

# CUADERNOS DEL CIMBAGE



Universidad de Buenos Aires  
Facultad de Ciencias Económicas



---

## UNA CONTRIBUCIÓN AL DESARROLLO SOSTENIBLE DE LAS EMPRESAS A PARTIR DE LÓGICA BORROSA

Autor(es): Barcellos de Paula L., Gil Lafuente A. M.

Fuente: Cuadernos del CIMBAGE, Nº 20 (Mayo 2018), pp 51-83

Publicado por: Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires.

Vínculo: <http://ojs.econ.uba.ar/ojs/index.php/CIMBAGE/issue/view/173>

---



Esta revista está protegida bajo una licencia Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0).

Copia de la licencia: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>



Cuadernos del CIMBAGE es una revista académica semestral editada por el **Centro de Investigaciones en Metodologías Básicas y Aplicadas a la Gestión** (CIMBAGE) perteneciente al Instituto de Investigaciones en Administración, Contabilidad y Métodos Cuantitativos para la Gestión (IADCOM).

## **UNA CONTRIBUCIÓN AL DESARROLLO SOSTENIBLE DE LAS EMPRESAS A PARTIR DE LÓGICA BORROSA<sup>1</sup>**

Luciano Barcellos de Paula\*, Anna M. Gil Lafuente\*\*

\*CENTRUM Católica Graduate Business School

Pontificia Universidad Católica del Perú.

Calle Daniel Alomía Robles 125-129, Santiago de Surco- Lima 33- Perú

\*\*Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Universidad de Barcelona. Av. Diagonal 690-Barcelona- 08034- España

\*lbarcellosdepaula@pucp.edu.pe, \*\*amgil@ub.edu

Recibido 9 de agosto de 2017, aceptado 21 de febrero de 2018

---

### **Resumen**

El principal objetivo de la sostenibilidad es conciliar el crecimiento económico con el cuidado del entorno social y la protección del ambiente. Sin embargo, en un ambiente de incertidumbre, las empresas precisan de herramientas que auxilien tanto la toma de decisiones como la definición de sus estrategias. Este artículo tiene como objetivo ampliar la discusión sobre el desarrollo sostenible de las empresas y proponer soluciones a partir de la Lógica Borrosa. Para alcanzar este objetivo se presentan los antecedentes y conceptos sobre la lógica borrosa. El interés reside en mostrar los orígenes de esta lógica y describir la historia de la matemática de la incertidumbre. De esta manera se pone de manifiesto las bases conceptuales que puedan contribuir al desarrollo sostenible de las empresas. A partir de un estudio bibliométrico se identifica las brechas de investigación existentes y se presenta una propuesta al desarrollo sostenible de las empresas a partir de la lógica borrosa. Los resultados demuestran la utilidad del algoritmo utilizado en la toma de decisiones. Se considera que esta contribución servirá para fomentar futuros estudios sobre la aplicación de algoritmos a la sostenibilidad, un campo que puede ser investigado en profundidad.

**Palabras clave:** desarrollo sostenible, sostenibilidad, lógica borrosa, incertidumbre, toma de decisiones.

---

---

<sup>1</sup>Parte del contenido de este trabajo se refiere a Tesis Doctoral “Modelos de gestión aplicados a la sostenibilidad empresarial” (Luciano Barcellos de Paula, Barcelona, 2011) y su divulgación ha sido autorizada legalmente por su autor.

## **A CONTRIBUTION TO THE SUSTAINABLE DEVELOPMENT OF ENTERPRISES FROM FUZZY LOGIC**

Luciano Barcellos de Paula\*, Anna M. Gil Lafuente\*\*

\*CENTRUM Católica Graduate Business School

Pontificia Universidad Católica del Perú.

Calle Daniel Alomía Robles 125-129, Santiago de Surco- Lima 33- Perú

\*\*Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Universidad de Barcelona. Av. Diagonal 690-Barcelona- 08034- España

\*lbarcellosdepaula@pucp.edu.pe, \*\*amgil@ub.edu

Received August 9<sup>th</sup> 2017, accepted February 21<sup>nd</sup> 2018

---

### **Abstract**

The main objective of sustainability is to bring together economic growth with the care of the social environment and the protection of the environment. However, in a condition of uncertainty, enterprises need tools that help both decision making and the definition of their strategies. This article aims to broaden the discussion on the sustainable development of companies and propose solutions based on Fuzzy Logic. To reach this objective, the background and concepts on the Fuzzy Logic are presented. The interest lies in showing the origins of this logic and describing the history of the mathematics of uncertainty. In this way we show the conceptual bases that can contribute to the sustainable development of companies. Based on a bibliometric study, the existing research gaps are identified and a proposal is presented for the sustainable development of companies based on Fuzzy Logic. The results demonstrate the utility of the algorithm used in decision making. It is considered that this contribution will serve to encourage future studies on the application of algorithms to sustainability, a field that can be investigated in depth.

**Keywords:** sustainable development, sustainability, fuzzy logic, uncertainty, decision-making.

---

## 1. ANTECEDENTES

Para Elkington (1994) el desarrollo sostenible en la empresa, es aquel que contribuye a la gestión responsable mediante la entrega al mismo tiempo de beneficios económico, social y ambiental, también conocido por triple balance (Figura 1). De esta manera la empresa busca garantizar el éxito comercial a largo plazo, contribuir al desarrollo económico y social, y proteger el ambiente.

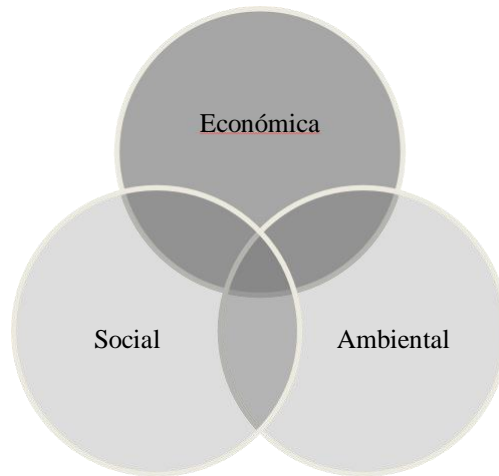


FIGURA 1. Las dimensiones de la sostenibilidad empresarial

Fuente: Elaboración propia, a partir de los datos de Elkington (1994).

Por otro lado, cada vez más, las partes interesadas exigen que las organizaciones sean más responsables con el ambiente. Los motivos de estas demandas son principalmente los requisitos reglamentarios, el cuidado del ambiente, la mejora de la imagen pública, y el potencial de ampliar la base de clientes y ganar competitividad (Hart, 1995; Porter y Van der Linde, 1995). Se argumenta que el rendimiento de la sostenibilidad de una empresa también puede considerarse como una medida de la eficiencia operativa y elucidar qué medidas proactivas en el ambiente pueden producir ganancias a largo plazo.

Para Elkington (1999), el concepto de sostenibilidad, en esencia, se muestra una tarea compleja a medida que hay que convergir una variedad de intereses e integrarlos en una visión de desarrollo a largo plazo. Los tres pilares no son estables; ellos están en flujo constante debido a las presiones sociales, políticas, económicas y ambientales, a los ciclos y conflictos. Por lo tanto, el desafío de la sostenibilidad es más difícil que cualquier otro tomado aisladamente. Integrados en un

contexto contradictorio de los derechos económicos, sociales y aspectos ecológicos, representa un esfuerzo por equilibrar las demandas y aspiraciones fundamentalmente divergentes. En términos generales, esto da lugar a un amplio y controvertido debate continuado en el ámbito teórico y, en particular, con respecto a su aplicación práctica dentro de la empresa.

Los autores Hart y Milstein (2003) utilizan el término “sostenibilidad empresarial” para referirse a la empresa que crea valor a nivel de estrategias y prácticas para avanzar hacia un mundo más sostenible. La sostenibilidad es un concepto complejo y multidimensional, que no puede resolverse con una sola acción corporativa. Las empresas se enfrentan al reto de minimizar los residuos de las operaciones en curso (la prevención de la contaminación), y a la vez la necesidad de reorientar su cartera de competencias hacia tecnologías más sostenibles (tecnologías limpias). Pero también tienen que participar en una amplia interacción y el diálogo con los interlocutores externos, en relación con las ofertas actuales (administración de los productos), así como la forma en que podrían desarrollarse soluciones económicamente racionales a problemas sociales y ambientales para el futuro (visión de sostenibilidad).

Por consiguiente, el desafío para las empresas es decidir qué acciones e iniciativas seguir y la mejor forma de manejarlas, ya que las estrategias deben reducir costes y riesgos; aumentar la reputación y legitimidad; acelerar la innovación; definir el camino del crecimiento y la trayectoria - todos los cuales son cruciales para la creación de valor para los accionistas.

Además, con la globalización de los mercados las economías se encuentran más dependientes unas de otras, y con eso más susceptible a la crisis, lo que genera también un mayor grado de incertidumbre. Nos encontramos en una nueva realidad, en que las preocupaciones ambientales, sociales y económicas están en el punto de mira, lo que hace aumentar la necesidad de gestionar estos asuntos en las empresas frente a sus grupos de interés. Por otro lado, los grupos de interés tienen altas expectativas, están informados, comunicados, conscientes, activos e influyentes, lo que genera riesgos y oportunidades. En este contexto, el desarrollo sostenible (relacionado con las dimensiones ambiental, social y económica) puede ser una estrategia competitiva para las empresas.

Las empresas sostenibles que desarrollan su responsabilidad social corporativa obtienen mejores resultados económicos (Freeman y Evan, 1990), son emocionalmente más atractivas para trabajar (Garbett,

1988; Gregory, 1991; Turban y Cable, 2003), son menos vulnerables a las crisis, son más atractivas para inversores responsables (Beatty y Ritter, 1986), tienen mejor reputación corporativa, transparencia y buen gobierno (Fombrun y Shanley, 1990; Gregory, 1999). Al mismo tiempo que logra mejor calidad en la oferta comercial, calidad laboral, responsabilidad ética, ambiental y social, e innovación. (Preston y O'Bannon, 1997; Allouche y Laroche, 2006; Margolis y Walsh, 2003).

El principal objetivo de la sostenibilidad es conciliar el crecimiento económico con el cuidado del entorno social y la protección del ambiente. Pero en un ambiente de incertidumbre las empresas necesitan de instrumentos que ayuden tanto la toma de decisiones como en su gestión. Por lo tanto, ante de esta realidad es necesario plantear el uso de modelos que permitan redescubrir otras formas de gestionar no sólo las empresas sino sus objetivos, sus estrategias y sus políticas para hacer compatible la prosperidad de las empresas con una calidad de vida sostenible a nivel global. Para ello debemos apoyarnos en modelos flexibles que permitan el tratamiento híbrido de datos objetivos y estimaciones subjetivas, que permitan realizar previsiones de los comportamientos futuros de empresas, instituciones y agentes sociales. Asimismo contribuyan a ofrecer un rediseño en las relaciones económicas que afectan a todos los entes implicados.

En resumen este artículo tiene como objetivos ampliar la discusión sobre el desarrollo sostenible de las empresas y proponer soluciones para reducir los impactos causados por la humanidad a partir de la lógica borrosa. Para elucidar se presenta una propuesta al desarrollo sostenible de las empresas a partir de la aplicación de un algoritmo de lógica borrosa. Los resultados demuestran la utilidad de esta herramienta para las empresas en la toma de decisiones. Se considera que esta contribución servirá para fomentar futuros estudios sobre la aplicación de algoritmos a la sostenibilidad, un campo que puede ser investigado en profundidad.

Para lograr estos objetivos, se adoptó el método de investigación aplicada. En relación a los objetivos, la investigación puede ser clasificada como explicativa. El enfoque será cuantitativo a través del método modelaje y simulación. En la figura 2, se presenta de manera esquemática la clasificación de la investigación utilizada en este artículo.

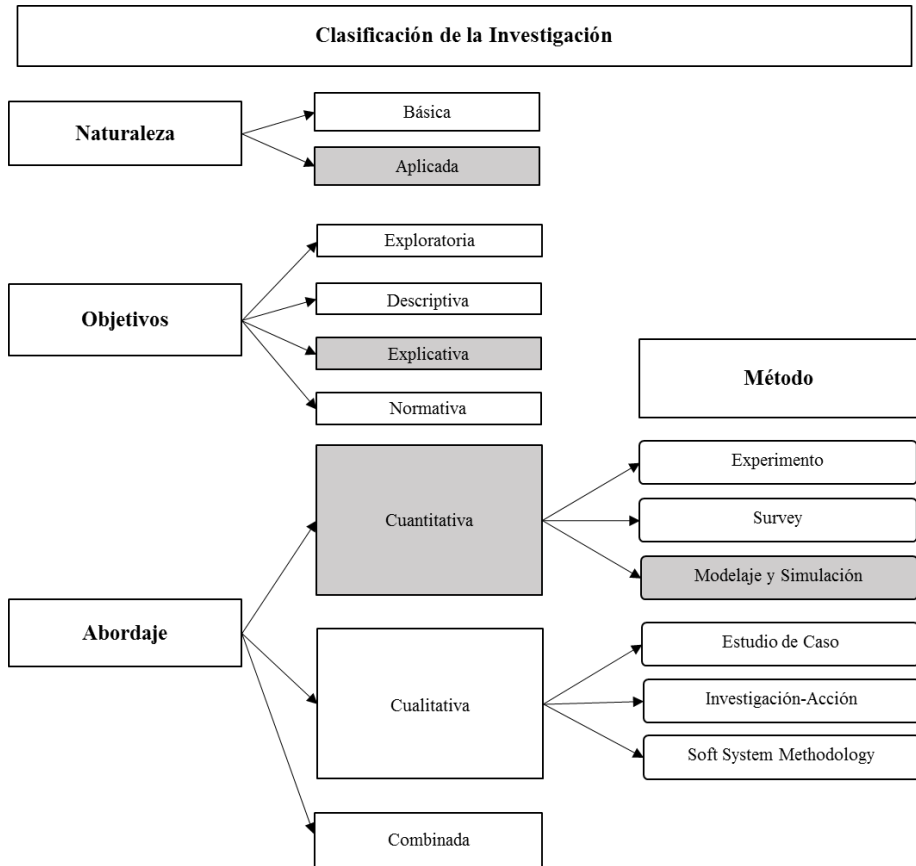


FIGURA 2. Clasificación de la investigación

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos de Turrioni & Mello (2012).

A continuación se describe brevemente la estructura del artículo.

En la segunda parte, se desarrollan los antecedentes y conceptos sobre la Lógica Borrosa. El interés reside en mostrar los orígenes de esta lógica y describir la historia de la matemática de la incertidumbre. De esta manera se pone de manifiesto las bases conceptuales que puedan contribuir al desarrollo sostenible de las empresas.

En la tercera parte, a partir de una revisión de la literatura sobre la combinación entre lógica borrosa y sostenibilidad se identifican las brechas de investigación existentes y las obras más citadas. Los

resultados confirman la oportunidad de explorar la investigación en esta área.

En la cuarta parte, se demuestra una propuesta al desarrollo sostenible de las empresas a partir de la Lógica Borrosa. Se utiliza la Composición P-Latina para priorizar los temas relevantes de los grupos de interés. Los resultados corroboran la eficacia y utilidad del modelo de Lógica Borrosa aplicado en la sostenibilidad de las empresas.

Por último, se presenta las conclusiones del artículo, las futuras líneas de investigación, seguidas de las referencias bibliográficas utilizadas.

## **2. DESARROLLO DE LA LÓGICA BORROSA**

En este apartado se presentan de los antecedentes y conceptos sobre la Lógica Borrosa. El interés reside en mostrar los orígenes de esta lógica y describir la historia de la matemática de la incertidumbre. De esta manera se pone de manifiesto las bases conceptuales que puedan contribuir al desarrollo sostenible de las empresas.

El análisis se va a centrar en las obras de Aristóteles, George Boole, Bertrand Russell, Max Black, Lofti Zadeh, Arnold Kaufmann y Jaime Gil Aluja que han contribuido desde perspectivas distintas al conocimiento científico. A partir de estas contribuciones se describe la historia de la matemática de la incertidumbre a partir de la lógica clásica, pasando por la lógica binaria, hasta la irrupción de los conjuntos borrosos y los subconjuntos borrosos para finalmente llegar al principio de simultaneidad gradual que representa el cambio de paradigma de las lógicas. Asimismo se destaca la importancia de la matemática de la incertidumbre para el estudio científico y sus aplicaciones en los diversos campos de estudio.

Con objeto de profundizar en el conocimiento acerca de la Lógica Borrosa se muestra un breve resumen con los antecedentes que marcaron el desarrollo de la matemática de la incertidumbre en el conocimiento científico. La figura 3 presenta la cronología de los antecedentes de la lógica borrosa, destacando los hitos que han marcado los avances más significativos en su evolución.

En la configuración de la actividad investigadora, la ciencia occidental se ha ido construyendo a lo largo de los siglos tomando como uno de los indiscutibles soportes el “Principio del Tercio Excluido”<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup> Atribuido a Aristóteles y Crisípides.



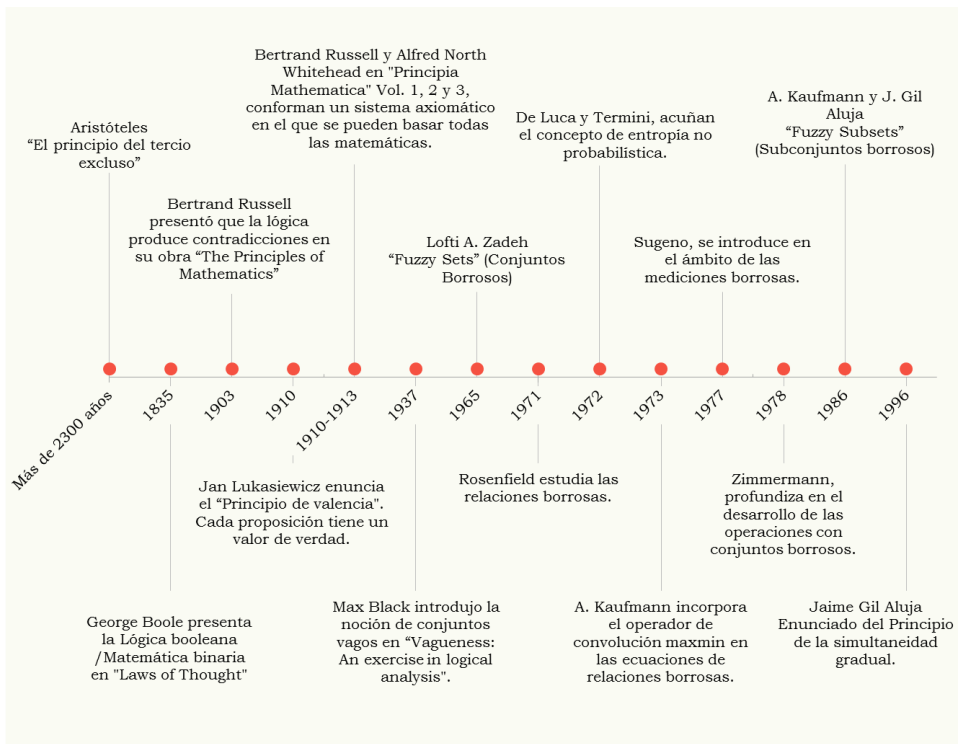


FIGURA 3. Cronología de los antecedentes de la Lógica Borrosa

Fuente: Elaboración propia (2018).

En efecto, Aristóteles (384-322 a.C.) señalaba: "Una simple afirmación es la primera especie de lo que llamamos proposiciones simples, y una simple negación es la segunda clase de ellas...; Respecto de las cosas presentes o pasadas, las proposiciones, sean positivas o negativas, son por necesidad verdaderas o falsas. Y de las proposiciones que se oponen contradictoriamente debe ser una verdadera y una falsa". En esta misma línea se situaba el pensamiento de los estoicos, a una de cuyas figuras centrales, Crisipo de Soli (ca. 281-208 a.C.), se le atribuye la formulación del llamado "Principio del Tercio Excluido" (una proposición o es verdadera o es falsa pero no puede ser ambas a la vez). Los epicúreos se opusieron con vigor a este principio, señalando que sólo es aceptable si no se da una tercera posibilidad "Tertium Non Datur" (tercio excluso). A pesar de su materialismo, Epicuro creía en la libertad de la voluntad, sugiriendo, incluso, que los átomos son libres y se mueven, de vez en cuando, con total espontaneidad.

Aristóteles consideraba que el hombre es el único animal que tiene “Logos”, “sólo el hombre posee, entre los animales, la palabra”. Esta posesión, que surge del ser social, le da al hombre la capacidad de “poseer de modo exclusivo el sentido de lo bueno y lo malo, lo justo y lo injusto y las demás apreciaciones”. En las obras de Aristóteles sobre lógica cabe distinguir, por lo menos, cinco aspectos:

- Análisis del lenguaje utilizando comúnmente, en relación con los diferentes géneros de palabras y su conexión con los órdenes de existencia (sustancia, cantidad, cualidad, lugar, tiempo, etc.).
- Arte de la argumentación considerado éste como un medio de lograr la destrucción de argumentos que no sean acordes con los propios y a la vez impedir que nuestros propios argumentos queden expuestos a unos ataques similares con el mismo motivo.
- Enseñanza del método científico y sobre cómo la investigación de las ciencias naturales puede aumentar nuestro conocimiento de las leyes que gobiernan nuestro mundo.
- Teoría denominada por Aristóteles como silogismo<sup>3</sup> y que consiste en una forma de razonamiento.

Esta última teoría es la que ha dado nombre a la “lógica antigua” o “lógica clásica” y es este aspecto de los escritos aristotélicos el que ha dado origen y desarrollo a la lógica matemática.

Aristóteles ofreció una teoría alternativa (la del acto y la potencia) para explicar fenómenos como el devenir y el cambio, que de otro modo le resultaban totalmente inexplicable. Con todo, la metafísica aristotélica era claramente una metafísica de la sustancia – es decir, del acto – y su lógica bivalente sólo manejaba predicaciones precisas y no relacionadas (Trillas et al., 1995).

“Al tratamiento lógico del pensamiento se incorpora después la lógica binaria, en la que adquiere carta de naturaleza el principio del tercio excluido, tiene sus orígenes remotos en Aristóteles y Crisípides, aunque su eficacia se debe a la forma que adquirió gracias a la obra de George Boole con la publicación en 1835 de su obra *Laws of Thought* (Leyes del pensamiento)”<sup>4</sup>. Un único operador lógico permite el

---

<sup>3</sup> El silogismo es una forma de razonamiento deductivo que consta de dos proposiciones como premisas y otra como conclusión, siendo la última una inferencia necesariamente deductiva de las otras dos. Fue formulado por primera vez por Aristóteles, en su obra lógica recopilada como *El Organon*, de sus libros conocidos como *Primeros Analíticos*.

<sup>4</sup> Gil Lafuente, A.M. (2001). *Nuevas estrategias para el análisis financiero en la empresa*. Editorial Ariel. Barcelona, pp.22.

encadenamiento de proposiciones a través de dos “modos”: hacia delante con el “modus ponens” y hacia atrás con el “modus tollens”. El paso del razonamiento lógico, expresado en palabras, a su presentación mediante símbolos ha ido dando lugar al desarrollo de la matemática que con el tiempo ha adquirido “formas” diferentes, pero siempre dentro de un mecanicismo, tanto en cuanto se ha seguido el camino de la certeza como en cuanto se ha emprendido la senda del azar. La formulación de la matemática binaria resulta esclarecedora de cuanto acabamos de exponer (Gil Aluja, J., 1999).

Otro importante avance en el campo de la matemática ha sido dado por Bertrand Russell en el inicio del siglo XX. En 1903, Russell presentó que la lógica produce contradicciones en su obra “The Principles of Mathematics”. Este sería su primer intento de prevenir contradicciones por medio de entidades distintivas en tipos. El mismo autor realizó también un estudio que concluye con precisión que la vaguedad es un grado. Cabe destacar que Russell realizó otras importantes contribuciones<sup>5</sup> que influenciaron la lógica matemática moderna.

Lukasiewicz<sup>6</sup> (1910), retomando la idea de los epicúreos, señalara que existen proposiciones que no son ni verdaderas ni falsas, sino indeterminadas. Esto le permite enunciar su “principio de valencia”; (cada proposición tiene un valor de verdad). Asignó, inicialmente, tres valores de verdad: verdadero (1), falso (0), indeterminado (0'5), generalizando, luego, a valores, para igual o mayor que 2. Se inicia, así, el camino para las llamadas lógicas multivalentes.

Se destaca en 1933 Max Black, con una crítica al “Principia Mathematica” de Bertrand Russell, con la publicación de “The Nature of Mathematics”. En esta obra también Max Black provee explicaciones suplementarias de las doctrinas formalistas e intuicionistas con suficiente detalle. En 1937, el mismo autor introduce la noción de conjuntos vagos en “Vagueness: An exercise in logical analysis”. En este trabajo Max Black analizó dos ideas principales, una de las cuales es la naturaleza y la observación de la vaguedad, y la otra es la relevancia que la vaguedad puede tener para la lógica. Esta obra fue el

---

<sup>5</sup> Se puede mencionar la publicación de “Meinong’s Theory of Complexes and Assumptions” y “The Axiom of Infinity” en 1904, “On Denoting” y “On the Relation of Mathematics to Symbolic Logic” en 1905, “On Some Difficulties in the Theory of Transfinite Numbers and Order Types” y “Les Paradoxes de la Logique” en 1906, “Mathematical Logic as Based on the Theory of Types” en 1908, “La Théorie des Types Logiques” en 1910 y también en el mismo año el volumen 1 of “Principia Mathematica” con coautoría de Whitehead. En 1912 y 1913 se publican los volúmenes 2 y 3 de “Principia Mathematica”.

<sup>6</sup> Lukasiewicz, J. (1910). “O zasadzie w ylaczonego srodka”. *Przeegl'd Filozoficzny*, 13, 372-373.

primer intento de dar una teoría matemática precisa para los conjuntos donde hay una curva de pertenencia.

Por otra parte, Einstein señalaba que “en la medida en que las leyes de las matemáticas se refieren a la realidad, no son ciertas y en la medida en que son ciertas, no se refieren a la realidad”<sup>7</sup>. Esto perforaba el mundo blanquinegro de la ciencia y las matemáticas. Se habla de ceros y unos. La verdad, sin embargo, cae entre ellos y en general todas las decisiones de la vida. Los enunciados que hablan de hechos no son verdaderos o falsos del todo, no son bivalentes sino que son multivalentes, borrosos.

Los resultados, mientras ha sido utilizado en la relación hombre-máquina, han sido espectaculares, y la ciencia debe muchos de sus avances a las posibilidades de tratamiento que el álgebra booleana permite. Sin embargo, en el pensamiento no todo es binario, sino que él anidan, desde la percepción hasta la decisión, los matices, y la lógica humana resulta con frecuencia imprecisa, vaga, borrosa. Resulta entonces necesario pasar de la lógica binaria a las lógicas multivalentes (Gil Lafuente, 2001).

La diferencia entre la lógica clásica y la borrosa se halla en lo que Aristóteles llama el Principio del Tercio Excluido. La teoría de los subconjuntos borrosos cuestiona este principio al establecer una función característica de pertenencia para la descripción de los fenómenos. La lógica borrosa generaliza la lógica clásica al incorporar toda una serie de posibilidades que podían ser contempladas por ésta última. Nace en el momento en que los científicos se dan cuenta de que, al considerar hechos sólo como verdaderos o falsos, están cometiendo un error, ya que difícilmente podemos hallar en las ciencias sociales fenómenos que representan el todo o la nada. En realidad hay pocos hechos que sean o verdaderos o falsos estrictamente, todos se manifiestan según un grado de pertenencia. Los hechos siempre suelen tener una parte de imprecisión por lo que se debe mirar el mundo basado en una escala de grises. La borrosidad significa multivalencia, donde todo es cuestión de grado, incluidas la verdad y la falsedad en su pertenencia a un conjunto. Ello significa que llevados al límite existen infinitas opciones entre los dos extremos que dificultan la función característica de pertenencia, es decir, prima lo analógico sobre lo binario, son infinitos los matices de grises entre el blanco y el negro.

---

<sup>7</sup> Albert Einstein refiriéndose a la lógica Aristotélica como perfectamente adaptable y asumible por la matemática, pero esto tiene en cambio un difícil encaje en la realidad de la vida o en las ciencias naturales.

La Teoría de los Subconjuntos Borrosos constituye una teoría matemática en el ámbito de las lógicas multivalentes. Su origen se halla en los trabajos que realizó el profesor Lofti A. Zadeh de la Universidad de California, en Berkeley, a partir de la publicación del artículo “Fuzzy sets” (Conjuntos Borrosos) (Zadeh, 1965) en la revista *Information and Control*, y constituye el punto de partida de una teoría matemática en plena expansión actual en todas las disciplinas científicas y construida con todo el rigor que permite el tratamiento de la subjetividad y/o la incertidumbre<sup>8</sup>. Zadeh define de “borrosos” a los conjuntos multivalentes, cuyos elementos pertenecen a ellos en diferentes grados para marcar la diferencia entre ese concepto y la entonces universalmente aceptada lógica binaria. En 1968, crearía la lógica difusa. En 1991, introdujo otro nuevo paradigma: el “*Soft Computing*”, un híbrido de metodologías que incluye la lógica difusa, las redes neuronales, los algoritmos evolutivos y el razonamiento probabilístico

Un buen número de científicos han ido colocando, piedra tras piedra, los cimientos de lo que puede ser un nuevo edificio del saber. Desde esta perspectiva del conocimiento, algunos nombres jalonan este ya fructífero camino: Rosenfeld, en 1971, estudia las relaciones borrosas<sup>9</sup>. De Luca y Termini, en 1972, acuñan el concepto de entropía no probabilística<sup>10</sup>. Kaufmann, en 1973, publica en Francia el primero libro en el campo de la matemática borrosa<sup>11</sup> e incorpora el operador de convolución maxmin en las ecuaciones de relaciones borrosas<sup>12</sup>. Sugeno, en 1977, se introduce en el ámbito de las mediciones borrosas<sup>13</sup>. Zimmermann, en 1978, profundiza en el desarrollo de las operaciones con conjuntos borrosos<sup>14</sup>.

Zadeh dice en su trabajo inicial “con frecuencia las clases de objetos que se encuentran en el mundo físico real no poseen criterios de

---

<sup>8</sup> Gil Lafuente, A.M. (2001). *Nuevas estrategias para el análisis financiero en la empresa*. Editorial Ariel. Barcelona, p.28.

<sup>9</sup> Rosenfeld, A. (1971). “Fuzzy groups”. *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 35, pp. 512-517.

<sup>10</sup> A. De Luca, S. Termini (1972). “A definition of nonprobabilistic entropy in the setting of fuzzy sets theory”. *Information and Control*, 20, pp. 301-312.

<sup>11</sup> Kaufmann, A. (1973). *Introduction a la theorie des sous-ensembles flous*. Vol. 1. Ed. Masson. Paris.

<sup>12</sup> Kaufmann, A. (1973). *Introduction a la theorie des sous-ensembles flous a l'usage des ingenieurs*. Masson et Cie. Editeurs, Paris, pp. 60-65.

<sup>13</sup> Sugeno, M. (1977). *Fuzzy measures and fuzzy integrals, a survey*. En *Fuzzy automata and decision processes* (M.M. Gupta, G.N. Saridis and B.R. Gaines, eds.), North-Holland, New York, pp. 89-102.

<sup>14</sup> Zimmermann, H.J. (1978). *Results of empirical studies in fuzzy set theory*. En G.J. Klir (ed.): *Applied general systems research*, Plenum Press, New York, pp. 303-312.

pertenencia definidos con precisión...tienen un status ambiguo...Con todo, permanece el hecho de que tales “clases” definidas imprecisamente, desempeñan un papel importante en el pensamiento humano, particularmente en los dominios del reconocimiento de formas, de la inteligencia artificial, de la comunicación y de la información, así como de la abstracción”. Y opina de este modo que la teoría de los conjuntos borrosos facilita una manera natural de tratar problemas en los que la fuente de imprecisión es la ausencia de criterios nítidos de pertenencia a una clase.

En un principio, la Teoría de los Subconjuntos Borrosos ha sido aplicada en el ámbito de las Ciencias Formales, pero en los últimos 45 años, investigadores (Yager, 1993; Pedrycz, 1994; Xu, 2007; Gil-Lafuente y Barcellos de Paula, 2010) de todo el mundo han publicado muchos trabajos y estudios con aplicaciones a diferentes ámbitos. Para Blanco-Mesa et al. (2016) el uso de la lógica difusa ayuda al responsable de la toma de decisiones en entornos inciertos, ya que puede evaluar la información disponible a través de conjuntos y sistemas difusos.

Cabe destacar la pionera e importante contribución a la ciencia de los profesores Arnold Kaufmann y Jaime Gil Aluja con la publicación en 1986 de la obra “Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas” que fue el primero libro en el mundo dedicado exclusivamente al tratamiento de problemas económicos y de gestión con la matemática de la incertidumbre. En ella se recogían estudios de muy diversa índole (inversiones, renovación de equipos, gestión de stocks, distribución de productos,...). Paralelamente y de manera tímida, se iban realizando incursiones en el ámbito de la matemática no numérica, más en el campo instrumental que en el fundamental y una nueva obra<sup>15</sup> incluye una muestra de los tres niveles: matemática numérica, instrumentos numéricos y no numéricos, y aplicaciones económicas y de gestión.

Actualmente, la utilización de la Lógica Borrosa tiene lugar en prácticamente todos los campos de estudio de las ciencias. Se encuentra en la gestión de las empresas, en ingenierías, en biología, en medicina, en geología, en sociología, en fonética y hasta en música, entre otros. Todo problema situado en el ámbito de la incertidumbre es susceptible de ser tratado a través de la teoría de los subconjuntos borrosos ya que a medida que transcurre el tiempo cada vez resulta más factible introducir, en los esquemas formales, mecanismos del

---

<sup>15</sup> Kaufmann, A., Gil Aluja, J. (1987). *Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre*. Ed. Hispano-Europea. Barcelona.

pensamiento tales como las sensaciones y las opiniones numéricas. La Teoría de los Subconjuntos Borrosos, como dice Zadeh, “es un paso hacia el acercamiento entre la precisión de las matemáticas clásicas y la sutil imprecisión real”.

A partir del concepto de conjuntos borrosos, se desarrollaron los mecanismos de cálculo y procesamiento de información y conocimientos representados matemáticamente mediante la lógica borrosa, es decir, el tratamiento lógico de la incertidumbre. Este desarrollo matemático ha coincidido con la llegada de los sistemas de expertizaje, los cuales en un principio se basaban en el razonamiento deductivo y, por tanto, la contribución de la lógica borrosa les aportó unas valiosas herramientas matemáticas para adaptarlos al mundo real.

A partir del desarrollo de la investigación en el ámbito de las técnicas operativas de gestión, el profesor Jaime Gil Aluja en 1996 formuló un nuevo principio universal capaz de cobijar los distintos operadores lógicos que habían ido surgiendo, los cuales difícilmente tenían cabida dentro del Principio del Tercio Excluido y en el que su encastre sólo era posible a través de procesos artificiales. Además el nuevo principio debía poder generalizar el Principio del Tercio Excluido. De estas reflexiones nació el principio de la simultaneidad gradual<sup>16</sup>. Este principio puede ser enunciado de la siguiente manera: “Una proposición puede ser a la vez verdadera y falsa, a condición de asignar un grado a su verdad y un grado a su falsedad”. El paso a este principio y la posterior adopción de la lógica borrosa permiten acercarse a la realidad al establecer matices en la estimación y tratamiento de los fenómenos objeto de análisis.

Es importante mencionar que el Doctor Jaime Gil Aluja tras formular una serie de proposiciones<sup>17</sup> a partir del principio de la simultaneidad gradual, llega a las siguientes afirmaciones:

En primer lugar, existe un nuevo conocimiento teórico coherente capaz de hacer frente a los cada vez más importantes componentes de incertidumbre en la toma de decisiones. La nueva teoría de la decisión no sólo toma como base nuevos conceptos, (como por ejemplo el concepto de relación, correspondencia, agrupación, semejanza, similitud, afinidad y ordenación, que van cobrando cada vez mayor importancia) sino también una parte de los existentes, precia su

---

<sup>16</sup> Gil Aluja, J. (1996). “Lances y desventuras del nuevo paradigma de la teoría de la decisión”. *Proceedings del III Congreso SIGEF*. Buenos Aires, 10-13 Noviembre.

<sup>17</sup> Kaufmann, A.; Gil Aluja J. (1993). *Nuevas técnicas para la dirección estratégica*. Publicaciones Universitat de Barcelona, Barcelona, 2ª Edición.

reformulación (utilizados como soporte de los desarrollos necesario para el tratamiento de los problemas decisionales).

En segundo lugar, la metodología clásica, consistente en mutilar la realidad para darle cabida en los modelos existentes, provoca un alejamiento entre los aspectos formales y reales de la decisión. Los estudios decisionales en el ámbito de la incertidumbre dan lugar a un cambio metodológico fundamental, tanto en lo que se refiere a la colección de las informaciones, como a su tratamiento y forma de resultados. Surge de este modo la necesidad de recurrir a modelos numéricos para complementar los no numéricos y así dar cabida al tratamiento de la amplia gama de problemas decisionales lo que hace que, en este ámbito, no se haya completado el cambio de paradigma.

Por último, el principio de la simultaneidad gradual puede cobijar un elevado número de razonamientos lógicos capaces de crear conceptos, establecer métodos y elaborar modelos y algoritmos, aptos de dar, por lo menos, algunas de las respuestas deseadas, en el ámbito de la gestión empresarial.

Partiendo del principio de la simultaneidad gradual y mediante una serie de razonamientos lógicos se establecen unos símbolos que constituyen un lenguaje que da lugar a una matemática pura. Con el fin de que estas estructuras formales puedan llegar a describir fenómenos reales se crean unos instrumentos que constituyen la matemática no numérica. Si se aplican elementos basados en las lógicas multivalentes, se llega al estadio de la matemática aplicada en el cual utiliza dichos instrumentos para resolver problemas económicos o de gestión en todos los ámbitos. Por la misma razón, apareció la matemática de la incertidumbre con el poder de tratar la compleja realidad actual.

A continuación se presenta un estudio bibliométrico sobre lógica borrosa y sostenibilidad.

### **3. ESTUDIO BIBLIOMÉTRICO**

En este apartado se presenta un estudio bibliométrico sobre "lógica borrosa aplicada a la sostenibilidad" con el objetivo de identificar las brechas de investigación existentes y las obras más citadas en esta área.

Para realizar el estudio bibliométrico se utilizó las palabras clave "*Fuzzy logic*" AND *sustainabilit\** a través de la *Web of Science*, base de datos científica que pertenece a *Clarivate Analytics*. Para evaluar los



datos obtenidos, primero se observa la evolución de las publicaciones de artículos y citas en los últimos 20 años. En segundo lugar, se presentan los artículos más referenciados en estas revistas.

Cabe destacar que la búsqueda ha sido realizada en 17/01/2018, y que las informaciones obtenidas pueden variar a lo largo del tiempo ya que, al ser publicaciones, constantemente su número aumenta con el tiempo y se amplían los temas a la vez que se producen conexiones interdisciplinarias. Se resalta también que la búsqueda realizada puede presentar pequeñas desviaciones ya que no la totalidad de artículos que concuerden con las palabras “*Fuzzy logic*” AND *sustainability*\* serán útiles en nuestra investigación. A continuación se detallarán los resultados encontrados.

Los resultados muestran que la aplicación de la lógica borrosa a la sostenibilidad ha sido poco investigada hasta el momento. En la Figura 4 muestra los resultados de las publicaciones (211 trabajos) y citas (2,652 referencias) obtenidas a través de la *Web of Science* utilizando las palabras clave “*Fuzzy logic*” AND *sustainability*\*, por lo que se evidenció que existe una oportunidad de ser explorada con una investigación innovadora en esta área.

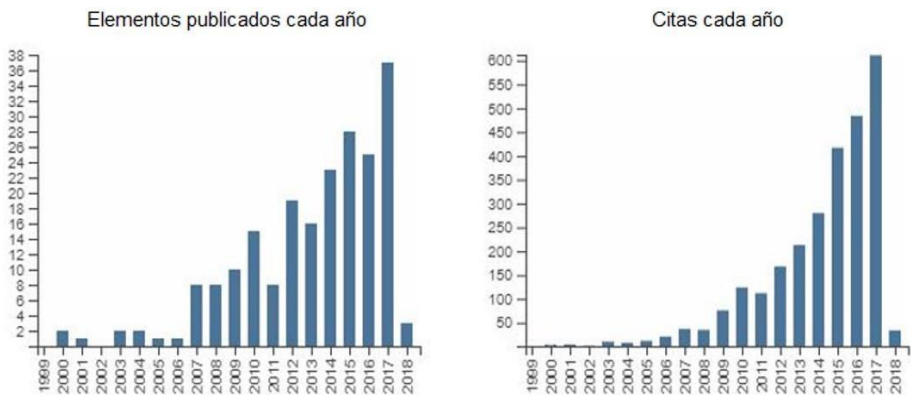


FIGURA 4. Estudio bibliométrico.

Fuente: *Web of Science* (2018)

Se observa a lo largo del tiempo un incremento tanto del número de artículos publicados como del número de citas, lo que refuerza el interés sobre el tema investigado.

En la Tabla 1 se presentan un resumen con las obras más citadas utilizando las palabras clave "*fuzzy logic*" AND *sustainabilit\**, sus aportes y brechas investigación.

N°	Autores / Año publicación	Artículos	Contribuciones	Brechas / Futuras líneas de Investigaciones	Total de citas
1	Phillis, YA; Andriantiatsaholoinaina, LA (2001)	"Sustainability: an ill-defined concept and its assessment using fuzzy logic"	Se desarrolla el modelo "Sustainability Assessment by Fuzzy Evaluation" (SAFE), que proporciona un mecanismo para medir la sostenibilidad del desarrollo. El resultado del modelo es un grado (%) de sostenibilidad del sistema bajo examen (localidad, estado, país).	El modelo SAFE puede convertirse en una ayuda útil para las autoridades políticas y decisoria en su lucha por políticas cada vez más sostenibles.	160
2	Lu, LYY ; Wu, CH; Kuo, TC (2007)	"Environmental principles applicable to green supplier evaluation by using multi-objective decision analysis"	Se presenta una herramienta para ayudar al gerente de la cadena de suministro a medir y evaluar el desempeño de los proveedores en base a un método de toma de decisiones de proceso analítico de jerarquía (AHP).	Desarrollar herramientas que ayuden a los proveedores para mejorar el desempeño ambiental de sus productos o procesos de fabricación de los proveedores, clientes o ambos.	148
3	Buyukozkan, G; Cifci, G (2011)	"A novel fuzzy multi-criteria decision framework for sustainable supplier selection with incomplete information"	Se examina el problema de identificar un modelo efectivo basado en los principios de sostenibilidad para las operaciones de selección de proveedores en las cadenas de suministro.	El modelo de evaluación de proveedores propuesto puede ser aplicado en futuras investigaciones aplicadas.	125
4	Amindoust, A; Ahmed, S; Saghafinia, A; Bahreinejad, A (2012)	"Sustainable supplier selection: A ranking model based on fuzzy inference system"	Se ha aplicado la lógica difusa para evaluar proveedores y se propone un nuevo método de clasificación basado en el sistema de inferencia difusa (FIS).	Se utiliza un ejemplo ilustrativo para mostrar la viabilidad del método propuesto, pero se puede aplicar en futuras investigaciones aplicadas.	107
5	Bockstaller, C; Guichard, L; Makowski, D; Aveline, A; Girardin, P; Plantureux, S (2008)	"Agri-environmental indicators to assess cropping and farming systems. A review"	Se discute la aplicación indicadores agroambientales utilizados para evaluar los efectos adversos de los sistemas agrícolas y agrícolas en el medio ambiente, como la contaminación del agua, la erosión del suelo y la emisión de gases de efecto invernadero.	Cuando se dispone de información más detallada, los indicadores basados en modelos operativos pueden ser útiles para analizar los efectos de varios factores relacionados con el suelo, el clima y el sistema de cultivo en un impacto ambiental.	88
6	Andriantiatsaholoinaina, LA; Kouikoglou, VS; Phillis, YA (2004)	"Evaluating strategies for sustainable development: fuzzy logic reasoning and sensitivity analysis"	Se realiza un análisis del modelo SAFE para identificar los factores más importantes que contribuyen al desarrollo sostenible. El método propuesto se aplica a la economía griega y estadounidense con 80 indicadores diferentes.	La conclusión es que no existe un camino sostenible único y, por lo tanto, los responsables políticos deben elegir diferentes criterios y estrategias para tomar decisiones eficientes y sostenibles para cada país.	83
7	Lazaroiu, GC; Rosca, M (2012)	"Definition methodology for the smart cities model"	Se propone un modelo para calcular los índices de "ciudad inteligente". El documento trata sobre el cálculo de los pesos asignados para los indicadores considerados. El enfoque propuesto utiliza un procedimiento basado en lógica difusa y define un modelo que nos permite estimar "la ciudad inteligente".	El modelo podría ayudar en el proceso de formulación de políticas como punto de partida de discusión entre las partes interesadas y ser aplicado en futuras investigaciones científicas.	77
8	Liu, G (2014)	"Development of a general sustainability indicator for renewable energy systems: A review"	Se presenta un marco efectivo y sus procedimientos para el desarrollo de un Indicador General de Sostenibilidad para sistemas de energía renovable.	Se puede utilizar el marco propuesto como guía para el desarrollo del indicador de sostenibilidad para varios sistemas de energía renovable.	62

TABLA 1. Los trabajos más citados utilizando las palabras clave "fuzzy logic" AND sustainability\*

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos de *Web of Science*, 2018.

Los resultados del estudio bibliométrico indican brechas y futuras líneas de investigación con el uso de algoritmos de la lógica borrosa aplicada a la sostenibilidad, como por ejemplo, en la toma de decisiones relacionada a identificación, priorización y diálogo de stakeholders, agrupación de opiniones, definición de temas relevantes o materialidad, gestión estratégica con los grupos de interés, elección y definición de proyectos de sostenibilidad, entre otros.

Sin embargo, hay importantes trabajos de investigación recientes que usan la lógica borrosa aplicada a la sostenibilidad, que muestra que el tema es relevante y ofrece muchas posibilidades para la investigación en diferentes áreas como el transporte, la agricultura, la industria, entre otros. A continuación se presentan los principales artículos más recientes.

Los autores (Barcellos de Paula y Silva, 2018) utilizan algoritmos de la lógica borrosa en el proceso de toma de decisiones para el sector del transporte sostenible basado en la participación de los grupos de interés. Según Dočekalová (2017), existen inconsistencias en los indicadores compuestos de sostenibilidad, y la lógica difusa puede contribuir positivamente al desempeño de la sostenibilidad corporativa. Por otro lado, para Bottani et al. (2017) la lógica borrosa puede ser una herramienta muy útil para evaluar la sostenibilidad teniendo en cuenta las dimensiones ambientales, sociales y económicas frente a los indicadores clave de rendimiento (KPI).

Para los autores Mitropoulos y Prevedouros (2016), la lógica borrosa es un método más estable y flexible porque puede incorporar criterios de juicio cuantitativos y cualitativos. Los mismos autores hacen una contribución importante al aplicar la lógica difusa para evaluar la sostenibilidad en la planificación del transporte y la toma de decisiones para elegir el mejor modo de transporte. Otra aplicación muy interesante de la lógica difusa (Lamastra et al., 2016) está relacionada con el manejo del viñedo considerando criterios de sostenibilidad. El método facilita a los agrónomos en la toma de decisiones y prácticas más sostenibles.

Sabaghi et al. (2016) proponen el uso de la lógica borrosa, específicamente el sistema de inferencia difusa, para evaluar la sostenibilidad de productos y procesos en diferentes fábricas. Y según Gil-Lafuente y Paula (2013), la lógica difusa puede ser útil en la identificación de las partes interesadas que consideran los criterios de sostenibilidad en las empresas.

A continuación se presenta la metodología que se utilizará en este documento.

## 4. UNA PROPUESTA AL DESARROLLO SOSTENIBLE DE LAS EMPRESAS

En este apartado se presenta una propuesta para contribuir al desarrollo sostenible de las empresas a partir de Lógica Borrosa. Se utiliza la Composición P-Latina para priorizar los temas relevantes de los grupos de interés. A continuación se describe la metodología y enseguida su aplicación. Los resultados confirman la eficacia y utilidad del modelo de lógica borrosa aplicado en la sostenibilidad en las empresas.

### 4.1. COMPOSICIÓN P-LATINA (GIL ALUJA, 1999)

Con objeto de poner en evidencia las amplias posibilidades de las nuevas técnicas operativas de gestión en relación a la ordenación en este aspecto tan importante como es la teoría de la decisión, los profesores Kaufmann y Gil Aluja (1991) propusieron el método de la composición P-latina.

Se denomina “secuencia latina de la propiedad P” o simplemente “P-latina” a una secuencia finita de vértices  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  la cual forma un camino que posee una propiedad P en el grafo  $G = (E, \Gamma)$ . Supongamos dos caminos, el uno de longitud p y el otro de longitud q, que tienen la propiedad P y se hallan representados, respectivamente, por las secuencias P-latinas:

$$S_1 = (a_1, a_2, \dots, a_p, b)$$

$$S_2 = (c, d_1, d_2, \dots, d_q)$$

Se considera entonces una operación binaria \* tal que será:

$$S_1 * S_2 = (a_1, a_2, \dots, a_p, b, d_1, d_2, \dots, d_q)$$

$$\text{si: } b = c$$

y si: la secuencia es P-latina.

$$= \emptyset,$$

si no lo es.

Con lo objeto de enumerar los caminos, se partirá de la noción de matriz latina  $[L]^1$ , cuyos elementos están formados por la descripción de las letras latinas correspondientes a la fila y columna que definen cada elemento. Por construcción, esta matriz latina  $[L]^1$  enumera los caminos, evidentemente elementales en este caso, de longitud 1.

Asimismo se define la matriz  $[L']^1$  como la matriz anterior a la cual se ha privado, al elemento de cada casilla, de su respectiva letra inicial.

La composición  $[L]^1$  o  $[L']^1$  proporciona  $[L]^2$  que enumera los caminos elementales de longitud 2, cuando la propiedad exigida es la de un camino elemental. Realizando sucesivas composiciones se tiene:

$$\begin{aligned}
 [L]^2 \text{ o } [L']^1 &= [L]^3 \\
 [L]^3 \text{ o } [L']^1 &= [L]^4 \\
 &\dots\dots\dots \\
 [L]^{r-1} \text{ o } [L']^1 &= [L]^r
 \end{aligned}$$

Ello permite enumerar los caminos elementales de longitud 1, 2, ..., r, sin omisión ni repetición. Para ello es necesario que se cumpla la relación fundamental.

$$\begin{aligned}
 s_1 * s_2 &= s_1 . s'_2 \quad , \text{ si } s_1 . s'_2 \quad \text{ es un camino elemental} \\
 &= \emptyset \quad , \quad \text{ en caso contrario}
 \end{aligned}$$

Se pasa, seguidamente, a presentar la descripción del algoritmo de la composición P-latina que consta de las siguientes etapas:

- 1) Se construye a partir de La matriz de relaciones binarias, o subgrafo sagitado asociado, la matriz latina  $[L]^1$ .
- 2) En base a la matriz latina  $[L]^1$  se obtiene la matriz latina amputada de sus iniciales  $[L']^1$ .
- 3) Mediante la convolución latina de la matriz  $[L]^1$  y de la amputada  $[L']^1$  se halla la matriz latina  $[L]^2$  en donde la propiedad P es "el camino elemental". Los caminos elementales obtenidos son de longitud 2.
- 4) Mediante la convolución latina de la matriz latina  $[L]^2$  y  $[L']^1$  se obtiene la matriz  $[L]^3$  que proporciona los caminos elementales de longitud 3.
- 5) Se continúa así hasta obtener  $[L]^{r-1}$ , siendo r el cardinal del conjunto referencial E, a no ser que la matriz latina sea vacía, en cuyo caso el proceso se detiene.
- 6) Se halla  $[L]^r$  para comprobar la inexistencia de circuitos.

La Composición P-Latina puede ser aplicada en los procesos de ordenación y constituye un modelo útil en la toma de decisiones, como por ejemplo, en la priorización de los stakeholders y definición de temas relevantes o materialidad, considerando criterios de sostenibilidad en las empresas. A continuación se presenta una aplicación de la Composición P-Latina.

## 4.2 APLICACIÓN DE LA LÓGICA BORROSA

De acuerdo con estudios científicos, “relacionarse con todos los stakeholders o encarar todos los temas no es posible ni deseable. Ello implicaría más recursos de los disponibles y, al mismo tiempo, impediría responder de manera adecuada a los stakeholders, lo que, a su vez, generaría frustración. Por lo tanto, debe tratar de establecer un orden de prioridades para los stakeholders y los temas a fin de asegurar una buena gestión del tiempo, los recursos y las expectativas” ACCOUNTABILITY et al. (2005).

En este artículo se presenta una aplicación conceptual de la Composición P-Latina. Tomamos como ejemplo una empresa peruana, que pertenece a la industria alimentaria y que utiliza la sostenibilidad como estrategia de negocios. Por razones de confidencialidad no será divulgado en nombre la empresa. La empresa es especialista en la deshidratación natural de productos nativos, y ofrece los “superingredients”<sup>18</sup> a la industria de alimentos y de la salud, en diferentes presentaciones: granel o producto terminado. Los productos son: Maca, Camote, Lúcumá, Aguaymanto, Quinua y Kiwicha. Las ventas están representadas principalmente por la exportación directa en Norte y Centro América: USA, Canadá, México, Guatemala. Sudamérica: Colombia, Uruguay, Brasil. África: Sudáfrica. Asia: Japón, Corea, Taiwán, Malasia. Europa: Francia, Alemania, Inglaterra, España y República Checa. La empresa está comprometida con la calidad de manera consistente, confiable y sostenible, mediante certificaciones internacionales: BPM, HACCP, Kosher, Orgánica, la trazabilidad de los productos desde la materia prima en el campo y ser Allergen Free, Gluten free, non GMO, Pesticide free. Además, la empresa utiliza la Guía 4 GRI (*Global Reporting Initiative*) para reportar sus compromisos en relación a la sostenibilidad a todos sus grupos de interés.

El objetivo es establecer un orden de prioridad para 5 de los 26 temas relevantes que la empresa debe comprometer con sus grupos de interés de acuerdo con los aspectos GRI de Materialidad. A continuación se presenta los cinco temas relevantes o materialidad:

- (a) Diversidad e igualdad de oportunidades
- (b) Biodiversidad
- (c) Materiales
- (d) Prácticas de adquisición
- (e) Privacidad de los clientes

---

<sup>18</sup> Son productos naturales nativos tratados a temperaturas controladas para proteger sus “SUPER” propiedades y características.

La empresa convocó un taller al que asistieron 5 representantes de los grupos de interés (colaboradores, clientes, proveedores, gobierno y comunidad) y que son conocedores de los temas. Una vez sometidos los temas a los 5 representantes, fue pedido a cada uno que indicara su punto de vista con la escala [0,1], teniendo en cuenta los criterios de impacto y relevancia para la empresa, más cerca de 1, mayor es la importancia de un tema sobre otros en análisis [S].

El resultado (Kaufmann, 1987) es la matriz que representa esta clasificación.

[S]=

	a	b	c	d	e
a	<i>x</i>	0.7	0.7	0.6	0.9
b	0.9	<i>x</i>	0.7	0.9	0.7
c	0.7	0.6	<i>x</i>	0.7	0.9
d	0.6	0.8	0.6	<i>x</i>	0.7
e	0.7	0.7	0.7	0.7	<i>x</i>

Como con todas las relaciones borrosas, es posible tratar sus cortes  $\alpha$ . La empresa decidió realizar el nivel de análisis ( $\alpha \geq 0.8$ ) que se considera un nivel alto. Como resultado, encontramos la matriz booleana [S<sub>0.8</sub>].

[S<sub>0.8</sub>]=

	a	b	c	d	e
a	<i>x</i>				1
b	1	<i>x</i>		1	
c			<i>x</i>		1
d		1		<i>x</i>	
e					<i>x</i>



Presentamos la matriz  $[S_{0,8}]$  en forma latina:

$[L]^1 =$

	a	b	c	d	e
a	$x$				$ae$
b	$ba$	$x$		$bd$	
c			$x$		$ce$
d		$db$		$x$	
e					$x$

Este resultado indica que (b) es preferido a (a) y (d) es preferido a (b), que (b) también es preferido a (d), que (a) es preferido a (e), y que (c) es preferido a (e). De acuerdo con Gil-Lafuente (2002) se enumeran, así, cinco órdenes de preferencia de temas relevantes o materialidad, tomados dos a dos (camino de longitud uno). Se obtiene la matriz latina amputada a la izquierda.

$[L']^1 =$

	a	b	c	d	e
a	$x$				$e$
b	$a$	$x$		$d$	
c			$x$		$e$
d		$b$		$x$	
e					$x$

Procederemos a la obtención de las relaciones de orden entre los temas relevantes considerando de tres en tres. Para ello utilizaremos el operador de convolución latina con la propiedad P=camino elemental, para las matrices  $[L]^1$  y  $[L']^1$ , hallándose, así:  $[L]^2 = [L]^1 \circ [L']^1$

Se obtiene, en ese caso:

$$[L]^2 =$$

	a	b	c	d	e
a	x				
b		x			bae
c			x		
d	dba			x	
e					x

A partir de la matriz latina  $[L]^2$  se consigue unas relaciones de orden entre los temas relevantes tomados de tres en tres. Son las siguientes:  $\{d, b, a\}, \{b, a, e\}$ .

La obtención de las relaciones de orden de los elementos tomados de cuatro en cuatro vendrá dada por la matriz latina  $[L]^3$ . Para ello basta hallar la convolución:  $[L]^3 = [L]^2 \circ [L']^1$

Que, en nuestro caso es:

$$[L]^3 =$$

	a	b	c	d	e
a	x				
b		x			
c			x		
d				x	dbae
e					x

La matriz latina  $[L]^3$  pone en evidencia la existencia de una relación de orden cuando se tienen en cuenta los temas relevantes tomados de cuatro en cuatro. Son:  $\{d, b, a, e\}$

Se pasa a la obtención de la matriz latina  $[L]^4$  a partir de la convolución:

$$[L]^4 = [L]^3 \circ [L']^1$$

Como resultado:

$[L]^4 =$

	a	b	c	d	e
a	x				
b		x			
c			x		
d				x	
e					x

La matriz latina  $[L]^4 = \emptyset$  pone de manifiesto que no existe un orden total entre los cinco temas relevantes. En este caso, el resultado será el orden parcial encontrado en la matriz  $[L]^3$  y que puede ser expresada de la siguiente manera:

$$d \rightarrow b \rightarrow a \rightarrow e$$

El resultado permite establecer un orden para los temas relevantes o materialidad en que la empresa deberá comprometerse con sus grupos de interés. En este caso, las prioridades serían: (d) Prácticas de adquisición, (b) Biodiversidad, (a) Diversidad e igualdad de oportunidades y (e) Privacidad de los clientes. El tema (c) Materiales no está presente en este orden, pero continúa siendo un tema relevante para la empresa, pues se encuentra en el quinto lugar en el orden de prioridad.

Otra manera de presentar el resultado sería utilizar la matriz de materialidad (Figura 5) que toma en cuenta los criterios de impacto y relevancia para la empresa.

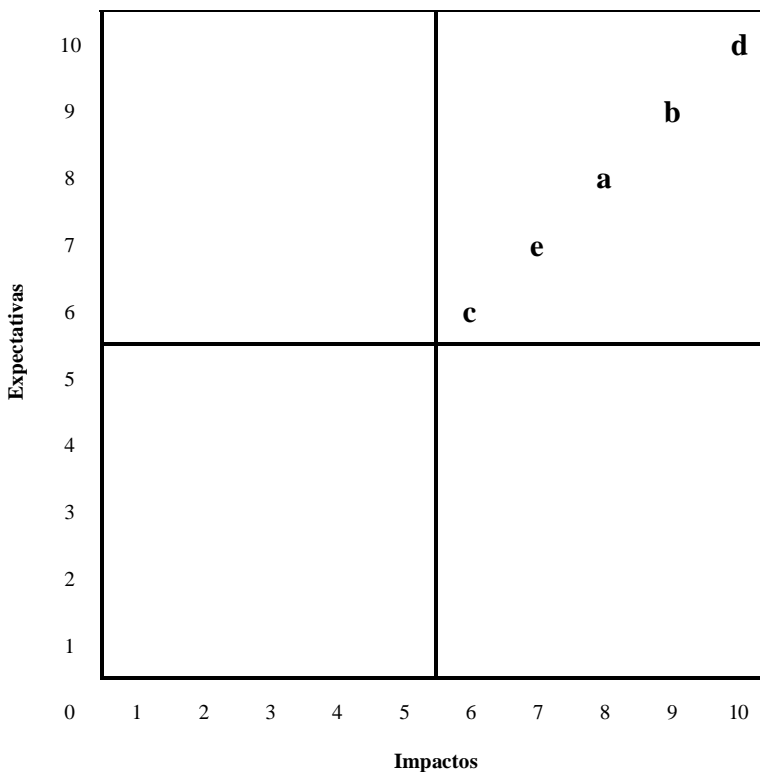


FIGURA 5. Matriz de Materialidad

Fuente: Elaboración propia (2018).

El algoritmo presentado constituye una alternativa en la toma de decisiones pues es una herramienta sencilla de utilización, y que a través de la participación de los grupos de interés ha ayudado a la empresa establecer un orden de prioridad en temas relevantes o materialidad.

## 5. CONCLUSIONES

Este artículo pone de manifiesto los principales desafíos que enfrentan las empresas en la búsqueda de la sostenibilidad. Al mismo tiempo, la investigación indica la necesidad de encontrar a partir del conocimiento científico herramientas de gestión para enfrentar a esta nueva realidad. Por esa razón, se pone de relieve la necesidad de reflexionar sobre la investigación que se lleva a cabo en este artículo, y por consiguiente,

también el valor añadido que ha sido aportado al conocimiento científico.

En el desarrollo de la investigación se realiza un estudio bibliométrico sobre la lógica borrosa aplicada a la sostenibilidad. Los resultados indicaron brechas y futuras líneas de investigación.

Se busca hallar las soluciones para planteamientos a partir de las aplicaciones de modelos de la lógica borrosa, e se demuestra una aplicación de un algoritmo, la Composición P-Latina, para ayudar a los empresarios en la toma de decisiones. Los resultados confirman la eficacia y utilidad de los modelos de lógica borrosa aplicados en la gestión de la sostenibilidad en las empresas, en este caso, para definición de un orden para los temas relevantes o materialidad que la empresa debe comprometerse con sus stakeholders.

Este artículo trae un valor añadido por asentar las bases teóricas a las futuras investigaciones relacionadas con la sostenibilidad en las empresas a partir de la lógica borrosa. Además, el estudio de la sostenibilidad apoyados en la aplicación de la lógica borrosa aporta un nuevo modelo de gestión que puedan ayudar a los empresarios en la toma de decisiones mediante el uso de metodología basada en el tratamiento de la incertidumbre.

Por tanto, se considera que la investigación realizada es una innovación y una herramienta útil al conocimiento científico por avanzar en el estudio de la sostenibilidad a partir de la Teoría de la Incertidumbre.

## **AGRADECIMIENTOS**

Le agradecemos a CENTRUM Católica por el soporte en esta investigación.

## **BIBLIOGRAFÍA**

A. De Luca; S. Termini (1972). "A definition of nonprobabilistic entropy in the setting of fuzzy sets theory". *Information and Control*, 20, pp. 301-312. DOI:10.1016/S0019-9958(72)90199-4

Accountability; UNEP; Stakeholder Research Associates Canada Inc. (2005). From words to action. The Stakeholder engagement Manual. The practitioner's handbook on stakeholder engagement, Vol. 2, pp.39.

Allouche, J.; Laroche, P. (2006). "The relationship between corporate social responsibility and corporate financial performance: A survey" En: *Corporate Social Responsibility, Vol. 2: Performance and Stakeholders*. London, Palgrave Macmillan. ISBN 978-1403944139.

Amindoust, A.; Ahmed, S.; Saghafinia, A.; Bahreininejad, A. (2012). "Sustainable supplier selection: A ranking model based on fuzzy inference system". *Applied Soft Computing*, 12 (6), pp. 1668-1677. DOI: 10.1016/j.asoc.2012.01.023

Andriantiatsaholiniaina, L.A.; Kouikoglou, V.S.; Phillis, Y.A. (2004). "Evaluating strategies for sustainable development: Fuzzy logic reasoning and sensitivity analysis". *Ecological Economics*, 48 (2), pp. 149-172, DOI: 10.1016/j.ecolecon.2003.08.009

Barcellos de Paula, L.; Silva, F. (2018). "Algorithms applied in decision-making for sustainable transport". *Journal of Cleaner Production*, 176(1), pp. 1133-1143. doi.org/10.1016/j.jclepro.2017.11.216

Beatty, R. P.; Ritter, J. R. (1986). "Investment Ranking, Reputation, and the Underpricing of Initial Public Offerings". *Journal of Financial Economics*, Vol. 15, pp. 213-232.

Black, M. (1933). *The Nature of Mathematics*. London: Routledge & Kegan Paul.

Black, M. (1937). "Vagueness: An exercise in logical analysis". *Philosophy of Science*, 4 (4), pp. 427-455.

Blanco-Mesa, F., Merigó Lindahl, J.M., Gil-Lafuente, A.M. (2016). "A Bibliometric Analysis of Fuzzy Decision Making Research". *Annual Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS)*, El Paso, TX, USA, 1-4. IEEE DOI: 10.1109/NAFIPS.2016.7851585.

Bockstaller, C.; Guichard, L.; Makowski, D.; Aveline, A.; Girardin, P.; Plantureux, S. (2008). "Agri-environmental indicators to assess cropping and farming systems. A review". *Agronomy for Sustainable Development*, 28 (1), pp. 139-149, DOI: 10.1051/agro:2007052.

Bottani, E., Gentilotti, M.C., Rinaldi, M. (2017). "A Fuzzy Logic-Based Tool for the Assessment of Corporate Sustainability: A Case Study in the Food Machinery Industry". *Sustainability*, 9(4), 583.

Buyukozkan, G.; Cifci, G. (2011). "A novel fuzzy multi-criteria decision framework for sustainable supplier selection with incomplete information". *Computers in Industry*, 62 (2), pp. 164-174, DOI: 10.1016/j.compind.2010.10.009.

Dočekalová, M.P., Doubravský, K., Dohnal, M., Kocmanová, A. (2017) "Evaluations of corporate sustainability indicators based on fuzzy similarity graphs". *Ecological Indicators*, 78, pp. 108-114.

Elkington, J. (1994). "Towards the Sustainable Corporation: Win-Win-Win Business Strategies for Sustainable Development". *California Management Review*, Vol. 36 (2), pp. 90-100.

Elkington, J. (1999). "Triple bottom line revolution: reporting for the third millennium". *Australian CPA*, v. 69, pp. 75.

Fombrun, C.; Shanley, M. (1990). "What's in a Name? Reputation Building and Corporate Strategy". *Academy of Management Journal*, Vol. 33, pp. 233-258.

Freeman, R.E.; Evan, W. (1990). "Corporate Governance: A Stakeholder Interpretation". *Journal of Behavioral Economics*, 19 (4), pp. 337 - 359.

Garbett, T. (1998). *How to Build a Corporation's Identity and Project its Image*. Lexington Books, Lexington, MA, ISBN 978-0669133127.

Gil Aluja, J. (1996). "Lances y desventuras del nuevo paradigma de la teoría de la decisión". *Proceedings del III Congreso SIGEF*. Buenos Aires, 10-13 Noviembre, 1996.

Gil Lafuente, A.M. (2001). *Nuevas estrategias para el análisis financiero en la empresa*. Editorial Ariel. Barcelona.

Gil Lafuente, J. (2002). *Algoritmos para la excelencia. Claves para el éxito en la gestión deportiva*. Vigo, Milladoiro, 2002. ISBN 84.931229-3-9.

Gil-Aluja, J. (1999). *Elementos para una Teoría de la Decisión en la incertidumbre*. Editorial Milladoiro, pp. 312-313.

Gil-Lafuente, A.M; Barcellos de Paula, L. (2010). "Una aplicación de la metodología de los efectos olvidados: Los factores que contribuyen al crecimiento sostenible de la empresa". *Cuadernos del Cimbage*, 12, pp. 23-52.

Gil-Lafuente, AM.; Paula, LB. (2013). "Algorithm applied in the identification of stakeholders". *Kybernetes*, 42 (5), 674-685, DOI: 10.1108/K-04-2013-0073

Gregory, J. R.; WIECHMANN, J. (1999). *Marketing the Corporate Image*. McGraw-Hill; 2ª edición, ISBN 978-0844233079.

GRI (*Global Reporting Initiative*). (2016). Guía para elaboración de Memorias de Sostenibilidad, versión G4. [En línea. Consultado en 16 de enero del 2018]. Disponible en

<https://www.globalreporting.org/standards/gri-standards-download-center/>

Hart, S.L. (1995). "A natural-resource-based view of the firm". *Academy of Management Review*, 20 (4), pp. 986-1014.

Hart, S.L.; Milstein, M. (2003). "Creating Sustainable Value". *Academy of Management Executive*, 17 (2), pp. 56-67. DOI: 10.5465/AME.2003.10025194

Kaufmann, A. (1973). *Introduction a la theorie des sous-ensembles flous*. Vol. 1. Ed. Masson. París.

Kaufmann, A.; Gil Aluja J. (1993). *Nuevas técnicas para la dirección estratégica*. Publicaciones Universitat de Barcelona, Barcelona, 2ª Edición.

Kaufmann, A.; Gil Aluja, J. (1987). *Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre*. Ed. Hispano-Europea, Barcelona.

Kaufmann, A.; Gil Aluja, J. (1991). *Nuevas técnicas para la dirección estratégica*. Ed. Universidad de Barcelona. Barcelona, epígrafe 6.

Lamastra, L., Balderacchia, M., Di Guardo, A., Monchiero, M., Trevisana, M. (2016). "A novel fuzzy expert system to assess the sustainability of the viticulture at the wine-estate scale". *Science of the Total Environment*, 572, pp. 724-733. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2016.07.043>

Lazaroiu, G.C.; Roscia, M. (2012). "Definition methodology for the smart cities model". *Energy*, 47 (1), pp. 326-332, DOI: 10.1016/j.energy.2012.09.028

Liu, G. (2014). "Development of a general sustainability indicator for renewable energy systems: A review". *Renewable & Sustainable Energy Reviews*, 31, pp.1668-1677, DOI:10.1016/j.asoc.2012.01.023

Lu, Louis Y. Y.; Wu, C. H.; Kuo, T.-C. (2007). "Environmental principles applicable to green supplier evaluation by using multi-objective decision analysis". *International Journal of Production Research*, 45 (18-19), 4317-4331, DOI: 10.1080/00207540701472694.

Margolis, J.D.; Walsh, J.P. (2003). "Misery loves companies: Rethinking social initiatives by business". *Administrative Science Quarterly*, 48 (2), pp. 268-305. DOI: 10.2307/3556659.

Mitropoulos, L.K.; Prevedouros, P.D. (2016). "Urban Transportation Vehicle Sustainability Assessment with a Comparative Study of



Weighted Sum and Fuzzy Methods”. *Journal of Urban Planning and Development*, 142 (4). DOI: 10.1061/(ASCE)UP.1943-5444.0000336.

Paula, L.B. (2011). Modelos de gestión aplicados a la sostenibilidad empresarial. Tesis Doctoral. Universidad de Barcelona, España. [En línea. Consultado en 16 de enero del 2018]. Disponible en <http://hdl.handle.net/10803/32219>.

Pedrycz, W. (1994). “Why triangular membership functions”. *Fuzzy Sets and Systems*. 64 (1), 21-30. DOI: 10.1016/0165-0114(94)90003-5.

Phillis, YA; Andriantiatsaholiniaina, LA. (2001). “Sustainability: an ill-defined concept and its assessment using fuzzy logic”. *Ecological Economics*, 37 (3), 435-456. DOI: 10.1016/S0921-8009(00)00290-1.

Porter, M.; Van Der Linde, C. (1995). “Green and Competitive: Ending the Stalemate”. *Harvard Business Review*, pp.119-135.

Preston, L.E.; O’Bannon, D.P. (1997). “The Corporate social-financial performance relationship: A typology and analysis”. *Business and Society*, 36 (4), pp. 419-429.

Rosenfeld, A. (1971). “Fuzzy groups”. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 35, pp. 512-517.

Russell, B. (1904). Meinong’s Theory of Complexes and Assumptions, in *The Collected Papers of Bertrand Russell*, Vol. IV, pp. 431-474.

Russell, B. (1904). “The Axiom of Infinity”. *Hilbert Journal* 2, no. 4, pp. 809-812

Russell, B. (1905). On Denoting. Mind, in *The Collected Papers of Bertrand Russell*, Vol. IV, pp. 414-427

Russell, B. (1905). On the Relation of Mathematics to Symbolic Logic, in *The Collected Papers of Bertrand Russell*, Vol. IV, pp. 524-532

Russell, B. (1906). Les Paradoxes de la Logique. *Revue de Métaphysique et de Morale*, 14, pp. 627-650

Russell, B. (1906). “On some difficulties in the theory of transfinite numbers and order types”. *Proceedings of the London Mathematical Society*, 4, pp. 29-53

Russell, B. (1908). “Mathematical Logic as Based on the Theory of Types”. *American Journal of Mathematics*, 30 (3), pp. 222-262

Russell, B. (1910). “La théorie des types logiques”. *Revue De Métaphysique et de Morale*, 18, pp. 263-301

Russell, B.; Whitehead (1910). *Principia Mathematica*. Cambridge: Cambridge University Press, 1910-3

Sabaghi, M., Masclea, C., Baptiste, P., Rostamzadeh, R. (2016). "Sustainability assessment using fuzzy-inference technique (SAFT): A methodology toward green products". *Expert Systems with Applications*, 56, pp. 69-79. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2016.02.038>

Sugeno, M. (1977). Fuzzy measures and fuzzy integrals, a survey. En *Fuzzy automata and decision processes* (M.M. Gupta, G.N. Saridis and B.R. Gaines, eds.), North-Holland, New York, pp. 89-102

Trillas, E.; Alsina, C.; Terricabras, J.M. (1995). *Introducción a la lógica borrosa*. Ariel. Barcelona

Turban, D. B.; Cable, D. M. (2003). "Firm Reputation and Applicant Pool Characteristics". *Journal of Organizational Behavior*, Vol. 24, pp. 733-752

Turrioni, J. B.; Mello, C. H. P. (2012). Methodology of research in production engineering. Federal University of Itajubá - UNIFEI, 80-81. [En línea. Consultado en 7 de Julio de 2017]. Disponible en: <[http://www.carlosmello.unifei.edu.br/Disciplinas/Mestrado/PCM-10/Apostila-Mestrado/Apostila\\_Metodologia\\_Completa\\_2012.pdf](http://www.carlosmello.unifei.edu.br/Disciplinas/Mestrado/PCM-10/Apostila-Mestrado/Apostila_Metodologia_Completa_2012.pdf)>

Xu, Z. (2007). "Intuitionistic fuzzy aggregation operators". *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 15 (6), pp. 1179-1187

Yager, R.R. (1993). "Families of OWA Operators". *Fuzzy Sets and Systems*, 59, (2), pp. 125-148

Zadeh, L.A. (1965). "Fuzzy sets". *Information and Control*, 8 (3), pp. 338-353

Zimmermann, H.J. (1978). Results of empirical studies in fuzzy set theory. En G.J. Klir (ed.): *Applied general systems research*, Plenum Press, New York, pp. 303-312