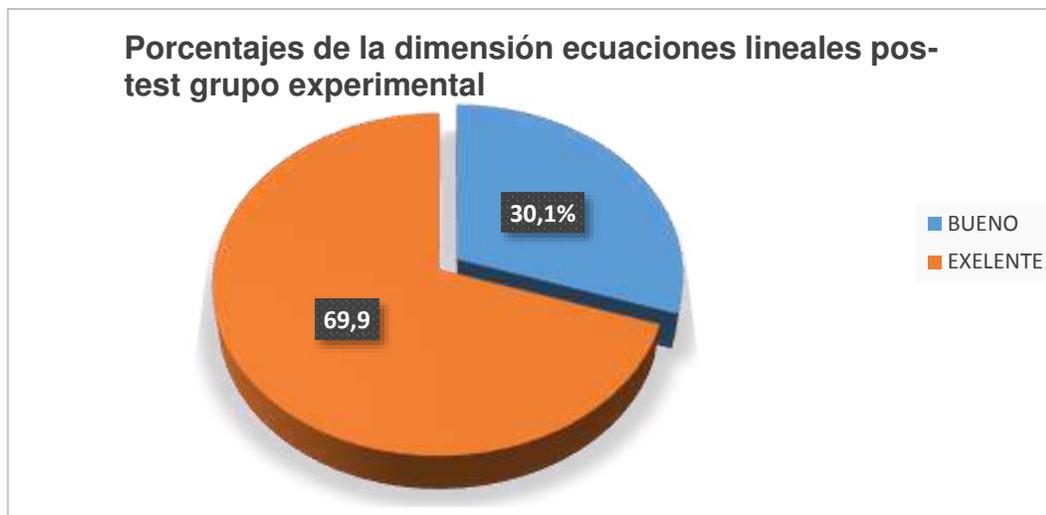
INTERPRETACIÓN: En la tabla nº 13 y gráfico nº 09 se muestra los resultados de las ecuaciones lineales pre-test, se destaca como REGULAR el 88.5% y el 11.5% como MALO, de la población estudiada. Demostrándose que las ecuaciones lineales pre-test tienen tendencia regular en el grupo experimental.

Tabla nº14: Frecuencias dimensión ecuaciones lineales pos-test grupo experimental

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Válidos	BUENO	34	30.1	30.1
	EXCELENTE	79	69.9	100.0
	Total	113	100.0	

Fuente: Cedeño (2016)

Gráfico nº 10: Porcentajes de la dimensión ecuaciones lineales pos-test grupo experimental



Fuente: Cedeño (2016)

INTERPRETACIÓN: En la tabla nº 14 y gráfico nº 10 se muestra los resultados de las ecuaciones lineales pos-test, se destaca como EXCELENTE el 69.9% y el 30.1% como BUENO, de la población estudiada. Demostrándose que las ecuaciones lineales pos-test tiene tendencia excelente en el grupo experimental.

Tabla n°15: Frecuencias de la dimensión ecuaciones de segundo grado pre-test grupo experimental

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Válidos	MALO	7	6.2	6.2
	REGULAR	106	93.8	100.0
	Total	113	100.0	

Fuente: Cedeño (2016)

Gráfico n° 11: Porcentajes de la dimensión ecuaciones de segundo grado pre-test grupo experimental



Fuente: Cedeño (2016)

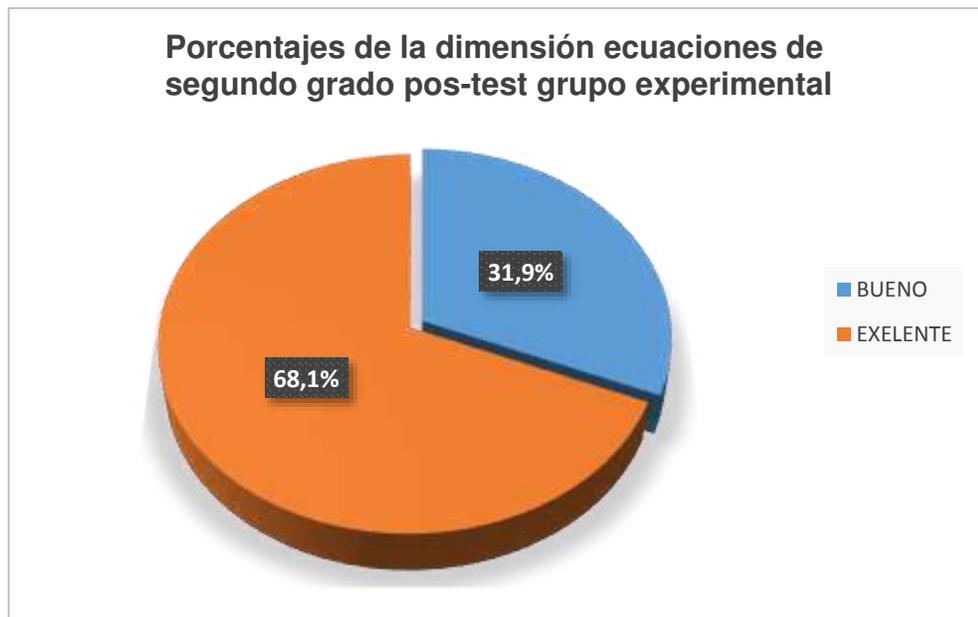
INTERPRETACIÓN: En la tabla n° 15 y gráfico n° 11 se muestra los resultados de la dimensión ecuaciones de segundo grado pre-test, se destaca como REGULAR el 93.8% y el 6.2% como MALO, de la población estudiada. Demostrándose que la dimensión ecuaciones de segundo grado pre-test tiene tendencia regular en el grupo experimental.

Tabla nº16: Frecuencias de la dimensión ecuaciones de segundo grado pos-test grupo experimental

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje acumulado
Válidos	BUENO	36	31.9	31.9
	EXCELENTE	77	68.1	100.0
	Total	113	100.0	

Fuente: Cedeño (2016)

Gráfico nº 12: Porcentajes de la dimensión ecuaciones de segundo grado pos-test grupo experimental



Fuente: Cedeño (2016)

INTERPRETACIÓN: En la tabla nº 16 y gráfico nº 12 se muestra los resultados de la dimensión ecuaciones de segundo grado pos-test, se destaca como EXCELENTE el 68.1% y el 31,9% como BUENO, de la población estudiada. Demostrándose que la dimensión ecuaciones de segundo grado pos-test tiene tendencia excelente en el grupo experimental.

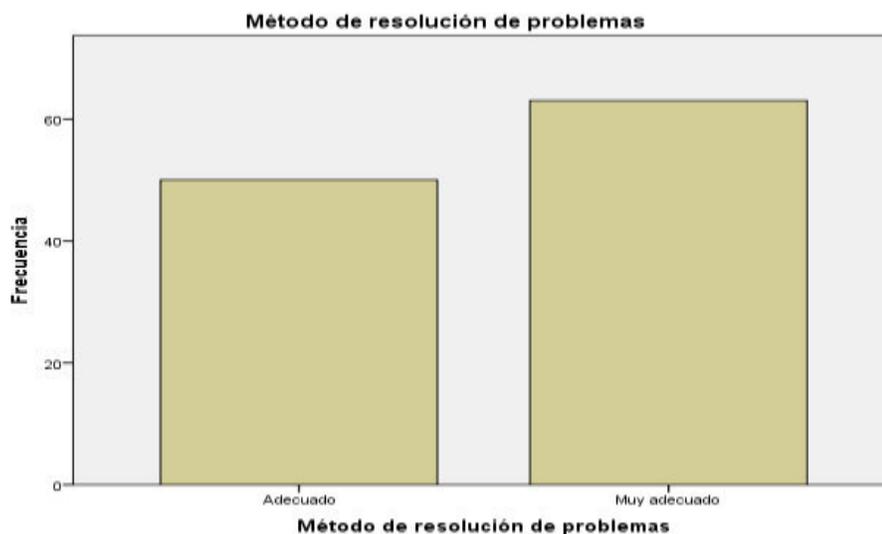
1.2. PRESENTACIÓN, ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS DATOS DE LA VARIABLE INDEPENDIENTE:

Tabla nº 17: Frecuencia de la variable. El método de resolución de problemas.

Método de resolución de problemas					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Adecuado	50	44,2	44,2	44,2
	Muy adecuado	63	55,8	55,8	100,0
	Total	113	100,0	100,0	

Fuente: Cedeño (2016)

Gráfico nº 13: Porcentaje de la variable. El método de resolución de problemas.



Fuente: Cedeño (2016)

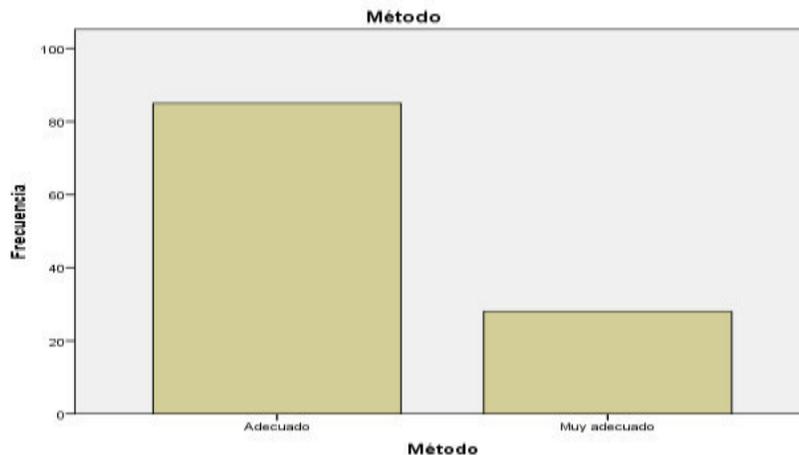
INTERPRETACIÓN: En la tabla nº 17 y gráfico nº 13 se muestra los resultados de la variable, el método de resolución de problemas. Se destaca como ADECUADO el 44,2% y MUY ADECUADO con el 55,8% de la población estudiada. Demostrándose que la variable, el método de resolución de problemas, tiene una tendencia a ser muy adecuada para los integrantes en el grupo experimental.

Tabla nº 18 : Frecuencia de la dimensión comprensión del método de resolución de problemas.

Comprensión del método de resolución de problemas					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Adecuado	85	75,2	75,2	75,2
	Muy adecuado	28	24,8	24,8	100,0
	Total	113	100,0	100,0	

Fuente: Cedeño (2016)

Gráfico nº 14: Porcentaje de la dimensión comprensión del método de resolución de problemas.



Fuente: Cedeño (2016)

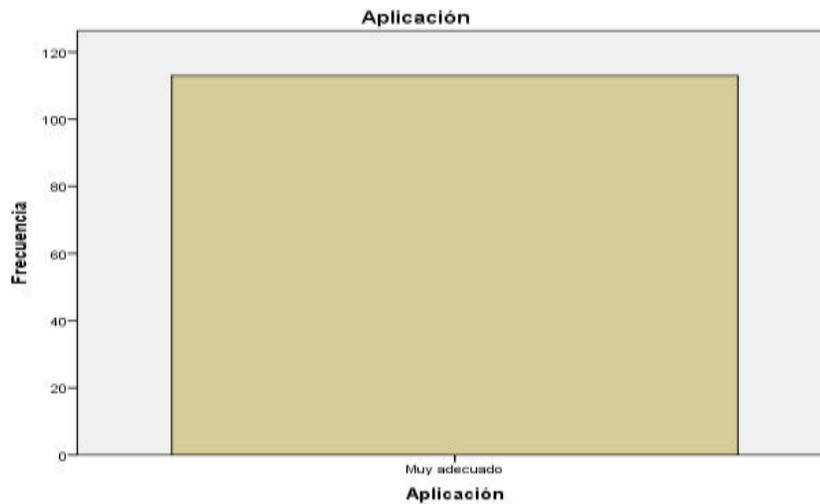
INTERPRETACIÓN: En la tabla nº 18 y gráfico nº 14 se muestra los resultados de la dimensión comprensión del método de resolución de problemas. Se destaca como ADECUADO el 75,2% y el 24,8% como MUY ADECUADO, de la población estudiada. Demostrándose que la dimensión comprensión del método de resolución de problemas tiene tendencia adecuado en el grupo experimental.

Tabla nº 19: Frecuencia de la dimensión aplicación del método de resolución de problemas.

Aplicación					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Muy adecuado	113	100,0	100,0	100,0

Fuente: Cedeño (2016)

Gráfico nº 15: Porcentaje de la dimensión aplicación del método de resolución de problemas.



Fuente: Cedeño (2016)

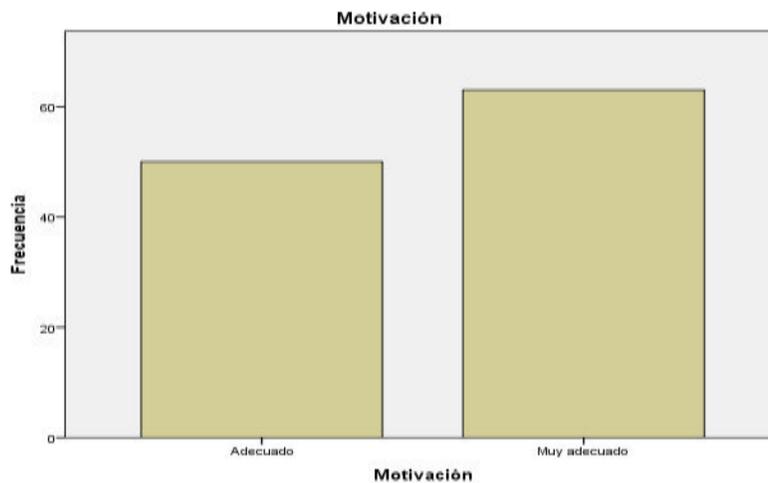
INTERPRETACIÓN: En la tabla nº19 y gráfico nº15 se muestra los resultados de la dimensión aplicación del método de resolución de problemas. Se destaca como MUY ADECUADO el 100% de la población estudiada. Demostrándose que la dimensión aplicación del método de resolución de problemas es muy adecuada para los integrantes en el grupo experimental.

Tabla nº 20 : Frecuencia de la dimensión motivación en el método de resolución de problemas.

Motivación					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Adecuado	50	44,2	44,2	44,2
	Muy adecuado	63	55,8	55,8	100,0
	Total	113	100,0	100,0	

Fuente: Cedeño (2016)

Gráfico nº 16 : Porcentaje de la dimensión motivación en el método de resolución de problemas.



Fuente: Cedeño (2016)

INTERPRETACIÓN: En la tabla nº20 y gráfico nº 16 se muestra los resultados de la dimensión motivación en el método de resolución de problemas. Se destaca como ADECUADO el 44,2% y el 55,8% como MUY ADECUADA, de la población estudiada. Demostrándose que la dimensión motivación en el método de resolución de problemas tiene una tendencia a muy adecuada para los integrantes en el grupo experimental.

2. PROCESO DE PRUEBA DE HIPÓTESIS

Para determinar si existe suficiente evidencia en una muestra de datos para inferir que cierta condición es válida para toda la población, es menester en esta investigación someterse a esta prueba tal como lo indica (Mejía, 2008) para someter a prueba o contrastar una hipótesis es necesario formular “Además de la hipótesis alterna, elaborar una hipótesis nula, que viene a ser la negación de la alterna” Pág. 197, fundamentado en esto podemos plantear las siguientes hipótesis.

2.1. PRUEBA DE HIPÓTESIS GENERAL

I. PLANTEO DE HIPÓTESIS

HG1. El nivel de influencia del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, es significativo en el aprendizaje de Matemática en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015

HG0. El nivel de influencia del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, no es significativo en el aprendizaje de Matemática en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015

II. REGLA DE DECISIÓN

Si el valor $p \geq 0.05$, se acepta hipótesis nula. Si valor $p < 0.05$, se acepta HA.

III. ESTADÍSTICA DE PRUEBA DE HIPÓTESIS

La estadística utilizó la prueba de T de Student, que muestra la diferencia de medias entre las variables: método de resolución de problemas y aprendizaje de Matemática.

Tabla nº 21: Diferencia de medias de la hipótesis general

Estadísticos de grupo					
	Grupo de estudio	N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Pos-test	CONTROL	113	64,73	5,297	,498
	EXPERIMENTAL	113	82,64	7,639	,719

Tabla nº 22: Significancia bilateral de la hipótesis general

Prueba de muestras independientes				
		Prueba T para la igualdad de medias		
		Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia
Pos-test	Se han asumido varianzas iguales	,000	-17,903	,874
	No se han asumido varianzas iguales	,000	-17,903	,874

INTERPRETACIÓN: Analizando el cuadro contrastando el P valor hallado es 0.00, es menor al 5%, por lo que se prueba hipótesis alterna. Al aplicar la fórmula de T de Student para encontrar la diferencia de medias de 17.91 puntos, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna o de trabajo: Determinándose que el método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria es significativo en el aprendizaje de Matemáticas en la población en estudio.

2.2. PRUEBA DE HIPÓTESIS ESPECÍFICAS

PRUEBA DE HIPÓTESIS ESPECÍFICA 1

I. PLANTEO DE HIPÓTESIS

- H1. El método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, mejora el aprendizaje del lenguaje algebraico en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015.
- H0. El método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, no mejora el aprendizaje del lenguaje algebraico en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015?

II. REGLA DE DECISIÓN

Si el valor $p \geq 0.05$, se acepta hipótesis nula. Si valor $p < 0.05$, se acepta HA.

III. ESTADÍSTICA DE PRUEBA DE HIPÓTESIS

La estadística utilizó prueba de T de Student, que muestra la diferencia de medias entre las variables: método de resolución de problemas y del lenguaje algebraico

Tabla nº:23 Diferencia de medias de la hipótesis específica 1

Estadísticos de grupo				
	Grupo de estudio	N	Media	Desviación típ.
Pos-test lenguaje algebraico	CONTROL	113	65,66	4,978
	EXPERIMENTAL	113	82,82	7,028

Tabla nº 24: Significancia bilateral de la hipótesis específica 1

Prueba de muestras independientes				
		Prueba T para la igualdad de medias		
		gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias
Pos-test lenguaje algebraico	Se han asumido varianzas iguales	224	,000	-17,159
	No se han asumido varianzas iguales	201,774	,000	-17,159

INTERPRETACIÓN: Analizando el cuadro contrastando el P valor hallado es 0.00, es menor al 5%, por lo que se prueba hipótesis alterna. Al aplicar la fórmula de T de Student para encontrar la diferencia de medias de 17.16 puntos, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna o de trabajo: Determinándose que el método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, mejoró sustantivamente el aprendizaje del lenguaje algebraico en los estudiantes de la población en estudio.

PRUEBA DE HIPÓTESIS ESPECÍFICA 2

I. PLANTEO DE HIPÓTESIS

H2. El método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, mejora el aprendizaje de ecuaciones lineales en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015.

H0. El método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, no mejora el aprendizaje de ecuaciones lineales en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015?

II. REGLA DE DECISIÓN

Si el valor $p \geq 0.05$, se acepta hipótesis nula. Si valor $p < 0.05$, se acepta HA.

III. ESTADÍSTICA DE PRUEBA DE HIPÓTESIS

La estadística prueba de T de Student, que muestra la diferencia de medias entre las variables: método de resolución de problemas y el aprendizaje de ecuaciones lineales

Tabla nº 25: Diferencia de medias de la hipótesis específica 2

Estadísticos de grupo					
	Grupo de estudio	N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Pos-test ecuaciones lineales	CONTROL	113	64,38	5,267	,495
	EXPERIMENTAL	113	82,66	6,908	,650

Tabla nº 26: Significancia bilateral de la hipótesis específica 2

Prueba de muestras independientes				
		Prueba T para la igualdad de medias		
		Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia
Pos-test ecuaciones lineales	Se han asumido varianzas iguales	,000	-18,283	,817
	No se han asumido varianzas iguales	,000	-18,283	,817

INTERPRETACIÓN: Analizando el cuadro contrastando el P valor hallado es 0.00, es menor al 5%, por lo que se prueba hipótesis alterna. Al aplicar la fórmula de T de Student para encontrar la diferencia de medias de 18.23 puntos, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna o de trabajo: Determinándose que el método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, mejoró significativamente el aprendizaje de ecuaciones lineales en los estudiantes de la población en estudio.

PRUEBA DE HIPÓTESIS ESPECÍFICA 3

I. PLANTEO DE HIPÓTESIS

H3. El método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, mejora el aprendizaje de ecuaciones de segundo grado en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015.

H0. El método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, no mejora el aprendizaje de ecuaciones de segundo grado en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015?

II. REGLA DE DECISIÓN

Si el valor $p \geq 0.05$, se acepta hipótesis nula. Si valor $p < 0.05$, se acepta H_A .

III. ESTADÍSTICA DE PRUEBA DE HIPÓTESIS

La estadística prueba de T de Student, que muestra la diferencia de medias entre las variables: método de resolución de problemas y el aprendizaje de ecuaciones de segundo grado

Tabla nº 27: Diferencia de medias de la hipótesis específica 3

Estadísticos de grupo					
	Grupo de estudio	N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
Pos-test ecuaciones de segundo grado	CONTROL	113	64,73	5,297	,498
	EXPERIMENTAL	113	82,48	7,767	,731

Tabla nº 28: Significancia bilateral de la hipótesis específica 3

Prueba de muestras independientes				
		Prueba T para la igualdad de medias		
		gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias
Pos-test ecuaciones de segundo grado	Se han asumido varianzas iguales	224	,000	-17,743
	No se han asumido varianzas iguales	197,649	,000	-17,743

INTERPRETACIÓN: Analizando el cuadro contrastando el P valor hallado es 0.00, es menor al 5%, por lo que se prueba hipótesis alterna. Al aplicar la fórmula de T de Student para encontrar la diferencia de medias de 17.75 puntos, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna o de trabajo: Determinándose que el método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, mejoró sustantivamente el aprendizaje de ecuaciones de segundo grado en los estudiantes de la población en estudio.

PRUEBA DE MUESTRAS INDEPENDIENTES

Tabla nº 29: Estadísticos de grupo

Estadísticas de grupo					
Evaluación	Grupo de estudio	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
Pre-test	CONTROL	113	50,71	6,576	,619
	EXPERIMENTAL	113	52,39	6,236	,587
Pos-test	CONTROL	113	64,73	5,297	,498
	EXPERIMENTAL	113	82,64	7,639	,719

Tabla nº 33: Prueba de muestras independientes

Prueba t para la igualdad de medias							
	t	Grados de libertad	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
						Inferior	Superior
Pre-test	-1,972	224	,050	-1,681	,853	-3,361	-,001
Post-test	-20,472	224	,000	-17,903	,874	-19,626	-16,179

Gráfico nº 17: Media Pre-test

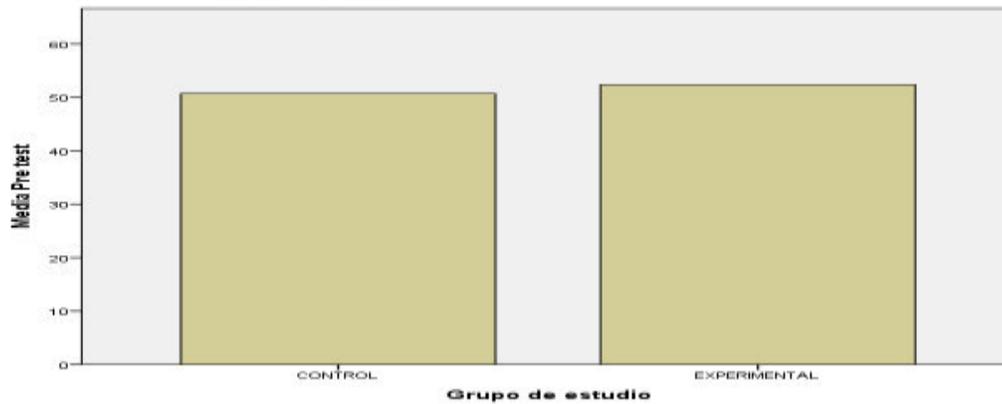
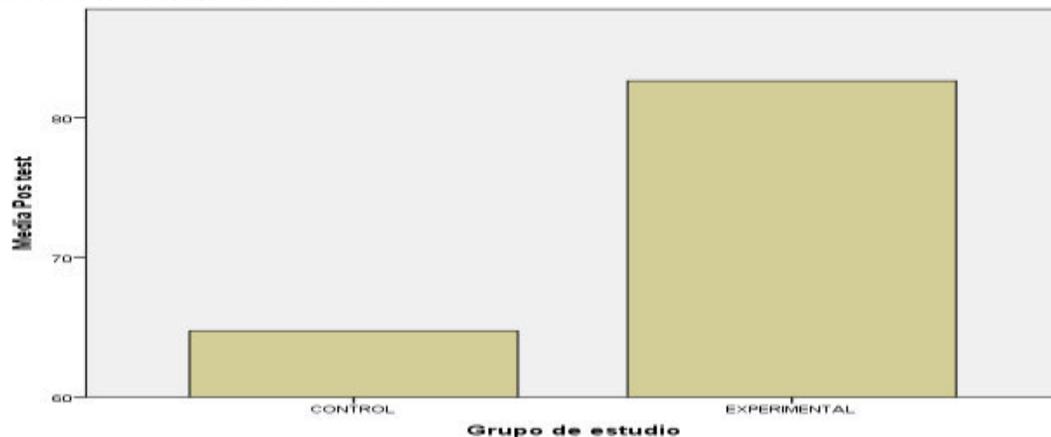


Gráfico nº 18: Media Pos-test



INTERPRETACIÓN:

En el análisis estadístico de los resultados de las igualdades de media de los 113 estudiantes para el grupo experimental y 113 estudiantes para el grupo control, con un 95 % de intervalo de confianza de la diferencia de medias, se puede disertar que en el pre-test nos da como resultado una significancia bilateral de 0,050, y para el pos-test da como resultado 0,000, es destacable que en la diferencias de medias da como resultado en el pos-test una diferencia de -1,681, caso contrario en el pos-test donde se puede observar una diferencia muy significativa en el rendimiento de los estudiantes, con una diferencia de media de -17,903, por lo que se puede afirmar que la aplicación del método de resolución de problemas si proporcionó capacidades de análisis y planteamientos de problemas para encontrar su solución inmediata.

3. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

En el presente estudio se trazó como meta establecer el nivel de Incidencia del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, en el aprendizaje de Matemática en los estudiantes del nivel I del departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2016. De acuerdo a los resultados hallados se confirma la eficacia del método empleado.

En cuanto a la prueba de la hipótesis general se utilizó el estadístico t de student, con la finalidad de probar la diferencia de medias entre las variables estudiadas, se halló una significancia de $P = 0.00$, con un margen de error al 5%, hallándose una diferencia de medias de 17.91 puntos, Se rechazó la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de trabajo: De manera el método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria mejoró el aprendizaje de Matemática en la población en estudio.

Por otro lado se halló una diferencia de medias de 17.16 puntos entre la efectividad del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, mejoró sustantivamente el aprendizaje del lenguaje algebraico en los estudiantes de la población en estudio.

Asimismo se halló una diferencia de medias de 18.23 puntos, por lo que el método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, mejoró significativamente el aprendizaje en el aprendizaje de ecuaciones en los estudiantes de la población en estudio. También se halló una diferencia de medias de 17.75 puntos, entre el método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, mejoró sustantivamente el aprendizaje de ecuaciones de segundo grado en los estudiantes de la población en estudio.

Cabe señalar en referencia a las variables estudiadas la efectividad del método empleado tiene coherencia y ayudó mejorar el aprendizaje de las matemáticas,

de manera es posible generalizar a partir de lo hallado en estudiantes del nivel superior y otros niveles, puesto contando con una serie de propuestas que son útiles para el aprendizaje de los estudiantes toda vez que es necesario reforzar o encontrar nuevos formas de enseñar, con el propósito los docentes cuenten con una serie de recursos didácticos, y esta manera apoyar en el aprendizaje de los estudiantes, estos hallazgos encontrados coinciden con los aportes de.

Echenique, (2006, pág.157), Esta manera de abordar la resolución de problemas a partir de la aplicación del método o plan general, favorece también el desarrollo de una serie de capacidades no exclusivamente matemática. El proceso es lento y los resultados se irán viendo de forma progresiva. Lo importante es que el alumno/a vaya adquiriendo recursos o estrategias que le ayuden a asentar bases para, en el futuro, resolver con éxito las situaciones matemáticas que la vida diaria le plantee.

Con lo expresado por Echenique, es cierto la complejidad de resolución de problemas, es oportuno emplear una serie de métodos que ayuden el aprendizaje de los estudiantes, se concuerda para resolver problemas matemáticos es necesario contar con una serie de estrategias tanto para el docente y el estudiante.

CONCLUSIONES

Los hallazgos de la investigación son productivos para responder algunas de las interrogantes que dieron lugar al mismo, pero también para abrir nuevas incógnitas, para lo cual se llega a las siguientes conclusiones

1. La aplicación del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria ayuda significativamente al aprendizaje de Matemática, promueve el razonamiento lógico, la rapidez mental de forma coherente, por lo que el estudiante interactúa con el quehacer humano, a tal punto de ponerlo en práctica, convirtiéndose en un reto, relacionando el aprendizaje de la matemática con su contexto.
2. Asimismo el uso del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, ayuda significativamente al aprendizaje del lenguaje algebraico, siendo esta clave para el éxito, el estudiante adquiere hábitos en los replazo necesarios para plantear los problemas de forma coherente, autocorrigiéndose a tal punto que se convierte en el corazón mismo del inicio para poder representar los diferentes casos a diagnosticar, el método empleado también favorece el aprendizaje adecuado de las matemáticas.
3. El empleo del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, en el aprendizaje de ecuaciones lineales resultó de gran utilidad ya que los estudiantes, en su gran mayoría lograron plantear y resolver los problema presentado, transformándolas en ecuación, afianzando sus competencias asertivamente, resaltando sobre todo la facilidad e importancia del aprendizaje de las matemáticas.
4. De igual manera la aplicación del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, también es útil en el aprendizaje de ecuaciones de segundo grado, ya que los estudiantes van demostrando cambios, y perciben que entre mayor sea la complejidad, mayor será el desarrollo de las capacidades matemáticas, el cual le permitirá afianzar su capacidad

creadora y sus conocimientos en la materia, afianzando sus éxitos y evitando su desaliento.

RECOMENDACIONES

1. A las autoridades de la Universidad Técnica de Manabí capaciten a los docentes en el empleo del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria con la finalidad de ayudar a los estudiantes en el aprendizaje de Matemática, propiciando el logro de competencias propuestas.
2. A los docentes y estudiantes interactúen empleando frecuentemente el método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria con el propósito de apoyar en el aprendizaje del lenguaje algebraico, por la complejidad que tienen los estudiantes en resolver sobre todo las ecuaciones.
3. A los docentes se capaciten en el empleo del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, tomando en cuenta realidad de su entorno relacionándolos con ecuaciones lineales que también resulta complejo.
4. A los docentes se actualicen o tengan la capacidad de buscar nuevas formas de enseñar, sobre todo utilizando el método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, lecturas de comprensión, adecuando en el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas, es necesario que se fomente la exploración y la verbalización ya que con esto se puede estimular la percepción de las características y condiciones de la situación problemática, así como el ordenamiento razonado de las relaciones de manera que los estudiantes tendrían una serie de recursos para desarrollar sus capacidades de nociones y conceptos básicos matemáticas.
5. A los centros de formación universitaria incorporen en las asignaturas pedagógicas el uso del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, ya que facilita tanto la enseñanza como el aprendizaje de las competencias matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

- Abrante, P., Barba, C. I., Bofarull, Colomer, & otros. (2007). *La resolución de problemas en matemáticas*. Caracas: Laboratorio Educativo.
- Alcalde, M. (2010). *Importancia de los conocimientos matemáticos previos de los estudiantes para el aprendizaje de la didáctica de la matemática en las titulaciones de maestro en la Universitat Jaume I*. Universitat Jaume I: (Tesis Doctoral).
- Alonso, I., & Martínez, N. (2003). La resolución de problemas matemáticos. Una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de la matemática. *Revista Pedagogía Universitaria*, 8(3), 88.
- Alonso, Isabel, Martínez, Noemi. (2003). La resolución de problemas matemáticos una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de matemática. *Pedagógica Universitaria*, 87.
- Alsina, C. (2007). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? El. *Revista Iberoamericana de Educación*, 91. Recuperado el 21 de 11 de 2014
- Altarejos, f. (2008). *Filosofía de la educación (2ª.ed.)*. Navarra-España: EUNSA.
- Ausubel. (1989). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.
- Baroody, A. (1994). *El pensamiento Matemático de los Niños*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- Barrantes, H. (2006). *Resolución de problemas*. Escuela de Ciencias Exactas y Naturales UNED.
- Barrientos, E. J. (2013). *Investigación Educativa (Primera ed.)*. Lima-Perú: Hecho en el deposito legal en la biblioteca nacional del Perú.
- Benitez, A. (2009). El estudio de la primera representación gráfica de ecuaciones algebraicas en contexto. *Innovación Educativa: Las Matemáticas y la Educación*, 46, 100.
- Bernabeu, G. (2010). *100 problemas matemáticos*. Alicante: CEFIRE de ELDA.
- Beyer, W. (2000). *La resolución de problemas en la Primera Etapa de la Educación Básica y su implementación en el aula*.
- Biggs, J. (2006). *Calidad del aprendizaje universitario (2 ed., Vol.)*. España: Narcea, S A.

- Bronzina, L., Chemello, G., & Agrasar, ó. (2009). *Aportes para la enseñanza de la Matemática. Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo*. Santiago, Chile: Selesianos Impresiones S.A.
- Cabanillas, G. (2013). *Cómo hacer la tesis en educación y ciencias afines* (Primera ed.). Lima-Perú: Centro de producción Editorial e Imprenta de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos- CEPREDIM.
- Cabanne, N. (2006). *Didáctica de las matemática ¿ Cómo aprender? ¿ Cómo enseñar?* Buenos Aires: bonum.
- Calero, J. (2011). *El método de resolución de problemas en el aprendizaje de la asignatura de Matemática, en los Estudiantes de segundo Semestre de contabilidad, I.S.T.P. “Joaquín Reátegui Medina “, Nauta 2009*. Iquitos: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Calvo, M. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas. *Red de revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal*, 137.
- Camarena, P. (2009). La matemática en el contexto de las ciencias. *Innovación Educativa: Las Matemáticas y la Educación*, 46, 100.
- Camera, P. (2009). *La matemática en el contexto de la ciencia* (Vol. 9). México: El Aleph.
- Campana, A. (2009). *Desarrollo psicomotor, cociente intelectual, inteligencias múltiples y rendimiento académico de los alumnos del primer grado de educación secundaria de menores de la I.E.N Diego Ferré Jesús María Ugel 03. Lima 2007*. Lima-Perú: (Tesis Doctoral).
- Contreras, L. (2010). *Resolución de problemas: un análisis exploratorio de las concepciones de los profesores acerca de su papel en el aula*. Universidad de Huelva: Tesis Doctoral.
- Cruz, E. (2008). *Diseño de una secuencia didáctica, donde se generaliza el método de factorización en la solución de una ecuación cuadrática*. México: Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias en Matemática Educativa.
- D'Amore, B. (2005). *Bases Filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la didáctica de las matemáticas*. Mexico: Reverté.
- Declan, K. (2007). *Redactar y utilizar resultados de aprendizaje*. Irlanda: University College Cork.
- Dewey, J. (2008). *Essays and How We Think*, (Vol. 8). Printed in the United States of America.
- Díaz, J. M. (1982). *Estrategias de enseñanza-aprendizaje*. Costa Rica: IICA: Serie de libros y materiales educativos.

- Echeneque, I. (2006). Matemáticas resolución de problemas. 157.
- Escudero, J. (1999). *Resolución de problemas matemáticos*. Salamanca: Ministerio de educación y cultura centro de profesores y recursos.
- Esquinas, A. M. (2009). *Dificultades de aprendizaje del lenguaje algebraico: del símbolo a la formalización algebraica: aplicación a la práctica docente*. Universidad Computense de Madrid: Tesis Doctoral.
- Gallegos, M. (2013). *Enseñanza en resolución de problemas: un programa basado en el aprendizaje significativo*. Mexico: Tesis.
- García, A. L. (2002). *La Educación a Distancia, de la teoría a la practica* . Madrid: Ariel, S.A.
- García, J. (2002). Resolución de problemas y desarrollo de capacidades. *Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 20-38.
- García, J. (2003). Didáctica de las ciencias. Resolución de problemas y desarrollo de la creatividad. Bogotá: Magisterio .
- García, J. J. (mayo de 1998). La creatividad y la resolución de problemas como bases de un modelo didáctico alternativo. *Educación y pedagogía*, 21, 149.
- Garret, R. (1988). Resolución de problemas y creatividad: implicaciones para el currículo de ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 6, 224.
- Gil, P., Martínez, D., & Pérez, S. (1988). Investigación y experiencias didácticas: El fracaso en la resolución de problemas de física: una investigación orientada por nuevos supuestos. *Enseñanza de las Ciencias*, 6(2), 131.
- Giménez, J., & Santos, L. (2007). *La actividad matemática en el aula* (Segunda ed.). Barcelona: GRAÓ, de IRIF,S,L.
- Godino, J. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Granada: ReproDigital. C/ Baza. 6.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan inicial de formación de profesores de matemáticas de secundaria*. Universidad de Granada: Tesis doctoral.
- González, M., & Mancill, J. (2009). *Álgebra elemental moderna* (Vol. 1). Quito, Ecuador: Ecuador F.B.T. Cia. Ltda.
- Gutiérrez, A. (2003). *La propuesta Edgar Morin conocimiento e interdisciplina*.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2006). *Metodología de la Investigación* (Cuarta ed.). México: McGraw-Hill Interamericana Editores. S.A. DE C.V.

- INECSE. (2005 b). *Pruebas de Matemáticas y de Solución de Problemas*. Madrid : Ministerio de Educación y Ciencias. Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo.
- Jimenes, J., Rodriguez, M., & Estrada, R. (2005). *Matemáticas 1 SEP*. Zapopan, Jalisco, México: Umbral Editorial, S.A. de C.V. .
- Jiménes, J., Rodriguez, M., & Estrada, R. (2006). *Matemáticas 1 SEP*. México: Printed in México.
- Jiménez, J., Delgado, M., & Gutiérrez, L. (2007). *Guía piense II*. México: Umbral Editorial, S.A. de C.V.
- Kant, I. (1978). *Critica de la razón pura Prólogo de la Segunda edición Introducción*. Madrid: Publicacions de la Universitat de València.
- Kant, Immanuel. (2000). *Kant lógica Acompañada de una selección de reflexiones del legado de Kant*. Madrid: Akal, S.A.
- Lopez, B., & Costa, N. (1996). *Modelo de enseñanza aprendizaje centrado en resolución de problemas, fundamentación e implicaciones educativas*. (Vol. 14). Barcelona: Enseñanza de las ciencias.
- López, E., Guerrero, A., Carrillo, J., & Contreras, L. (2015). La resolución de problemas en los libros de texto: un instrumento para su análisis. *AIEM - Avances de Investigación en Educación Matemática – 2015, N° 8, 73 - 94, 77*.
- Luceño, J. (1999). *La resolución de problemas aritméticos en el aula*. Málaga: Aljibe, 1999.
- Matute, M. (2014). *Estrategias de resolución de problemas para el aprendizaje significativo de las matemáticas en educación general básica*. Cuenca. Ecuador: Tesis.
- Mazario, I., Reinaldo, H., & Horta, M. (2009). Algunas consideraciones de interés sobre la incidencia de las matemáticas y las ciencias en la resolución de problemas. *Reflexiones sobre un tema polémico: la resolución de problemas* (pág. 56). Cuba: Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos".
- Mejía, E. (2008). *La Investigación Científica en Educación* (Primera ed.). Lima: Centro de producción Editorial e Imprenta de la Universidad Nacional de San Marcos.
- Ministerio de Educación, Sistema Nacional de Medición de Logros Académicos *APRENDO 1996-2007*. (s.f.).
- Ministerio de Educación, d. E. (2010). *Actualización y fortalecimiento curricular de la Educación general Básica*. Quito: Ministerio de Educación del Ecuador.
- Ministerio de Educación, S. N.-2. (2010). *Aprendo 1996-2007*. Ecuador.

- Morin, E. (1999). *Los siete saberes necesarios para la educación del futuro*. (M. Vallejo, Trad.) Francia: Unesco.
- Muñoz, M., & Rios, C. (2008). *Nociones básicas sobre álgebra: Análisis de las dificultades presentadas por los estudiantes en los procesos de aprendizaje de los conceptos básicos sobre álgebra*. Colombia: IX Encuentro Colombiano de Matemática Educativa.
- Nieto, J. (2005). *Olimpiadas matemáticas: el arte de resolver problemas*. Caracas: CEC, S.A.
- Noone, D. (2005). *Solucione sus problemas creativamente*. España: Ediciones gestión 2000.
- Ñaupas, H., Mejía, E., Novoa, E., & Villagómez, A. (2013). *Metodología de la Investigación Científica y Elaboración de Tesis* (Tercera ed.). Lima-Perú: Centro de Producción Editorial e Imprenta de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Orton, A. (2003). *Didáctica de las Matemáticas* (Cuarta ed.). Madrid: Ministerio de educación, cultura y deporte. Ediciones Morata, S.L.
- Parra, B. (1990). Dos concepciones de resolución de problema de matemáticas en la enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria. *Revista Educación Matemáticas*, 2(3), 15.
- Pasamentier, A., & Krulik, S. (2008). *Problem-Solving Strategies for Efficient and Elegant Solutions Grades 6-12* (Second Edition ed.). United States of America: Corwin Press A sage Company.
- Pereda, C. P. (2000). *El concepto de heurística en las ciencias y las humanidades*. México: Siglo xxi editores, s.a. de c.v.
- Pérez, A. (2005). *Educación en el tercer milenio*. Caracas: San Pablo.
- Piaget, J. (2001). *Psicología y pedagogía*. Barcelona: Ariel,
- Poggioli, L. (1999). *Estrategias de resolución de problemas. Serie*. Caracas: Fundación Polar.
- Polya, G. (1954). *How to solve it*. Princeton: University Press.
- Polya, G. (1957). *Mathematics and plausible reasoning* (Vols. 1-2). Princeton: University Press.
- Polya, G. (1981). *Mathematical Discovery. On understanding, learning and teaching problem solving*. New York: Wiley, Sons, Inc.
- Polya, G. (1989). *Cómo Plantear y resolver Problemas*. México: Trillas.
- Pozo, J. (1998). *La solución de problemas*. México: Santillana.

- Pozo, J., & Gómez, M. (2006). *Aprender y enseñar ciencias* (Quinta ed.). Madrid: Morata, S.L.
- Pozo, P. M. (2009). *Psicología del aprendizaje universitario*. España: Morata, S:L.
- Pozo, S. I. (2006). *Nuevas formas de pensar la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: Graó, de IRIF,S.L.
- Rebollar, A. (2000). *Una variante para la estructuración del proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, a partir de una nueva forma de organizar el contenido, en la escuela media Cubana*. Cuba: Instituto superior pedagógico "Frank Pais Garcia".
- Sanches, J. (2004). Bases Constructivistas para la integración de TIC's. *Enfoque Educativos*, 6(1), 75-89.
- Sánchez, M. (2001). *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas*. Universidad de Sevilla.
- Santalo, L. (1997). *Enfoque Hacia una didáctica humanista de la matemática*. Buenos Aires: Troquel.
- Santos, M. (2009). Innovación e investigación en educación matemática. *Innovación Educativa: Las Matemáticas y la Educación*, 9(46), 100.
- Santos, M. (2009). *Las matemáticas y la Educación* (Vol. 9). México: El Aleph.
- Schoenfeld, A. (1992). *Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in mathematics*. New York: Macmillan.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. London: United Kingdom Edition.
- Secretaría general de Educación, y. f. (2001). *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas*. España: Ministerio de educación y formación profesional.
- Sigarreta, J., Locia, E., & Bermudo, S. (s.f.). Metodología para el tratamiento de los problemas matemáticos. 30.
- Unesco. (2015). Resultados comparados SERCE-TERCE. *Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (Terce)*, 27.
- Vallejo, J. M. (1835). *Compendio de Matemáticas* (Tercera ed.). 1835: Imprenta Garrasayaza.
- Vigotsky. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Buenos Aires: Grijalbo.
- Villa, A., & Callejo, M. (2005). *Matemáticas para aprender a pensar*. Madrid: Segunda.

Villanova, S., Rocerau, M., Valdez, G., & Oliver, M. (s.f.). La educación matemática. El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. *OEI- Revista Iberoamericana de Educación*, 5.

Wayne, A. (1995). *How to Solven Mathematical Problems*. San Francisco: Dover Publications.

VI ANEXOS

ANEXO Nº 02: CUADRO DE CONSISTENCIA

Tema: “Importancia del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria en el aprendizaje de matemática en los estudiantes del nivel I de la universidad técnica de Manabí – Ecuador, 2015”

PROBLEMA	OBJETIVO	HIPÓTESIS	VARIABLES	INSTRUMENTOS	ESTRATEGIA
<p>GENERAL</p> <p>¿Cómo incide la aplicación del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, en el aprendizaje de Matemática en los estudiantes del nivel I del departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015?</p> <p>Sub problemas</p> <p>¿Cuál es el grado de incidencia del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, en el aprendizaje del lenguaje algebraico en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015?</p> <p>¿Cuál es el grado de incidencia del método de resolución de problema con ejemplos de la vida diaria, en el aprendizaje de ecuaciones lineales en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas</p>	<p>GENERAL</p> <p>Establecer el nivel de incidencia de la aplicación del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, en el aprendizaje de Matemática en los estudiantes del nivel I del departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015.</p> <p>Sub objetivos</p> <p>Establecer la incidencia del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, en el aprendizaje del lenguaje algebraico en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015</p> <p>Diagnosticar la incidencia del método de resolución de problema con ejemplos de la vida diaria, en el aprendizaje de ecuaciones lineales en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas</p>	<p>GENERAL</p> <p>La aplicación del método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, es un factor que influye significativamente en el aprendizaje de Matemática en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015.</p> <p>Sub hipótesis</p> <p>El método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, mejora el aprendizaje del lenguaje algebraico en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015?</p> <p>El método de resolución de problemas con ejemplo de la vida diaria, mejora el aprendizaje de ecuaciones lineales en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad</p>	<p>1.Variable independiente:</p> <p>Aplicación del I método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria</p> <p>V.I. Fundamentos</p> <p>V.1.1.Epistemológicos</p> <p>V.1.2.Conceptos.</p> <p>V.1.3.Importancia.</p> <p>V.1.4. Identificación de un problema.</p> <p>V.1.5. Clasificación de problemas.</p> <p>V.1.5. Estrategias en la resolución de problemas.</p> <p>V.1.6. Métodos para resolver problemas.</p> <p>V.1.7. Evaluación en el método</p> <p>2: Variable dependiente</p> <p>Aprendizaje de matemática</p> <p>V.2.1. Conceptos</p> <p>V.2.2. Niveles de aprendizajes.</p>	<p>Encuesta</p> <p>Pre-test y pos-test</p>	<p>Determinará si con la aplicación del método los estudiantes obtienen un aprendizaje significativo</p> <p>Determinará el nivel de influencia del método comparando los resultados de los estudiantes</p>

<p>y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015?</p> <p>¿Cuál es el grado de incidencia del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, en el aprendizaje de ecuaciones de segundo grado, en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015?</p>	<p>y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015</p> <p>Investigar la incidencia del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, en el aprendizaje de ecuaciones de segundo grado en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015</p>	<p>Técnica de Manabí – Ecuador, 2015?</p> <p>El método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria, mejora el aprendizaje de ecuaciones de segundo grado en los estudiantes del nivel I departamento de matemáticas y estadísticas de la Universidad Técnica de Manabí – Ecuador, 2015?</p>	<p>V.2.3.Dificultades en el aprendizaje de matemáticas. V.2.4. Comprensión de la matemática. V.2.5. Aprendizaje del lenguaje algebraico. V.2.6. Aprendizajes de ecuaciones lineales. V.2.7. Aprendizajes de ecuaciones cuadráticas.</p>		
--	--	---	---	--	--

ANEXO N° 03: Pre-test

“IMPORTANCIA DEL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON EJEMPLO DE LA VIDA DIARIA EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA EN LOS ESTUDIANTES DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MANABÍ EN EL AÑO 2015”

**PRE-TEST ESTUDIANTES DEL INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS
LCDO. FRANCISCO OMAR CEDEÑO LOOR, MG**

OBJETIVO: DIAGNOSTICAR EL NIVEL DE APRENDIZAJE CON EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Nombre: _____

Semestre: Primer semestre

2015

1. A un bus que tiene 48 asientos se sube un grupo de personas y cada una ocupa un asiento. Si 12 asientos del bus quedaron desocupados. ¿Cuántas personas se subieron al bus?
 - A. 38 Pasajeros
 - B. 32 Pasajeros
 - C. 36 Pasajeros
 - D. 39 Pasajeros

2. Juan está leyendo un libro de 498 páginas. El lunes leyó 120 páginas. El martes leyó 54 páginas más. El miércoles solo alcanzó a leer 25 páginas más. ¿Cuántas páginas del libro ha leído Juan?
 - A. 156 Páginas
 - B. 199 Páginas
 - C. 124 Páginas
 - D. 108 Páginas

3. Una ama de casa compro $\frac{1}{2}$ kg de carne, $\frac{3}{4}$ Kg de papas, y $\frac{2}{3}$ kg de verdura. ¿Cuántos kilogramos tuvo que llevar?
 - A. 1,65 Kilogramo
 - B. 1,98 Kilogramo
 - C. 1,92 Kilogramo
 - D. 1,90 Kilogramo

4. De un recipiente que está lleno de agua, se sacan los $\frac{4}{7}$ de los $\frac{7}{6}$ y quedan 80 litros. ¿Cuántos litros de agua tenía el recipiente?
 - A. 240 Litros
 - B. 249 Litros
 - C. 239 Litros
 - D. 267 Litros

5. Un cartero deja $\frac{1}{5}$ de las cartas que lleva en una oficina, los $\frac{3}{8}$ en un banco; si aún le quedan 34 cartas para distribuir. ¿Cuántas cartas tenía para repartir?
 - A. 70 Cartas
 - B. 80 Cartas
 - C. 78 Cartas
 - D. 84 cartas

6. La suma de tres números es 47; El segundo número es el triple del primero y el tercero excede en 12 al segundo ¿Cuáles son dichos número?
 - A. a= 5 b=15 c=27
 - B. a= 7 b=10 c=20
 - C. a= 2 b=12 c=24

D. $a=8$ $b=19$ $c=22$

7. La suma de cuatro números consecutivos es 34. ¿Cuáles son dichos números?
- A. 2, 6, 8, 9
 - B. 7, 8, 9, 10
 - C. 6, 7, 8, 9
 - D. 4, 5, 6, 7
8. José tiene un paquete de hojas. Le dio una tercera parte del paquete a María y Ana se quedó con la cuarta parte de lo que le sobra. Karen tomó un quinto del resto. Si a José le quedaron 20 hojas ¿Cuántas hojas tenía el paquete?
- A. 50 hojas
 - B. 40 Hojas
 - C. 60 hojas
 - D. 70 Hojas
9. El profesor de matemática le deja como tarea calcular la diferencia de un número y su recíproco es $\frac{24}{5}$ ¿cuál es el número?
- A. $x = 3$; $x = -\frac{1}{6}$
 - B. $x_1 = 5$; $x_2 = -\frac{1}{5}$
 - C. $x_1 = 2$; $x_2 = -\frac{1}{4}$
 - D. $x_1 = 4$; $x_2 = -\frac{1}{8}$
10. Una familia vende $\frac{1}{3}$ de su finca, alquila $\frac{1}{8}$ del resto y lo restante lo cultiva. ¿Qué porción de la finca cultiva?
- A. $\frac{6}{13}$
 - B. $\frac{4}{17}$
 - C. $\frac{7}{12}$
 - D. $\frac{5}{17}$

ANEXO N° 04: Pos-test

“IMPORTANCIA DEL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON EJEMPLO DE LA VIDA DIARIA EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA EN LOS ESTUDIANTES DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DE MANABÍ EN EL AÑO 2015”

**POST-TEST ESTUDIANTES DEL INSTITUTO DE CIENCIAS BÁSICAS
LCDO. FRANCISCO OMAR CEDEÑO LOOR, MG**

OBJETIVO: DIAGNOSTICAR EL NIVEL DE APRENDIZAJE CON EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

**Nombre: _____
Primer semestre 2015**

Semestre:

1. Un hombre camina $4\frac{1}{2}$ Km el lunes, $8\frac{2}{3}$ Km el martes, 10 Km el miércoles y $\frac{5}{8}$ Km el jueves. ¿Cuántos Km ha recorrido en los cuatro días?
 - A. $25\frac{19}{24}$ Kilómetros
 - B. $21\frac{19}{24}$ Kilómetros
 - C. $23\frac{19}{24}$ Kilómetros
 - D. $28\frac{19}{24}$ Kilómetros
2. Una familia vende $\frac{1}{3}$ de su finca, alquila $\frac{1}{8}$ y lo restante lo cultiva. ¿Qué porción de la finca cultiva?
 - A. $\frac{13}{24}$
 - B. $\frac{12}{22}$
 - C. $\frac{11}{25}$
 - D. $\frac{19}{24}$
3. Un cable de 72 m de longitud se corta en dos trozos. Si uno mide $\frac{5}{6}$ partes del cable. ¿Cuántos metros mide cada trozo?
 - A. a. 60 Metros b. 12 metros
 - B. a. 51 Metros b. 10 metros
 - C. a. 45 Metros b. 14 metros
 - D. a. 62 Metros b. 116 metros
4. Un terreno de 180 kilómetros cuadrados se quiere repartir en lotes de $\frac{3}{4}$ de kilómetros cuadrados ¿Para cuantos lotes alcanza?
 - A. 120 lotes
 - B. 240 lotes
 - C. 220 lotes
 - D. 250 lotes
5. Perdí $\frac{1}{5}$ de mi dinero y presté $\frac{1}{8}$ de lo que me quedaba. ¿Qué parte de mi dinero me queda?

A. $\frac{6}{21}$

B. $\frac{7}{10}$

C. $\frac{12}{22}$

D. $\frac{5}{11}$

6. Con el dinero que tengo y \$138 más, podría pagar una deuda de \$ 213, y me sobran \$ 21 ¿Cuánto dinero tengo?
- A. \$ 87
 - B. \$ 78
 - C. \$ 96
 - D. \$ 88
7. Un grupo de 20 niños y niñas; la mitad de los niños y la séptima parte de las niñas tienen bicicletas. ¿Cuántos no tienen bicicleta?
- A. 15 No tienen bicicletas
 - B. 11 No tienen bicicletas
 - C. 14 No tienen bicicletas
 - D. 18 No tienen bicicletas
8. Después de realizar 2 descuentos sucesivos del 25% y 20% se vende un artículo en \$ 540. ¿A cuántos equivale el descuento?
- A. \$ 366
 - B. \$ 360
 - C. \$ 361
 - D. \$ 368
9. En un bus hay 70 pasajeros, de los cuales el 70% están sentados, el 80% son mujeres y únicamente 10% son hombre. ¿Cuántos hombres viajan en el bus?
- A. 11 hombres
 - B. 18 hombres
 - C. 14 hombres
 - D. 10 hombres
10. Por tres adultos y cinco niños se pagan \$190 para entrar en un parque de diversiones. Si son cuatro adultos y siete niños el valor a cancelar es \$ 260 ¿Cuál es el valor de cada entrada para adulto y para niños?
- A. \$30 adultos ; \$20 niños
 - B. \$34 adultos ; \$21 niños
 - C. \$33 adultos ; \$23 niños
 - D. \$35 adultos ; \$25 niños

ANEXO N° 05: Validación de instrumentos: Dr. Édgar Damián Núñez



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú DECANA DE AMÉRICA

Lima, 11 de noviembre del 2015

Estimado Magister / Doctor _____
Institución a la que pertenece _____
País: Perú E-mail _____
Área de desempeño profesional _____

Apreciado profesor, se está realizando un trabajo de investigación Titulado "Importancia del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria en el aprendizaje de matemática en los estudiantes del nivel I de la universidad técnica de Manabí – Ecuador, 2015" Tesis para optar el grado de Doctor en Educación.

Para cuyo efecto se presenta los instrumentos de recolección de datos, para su validación de jurado experto.

Tenga la gentileza de valorar las preguntas en la hoja de evaluación según los siguientes criterios:

- A. PERTINENCIA de la pregunta con relación al objetivo de la investigación.
(Si mide lo que pretende medir)
- B. CLARIDAD en el lenguaje utilizado.
(Si tiene una sola interpretación)
- C. VALIDEZ en la formulación de la pregunta y en la medida.
(Si técnicamente es correcta)

Asimismo, le agradeceré nos exprese una valoración global del instrumento.


FRANCISCO OMAR CEDEÑO LOOR

¡Gracias por su colaboración!

ANEXO N° 06: Validación de instrumentos: Dr. Édgar Damián Núñez

VALIDACIÓN INSTRUMENTO: VARIABLE INDEPENDIENTE: EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

INSTRUMENTO: PRE-TEST Y POS-TEST

AUTOR: FRANCISCO OMAR CEDEÑO LOOR

APELLIDOS Y NOMBRES DEL JURADO EXPERTO: Dr. Édgar Damián Núñez

Magister/Doctor(a): DOCTOR

TÍTULO: TESIS DE INVESTIGACIÓN:

"Importancia del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria en el aprendizaje de matemática en los estudiantes del nivel I de la universidad técnica de Manabí - Ecuador, 2015"

VARIABLE INDEPENDIENTE: EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Aspectos	Criterios	Inadecuado 00 - 25%	Poco Adecuado 26 - 50%	Adecuado 51 - 75%	Muy Adecuado 76 - 100%
Intencionalidad	El pre-test y pos-test permite determinar el nivel de influencia del método, por lo que el instrumento presentado es:			✓	
Suficiente	La cantidad de preguntas elaboradas es:				✓
Consistencia	El pre-test y pos-test es basado en aspectos teórico científicos el cual permitirá determinar el nivel de influencia del método, por lo tanto el instrumento presentado es:				✓
Coherencia	El pre-test y pos-test guarda relación con las dimensiones, indicadores, por tanto el instrumento es:				✓

Lima..... dedel 2015.

FIRMA DEL JURADO
DNI: 82052163

ANEXO N° 07: Validación de instrumentos: Dr. Édgar Damián Núñez

VALIDACIÓN INSTRUMENTO: VARIABLE INDEPENDIENTE: EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

INSTRUMENTO: ENCUESTA

AUTOR: FRANCISCO OMAR CEDEÑO LOOR

APELLIDOS Y NOMBRES DEL JURADO EXPERTO: Dr. Damián Núñez Édgar

Magister/Doctor(a): DOCTOR

TÍTULO: TESIS DE INVESTIGACIÓN:

"Importancia del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria en el aprendizaje de matemática en los estudiantes del nivel I de la universidad técnica de Manabí - Ecuador, 2015"

VARIABLE INDEPENDIENTE: EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Aspectos	Criterios	Inadecuado 00 - 25%	Poco Adecuado 26 - 50%	Adecuado 51 - 75%	Muy Adecuado 76 - 100%
Intencionalidad	La encuesta determinará si con la aplicación del método los estudiantes obtienen un aprendizaje significativo, por lo que el instrumento presentado es:			✓	
Suficiente	La cantidad de preguntas elaboradas es:				✓
Consistencia	La encuesta es basado en aspectos teórico científicos, el cual permitirá establecer si los estudiantes obtienen un aprendizaje significativo, por lo tanto el instrumento presentado es:			✓	
Coherencia	La encuesta guarda relación con las dimensiones, indicadores, por tanto el instrumento es:				✓

Lima..... dedel 2015,

FIRMA DEL JURADO

DNI. 08056163

ANEXO N° 08: Validación de instrumentos: Dr. Elías Mejía Mejía



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú DECANA DE AMÉRICA

Lima, 11 de noviembre del 2015

Estimado Magister / Doctor _____
Institución a la que pertenece _____
País: Perú E-mail _____
Área de desempeño profesional _____

Apreciado profesor, se está realizando un trabajo de investigación Titulado "Importancia del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria en el aprendizaje de matemática en los estudiantes del nivel I de la universidad técnica de Manabí – Ecuador, 2015" Tesis para optar el grado de Doctor en Educación.

Para cuyo efecto se presenta los instrumentos de recolección de datos, para su validación de jurado experto.

Tenga la gentileza de valorar las preguntas en la hoja de evaluación según los siguientes criterios:

- A. PERTINENCIA de la pregunta con relación al objetivo de la investigación.
(Si mide lo que pretende medir)
- B. CLARIDAD en el lenguaje utilizado.
(Si tiene una sola interpretación)
- C. VALIDEZ en la formulación de la pregunta y en la medida.
(Si técnicamente es correcta)

Asimismo, le agradeceré nos exprese una valoración global del instrumento.


FRANCISCO OMAR CEDEÑO LOOR

(Gracias por su colaboración)

ANEXO N° 09: Validación de instrumentos: Dr. Elías Mejía Mejía

VALIDACIÓN INSTRUMENTO: VARIABLE INDEPENDIENTE: EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

INSTRUMENTO: PRE-TEST Y POS-TEST

AUTOR: FRANCISCO OMAR CEDEÑO LOOR

APELLIDOS Y NOMBRES DEL JURADO EXPERTO: Elías Mejía Mejía

Magister/Doctor(a): DOCTOR

TÍTULO: TESIS DE INVESTIGACIÓN:

"Importancia del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria en el aprendizaje de matemática en los estudiantes del nivel I de la universidad técnica de Manabí - Ecuador, 2015"

VARIABLE INDEPENDIENTE: EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Aspectos	Criterios	Inadecuado 00 - 25%	Poco Adecuado 26 - 50%	Adecuado 51 - 75%	Muy Adecuado 76 - 100%
Intencionalidad	El pre-test y pos-test permite determinar el nivel de influencia del método, por lo que el instrumento presentado es:				✓
Suficiente	La cantidad de preguntas elaboradas es:				✓
Consistencia	El pre-test y pos-test es basado en aspectos teórico científicos el cual permitirá determinar el nivel de influencia del método, por lo tanto el instrumento presentado es:				✓
Coherencia	El pre-test y pos-test guarda relación con las dimensiones, indicadores, por tanto el instrumento es:				✓

Lima 10 de 2015 del 2015.

Elías Mejía Mejía
FIRMA DEL JURADO
DNI: 07105245

ANEXO N° 10: Validación de instrumentos: Dr. Elías Mejía Mejía

VALIDACIÓN INSTRUMENTO: VARIABLE INDEPENDIENTE: EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

INSTRUMENTO: ENCUESTA

AUTOR: FRANCISCO OMAR CEDEÑO LOOR

APELLIDOS Y NOMBRES DEL JURADO EXPERTO: Elías Mejía Mejía

Magister/Doctor(a): DOCTOR

TÍTULO: TESIS DE INVESTIGACIÓN:

"Importancia del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria en el aprendizaje de matemática en los estudiantes del nivel I de la universidad técnica de Manabí - Ecuador, 2015"

VARIABLE INDEPENDIENTE: EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Aspectos	Criterios	Inadecuado 00 - 25%	Poco Adecuado 26 - 50%	Adecuado 51 - 75%	Muy Adecuado 76 - 100%
Intencionalidad	La encuesta determinará si con la aplicación del método los estudiantes obtienen un aprendizaje significativo, por lo que el instrumento presentado es:				✓
Suficiente	La cantidad de preguntas elaboradas es:			✓	
Consistencia	La encuesta es basado en aspectos teórico científicos, el cual permitirá establecer si los estudiantes obtienen un aprendizaje significativo, por lo tanto el instrumento presentado es:				✓
Coherencia	La encuesta guarda relación con las dimensiones, indicadores, por tanto el instrumento es:				✓

Lima... 13 de ... del 2015.

FIRMA DEL JURADO

DNI... 6811345

ANEXO N° 11: Validación de instrumentos: Dra. Pando Ezcurra Tamara



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
Universidad del Perú DECANA DE AMÉRICA
Lima, 11 de noviembre del 2015

Estimado Magister / Doctor _____
Institución a la que pertenece _____
País: Perú E-mail _____
Área de desempeño profesional _____

Apreciado profesor, se está realizando un trabajo de investigación Titulado "Importancia del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria en el aprendizaje de matemática en los estudiantes del nivel I de la universidad técnica de Manabí – Ecuador, 2015" Tesis para optar el grado de Doctor en Educación.

Para cuyo efecto se presenta los instrumentos de recolección de datos, para su validación de jurado experto.

Tenga la gentileza de valorar las preguntas en la hoja de evaluación según los siguientes criterios:

- A. PERTINENCIA de la pregunta con relación al objetivo de la investigación.
(Si mide lo que pretende medir)
- B. CLARIDAD en el lenguaje utilizado.
(Si tiene una sola interpretación)
- C. VALIDEZ en la formulación de la pregunta y en la medida.
(Si técnicamente es correcta)

Asimismo, le agradeceré nos exprese una valoración global del instrumento.


FRANCISCO OMAR CEDEÑO LOOR
(Gracias por su colaboración)

ANEXO N° 12: Validación de instrumentos: Dra. Pando Ezcurra Tamara

VALIDACIÓN INSTRUMENTO: VARIABLE INDEPENDIENTE: EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

INSTRUMENTO: PRE-TEST Y POS-TEST

AUTOR: FRANCISCO OMAR CEDEÑO LOOR

APELLIDOS Y NOMBRES DEL JURADO EXPERTO: Pando Ezcurra Tamara

Magister/Doctor(a): DOCTOR

TÍTULO: TESIS DE INVESTIGACIÓN:

"Importancia del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria en el aprendizaje de matemática en los estudiantes del nivel I de la universidad técnica de Manabí - Ecuador, 2015"

VARIABLE INDEPENDIENTE: EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Aspectos	Criterios	Inadecuado 00 - 25%	Poco Adecuado 26 - 50%	Adecuado 51 - 75%	Muy Adecuado 76 - 100%
Intencionalidad	El pre-test y pos-test permite determinar el nivel de influencia del método, por lo que el instrumento presentado es:				✓
Suficiente	La cantidad de preguntas elaboradas es:				✓
Consistencia	El pre-test y pos-test es basado en aspectos teórico científicos el cual permitirá determinar el nivel de influencia del método, por lo tanto el instrumento presentado es:				✓
Coherencia	El pre-test y pos-test guarda relación con las dimensiones, indicadores, por tanto el instrumento es:				✓

Lima, 3 de Septiembre del 2015.

Pando Ezcurra Tamara
FIRMA DEL JURADO
DNI: 01154254

ANEXO N° 13: Validación de instrumentos: Dra. Pando Ezcurra Tamara

VALIDACIÓN INSTRUMENTO; VARIABLE INDEPENDIENTE: EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

INSTRUMENTO: ENCUESTA

AUTOR: FRANCISCO OMAR CEDEÑO LOOR

APELLIDOS Y NOMBRES DEL JURADO EXPERTO: Pando Ezcurra Tamara Estan

Magister/Doctor(a): DOCTOR

TÍTULO: TESIS DE INVESTIGACIÓN:

"Importancia del método de resolución de problemas con ejemplos de la vida diaria en el aprendizaje de matemática en los estudiantes del nivel I de la universidad técnica de Manabí - Ecuador, 2015"

VARIABLE INDEPENDIENTE: EL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Aspectos	Criterios	Inadecuado 00 - 25%	Poco Adecuado 26 - 50%	Adecuado 51 - 75%	Muy Adecuado 76 - 100%
Intencionalidad	La encuesta determinará si con la aplicación del método los estudiantes obtienen un aprendizaje significativo, por lo que el instrumento presentado es:				✓
Suficiente	La cantidad de preguntas elaboradas es:				✓
Consistencia	La encuesta es basado en aspectos teórico científicos, el cual permitirá establecer si los estudiantes obtienen un aprendizaje significativo, por lo tanto el instrumento presentado es:				✓
Coherencia	La encuesta guarda relación con las dimensiones, indicadores, por tanto el instrumento es:				✓

Lima, 02 de Febrero del 2015.

Pando Ezcurra Tamara Estan
FIRMA DEL JURADO
DNI. 2315224

ANEXO N° 14. PROPUESTA PEDAGÓGICA

GUÍA DIDÁCTICA PARA LA APLICACIÓN DEL MÉTODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA

PRESENTACIÓN

La educación ecuatoriana está basada en el Sumak Kawsay, y así también la planificación curricular está sustentada en el buen vivir, esta interacción educación y buen vivir tiene que conjugarse de tal manera que sea el componente esencial capaz de asegurar que las juventudes se estén capacitando para los retos que consigo trae la modernización actual con todos sus componentes y exigencias, permitiendo desarrollar capacidades y habilidades las cuales serán determinantes al momento de formar sociedades del buen vivir.

La presente guía tiene el propósito de brindar una alternativa metodológica para los docentes a la hora de impartir sus clases, y para los educandos al receptor los conocimientos. Ya que se utilizaran una recopilación de ejemplos de problemas, los cuales lo he adaptado a las necesidades de las diferentes especialidades que cursan esta materia, de matemática I del departamento de matemática y Estadística de la Universidad Técnica de Manabí.

Para (García A. L., 2002) considera que Guía Didáctica es “el documento que orienta el estudio, acercando a los procesos cognitivos del alumno el material didáctico, con el fin de que pueda trabajarlos de manera autónoma”. Esta propuesta en la cual se dan las pautas capas de plantear y desarrollar problemas del diario vivir como otra herramienta que contribuya a acrecentar la competencia de los estudiantes del Instituto de Ciencias Básicas.

Esta propuesta es necesaria para que los futuros profesionales en formación como son los estudiantes de la Universidad Técnica de Manabí del departamento de Matemáticas y Estadísticas, den un cambio significativo en aprendizaje de las ciencias exactas, capaces de que los alumnos se identifiquen

con ella y dejen el temor que siempre ha caracterizado a estas materias, al resolver problemas se aprende a matematizar, lo que es uno de los objetivos básicos para la formación de los futuros profesionales aumentar su capacidad de confianza tornándose más creativos e investigador, explorar un problema significa procurar soluciones alternativas, desde diferentes puntos de vista y así un mismo problema puede tener varias resoluciones o también puede ser resuelto por un método heurístico sin contar con conocimientos de matemática.

INTRODUCCIÓN

Las autoridades Educativas tanto del magisterio Ecuatoriano como también en la Universidad técnica de Manabí, están dando grandes pasos en la actualización y preparación de los Docentes tanto en didáctica, métodos, técnicas y tecnologías educativas, la presente investigación trata de aportar a que los estudiantes del departamento de Matemáticas y Estadísticas puedan lograr aumentar sus capacidades de razonamiento, criticidad, ya que este tema propuesto no solamente involucra a la Matemática si no a todas las materias que componen el currículo, ya que de una u otra forma este método de resolución de problemas se lo podrá aplicar y ejemplificar con muchas de la vivencia diarias.

La aplicación del método de resolución de problemas de matemática en la formación de los estudiantes Universitarios, busca darles las herramientas con las que ellos sean capaces de aplicarlo ya en sus trabajos y lograr el cambio significativo en la formación de la niñez y juventud Ecuatoriana, y se logre hacer que el estudiante piense productivamente y desarrolle su razonamiento así como lo indica (Noone, 2005, pág. 26) “Sin un entendimiento de las condiciones de creatividad, inspiración, cuestionamiento, visualización mental, asociación, analogía, fantasía, relajación, interpretación de papeles o reflexión del salto de cuantía, el que pretenda resolver un problema excavará en el polvo y jamás encontrará oro”.

El mayor aporte que nos puede brindar el método de resolución de problemas es el interés, la motivación de los Estudiantes que les provoca poder plantear un

problema en forma diferente, y lograr la curiosidad que desencadena su resolución

1.- OBJETIVO GENERAL

Diseñar una guía metodológica con ejemplos de la vida diaria, como instrumento para la motivación, y el desarrollo del pensamiento lógico matemático en los estudiantes del ICB.

- A través del uso del método de resolución de problemas.
- Describir, caracterizar y aplicar ejercicios de la vida diaria

OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Utilizar el modelo de Polya de resolución de problemas como estrategia didáctica.
- Potenciar el trabajo en el aula a

2.- FUNDAMENTACION

El proceso de construcción del conocimiento debe de ser orienta al desarrollo de un pensamiento lógico, crítico y creativo, para (Lopez & Costa, 1996) considera que el aprendizaje humano desde el niño hasta el adulto “Es esencialmente una actividad de resolución de problemas mediante la cual el individuo se adapta al medio, y que este proceso de resolución de problemas se lleva a cabo simultáneamente en los campos cognitivo, afectivo y psicomotor“ y esto complementado con el cumplimiento de los objetivos educativos que se evidencian en el planteamiento de habilidades y conocimientos sustentado en los programas a desarrollar en cada una de las instituciones de educación.

Godino (Pág. 39) considera que los estudiantes deben de tener muchas oportunidades para resolver problemas que necesitan un esfuerzo mayor ya que la intención del método de resolución de problemas es el medio principal para lograr el aprendizaje, y adquirir maneras de pensamiento adecuado, hábitos de persistencia, curiosidad y confianza incluso en la vida diaria y profesional, la

resolución de problemas es parte integral del aprendizaje matemático y considera que debe de estar vinculado en la programación en todos los procesos de estudio de los distintos bloques de contenido matemático.

La resolución de problemas matemáticos constituye una herramienta indispensable y al mismo tiempo un contenido fundamental dentro del área de matemática. A través de ella, se estimula en el estudiante el desarrollo de habilidades cognitivas que le facilitan la adquisición de aprendizajes posteriores y le capacitan para desenvolverse en la vida cotidiana. Por ello, es importante que la enseñanza de la resolución de problemas sea abordada en el aula de manera sistemática, secuenciada, y haciendo uso de estrategias significativas que le faciliten este proceso al estudiante. Alan Schoenfeld. Se enmarca en otra corriente psicológica, la del procesamiento de la información. Sus investigaciones se han centrado en la observación de la conducta de expertos y novicios resolviendo problemas. Su trabajo juega un papel importante en la implementación de las actividades relacionadas con el proceso de resolver problemas en el aprendizaje de las matemáticas.

3. CONCEPTOS

La heurística moderna, inaugurada por George Polya con la publicación de su obra "How to solve it", trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular la operaciones típicamente útiles en este proceso Así lo indica (Polya, 1989)

Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto: pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo. Pág.5

Un problema es un desafío que se encuentra latente en la actividad cotidiana y es un desafío para la inteligencia humana, todos nos vemos involucrados de una

u otra forma, y estas tendrán que ser despejadas por el ser humano. Los estudiantes a través de la resolución de problemas, experimentan la potencia y utilidad de las Matemáticas en las actividades que se dan día a día.

Para (Gómez, 2007) “La resolución de problemas se trataría, entonces, de realizar una adecuada selección de problemas, que resulten significativos desde un punto de vista matemático para el estudiante”. Es aquí donde se requiere investigación y la adopción de principios didácticos y epistemológicos esto también lo manifiesta (Pereda, 2000, pág. 36) “Si el objeto de la investigación es resolver problemas, esto es vencer los obstáculos que nos impiden alcanzar las metas deseadas”. Así también para, (Villa 2001, como se citó en Echenenique, I. 2006, pág. 10) La resolución de problemas es “una actividad de reconocimiento/aplicación de las técnicas trabajadas en clase y a la vez de acreditación de las técnicas aprendidas”. Asimismo para (Orton, 2003, pág. 51) “Se concibe ahora normalmente como generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos del conocimiento, reglas, técnica, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar una solución a una situación nueva”. Para (Cabanne, 2006, pág. 22) “Los problemas serán considerados no como un medio para dificultar el aprendizaje en los estudiantes, sino como la mejor alternativa para ayudarlos a superar sus obstáculos y provocarlos”. Así también para (Díaz, 1982, pág. 38) “La solución de un problema consiste en elaborar, con la combinación de principios ya aprendido”

Para (Pozo, 1998) “Un problema puede ser entendido como una situación que un individuo o un grupo quiere o necesita resolver y para lo cual no dispone de un cambio rápido y directo que le lleve a la solución”. La resolución de problemas debe significar un reto, que a la vez pueda apelar a la complejidad y ofrezca vías de solución. Charles y Lester, 1982, p. 5 citado en (López, Guerrero, Carrillo, & Contreras, 2015) “es una situación en la que se pide a un individuo realizar una tarea para la que no tiene un algoritmo fácilmente accesible que determine completamente el método de solución” pág. 77

4. IMPORTANCIA

La resolución de problemas, es un aprendizaje que ha de realizarse a lo largo de la vida, contribuye a desarrollar en los estudiantes estrategias mentales básicas que les facilita resolver situaciones de la vida real, aplicando los conocimientos que se han adquirido durante los diferentes niveles educativos, y esto tiene que ser sustentado, alimentado por los docentes en su accionar diario así para (Beyer, 2000) “Es importante que los docentes asuman una enseñanza de la Matemática orientada hacia la resolución de problemas, en donde el alumno pueda realizar suposiciones e inferencias, se le permite discutir sus conjeturas, argumentar, y por supuesto, equivocarse” , esto le permite a los estudiantes el desarrollar la capacidad de análisis y comprensión del texto del problema, dándole la oportunidad de poner en práctica sus conocimientos previos, permitiendo la movilidad de saberes para enfocarlos y tratar de resolver una situación que aunque no sabe el resultado puede llegar a resolverlo empleando para ello lo que ya conoce, el problema representa un desafío para actuar por lo que le debe permitir a los alumnos desarrollar su capacidad de imaginar y emprender acciones para resolverlo.

Para resolver un problema es importante que el alumno pueda representarlo; es decir que pueda imaginar la situación, que identifiquen los elementos que intervienen y las acciones por realizar. Entendiéndose que representar signifique realizar gráficos que le permitan comprender el problema para resolverlo.

5. VENTAJAS

Uno de los principales objetivos a conseguir en el área de las matemáticas es que los alumnos sean competentes en la resolución de problemas, por lo tanto se ha resumido varias ventajas que se considera las más importantes al momento de la práctica de resolución de problemas.

- Fomenta habilidades sociales.

- Se reduce la posibilidad de que algunos alumnos adopten una postura pasiva o bien dominante al interactuar con el grupo.
- Permite que el grupo utilice las técnicas grupales básicas y que todos los miembros aprendan los procedimientos requeridos.
- Se crea interdependencia entre los miembros del grupo
- Permite desarrollar una serie de habilidades de distinto orden y jerarquía.
- Favorece la investigación y selección de información relevante.
- Diversidad de estrategias para la solución
- Estimula la motivación intrínseca.
- Ofrece la oportunidad a los estudiantes de utilizar sus habilidades y demostrar su creatividad.
- En caso de ser un proyecto grupal, es útil para estimular el aprendizaje cooperativo y trabajo en equipo.

6. ESTRATEGIAS

Las estrategias en la resolución de problemas matemáticos constituyen la base primordial como herramienta, por medio de estas, se aumenta en el estudiante el desarrollo de habilidades cognitivas que le ayudan a la adquisición de aprendizajes y por ende le capacita para los problemas de la vida diaria. Es por esto que la resolución de problemas debe de incentivarse en la formación de los educandos y acrecentarlo en el aula de clase, poniendo énfasis en las estrategias significativas que le propicien el aprendizaje.

Es necesario que todo esto también este acompañado de las habilidades de los docentes y pongan en práctica los conocimientos teóricos y estrategias eficaces de enseñanza, facilitando de esta forma el proceso de enseñanza-aprendizaje, el docente tiene la responsabilidad de orientar el proceso hacia el desarrollo del pensamiento lógico de sus estudiantes y al descubrimiento de otras vías para solucionar problemas, de tal forma que articulen los conocimientos y estos a otras instancias de la vida diaria.

7. MÉTODO

Realizar acciones que contribuyan a la resolución de los problemas, se debe a George Polya que, debido al acostumbrado fracaso de sus estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, se propuso diseñar un método que pudiera servirles para aprender a resolver problemas, al cual denominó *¿Como Plantear y resolver Problemas?* , marcando así un nuevo rumbo en el estudio de problemas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, la resolución de problemas precisa de una planificación de las acciones a llevar a cabo, que ayuden a situar y utilizar adecuadamente los conocimientos adquiridos.

El catedrático matemático más conocido que sostiene esta idea de la resolución de problemas es Polya. Los cuales los transmite a través de sus libro "How to solve it" (Polya, 1954), en el cual introduce el término "heurística" para describir el arte de la resolución de problemas, concepto que desarrolla juego en (Polya, Mathematics and plausible reasoning, 1957) y (Polya, Mathematical Discovery. On understanding, learning and teaching problem solving, 1981)

Metodología de Polya (1989) citado por (Nieto, 2005). La posición de Pólya respecto a la Resolución de Problemas se basa en una perspectiva global y no restringida a un punto de vista matemático. Es decir, este autor plantea la Resolución de Problemas como una serie de procedimientos que, en realidad, utilizamos y aplicamos en cualquier campo de la vida diaria, tenemos problemas en la vida diaria, en las ciencias, en la política. Pólya desde joven era una persona muy inquieta por la física y la matemática; le encantaba asistir a conferencias y a clases para observar la demostración de teoremas. En estas charlas o lecciones, a pesar de que la exposición de los conceptos era bastante clara, la inquietud de él siempre era: "sí, yo tengo claro el razonamiento, pero no tengo claro cómo se origina, cómo organizar las ideas, por qué se debe hacer así, por qué se pone de tal orden y no de otro". Esto lo llevó a cuestionar las estrategias que existían para resolver problemas o cómo se concebiría una sucesión de pasos lógicos para aplicar a la resolución de cualquier tipo de problema.

7.1. MÉTODO DE LOS CUATRO PASOS.

Él plantea en su primer libro el llamado “El Método de los Cuatro Pasos”, para resolver cualquier tipo de problema se debe:

5. Comprender el problema
6. Concebir un plan
7. Ejecutar el plan y
8. Examinar la solución.

Para cada una de estas etapas él plantea una serie de preguntas y sugerencias.

Etapas I. Comprensión del Problema.

Para esta etapa se siguen las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la incógnita?
- ¿Cuáles son los datos?
- ¿Cuál es la condición?
- ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?
- ¿Es insuficiente?
- ¿Es redundante?
- ¿Es contradictoria?

En esta etapa es obviamente insoslayable: es imposible resolver un problema del cual no se comprende el enunciado. Es decir, esta es la etapa para determinar la incógnita, los datos, las condiciones, y decidir si esas condiciones son suficientes, no redundantes ni contradictorias.

PASO II. Concepción de un Plan.

Algunas interrogantes útiles en esta etapa son:

- ¿Se ha encontrado con un problema semejante?
- ¿Ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?
- ¿Conoce un problema relacionado con éste?
- ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil? Mire atentamente la incógnita y trate de recordar un problema que le sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar

- He aquí un problema relacionado con el suyo y que se ha resuelto ya ¿Podría utilizarlo? Podría emplear su resultado? ¿Podría utilizar su método? ¿Podría utilizarlo introduciendo algún elemento auxiliar?
- ¿Podría enunciar el problema en otra forma?
- ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente? Refiérase a las definiciones.

En esta etapa corresponde a la estrategia, es decir a la formulación de un plan general para atacar a resolver el problema, dejando los detalles técnicos de su ejecución para un momento posterior. Esta etapa es más sutil y delicada, ya que no solamente está relacionada con los conocimientos y la esfera de lo racional, sino también con la imaginación y la creatividad.

Etapa III: Ejecución del Plan.

Durante esta etapa es primordial examinar todos los detalles y es parte importante recalcar la diferencia entre percibir que un paso es correcto y, por otro lado, demostrar que un paso es correcto. Es decir, es la diferencia que hay entre un problema por resolver y un problema por demostrar. Por esta razón, se plantean aquí los siguientes cuestionamientos:

- Al ejecutar el plan, compruebe cada uno de los pasos
- ¿Puede ver claramente que el paso es correcto?
- ¿Puede demostrarlo?

Él plantea que se debe hacer un uso intensivo de esta serie de preguntas en cada momento. Estas preguntas van dirigidas sobre todo a lo que él llama problema por resolver y no tanto los problemas por demostrar. Cuando se tienen problemas por demostrar, entonces, cambia un poco el sentido. Esto es así porque ya no se habla de datos sino, más bien, de hipótesis. En realidad, el trabajo de Pólya es fundamentalmente orientado hacia los problemas por resolver.

Etapa IV. Examinar la Solución.

También denominada la etapa de la visión retrospectiva, en esta fase del proceso es muy importante detenerse a observar qué fue lo que se hizo; se necesita verificar el resultado y el razonamiento, seguido de preguntarse:

- ¿Puede verificar el resultado?
- ¿Puede verificar el razonamiento?
- ¿Puede obtener el resultado en forma diferente?
- ¿Puede verlo de golpe?
- ¿Puede emplear el resultado o el método en algún otro problema?

Estos argumentos dan una retroalimentación muy interesante para resolver otros problemas futuros: Pólya plantea que cuando se resuelve un problema (que es en sí el objetivo inmediato), también, se están creando habilidades posteriores para resolver cualquier tipo de problema. En otras palabras, cuando se hace la visión retrospectiva del problema que se resuelve, se puede utilizar tanto la solución que se encuentra como el método de solución; este último podrá convertirse en una nueva herramienta a la hora de enfrentar otro problema cualquiera.

De hecho, es muy válido verificar si se puede obtener el resultado de otra manera; si bien es cierto que no hay una única forma o estrategia de resolver un problema pueden haber otras alternativas. Precisamente, esta visión retrospectiva tiene por objetivo que veamos esta amplia gama de posibles caminos para resolver algún tipo de problema.

8. FACTORES QUE INTERVIENEN EN EL PROCESO

“Durante la resolución de problemas debe esperarse que sean los alumnos los que tomen decisiones acerca de las formas de registrar y comunicar sus procedimientos” (Bronzina & Chemello, 2009) Pág. 38. Los estudiantes son los actores imprescindibles al momento de poner en manifiesto las necesidades en las que puedan encontrar dificultades al momento del trabajo y comprensión de enunciados a tratarse, Para (Schoenfeld, 1992) citado por (Villanova, Rocerau, Valdez, & Oliver, pág. 5) manifiesta que hay cinco aspectos a considerar.

- a) El conocimiento de base
- b) Las estrategias de resolución de problemas
- c) Los aspectos metacognitivos
- d) Los aspectos afectivos y el sistema de creencias
- e) La comunidad de práctica

a) El conocimiento de base (los recursos matemáticos)

Para entender el comportamiento individual de un sujeto puesto ante una situación matemática (ya sea de interpretación o de resolución de problemas), se necesita saber cuáles son las herramientas matemáticas que tiene a su disposición: ¿qué información relevante para la situación matemática o problema tiene a mano?, ¿cómo accede a esa información y cómo la utiliza?

b) Las estrategias de resolución de problemas (heurísticas)

Las discusiones sobre las estrategias (o heurísticas) de resolución de problemas en matemática, comienzan con Polya, quien plantea cuatro etapas en la resolución de problemas matemáticos:

Primero: Comprender el problema:

Segundo: Diseñar un plan:

Tercero: Ponerlo en práctica

Cuarto: Examinar la solución:

c) Los aspectos metacognitivos

En el curso de una actividad intelectual, como por ejemplo, la resolución de problemas, en algún momento se hace un análisis de la marcha del proceso. Monitorear y controlar el progreso de estas actividades intelectuales son, desde el punto de vista de la psicología cognitiva, los componentes de la metacognición.

d) Los sistemas de creencias

Las creencias, concebidas como la concepción individual y los sentimientos que modelan las formas en que el individuo conceptualiza y actúa en relación con la matemática, comenzaron a ocupar el centro de la escena en la investigación en educación matemática, a partir de la última década.

e) La comunidad de práctica

Un gran cuerpo de literatura emergente en los últimos años, considera al aprendizaje matemático como una actividad inherentemente social (tanto como cognitiva), y como una actividad esencialmente constructiva, en lugar de receptiva.

9. RESOLVER PROBLEMA

La resolución de problemas demanda poner en juego tiempo y energía de los resolutores, así también preparación y conocimiento, conocimiento que debe de ser adquirido en los procesos, los cuales tienen la necesidad de innovar la enseñanza-aprendizaje de matemática donde los estudiantes puedan desarrollar la habilidad para reflexionar meditar y pensar, formular preguntas comprobar la solución, uno de los enfoques teóricos que se interesa en el dominio de conceptos matemáticos es el enfoque cognoscitivo, por medio de sus mayores representantes como (Ausubel, 1989) con el aprendizaje Significativo, (Vigotsky, 1979) con su enfoque Sociocultural, todos ellos han aportado significativamente como se lleva una actividad matemática. Estos autores han tenido gran representación ya que sus aportes están vigentes y son base para nuevas

investigaciones y nuevos aportes de la comunidad científica en lo que respecta a la matemática y sus aplicaciones.

Un factor preponderante para resolver problemas es entender y comprender, y para esto es necesario que el estudiante tenga un dominio básico del lenguaje matemático, necesario para poder vislumbrar lo que se está manifestando en el problema. (Abrante, 2007) manifiesta que.

Sería absurdo pretender que las matemáticas puedan ser entendidas haciendo la economía del aprendizaje riguroso del lenguaje formal que las sustenta. La utilización de un lenguaje formal no es, en matemáticas, ningún lujo. El carácter abstracto y general de los conceptos matemáticos se perdería sin la adopción de un lenguaje preciso, dominado por una serie de reglas sintácticas que le conceden precisión, claridad y abreviación.

Pág. 14

Para transformar un enunciado verbal al lenguaje algebraico, es necesario iniciar con los conocimientos básicos capaces de poder representar de manera fácil cada uno de las necesidades que se presente al momento de la comprensión de un problema, a continuación citare algunos ejemplos planteado de lenguaje verbal al lenguaje algebraico.

Nº	Lenguaje común	Lenguaje algebraico
1	Un número cualquiera:	x
2	La suma de dos números diferentes:	$x + y$
3	La diferencia de dos números:	$x - y$
4	El producto de dos números:	$x y$
5	El cociente de dos números:	x/y
6	El cubo de un numero:	x^3
7	El triple del cuadrado de un numero:	$3x^2$
8	La suma de los cuadrados de dos números:	$x^2 + y^2$
9	Los dos tercios de un número	$2/3 \cdot x$

9	La quinta parte del cubo de un numero:	$x^3/5$
10	El cubo de la quinta parte de un numero:	$(x/5)^3$
11	La suma de dos números dividida entre su diferencia:	$(x + y)/(x - y)$
12	¿Cuál es el número que agregado a 3 suma 8?:	$x + 3 = 8$
13	¿Cuál es el número que disminuido de 20 da por diferencia 7?:	$x - 20 = 7$
14	Las tres quintas partes de un numero aumentado en un cuarto:	$3/5 x + 1/4$
15	La diferencia entre un número y su anterior:	$x - (x-1)$
16	La suma entre un numero par y el triple del siguiente par:	$2x + 3(2x+2)$
17	El producto entre el doble de un número y la tercera parte de su consecutivo:	$2x \cdot (x+1)/3$
18	El cociente entre un número y su mitad:	$x/(x/2)$
19	La mitad de la suma de dos números multiplicado por el cuadrado de ambos números:	$1/2 \cdot (x+y)(x \cdot y)^2$
20	La raíz cubica del cuadrado de la suma de dos números:	$^3\sqrt{(x+y)^2}$
21	La tercera parte de un numero aumentado en 10:	$x/3 + 10$
22	Las dos terceras partes de la suma de dos números:	$2/3 \cdot (x+y)$
23	Los cuatro quintos de la suma de dos números	$4/5(F+G)$
24	Un número aumentado en 10	$x + 10$

Poniendo en práctica este traspaso de un lenguaje vernácula a una expresión algebraica, capas de facilitar el proceso pondré varios ejemplos donde podamos visualizar cada remplazo.

10. PROBLEMAS DE APLICACIÓN

Para la presente ejemplificación tomaremos la Metodología de Polya (1989) Él plantea en su primer libro llamado “El Método de los Cuatro Pasos”, para resolver cualquier tipo de problema:

1.- Comprender el problema: ¿Cuáles son los datos? ¿Qué datos me sirven/cuáles no me sirven? ¿Qué me preguntan/ o qué es lo que no sé?

2.- Concebir un plan: ¿Te has encontrado con algún problema semejante? ¿Conoces alguna operación que te permita llegar a la solución? ¿Conoces algún problema relacionado con éste?

3.- Ejecución de un plan: Al ejecutar el plan de solución, comprueba cada uno de los pasos. ¿Puedes ver que cada uno de los pasos son correctos? ¿Puedes demostrarlos?

4.- Examinar la solución obtenida: ¿Puedes comprobar el resultado? ¿Puedes obtener el resultado de forma diferente? ¿Puedes emplear la estrategia o método en algún otro tipo de problemas?

10.1. EJEMPLOS

FASE I

LENGUAJE ALGEBRAICO

1.- La diferencia de dos números, es igual a la suma de 6 más 16, representar en forma algebraica.

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
La diferencia de dos números	$X - Y$
La suma de 6 más 16	$6 + 16$
Representación en forma algebraica	$X - Y = 6 + 16$

2.- El doble de un número excedido en 8 es, igual a la suma de 5 más 10, representar en forma algebraica.

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
El doble de un número excedido en 8	$2X - 8$
La suma de 5 más 10	$5 + 10$
Representación en forma algebraica	$2X - 8 = 5 + 10$

3.- Las dos terceras partes de un número disminuido en cinco es igual 12, representar en forma algebraica.

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
Las dos terceras partes de un número disminuido en cinco	$\frac{2}{3}(x - 5)$
Representación en forma algebraica	$\frac{2}{3}(x - 5) = 12$

4.- Las tres quintas partes de un número más la mitad de su consecutivo equivalen a tres, representar en forma algebraica.

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
Las tres quintas partes de un número	$\frac{3}{5}x$
La mitad de su consecutivo	$\frac{1}{2}(x+1)$
Representación en forma algebraica	$\frac{3}{5}x + \frac{1}{2}(x+1) = 3$

5.- El cuadrado de la suma de dos números, es igual al doble de la diferencia de los cuadrados de esos números, representar en forma algebraica.

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
El cuadrado de la suma de dos números	$(X+Y)^2$
Doble de la diferencia de los cuadrados de esos números	$2(X^2 - Y^2)$
Representación en forma algebraica	$(X+Y)^2 = 2(X^2 - Y^2)$

6.- El cubo de un número más el triple del cuadrado de dicho número es igual a 34, representar en forma algebraica.

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
El cubo de un número	X^3
El triple del cuadrado de dicho número	$3X^2$
Representación en forma algebraica	$X^3 + 3X^2 = 34$

7.- La diferencia del triple un número y el cuadrado de otro, equivalen a 78, representar en forma algebraica.

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
El triple un número	$3X$

El cuadrado de otro	Y^2
Representación en forma algebraica	$3X - Y^2 = 78$

8.- La suma de tres números consecutivos, equivalen a 10, representar en forma algebraica.

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
Número	X
Consecutivos	$(X+1) (X+2)$
Representación en forma algebraica	$X + (X+1) + (X+2) = 10$

9.- La diferencia de dos números consecutivos elevado al cuadrado, equivale a 45, representar en forma algebraica.

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
Número	X^2
Consecutivos	$(X+1)^2$
Representación en forma algebraica	$X^2 - (X+1)^2 = 45$

10.- El producto entre el doble de un número y la tercera parte de su consecutivo, equivale a 78, representar en forma algebraica.

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
El doble de un número	$2X$
La tercera parte de su consecutivo	$\frac{(x + 1)}{3}$
Representación en forma algebraica	$2X \frac{(x+1)}{3} = 78$

FASE II

ECUACIONES LINEALES

1.- De un recipiente que está lleno de agua, se sacan los $\frac{4}{7}$ de los $\frac{7}{6}$ y quedan 80 litros. ¿Cuántos litros de agua tenía el recipiente?

1 ^{er} Paso. Comprender el problema.	$X = ?$ ¿Cuántos litros de agua tenía el recipiente?
2 ^{do} Paso	Ecuación

Concebir un plan	$\frac{4}{7} * \frac{7}{6}x + 80 = x$
3 ^{er} Paso Ejecución de un plan	$\frac{4}{7} * \frac{7}{6}x + 80 = x$ $\frac{2}{3}x + 80 = x$
4 ^{to} Paso Examinar la solución obtenida	El recipiente tenía 240 litros

2.- Un cartero deja 1/5 de las cartas que lleva en una oficina, los 3/8 en un banco; si aún le quedan 34 cartas para distribuir. ¿Cuántas cartas tenía para repartir?

1 ^{er} Paso. Comprender el problema.	X=? ¿Cuántas cartas tenía para repartir?
2 ^{do} Paso Concebir un plan	Ecuación $\frac{x}{5} + \frac{3x}{8} + 34 = x$
3 ^{er} Paso Ejecución de un plan	$\frac{x}{5} + \frac{3x}{8} + 34 = x$ $\frac{23x}{40} + 34 = x$ $34 = x - \frac{23x}{40}$
4 ^{to} Paso Examinar la solución obtenida	Tenía para repartir 80

3.- La suma de tres números es 47; El segundo número es el triple del primero y el tercero excede en 12 al segundo ¿Cuáles son dichos número?

1 ^{er} Paso. Comprender el problema.	¿Cuáles son dichos número?
2 ^{do} Paso Concebir un plan	a= 1 ^{er} número b =2 ^{do} número c= 3 ^{er} número a+b+c = 47
3 ^{er} Paso Ejecución de un plan	a+ 3a + 3a +12 = 47
4 ^{to} Paso Examinar la solución obtenida	a= 5 b=15 c=27 a+b+c = 47 47= 47

5.- La suma de cuatro números consecutivos es 34 ¿Cuáles son dichos números?

1 ^{er} Paso. Comprender el problema.	¿Cuáles son dichos números?
--	-----------------------------

2 ^{do} Paso Concebir un plan	Suma de números X $(x+1)$ $(x+2)$ $(x+3)$
3 ^{er} Paso Ejecución de un plan	$x+x+1+x+2+x+3=34$
4 ^{to} Paso Examinar la solución obtenida	$X = 7$ $7 + 8 + 9 + 10=34$ $34 = 34$

6.- En una farmacia se venden pastillas Sibutramina en cajas de diferentes tamaños, la caja grande contiene el doble de unidades que la mediana, y esta, el doble que la pequeña, si compras una caja de cada tamaño te llevas 504 unidades ¿Cuántas pastillas tiene cada caja?

1 ^{er} Paso. Comprender el problema.	¿Cuántas pastillas tiene cada caja? X = número de pastillas
2 ^{do} Paso Concebir un plan	Ecuación $x+2x+4x= 504$
3 ^{er} Paso Ejecución de un plan	$7x = 504$ $x = 504/7$ $x = 72$
4 ^{to} Paso Examinar la solución obtenida	Caja pequeña: 72 pastillas Caja mediana: $72(2) = 144$ pastillas Caja grande: $72 (4) = 288$ pastillas

7.- José tiene un paquete de hojas. Le dio una tercera parte del paquete a María y Ana se quedó con la cuarta parte de lo que le sobra. Karen tomó un quinto del resto. Si a José le quedaron 20 hojas ¿Cuántas hojas tenía el paquete?

1 ^{er} Paso. Comprender el problema.	¿Cuántas hojas tenía el paquete? X = paquete de hojas $(X/3)$ María $(2X/3)$ Ana $[3/4 (2X/3)] 1/5$ Karen
2 ^{do} Paso Concebir un plan	Ecuación $x - \left(\frac{x}{3} + \left(\frac{2x}{3} \right) \frac{1}{4} + \left[\frac{3}{4} \left(\frac{2x}{3} \right) \frac{1}{5} \right] \right) = 20$

3 ^{er} Paso Ejecución de un plan	$x - \left(\frac{x}{3} + \left(\frac{2x}{3} \right) \frac{1}{4} + \left[\frac{3}{4} \left(\frac{2x}{3} \right) \frac{1}{5} \right] \right) = 20$ $x - \left(\frac{x}{3} + \frac{2x}{12} + \frac{6x}{60} \right) = 20$ $x - \left(\frac{36x}{60} \right) = 20$ $\frac{24x}{60} = 20$
4 ^{to} Paso Examinar la solución obtenida	X = 50

8.- El profesor de matemática le deja como tarea calcular la diferencia de un número y su recíproco es $\frac{24}{5}$ ¿cuál es el número?

1 ^{er} Paso. Comprender el problema.	¿Cuál es el número? X= número 1/x = recíproco del número
2 ^{do} Paso Concebir un plan	Ecuación $\frac{x}{1} - \frac{1}{x} = \frac{24}{5}$
3 ^{er} Paso Ejecución de un plan	$5x^2 - 5 = 24x$ $5x^2 - 24x - 5 = 0$ $(25x^2) - 24(5x) - 25 = 0$ $(5x - 25)(5x + 1) = 0$
4 ^{to} Paso Examinar la solución obtenida	$x = 5$; $x = -1/5$ RESULTADO 1 RESULTADO 2 $\frac{5}{1} - \frac{1}{5} = \frac{24}{5}$ $\frac{-1/5}{1} - \frac{1}{-1/5} = \frac{24}{5}$ $\frac{24}{5} = \frac{24}{5}$ $-\frac{1}{5} - (-5) = \frac{24}{5}$ $\frac{24}{5} = \frac{24}{5}$

9. - En un hospital trabajan 60 doctores. Usan mandil el 16% de los hombres y el 20% de las mujeres. Si el número total de doctores que usan mandil es 11. ¿Cuántos hombres y mujeres hay en el hospital?

1 ^{er} Paso. Comprender el problema.	¿Cuántos hombres y mujeres hay en el hospital? X = número de hombres. Y = número de mujeres. $\frac{16x}{100}$ = hombres con mandil. $\frac{20y}{100}$ = mujeres con mandil.
2 ^{do} Paso	Ecuación

Concebir un plan	$X + y = 60$ $16x + 20y = 1100$
3 ^{er} Paso Ejecución de un plan	$x = 60 - y$ $16(60 - y) + 20y = 1100$ $4y = 140$ $y = 35$ $x + 35 = 60$ $x = 25$
4 ^{to} Paso Examinar la solución obtenida	35 = número de hombres. 25 = número de mujeres. $16x + 20y = 1100$ $1100 = 1100$

10.- Entre tres alumnas de la escuela de Medicina tienen 28 libros. Arlette tiene 3 menos que Anita y Josselyn tiene 2 menos que Arlette. ¿Cuántos tiene Josselyn?

1 ^{er} Paso. Comprender el problema.	Anita → X Arlette → X-3 Josselyn → (X-3) - 2 Total de libros 28
2 ^{do} Paso Concebir un plan	$(X-3) + X + (X-3) - 2 = 28$
3 ^{er} Paso Ejecución de un plan	$(X-3) + X + (X-3) - 2 = 28$ $3X - 8 = 28$ $3X = 36$ $X = 36/3$ $X = 12$
4 ^{to} Paso Examinar la solución obtenida	Anita → X = 12 Arlette → X-3 = 9 Josselyn → (X-3) - 2 = 7 Total de libros 12+9+7 = 28

FASE III

ECUACIONES CUADRATICAS

1.- La suma de dos números es 10, y la de sus cuadrados es 58, ¿Cuáles son los números?

1 ^{er} Paso.	X = número mayor
-----------------------	------------------

Comprender el problema.	$10 - x = \text{número menor}$
2 ^{do} Paso Concebir un plan	Ecuación $X^2 + (10-x)^2 = 58$
3 ^{er} Paso Ejecución de un plan	$X^2 + 10^2 - 2(10)(x) + x^2 = 58$ $2X^2 - 20x + 42 = 0$ $X^2 - 10x + 21 = 0$ $(x-7)(x-3) = 0$
4 ^{to} Paso Examinar la solución obtenida	Los números son $X = 7$ $x = 3$ Comprobando $7+3 = 10$ Comprobando $7^2 + 3^2 = 49 + 9 = 58$

2.- El profesor de matemática le deja como tarea calcular la diferencia de un número y su recíproco es $\frac{24}{5}$ ¿Cuál es el número?

1 ^{er} Paso. Comprender el problema.	$X \rightarrow \text{numero}$; $\frac{1}{x} \rightarrow \text{Recíproco del número}$
2 ^{do} Paso Concebir un plan	$X - \frac{1}{x} = \frac{24}{5}$
3 ^{er} Paso Ejecución de un plan	$5x(x) - 5x\left(\frac{1}{x}\right) = 5x\left(\frac{24}{5}\right)$ $5x^2 - 5 = 24x$ $5x^2 - 24x - 5 = 0$ $(5x^2) - 5(24x) - 5(5) = 5(0)$ $(5x)^2 - 24(5x) - 25 = 0$ $(5x - 25)(5x + 1) = 0$ $5x - 25 = 0 \qquad 5x + 1 = 0$ $5x = 25 \qquad 5x = -1$ $X = 5 \qquad x = -\frac{1}{5}$
4 ^{to} Paso Examinar la solución obtenida	$x_1 = 5 \qquad x_2 = -\frac{1}{5}$ $X - \frac{1}{x} = \frac{24}{5} \qquad X - \frac{1}{x} = \frac{24}{5}$ $5 - \frac{1}{5} = \frac{24}{5} \qquad -\frac{1}{5} - \frac{1}{-\frac{1}{5}} = \frac{24}{5}$ $\frac{25}{5} - \frac{1}{5} = \frac{24}{5} \qquad -\frac{1}{5} - (-5) = \frac{24}{5}$ $\frac{24}{5} = \frac{24}{5} \qquad -\frac{1}{5} + 5 = \frac{24}{5}$ $\qquad \qquad \qquad \frac{24}{5} = \frac{24}{5}$

3.- Un grupo de estudiantes se propone como tarea hallar dos números cuya suma es 16 y cuyo producto es 63

1 ^{er} Paso. Comprender el problema.	$X + y = 16$ $X \cdot y = 36$
2 ^{do} Paso Concebir un plan	$X + y = 16 \rightarrow y = 16 - x$ Sustituir en $x \cdot y = 63$ $X(16 - x) = 63$ $16x - x^2 = 63$ $x^2 - 16x + 63 = 0$
3 ^{er} Paso Ejecución de un plan	$x^2 - 16x + 63 = 0$ $\frac{16}{2} = 8 \rightarrow (8)^2 = 64$ $x^2 - 16x + 64 = -63 - 64$ $(x - 8)^2 = 1$ $X - 8 = \pm \sqrt{1}$ $X - 8 = \pm 1$ $X_1 = \pm 1 + 8$ $x_2 = -1 + 8$ $X_1 = 9$ $x_2 = 7$
4 ^{to} Paso Examinar la solución obtenida	$x^2 - 16x = -63$ $(7)^2 - 112 = -63$ $(9)^2 - 16(9) = -63$ $49 - 112 = -63$ $-63 = -63$ $-63 = -63$

4.- El cuadrado de un número más el triple de mismo nos da 54. ¿Cuál es ese número?

1 ^{er} Paso. Comprender el problema.	x^2 El cuadrado de un número $3x$ El triple del número 54 La suma de todo
2 ^{do} Paso Concebir un plan	$x^2 + 3x = 54$
3 ^{er} Paso Ejecución de un plan	$x^2 + 3x = 54$ $x^2 + 3x - 54 = 0$ $(x + 9)$ $(x - 6) = 0$ $x + 9 = 0$ $x - 6 = 0$ $x_1 = -9$ $x_2 = 6$
4 ^{to} Paso Examinar la solución obtenida	$x^2 + 3x = 54$ $x^2 + 3x = 54$ $91 - 27 = 54$ $36 + 18 = 54$

	$64 = 54$ $54 = 54$ El número que buscamos es 6, satisface a la ecuación
--	---

5.- A un grupo de estudiantes le solicitan encontrar el valor de la incógnita con los siguientes datos, el cuadrado de un número, aumentado el tripe del mismo número, y eso equivale a 70.

1 ^{er} Paso. Comprender el problema.	El cuadrado de un número x^2 El tripe del mismo número $3x$
2 ^{do} Paso Concebir un plan	$x^2 + 3x = 70$ $x^2 + 3x - 70 = 0$
3 ^{er} Paso Ejecución de un plan	$x^2 + 3x - 70 = 0$ $(x + 10)(x - 3) = 0$ $X + 10 = 0$ $x - 3 = 0$ $X_1 = -10$ $x_2 = 3$
4 ^{to} Paso Examinar la solución obtenida	$(-10)^2 + 3(-10) = 70$ $(3)^2 + 3(3) = 70$ $100 - 30 = 70$ $9 + 9 = 70$ $70 = 70$ $18 = 70$ El número que buscamos es -10, satisface a la ecuación

6.- Se plantea que el cuadrado de un número, y disminuido cinco veces el mismo número, da como resultado seis, ¿deducir cuál es ese número?

1 ^{er} Paso. Comprender el problema.	El cuadrado de un número x^2 Cinco veces el mismo $5x$
2 ^{do} Paso Concebir un plan	$x^2 - 5x = 6$ $x^2 - 5x - 6 = 0$
3 ^{er} Paso Ejecución de un plan	$x^2 - 5x - 6 = 0$ $(x - 6)(x + 1) = 0$ $X_1 = 6$ $X_2 = -1$
4 ^{to} Paso Examinar la solución obtenida	$(6)^2 - 5(6) = 6$ $(-1)^2 - 5(-1) = 6$ $6 = 6$ $6 = 6$

7.- Juan tiene 3 años más que Ana, si multiplicamos sus edades el resultado es 130. ¿Cuántos años tiene cada uno?

1 ^{er} Paso. Comprender el problema.	X= edad de Juan x-3 = edad de Ana
2 ^{do} Paso Concebir un plan	$x(x-3) = 130$ $x^2 - 3x = 130$
3 ^{er} Paso Ejecución de un plan	$X^2 - 3X - 130 = 0$ $(X - 13)(X + 10) = 0$ $X_1 = 13$ $X_2 = -10$
4 ^{to} Paso Examinar la solución obtenida	$x^2 - 3x = 130$ $100 + 30 = 130$ $169 - 39 = 130$ $130 = 130$ $130 = 130$ Edad de Juan = 13 Años Edad de Ana = 10 Años

8.- Un número es el triplo de otro y la diferencia de sus cuadrados es 1800, cuales son estos números.

1 ^{er} Paso. Comprender el problema.	X= Número 3 X = El otro número
2 ^{do} Paso Concebir un plan	$(3X)^2 - X^2 = 1800$
3 ^{er} Paso Ejecución de un plan	$(3X)^2 - X^2 = 1800$ $9X^2 - X^2 = 1800$ $8X^2 = 1800$ $X = \pm \sqrt{225}$ $X = \pm 15$
4 ^{to} Paso Examinar la solución obtenida	X= 15 3 (15) = El otro número 45 = 45

9.- Hallar dos números consecutivos tales que el cuadrado del consecutivo exceda en 57, da como resultado el triplo del número

1 ^{er} Paso. Comprender el problema.	X = Número X + 1 = Consecutivo
2 ^{do} Paso Concebir un plan	$(X + 1)^2 - 57 = 3X$
3 ^{er} Paso	$(X + 1)^2 - 57 = 3X$

Ejecución de un plan	$X^2 + 2X + 1 - 57 - 3X = 0$ $X^2 - X - 56 = 0$ $(X - 8)(X + 7) = 0$ $X_1 = 8$ $X_2 = -7$
4 ^{to} Paso Examinar la solución obtenida	$X = 8$ $8 + 1 = 9$ Consecutivo

10.- Estela es dos años mayor que Pedro, y la suma de los cuadrados de ambas edades es 130 años ¿Cuál es la edad de cada uno?

1 ^{er} Paso. Comprender el problema.	$X =$ edad de Pedro $X + 2 =$ edad de Estela
2 ^{do} Paso Concebir un plan	$X^2 + (X + 2)^2 = 130$
3 ^{er} Paso Ejecución de un plan	$X^2 + (X + 2)^2 - 130 = 0$ $X^2 + X^2 + 4X + 4 - 130 = 0$ $2X^2 + 4X - 126 = 0$ $X^2 + 2X - 63 = 0$ $(X + 9)(X - 7) = 0$ $X_1 = -9$ $X_2 = 7$
4 ^{to} Paso Examinar la solución obtenida	$X^2 + 2X = 63$ $81 - 18 = 63$ $49 + 14 = 63$ $63 = 63$ $63 = 63$ Edad de Pedro = 7 Años Edad de Estela = 9 Años

11. EVALUACIÓN EN EL METODO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMA

La evaluación para (García J. , 2003) “Plantea que la capacidad de resolución de problemas desarrolla e incluye las habilidades de observación, cuestionamiento, síntesis, análisis, lectura, transferencia, generalización, metacognición y evaluación”, Utilizar un método como el aprendizaje basado en problemas, implica tomar la responsabilidad de mejorar las formas de evaluación que se utilizan. Los tutores buscan diferentes alternativas de evaluación que

además de evaluar sean un instrumento más del proceso de aprendizaje de los alumnos.

Para García (2005) “Las evaluaciones externas pueden llegar a ser un obstáculo para el enfoque de resolución de problemas, si éstas no dan cabida a todos los aspectos de dicho enfoque y lo único que evalúan son respuestas correctas”, El uso exámenes convencionales cuando se ha expuesto a los alumnos a una experiencia de aprendizaje activo genera en ellos confusión y frustración.

El propósito de estas evaluaciones es proveer al alumno de retroalimentación específica de sus fortalezas y debilidades, de tal modo que pueda aprovechar posibilidades y rectificar las deficiencias identificadas. La retroalimentación juega aquí un papel fundamental, debe hacerse de manera regular y es una responsabilidad del tutor. La retroalimentación no debe tener un sentido positivo o negativo, más bien debe tener un propósito descriptivo, identificando y aprovechando todas las áreas de mejora posibles.

Ventajas

Algunas ventajas del Aprendizaje Basado en Problemas:

Alumnos con mayor motivación: El método estimula que los alumnos se involucren más en el aprendizaje debido a que sienten que tienen la posibilidad de interactuar con la realidad y observar los resultados de dicha interacción.

Un aprendizaje más significativo: El ABP ofrece a los alumnos una respuesta obvia a preguntas como ¿Para qué se requiere aprender cierta información?, ¿Cómo se relaciona lo que se hace y aprende en la escuela con lo que pasa en la realidad?

Desarrollo de habilidades de pensamiento: La misma dinámica del proceso en el ABP y el enfrentarse a problemas lleva a los alumnos hacia un pensamiento crítico y creativo.

Desarrollo de habilidades para el aprendizaje: El ABP promueve la observación sobre el propio proceso de aprendizaje, los alumnos también

evalúan su aprendizaje ya que generan sus propias estrategias para la definición del problema, recaudación de información, análisis de datos, la construcción de hipótesis y la evaluación.

Integración de un modelo de trabajo: El ABP lleva a los alumnos al aprendizaje de los contenidos de información de manera similar a la que utilizarán en situaciones futuras, fomentando que lo aprendido se comprenda y no sólo se memorice.

Posibilita mayor retención de información: Al enfrentar situaciones de la realidad los alumnos recuerdan con mayor facilidad la información ya que ésta es más significativa para ellos.

Permite la integración del conocimiento: El conocimiento de diferentes disciplinas se integra para dar solución al problema sobre el cual se está trabajando, de tal modo que el aprendizaje no se da sólo en fracciones sino de una manera integral y dinámica.

Las habilidades que se desarrollan son perdurables: Al estimular habilidades de estudio autodirigido, los alumnos mejorarán su capacidad para estudiar e investigar sin ayuda de nadie para afrontar cualquier obstáculo, tanto de orden teórico como práctico, a lo largo de su vida. Los alumnos aprenden resolviendo o analizando problemas del mundo real y aprenden a aplicar los conocimientos adquiridos a lo largo de su vida en problemas reales.

Incremento de su autodirección: Los alumnos asumen la responsabilidad de su aprendizaje, seleccionan los recursos de investigación que requieren: libros, revistas, bancos de información, etc.

Mejoramiento de comprensión y desarrollo de habilidades: Con el uso de problemas de la vida real, se incrementan los niveles de comprensión, permitiendo utilizar su conocimiento y habilidades.

Habilidades interpersonales y de trabajo en equipo: El ABP promueve la interacción incrementando algunas habilidades como; trabajo de dinámica de grupos, evaluación de compañeros y cómo presentar y defender sus trabajos.

Actitud automotivada: Los problemas en el alumno incrementan su atención y motivación. Es una manera más natural de aprender. Les ayuda a continuar con su aprendizaje.

12. PROBLEMAS PROPUESTOS

1.- Los mg de la medicina de Sebastián excede en 45 a la de Moisés. Si los mg de la medicina de Sebastián se dividen en el triple de la de Moisés el cociente es 1 y el residuo 25. ¿Determinar los mg de medicina que toman cada uno?

2.- Pedro y sus amigos deben pagar el total de una receta farmacéutica que costó \$200, pero 5 de ellos no tienen dinero por lo que los demás deben aportar \$2.00 más de lo previsto. ¿Cuánto pago Pedro?

3.- En el hospital del seguro se va a atender a 120 personas en 5 horas. Cada doctor atenderá a 10 pacientes. Si uno de los doctores solo atiende 2 horas ¿cuantos pacientes quedan sin atender?

4.- En un centro de salud, un médico necesita repartir 510 vitaminas entre un grupo de 3 niños, de tal forma que dos de ellos tengan la mitad de las vitaminas pero que uno de estos dos tenga la mitad de vitaminas que el otro. ¿Cuántas vitaminas tendrá cada niño?

5.- Paul compró un tensiómetro y un estetoscopio por \$2000 y los vendió por \$2260. ¿Cuánto le costó cada objeto, sabiendo que en la venta del tensiómetro ganó el 10% y en la venta del estetoscopio ganó el 15%?

6.- Se desea saber la dosis usada de un determinado medicamento en un paciente diabético, el cual manifiesta haber olvidado dicha cantidad. Según el registro se le entregaron 125gr de este medicamento y la HC indica que el primer día tomo cierta cantidad , el segundo día el triple del primer día, en el tercero tomo la misma del segundo más 2gr y finalmente en el cuarto día tomo la misma cantidad de lo que tomaba al inicio del tratamiento . Al final no le quedaba nada de las dosis entregadas. ¿Determine la dosis base del medicamento?

7.- Un paciente al asistir a la cita médica después de una fuerte enfermedad, se le recetan los medicamentos cada ves $\frac{2}{3}$ del mes anterior. Después de haber asistido 4 meses se le ha recetado 32 píldoras de su medicina. ¿Cuál fue la cantidad de medicamentos que recibió al 2do mes?

8.- Hace cuatro años la edad de un padre era nueve veces la edad de su hijo, y dentro de ocho años será el triple. Cuales son su edades actuales?

9.- Una persona llega a una farmacia y pide 100 ml de una solución al 5% de ácido sulfúrico, el químico tiene dos soluciones, una al 3% y otra al 7%, ¿determine cuántos ml de cada solución se deben usar para preparar los 100 ml al 5%?

10.- Se necesita anestésicar a un bovino de 450 kg de peso con xilacina. La dosis a utilizar es de 0.2mg/kg de peso. El preparado comercial se encuentra a una concentración de 2%. ¿Cuántos ml debo de aplicar?

11.- En el área de emergencias de un hospital hay triple número de mujeres que de hombres y doble número de niños que de hombres y mujeres juntos. ¿Cuántos hombres, mujeres y niños hay si en esta área solo se encuentran 96 personas?

12.- Se posee un área estéril, a esta se le añade X cantidad de bacterias grampositivas, y Y cantidad de bacterias gramnegativas. Si el total del número de bacterias proliferadas resultantes al cuadrado es de 123 904, calcule los valores de X y de Y si se sabe que el resultado de dividir X para Y más dos es dieciocho séptimos.

13.- Juan y Pedro gastaron en la receta de su madre USD 58 entre los dos y lo que gastó Pedro aumentado en USD 14 es igual al doble de lo de Juan. ¿Cuánto gastó Pedro y Juan?

14.- A una clínica llega un grupo de personas entre adultos y niños, los adultos pagaron \$20 y los niños \$10 por consulta. En total llegaron 40 personas y pagaron \$550 ¿Cuántos niños y cuántos adultos se hicieron consulta ese día?

15.- Acuden 60 infantes en el orfanato Santa Mariana. Si se van 3 niños y vienen 3 niñas, el número de niñas sería $\frac{1}{3}$ del número de niños ¿Cuántos niños y cuántas niñas hay en el orfanato?

16.- José está cursando el primer semestre de Psicología Clínica y se hará un uniforme para ello compró $3\frac{1}{10}$ metros de tela para la confección. El sastre solo utilizó $2\frac{4}{5}$ metros de tela. ¿Cuántos metros de tela queda?

17.- En un curso de trabajo social los estudiantes en total compran 30 carpetas y 30 libros y gastaron \$200. Si en otro curso solo compraron 20 carpetas y 13 libros, ¿calcule el precio de cada material de trabajo?

18.- En una fundación de Manabí, las mujeres abusadas sexualmente son el $\frac{3}{4}$ de las mujeres maltratadas: que representan la séptima parte del total de los pacientes de la fundación y son 126 los trabajadores de dicha institución. Cuantas personas conforman la fundación?

19.- En la Universidad Técnica de Manabí se han graduado 40 trabajadores sociales los cuales van a dividirlos en dos partes tales que el doble de la mayor parte equivalga al cuádruplo de la menor parte disminuido en 10 ¿Cuál es la mayor y la menor parte en que van a dividir a los Trabajadores Sociales?

20.- Una persona ha comprado a precio promocional 3 entradas normales y 2 especiales para una conferencia de psicología clínica el día viernes por un valor total de 1200 de unidades monetarias. La oferta la va a compartir entre sus amigos, comprando cada uno la entrada promocionalmente, al precio de taquilla. Si se sabe que las entradas especiales son 60% más caras que las normales. ¿Cuánto tiene que pagar el amigo que compra una entrada normal?

21.- En una librería, Ana compra un libro con la tercera parte de su dinero y una revista con las dos terceras partes de lo que le quedaba. Al salir de la librería tenía 12 dólares. ¿Cuánto dinero tenía Ana?

22.- La edad actual del algebra de Baldor es la mitad del algebra de silva, y hace diez años la edad del algebra de Baldor era los $\frac{3}{7}$ de la edad del algebra de Silva. ¿Hallar las edades actuales de los algebras?

23.- Tres Trabajadores sociales de distintas edades se reparten \$89. El mayor debe recibir el doble que el mediano y éste \$7 más que el pequeño. ¿Cuánto recibe cada uno?

24.- Hace 4 años la prestación de servicios de un Trabajador Social era 9 veces la prestación de servicios de un psicólogo clínico y dentro de ocho años será el triple ¿Cuáles son los años de prestación de servicios actuales de cada uno?

25.- Los alumnos de Psicología Clínica organizan un campeonato del cual Stephanie compro en Marathon Sports 15 camisetas y 12 gorras en \$15. Si a la siguiente semana aprovechando que no han variado los precios compró 3 camisetas y 24 gorras por el valor de \$84, ¿calcule el precio de cada prenda?

26.- En la farmacia #1 un farmacéutico pagó \$50 por 3 cajas de psicóticos y 5 cajas de narcóticos, en la farmacia #2 luego compró 5 cajas de psicóticos y 7 de narcótico y tuvo que pagar \$74. ¿Cuál es el precio de cada caja de psicóticos y de cada caja de narcóticos?

27.- Un empresario quiere distribuir una gratificación entre sus empleados. Se da cuenta de que si da a cada uno 80 Dólares le sobran 20 Dólares y si da a cada uno 90 Dólares le faltan 40 Dólares. ¿Cuántos empleados tienen?, ¿Cuánto dinero tiene para repartir?

28.- Pedro Masa estudiante de la Universidad Técnica de Manabí, si tiene $\frac{2}{3}$ de dólares semanales que equivalen a \$50 y el dona $\frac{11}{15}$ de su dinero al centro de salud mental “La Esperanza”. La donación es utilizada para la alimentación de los pacientes que habitan en dicho lugar. ¿Cuánto dinero gana Pedro semanalmente? ¿Cuánto dinero dona Pedro semanalmente? ¿Cuánto dinero le queda a Pedro semanalmente?

29.- El precio de una revista para los estudiantes de la Universidad Técnica de Manabí es de \$75 y para el colegio universitario es de \$56 el lunes compraron 60 revistas y la recaudación total fue de \$4310 ¿Cuántas revistas de universidad y cuantas de colegio compraron?

30.- Un docente de psicología quiere analizar a un grupo de estudiantes haciendo un test. El número de estudiantes es 550. Las preguntas tienen 4 respuestas posibles (A-B-C-D). Si el grupo “A” es el doble de “B” y “B” el doble de “C”.

Teniendo como dato que "C" es la respuesta que eligieron 75 estudiantes.
¿Cuánto valen (A-B-C), y cuál es el valor de "D"?

13. RESPUESTAS DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

- 1.- Sebastián 55 mg ; Moisés 10 mg
- 2.- Pago 10 dólares
- 3.- 6 Personas
- 4.- 255, 170 y 85 Vitaminas
- 5.- \$800 El tensiómetro Y \$1200 El estetoscopio.
- 6.- 15.4 gr
- 7.- 72 píldoras
- 8.- Actualmente el padre tiene 40 años y su hijo 8 años.
- 9.- 50 ml
- 10.- 4,5 ml
- 11.- Hombres 8 ; Mujeres 24 ; Niños 64
- 12.- $X = 128$; $Y = 224$
- 13.- Pedro \$34 y Juan \$ 24
- 14.- $X = 25$ NIÑOS ; $Y = 15$ Adultos
- 15.- niños $x = 48$; niñas $y = 12$
- 16.- Queda 0,3 metros de tela.
- 17.- \$ 3,85 Libros ; \$ 2,89 Carpetas
- 18.- 24 personas
- 19.- $X = 25$ es la parte mayor ; $Y = 15$ es la parte menor
- 20.- El valor de la entrada normal es de \$193,55
- 21.- $X = 54$ dólares
- 22.- 40 años es la edad actual del algebra de Baldor y 80 años es la edad actual del algebra de silva.

23.- $x = \$ 17$

24.- Valor del Psicólogo Clínico = 8 ; Valor del Trabajador Social = 40

25.- $X = \$8$ c/camiseta ; $Y = \$2.5$ c/gorra

26.- La caja de psicóticos cuesta \$5 y la de narcótica cuesta \$7

27.- $X = 6$; $Y = 500$

28.- Pedro tiene un ingreso semanal de 75 dólares; Pedro dona la cantidad de \$55 semanalmente; Pedro semanalmente le quedará 20 dólares.

29.- Por cada revista de universidad \$3750 ; Por cada revista de colegio \$ 560

30.- $A = 300$; $B = 150$; $C = 75$; $D = 25$