

Universidade de Lisboa
Faculdade de Ciências
Departamento de Engenharia Geográfica, Geofísica e Energia



LISBOA

UNIVERSIDADE
DE LISBOA

**Análise comparativa de métodos de
transformação de coordenadas para a
interoperabilidade entre *data* geodésicos da
cartografia do IGeoE**

Joana Raimundo Oliveira

Projeto

Mestrado em Engenharia Geográfica

2015

Universidade de Lisboa
Faculdade de Ciências
Departamento de Engenharia Geográfica, Geofísica e Energia



**Análise comparativa de métodos de
transformação de coordenadas para a
interoperabilidade entre *data* geodésicos da
cartografia do IGeoE**

Joana Raimundo Oliveira

Projeto orientado pelo Prof. Doutor Carlos Manuel Correia Antunes
e Prof.^a Doutora Cristina Maria Sousa Catita

Mestrado em Engenharia Geográfica

2015

"A mente que se abre a uma nova ideia
nunca mais volta ao seu tamanho original."

Albert Einstein

ÍNDICE

LISTA DE TABELAS	4
LISTA DE FIGURAS	6
Resumo	11
Abstract	12
Agradecimentos	13
Capítulo I. Introdução e Objetivos	14
1.1. Enquadramento do estudo	16
1.1.1. Diretiva INSPIRE.....	16
1.1.2. Instituto Geográfico do Exército.....	17
Capítulo II. Estado de arte	19
Capítulo III. Fundamentos Teóricos	30
3.1. Sistemas de Referência Terrestre Convencional	30
3.1.1. Sistema de coordenadas <i>Hayford-Gauss/Datum Lisboa</i>	30
3.1.2. Sistema WGS84	31
3.1.3. Sistema ETRS89	32
3.2. Transformação de coordenadas	33
3.2.1. Transformação dentro do mesmo <i>datum</i>	33
3.2.2. Transformação entre diferentes <i>data</i>	37
3.3. Métodos de interpolação de resíduos	42
Capítulo IV. Metodologia	44
4.1. Escolha dos vértices	45
4.1.1. Altitude Elipsoidal vs. Altitude Ortométrica	50
4.2. Base de dados geográfica	53
4.3. Transformação polinomial	54
4.4. Método das grelhas	56
4.5. Transformação <i>Bursa-Wolf</i> com correção residual	59
4.5.1. Interpolação espacial.....	61
4.5.2. Fluxograma do programa.....	77
Capítulo V. Resultados	80
5.1. Reavaliação dos métodos anteriores	80
5.2. Resultados transformação <i>Bursa-Wolf</i> com correção residual	83
5.3. Comparação entre métodos de transformação	90
Capítulo VI. Conclusões	94
REFERÊNCIAS	95
ANEXOS	97

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - <i>Data</i> utilizados em Portugal	30
Tabela 2 – Parâmetros do <i>Datum</i> Lisboa.....	31
Tabela 3 - Parâmetros do WGS84	32
Tabela 4 - Parâmetros do ETRS89	32
Tabela 5 - Verificação dos vértices geodésicos entre <i>data</i>	46
Tabela 6 - Pesos utilizados no estudo da transformação de coordenadas entre o <i>Datum</i> Lisboa e WGS84 no IGeoE	55
Tabela 7 - Pesos utilizados hoje em dia na transformação de coordenadas no IGeoE...	55
Tabela 8 - Estatística da transformação polinomial [DGT, 2014].....	80
Tabela 9 - Estatística da transformação polinomial, aos pontos de 1ª e 2ª ordem, parâmetros [DGT, 2014].....	81
Tabela 10 - Estatística da transformação <i>Bursa-Wolf</i> [DGT, 2014]	81
Tabela 11 - Estatística de 959 pontos (1ª e 2ª ordem) da transformação <i>Bursa-Wolf</i> , parâmetros [DGT, 2014].....	81
Tabela 12 - Estatística do método das grelhas, a 958 pontos (1ª e 2ª ordem) [Gonçalves, 2008b].....	82
Tabela 13 – Estatística de 959 pontos (1ª e 2ª ordem) do método das grelhas [Gonçalves, 2009a].....	82
Tabela 14 - Estatística de 959 pontos (1ª e 2ª ordem) do método das grelhas [DGT, 2013].....	82
Tabela 15 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.05°).....	83
Tabela 16 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: <i>Kriging</i> variograma: linear, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.05°)	84
Tabela 17 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: <i>Kriging</i> , variograma: linear, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)	84
Tabela 18 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)	85
Tabela 19 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª e 2ª ordem e espaçamento: 0.025°).....	85
Tabela 20 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: <i>Kriging</i> , variograma: linear, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)	86
Tabela 21 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: <i>Kriging</i> , variograma: <i>Gauss</i> , pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°).....	86
Tabela 22 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: <i>Kriging</i> , variograma: esférico, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°).....	87
Tabela 23 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: <i>Kriging</i> , variograma: exponencial, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)	87

Tabela 24 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: <i>Kriging</i> , variograma: linear e anisotropia diferente, pontos: de 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°).....	88
Tabela 25 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: <i>Kriging</i> , variograma: exponencial e anisotropia diferente, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)	88
Tabela 26 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: <i>Kriging</i> , variograma esférica e anisotropia diferente, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)	89
Tabela 27 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: <i>Kriging</i> , variograma esférica e anisotropia diferente, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°) com parâmetros oficiais e ondulação do geóide do <i>Datum</i> Lisboa	89
Tabela 28 - Estatística da transformação de 6955 pontos (método: <i>Kriging</i> , variograma: linear e anisotropia diferente, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°).....	90
Tabela 29 - Comparação entre os métodos, estatística de 356 pontos não utilizados na geração das grelhas (ordem 3).....	91
Tabela 30 - Comparação entre os métodos, estatística bloco do Porto.	92
Tabela 31 - Comparação entre os métodos, bloco de Leiria.	93
Tabela 32 - Comparação entre os métodos, bloco de Mértola	93
Tabela 33 - Comparação entre os métodos, estatística utilizado pontos não utilizados na geração das grelhas (3ª ordem) entre o WGS84 e ETRS89	97
Tabela 34 - Comparação entre os métodos, estatística utilizado pontos não utilizados na geração das grelhas (3ª ordem) entre o Datum Lisboa e WGS84	97
Tabela 35 - Comparação entre os métodos, estatística bloco do Porto entre o WGS84 e ETRS89	97
Tabela 36 - Comparação entre os métodos, estatística bloco do Porto entre o <i>Datum</i> Lisboa e WGS84.....	97
Tabela 37 - Comparação entre os métodos, bloco de Leiria entre o WGS84 e ETRS89	97
Tabela 38 - Comparação entre os métodos, bloco de Leiria entre o <i>Datum</i> Lisboa e WGS84	98
Tabela 39 - Comparação entre os métodos, bloco de Mértola entre o WGS84 e ETRS89	98
Tabela 40 - Comparação entre os métodos, bloco de Mértola entre o <i>Datum</i> Lisboa e o WGS84	98
Tabela 41 - Cálculos das diferenças da latitude e longitude.....	106
Tabela 42 - Informações necessários para o programa HELMTER.FOR.....	108

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Métodos de transformação de coordenadas entre <i>data</i>	20
Figura 2 - Gráfico da estatística da transformação polinomial [DGT, 2014].....	21
Figura 3 - Estatística da transformação polinomial, para o bloco de Setúbal 58 pontos [Platier, 2003].....	22
Figura 4 - Erros associados à transformação <i>Bursa-Wolf</i> com parâmetros oficiais de Portugal [DGT, 2014].....	23
Figura 5 - Grelhas NTV2 usadas nos EUA, [ESRI Portugal, 2010]	24
Figura 6 - Grelhas das diferenças de latitude e longitude entre o <i>Datum</i> Lisboa e ETRS89 [Gonçalves, 2008a]	25
Figura 7 - Comparação entre o método das grelhas e a transformação <i>Bursa-Wolf</i> [Goncalves, 2009].....	26
Figura 8 - Comparação entre métodos [DGT, 2014].....	26
Figura 9 - Representação esquemática das grelhas na Grã-Bretanha, retirado de [Greaves et al, 2001].....	27
Figura 10 - Representação de erros das transformações aplicadas no Brasil, retirado de [Brito et al, 2013]	28
Figura 11 - Grelhas de Espanha representadas esquematicamente, retirado de [Gonzales, 2003].....	29
Figura 12 - Triedro Cartesiano	33
Figura 13 – Aplicação do método polinomial	38
Figura 14 - Aplicação do método das grelhas sobre o elipsoide	40
Figura 15 – Aplicação do método <i>Bursa-Wolf</i> com correção residual.....	41
Figura 16 - Interpolação Bilinear.....	43
Figura 17 - Metodologia de trabalho	44
Figura 18 - <i>Data</i> de transformação.....	45
Figura 19 - Blocos do IGeoE, coordenados para o WGS84 e área de estudo [IGeoE, 2014].....	47
Figura 20 - Vértices geodésicos fornecidos pelo IGeoE para o estudo.....	48
Figura 21 - Vértices geodésicos utilizados no estudo anterior do IGeoE, na transformação da cartografia, e utilizados para as transformações com o WGS84	49
Figura 22 - Vértices utilizados para o cálculo dos parâmetros de cada transformação..	50
Figura 23 - Retirar a projeção das coordenadas dos vértices, passando-as a geodésicas	51
Figura 24 – Aproximação do geóide do <i>Datum</i> Lisboa, geóide utilizado pela DGT	51
Figura 25 – Aproximação do GeodPT08.....	52
Figura 26 – Aproximação do geóide para o Datum Lisboa, calculado a partir do GeodPT08.....	53
Figura 27 - Formato de entrada do programa NAD2BIN, formato LLA, retirado de [Gonçalves, 2008b].....	57
Figura 28 - Diferenças de longitude entre o <i>Datum</i> Lisboa e ETRS89.....	58

Figura 29 - Diferenças de latitude entre o <i>Datum</i> Lisboa e ETRS89	58
Figura 30 - Diferenças de longitude entre o WGS84 e ETRS89.....	58
Figura 31 - Diferenças de latitude entre o WGS84 e ETRS89	58
Figura 32 - Diferenças de longitude entre o <i>Datum</i> Lisboa e WGS84.....	59
Figura 33 - Diferenças de latitude entre o <i>Datum</i> Lisboa e WGS84.....	59
Figura 34 - Esquema do programa HELMERT.FOR.....	60
Figura 35 - Diferenças em metros da longitude entre <i>Datum</i> Lisboa para WGS84 (método: <i>Kriging</i> , variograma linear, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°, raio de busca: 0.5°)	62
Figura 36 - Diferenças em metros de latitude entre <i>Datum</i> Lisboa para WGS84 (método: <i>Kriging</i> , variograma linear, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°, raio de busca: 0.5°).....	62
Figura 37 - Diferenças em metros de longitude entre o WGS84 e ETRS89 (método: <i>Kriging</i> , variograma linear, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°, raio de busca: 0.5°).....	62
Figura 38 - Diferenças em metros de latitude <i>Datum</i>	62
Figura 39 - Interpolação do resíduo em X (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)	64
Figura 40 - Interpolação do resíduo em Y (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)	64
Figura 41 - Interpolação do resíduo em Z (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)	64
Figura 42 - Interpolação do resíduo em X (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)	65
Figura 43 - Interpolação do resíduo em Y (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)	65
Figura 44 - Interpolação do resíduo em Z (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)	65
Figura 45 - Interpolação do resíduo em X (método: <i>Kriging</i> , pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)	66
Figura 46 - Interpolação do resíduo em Y (método: <i>Kriging</i> , pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)	66
Figura 47 - Interpolação do resíduo em Z (método: <i>Kriging</i> , pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)	66
Figura 48 - Interpolação do resíduo em X (método: <i>Kriging</i> , pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)	67
Figura 49 - Interpolação do resíduo em Y (método: <i>Kriging</i> , pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)	67
Figura 50 - Interpolação do resíduo em Z (método: <i>Kriging</i> , pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)	67

Figura 51 – Interpolação do resíduo em X (método: <i>Kriging</i> , variograma: GAUSS, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)	68
Figura 52 - Interpolação do resíduo em Y (método: <i>Kriging</i> , variograma: GAUSS, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)	68
Figura 53 - Interpolação do resíduo em Z (método: <i>Kriging</i> , variograma: GAUSS, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)	69
Figura 54 - Interpolação do resíduo em X (método: <i>Kriging</i> , variograma: LINEAR e anisotropia 30°, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)	70
Figura 55 - Interpolação do resíduo em Y (método: <i>Kriging</i> , variograma: LINEAR e anisotropia 330°, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)	70
Figura 56 - Interpolação do resíduo em X (método: <i>Kriging</i> , variograma: LINEAR e anisotropia 30°, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)	70
Figura 57 - Interpolação do resíduo em X (método: <i>Kriging</i> , variograma: ESFÉRICO e anisotropia 30°, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)	71
Figura 58 - Interpolação do resíduo em Y (método: <i>Kriging</i> , variograma: ESFÉRICO e anisotropia 330°, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)	71
Figura 59 - Interpolação do resíduo em Z (método: <i>Kriging</i> , variograma: ESFÉRICO e anisotropia 30°, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)	71
Figura 60 - Interpolação do resíduo em X (método: <i>Kriging</i> , variograma: EXPONENCIAL e anisotropia 30°, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°).....	72
Figura 61 - Interpolação do resíduo em Y (método: <i>Kriging</i> , variograma: EXPONENCIAL e anisotropia 330°, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°).....	72
Figura 62 - Interpolação do resíduo em Z (método: <i>Kriging</i> , variograma: EXPONENCIAL e anisotropia 30°, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°).....	72
Figura 63 - Interpolação do resíduo em X entre o WGS84 e ETRS89 (método: <i>Kriging</i> , variograma: LINEAR, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)	73
Figura 64 - Interpolação do resíduo em Y entre o WGS84 e ETRS89 (método: <i>Kriging</i> , variograma: LINEAR, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)	73
Figura 65 - Interpolação do resíduo em Z entre o WGS84 e ETRS89 (método: <i>Kriging</i> , variograma: LINEAR, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)	73
Figura 66 - Interpolação do resíduo em X entre o WGS84 e ETRS89 (método: <i>Kriging</i> , variograma: LINEAR, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°, sem raio de busca)	74
Figura 67 - Interpolação do resíduo em Y entre o WGS84 e ETRS89 (método: <i>Kriging</i> , variograma: LINEAR, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°, sem raio de busca)	74
Figura 68 - Interpolação do resíduo em Z entre o WGS84 e ETRS89 (método: <i>Kriging</i> , variograma: LINEAR, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°, sem raio de busca)	74

Figura 69 - Interpolação do resíduo em X entre o Datum Lisboa e WGS84 (método: Kriging, variograma: LINEAR, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°).....	75
Figura 70 - Interpolação do resíduo em Y entre o Datum Lisboa e WGS84 (método: Kriging, variograma: LINEAR, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°).....	75
Figura 71 - Interpolação do resíduo em Z entre o Datum Lisboa e WGS84 (método: Kriging, variograma: LINEAR, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°).....	75
Figura 72 - Interpolação do resíduo em X entre o Datum Lisboa e WGS84 (método: Kriging, variograma: LINEAR, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°, sem raio de busca).....	76
Figura 73 - Interpolação do resíduo em Y entre o Datum Lisboa e WGS84 (método: Kriging, variograma: LINEAR, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°, sem raio de busca).....	76
Figura 74 - Interpolação do resíduo em Z entre o Datum Lisboa e WGS84 (método: Kriging, variograma: LINEAR, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°, sem raio de busca).....	76
Figura 75 - Esquema do programa de transformação de coordenadas pelo novo método	77
Figura 76 - Representação do percentil das diferenças de latitude e longitude para o método das grelhas e método <i>Bursa-Wolf</i> com correção residual entre o Datum Lisboa e o ETRS89	90
Figura 77 - Representação do percentil das diferenças de latitude e longitude para o método polinomial entre o Datum Lisboa e o ETRS89	91
Figura 78 - Interpolação do resíduo em X (método: <i>Kriging</i> , pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)	99
Figura 79 - Interpolação do resíduo em Y (método: <i>Kriging</i> , pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)	99
Figura 80 - Interpolação do resíduo em Z (método: <i>Kriging</i> , pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)	99
Figura 81 - Interpolação do resíduo em X (método: <i>Kriging</i> , pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.05°)	100
Figura 82 - Interpolação do resíduo em Y (método: <i>Kriging</i> , pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.05°)	100
Figura 83 - Interpolação do resíduo em Z (método: <i>Kriging</i> , pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.05°)	100
Figura 84 - Interpolação do resíduo em X (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.05°)	101
Figura 85 - Interpolação do resíduo em Y (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.05°)	101
Figura 86 - Interpolação do resíduo em Z (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.05°)	101

Figura 87 - Interpolação do resíduo em X (método: Curvatura Mínima, variograma: esférico pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)	102
Figura 88 - Interpolação do resíduo em Y (método: Curvatura Mínima, variograma: esférico pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)	102
Figura 89 - Interpolação do resíduo em Z (método: Curvatura Mínima, variograma: esférico pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)	102
Figura 90 - Interpolação do resíduo em X (método: Curvatura Mínima, variograma: exponencial pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)	103
Figura 91 - Interpolação do resíduo em Y (método: Curvatura Mínima, variograma: exponencial pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)	103
Figura 92 - Interpolação do resíduo em Z (método: Curvatura Mínima, variograma: exponencial pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)	103
Figura 93 - Definições extra para o <i>Kriging</i> , programa SURFER	104
Figura 94 - Definições extra para a Curvatura Mínima, programa SURFER	104
Figura 95 - Escolha do variograma para o <i>Kriging</i> programa SURFER.....	104
Figura 96 - Raio de busca, para a interpolação programa SURFER	104

Resumo

Até há algum tempo atrás, os métodos de transformação de coordenadas entre diferentes sistemas de referência revelaram-se processos morosos, dado que recorriam a cálculos relativamente complexos e computacionalmente exigentes. Entre outros, os métodos de transformação polinomial e de *Bursa-Wolf* ou *Molodensky* apresentavam erros significativos, com o cálculo e a aplicação dos parâmetros de transformação relativamente difíceis. A modelação de parâmetros globais, para Portugal Continental, não se apresentava como a melhor metodologia, chegando a apresentar erros de metros, normalmente localizados nos extremos norte e no sul do país. Para aplicar estes métodos regionalmente, por blocos ou áreas mais pequenas, era necessário a estimativa de vários conjuntos de parâmetros, o que implicava trabalho adicional e uma maior complexidade computacional na transformação da informação geográfica. Com a introdução do método das grelhas, a complexidade dos cálculos para a estimativa dos parâmetros de transformação diminuiu significativamente, sendo neste caso apenas necessário calcular as diferenças de coordenadas dos vértices geodésicos entre os dois sistemas de referência e, posteriormente, convertê-las numa grelha regular de diferenças. Com o método das grelhas consegue-se limitar a transformação à área de estudo local desejada, recorrendo apenas à interpolação de pontos vizinhos da grelha, o que vem minimizar os erros, apresentando, contudo, erros que atingem máximos de 0.6 metros. Neste trabalho, adicionou-se o conceito do método das grelhas a uma transformação convencional, tendo originado o método *Bursa-Wolf* com correção residual das coordenadas tridimensionais transformadas. Foi analisado o uso dos diversos métodos de interpolação para a geração das grelhas, e respetivos parâmetros de entrada, para avaliar a qualidade dos resultados. Verificou-se que as escolhas feitas influenciam os resultados, mas por não se terem testado todos os métodos e todos os parâmetros de entrada dos diferentes métodos de interpolação, não se chegou a uma conclusão clara sobre a sua influência na melhoria dos resultados. Adicionalmente, na interpolação testou-se a mudança do espaçamento da grelha e do aumento do número de pontos, tendo-se obtido uma alteração significativa dos resultados. Para um espaçamento de 0.025° , houve uma melhoria principalmente na componente da altitude elipsoidal. Enquanto que, o aumento de pontos para a geração da grelha diminui o erro associado à transformação das coordenadas de latitude e longitude. Em suma, obteve um erro máximo associado ao método *Bursa-Wolf* com correção residual de 0.5 m e um erro médio quadrático para ambas as coordenadas (latitude e longitude) de 0.07 m. Na altitude elipsoidal alcançou-se um erro máximo associado de 0.2 metros e um erro médio quadrático de 0.02 m. Estatística feita com 959 pontos pelo método de interpolação *kriging*, variograma linear, espaçamento de grelha de 0.025° e raio de busca de anisotropia de 1 m com um ângulo de 0° .

Palavras-Chave: Geodesia, Transformação de coordenadas, Grelhas, *Bursa-Wolf* com correção residual

Abstract

Many of the methods of geodetic coordinate transformation were relatively complex in past, with some difficulties in the computation operations. Sometimes of these methods imply significant errors (meters range errors). The errors for the Portuguese mainland territory were not the better (in some cases more than one meter), assuming higher errors in the extreme north and southern regions. To apply these methods regionally for limited areas (or blocks) was necessary to estimate several sets of parameters and its application reveals quite laborious. With the usage of the grid method the complexity of calculating transformation parameters has been reduced drastically since it is only necessary to compute the differences between the coordinates of the geodetic vertices to obtain a regular grid of residuals. When the method of grids is used it is possible to apply transformation locally to small areas. It uses the interpolation from the neighbor points, of the grid which minimize errors. This method has maximum errors around 0.6 meters. The study uses conventional method of transformations combined with the grid method, resulting in the *Bursa-Wolf* method with residual correction of the three-dimensional transformed coordinates. The main goal of the study was to compare the interpolation methods to create grid and their input parameters to discuss what are the differences and the benefits on the final results. Could be seen that all fair choices change the results, but we have not tested all methods and all parameters. Different grid sizes and the number of interpolation point were tested. The results shows better results with the grid sizes and the increase of the interpolation points. The grid spacing was changed and the interpolation points were increased. When the size of the grid is 0.025° , the results are better than 0.05° , in particular the study observes that when the ellipsoidal height is calculated. The increase of grid points reduces the error associated with the transformation of the curvilinear coordinate (latitude and longitude). The errors associated with this grid method using the *Kriging* interpolation and linear anisotropic variogram of 1 m radius and angle 0° to 0.5 meters was 0.07 meters of standard deviation for both the latitude and longitude coordinates. For the ellipsoidal height, the results presented a maximum error of 0.2 meters and 0.02 m of standard deviation.

Keywords: Geodesy, Coordinate transformation, grids, *Bursa-Wolf* with residual correction

Agradecimentos

O espaço limitado não me permite agradecer como devia a todas as pessoas que, direta ou indiretamente, me ajudaram a cumprir os objetivos e a realizar mais esta etapa da minha formação académica.

Um agradecimento aos orientadores Professor Carlos Antunes e Professora Cristina Catita, que desde o início apoiaram e auxiliaram no desenrolar deste trabalho, bem como os conhecimentos transmitidos. Não podendo esquecer o agradecimento ao professor José Gonçalves pela ajuda dada neste estudo, tal como aos outros professores por todos os ensinamentos.

Os agradecimentos estendem-se ao Instituto Geográfico do Exército, por me ter acolhido em estágio, tal como aos colegas de estágio que me acompanharam no desenvolvimento deste tema. Em particular a grande ajuda por parte do Major Freitas e do Major Mira, que desde cedo se mostraram disponíveis a ajudar.

Aos colegas de licenciatura e mestrado que desde o primeiro dia fizeram parte da minha vida académica, por consequente deste trabalho também. Não posso deixar de referenciar o apoio incondicional do Edgar B., Eliana A., Luísa C., Ricardo S., Sofia A. e Sofia H.

Aos colegas e responsável da residência Monte Olivete, pela companhia e apoio dado ao longo do meu percurso. Tal como aos colegas da empresa RunLimit, atividade que sempre serviu de fuga, em momentos de menor produtividade.

Agradeço a partilha de bons momentos, transmissão de confiança e o grande apoio em todos os momentos aos amigos de longa data Hélia e Bruno

O meu agradecimento a toda a família (primos, tios, avós, etc), em especial à minha irmã Catarina e aos meus Pais (José Carlos e Margarida), que apesar de longe, estiveram sempre presentes. Obrigada pelos diversos sacrifícios suportados e pelo constante encorajamento a fim de prosseguir a elaboração deste trabalho.

Agradeço também aos meus tios (Rosa e Zé) que me acolheram em sua casa e sempre me ajudaram no que foi necessário.

Finalizo com o agradecimento a todos, que de uma forma ou de outra contribuíram para o meu bem-estar e equilíbrio para o desenvolvimento desta dissertação. Espero que esta etapa, que agora termino, possa, de alguma forma, retribuir e compensar todo o carinho, apoio e dedicação que, constantemente me oferecem. Dedico a todos este trabalho.

Capítulo I. Introdução e Objetivos

Esta dissertação foi realizada no âmbito de um estágio efetuado no Instituto Geográfico do Exército (IGeoE), inserido no projeto MEDIR (IGeoE-MEDIR). Este projeto pretende realizar a transformação da informação geográfica produzida pelo IGeoE, de maneira a ficar conforme com o que está estabelecido nas normas INSPIRE (*IN*frastructure for *S*patial *I*nfoRmation in *E*urope) e inserido na infraestrutura europeia de dados espaciais, no sistema de coordenadas adotado. A dissertação corresponde à primeira fase do projeto supracitado, nomeadamente à análise comparativa de métodos de transformação de coordenadas da informação geográfica, seleção do método que propague menores erros de posicionamento e melhor se adapte aos objetivos propostos.

Hoje em dia é cada vez mais necessária a interoperabilidade entre os sistemas de referência de forma eficaz. Sabendo que a informação geográfica se encontra toda em bases de dados num *datum* específico, não faz sentido sempre que seja necessária a transformação para outro *datum* se tenha que realizar uma campanha de observação com o *Global Positioning System* (GPS), para a coordenação de toda a informação ao terreno, e conseqüente cálculo das transformações matemáticas necessárias, processos tipicamente morosos e complexos.

Este estudo tem como objetivos principais a comparação de três métodos de transformação: polinomial, *Bursa-Wolf* com correção das coordenadas transformadas e método das grelhas para Portugal Continental. Adicionalmente, será realizado um estudo comparativo recorrendo a três *data* distintos: *Datum* Lisboa, *World Geodetic System* 1984 (WGS84) e *European Terrestrial Reference System* 1989 (ETRS89), sendo que o *Datum* Lisboa foi o sistema de coordenadas adotado até início de Abril de 2001, o WGS84 é o sistema atual adotado por imposição da NATO e, o ETRS89 é o *datum* a usar futuramente em simultâneo com o WGS84, em conformidade da diretiva INSPIRE.

No processo de transformação de coordenadas entre sistemas distintos, o objetivo primordial é a minimização dos erros associados à própria transformação. Até há bem pouco tempo, os métodos de transformações de coordenadas clássicos não eram fáceis de modelar uniformemente por toda a área continental Portuguesa. Esses métodos apresentaram alguns problemas a norte e a sul do país, devido à deformação geométrica da rede geodésica nos *data* mais antigos. Sabe-se que a transformação polinomial com parâmetros globais, definidos pela Direção Geral do Território (DGT), pode implicar erros máximos que ascendem aos 3 metros. Em situações pontuais, usando parâmetros locais, obtém-se resultados aceitáveis com esse método, apesar da acrescida complexidade do cálculo dos parâmetros locais. Esta transformação é feita com coordenadas cartográficas, não havendo uma “transformação de *datum*” propriamente dita. Por norma, as transformações entre *data* são feitas pelos métodos *Molodensky* (de 5 parâmetros: 3 parâmetros de translação, e 2 de escala) ou a *Bursa-Wolf* (de 7 parâmetros: 3 de translação, 3 de rotação e 1 fator de escala). Tal como no método polinomial, os erros

máximos podem também ser superiores a 3 m, como verificado neste estudo e comprovado em estudos anteriores, efetuados pela DGT.

Recentemente surgiu em Portugal a implementação do método das grelhas, *National Transformation version 2* (NTv2) [Gonçalves, 2008a], usando as diferenças de coordenadas geodésicas. Um método já utilizado há muito tempo nos EUA para a transformação entre os *data* NAD27 e NAD83. Método este que, apesar de obter uma grelha regular para toda a área de estudo, consegue, por interpolação dos pontos vizinhos mais próximos, reduzir a área de transformação para uma área mais pequena. Os resultados obtidos por este método acarretam erros semelhantes aos do método polinomial aplicado por blocos, obtendo-se erros máximos, na ordem dos 0.5 m. Este método é também muito versátil e pode ser usado em vários programas informáticos que efetuam a transformação a sistemas de referência de informação geográfica.

O método das grelhas não é um método convencional de transformação entre *data*, sendo aplicado apenas uma interpolação a partir de uma grelha de diferenças de coordenadas entre os *data*. Com a aplicação do método das grelhas em Portugal e com a grande diminuição de erros associados às transformações convencionais, pensou-se então, adicionar a aplicação de uma grelha de resíduos aos métodos tradicionais de transformação de coordenadas. Em Espanha no estudo de Gonzales [Gonzales, 2003] já tinha sido considerado uma abordagem idêntica, mas não foi mais desenvolvido por terem chegado à conclusão de que era difícil a sua execução e aplicação em diversos programas. Este projeto aborda a aplicação de uma grelha de resíduos às coordenadas transformadas pelo método *Bursa-Wolf*. No decorrer deste trabalho foi necessário fazer um estudo extra sobre o comportamento do método de interpolação para a geração das grelhas, diferindo o espaçamento das mesmas, o número de pontos da interpolação, os vários métodos de interpolação, os parâmetros de entrada do método de interpolação, bem como o variograma e a anisotropia, para o caso específico do método *Kriging*. Assim sendo, comparam-se as várias metodologias, para compreender em primeiro lugar se este método é aplicável ao objeto de estudo, isto é, se os erros associados são baixos tal como os do método das grelhas, e ainda, até que ponto se consegue melhorar os resultados do método.

1.1. Enquadramento do estudo

Este projeto tem em conta vários estudos anteriores, desenvolvidos por universidades Portuguesas e pelas entidades responsáveis pela cartografia em Portugal, IGeoE e DGT. O contributo deste projeto passa por diferentes áreas do conhecimento da Engenharia Geográfica, pelo que se considera importante a introdução de alguns conceitos teóricos. O estudo e análise deste trabalho incide numa nova metodologia que consiste na modificação de um método de transformação de coordenadas, em que aplica numa primeira fase a transformação *Bursa-Wolf* e posteriormente uma correção residual das coordenadas transformadas por meio de interpolação das grelhas de resíduos de cada uma das componentes, exatamente o mesmo princípio do método das grelhas [Gonçalves, 2008b].

1.1.1. Diretiva INSPIRE

A União Europeia (UE) é uma união económica e política de 28 Estados membros independentes. A UE tem como objetivo um mercado comum de livre circulação de pessoas, bens e capitais, como assinado no Tratado de Maastricht em 1993. Com esse mercado livre houve um grande crescimento de troca e partilha de informação. Visto que cada país tem as suas políticas para a informação, foi necessário estabelecer normas Europeias, em que todos são obrigados a cumprir. Acabando assim os inúmeros problemas de tradução e transformação da informação trocada entre países membros.

Um grande passo para a legislação da informação geográfica, deu-se em Maio de 2007, quando entrou em vigor a diretiva INSPIRE. Como esta diretiva é extensa e complexa, a infraestrutura da informação geográfica está dividida em 34 temas espaciais, de maneira a facilitar e desdobrar as normas técnicas de execução entre elas.

Esta diretiva visa promover a disponibilização e interoperabilidade de informação espacial, tal como a sua formulação, implementação e avaliação das políticas ambientais. Com estas medidas haverá simplicidade em encontrar informação útil e fácil de interpretar, permitindo também que as instituições públicas beneficiem mais facilmente de informação produzida por outras instituições públicas, ficando mais fácil a combinação de informação e melhorando ou complementando a já existente. Para isso foi necessário estabelecer uma infraestrutura da informação espacial na Europa, para apoiar as organizações nas suas políticas. [Freitas, A. 2013a]

As instituições portuguesas deverão assim investir na:

- Criação e disponibilização de Metadados "... devem assegurar que sejam criados metadados para os conjuntos e serviços de dados geográficos que correspondam às categorias temáticas enumeradas nos Anexos I, II e III, e que esses metadados sejam mantidos atualizados... (art.º 5º n.1) ”. Metadados são frequentemente descritos como “dados sobre dados”. Metadados não são mais do que informações adicionais (além da informação espacial e tabular) que é necessária para que os dados se tornem úteis. É

informação essencial para que se possa fazer uso dos dados geográficos. Em suma, metadados são um conjunto de características sobre os dados que não estão normalmente incluídas nos dados propriamente ditos. [ISA, 2000]

- Interoperabilidade de dados e serviços "... todos os conjuntos de dados geográficos recentemente coligidos e largamente reestruturados, bem como os serviços de dados geográficos correspondentes, estejam disponíveis em conformidade com as disposições de execução (...) no prazo de 2 anos a contar da aprovação destas..." "... os restantes conjuntos e serviços de dados geográficos ainda em vigor estejam disponíveis em conformidade com as disposições de execução no prazo de 7 anos a contar da aprovação destas... (art.º 7º n.3) ”

- Disponibilização de serviços de informação Geográfica "... devem estabelecer e explorar uma rede dos serviços (Serviços de pesquisa; Serviços de visualização; Serviços de descarregamento; Serviços de transformação; Serviços de invocação de serviços) para os conjuntos e serviços de dados geográficos... (art.º 11º n.1) ”

- Estabelecimento de normas de acesso e partilha de dados "... devem adotar medidas com vista à partilha de conjuntos e serviços de dados geográficos entre as autoridades públicas para efeitos dos serviços públicos... (art.º 17º n.1) ” [Freitas, A. 2013a]

1.1.2. Instituto Geográfico do Exército

O IGeoE é o órgão herdeiro e responsável por toda a cartografia militar portuguesa, e fornece serviços geográficos e cartográficos ao exército e outras forças armadas portuguesas. O IGeoE, detentor de informação geográfica, visa dispor essa informação de maneira legível e clara ao exército, aos outros ramos das Forças Armadas e à comunidade civil em geral, tendo assim como principal objetivo manter essa informação permanentemente atualizada. Como instituição do estado, está assim obrigada pela legislação em vigor. [Freitas, 2013b]

O IGeoE encontra-se totalmente envolvido em toda a atividade relacionada com a ciência geográfica, assim sendo tem como competências desenvolver produtos da informação em formato digital, formato impresso, fotografias cartográficas, publicações, investigação e tecnologia no domínio do apoio geográfico e da geomática.

O IGeoE encontra-se inserido numa estrutura de Investigação, Desenvolvimento e Inovação (ID&I) da Academia Militar, o Centro de Investigação, Desenvolvimento e Inovação de Academia Militar (CINAMIL). Este centro tem por missão promover ou participar, em colaboração com outras instituições da comunidade científica nacional ou internacional, na realização de projetos de ID&I e na divulgação de conhecimento científico, nomeadamente em áreas de interesse para a segurança e defesa nacional. [Freitas, 2013b]

1.1.2.1. Projeto IGeoE-MEDIR

O IGeoE como fornecedor de dados espaciais para várias entidades europeias, é assim obrigado a cumprir as normas da diretiva INSPIRE. Nasceu no CINAMIL, o projeto para que isso se torne possível, projeto esse que tem como nome MEDIR (IGeoE-MEDIR).

O que é o IGeoE-MEDIR? Este projeto é baseado num modelo ETL (*Extract, Transform and Load*). Com este modelo pretende-se obter uma ferramenta automática que transforme a informação geográfica produzida pelo IGeoE, de maneira a ficar conforme com o que está estabelecido nas normas do INSPIRE, de modo a que possa ser incluída na infraestrutura europeia de dados geográficos. [Freitas, 2013b]

Com este projeto espera-se uma melhor formulação, análise, implementação e avaliação de políticas nacionais e pan-Europeias. Servirá também para que a informação dos vários órgãos consiga ser melhor integrada, estando para isso implícito uma melhor gestão da infraestrutura. Este projeto será muito importante também para as políticas trans-sectoriais, onde com a integração da informação, será possível um melhor planeamento sobre a segurança, defesa, saúde, ambiente economia, entre outras áreas. [Freitas, 2013b]

O IGeoE-MEDIR irá desenvolver-se ao longo de três anos e está dividido em 3 fases, sendo que esta dissertação está inserida na primeira fase deste projeto, como já acima referido. Na primeira fase irá ser feito o estudo e análise das implicações da adoção de novos modelos ou metodologias para reprojecção da informação geográfica produzida no sistema de coordenadas europeu adotado, no final irá ser escolhido o modelo ou metodologia que melhor se adapte a esse propósito e que minimize também custos financeiros e de operacionalização. Na segunda fase será criado o modelo ETL para transformar a informação produzida pelo IGeoE ao longo dos anos, de modo automático, para o novo modelo de dados indicado pela diretiva INSPIRE. Na terceira e última fase, será efetuada a disponibilização o conjunto de dados geográficos através de serviços de dados segundo a nova parametrização do INSPIRE de modo a que tanto cidadãos como decisores europeus possam incluir a informação do IGeoE nos seus sistemas de gestão de informação. [Freitas, 2013b]

Capítulo II. Estado de arte

A transformação entre diferentes tipos de coordenadas dentro de um mesmo *datum* é exata, ou seja, a conversão de coordenadas cartesianas tridimensionais para coordenadas geodésicas, e destas para cartográficas, é feita sem qualquer incerteza ou erro (a menos de erros de aproximação numérica), pois existem fórmulas matemáticas que concretizam essa transformação [Matos, 2008]. Este tipo de transformação é habitualmente designada por conversão de coordenadas, contudo, e de forma abusiva é intitulada como transformação. A transformação de coordenadas entre *data* não é exata e comporta vários tipos de erros que afetam a estimativa dos parâmetros, que depende de vários fatores, como o número e escolha dos vértices utilizados, o erro das coordenadas desses vértices, o tipo de transformação, a zona a ser transformada, os parâmetros utilizados, entre outros fatores. A transformação entre *data* necessita do conhecimento das coordenadas dos pontos homólogos de ambos os sistemas, neste caso vértices geodésicos. Sabe-se que o ponto homólogo para cada sistema tem uma coordenada diferente, e assim se determinam através de formulações matemáticas os parâmetros dos métodos de transformação de coordenadas de um *datum* para outro. A determinação destes parâmetros vem minimizar alguns problemas de transformação de coordenadas, visto que seria muito complicado refazer toda a cartografia para um sistema sempre que se mude de *datum*. No entanto, às transformações de coordenadas estão associados erros, e é a partir da magnitude dos erros que se verifica se o método de transformação é o adequado.

Sabe-se que as transformações clássicas de coordenadas, as ditas transformações de coordenadas por parâmetros geométricos estimados, têm vindo a ser discutidas desde há décadas com continuidade na atualidade. Estas transformações contêm erros associados, por vezes superiores ao que se pretende. Por norma, as transformações entre *data*, por exemplo entre um *datum* local e um *datum* global, são realizadas pelos métodos de *Molodensky* ou *Bursa-Wolf*, estando já calculados os parâmetros oficiais em Portugal para esse tipo de transformações, disponíveis na página de internet da DGT. Contudo, estas transformações, no melhor dos casos, comportam erros médios superiores aos 40 cm. [Fonseca, 2012]

Devido às irregularidades da superfície terrestre e às conseqüentes incertezas das coordenadas da rede geodésica, a transformação de coordenadas torna-se complexa, pois os parâmetros de transformação são calculados para grandes áreas, neste caso para Portugal Continental. Sabendo que os *data* locais ou topocêntricos usados em Portugal não são de elevada precisão e comportam algumas deformações geométricas da rede geodésica, compreende-se a dificuldade de obter transformações precisas. Assim, houve necessidade de encontrar novas metodologias que permitissem minimizar os erros de transformação de coordenadas. Desde sempre que se sabe que os métodos clássicos de transformação de coordenadas comportam um erro associado, por tal os parâmetros de

transformação são estimados de maneira a minimizar os erros de forma global e não local. Caso seja necessário, conseguem-se estimar parâmetros locais, mas isso traria um trabalho acrescido e complexo quando aplicado a toda a cartografia nacional. Com o avanço da capacidade computacional e depois de estudos feitos, com a introdução do método das grelhas por exemplo, percebeu-se que a minimização do erro das transformações de coordenadas passava por distribuir o erro localmente e através de uma correção residual às coordenadas pré-transformadas.

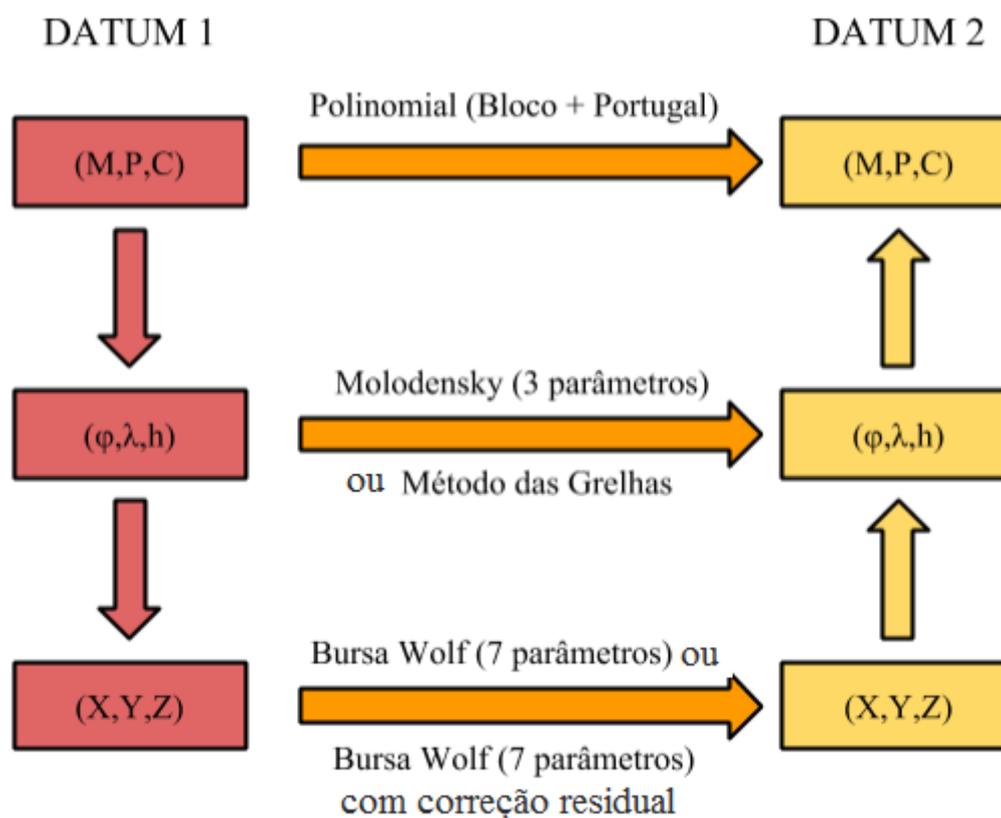


Figura 1 - Métodos de transformação de coordenadas entre *data*

Existem vários métodos de transformação de coordenadas, contudo neste caso serão estudados apenas 2 métodos aplicados em Portugal Continental, mais o método *Bursa-Wolf* com correção residual, novo método aqui apresentado, como mostra a Figura 1. Por norma o esquema das transformações de coordenadas apresenta a geodesia em primeiro lugar e depois a projeção cartográfica, aqui apresenta-se em sentido contrário. Como as transformações aqui analisadas serão para ser aplicadas em coordenadas cartográficas num trabalho elaborado no IGeoE é apresentada a transformação de coordenadas por esta ordem da projeção cartográfica para a geodesia no *datum* de entrada e da geodesia para a projeção cartográfica no *datum* de saída.

Com a entrada em vigor da diretiva INSPIRE foi necessário a realização de um estudo no IGeoE, de modo a avaliar os vários métodos de transformação de coordenadas. Neste estudo deverá definir-se qual o melhor método de transformação do sistema de coordenadas da informação geográfica do IGeoE para o sistema de coordenadas europeu

adotado na Diretiva INSPIRE, o ETRS89. Até agora não foi necessário determinar parâmetros de transformação entre o WGS84 e o ETRS89, porque eles são ambos *data* geocêntricos e as suas diferenças são mínimas, mas como a cartografia do IGeoE se encontra referenciada no WGS84, com projeção *Transversa de Mercator* e ponto central de projeção no vértice do Castelo de São Jorge, será necessário estimar parâmetros de transformação entre os *data* usados.

O método utilizado no IGeoE para transformação de coordenadas é a transformação polinomial que aplica as equações polinomiais. Este método foi fixado, depois de um estudo realizado no instituto, para a transformação da cartografia do IGeoE, do *datum* Lisboa para o WGS84 [Platine, 2003]. Nesse trabalho foi estudado a transformação de coordenadas com os parâmetros de transformação global, fornecidos pelo então Instituto Português da Cartografia e Cadastro (IPCC), atual DGT, e local, bem como um modelo matemático apresentado na secção 3.2.2.1. O método de transformação polinomial é aplicado às coordenadas cartográficas. Significa que, caso estejam disponíveis as coordenadas cartográficas, não é necessário uma conversão extra (para geodésicas ou retangulares geocêntricas) de coordenadas para a sua transformação.

Para a DGT a transformação de coordenadas pelas equações polinomiais vai até ao grau 2. Os parâmetros oficiais para a cartografia de Portugal foram calculados pela DGT com base nos 124 vértices geodésicos de 1ª ordem, e utilizando os 1006 vértices geodésicos de 2ª ordem para controlo e validação. Entre o Datum 73 e ETRS89 foram usados para cálculo dos parâmetros os 119 vértices geodésicos de 1ª ordem e utilizando os 833 vértices geodésicos de 2ª ordem para controlo e validação. Uma vez que se possuem um grande conjunto de pontos de controlo pode-se verificar quais os pontos e regiões se ajustam melhor à transformação. O erro médio da transformação é dado pelo erro médio quadrático (EMQ). O EMQ das coordenadas transformadas pode ser usado como medida de incerteza da transformação, ou seja, como validação. Com base nesses parâmetros, foram obtidos as estatísticas apresentadas na Figura 2.

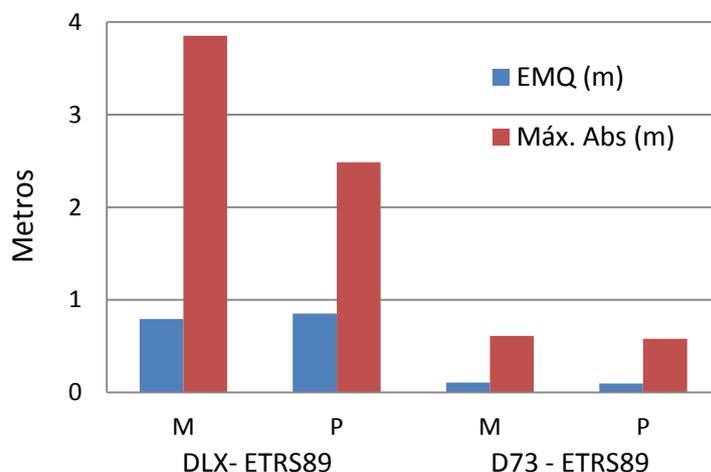


Figura 2 - Gráfico da estatística da transformação polinomial [DGT, 2014]

Sabe-se que as transformações polinomiais são mais adequadas a outro tipo de transformações, visto que a transformação é trabalhada sempre em informação cartográfica projetada, reduzindo assim o efeito de distorção associada aos *data*. Como o IGeoE trabalha maioritariamente por blocos o uso deste tipo de transformação é assim justificado. Por esse mesmo motivo, já tinha sido estudado o método polinomial no instituto através de um estudo para a transformação da informação cartográfica do IGeoE do *Datum* Lisboa Militar para *Datum* WGS84 Militar, aplicado por blocos. Neste estudo foram produzidos dois programas, variando entre si apenas no peso a dar aos dados de entrada. Uma primeira versão dando pesos diferentes aos dados, sendo que a informação do IGeoE foi dado um peso maior do que a fornecida pela DGT, e numa segunda versão dando o mesmo peso aos dados. O bloco testado neste estudo foi a região de Setúbal. No estudo consegue-se perceber que a 2ª versão sem pesos apresenta maior incerteza nos parâmetros, mas proporciona um melhor ajustamento que a 1ª versão. A atribuição de diferentes pesos aos dados afeta negativamente os parâmetros, onde por vezes a incerteza é superior ao próprio parâmetro, o mesmo não se verifica na 2ª versão, na qual os parâmetros se encontram melhor determinados e com menor incerteza estimada. [Platier, 2003]

Depois dos dois testes realizados no IGeoE, chegou-se à conclusão que a 2ª versão (sem pesos diferenciados) apresenta melhores resultados do que a 1ª versão (com pesos diferenciados), tanto no que diz respeito aos resíduos do ajustamento como na determinação dos parâmetros de transformação, o que veio reforçar a ideia que a atribuição de pesos às observações cria problemas no ajustamento. Partindo deste princípio passou-se sempre a adotar o programa da 2ª versão, o mesmo peso em todas as observações. Fizeram-se teste para 158 pontos, retirando 12 vértices de piores resíduos em Setúbal, cuja estatística se encontra exposta na Figura 3. Ainda que o grau dos polinómios de transformação não tenha sido aumentado por dificuldades computacionais, o facto de terem retirado esses 12 pontos, permitiu melhorar consideravelmente a incerteza dos parâmetros assim como os resíduos resultantes do ajustamento. [Platier, 2003]

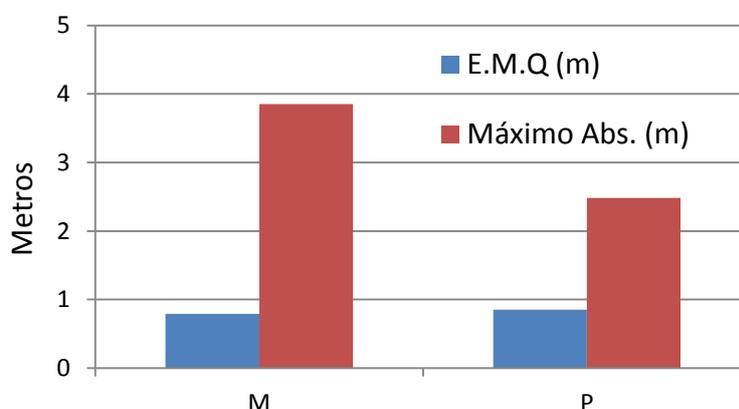


Figura 3 - Estatística da transformação polinomial, para o bloco de Setúbal 58 pontos [Platier, 2003]

Um sistema de referência geodésico é utilizado para estabelecer os referenciais terrestres (redes geodésicas). Na prática, serve para a obtenção das coordenadas (latitude, longitude e altitude) que possibilitam a representação e localização cartográfica de qualquer elemento topográfico à superfície do planeta. Para melhor satisfazer esta necessidade, um sistema de referência deverá aproximar-se o mais possível da geometria da terra. A origem deste sistema deverá coincidir com o centro de massa da terra ou próximo deste e os seus eixos de coordenadas devem ser fixos à Terra, sendo o eixo principal paralelo ao eixo de rotação da terra. A transformação *Bursa-Wolf* é uma transformação de conceção simples, e realista, por respeitar esta geometria dos sistemas de referência geodésicos terrestres convencionais.

A transformação de *Bursa-Wolf* é uma transformação entre coordenadas cartesianas tridimensionais, usando um conjunto de 7 parâmetros, que pressupõe três translações, três rotações e um fator de escala. A determinação desses parâmetros de transformação é feita unicamente a partir do conhecimento das coordenadas dos pontos homólogos dos *data* da transformação. Tal como noutros métodos, os parâmetros são estimados a partir de um sistema de equações lineares e coordenadas geodésicas de um conjunto de pontos homólogos previamente conhecidos nos dois *data*, recorrendo ao método dos mínimos quadrados. Como mostra a Figura 4, na transformação entre o *Datum* Lisboa e o ETRS89, os erros máximos da transformação *Bursa-Wolf* ascendem aos 5 metros na longitude e 4 metros na latitude, no cálculo da altitude elipsoidal o erro máximo é cerca de 1 m. Entre o *Datum* 73 e ETRS89 os erros são menores, na ordem de 1 m para a transformação no global.

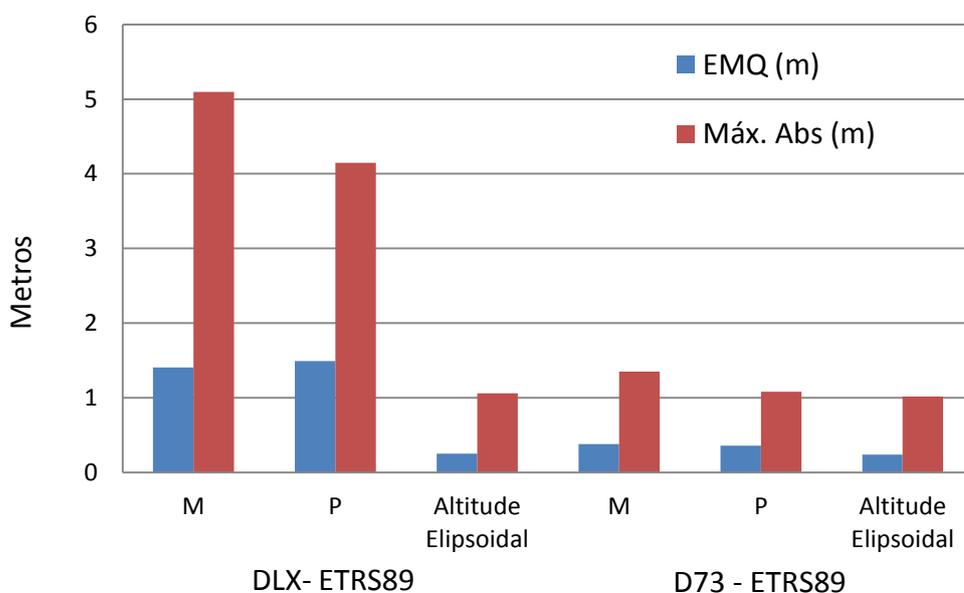


Figura 4 - Erros associados à transformação *Bursa-Wolf* com parâmetros oficiais de Portugal [DGT, 2014]

Depois de alguns estudos, surgiu no Canadá e nos Estados Unidos da América o método das grelhas, aplicado ao reajuste do *North American Datum* de 1927 (NAD 27)

para o *North American Datum* de 1983 (NAD 83) em Julho de 1986. Como foi necessário readaptar toda a rede geodésica de forma integral, este reajuste passou não só para uma mudança de elipsoide, mas também de um reajustamento de vários anos de levantamentos e observações. Visto que este reajuste apresentava variação de distância muito diferentes, podendo ser superior aos 10 m ou passar mesmo dos 400 m em alguns casos, seria muito complicado adaptar qualquer outro método existente a esta transformação. Foi então desenvolvida uma grelha de diferenças de coordenadas geodésicas, aplicado a mais de 150 mil pontos de controlo e criada com base nas diferenças entre os pontos originais no NAD 27 e os pontos no NAD 83, como visível na Figura 5. Posteriormente essas diferenças foram interpoladas para o ponto usando as diferenças de controlo mais próximas da posição. Com a aplicação destas grelhas os erros associados diminuíam drasticamente em relação a outros métodos convencionais. Este método de transformação de coordenadas foi intitulado NADCON [NGS, 2003].

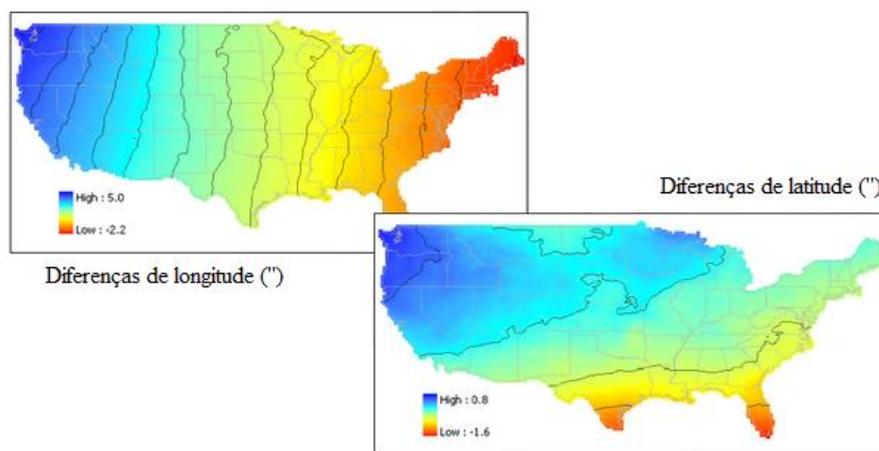


Figura 5 - Grelhas NTV2 usadas nos EUA, [ESRI Portugal, 2010]

Nos últimos anos desenvolveram-se mais trabalhos de transformação entre *data* como este método noutros países. A grande portabilidade deste método para vários programas é uma vantagem muito grande, o método usa as bibliotecas PROJ.4 e GDAL em vários programas *Open Source* como *Quantum Gis*, mas também é portátil entre programas comerciais como ESRI, *Intergraph*, *Autodesk*, *Manifold*.

Em Portugal também já existem grelhas NTV2, as primeiras grelhas foram produzidas em 2008 [Gonçalves, 2008a] e posteriormente pela DGT [DGT, 2013]. Este método requer uma rede geodésica, num grande número de vértices. Conhecidas as coordenadas ETRS89 de cerca de 958 pontos das redes geodésicas de 1ª e 2ª ordem, são calculadas as diferenças de longitude e latitude entre os dois *data* (ETRS89 – *Datum* regional) em grelha regular. Estas grelhas foram geradas pelo método de *Kriging* (Programa Surfer [Golden Software, 2012]), para interpolar essas diferenças pela área desejada, com um espaçamento de um décimo de grau, de forma a cobrir desta forma Portugal Continental. Dadas as grelhas de diferenças de longitude e latitude é aplicada o método bilinear para interpolar o valor das diferenças em qualquer outro ponto a partir

dos valores vizinhos da grelha. O que significa que computacionalmente muito menos pesado que os métodos tradicionais. Como foi dito anteriormente este método torna-se mais eficiente e exato pois a transformação é feita localmente e não se baseia em parâmetros calculados para todo o território. As distorções obtidas pelo cálculo dos parâmetros de transformação dos outros métodos são grandes e distintas de região para região. Com este novo método torna-se muito mais fácil e mais rápido transformar tanto o território todo, como áreas mais pequenas, porque como é feito por interpolação local, são calculados apenas parâmetros de interpolação locais e não globais. Sabe-se que os parâmetros locais são sempre melhor opção, mas com os outros métodos torna-se bastante mais complexo estimar parâmetros locais para varrer cada área ou bloco. [Gonçalves, 2008a]

Para Portugal o *Datum* Lisboa é o que apresenta maiores irregularidades de diferenças, resultante de distorções geométricas devido à forma como o *datum* foi ajustado à rede geodésica, com um ajustamento por blocos. São apresentadas na Figura 6 as grelhas de diferenças de coordenadas entre o *Datum* Lisboa e o ETRS89 e *Datum* 73 e o ETRS89, [Gonçalves, 2009]. O autor acabou por fazer uma comparação entre o método criado por si e mais dois métodos usados pela DGT. Para este trabalho só interessa analisar os resultados da transformação *Bursa-Wolf* de 7 parâmetros, deixando de fora a transformação de 3 parâmetros de *Molodensky*.

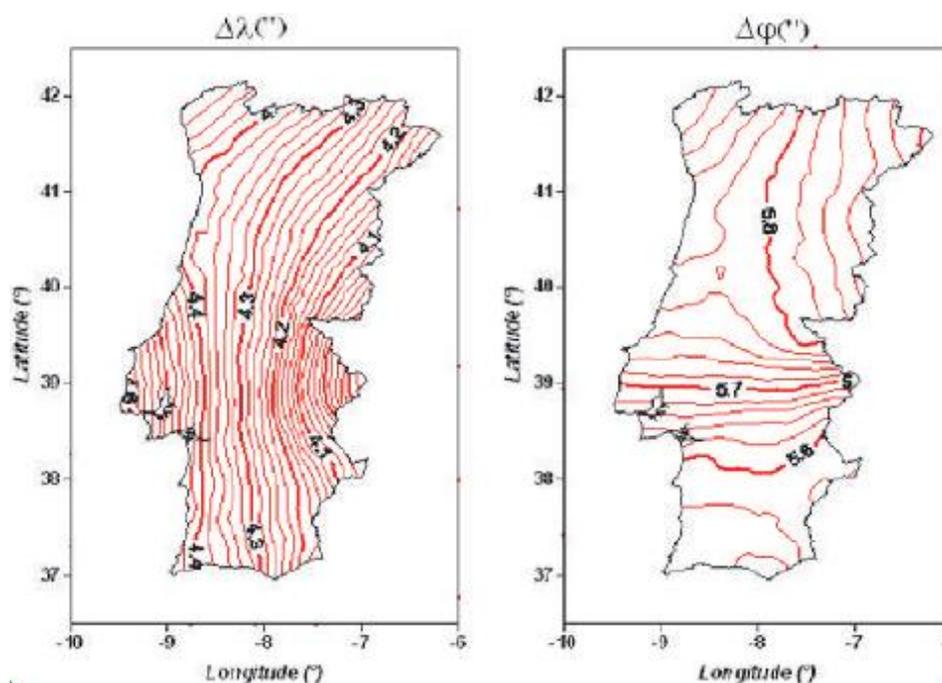


Figura 6 - Grelhas das diferenças de latitude e longitude entre o *Datum* Lisboa e ETRS89 [Gonçalves, 2008a]

Na representação gráfica do EMQ, visível na Figura 7, entre o método das grelhas geradas por [Gonçalves, 2009] e a transformação *Bursa-Wolf*, é visível que entre estes *data* o erro dos 7 parâmetros é significativo, quase tanto como se tivessem sido

consideradas as coordenadas ETRS89 projetadas iguais às coordenadas *Hayford-Gauss datum* Lisboa [Gonçalves, 2008a]

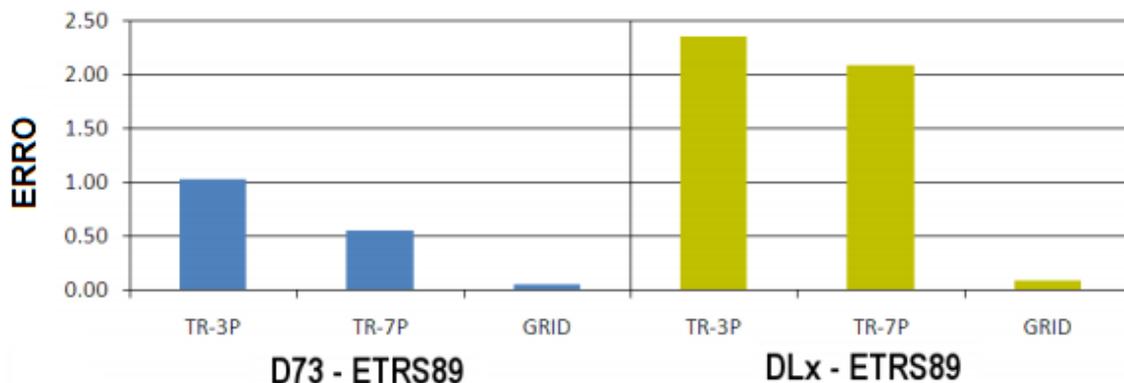


Figura 7 - Comparação entre o método das grelhas e a transformação *Bursa-Wolf* [Goncalves, 2009]

Para a elaboração das grelhas pela DGT foram utilizados 1129 vértices da Rede Geodésica Nacional (RGN) observados com GPS. Os erros apresentados pela DGT são erros médios estimados, não fazem diferenciação entre distância à Meridiana ou distância à Perpendicular, e a precisão da transformação apresentada foi estimada com base em 130 vértices geodésicos observados com GPS que não entraram para o cálculo das grelhas, tendo-se chegado a resultados idênticos aos do professor José Gonçalves.

A DGT também fez um estudo comparativo, entre as transformações de coordenadas existentes, representado na Figura 8. Para o estudo dos parâmetros na DTG, apresentados em seguida, foram utilizados os 119 vértices geodésicos de 1ª ordem para o cálculo dos parâmetros e para controlo utilizaram-se os 833 vértices geodésicos de 2ª ordem. O erro médio quadrático do método das grelhas é inferior a 10 cm e o erro máximo absoluto é de 30 cm [DGT, 2013], sendo o melhor método de transformação de coordenadas estudado pela DGT.

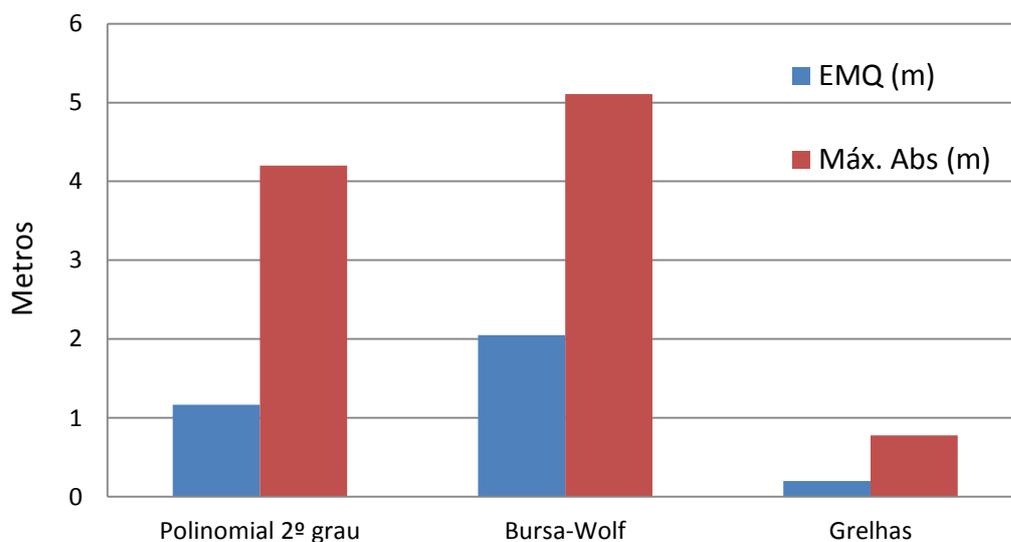


Figura 8 - Comparação entre métodos [DGT, 2014]

A transformação *Bursa-Wolf* foi também aplicada na Grã-Bretanha, onde num teste de 31 pontos entre o *Ordnance Survey Great Britain 1936* (OSGB36) e o WGS84, são obtidos erros máximos de 4 metros. Para lidar com as distorções do OSGB36, foi necessário dividir o país e fazer várias transformações, usando a transformação *Bursa-Wolf* localmente. Com o aparecimento do método das grelhas, para assegurar que todas as ilhas da Grã-Bretanha eram abrangidas pela grelha, foi criada uma falsa origem de 400 km a oeste e 100 km ao norte da "verdadeira origem" no meridiano central de 49°N e 2°W, Figura 9. Esta transformação apresenta um erro médio quadrático de 0.2 metros. Concluíram assim que a transformação em grelha entre o OSGB36 e ETRS89 é muito mais precisa do que as transformações anteriores. [Greaves et al, 2001].

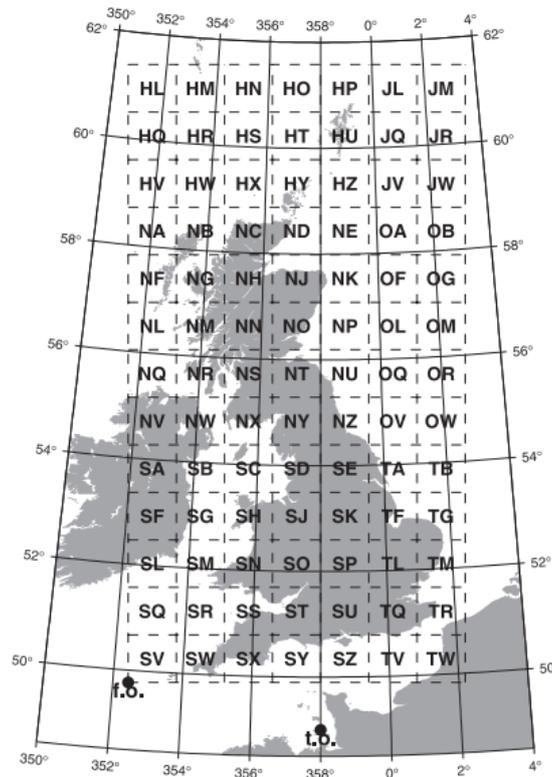


Figura 9 - Representação esquemática das grelhas na Grã-Bretanha, retirado de [Greaves et al, 2001]

O SIRGAS2000 (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas) é um sistema de referência geodésico adotado pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística). Atualmente pode ser usado ao mesmo tempo com os sistemas *South American Datum* (SAD) 69. Os resultados das diferenças de transformações, apresentados na Figura 10 baseiam-se na análise da qualidade da transformação dos dados vetoriais entre os sistemas de referência SAD69 e SIRGAS2000 com a utilização do método das grelhas pelo IBGE. A Figura 10 mostra as regiões das cartas 1 e 2, representando a hidrografia em três situações: realização original em SAD69, transformada para SIRGAS2000 usando grelhas (lado esquerdo) e aplicando apenas as translações (lado direito).

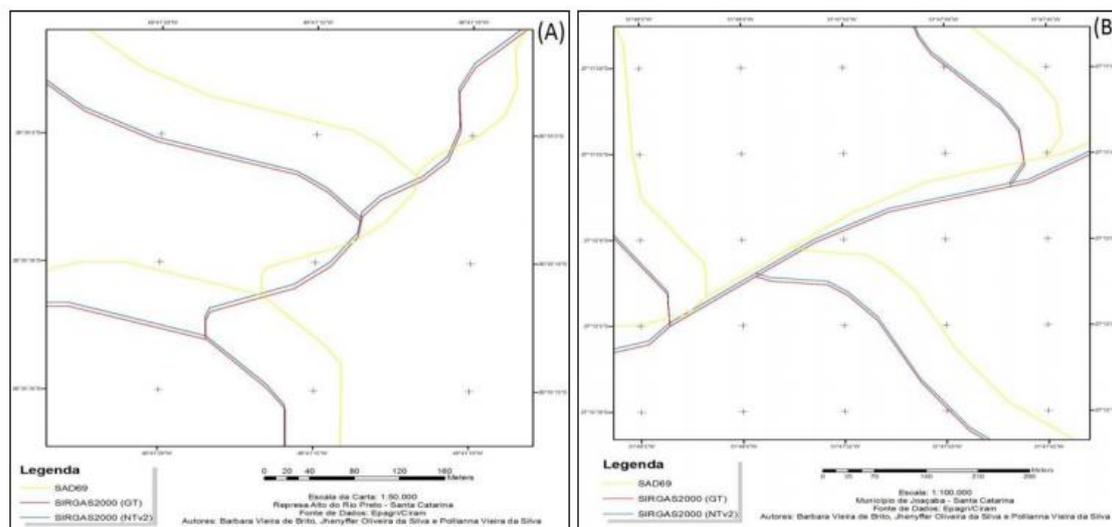


Figura 10 - Representação de erros das transformações aplicadas no Brasil, retirado de [Brito et al, 2013]

É possível observar através da Figura 10 o deslocamento das linhas de água após a transformação de referenciais geodésicos. Nota-se uma grande diferença entre as coordenadas transformadas para SIRGAS2000 e as coordenadas SAD69, tanto na transformação de grelhas, como na transformação geométrica (translações). Quanto aos dados transformados em SIRGAS2000, é possível perceber o deslocamento ocorrido devido às distorções entre as redes SAD69 e SIRGAS2000, que não são modeladas quando se utiliza apenas a transformação geométrica (translações). [Brito et al, 2013]

Austrália foi outro país a adaptar o método das grelhas. Quando o *Geocentric Datum of Australia* (GDA) 1994 passou a ser implementado na Austrália, substituindo o *Australian Geodetic Datum* (AGD) de 1984, foi necessário efetuar estudos comparativos dos quais o melhor método a ser implementado para a transformação de coordenadas da informação geográfica, tal como em Portugal durante algum tempo, foi o método *Bursa-Wolf*. Por vezes, quando melhor ajustado, o método *Molodensky* com erros máximos de 1 metro e de 3 a 5 metros, respetivamente. No entanto os erros máximos obtidos pelo método das grelhas nesta transformação foram ao nível do decímetro, 0.1 metros. [Burbidge, 1998].

A Península Ibérica já se encontra abrangida com grelhas de transformação para o ETRS89, enquanto Portugal definiu a transformação *Datum73 – ETRS89* e *Datum Lisboa – ETRS89*, Espanha por sua vez gerou uma grelha que transforma a informação geográfica de *European Datum 1950* (ED50) para ETRS89, Figura 11.

O trabalho de comparação em Espanha foi efetuado com vários métodos, que variam entre os métodos clássicos (5P, 7P, polinómios, complexo e real). Os resultados obtidos com a transformação de 5 parâmetros, variam entre 3 a 10 metros de erro. Para a transformação de 7 parâmetros o erro baixa e varia entre 1 a 3 metros. Nos resultados dos polinómios repara-se que Gonzalez referência polinómios complexos e reais, pelo que a estimação dos parâmetros de transformação para o modelo polinomial é complexo na sua

modelação e no seu uso computacional, no entanto os erros variam entre 1 a 3 metros tal como a transformação *Bursa-Wolf*.



Figura 11 - Grelhas de Espanha representadas esquematicamente, retirado de [Gonzales, 2003]

No método das grelhas, Gonzalez refere três maneiras de fazer a interpolação, *Triangulated Irregular Network* (TIN), Curvatura Mínima, e mínimos quadrados, mas em todos os métodos os erros não ultrapassaram os 0.2 metros, concluindo-se assim que o método das grelhas é o melhor. Nesse estudo Gonzalez fala na ideia da implementação de uma alternativa para remover a distorção das coordenadas transformadas depois da transformação *Bursa-Wolf*, ou seja, arranjar uma forma ou modelo de aplicar correções às coordenadas transformadas. [Gonzales, 2003]

Apesar das diferenças entre os métodos chegou-se à conclusão que a distribuição do erro em grelha é muito favorável, por haver uma distribuição das diferenças de coordenadas e pela interpolação dos pontos vizinhos, diminui-se a área de trabalho, conseguindo assim restringir os parâmetros locais para essa transformação. Depois de surgir o método das grelhas, tornou-se visível e possível um melhoramento no método de transformação de *Bursa-Wolf* e também dos outros métodos. O melhoramento é aplicado à coordenada transformada através de uma correção residual, a partir dos resíduos da transformação. Essa correção vem minimizar os erros associados à transformação original.

Capítulo III. Fundamentos Teóricos

Os conceitos e definições fazem parte de todo e qualquer trabalho, para justificar o conhecimento e as opções mais técnicas. Por esse motivo serão abordados e definidos os aspetos mais importantes e necessários para a compreensão do trabalho, como as equações utilizadas nas transformações de coordenadas entre *data*. Também será feita uma breve descrição de métodos de interpolação espacial e local.

3.1. Sistemas de Referência Terrestre Convencional

Para toda a cartografia são necessárias coordenadas, contudo existem vários sistemas de coordenadas, porque existem vários sistemas de referência. É necessário, por isso definir os vários sistemas de referência e é indispensável definir o conceito de *datum* planimétrico e *datum* altimétrico.

Um Sistema Geodésico de Referência (CTRS) é definido por um conjunto de parâmetros que estabelecem a posição (translações), orientação (rotações), forma e dimensão (escala) do elipsoide em relação à Terra. Um *datum* é um elipsoide posicionado e orientado relativamente à Terra, sobre o qual se define um CTRS. [Antunes, 2010]

Podem ser divididos em:

- a) Datum Topocêntrico ou Local (*Datum* Lisboa, *Datum* 73, ED50);
- b) Datum Geocêntrico ou Global (WGS84, ETRS89);

O *datum* Vertical definido para Portugal é definido a partir de registos do nível médio do mar, no marégrafo de Cascais e é transportada por nivelamento para o resto do país, dando origem ao sistema nacional de altitude ortométricas. [Antunes, 2010]. Encontra-se visível na Tabela 1 a definição dos *data* deste estudo.

Tabela 1 - *Data* utilizados em Portugal

Designação	Elipsoide	Ponto de Origem	Tipo de Datum
Datum Lisboa	<i>Hayford</i>	Castelo de S. Jorge	Local/Topocêntrico
WGS84	WGS84	Centro massa da Terra	Global/Geocêntrico
ETRS89	GRS80	Centro massa da Terra	Global/Geocêntrico

3.1.1. Sistema de coordenadas *Hayford-Gauss/Datum Lisboa*

Em meados de século XX foi definido e estabelecido o *Datum* Lisboa, no qual é utilizado o elipsoide de *Hayford*, com ponto origem no vértice geodésico do Castelo de São Jorge (CSJ), orientação da rede efetuada pelo azimute observado entre os vértices de Lisboa (CSJ) e Serves e a escala definida a partir da medição da base geodésica da Chamusca. Durante cerca de 20 anos de 1963 a 1888, foram feitas observações angulares, resultando na rede de triangulação geodésica nacional. Com a projeção *Transversa de Mercator*, ou também conhecida como Projeção de *Gauss-Krüger*, foi estabelecido o

sistema de coordenadas cartográficas *Hayford-Gaus/Datum* Lisboa. O ponto origem das coordenadas cartográficas é definido pelo ponto central de projeção. Visível na Tabela 2 os parâmetros do *Datum* Lisboa.

Tabela 2 – Parâmetros do *Datum* Lisboa

<i>Datum</i>	Elipsoide	Semieixo maior/ Achatamento	Projeção cartográfica	Ponto Central de projeção
Lisboa	<i>Hayford</i>	a=6378388 f=1/297	<i>Transversa de Mercator</i>	$\phi=39^{\circ}40'0.000''N$ $\lambda=8^{\circ}07'54.862''W$

3.1.1.1. Sistema de coordenadas *Hayford-Gauss* militar

O sistema de coordenadas designado convenientemente por *Hayford-Gauss* militar é o sistema utilizado pelo IGeoE e é idêntico ao sistema descrito anteriormente com exceção da origem das coordenadas cartográficas. De referir que o IGeoE é uma instituição militar, e os militares necessitam de conseguir trabalhar e fazer cálculos rápida e facilmente. Foi criada uma falsa origem, trasladado a origem das coordenadas para um ponto fictício a SW do Cabo São Vicente, 200 Km segundo a perpendicular no sentido Oeste e 300 Km segundo a meridiana no sentido sul, de modo que Portugal Continental fique localizado no 2º quadrante do sistema de coordenadas. As coordenadas militares são retangulares ou planas e dessa mesma forma será necessário dizer que a respetiva quadrícula da carta apesar de uma falsa origem continuou a ser exatamente a mesma.

3.1.2. Sistema WGS84

O WGS84, estabelecido em 1984, é um sistema geodésico global, associado ao sistema de posicionamento GPS. Este sistema foi definido pela U.S. *Defense Mapping Agency* (atual NIMA) e é usado pelo próprio sistema GPS na determinação de efemérides radiodifundidas, nas operações dos satélites e no cálculo convencional de coordenadas dos recetores GPS.

O WGS84 teve como base um modelo gravitacional da Terra, e por isso o elipsoide associado é um elipsoide geocêntrico equipotencial de revolução, ou seja, está-lhe associado um campo gravítico normal com uma rotação definida. Com o aumento centralizado dos satélites e da sua informação foi possível melhorar este sistema de referência, tendo já sido feitas algumas revisões do seu elipsoide ao nível do semieixo maior, da excentricidade e do seu centro (em 1994-G739 e 1996-G873) [Antunes, 2010] e mais recentemente 2005-G1150. Este sistema é compatível com o *International Terrestrial Reference System* (ITRS). Sendo que a mais recente realização está alinhado com o ITRF2008 à época de 2005.0. Este alinhamento, tem como objetivo garantir a integridade científica e seguir as melhores práticas, nomeadamente, permitir que este sistema de referência acompanhe a dinâmica da Terra. Visível na Tabela 3 os parâmetros do WGS84.

Tabela 3 - Parâmetros do WGS84

<i>Datum</i>	Elipsoide	Semieixo maior/ Achatamento	Projeção cartográfica	Ponto Central de projeção
Lisboa	WGS84	a=6378137.0 f=1 /298.257223563	<i>Transversa de Mercator</i>	$\varphi=39^{\circ}40'5.730''$ N $\lambda=8^{\circ}07'59.191''$ W

Por imposição da *North Atlantic Treaty Organization* (NATO), pela diretiva AD-80, o IGeoE viu-se obrigado a adotar este *datum* na sua informação geográfica. O centro de projeção cartográfica associada foi calculado a partir de um estudo anterior levado a cabo no IGeoE.

3.1.3. Sistema ETRS89

Tal como o WGS84, o ETRS89 também é um sistema global, centrado no centro de massa da terra, ou seja, é um sistema geocêntrico, fixado à placa da Eurásia, a parte estável da placa Euro-Asiática. Este sistema foi criado pela subcomissão europeia *European Reference Frame* (EUREF) da Associação Internacional de Geodesia para o Sistema de Referência Europeu. Tal como no WGS84, também este sistema é alinhado com o ITRF à época 1989.0, depois de várias campanhas realizadas em cada país. Portugal fez campanhas em 1989, 1995 e 1997, para que a rede geodésica portuguesa ficasse ligada convenientemente à rede europeia. Visível na Tabela 4 os parâmetros do ETRS89.

Tabela 4 - Parâmetros do ETRS89

<i>Datum</i>	Elipsoide	Semieixo maior/ Achatamento	Projeção cartográfica	Ponto Central de projeção
ETRS89	GRS80	a=6378137.0 f=1/298.257222101	<i>Transversa de Mercator</i>	$\varphi=39^{\circ}40'5.73''$ N $\lambda=8^{\circ}07'59.19''$ W

Foram adotados novos sistemas de coordenadas nos países europeus e Portugal não foi exceção. No caso de Portugal Continental foi estabelecida uma nova projeção cartográfica das coordenadas geográficas, dando origem ao Sistema ETRS89/PT-TM06, substituindo assim os sistemas cartográficos utilizados anteriormente em Portugal, como resultado da aplicação da Diretiva INSPIRE.

Este sistema de referência Europeu também tem compatibilidade com posicionamento por satélite, assim sendo deixa de ser necessário efetuar transformações extras nas coordenadas observadas por GNSS, fazendo com que os erros associados sejam mínimos e desprezáveis. Com a informação toda uniformizada ao nível dos sistemas de referência geodésicos, fica assim cumprido um dos primeiros objetivos da diretiva INSPIRE, a disponibilização e interoperabilidade de informação Geo-espacial a nível Europeu.

3.2. Transformação de coordenadas

O Exército utiliza maioritariamente coordenadas retangulares projetadas na sua cartografia com as quais define a sua base de dados geográfica, mas também utiliza coordenadas geodésicas. As equações foram retiradas de [Navarro, 2010]. Antes de abordar as transformações, convém definir as suas equações analíticas e as suas variáveis. Sabendo que X, Y e Z correspondem às coordenadas tridimensionais, (λ, Φ, h) às coordenadas geodésicas e M, P as coordenadas cartográficas. A partir dos parâmetros de forma e dimensão do elipsoide de referência (a, e^2) , definem-se o raio de curvatura da primeira vertical, grande normal - N pela equação 1 e o raio de curvatura do meridiano - ρ à latitude ϕ pela equação 2, para qualquer ponto da latitude ϕ .

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \times \sin^2 \phi)^{\frac{1}{2}}} \quad (1) \quad \rho = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \times \sin^2 \phi)^{\frac{3}{2}}} \quad (2)$$

3.2.1. Transformação dentro do mesmo datum

As transformações de coordenadas de um ponto dentro do mesmo datum são exatas, por serem calculadas de forma determinística e definidas por expressões analíticas próprias.

3.2.1.1. Geodésicas para Retangulares

Considerando um triedro cartesiano OXYZ, Figura 12, centrado no elipsoide de referência, onde o eixo dos ZZ coincidente com o seu eixo de revolução. O eixo dos XX assente no semiplano origem das longitudes geodésicas e o eixo dos YY escolhido de modo a tornar o triedro direto, as coordenadas geodésicas (ϕ, λ, h) de um ponto genérico relacionam-se com as suas coordenadas cartesianas tridimensionais (X, Y, Z) , temos:

$$\begin{aligned} X &= (N + h) \times \cos \phi \times \cos \lambda \\ Y &= (N + h) \times \cos \phi \times \sin \lambda \\ Z &= [(1 - e^2) \times N + h] \times \sin \phi \end{aligned} \quad (3)$$

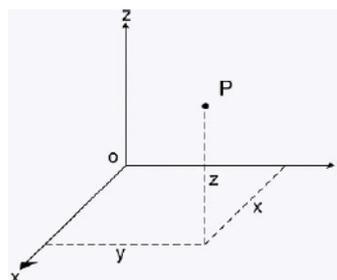


Figura 12 - Triedro Cartesiano

sendo N a grande normal ao elipsoide de referência à latitude ϕ , h a altitude elipsoidal do ponto e (a, e^2) os parâmetros do elipsoide. Estas expressões correspondem à transformação direta das coordenadas geodésicas (ϕ, λ, h) de um ponto nas correspondentes coordenadas cartesianas tridimensionais (X, Y, Z) .

3.2.1.2. Retangulares para Geodésicas

A transformação inversa das coordenadas cartesianas tridimensionais (X, Y, Z) de um ponto para as correspondentes coordenadas geodésicas (ϕ , λ , h) é executada recorrendo a um processo iterativo:

i. A longitude λ é calculada a partir das coordenadas cartesianas tridimensionais, havendo a necessidade de se determinar o quadrante em função do sinal das coordenadas X e Y:

$$\lambda = \text{arctg} \frac{Y}{X} \quad (4)$$

ii. A latitude é obtida por um processo iterativo dado a latitude é uma função recursiva, pelo que é necessário um valor inicial aproximado para a latitude, dado por:

$$\phi_{ap} = \text{arctg} \frac{Z}{P \times (1 - e^2)} \quad (5) \quad \text{com P igual a:} \quad P = (X^2 + Y^2)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

iii. Com base neste valor aproximado da latitude calcula-se o valor da grande normal N (1).

iv. O processo iterativo continua recalculando o valor de ϕ , com N calculado no passo anterior, utilizando a expressão:

$$\phi = \text{arctg} \left(\frac{Z + e^2 \times N \times \sin \phi}{P} \right) \quad (7)$$

v. Com este novo valor da latitude ϕ , recalcula-se o valor de N, em seguida um novo valor para a latitude ϕ e assim sucessivamente até alcançar a precisão desejada para a transformação ($\phi^i - \phi^{i-1} = 10E-10$).

vi. Finalmente, calcula-se a altitude elipsoidal h , usando os valores da latitude ϕ e da grande normal N resultantes do processo iterativo, usando a expressão:

$$h = \frac{P}{\cos \phi} - N \quad (8)$$

3.2.1.3. Geodésicas para Cartográficas

A transformação direta das coordenadas geodésicas (ϕ , λ) de um ponto nas correspondentes coordenadas cartográficas (M, P) é definida por via analítica através das fórmulas obtidas por desenvolvimento em série:

$$M = k_0 \times \left(\sigma + \frac{\lambda^2}{2} \times N \times \sin \phi \times \cos \phi + \frac{\lambda^4}{24} \times N \times \sin \phi \times \cos^3 \phi \times k_2 + \frac{\lambda^6}{720} \times N \right. \\ \left. \times \sin \phi \times \cos^5 \phi \times k_4 + \frac{\lambda^8}{40320} \times N \times \sin \phi \times \cos^7 \phi \times k_6 \right) \quad (9)$$

$$P = k_0 \times \left(\lambda \times N \times \cos \phi + \frac{\lambda^3}{6} \times N \times \cos^3 \phi \times k_1 + \frac{\lambda^5}{120} \times N \times \cos^5 \phi \times k_3 + \frac{\lambda^7}{5040} \times N \times \cos^7 \phi \times k_5 \right)$$

sendo k_0 o fator de escala, s o comprimento do arco de meridiano desde o paralelo origem até ao paralelo do ponto, λ a diferença de longitude entre o ponto e o meridiano central da projecção e o cálculo dos outros coeficientes:

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{N}{\rho} - \operatorname{tg}^2 \phi \\ k_2 &= \frac{N}{\rho} + 4 \times \frac{N^2}{\rho^2} - \operatorname{tg}^2 \phi \\ k_3 &= 4 \times \frac{N^3}{\rho^3} \times (1 - 6 \times \operatorname{tg}^2 \phi) + \frac{N^2}{\rho^2} \times (1 + 8 \times \operatorname{tg}^2 \phi) - 2 \times \frac{N}{\rho} - \operatorname{tg}^2 \phi + \operatorname{tg}^4 \phi \\ k_4 &= 8 \times \frac{N^4}{\rho^4} \times (11 - 24 \times \operatorname{tg}^2 \phi) - 28 \times \frac{N^3}{\rho^3} \times (1 - 6 \times \operatorname{tg}^2 \phi) + \frac{N^2}{\rho^2} \\ &\quad \times (1 + 32 \times \operatorname{tg}^2 \phi) - 2 \times \frac{N}{\rho} - \operatorname{tg}^2 \phi + \operatorname{tg}^4 \phi \\ k_5 &= 61 - 479 \times \operatorname{tg}^2 \phi + 179 \times \operatorname{tg}^4 \phi - \operatorname{tg}^6 \phi \\ k_6 &= 1385 - 3111 \times \operatorname{tg}^2 \phi + 543 \times \operatorname{tg}^4 \phi + \operatorname{tg}^6 \phi \end{aligned} \quad (10)$$

Na projecção de *Gauss-Krüger*, também conhecida por *Transversa de Mercator*, aplicada à cartografia portuguesa usa-se um fator de escala $k_0=1$, dada a pequena largura da nossa faixa continental e o facto da projecção cartográfica ser tangente. A projecção UTM é a projecção de *Gauss-Krüger* aplicada a cada um dos 60 fusos, de 6° cada, em que podemos dividir o globo terrestre, tomando-se $k_0=0.9996$ (valor escolhido de modo a tornar iguais as deformações da carta no meridiano médio e nos meridianos limítrofes do fuso), por ser uma projecção secante. O comprimento aproximado do arco de meridiano σ entre quaisquer duas latitudes ϕ_0 e ϕ é determinado através de:

$$\begin{aligned} \sigma &= a \times (1 - e^2) \\ &\quad \times \left[A \times (\phi - \phi_0) - \frac{B}{2} \times (\sin 2\phi - \sin 2\phi_0) + \frac{C}{4} \times (\sin 4\phi - \sin 4\phi_0) - \frac{D}{6} \right. \\ &\quad \times (\sin 6\phi - \sin 6\phi_0) + \frac{E}{8} \times (\sin 8\phi - \sin 8\phi_0) - \frac{E}{10} \\ &\quad \left. \times (\sin 10\phi - \sin 10\phi_0) \right] \end{aligned} \quad (11)$$

Com os coeficientes seguintes:

$$\begin{aligned}
 A &= 1 + \frac{3}{4} \times e^2 + \frac{45}{64} \times e^4 + \frac{175}{256} \times e^6 + \frac{11025}{16384} \times e^8 + \frac{43659}{65536} \times e^{10} + \dots \\
 B &= \frac{3}{4} \times e^2 + \frac{15}{16} \times e^4 + \frac{525}{512} \times e^6 + \frac{2205}{2048} \times e^8 + \frac{72765}{65536} \times e^{10} + \dots \\
 C &= \frac{15}{64} \times e^4 + \frac{105}{256} \times e^6 + \frac{2205}{4096} \times e^8 + \frac{10395}{16384} \times e^{10} + \dots \\
 D &= \frac{35}{512} \times e^6 + \frac{315}{2048} \times e^8 + \frac{31185}{131072} \times e^{10} + \dots \\
 E &= \frac{315}{16384} \times e^8 + \frac{3465}{65536} \times e^{10} + \dots \\
 F &= \frac{3465}{131072} \times e^{10} + \dots
 \end{aligned} \tag{12}$$

3.2.1.4. Cartográficas para Geodésicas

Para efetuar a transformação inversa das coordenadas planas *Gauss-Krüger*, (ou UTM) correspondentes coordenadas geodésicas basta utilizar o seguinte processo iterativo:

- i. Toma-se como ponto de partida um valor aproximado para ϕ (ϕ_{ap}), saído de um cálculo anterior ou considerando o valor aproximado para o arco de meridiano σ :

$$\sigma_{ap} = \frac{P}{k_0} \tag{13}$$

sendo P a distância à perpendicular; donde a primeira aproximação para ϕ é dada por:

$$\phi = \phi_0 + \frac{\sigma_{ap}}{A \times a \times (1 - e^2)} \tag{14}$$

- ii. Com base neste valor aproximado da latitude recalcula-se o comprimento de arco de meridiano σ usando a expressão:

$$\begin{aligned}
 \sigma &= (1 - e^2) \\
 &\times \left[A \times (\phi - \phi_0) - \frac{B}{2} \times (\sin 2\phi - \sin 2\phi_0) + \frac{C}{4} \times (\sin 4\phi - \sin 4\phi_0) - \frac{D}{6} \right. \\
 &\times (\sin 6\phi - \sin 6\phi_0) + \frac{E}{8} \times (\sin 8\phi - \sin 8\phi_0) - \frac{F}{10} \\
 &\left. \times (\sin 10\phi - \sin 10\phi_0) \right]
 \end{aligned} \tag{15}$$

- iii. Com este novo valor para σ podemos determinar a correção a aplicar a ϕ através de:

$$\Delta\phi = \frac{(\sigma_{ap} - \sigma)}{\rho} \quad (16)$$

sendo o novo valor da latitude igual a: $\Phi' = \Phi + \Delta\Phi$ e onde o ρ é o raio de curvatura do meridiano à latitude ϕ .

iv. Entra-se de seguida num processo iterativo, recalculando σ , ρ e $\Delta\phi$ e o novo valor da ϕ' até que $\Delta\phi$ seja inferior à precisão desejada (10E-10);

v. Com o valor da latitude ϕ' resultante do processo iterativo, calcula-se a latitude ϕ do ponto, através da seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \phi = \phi' - \left(\frac{t}{k_0 \times \rho}\right) \times \left(\frac{M^2}{2 \times k_0 \times N}\right) + \left(\frac{t}{k_0 \times \rho}\right) \times \left(\frac{M^4}{24 \times k_0^3 \times N^3}\right) \\ \times (-4\psi^2 + 9\psi \times (1 - t^2) + 12t^2) - \left(\frac{t}{k_0 \times \rho}\right) \times \left(\frac{M^6}{720 \times k_0^5 \times N^5}\right) \\ \times (8\psi^4 \times (11 - 24t^2) - 12\psi^3 \times (21 - 71t^2) + 15\psi^2 \\ \times (15 - 98t^2 + 15t^4) + 180\psi \times (5t^2 - 3t^4) - 360t^4) + \left(\frac{t}{k_0 \times \rho}\right) \\ \times \left(\frac{M^8}{40320 \times k_0^7 \times N^7}\right) \times (1385 + 3633t^2 + 4095t^4 + 1575t^6) \end{aligned} \quad (17)$$

sendo M a distância à Meridiana, $\psi = \frac{N}{\rho}$, calculado com o valor da latitude ϕ' , e $t = \text{tg } \phi'$.

vi. Finalmente, calcula-se a longitude λ , com a expressão:

$$\begin{aligned} \lambda = \lambda_0 + \cos^{-1} \phi \times \left[\left(\frac{M}{k_0 \times N}\right) - \left(\frac{M^3}{6 \times k_0^3 \times N^3}\right) \times (\psi + 2t^2) \right. \\ \left. + \left(\frac{M^6}{720 \times k_0^5 \times N^5}\right) \right. \\ \left. \times (-4\psi^4 \times (1 - 6t^2) + \psi^2 \times (9 - 68t^2) + 72\psi t^2 + 24t^4) \right. \\ \left. - \left(\frac{M^7}{5040 \times k_0^7 \times N^7}\right) \times (61 + 662t^2 + 1320t^4 + 720t^6) \right] \end{aligned} \quad (18)$$

3.2.2. Transformação entre diferentes *data*

Por norma as transformações entre *data* carecem de um cálculo prévio para a estimativa dos parâmetros como é o caso da transformação polinomial e da transformação *Bursa-Wolf*, cujos parâmetros foram determinados para Portugal pela DGT. No método das grelhas necessitamos de calcular apenas as diferenças entre as coordenadas geodésicas e criar as respetivas grelhas, já realizado pela [DGT, 2013], como por [Gonçalves, 2009].

3.2.2.1. Transformação polinomial

A transformação polinomial possibilita a transformação de coordenadas entre dois *data* com coordenadas cartográficas, como mostra a Figura 13. Computacionalmente pode tornar-se num processo rápido, mas com erros por vezes elevados.

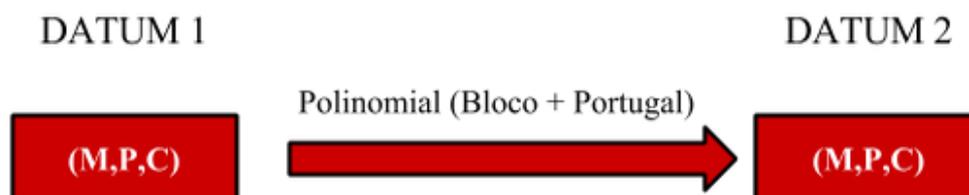


Figura 13 – Aplicação do método polinomial

O modelo polinomial consiste na expansão de uma função polinomial, em M e P, cujos parâmetros foram calculados a partir de coordenadas de pontos homólogos, ou seja, cada ponto do *datum* de entrada deve ter o seu correspondente no *datum* de saída. Só assim é possível a determinação dos parâmetros corretos. Este modelo pode teoricamente ser representado por uma equação de polinómio n (infinito). O número de grau do polinómio é importante, pois quanto maior o grau do polinómio mais complexo fica o algoritmo. Significa que quanto maior for o grau do polinómio mais exigente é computacionalmente, aumentando assim o número de operações numéricas necessárias.

$$\begin{aligned} M_n &= a_0 + a_1 \times u + a_2 \times v + a_3 \times u^2 + a_4 \times uv + a_5 \times v^2 \\ P_n &= b_0 + b_1 \times u + b_2 \times v + b_3 \times u^2 + b_4 \times uv + b_5 \times v^2 \end{aligned} \quad (19)$$

A equação 19 representa as equações polinomiais aplicadas pela DGT. Onde M_n e P_n são as coordenadas cartográficas a obter, M e P as coordenadas cartográficas originais, a_i e b_i os coeficientes de transformação, M_0 , P_0 , h e k os parâmetros de normalização e u e v variáveis definidas por:

$$u = \frac{M - M_0}{h} \quad v = \frac{P - P_0}{h} \quad (20)$$

Outro modelo matemático para a transformação de coordenadas pelo método polinomial, foi usado no IGeoE [Platier, 2003], no estudo da transformação da cartografia do IGeoE de *Datum* Lisboa para WGS84, com o seguinte modelo matemático:

$$\begin{aligned} M_{d2} &= m_0 + (\alpha_1 \times M_{d1} - \alpha_2 \times P_{d1}) + \beta_1 \times (M_{d1}^2 - P_{d1}^2) - 2 \times \beta_2 \times M_{d1} \times P_{d1} \\ &+ \gamma_1 \times (M_{d1}^3 - 3 \times M_{d1} \times P_{d1}^2) + \gamma_2 \times (P_{d1}^3 - 3 \times M_{d1}^2 \times P_{d1}) + \delta_1 \\ &\times (M_{d1}^4 - 6 \times M_{d1}^2 \times P_{d1}^2 + P_{d1}^4) + \delta_2 \\ &\times (4 \times M_{d1} \times P_{d1}^3 - 4 \times M_{d1}^3 \times P_{d1}) + \varepsilon_1 \\ &\times (M_{d1}^5 - 10 \times M_{d1}^3 \times P_{d1}^2 + 5 \times M_{d1} \times P_{d1}^4) + \varepsilon_2 \\ &\times (10 \times M_{d1}^2 \times P_{d1}^3 - 5 \times M_{d1}^4 \times P_{d1} - P_{d1}^5) + \dots \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
 P_{d2} = & p_0 + (\alpha_2 \times M_{d1} - \alpha_{12} \times P_{d1}) + \beta_1 \times (M_{d1}^2 - P_{d1}^2) + 2 \times \beta_1 \times M_{d1} \times P_{d1} \\
 & + \gamma_1 \times (3 \times M_{d1}^2 \times P_{d1} \times P_{d1}^3) + \gamma_2 \times (M_{d1}^3 - 3 \times M_{d1} \times P_{d1}^3) + \delta_1 \\
 & \times (4 \times M_{d1}^3 \times P_{d1} - 4 \times M_{d1} \times P_{d1}^3) + \delta_2 \\
 & \times (M_{d1}^4 - 6 \times M_{d1}^2 \times P_{d1}^2 + P_{d1}^4) + \varepsilon_1 \\
 & \times (5 \times M_{d1}^4 \times P_{d1} - 10 \times M_{d1}^2 \times P_{d1}^3 - P_{d1}^5) + \varepsilon_2 \\
 & \times (M_{d1}^5 - 10 \times M_{d1}^3 \times P_{d1}^2 + 5 \times M_{d1} \times P_{d1}^4) + \dots \dots
 \end{aligned}$$

em que, M_{d1} e P_{d1} são as coordenadas cartográficas do *datum1*, M_{d2} e P_{d2} são coordenadas dos mesmos pontos no *datum2* e $m_0, p_0, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2, \delta_1, \delta_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ são parâmetros a determinar.

Quanto à dificuldade de restringir o grau dos polinómios, em Portugal, os testes anteriores efetuados pelo IGeoE e DGT, mostraram que a partir do grau 3 deixa de existir diferenças significativas na transformação de coordenadas e a partir do grau 5 o método torna-se computacionalmente muito pesado.

3.2.2.2. Método das grelhas

Não se pode dizer que o método das grelhas seja um método clássico de transformação de coordenadas, pois neste caso não existe um modelo matemático onde sejam estimados parâmetros de transformação. Neste caso para cada vértice está associada a diferença de latitude e de longitude entre o *datum 1* e o *datum 2*. Com essas diferenças é gerada uma grelha regular de maneira a cobrir todo o território.

Pela existência de grande número de pontos da rede geodésica observados com GPS torna-se possível a determinação das diferenças de coordenadas geodésicas entre o *datum* local e o *datum* global por processos de interpolação local, representado na Figura 14. As grelhas deverão ser obtidas por pontos de referência conhecidos nos dois sistemas. No caso português estão disponíveis coordenadas DGT de mais de 900 pontos das redes de 1ª e 2ª ordem no sistema ETRS89 e nos vários *data* locais. A grelha deverá ser densa para que as diferenças sejam menos espaçadas, logo com pequenas variações de erros, permitindo uma melhor precisão na interpolação local para cada ponto a transformar. É possível determinar grelhas de diferenças de longitude e latitude por métodos de interpolação adequados mantendo a continuidade analítica.

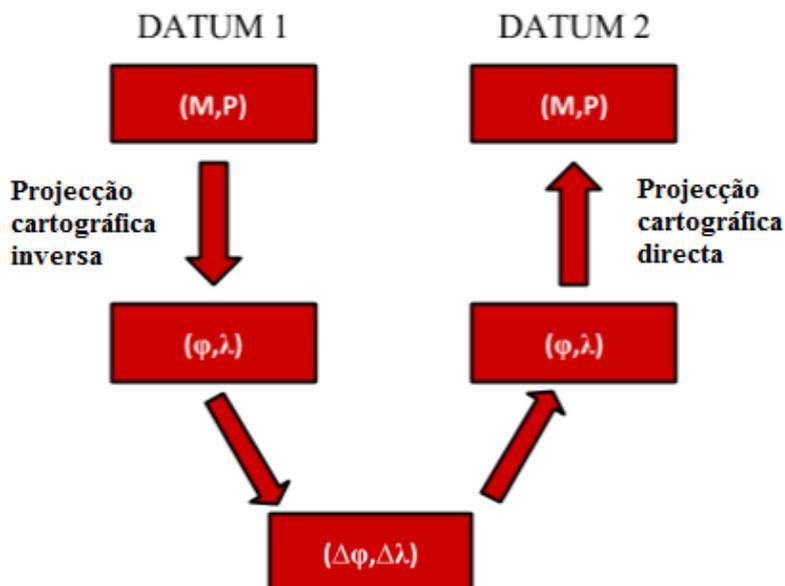


Figura 14 - Aplicação do método das grelhas sobre o elipsoide

As grelhas no formato NTV2 foram criadas para transformação entre os vários *data* locais usados em Portugal e o *datum* ETRS89. Este formato é criado para o método das grelhas sendo que é necessário a grelha mais densa e precisa de vértices geodésicos disponíveis. Foram usados cerca de 900 pontos da rede geodésica e o método de interpolação *Kriging* (no programa Surfer) para gerar grelhas com espaçamento de um décimo de grau, cobrindo o território nacional do continente. [Gonçalves, 2008b]

3.2.2.3. Grelhas NTV2

O NTV2 [Junkins and Farley, 1995] é um formato padrão da grelha binária .GSB (*Grid Shift Binary*) utilizado para realizar transformações de *datum* de alta precisão entre as coordenadas. O formato NTV2 foi desenvolvido pela divisão geodésica do Canadá GCS e foi adaptado para diversos outros países, por ser mais simples que o formato anterior. Esta grelha serve para uma transformação de coordenadas bidimensional, isto é, não inclui as altitudes. A extensão padrão para arquivos de grelha NTV2 é .GSB. Há também uma variante ASCII desse arquivo, com extensão .GSA (*Grid Shift ASCII*).

3.2.2.4. Transformação *Bursa-Wolf*

A transformação *Bursa-Wolf* é efetuada entre coordenadas retangulares, como mostra a Figura 15. Como é dito anteriormente, um *datum* é definido pela orientação dos 3 eixos, as 3 coordenadas de translação do centro (referencial) e um fator de escala. Estes parâmetros podem ser estimados a partir de um conjunto de pontos da rede geodésica cujas coordenadas retangulares, relativas aos dois *data*, sejam previamente conhecidas. A determinação é feita através de um ajustamento de mínimos quadrados com o qual se obtém a estimativa dos 7 parâmetros e as respetivas precisões, e ainda, os resíduos dos pontos da transformação.

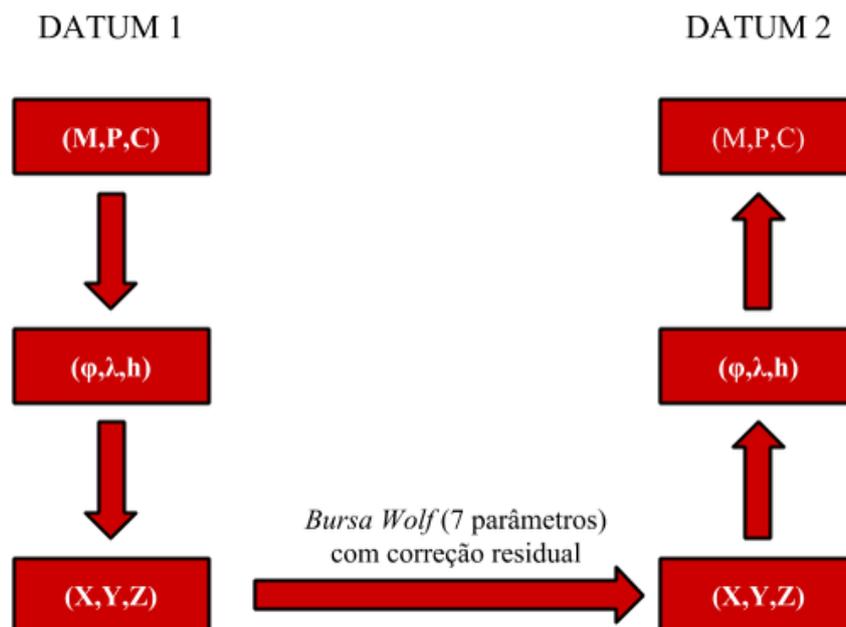


Figura 15 – Aplicação do método *Bursa-Wolf* com correção residual

Após a determinação dos 7 parâmetros entre os dois *data*, consegue-se aplicar o algoritmo de transformação de coordenadas, através da equação (22).

$$\begin{pmatrix} X_{d2} \\ Y_{d2} \\ Z_{d2} \end{pmatrix} = (1 + s) \times R(\theta_x, \theta_y, \theta_z) \times \begin{pmatrix} X_{d1} \\ Y_{d1} \\ Z_{d1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix} \quad (22)$$

Onde (X_{d1}, Y_{d1}, Z_{d1}) são as coordenadas de um dado ponto no sistema de referência geocêntrico origem, (X_{d2}, Y_{d2}, Z_{d2}) são as coordenadas desse mesmo ponto no sistema de referência geocêntrico destino. $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ são as componentes do vetor que une os centros dos dois elipsoides (as translações), $R(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$ é a matriz dos ângulos de rotação em torno dos eixos datum de origem e (s) é o fator de escala (expresso em partes por milhão – ppm).

Esta transformação apresenta erros significativos, quando existe deformação num dos *data*, como o caso do *Datum Lisboa*, o que levou ao estudo do trabalho realizado no âmbito desta dissertação. Pretende-se saber qual será o erro associado à distribuição dos resíduos das coordenadas transformadas, através do desenvolvimento de um novo algoritmo aplicado a esta transformação. Acoplado ao algoritmo anterior, aplica-se uma distribuição desses resíduos com um mapeamento das diferenças de coordenada e por interpolação dos resíduos a aplicar às coordenadas transformadas, como visível na equação (23).

$$\begin{pmatrix} X_{d2} \\ Y_{d2} \\ Z_{d2} \end{pmatrix}_{Corrigido} = \begin{pmatrix} X_{d2} \\ Y_{d2} \\ Z_{d2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} vX \\ vY \\ vZ \end{pmatrix}_{Grelha} \quad (23)$$

3.3. Métodos de interpolação de resíduos

Os pontos disponíveis para calcular os parâmetros de transformação entre os vários sistemas são pontos dispersos e sem uma disposição lógica e regular. É necessário efetuar uma interpolação para que essa informação passe a estar disposta de forma regular, de maneira a que seja fácil a sua interpretação e utilização.

3.3.1. *Kriging*

O *Kriging* é um dos métodos de interpolação mais flexível e preciso para pontos irregulares, consegue expressar tendências presentes nos dados a várias escalas espaciais. Cada valor interpolado dos nós da grelha é baseado na interpolação dos pontos de dados vizinhos, cada ponto é ponderado a partir da distância e direção ao ponto de interpolação, ao qual é atribuído um peso em função da homogeneidade e da isotropia dos dados. O *Kriging* é eficaz, pois produz uma boa interpretação para a maioria do conjunto de dados. Uma desvantagem deste método é ser muito lento para grande quantidade de dados.

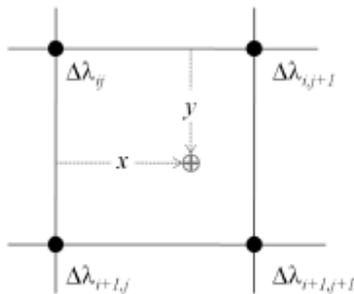
O método *Kriging* pode ser ajustado à variação da amostra de dados, pelo variograma. O variograma é uma função de covariância dos dados, uma informação quantitativa da variação no espaço ou de um fenómeno regionalizado. A função do variograma produz a diferença média entre os pontos separados por um vetor especificado (a diferença é medida pela diferença em quadrado dos valores de Z). O variograma experimental mostra diferentes escalas de comprimento em diferentes direções, a este fenómeno é designado anisotropia geométrica. Para um modelo variograma linear esta iria aparecer como uma diferente inclinação em direções diferentes, enquanto um modelo esférico manifesta anisotropia geométrica. [Barnes, 2014]

3.3.2. Curvatura Mínima

A superfície interpolada gerada por curvatura mínima é análoga a uma superfície suave e uniformemente contínua. Passa através de cada um dos valores de dados e gera uma superfície o mais suave possível, de maneira a tentar respeitar os dados de origem, tanto quanto possível, tal como o nome indica minimiza a curvatura da superfície interpolada. No entanto, a Curvatura Mínima não é um interpolador exato, consequentemente os dados de origem nem sempre são reproduzidos de forma exata. A Curvatura Mínima produz uma grelha por aplicação repetida de uma equação na rede de pontos, numa tentativa de facilitar o cálculo da grelha. Isto é, cada passagem sobre a grelha é contada como uma única iteração. Os valores dos nós da rede são recalculados até que as alterações sucessivas dos valores sejam inferiores ao valor máximo residual, ou se assim o definirmos, o número máximo de iterações for alcançado.

3.3.3. Interpolação Bilinear

Para o cálculo das coordenadas a partir das grelhas formadas foi usada uma interpolação bilinear, função de duas variáveis, neste caso latitude e longitude, dispostas numa grelha regular, como mostra a Figura 16. Determina-se a distância do ponto que se quer coordenar ao ponto (0,0) da grelha local, no canto superior esquerdo e perante essas distância, calcula-se o valor no ponto mediante o peso da distância. Se o ponto está mais próximo do (0,0), logo o ponto (0,0) terá maior peso e assim sucessivamente.



$$\begin{aligned}
 \Delta\lambda_{x,y} = & \Delta\lambda_{i,j} + (\Delta\lambda_{i,j+1} - \Delta\lambda_{i,j}) \times x \\
 & + (\Delta\lambda_{i+1,j} - \Delta\lambda_{i,j}) \times y \\
 & + (\Delta\lambda_{i+1,j+1} - \Delta\lambda_{i,j+1} - \Delta\lambda_{i+1,j} \\
 & - \Delta\lambda_{i,j}) \times x \times y
 \end{aligned} \tag{24}$$

Figura 16 - Interpolação Bilinear

Capítulo IV. Metodologia

A Figura 17 representa toda a metodologia aplicada ao longo deste trabalho, sequencialmente da esquerda para a direita. Primeiramente efetuou-se a normalização e avaliação dos dados disponíveis. Com os parâmetros oficiais, reavaliou-se todos os métodos de transformação. De seguida, estimaram-se os parâmetros de transformação do método de *Bursa-Wolf* e geraram-se as grelhas respetivas dos resíduos das coordenadas. Nesta fase, testaram-se algumas variações dos parâmetros de entrada na geração das grelhas e foi produzido um programa para efetuar esta transformação. Em terceiro lugar gerou-se as grelhas de resíduos correspondentes às diferenças entre os dois *data*. Por fim, comparou-se os resultados obtidos, com os usados atualmente.

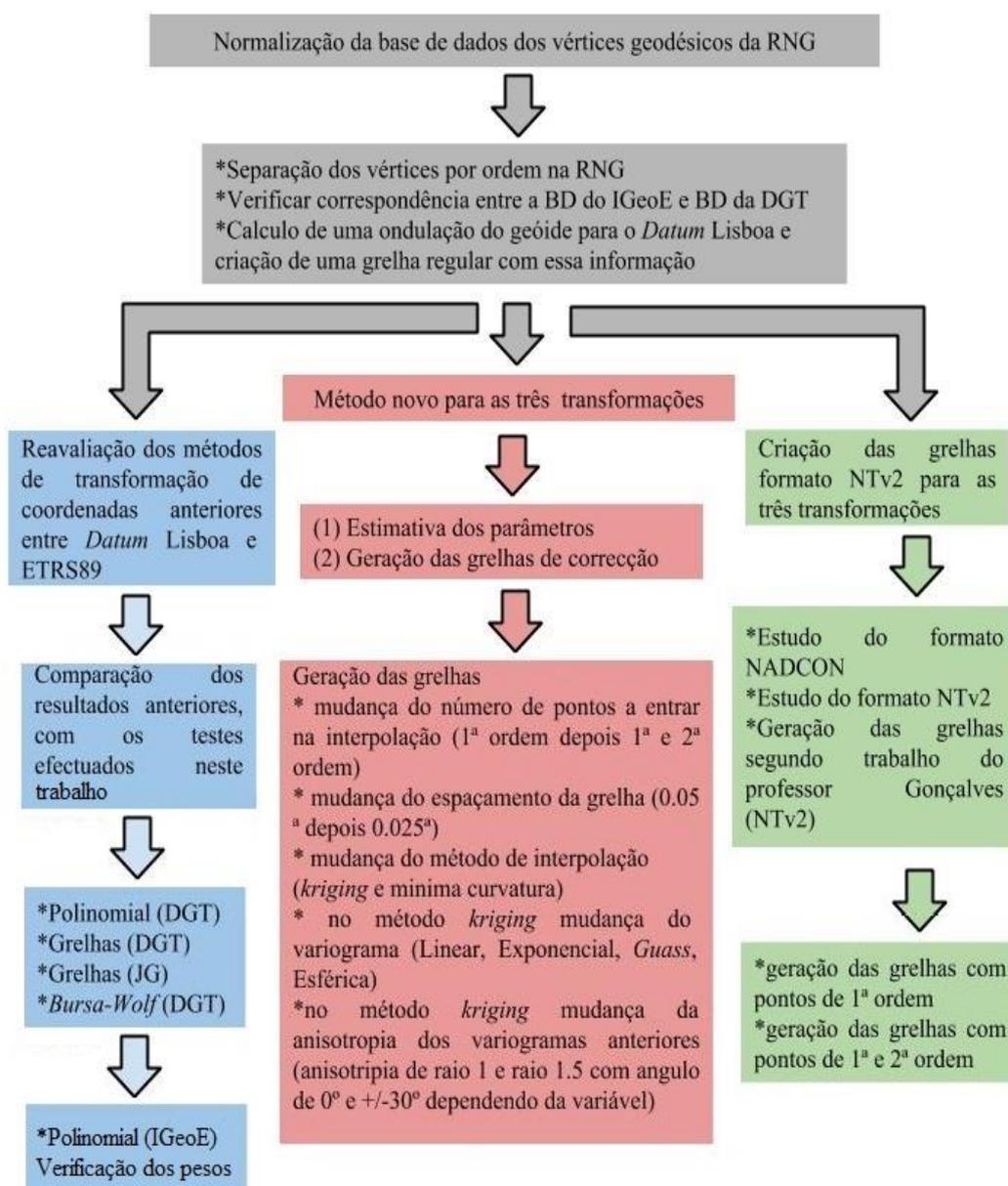


Figura 17 - Metodologia de trabalho

4.1. Escolha dos vértices

Para o IGeoE seria importante o desenvolvimento deste estudo e análise de transformação de coordenadas entre *data* diferentes. O *Datum* Lisboa, *datum* de origem das coordenadas militares do IGeoE com falsa origem, o *datum* WGS84 (ITRS2005), com projeção UTM para Portugal Continental, estabelecido em 2001, Atualmente o IGeoE utiliza este *datum* nos seus trabalhos de cartografia. O instituto pretende usar, em simultâneo com o WGS84, o novo *datum* europeu ETRS89, o *datum* estabelecido pela diretiva INSPIRE e com projeção cartográfica ETRS89/PT-TM06 da DGT. Para que esta transformação seja possível estudaram-se três transformações como mostra a Figura 18.

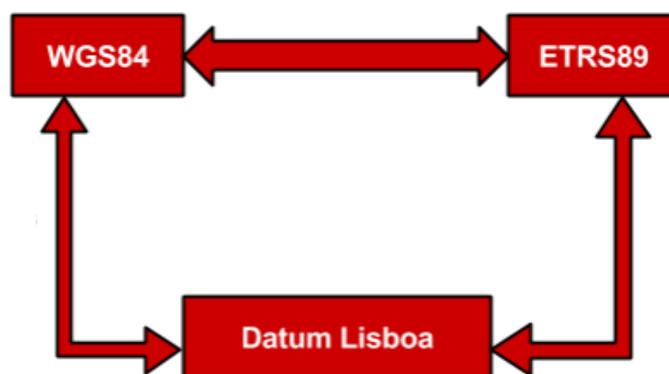


Figura 18 - *Data* de transformação

Em seguida reuniram-se as coordenadas dos vértices geodésicos de todos os *data* para se obter os parâmetros de transformação e para a geração das grelhas. Neste processo, existia uma restrição, que constituiu um dos problemas encontrados no trabalho proposto pelo IGeoE. Para o *Datum* Lisboa e para o ETRS89 eram conhecidas as coordenadas de todos os vértices geodésicos, de 1^a, 2^a e 3^a ordem, não existindo o conhecimento de igual modo para as coordenadas WGS84.

A DGT é detentora de uma base de dados (BD) onde se encontra toda a informação dos vértices geodésicos da RGN, entre essa informação está descrito a sua designação, localização, ordem e notas associadas. Esta BD encontra-se atualizada e está disponível em vários sistemas de referência. A informação necessária, os vértices geodésicos disponibilizados pela DGT, encontrava-se em *Datum* Lisboa e ETRS89, não havendo qualquer informação para o WGS84, o que se tornou um problema prático. Outro problema encontrado foi o facto da BD referida ao *Datum* Lisboa estar desatualizada, essa informação datava do ano de 2012, enquanto que no ETRS89 era do ano de 2013. Para resolver os problemas e não haver incoerências na transformação de coordenadas e no cálculo dos parâmetros, fez-se um trabalho extra para corresponder ou atualizar a BD do *datum* Lisboa para a BD mais atual, a do ETRS89, modificando o necessário para que os vértices de 1^a, 2^a e 3^a ordem, sejam os mesmos, correspondentes às duas BD.

Os vértices geodésicos conhecidos em todos os *data* são reduzidos e ainda que exista alguma informação em quantidade significativa sobre os vértices geodésicos, nalguns casos não existia coerência nos pontos (correspondência do nome e coordenada), como se pode verificar pela Tabela 5. Decidiu-se retirar assim todos os vértices, onde existia diferença de Cota derivada à inclusão da altura do vértice. Retirou-se ainda alguns vértices que continham erros de posicionamento maiores do que 0.5 m (erro de posicionamento verificado na comparação das coordenadas de WGS84 e ETRS89). Por esses motivos, foram retirados do estudo num total 30 vértices geodésicos dos vértices em WGS84.

Tabela 5 - Verificação dos vértices geodésicos entre *data*

<i>Datum</i>	Nome	M Militar	P Militar	Cota
WGS84	Boiças	153137.39	267642.29	137.853
ETRS89	Boiças	153137.21	267641.59	141.11
<i>Datum Lisboa</i>	Boiças	153135.9	267640.1	141.11

O IGeoE tem realizado trabalho de campo na recolha da informação dos vértices geodésicos no *datum* WGS84, para uma base de dados interna. Como ainda não foi possível coordenar todos os vértices da rede foi necessário optar outras soluções que viabilizassem os resultados deste trabalho. A recolha da informação dos vértices geodésicos está a ser feita por blocos, de acordo com a infraestrutura de dados do IGeoE, como demonstra a Figura 19, representando os blocos já com informação existente. A restante informação será recolhida posteriormente a este trabalho, ficando por acrescentar a informação de maneira a melhorar o método.

SECÇÃO DE TOPOGRAFIA E GEODESIA

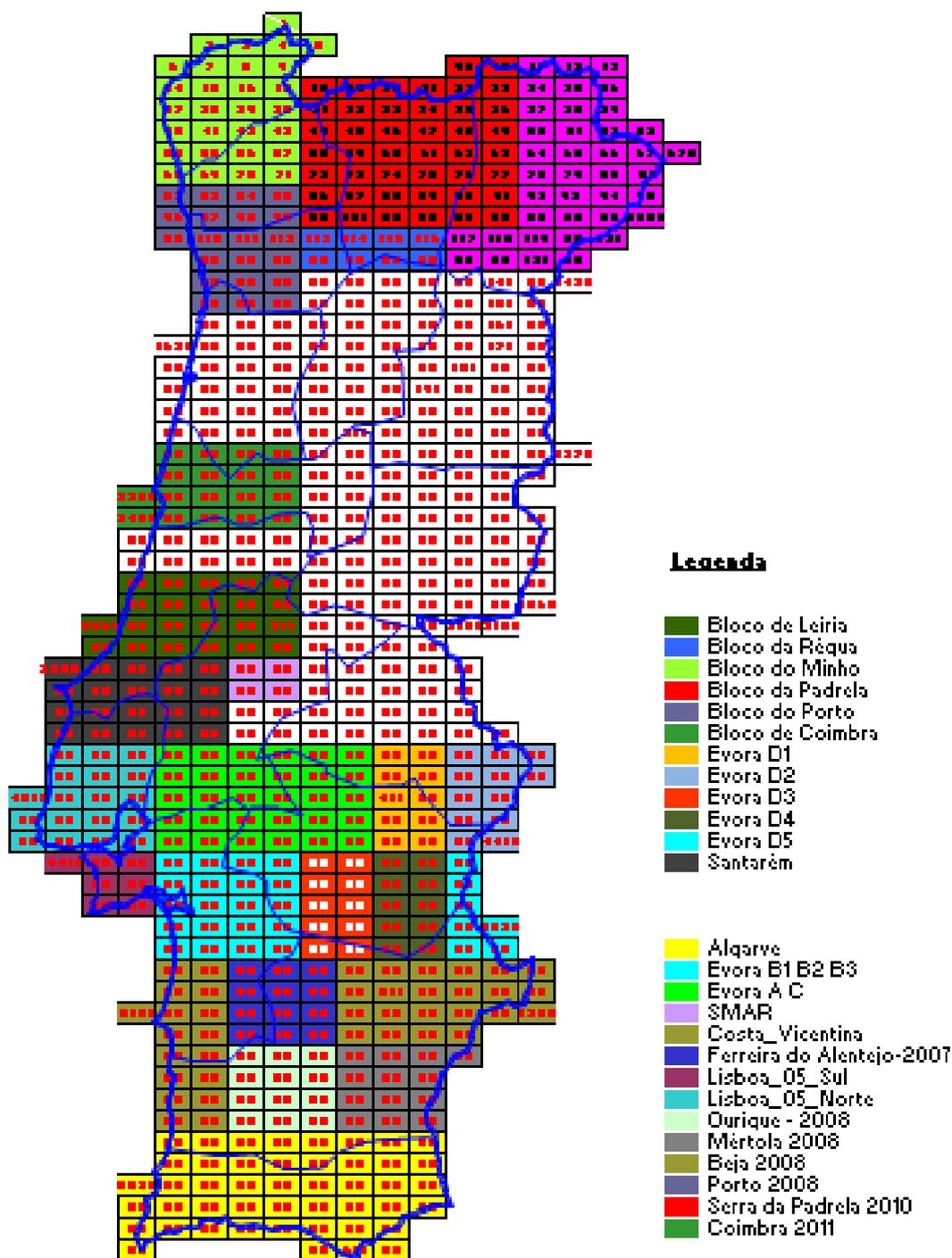


Figura 19 - Blocos do IGeoE, coordenados para o WGS84 e área de estudo [IGeoE, 2014]

Os pontos conhecidos em WGS84 pelo IGeoE estão apresentados na Figura 20, onde é visível que existe um défice de coordenadas conhecidas na zona interior do país. Não seria necessário o conhecimento de todos os vértices da rede, mas para obter bons resultados, além de uma distribuição uniforme, seria necessário pelo menos o conhecimento das coordenadas dos vértices geodésicos de 1ª e 2ª ordem, como será mostrado na seção 4.5.1. Para colmatar a falta de informação tentou arranjar-se uma

solução que passou por se utilizar os pontos da rede SERVIR no IRTF2005, que tem uma distribuição uniforme no país, embora com uma cobertura escassa. Como são conhecidos os parâmetros de transformação de ITRF2005 para WGS84, seria possível transformar através desses parâmetros as coordenadas. Mas a rede SERVIR também não é composta por grande quantidade de vértices originando problemas na construção das grelhas interpoladas.

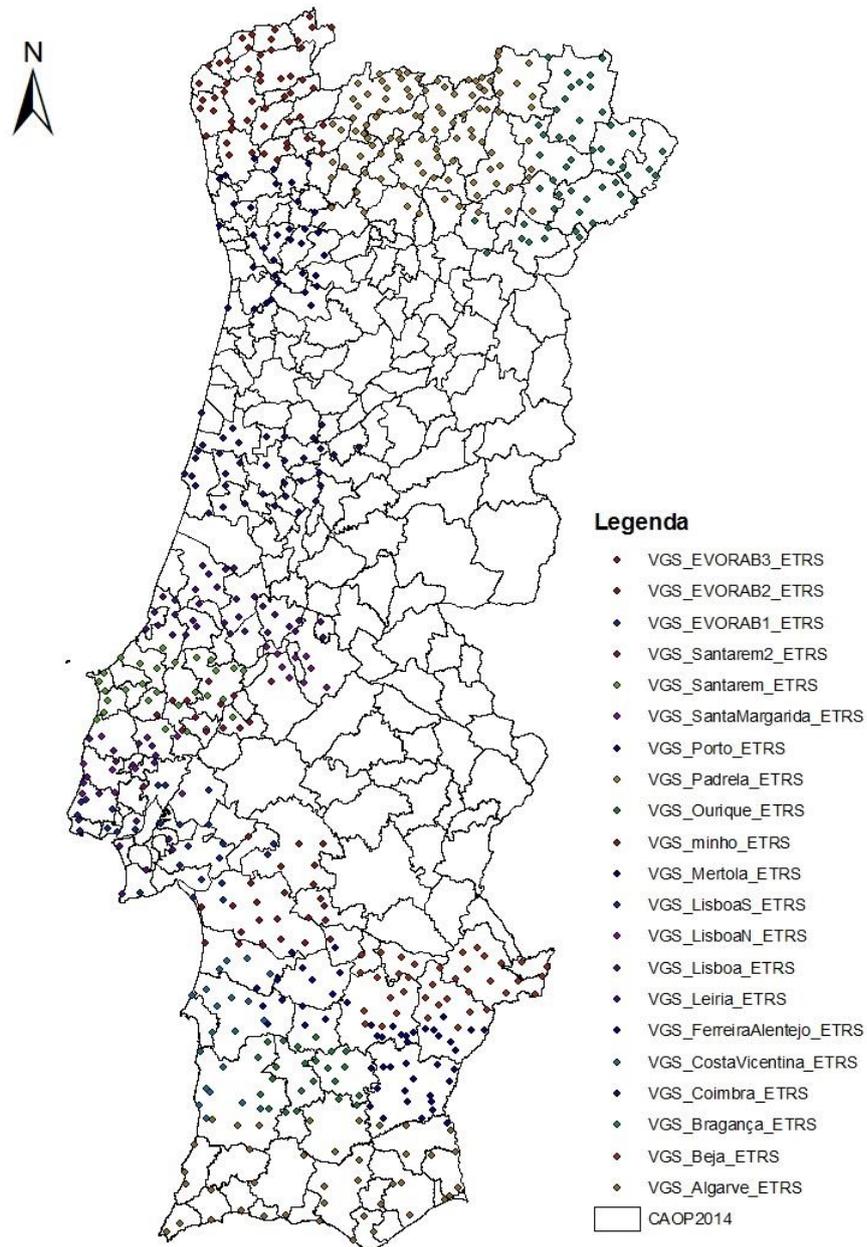


Figura 20 - Vértices geodésicos fornecidos pelo IGeoE para o estudo

Uma outra solução avaliada foi a utilização dos pontos utilizados do estudo realizado anteriormente pelo IGeoE, Figura 21, que estabeleceu os parâmetros para a transformação no *datum* WGS84 militar. Esse estudo baseou-se na comparação de

coordenadas de vértices geodésicos, onde a determinação das coordenadas apresentadas foi da responsabilidade do Instituto Português da Cartografia e Cadastro (IPCC), atual DGT. O único critério para escolha dos vértices geodésicos, foi o da obrigatoriedade da abrangência de todo o território. Dada a ausência de informação geográfica referenciada em WGS84, todos os estudos fizeram uso de dados transformados a partir dos disponíveis na série cartográfica M888, com parâmetros calculados para o efeito. [Platier, 2003]

A solução encontrada não é a ideal, porque nem todos os pontos eram de 1ª ordem e em geral a informação era escassa, mas foi a melhor solução encontrada para o problema de falta de informação sobre as coordenadas WGS84 dos vértices geodésicos. Para se manter a coerência na cobertura espacial de vértices geodésicos optou-se por utilizar todos os vértices geodésicos existentes, sendo eles de 1ª, 2ª ou 3ª ordem, como mostra a Figura 21.

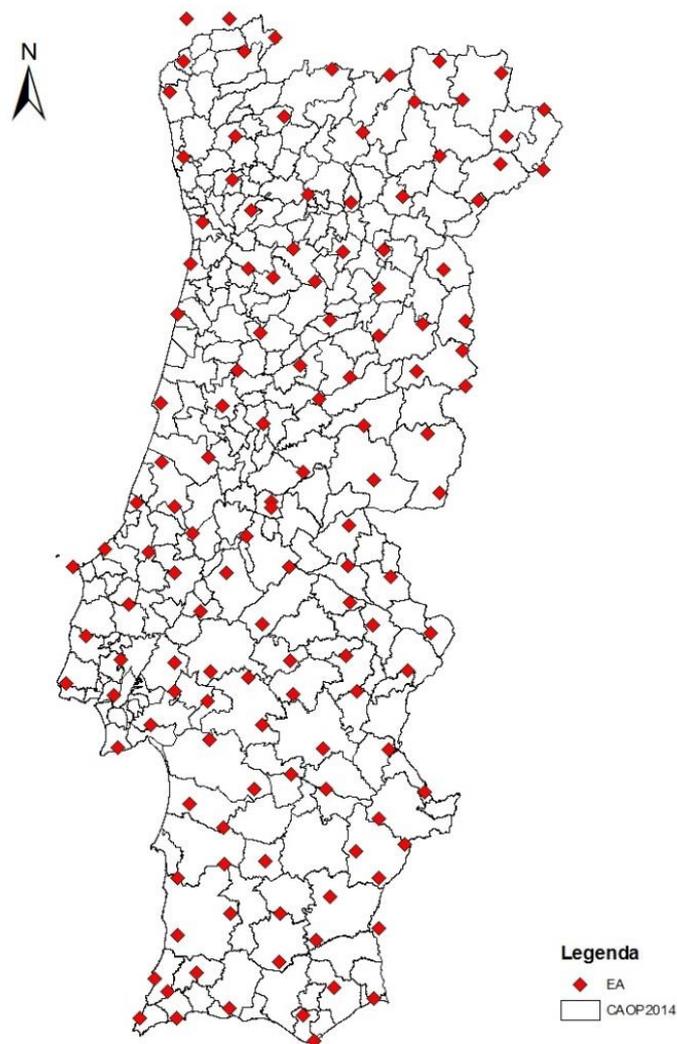


Figura 21 - Vértices geodésicos utilizados no estudo anterior do IGeoE, na transformação da cartografia, e utilizados para as transformações com o WGS84

Foram realizados os seguintes testes para a obtenção dos parâmetros, Figura 22:

- Entre o *Datum* Lisboa e o ETRS89 foi decidido usar os vértices geodésicos de 1ª ordem, pontos disponíveis na base de dados da DGT.
- Entre o WGS84 e o ETRS89 e entre o WGS84 e *Datum* Lisboa decidiu-se usar para cálculo dos parâmetros os vértices geodésicos do estudo anterior.

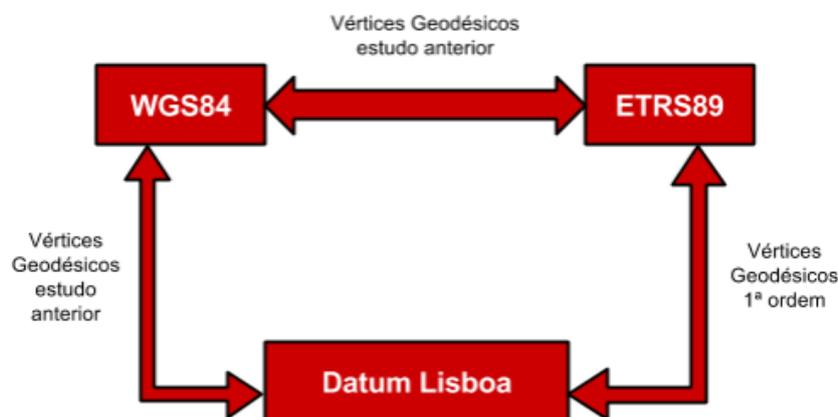


Figura 22 - Vértices utilizados para o cálculo dos parâmetros de cada transformação

Para a geração das grelhas inicialmente utilizou-se os pontos utilizados no cálculo dos parâmetros, num segundo teste, foram acrescentados os pontos de 2ª ordem, como explica a seção 4.5.1.

4.1.1. Altitude Elipsoidal vs. Altitude Ortométrica

Depois de resolvida a questão da correspondência e atualização das bases de dados, foi necessário harmonizá-las. Significa que se efetuou a transformação, caso não existisse, de todas as coordenadas cartográficas para geodésicas e de geodésicas para cartográficas geocêntricas, para serem utilizados nas respetivas transformações, numa fase posterior. A base de dados dos vértices geodésicos em ETRS89, já contém coordenadas cartográficas e coordenadas geodésicas, sendo só necessário aplicar as equações da seção 3.2.1.1 para a transformação de coordenadas. Tanto a base de dados dos vértices geodésicos em *Datum* Lisboa, como a base de dados do IGeoE em WGS84 dos vértices já coordenados, encontram-se em coordenadas cartográficas. Isso significa que deve ser feita uma transformação extra, da projeção cartográfica para coordenadas geodésicas. Como mostra a Figura 23, aplicando a transformação inversa da projeção cartográfica, convertem-se as coordenadas cartográficas (M e P) para coordenadas geodésicas (Latitude, Longitude) e a Altitude Ortométrica (Cota) para Altitude Elipsoidal (h) usando-se um modelo numérico de geóide.

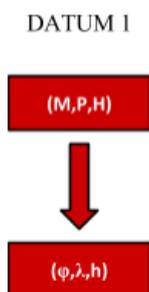


Figura 23 - Retirar a projeção das coordenadas dos vértices, passando-as a geodésicas

A altitude ortométrica é calculada pela subtração da altitude elipsoidal pela ondulação do geoide, como mostra a equação 25, onde, H = altitude ortométrica, h = altitude elipsoidal e N = ondulação do geoide.

$$H = h - N \quad (25)$$

Trocando a ordem da equação e pondo a equação em ordem à altitude elipsoidal temos:

$$h = H + N \quad (26)$$

A partir da equação 26 pode-se calcular a altitude elipsoidal dos vértices geodésicos de cada *datum*, sendo esta tarefa complexa pelo facto da ondulação do geoide não ser conhecida com rigor. Devido a esta limitação, optou-se por não utilizar os vértices geodésicos do WGS84 com altitude elipsoidal desconhecida. Ainda que para os vértices com altitude elipsoidal desconhecida relativa ao *datum* WGS84 se poderia assumir a altitude elipsoidal no *datum* ETRS89 por ser idêntica. Ambos têm o mesmo elipsoide.

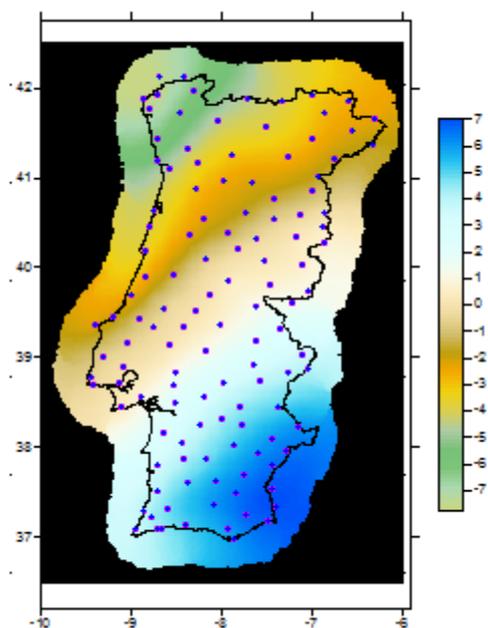


Figura 24 – Aproximação do geoide do *Datum* Lisboa, geoide utilizado pela DGT

No caso do *datum* Lisboa a situação já se torna mais complexa. O modelo de geóide no *datum* Lisboa não é conhecido com rigor, aproximação na Figura 24. Existe uma aproximação por parte da DGT, sendo essa a utilizada nos dias de hoje.

O GeodPT08 [Catalão, 2009] é o modelo de geóide local, que melhor descreve Portugal. Possibilita o posicionamento vertical com uma precisão global estimada de 4 cm, determinada com referência às redes geodésica e de nivelamento do continente. Este modelo surgiu de um trabalho elaborado pela FCUL em parceria com a DGT. O modelo GeodPT08 é dado numa grelha regular de 1,5', com a ondulação do geóide GRS80 em metros [Catalão, 2009], uma aproximação da deformação do GeodPT08, visível na Figura 25. Este modelo de geóide é utilizado no novo sistema de coordenadas de Portugal, o PT-TM06/ETRS89. Para não estar dependente da aproximação da ondulação do geóide no *Datum* Lisboa gerada pela DGT e para não ter que transformar todas as coordenadas pelo programa por eles desenvolvido, o Transcoord Pro [DGT, 2001], optou-se pela criação de uma grelha para o efeito, com a utilização do GeodPT08.

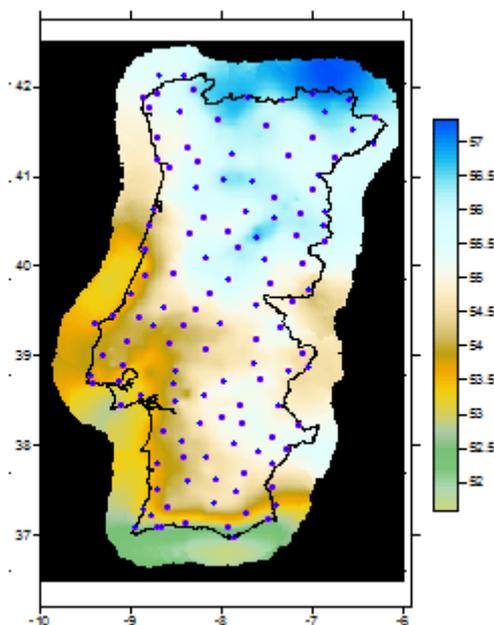


Figura 25 – Aproximação do GeodPT08

Recordando que o ponto central de origem do *Datum* Lisboa é o vértice do Castelo São Jorge, e sabendo a ondulação do geóide dos vértices geodésico de 1ª e 2ª ordem no *datum* ETRS89, incluindo a ondulação do geóide para o vértice do Castelo de São Jorge, consegue-se obter uma aproximação viável da ondulação do geóide para o *Datum* Lisboa. A ondulação do geóide no ponto de origem (vértice do Castelo São Jorge) do *Datum* ETRS89 é de 53.27 m, obtida pela diferença das altitudes elipsoidal e ortométrica do vértice Castelo de São Jorge no ETRS89, como mostra a equação (27). Sendo $N_{CSJ(ETRS89)}$ a ondulação do geóide no ponto de Castelo de São Jorge, $h_{CSJ(ETRS89)}$ a altitude elipsoidal do mesmo ponto no ETRS89 e $H_{CSJ(DLX)}$ a sua altitude ortométrica.

$$N_{CSJ(ETRS89)} = h_{CSJ(ETRS89)} - H_{CSJ(DLX)} \quad (27)$$

Retirando ondulação do geóide no ponto de Castelo de São Jorge à ondulação do geóide conhecida no ETRS89 para os vértices usados, obtém-se então um modelo numérico de ondulação do geóide para o *Datum* Lisboa, como mostra a equação (28).

$$N_{DLX} = N_{ETRS89} - N_{CSJ(ETRS89)} \quad (28)$$

Após a obtenção do modelo numérico de ondulação do geóide para o *Datum* Lisboa, criou-se uma grelha regular, visível na Figura 26, para que se proceda de forma correta à transformação de coordenadas, de forma a obter-se a altitude elipsoidal no *Datum* Lisboa.

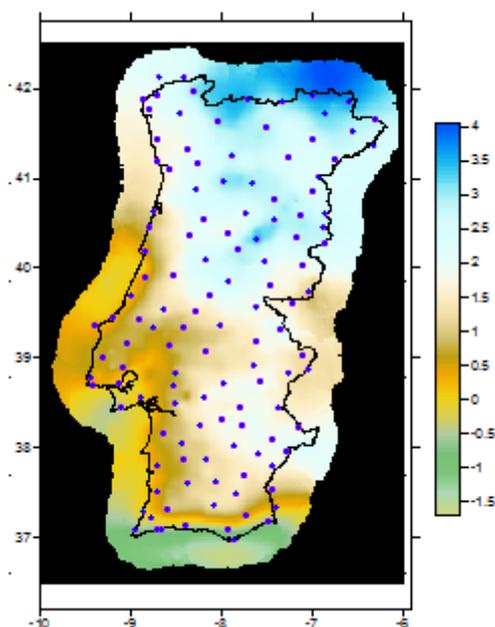


Figura 26 – Aproximação do geóide para o *Datum* Lisboa, calculado a partir do GeodPT08

Nas transformações entre *data* geodésicos deve ser usada a altitude elipsoidal, ainda assim fez-se um teste em que a altitude elipsoidal do *datum* de entrada, neste caso o *Datum* Lisboa, era igual à altitude ortométrica. Os resultados obtidos mostram-se idênticos, e por isso usar uma altitude ou outra é indiferente. Optou-se por usar este método da grelha da altitude elipsoidal em *Datum* Lisboa e para o WGS84 altitude elipsoidal idêntica ao ETRS89, por não ser muito correto utilizar a altitude ortométrica para transformações no elipsoide.

4.2. Base de dados geográfica

Como é prática comum nos dias de hoje, toda a informação geográfica está organizada numa base de dados espacial. Toda a informação de base está definida pela sua posição e por atributos definidos para a diferenciação da informação. No caso do IGeoE sabe-se que a informação geográfica é produzida em formato *.dgn* e mais recentemente em *shapefile* (*.shp*). A informação é diferenciada pelos atributos, sendo eles

o nível (onde a informação fica guardada), a cor da linha, a espessura, e tipo de linha, e quando existe símbolo associado, a célula e o código. A informação geográfica do exercício encontra-se numa *geodatabase*. O conjunto de temas que fazem parte desta *geodatabase* são: Altimetria, Caminhos, Rede Ferroviária, Rede Viária, Edifícios, Hidrografia, Vegetação, Restante.

4.3. Transformação polinomial

No método de transformação polinomial, foi usado um programa de propriedade do IGeoE [Platier, 2003]. Este programa desenvolvido em MATLAB, conforme.m, [Platier, 2003] aplica o método dos mínimos quadrados ao modelo matemático da transformação polinomial descrito na equação (21). O programa determina os parâmetros de transformação entre os dois *data*, os resíduos de cada vértice geodésico e ainda possibilita, a partir de coordenadas de pontos específicos, obter um ficheiro com as respetivas coordenadas transformadas. Os parâmetros de transformação são calculados apenas com o conhecimento das coordenadas planimétricas, não necessitando da informação das altitudes ortométricas. Como se trata de uma transformação entre coordenadas planas, a altitude ortométrica é igual.

Foram fornecidos dois programas, o conforme2.m e o conforme3.m, onde a diferença dos programas era o grau do polinómio das equações de transformação e também os pesos atribuídos aos dados. O método utilizado permaneceu idêntico ao do estudo anterior, por essa razão não foi necessário modificar os programas fornecidos. Os dados de entrada são iguais para ambos os programas e são necessário três ficheiros .txt de entrada, são eles: d1entrada.txt contendo a lista com o número dos vértices geodésicos, as coordenadas M e P no *datum* 1, *datum* de entrada, o d2entrada.txt com as mesmas configurações do ficheiro anterior, mas com as coordenadas no *datum* 2, ou seja o *datum* de saída dos vértices homólogos e pela mesma ordem, como ficheiro de entrada temos também mpenrada.txt, o ficheiro com as coordenadas planimétrica militares a serem transformadas.

Sabe-se que as versões originais dos programas variavam entre si na fórmula da matriz de pesos. No conforme1.m atribuíam-se pesos diferentes às observações, aos vértices geodésicos de 1ª ordem e aos observados por GPS pelo IGeoE que foram obtidos com precisão de 5 cm. Aplicou-se um peso cem vezes superior aos dos restantes (2ª e 3ª ordem) obtidos por transformação com precisão de 50 cm. Na versão 2, ou conforme2.m, consideravam todos os vértices com precisão de 50 cm. Como se pode ver pela Tabela 6, sabe-se que no conforme1.m existiam alguns pontos com peso 400 que equivalem aos pontos de 1ª ordem e aos observados por GPS pelo IGeoE e outros vértices geodésicos com peso igual a 4, tal como na descrição anterior, sabe-se que são pontos de 2ª e 3ª ordem, e no conforme2.m todos os pontos tem peso igual a 4. Na Tabela 6 está representada a atribuição de pesos, como se encontravam no estudo anterior onde Gn é o vetor que guarda o número dos vértices geodésicos e eye uma função de MATLAB que cria uma matriz identidade.

Tabela 6 - Pesos utilizados no estudo da transformação de coordenadas entre o Datum Lisboa e WGS84 no IGeoE

<pre>conforme1.m %MATRIZ DE PESOS (VG'S 1ª ORDEM E OBSERVADOS PELO IGeoE-0.5; OUTROS-0.05) nw1=4; nw2=23; nw3=28; nw4=30; V0=eye(█.*length(Gn)); V=█*V0; V(nw1,nw1)=█; V(nw2,nw2)=█; V(nw3,nw3)=█; V(nw4,nw4)=█; V(size(Wn,1)+nw1,size(Wn,1)+nw1)=█; V(size(Wn,1)+nw2,size(Wn,1)+nw2)=█; V(size(Wn,1)+nw3,size(Wn,1)+nw3)=█; V(size(Wn,1)+nw4,size(Wn,1)+nw4)=█; Pl=V;</pre>	<pre>conforme2.m %MATRIZ DE PESOS (VG'S 1ª ORDEM E OBSERVADOS PELO IGeoE-0.5; OUTROS-0.05) V0=eye(4.*length(Gn)); Pl=█*V0;</pre>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Ao verificar os programas conforme.m e os usados atualmente pelo IGeoE verificou-se diferenças na atribuição dos pesos e no grau do polinómio, como mostra a Tabela 7. O conforme2.m, o peso é igual para as observações, mas em vez de peso 4 o peso passa a 124. O grau do polinómio das equações polinomiais continua no grau 2, ficando com seis parâmetros desconhecidos sendo eles x0, y0, alfa1, alfa2, beta1, beta2. Verificando o conforme3.m os pesos são diferentes para as observações, o peso é de 400 para os vértices de 1ª ordem e para os pontos observados por GPS pelo IGeoE e peso 16 para todos os outros. Neste caso o grau das equações polinomiais alteram passando para o grau 3, ficando com oito parâmetros desconhecidos na totalidade, sendo eles x0, y0, alfa1, alfa2, beta1, beta2, gama1, gama2.

Tabela 7 - Pesos utilizados hoje em dia na transformação de coordenadas no IGeoE

<pre>Conforme2.m %MATRIZ DE PESOS (VG'S 1ª ORDEM E OBSERVADOS PELO IGeoE-0.5; OUTROS- 0.05) V0=eye(2.*length(Gn)); V1=eye(2.*length(Gn)); P10=█.*V0; P11=█.*V0; C1=zeros(2.*length(Gn)); Pl=[P10,C1; C1,P11];</pre>	<pre>Conforme3.m %MATRIZ DE PESOS (VG'S 1ª ORDEM E OBSERVADOS PELO IGeoE-0.5; OUTROS- 0.05) V0=eye(2.*length(Gn)); P11=█.*V0; P12=zeros(2.*length(Gn)); V0=eye(2.*length(Gn)); P13=█.*V0; Pl=[P11,P12; P12, P13];</pre>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Ao executar os dois programas com os pesos diferentes verificou-se que tais alterações não traziam diferenças nas coordenadas, apenas ligeiras alterações nos

parâmetros de cálculo, na ordem dos $10E-10$ m. Contudo, em termos do número de iterações notou-se uma redução para o caso dos pesos adotados hoje em dia pelo IGeoE, ou seja, maior rapidez no processamento e cálculo da determinação dos parâmetros.

Na escolha entre os dois programas, comparando a rapidez com o erro associado, optou-se pelo conforme2.m. O erro associado era muito idêntico nos dois programas. A escolha debruçava-se inteiramente pela rapidez, como o grau da equação polinomial era menor, ficava com menos parâmetros desconhecidos, o que tornava mais rápido. O critério de paragem do processamento dos mínimos quadrados é dada pela condição da estimativa dos valores o valor de correção os parâmetros, transformam-se as coordenadas guardadas no ficheiro mpenrada.txt com esses parâmetros. Como ficheiros de saída obtém-se um ficheiro param.txt que guarda os valores dos parâmetros de transformação obtidos e o msaida.txt que fornece a lista de resíduos das coordenadas cartográficas dos vértices geodésicos utilizados, o EMQ do ajustamento, o valor dos parâmetros de transformação e o respetivo EMQ e as coordenadas dos vértices geodésicos do ficheiro mpenrada.txt já transformadas para o *datum* de saída.

Os testes realizados no estudo anterior abrangiam a área de Setúbal. Neste trabalho foram efetuados testes em três zonas distintas (Porto, Leiria, Mértola), além de cálculos para todo o território Continental. Os programas comportaram-se de formas bastante distintas. Conclui-se que associar pesos iguais a cada bloco ou a cada área de trabalho seria a melhor abordagem.

4.4. Método das grelhas

O método das grelhas foi adaptado para Portugal Continental por [Gonçalves, 2009] permitia apenas realizar a transformação do *Datum* Lisboa e *Datum* 73 para o ETRS89. O IGeoE além da transformação entre o *Datum* Lisboa e ETRS89, necessitava da transformação entre o WGS84 e ETRS89, mesmo que estes *data* sejam muito idênticos e tenham entre si poucas diferenças, foi também necessária uma transformação em grelha entre o *Datum* Lisboa e o WGS84.

O método das grelhas requer a informação planimétrica, latitude e longitude. O valor de *h*, altitude elipsoidal, é irrelevante, tal como a transformação polinomial. A transformação de altitude elipsoidal é calculada pela aplicação da equação (26), precisando da ondulação do geoide do datum de saída e da altitude ortométrica do ponto em questão. Este método tem como particularidade de não ser necessário o conhecimento de parâmetros de transformação, não sendo por isso um método de transformação clássico. Sem a necessidade de determinação prévia dos parâmetros, basta o conhecimento das diferenças de coordenadas ($\Delta\lambda$ e $\Delta\phi$) para proceder à transformação.

No método das grelhas há que primeiramente interpolar as diferenças dos vértices geodésicos ao longo da área de estudo na forma de uma grelha regular. Inicialmente seguiu-se o método da criação das grelhas usando o programa CS2CS adotada pelo autor

José Gonçalves [Gonçalves, 2008b]. As grelhas foram geradas para uma área com uma extensão em longitude de 10° W a 6° W e de latitude de 36.5° N a 42.5° N, com um espaçamento de 0.025°, correspondente a 1.5'. O *software* usado para o efeito foi o Surfer [Golden Software, 2012], usando-se o método de interpolação *Kriging* com as definições de variograma Linear, raio de busca da anisotropia de 1 m e ângulo a 0°, todos os pontos foram usados no raio de busca, e exportadas em extensão .dat (ascii).

O método está associado à biblioteca PROJ e a todos os programas inerentes, e por isso, inicialmente tentou-se testar a junção das grelhas pelo programa CS2CS. Mas a construção do ficheiro tornou-se difícil e morosa. Segundo [Gonçalves, 2008b], as grelhas teriam que ser adaptadas ao formato esperado pelo PROJ (extensão LLA), como se apresenta na Figura 27. Posteriormente as grelhas resultantes eram convertidas para formato binário, pelo programa NAD2BIN, ficando assim de forma legível pelo programa CS2CS.

```
PTD73
41 61 1 -10.000000 0.100000 36.500000 0.100000
0: -2994128 2706987 271 -2755 -470 -936 -648 -1048 -890 -1170
1: -2993617 2708700 -159 -978 316 -2858 -430 -1022 -632 -1168
2: -2993314 2710580 -24 -899 -82 -1028 -170 -1182 200 -2900 -
3: -2993982 2715390 190 -965 670 -3499 21 -1062 -50 -1252 307
4: -2994540 2717810 228 -814 248 -944 265 -1105 891 -3454 112
```

Figura 27 - Formato de entrada do programa NAD2BIN, formato LLA, retirado de [Gonçalves, 2008b]

Na leitura do ficheiro apresentado na Figura 27, a primeira linha do ficheiro indica o nome da transformação, na segunda linha está indicado o número de linhas e colunas, a longitude e latitude inicial e o espaçamento da grelha. Havendo pouca informação disponível sobre as restantes linhas, foi realizado um trabalho de pesquisa com o qual se concluiu que os dois valores maiores correspondem a diferença de latitude e longitude entre o *datum* local e *datum* global de cada ponto da linha do *raster* multiplicada por 10E5 e os outros valores indicam as variações para os pontos seguintes, ou seja, ao espaçamento da grelha. Pela dificuldade encontrada no entendimento e uso deste método e com ajuda de um programa fornecido pelo autor José Gonçalves, as grelhas foram finalmente adaptadas ao formato NTV2 em ficheiros binários com extensão GSB, deixando de lado o formato anterior.

As grelhas nesta nova forma foram geradas com as mesmas definições do anterior, modificando a exportação que passou a ser no formato binário em extensão .GRD (formato binário *Grid* do Surfer). Usando o programa `write_gsb` [Gonçalves, 2013], foi efetuada a junção das grelhas de diferenças de latitude, com a grelha das diferenças da longitude. Definindo-as com a extensão .GSB, formato esperado pela biblioteca PROJ.4.

No caso em que se dispõe de uma rede geodésica densa é possível obter grelhas mais detalhadas e sem diferenças muito abruptas. Isto é possível na transformação entre o *Datum* Lisboa e o ETRS89, Figura 28 e Figura 29, o mesmo já não acontece para o caso

entre o WGS84 e ETRS89 Figura 30 e Figura 31 e entre o *Datum* Lisboa e WGS84, Figura 32 e Figura 33.

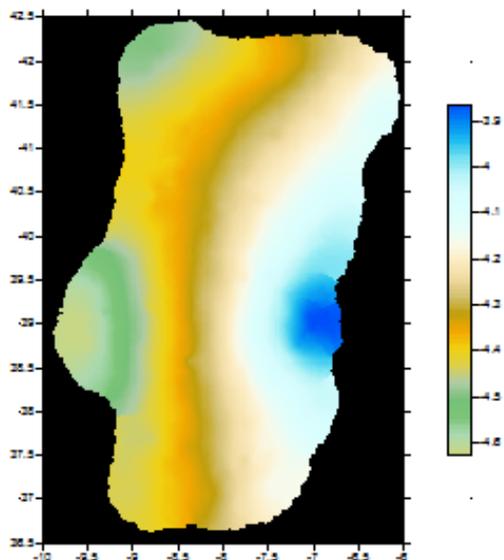


Figura 28 - Diferenças de longitude entre o *Datum* Lisboa e ETRS89

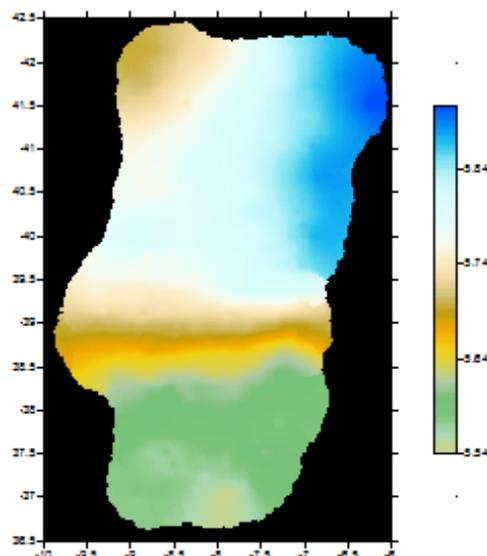


Figura 29 - Diferenças de latitude entre o *Datum* Lisboa e ETRS89

As grelhas entre o *Datum* Lisboa e ETRS89 foram geradas com 959 pontos (1ª e 2ª ordem). Na grelha da longitude verifica-se que as diferenças variam verticalmente, aumentando de Este para Oeste. Na grelha na latitude as diferenças já não têm um comportamento tão linear, onde a diferença no Nordeste de Portugal torna-se maior do que o Noroeste.

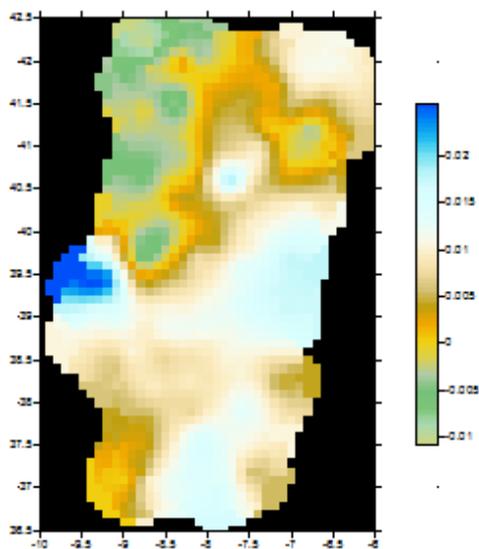


Figura 30 - Diferenças de longitude entre o WGS84 e ETRS89

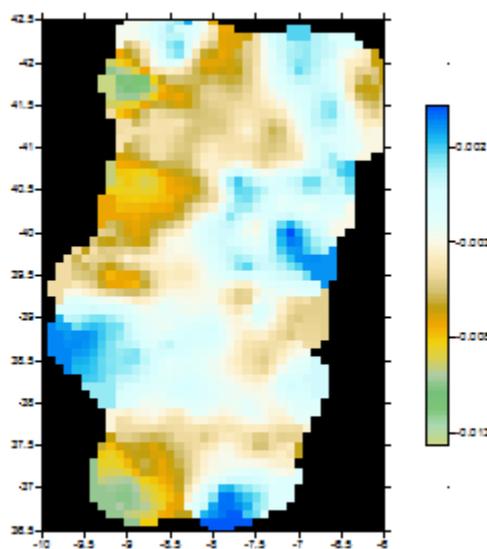


Figura 31 - Diferenças de latitude entre o WGS84 e ETRS89

Na transformação de *Datum* Lisboa para o WGS84 e do WGS84 para o ETRS89 foram usados os pontos existentes de 1ª e 2ª ordem para gerar as grelhas com todos os pontos existentes, total de 335 pontos. Como a interpolação não ficou totalmente correta,

como se mostra da Figura 35 à Figura 38, optou-se por gerar as grelhas com 130 pontos, os pontos do estudo anterior, como se pode visualizar na Figura 21. Os erros encontrados nas grelhas geradas com os pontos de 1ª e 2ª ordem devem-se a uma distribuição de pontos heterogénea, existem mais pontos no litoral do país do que no interior.

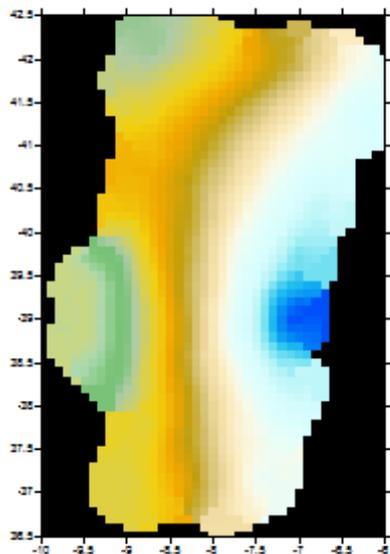


Figura 32 - Diferenças de longitude entre o Datum Lisboa e WGS84

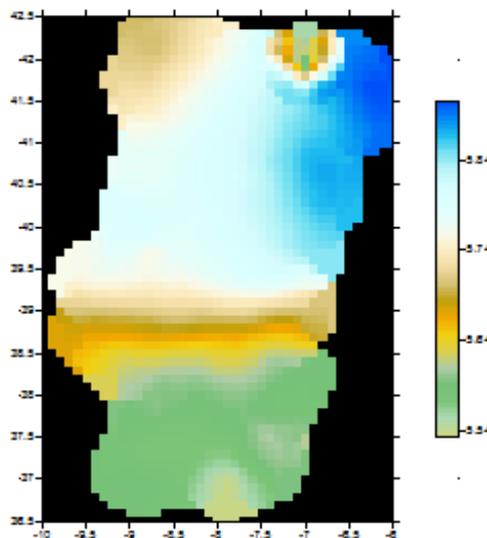


Figura 33 - Diferenças de latitude entre o Datum Lisboa e WGS84

4.5. Transformação *Bursa-Wolf* com correção residual

As transformações de coordenadas entre *data* é frequentemente realizada pela transformação *Bursa-Wolf* (7 parâmetros). Essa transformação é baseada em 3 translações, 3 rotações e 1 fator de escala sobre o sistema de coordenadas cartesianas geocêntricas. Sabe-se que todas as transformações de coordenadas são uma estimativa e envolvem erros que por vezes podem ser um problema principalmente nas extremidades do território, norte e sul de Portugal. Será necessário determinar os respetivos parâmetros de transformação de coordenadas, tendo por base um conjunto de coordenadas dos vértices geodésicos distribuídos ao longo de Portugal continental. Para isso vai ser utilizado o programa HELMERT.FOR [Antunes, 2008], que com os pontos de dois *data* vai determinar os respetivos parâmetros de transformação de coordenadas pelo método de mínimos quadrados, bem como os resíduos das coordenadas de todos os pontos usados.

Para a determinar os parâmetros de transformação é necessário possuir uma distribuição geográfica uniforme dos pontos sobre todo o território português e não existindo essa informação, em Datum WGS84 para os vértices geodésicos, optou-se a utilização dos vértices visíveis no esquema da Figura 22. Entre o Datum Lisboa e ETRS89 utilizou-se os pontos de 1ª ordem e entre as outras duas transformações os vértices utilizados no estudo anterior efetuado no IGeoE.

Sabendo que o HELMERT.FOR necessita das coordenadas dos 2 *data* é necessário formatar a lista de coordenadas pela mesma ordem e com um formato específico, como explicado em anexo. Por cada transformação, para cada *datum* existia uma listagem dos pontos que foi utilizado como ficheiro de entrada no programa HELMERT.FOR, de modo a serem obtidos os parâmetros de transformação, Figura 34, o erro médio quadrático da unidade de peso e os resíduos para cada ponto, relativos a cada uma das coordenadas, bem como a precisão estimada dos parâmetros. Como as coordenadas no ficheiro de entrada são as geodésicas elipsoidais, o programa procede primeiramente a uma conversão direta por coordenadas cartesianas antes de efetivamente o processo de estimação dos parâmetros *Bursa-Wolf*.

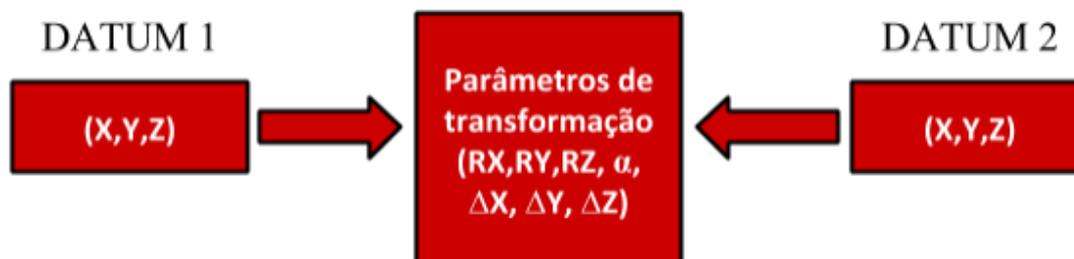


Figura 34 - Esquema do programa HELMERT.FOR

Como se realizaram três transformações distintas *Datum* Lisboa-ETRS89, *Datum* Lisboa-WGS84, e WGS84-ETRS89, obtiveram-se três conjuntos parâmetros de transformação distintos. Como irão fazer parte da transformação foram guardados em ficheiros à parte, e sempre que se proceda a cada transformação, o ficheiro correspondente seja utilizado. O programa HELMERT.FOR devolve também os resíduos associados a cada ponto, um conjunto de parâmetros do sistema resultante do método de mínimos quadrados. Com base nas soluções obtidas dos resíduos, relativamente a cada solução de transformação, procedeu-se à sua interpolação em grelha, de modo a que estes resíduos sejam interpoláveis para qualquer ponto e posteriormente sejam somados à coordenada transformada a partir dos respetivos parâmetros. Desta maneira consegue-se fazer uma correção mais exata das coordenadas e daí poder concluir-se sobre a distribuição dos resíduos e comportamento desde método, *Bursa-Wolf* modificado.

Sabe-se da existência de vértices geodésicos com erros associados significativos, no entanto optou-se por não retirar nenhum vértice do cálculo dos parâmetros e grelhas, mesmo que isso venha a afetar a transformação. Como o objetivo deste novo método é a distribuição dos resíduos para uma correção residual das coordenadas transformadas, com a omissão de pontos, essa distribuição seria falseada e, por isso não correta.

Para cada vértice da transformação são estimados os resíduos vX , vY , vZ . Gerou-se uma grelha para cada resíduo, onde cada nó é dado nas coordenadas de latitude, longitude. Isto significa que foi necessário para cada transformação a criação de três grelhas, correspondente a cada coordenada tridimensional. As grelhas de resíduos na transformação *Bursa-Wolf* têm como objetivo abranger todo o território de Portugal

Continental, por isso foram geradas em longitude de 10° W a 6° W e de latitude 36.5° N a 42.5° N, explicação mais detalhada na secção 4.5.1. A criação das grelhas foi efetuada de forma coerente e com os mesmos parâmetros. Os nós das grelhas são correspondentes entre si, o nó 1 da grelha ΔX , correspondia à mesma latitude e longitude do nó 1 da grelha ΔY ou da grelha ΔZ . Assim sendo para transformar um ponto arbitrário, serão dados os quatros nós vizinhos, como mostra a Figura 16, e por interpolação bilinear é calculado o valor residual da grelha correspondente a aplicar à coordenada transformada desse ponto. A origem da grelha é o canto superior esquerdo e as unidades de intervalo de grelha são de latitude e longitude (x, y).

Inicialmente a grelha foi gerada com os pontos de 1ª ordem (128 pontos) entre o *Datum* Lisboa e o ETRS89, e os pontos do estudo anterior (130 pontos) para os outros dois casos, *Datum* Lisboa para o WGS84 e de WGS84 para ETRS89. Para uma modelação mais correta para todo o território de Portugal, a grelha deverá ser densa, tal como acontece na transformação do método das grelhas, de maneira a que a interpolação produza melhores resultados localmente. Por esse mesmo motivo decidiu-se juntar aos resíduos dos pontos iniciais, os resíduos dos vértices geodésicos de 2ª ordem para a geração das grelhas.

4.5.1. Interpolação espacial

Este espaço serve para demonstrar como a configuração das definições na interpolação afeta os resultados.

A priori define-se que o raio de busca para as interpolações é de 0.5 m. Este parâmetro de configuração tem dois significados. Representa a distância que será considerada para a procura de pontos da amostra a partir do ponto que está a ser interpolado e está diretamente relacionado com o parâmetro número de vizinhos. Não é boa estratégia utilizar as definições por defeito neste caso, ou seja, a utilização de todos os pontos para a interpolação para um só local, porque isso acarreta alguns erros.

Analisou-se o que implicaria para o estudo a falta de informação dos vértices geodésicos no *datum* WGS84. Nas transformações *Datum* Lisboa – WGS84 e WGS84 – ETRS89, se fossem utilizados todos os vértices geodésicos da BD de ordem 1 e 2, mais os pontos utilizados para os cálculos dos parâmetros de transformação com a tal procura de 0.5 m obtinha-se uma interpolação errada, como mostra da Figura 35 à Figura 38. Ainda se geraram as grelhas acrescentando aos pontos de 1ª ordem, os vértices geodésicos que se encontravam distribuídos homogeneamente no norte e no sul, mas não resultou num melhor resultado. Por essa razão optou-se pela utilização dos pontos do estudo anterior para a criação das grelhas *Datum* Lisboa - WGS84 e WGS84 – ETRS89, sem aumentar a densidade dos pontos a interpolar.

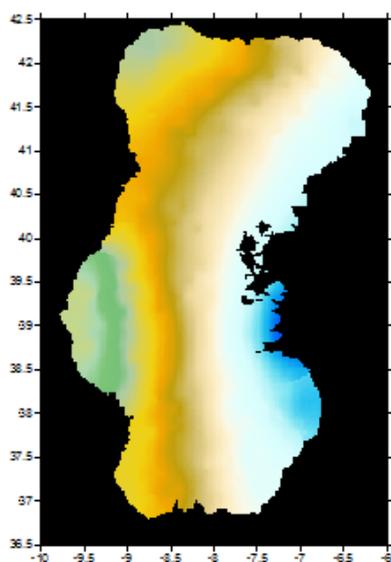


Figura 35 - Diferenças em metros da longitude entre Datum Lisboa para WGS84 (método: *Kriging*, variograma linear, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°, raio de busca: 0.5°)

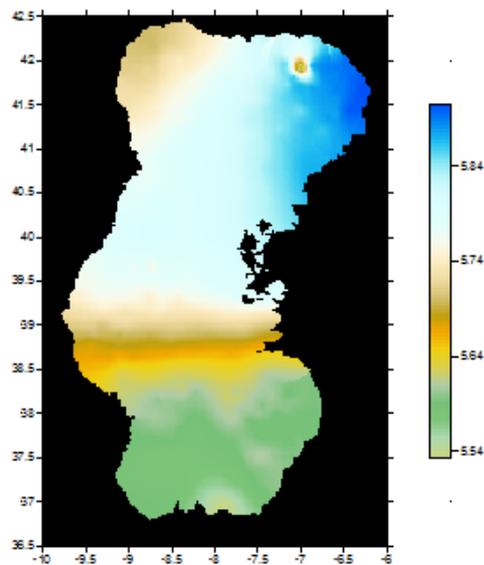


Figura 36 - Diferenças em metros de latitude entre Datum Lisboa para WGS84 (método: *Kriging*, variograma linear, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°, raio de busca: 0.5°)

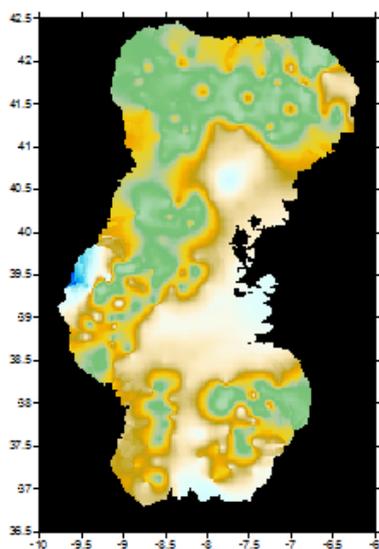


Figura 37 - Diferenças em metros de longitude entre o WGS84 e ETRS89 (método: *Kriging*, variograma linear, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°, raio de busca: 0.5°)

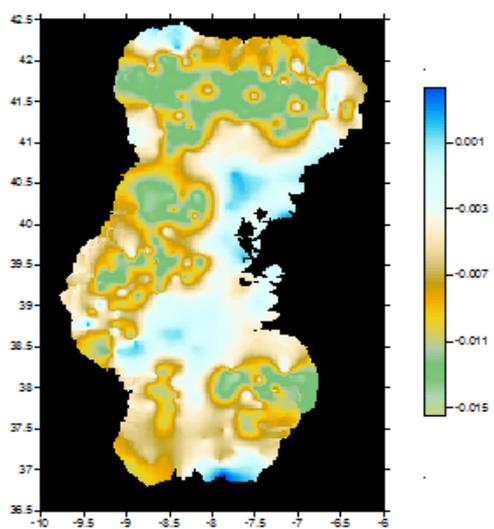


Figura 38 - Diferenças em metros de latitude entre o WGS 84 e ETRS89 (método: *Kriging*, variograma linear, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°, raio de busca: 0.5°)

Por não se conseguir gerar grelhas com os pontos de 1ª e 2ª ordem para todas as transformações, os restantes mapas apresentados serão só entre a transformação do Datum Lisboa para ETRS89. Os testes globais foram efetuados só entre estes *data*.

Ao longo deste estudo consegue-se verificar que a interpolação dos resíduos de X, Y e Z não se comporta de maneira igual em todo o território. Por forma a obterem-se os melhores resultados, foi-se analisar o comportamento da interpolação com a alteração da configuração dos parâmetros de interpolação. A alteração dos parâmetros de interpolação

pode resultar um EMQ maior, mas uma amplitude de erro máximo menor. Para além do EMQ, deve-se também olhar para os erros máximos absolutos e a amplitude dos erros. Foram estudados e testados os resultados para as seguintes variações dos parâmetros de entrada na interpolação:

1. Dois métodos de interpolação (*Kriging* e Curvatura Mínima)
2. Aumento de pontos para a geração da grelha, de vértices geodésicos de 1^a ordem para os vértices de 1^a e 2^a ordem.
3. Diminuição do espaçamento da grelha de 0.5° para 0.025°
4. No método de interpolação *Kriging* foi modificado através das definições do variograma (variograma Linear, Esférico, Exponencial, *Gaussiano*)
5. Modificado o variograma, variou-se ainda o raio de busca da anisotropia de 1 m para 1.5 m de distância e de 0° para 30° para o ângulo.

No método da Curvatura Mínima, percebe-se que o facto de não se limitar o raio de busca pode trazer erros superiores em algumas zonas da grelha. Não conseguindo saber corretamente como se comporta dentro da área de estudo, neste caso Portugal Continental. Os mapas da Figura 39 à Figura 41 são referentes às interpolações com os pontos de 1^a ordem, utilizando o método da Curvatura Mínima, um espaçamento da grelha de 0.025° e com as outras definições por defeito, variograma linear, raio de busca de anisotropia de 1 m e ângulo de 0°. A Figura 39, correspondente às variações em X, contém erros que variam entre os -3.5 m e 1.5 m e mostra uma anisotropia positiva de 30° na zona centro do país. No noroeste do país, tal como na fronteira do Baixo-Alentejo com Espanha, apresentam um ligeiro aumento de diferenças para o lado negativo. A Figura 40, diferenças da coordenada Y, por sua vez tem variações num ângulo de 330°, fica visível que a anisotropia aqui tem de ser modificada, mas o Y é a coordenada que mais varia e com diferenças maiores, variando entre os -5 m e os 4 m. A coordenada do Z, Figura 41, varia de uma forma muito semelhante à coordenada X, a anisotropia positiva de 30° os erros são maiores também no noroeste de Portugal, apesar que no centro do país os erros também sejam relativamente grandes, principalmente na zona da fronteira com Espanha e Alentejo. A imagem da grelha com o espaçamento de 0.025° fica mais suavizada das irregularidades enquanto que na grelha com espaçamento de 0.05° as diferenças são mais abruptas por ter um espaçamento maior. Como se pode verificar no Capítulo V, na comparação das Tabela 15 e Tabela 19, das páginas 83 e 8585 respetivamente.

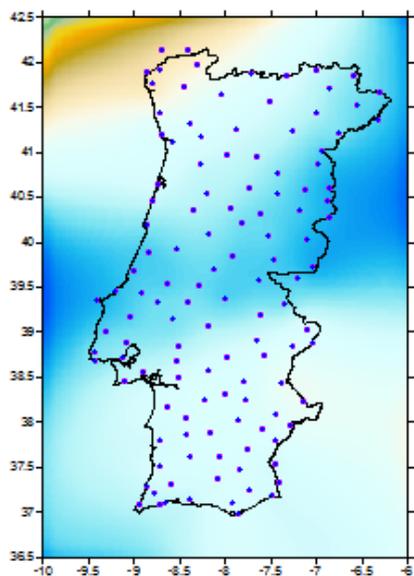


Figura 39 - Interpolação do resíduo em X (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)

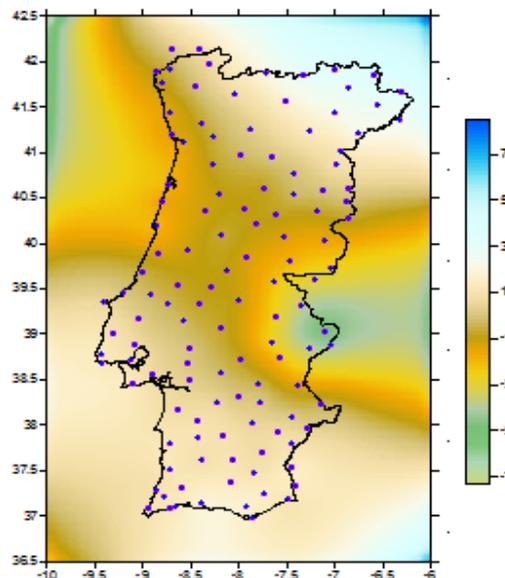


Figura 40 - Interpolação do resíduo em Y (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)

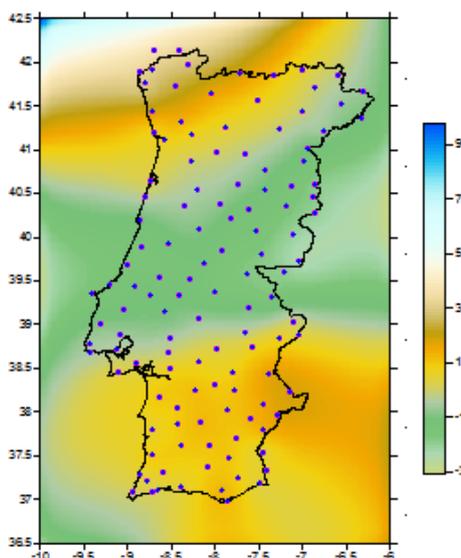


Figura 41 - Interpolação do resíduo em Z (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)

Com o aumento do número de pontos para a geração das grelhas, como mostra da Figura 42 à Figura 44, consegue-se visualizar que a distribuição do erro tornou-se mais detalhada, não tão homogeneizada. As anisotropias ficaram ainda mais visíveis, mas também ficou mais visível quais as zonas com maior erro de transformação, isto é, o erro acentua-se para a coordenada do X, o noroeste do País. Na coordenada do Y o centro, e na coordenada do Z o nordeste de Portugal e a zona da fronteira do Alto Alentejo com Espanha.

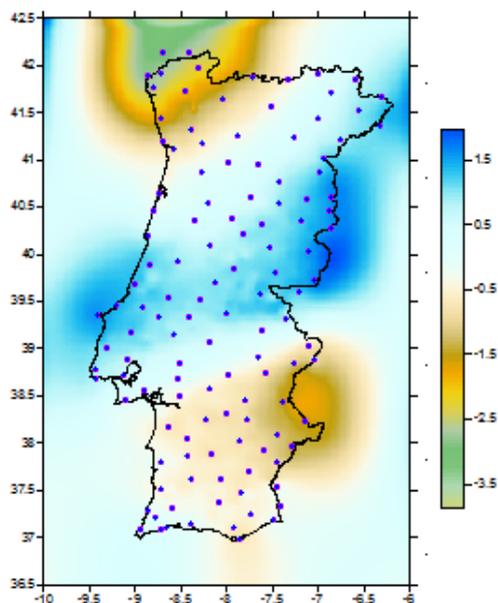


Figura 42 - Interpolação do resíduo em X (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

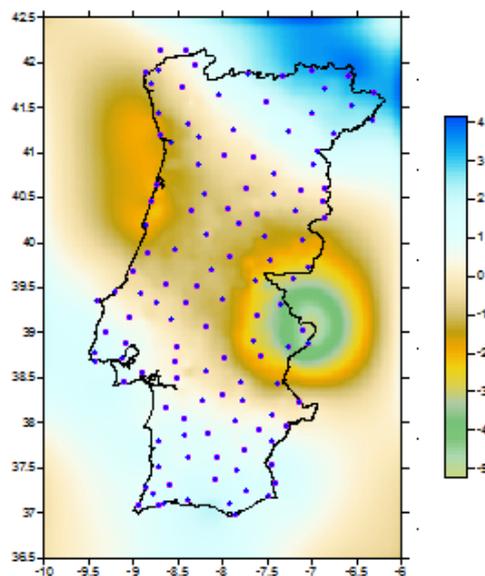


Figura 43 - Interpolação do resíduo em Y (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

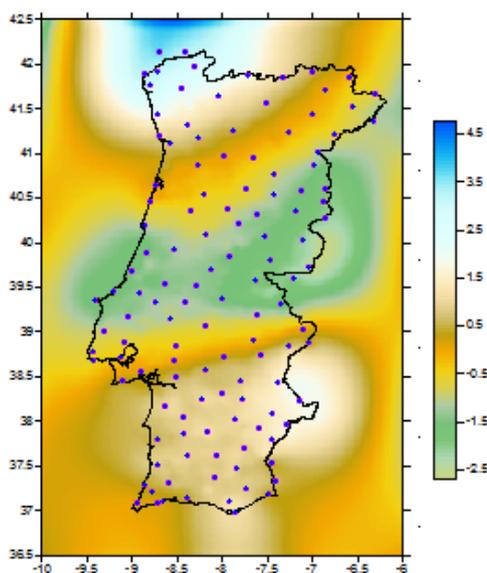


Figura 44 - Interpolação do resíduo em Z (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

Tal como no método da Curvatura Mínima, a anisotropia é visível no método do *Kriging* como se pode verificar da Figura 45 à Figura 47. A anisotropia de X e Z varia com um ângulo de 30° e o Y varia com ângulo de 330°.

As grelhas geradas com o espaçamento de 0.05°, da Figura 81 à Figura 83 contem diferenças mais abruptas que as grelhas com o espaçamento de 0.025°, tornando-se só uma superfície menos rugosa e mais detalhada. A diminuição do espaçamento da grelha vem minimizar especialmente o erro em Z, como se irá verificar nos resultados.

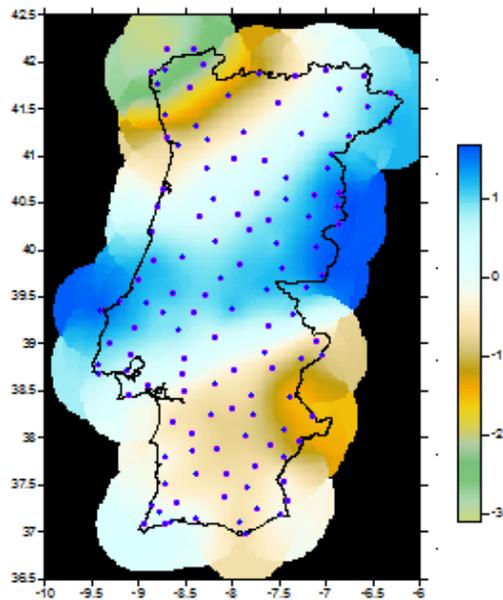


Figura 45 - Interpoção do resíduo em X (método: Kriging, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)

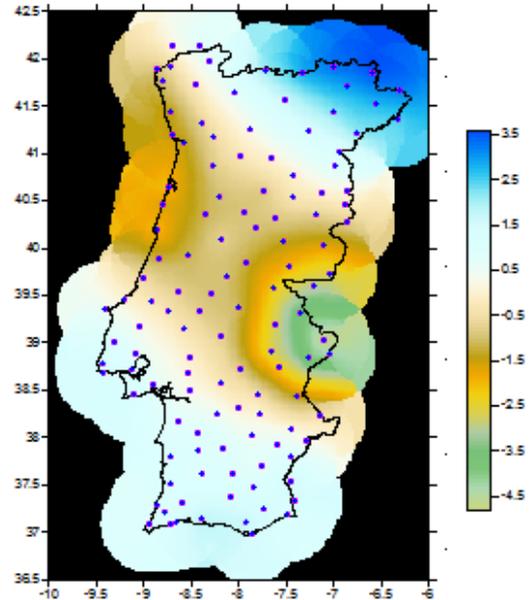


Figura 46 - Interpoção do resíduo em Y (método: Kriging, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)

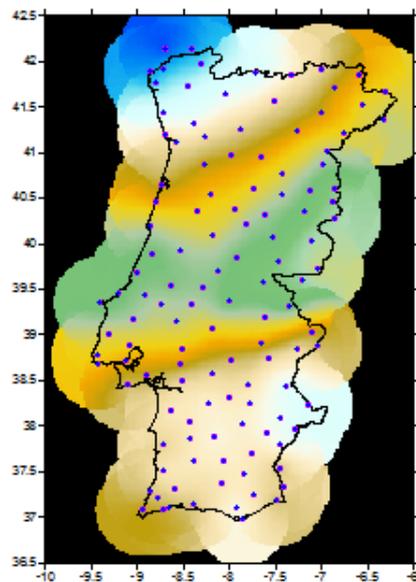


Figura 47 - Interpoção do resíduo em Z (método: Kriging, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)

Com o aumento do número de pontos para a interpoção, evidencia-se quais as regiões que têm maiores erros em prol de outras, visível da Figura 48 à Figura 50. Esta medida vem alterar significativamente os erros das transformações, como se irá verificar nos resultados. As variações têm sido muito pouco perceptíveis, mas com mudanças significativas nos resultados, na secção 5.2.

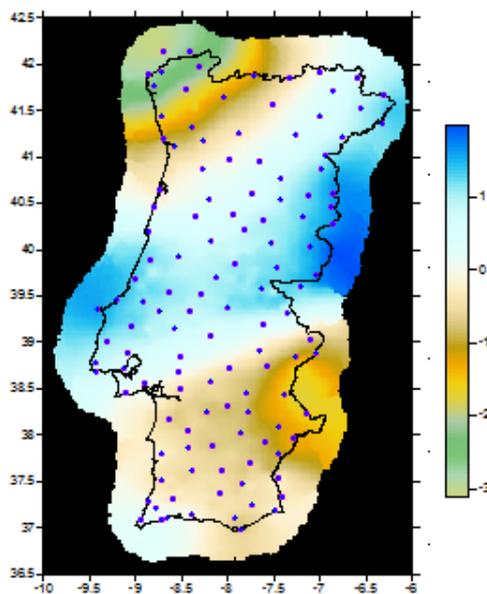


Figura 48 - Interpolação do resíduo em X (método: Kriging, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

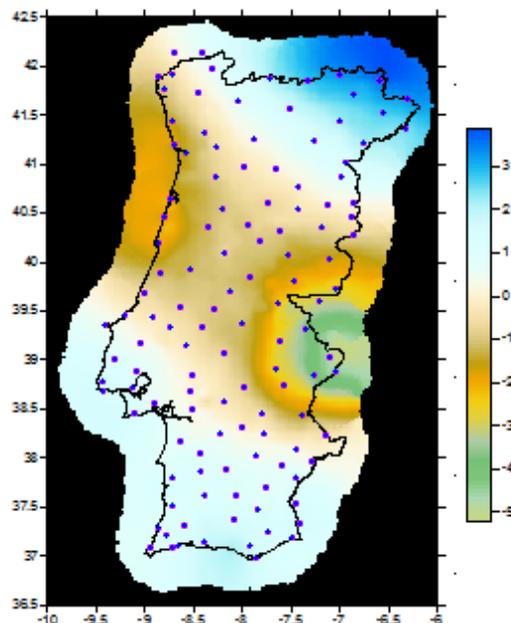


Figura 49 - Interpolação do resíduo em Y (método: Kriging, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

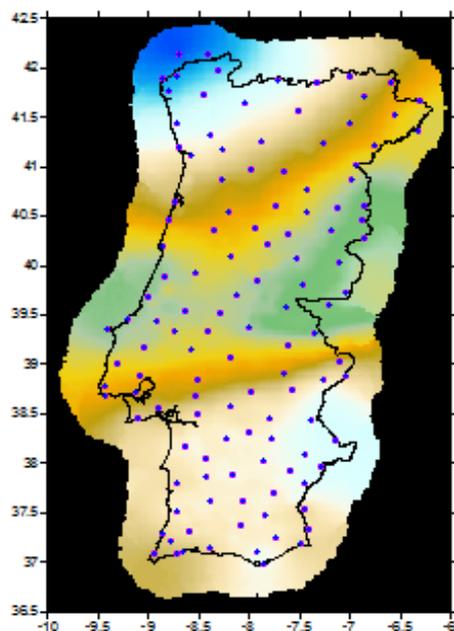


Figura 50 - Interpolação do resíduo em Z (método: Kriging, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

É possível efetuar uma escolha mais detalhada sobre os parâmetros de configuração da interpolação no método do *Kriging*. Daí este método ter sido o escolhido para um estudo mais detalhado. No método da Curvatura Mínima, não se consegue alterar o grau da anisotropia, só podendo alterar o raio de busca da anisotropia. Pelo que deixaram-se as definições por defeito. Já no método do *Kriging* além de poder alterar o modelo do variograma, consegue-se variar a direção e a distância de busca.

Primeiramente fez-se testes alterando o variograma, sem alterar as definições da anisotropia. Por definição, no programa SURFER, o variograma é o linear, alterou-se então para o variograma esférico, exponencial e *gaussiano*. Algumas opções de alteração das definições das Figura 93 à Figura 96. Estas imagens servem só para demonstração do que foi alterado no programa. Com a aplicação do variograma de *gauss*, das Figura 51 à Figura 53, usando um raio de busca para a anisotropia de 1.5 m e a direção das respectivas anisotropias, de 30° para X e Z, e 330° para Y, obtém-se uma grelha que acarreta alguns erros, como visível nos mapas da interpolação com variograma de *Gauss*. Esses erros são significativos e isso reflete-se nos resultados, como será verificado mais à frente. Atendendo que nenhum dos pontos interpolados tem mais de 6 m de diferença entre a coordenada transformada e a coordenada real, não se consegue compreender o porquê da interpolação chegar a valores tão elevados como diferenças de 200 m, deduz-se que seja pelo comportamento do variograma.

Conclui-se que a alteração dos variogramas pode afetar os resultados, podendo haver uma otimização do método *Bursa-Wolf* com posterior correção residual e mesmo no método das grelhas.

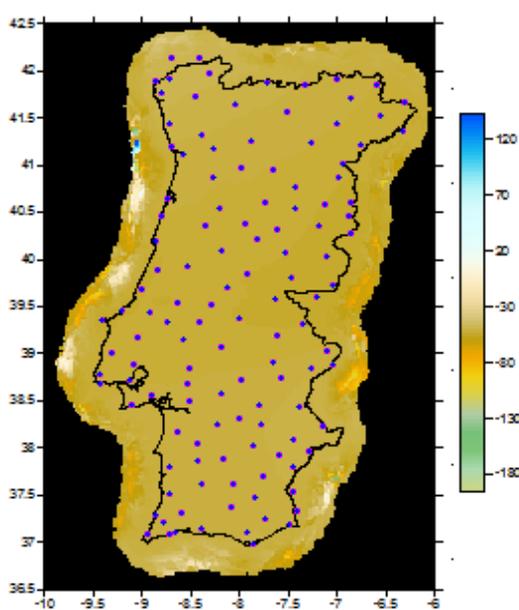


Figura 51 – Interpolação do resíduo em X (método: *Kriging*, variograma: GAUSS, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

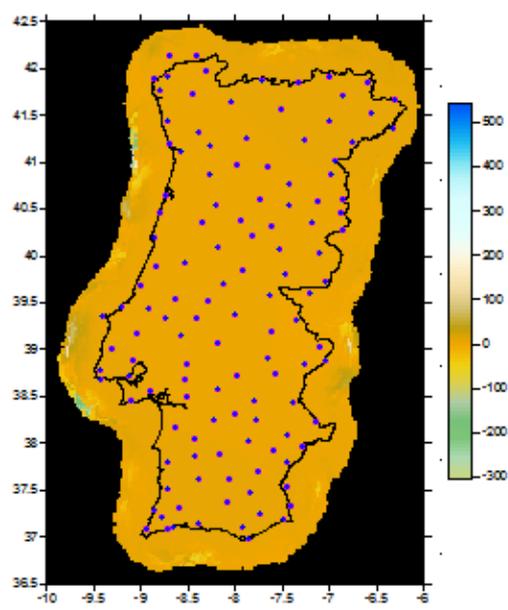


Figura 52 - Interpolação do resíduo em Y (método: *Kriging*, variograma: GAUSS, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

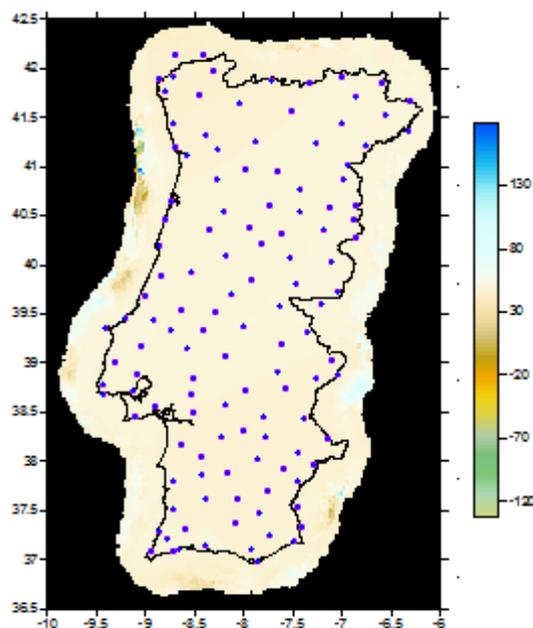


Figura 53 - Interpolação do resíduo em Z (método: *Kriging*, variograma: GAUSS, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

Os restantes variogramas com as definições por defeito apresentam alterações pouco significativas, ficando as diferenças visíveis na rugosidade da grelha. Por esse motivo decidiu-se não apresentar as grelhas, deixando-as em anexo da Figura 87 à Figura 92. Alterando as definições do variograma, espera-se melhores resultados.

Na interpolação *Kriging* com variograma linear foi aplicado um raio de 1.5 m para a anisotropia para todas as coordenadas, mas ângulos diferentes. A anisotropia de X e de Z tem um ângulo de aproximado de 30° e a anisotropia em Y um ângulo de 330°. Como se pode verificar da Figura 54 à Figura 56. Analisando as 3 figuras seguintes, sabe-se que as maiores variações em X se encontram no noroeste de Portugal e em grande parte da fronteira de Portugal com Espanha. Havendo uma clara divisão entre o noroeste e o nordeste, entre o norte e o centro do país e entre o centro e o sul de Portugal. A coordenada Y, apresenta grande diferença de coordenadas na fronteira do alto Alentejo com Espanha, chegando a atingir os -5 m, mas também no nordeste de Portugal a atingir os 3 m de diferenças. Sobre os erros da coordenada de Z, temos uma variação parecida ao X, verifica-se um grande erro no noroeste do país, mas na coordenada de Z as outras variações também se situam mais no norte e na fronteira entre o Alto Alentejo e Espanha. A fronteira do baixo Alentejo e Espanha é a zona com menos erros, talvez pelo facto da pouca existência de poucas alterações.

Visualmente as diferenças continuam a ser pouco significativas, tal como os resultados que também não se alteram muito como se verifica no Capítulo V.

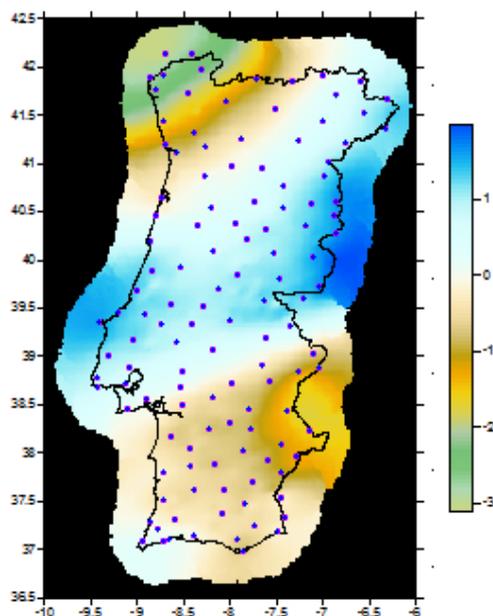


Figura 54 - Interpolação do resíduo em X (método: Kriging, variograma: LINEAR e anisotropia 30°, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

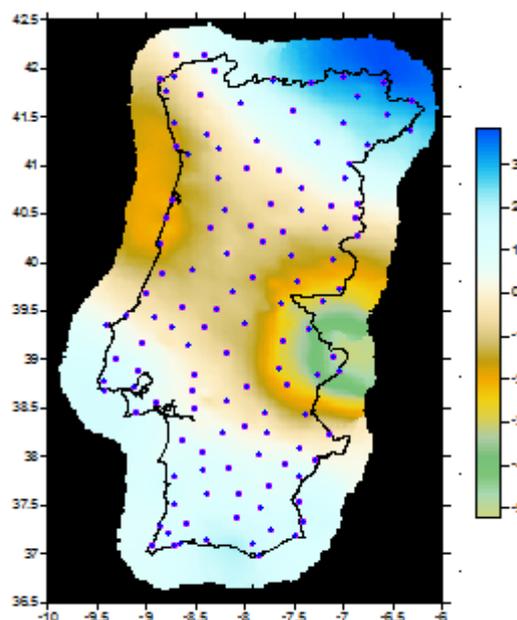


Figura 55 - Interpolação do resíduo em Y (método: Kriging, variograma: LINEAR e anisotropia 330°, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

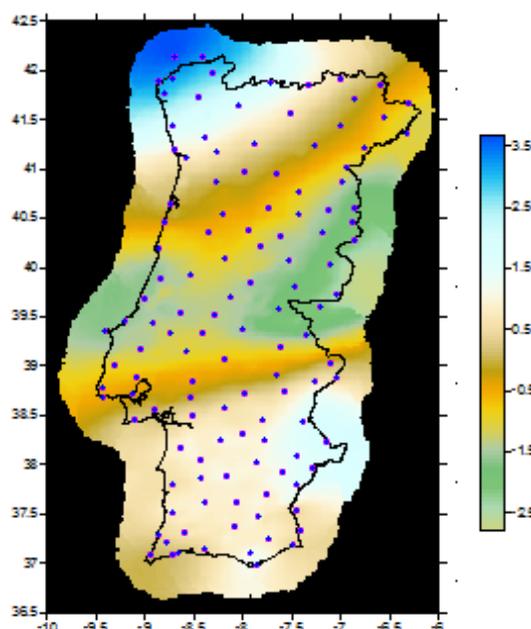


Figura 56 - Interpolação do resíduo em X (método: Kriging, variograma: LINEAR e anisotropia 30°, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

As variações dos restantes variogramas são pouco visíveis. Mas apesar de pouco visíveis, as variações existem. Como se pode verificar em todos mapas de X, o noroeste de Portugal comporta-se de maneira diferente para cada variograma. No variograma esférico, na Figura 57, o noroeste do país tem uma variação mais circular do que por exemplo a exponencial na Figura 60. Já menos visíveis, são as variações da diferença dos variogramas aplicando a anisotropia confirmada nas outras duas coordenadas.

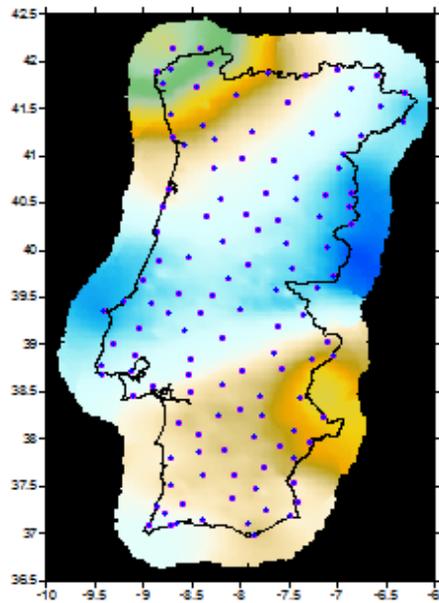


Figura 57 - Interpoção do resíduo em X (método: *Kriging*, variograma: ESFÉRICO e anisotropia 30°, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

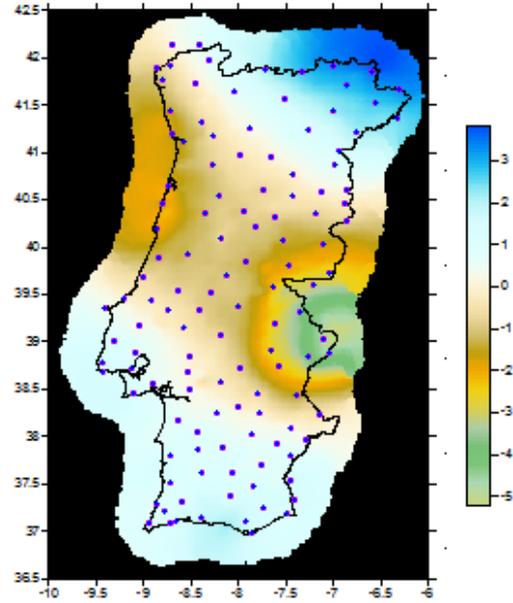


Figura 58 - Interpoção do resíduo em Y (método: *Kriging*, variograma: ESFÉRICO e anisotropia 330°, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

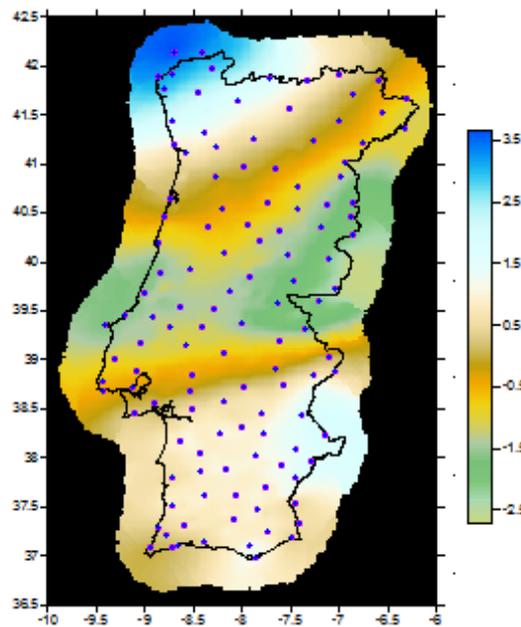


Figura 59 - Interpoção do resíduo em Z (método: *Kriging*, variograma: ESFÉRICO e anisotropia 30°, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

Após o estudo que se fez sobre as definições na interpoção, optou-se para todas as transformações aplicar o método de interpoção de *Kriging* de variograma linear com raio de anisotropia 1 m e ângulo de 0°. Para a interpoção utilizaram-se os pontos de 1ª e 2ª ordem e espaçamento de 0.025°.

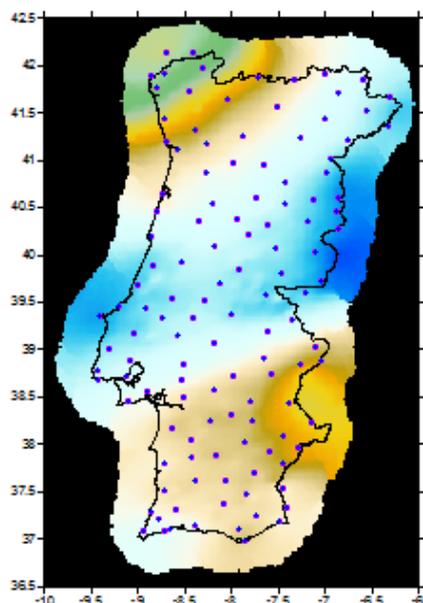


Figura 60 - Interpolação do resíduo em X (método: *Kriging*, variograma: EXPONENCIAL e anisotropia 30°, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

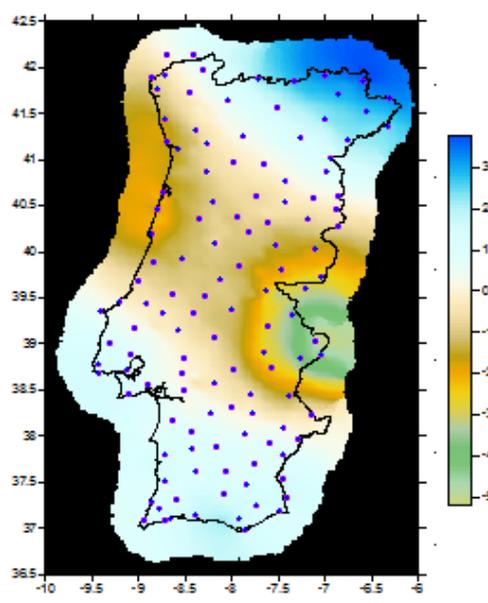


Figura 61 - Interpolação do resíduo em Y (método: *Kriging*, variograma: EXPONENCIAL e anisotropia 330°, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

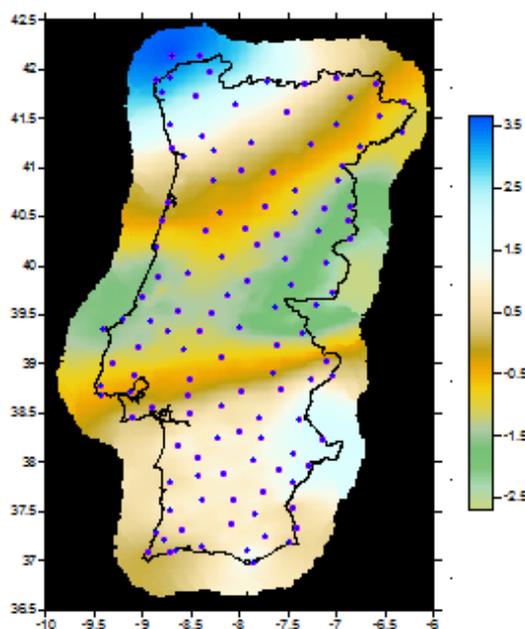


Figura 62 - Interpolação do resíduo em Z (método: *Kriging*, variograma: EXPONENCIAL e anisotropia 30°, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

O WGS84 e o ETRS89 são muito semelhantes entre si, diga-se são definidos de forma muito idêntica. Sabia-se à partida que a transformação entre estes dois *data* iria ter resíduos pequenos. Como se pode verificar da Figura 63 à Figura 65, as variações de coordenadas não ultrapassam o meio metro. A coordenada X tem uma anisotropia perto dos 90°, a coordenada de Z apresenta uma anisotropia de 110°, e na coordenada Y a anisotropia é de 30°. O comportamento de X e Z está relacionado talvez pelo facto de Portugal estar situado próximo no plano XoZ e ser mais alargado essa direção.

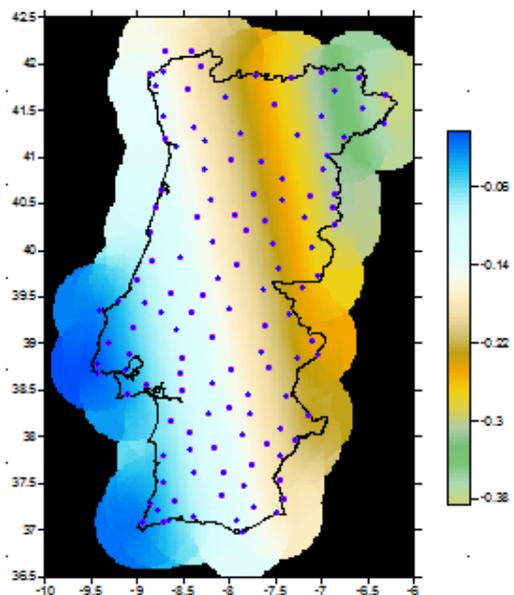


Figura 63 - Interpoção do resíduo em X entre o Datum Lisboa e WGS84 (método: Kriging, variograma: LINEAR, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)

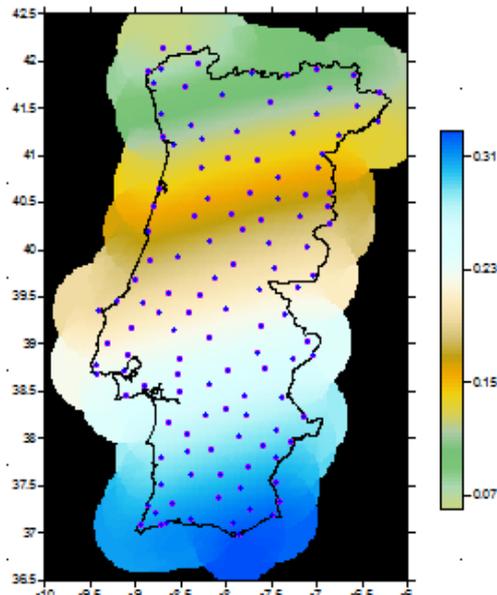


Figura 64 - Interpoção do resíduo em Y entre o Datum Lisboa e WGS84 (método: Kriging, variograma: LINEAR, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)

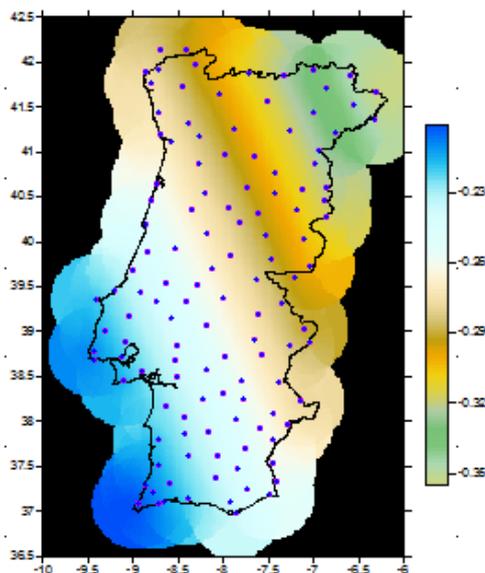


Figura 65 - Interpoção do resíduo em Z entre o Datum Lisboa e WGS84 (método: Kriging, variograma: LINEAR, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)

Como se pode apurar da Figura 66 à Figura 68, a distribuição não homogénea dos pontos afetam a interpoção, resultando numa distribuição de resíduos sem qualquer orientação. A geração da grelha com os pontos de 1ª e 2ª ordem sem distribuição homogénea foi efetuada sem se definir raio de busca. Não sendo a melhor maneira a aplicar nas interpoções, estes testes serviram para confirmar que a utilização de todos os pontos na interpoção de um único ponto comporta muitos erros. Confirma-se a não melhoria neste caso com o aumento do erro na coordenada do Y, onde a interpoção afeta exatamente a localização com menos pontos de interpoção.

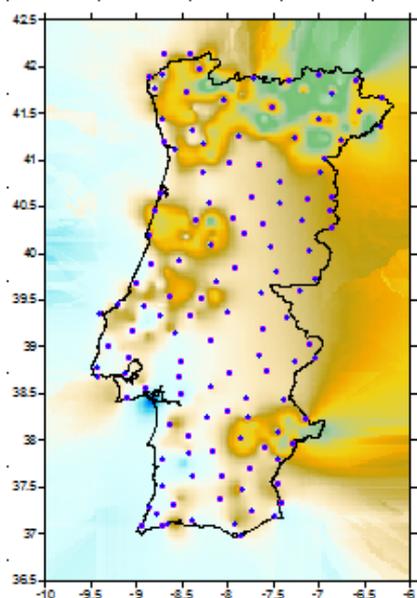


Figura 66 - Interpolação do resíduo em X entre o WGS84 e ETRS89 (método: Kriging, variograma: LINEAR, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°, sem raio de busca)

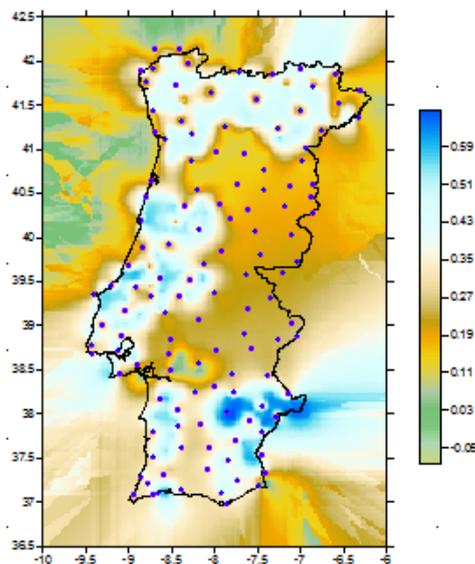


Figura 67 - Interpolação do resíduo em Y entre o WGS84 e ETRS89 (método: Kriging, variograma: LINEAR, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°, sem raio de busca)

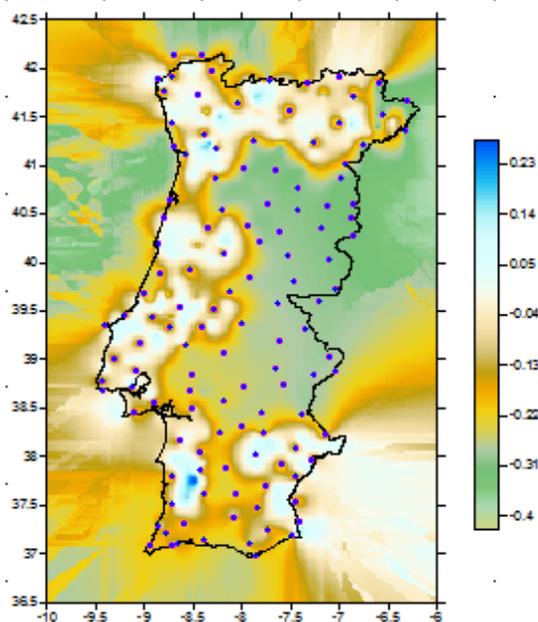


Figura 68 - Interpolação do resíduo em Z entre o WGS84 e ETRS89 (método: Kriging, variograma: LINEAR, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°, sem raio de busca)

Na transformação entre o *Datum* Lisboa e o WGS84, os mapas das interpolações são idênticos à transformação entre o *Datum* Lisboa e o ETRS89. Sabe-se então que a coordenada de X e a coordenada de Z têm um comportamento parecido, auferindo uma anisotropia perto dos 30°, e a coordenada Y uma anisotropia de 330°, como se verifica da Figura 69 à Figura 71.

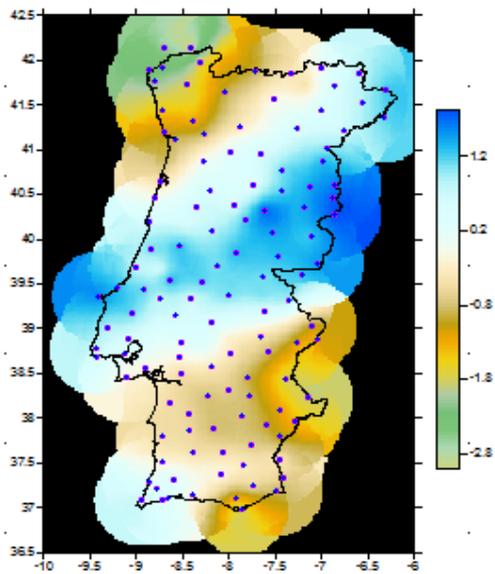


Figura 69 - Interpolação do resíduo em X entre o Datum Lisboa e WGS84 (método: Kriging, variograma: LINEAR, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)

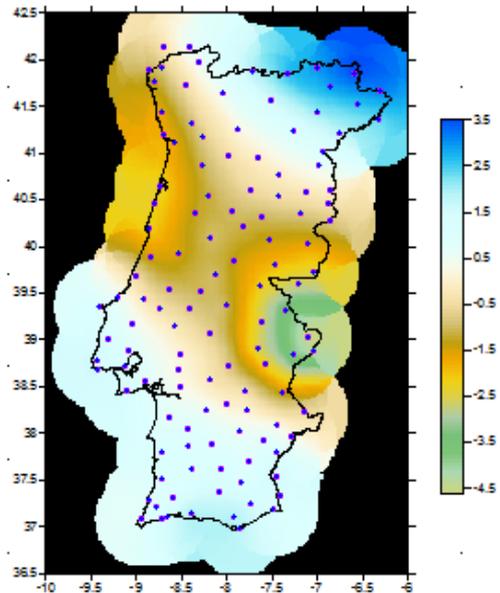


Figura 70 - Interpolação do resíduo em Y entre o Datum Lisboa e WGS84 (método: Kriging, variograma: LINEAR, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)

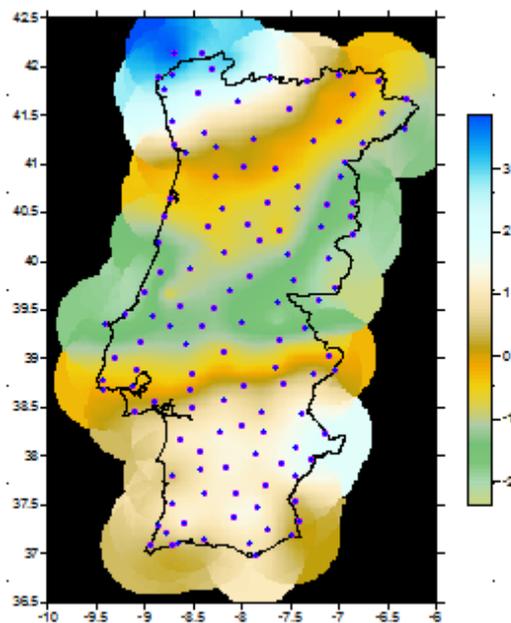


Figura 71 - Interpolação do resíduo em Z entre o Datum Lisboa e WGS84 (método: Kriging, variograma: LINEAR, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.025°)

O erro associado a uma distribuição não uniforme e homogénea encontra-se espelhado da Figura 72 à Figura 74. Estas interpolações apresentam variações de resíduo não uniforme e erros maiores, em comparação à solução apresentada anteriormente. Em conclusão nas transformações entre o Datum Lisboa e o WGS84 e WGS84 e o ETRS89 o mapa de pontos a interpolar deverá ser melhorado posteriormente com a junção de mais pontos com distribuição homogénea. Só assim se poderá obter um estudo completo entre os três data.

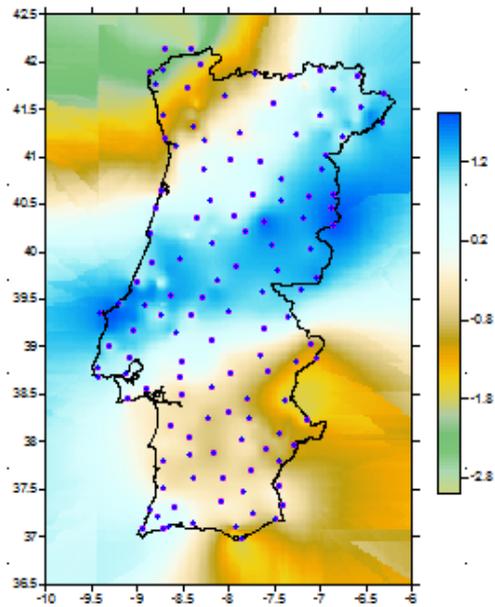


Figura 72 - Interpolação do resíduo em X entre o WGS84 e ETRS89 (método: Kriging, variograma: LINEAR, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°, sem raio de busca)

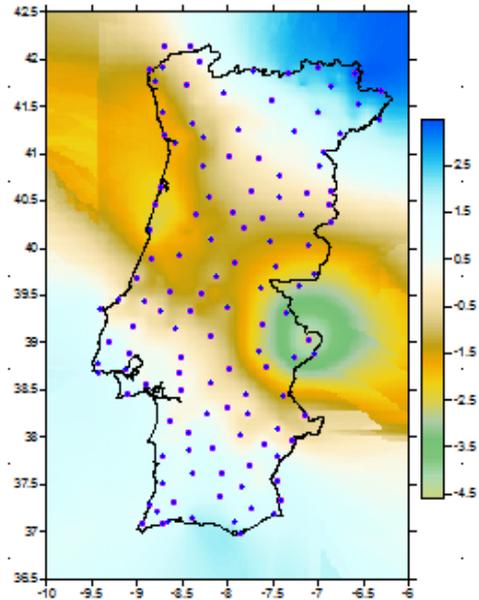


Figura 73 - Interpolação do resíduo em Y entre o WGS84 e ETRS89 (método: Kriging, variograma: LINEAR, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°, sem raio de busca)

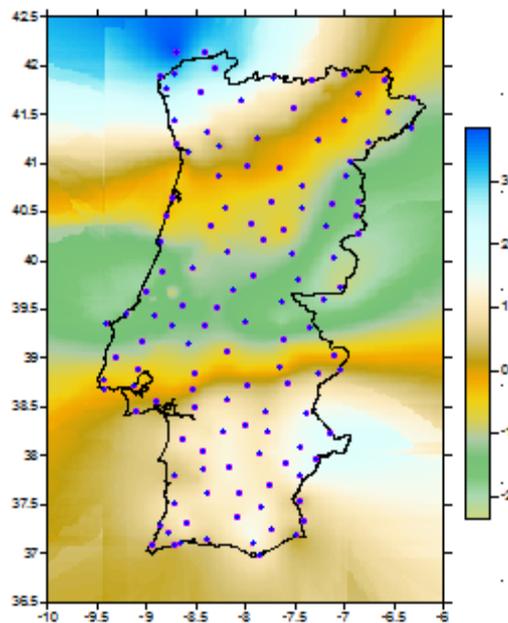


Figura 74 - Interpolação do resíduo em Z entre o WGS84 e ETRS89 (método: Kriging, variograma: LINEAR, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°, sem raio de busca)

4.5.2. Fluxograma do programa

Em seguida, na Figura 75, apresenta-se o fluxograma do programa para a transformação de coordenadas com este novo método. Depois do esquema, a transformação é explicada detalhadamente em todos os passos.

<i>Datum 1</i> : M Militar, P Militar, Cota	
↓	Translação para o ponto central. $\Delta M = -200\text{Km}$ $\Delta P = -300\text{Km}$
M, P, Cota	
↓	Retira-se a projeção cartográfica e calcula-se a altitude elipsoidal pela grelha da ondulação do geoide. Secção 3.2.1.4
<i>Datum 1</i> : Latitude, Longitude, h (altitude elipsoidal)	
↓	Passa-se as coordenadas ao geoide. Secção 3.2.1.1
<i>Datum 1</i> : X, Y, Z	
↓	Transformação <i>Bursa-Wolf</i> com os parâmetros calculados pelo Helmert.FOR. Secção 3.2.2.4, equação (22)
<i>Datum 2</i> : X, Y, Z	
↓	Aplica-se a correção, por meio de interpolação Bilinear das grelhas ΔX , ΔY ΔZ Secção 3.2.2.4, equação (23)
<i>Datum 2</i> : X Corrigido, Y Corrigido, Z Corrigido	
↓	Passa-se as coordenadas do geoide para o elipsoide. Secção 3.2.1.2
<i>Datum 2</i> : Latitude, Longitude, h (altitude elipsoidal)	
↓	Aplica-se a projeção cartográfica. Secção 3.2.1.3
<i>Datum 2</i> : M, P, Cota	

Figura 75 - Esquema do programa de transformação de coordenadas pelo novo método

Para todos estes testes de transformação de coordenadas, foi produzido um programa em MATLAB, onde era necessário um ficheiro .txt de entrada com o valor de M, P e Cota em coordenadas militares. Inicialmente o ficheiro é lido, os índices dos vértices geodésicos são guardados no vetor *ncoord*, a coordenada M no vetor *MMDI*, e a coordenada P noutro vetor, *PMDI*, e um vetor final para as cotas *HDI*. Todos os valores são guardados pela ordem de entrada para que não haja troca na transformação de coordenadas.

A primeira operação é proceder à transladação do ponto fictício das coordenadas militares para o ponto central da projeção, retira-se 200 000 m em M e 300 000 m em P. Passam-se a ter dois vetores referentes à coordenada M (*MDI*) e à coordenada P (*PDI*) com projeção no ponto central. Efetua-se a seguir a transformação de coordenadas cartográficas para as coordenadas geodésicas, para isso aplicam-se as equações da secção 3.2.1.4, onde os dados de entrada são o M e P do *datum* 1, *MDI* e *PDI*, respetivamente. Anteriormente definiu-se o fator de escala do *datum* de entrada, a latitude e longitude do ponto central do elipsoide de referência (a , e^2). Passam-se a ter dois vetores com as coordenadas geodésicas no *Datum* 1, latitude (*latDI*) e longitude (*longDI*). No caso do cálculo da altitude elipsoidal aplica-se a equação (26), ficando assim com um vetor para o h (altitude elipsoidal). Onde o N (ondulação do geoide calculada) é encontrado por interpolação bilinear numa grelha gerada para o caso, se o *datum* de entrada é o WGS84 a grelha para a interpolação é a do GeodPT08, se o *datum* de entrada for o *Datum* Lisboa a grelha a interpolar é a grelha produzida como descrito no capítulo 4.1.1, Figura 26. Essas grelhas estão definidas em latitude e longitude (x , y).

Já com coordenadas geodésicas do *datum* 1, aplica-se as equações da secção 3.2.1.1 para obter três vetores que correspondem às coordenadas tridimensionais cartesianas do *datum* 1 (*XDI*,*YDI*,*ZDI*). Tendo-se já as coordenadas geodésicas cartesianas do *datum* 1, utiliza-se a transformação de *Bursa-Wolf*, equações (22), com os parâmetros calculados anteriormente. De maneira a obter a primeira aproximação das coordenadas transformadas no *datum* 2, o *datum* de saída (*XD2*,*YD2*,*ZD2*), serão guardados noutros 3 vetores. É neste ponto da transformação que se torna diferente em relação ao método convencional, as coordenadas vão ser corrigidas a partir de uma interpolação das grelhas de resíduos obtidos anteriormente. Aplica-se a equação (23) da secção 3.2.2.4, onde ΔX , ΔY , ΔZ serão determinadas por interpolação bilinear com os resíduos em X, em Y e em Z. Essas grelhas têm como unidades de espaçamento de grelha a latitude e a longitude (x , y) do *datum* de entrada.

As coordenadas transformadas e corrigidas (*XC*,*YC*,*ZC*), são guardadas em três novos vetores. Como o objetivo é voltar-se a projetar as coordenadas, tem-se então que aplicar as transformações diretas da conversão de coordenadas. Para obter as coordenadas geodésicas, basta conhecer as coordenadas tridimensionais nos vetores *XC*, *YC*, *ZC* e os parâmetros do elipsoide de referência (a , e^2). Calculam-se pelas equações da secção

3.2.1.2 a latitude, a longitude e a altitude elipsoidal para o *datum 2*, guardando estas três novas coordenadas em três novos vetores, *latD2*, *longD2*, *hCALC*. Quanto à altitude elipsoidal ainda se calcula de outra maneira para fazer comparação. Usando o modelo de geoide GEODPT08 fez-se a interpolação direta deste modelo para converter a cota para altitude elipsoidal. Essa altitude elipsoidal foi guardada noutra vetor à parte (*hGEOD*) para comparar com a altitude elipsoidal transformada pelo novo método.

Em seguida volta-se a projetar as coordenadas de acordo com a projeção cartográfica respetiva. Primeiro define-se o fator de escala do *datum* de saída, a latitude e longitude do ponto central de projeção, os parâmetros do elipsoide de referência, (a , e^2) e aplicam-se as equações 3.2.1.3. Para se obter a altitude ortométrica final, remove-se a ondulação do geoide determinada por interpolação de acordo com a equação (25). Como o *datum* de saída será entre o ETRS89 e ou o WGS84, a única grelha a interpolar será a do modelo GEODPT08.

Por fim resulta um ficheiro .txt com as coordenadas latitude e longitude do *Datum 2* no sistema sexagesimal, a altitude elipsoidal calculada diretamente pela interpolação do geoide e a calculada pelo novo método com as correções dos resíduos, e ainda as coordenadas cartográficas relativas ao *datum 2*.

Capítulo V. Resultados

Nesta secção vão ser discutidos todos os resultados obtidos, em primeiro lugar vão ser apresentados a avaliação dos métodos anteriores, utilizando os parâmetros calculados por outras entidades, em seguida os resultados do método novo, isto é, a transformação *Bursa-Wolf* com posterior correção residual entre o *Datum* Lisboa e o ETRS89. Por fim, é feita uma comparação entre os três métodos estudados para 2 situações distintas: 1) transformações com parâmetros nacionais e vértices de distribuição homogênea de Portugal, 2) transformação em blocos, com parâmetros calculados por blocos, quando aplicado.

5.1. Reavaliação dos métodos anteriores

Para avaliar os estudos anteriores foram utilizados os resultados desses estudos, mas também os resultados da transformação de 959 pontos, 1ª e 2ª ordem com os parâmetros utilizados anteriormente, que serviram para termo de comparação com o método desenvolvido neste trabalho, entre o *Datum* Lisboa e ETRS89.

Perante os resultados da transformação polinomial calculados pela DGT, visíveis na Tabela 8 conclui-se que os erros são significativos, podendo atingir um máximo de 4 metros de diferença para a coordenadas M, e 2.5 m para a coordenada P. O EMQ é de 0.8 metros em M e 0.85 metros em P.

Tabela 8 - Estatística da transformação polinomial [DGT, 2014]

Datum Lisboa => ETRS89/PT-TM06		
Resíduos	M	P
E.M.Q. (m)	0.793	0.852
Máximo Abs. (m)	3.853	2.485

Na Tabela 9 estão apresentados os resultados e a estatística dos 959 pontos, 1ª e 2ª ordem entre o *Datum* Lisboa e ETRS89. Chegou-se a uma estatística muito idêntica à fornecida pela DGT, em todo o caso existem algumas diferenças. Essas diferenças podem dever-se ao facto de neste teste de comparação entre os *data* tenham sido utilizados todos os vértices de 1ª e 2ª ordem sem se excluir vértices com erros associados mais elevados, isto é, assumindo-se que todos eram aceitáveis, sem *outliers*. Como se pode verificar por este teste, a amplitude dos erros de transformação deste método é significativamente grande, com 6 m de amplitude. O desvio padrão ronda os 30 centímetros para ambas as coordenadas. Para este estudo requer-se transformação de informação o mais exato possível, com erros de poucos centímetros, este método pode tornar-se um grande problema, por conter erros máximos de metros.

Tabela 9 - Estatística da transformação polinomial, aos pontos de 1ª e 2ª ordem, parâmetros [DGT, 2014]

Datum Lisboa => ETRS89/PT-TM06				
	LONG	LAT	M	P
Mínimo (m)	-1.086	-3.058	-0.842	-3.065
Média (m)	0.048	-0.009	0.038	0.003
Máximo (m)	4.986	3.361	3.924	3.357
E.M.Q. (m)	0.394	0.331	0.309	0.333
Máximo Abs. (m)	4.986	3.361	3.924	3.357

Para o estudo dos parâmetros na DTG apresentados na Tabela 10, foram utilizados os 119 vértices geodésicos de 1ª ordem para o cálculo dos parâmetros e para controlo utilizaram-se os 833 vértices geodésicos de 2ª ordem. Os resultados apresentados mostram diferenças absolutas que atingem 5 m de diferença entre a coordenada M, e mais de 4 m para a coordenadas para P. O EMQ é de 1.5 m para ambas as coordenadas, sendo um erro considerável para uma transformação que requer erros com incertezas na ordem dos centímetros. A altitude apresenta melhores resultados que a planimetria, o EMQ da altitude elipsoidal é de 0.25 m e o máximo absoluto pouco mais de 1 m.

Tabela 10 - Estatística da transformação *Bursa-Wolf* [DGT, 2014]

Datum Lisboa => ETRS89/PT-TM06			
Resíduos	M	P	Altitude Elipsoidal
E.M.Q. (m)	1,404	1,493	0,251
Máximo Abs. (m)	5,099	4,146	1,060

Na Tabela 11 estão apresentados os resultados e a estatística dos 959 pontos, 1ª e 2ª ordem entre o *Datum* Lisboa e ETRS89. Como aconteceu no método anterior, chegou-se a uma estatística muito idêntica à fornecida pela DGT, mais uma vez com algumas diferenças. A amplitude é significativamente grande atingindo os 10 m na coordenada da longitude e de 8 m na coordenada da latitude. O EMQ é maior que os outros métodos sendo acima de 1 metro e meio. Em relação à altitude, tal como no caso apresentado pela DGT, o EMQ é menor do que 25 cm e a amplitude não chega aos 2 m.

Tabela 11 - Estatística de 959 pontos (1ª e 2ª ordem) da transformação *Bursa-Wolf*, parâmetros [DGT, 2014]

Datum Lisboa => ETRS89/PT-TM06					
	LONG	LAT	HCAL	M	P
Mínimo (m)	-6.557	-3.306	-1.074	-5.096	-3.320
Média (m)	-0.203	-0.268	0.028	-0.155	-0.267
Máximo (m)	4.844	4.657	0.777	3.616	4.653
E.M.Q. (m)	1.831	1.485	0.253	1.408	1.484
Máximo Abs. (m)	6.557	4.657	1.074	5.096	4.653

Com a utilização do método das grelhas em Portugal [Gonçalves, 2009], diminuiu-se significativamente o erro associado à transformação, como visível na Tabela

12, isto deve-se ao facto de haver uma distribuição desse erro. No método das grelhas a amplitude do erro não ultrapassa o meio metro. O EMQ também diminui para um valor inferior a 0.1 metros.

Tabela 12 - Estatística do método das grelhas, a 958 pontos (1ª e 2ª ordem) [Gonçalves, 2008b]

Datum Lisboa => ETRS89/PT-TM06				
	Grelhas		Bursa-Wolf	
	M	P	M	P
Mínimo	-0.166	-0.150	-1.470	-1.364
Média	0.004	0.0001	0.002	-0.128
Máximo	0.256	0.171	0.683	0.576
E.M.Q. (m)	0.033	0.031	0.383	0.383

Nos testes feitos, usando as grelhas [Gonçalves, 2009] para os 959 vértices geodésicos de 1ª e 2ª ordem, entre o *Datum* Lisboa e ETRS89, visível na Tabela 13, a amplitude entre o erro máximo e o erro mínimo, diminui para 1.1 m na coordenada de longitude e M, sendo o mínimo perto de -69 cm e o máximo de 43 cm, o EMQ ronda os 7 cm. Quanto à coordenada da latitude e P a amplitude continua a rondar o 1.1 m, sendo que o mínimo desce para -48 cm e o máximo sobe para 60 cm, o EMQ continua cerca de 7 cm.

Tabela 13 – Estatística de 959 pontos (1ª e 2ª ordem) do método das grelhas [Gonçalves, 2009a]

Datum Lisboa => ETRS89/PT-TM06				
	LONG	LAT	M	P
Mínimo (m)	-0.685	-0.481	-0.695	-0.475
Média (m)	0.008	-0.002	0.007	-0.002
Máximo (m)	0.432	0.607	0.431	0.604
E.M.Q. (m)	0.066	0.065	0.066	0.065
Máximo Abs. (m)	0.685	0.607	0.695	0.604

Na Tabela 14 o mesmo teste anterior, utilizando as grelhas da DGT. A amplitude do erro para a longitude ou para M é de aproximadamente 1 m, diminuindo em relação aos resultados anteriores com a grelha [Gonçalves, 2009], sendo o erro máximo de 52 cm para toda a área de Portugal um EMQ de 3 cm. Na coordenada P ou latitude sabe-se que a amplitude diminui para 0.8 m e o EMQ diminui cerca de 1 cm, ficando com 2 cm.

Tabela 14 - Estatística de 959 pontos (1ª e 2ª ordem) do método das grelhas [DGT, 2013]

Datum Lisboa => ETRS89/PT-TM06				
	LONG	LAT	M	P
Mínimo (m)	-0.402	-0.361	-0.312	-0.362
Média (m)	0.0001	-0.001	-0.0002	-0.001
Máximo (m)	0.518	0.135	0.388	0.133
E.M.Q. (m)	0.030	0.020	0.023	0.020
Máximo Abs. (m)	0.518	0.361	0.388	0.362

5.2. Resultados método *Bursa-Wolf* com correção residual

Por questões de veracidade e homogeneidade dos dados, optou-se por fazer a comparação de 959 pontos, vértices de 1ª e 2ª ordem. Pela falta de informação do WGS84, esta análise é efetuada só entre a transformação do *Datum* Lisboa e do ETRS89, pois só se contem toda esta informação para esta transformação. Inicialmente vão-se comparar os resultados de dois métodos de interpolação, são eles Curvatura Mínima e *Kriging*, adicionando a esta comparação, acrescenta-se as diferentes amostras de pontos, a diferença entre gerar uma grelha com pontos de 1ª ordem e gerar uma grelha com pontos de 1ª e 2ª ordem. Posteriormente comparam-se os vários espaçamentos da grelha e ainda o comportamento da interpolação espacial com a variação dos parâmetros de entrada da interpolação.

Tabela 15 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.05°)

Datum Lisboa => ETRS89						
	LONG	LAT	HCAL	HGEO	M	P
Mínimo (m)	-0.651	-0.405	-1.733	-0.470	-0.626	-0.398
Média (m)	0.002	0.002	0.948	-0.004	0.003	0.002
Máximo (m)	0.658	0.763	3.749	0.718	0.663	0.808
E.M.Q (m)	0.131	0.123	0.934	0.067	0.129	0.119
Máximo Abs (m)	0.658	0.763	3.749	0.718	0.663	0.808

Na comparação entre os métodos de interpolação de Curvatura Mínima e *Kriging* com as definições por defeito, onde o espaçamento começou por ser 0.05° e só considerando os pontos de 1ª ordem para a interpolação. Esperava-se um melhor comportamento do método de Curvatura Mínima, Tabela 15, em relação ao *Kriging*, Tabela 16. O método de Curvatura Mínima suaviza a superfície, obtendo uma interpolação sem grandes irregularidades, podendo ter, por isso, resultados com erros menores. Tal melhoramento não aconteceu, certamente pelo facto de termos escassos pontos de amostragem para a geração das grelhas. Em termos gerais verifica-se que em relação à coordenada da longitude a amplitude máxima é de cerca de 1.3 m para ambos os métodos. Na coordenada da latitude o erro é diferente onde para a Curvatura Mínima a amplitude máxima diminuiu, mas o erro máximo aumentou, passando de 65 cm no erro máximo da longitude e para 76 cm de erro máximo da latitude. Em comparação com a interpolação com o *Kriging* o erro máximo não difere significativamente entre as duas coordenadas. Sendo que em ambas as coordenadas na interpolação com o *Kriging* deu uma amplitude de 1.2 m, com um erro máximo na transformação de coordenadas de 67 cm. O EMQ comporta-se de maneira muito idêntica nas duas interpolações, sendo que na interpolação pela Curvatura Mínima é ligeiramente maior do que na interpolação por *Kriging*, na ordem dos 13 cm. No cálculo da transformação da altitude elipsoidal verifica-se que esta transformação não é a ideal. Ambas as interpolações, Curvatura Mínima e *Kriging* apresentam piores resultados do que a aplicação simples da transformação *Bursa-Wolf*. Obtém-se uma amplitude de erro perto de 5 m, sendo o máximo absoluto muito

idêntico em ambos os casos, de 3.75 m, muito acima da aplicação direta do modelo de geoide GEODPT08. O EMQ é cerca de 1 m para ambos os casos.

Tabela 16 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: *Kriging* variograma: linear, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.05°)

Datum Lisboa => ETRS89						
	LONG	LAT	HCAL	HGEO	M	P
Mínimo (m)	-0.665	-0.590	-1.731	-0.470	-0.670	-0.575
Média (m)	0.004	0.004	0.948	-0.004	0.004	0.004
Máximo (m)	0.658	0.652	3.750	0.718	0.637	0.679
E.M.Q. (m)	0.124	0.124	0.933	0.067	0.122	0.121
Máximo Abs (m)	0.665	0.652	3.750	0.718	0.670	0.679

Com a aplicação da transformação *Bursa-Wolf* e posterior correção das coordenadas com grelha de resíduos gerada com os pontos de 1ª ordem e espaçamento de 0.05°, que figura na Tabela 16, temos nas coordenadas planimétricas um EMQ menor que no método das grelhas, mas uma amplitude maior em ambas as coordenadas. Quanto à transformação da altitude elipsoidal, o erro chega a ser superior ao erro da transformação *Bursa-Wolf* apresentado nos casos anteriores, e também à altitude elipsoidal calculada diretamente por interpolação do GEODPT08. Isto deve-se ao facto de existirem poucos pontos para interpolação e porque o espaçamento é grande.

Utilizando o mesmo método de interpolação, *Kriging* e o mesmo espaçamento 0.05°, acrescentaram-se pontos à amostra para a geração das grelhas, para entender o que afetava na transformação. Comparando a Tabela 16, interpolação com pontos de 1ª ordem, com a Tabela 17 interpolação com pontos de 1ª e 2ª ordem, ambos com o método de interpolação *Kriging* e espaçamento de 0.05°, consegue-se verificar que a densidade de pontos influencia diretamente os resultados. Com o aumento de vértices geodésicos existe uma drástica diminuição do erro associado e da amplitude de erro de transformação. A amplitude da longitude passou a ser um pouco superior a 50 cm e na latitude não chegou a ultrapassar esse valor. O EMQ também diminuiu drasticamente para 4 cm em ambas as coordenadas. Em relação à transformação da altitude elipsoidal por este método, ainda não se conseguiu um resultado aceitável, sendo o EMQ superior a 13 cm e a sua amplitude do erro perto de 5 m.

Tabela 17 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: *Kriging*, variograma: linear, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)

Datum Lisboa => ETRS89						
	LONG	LAT	HCAL	HGEO	M	P
Mínimo (m)	-0.236	-0.189	-1.724	-0.470	-0.273	-0.183
Média (m)	0.000	0.000	0.947	-0.004	0.000	0.000
Máximo (m)	0.315	0.337	3.749	0.718	0.309	0.352
E.M.Q. (m)	0.043	0.048	0.934	0.067	0.035	0.035
Máximo Abs (m)	0.315	0.337	3.749	0.718	0.309	0.352

Comparando novamente os métodos de interpolação, mas com o aumento de pontos para a geração da grelha, método *Kriging* na Tabela 17 e Curvatura Mínima na

Tabela 18, percebe-se novamente que apesar de existirem resultados muito idênticos entre os dois métodos de interpolação, o método de Curvatura Mínima é o que apresenta piores resultados. Apesar de não serem muito significativas as diferenças entre os métodos, já se demonstrou que a interpolação por *Kriging* tem um comportamento mais aceitável. Na interpolação dos resíduos da transformação é visível a degradação dos resultados usando a interpolação da Curvatura Mínima em relação à interpolação por *Kriging*. O EMQ na interpolação do *Kriging* da longitude é de cerca de 4 cm e 5 cm para a latitude, para a interpolação da Curvatura Mínima é de 5 cm para a longitude e maior do que esse valor para a latitude. Na transformação da altitude elipsoidal com o método da interpolação de Curvatura Mínima não se conseguiu baixar o erro, sendo este superior a qualquer outro método de transformação, com uma amplitude perto dos 5 m.

Tabela 18 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)

Datum Lisboa => ETRS89						
	LONG	LAT	HCAL	HGEO	M	P
Mínimo (m)	-0.229	-0.284	-1.722	-0.470	-0.248	-0.239
Média (m)	0.000	0.000	0.948	-0.004	0.000	0.001
Máximo (m)	0.315	0.318	3.749	0.718	0.277	0.298
E.M.Q. (m)	0.049	0.052	0.934	0.067	0.042	0.042
Máximo Abs (m)	0.315	0.318	3.749	0.718	0.277	0.298

Comparando novamente o aumento de pontos para a geração da grelha, mas para a interpolação de Curvatura Mínima e espaçamento de 0.05°. A Tabela 18, interpolação com pontos de 1ª e 2ª ordem, apresenta na coordenada da longitude, um máximo de 31 cm, metade do máximo absoluto apresentado na Tabela 15, interpolação com pontos de 1ª ordem, isto deve-se ao aumento dos pontos para a geração das grelhas. Na latitude verifica-se uma maior diminuição do erro em relação à interpolação de Curvatura Mínima, baixando para mais de metade do valor do erro. O EMQ também diminui passando dos 13 cm para 5 cm nas duas coordenadas. Na altitude elipsoidal obteve uma ligeira melhoria.

A grande comparação será efetuada entre a Tabela 19 e Tabela 20, onde os resultados referem-se à geração das grelhas dos dois métodos diferentes Curvatura Mínima e *Kriging* respetivamente, com o espaçamento de 0.025° e incluindo os pontos de 2ª ordem para a geração das grelhas.

Tabela 19 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª e 2ª ordem e espaçamento: 0.025°)

Datum Lisboa => ETRS89						
	LONG	LAT	HCAL	HGEO	M	P
Mínimo (m)	-0.188	-0.173	-0.118	-0.470	-0.186	-0.164
Média (m)	-0.001	0.000	0.000	-0.004	-0.002	0.001
Máximo (m)	0.229	0.201	0.227	0.718	0.206	0.205
E.M.Q. (m)	0.034	0.040	0.022	0.067	0.025	0.024
Máximo Abs (m)	0.229	0.201	0.227	0.718	0.206	0.205

O comportamento dos métodos é diferente neste caso especial com grelhas mais densas, consegue-se perceber que apesar diferença de muito pequenas, o método de Curvatura Mínima torna-se melhor pois tem uma amplitude ligeiramente menor, contudo o EMQ é menor no método da interpolação *Kriging*. O erro máximo na interpolação por Curvatura Mínima na longitude é de 23 cm e na latitude de 20 cm, a sua amplitude é cerca de 40 cm para ambas as coordenadas. Na interpolação por *Kriging* o máximo absoluto é 32 cm, para a longitude e de 23 cm para a latitude, com uma amplitude de erro na longitude de 50 cm e na latitude com cerca de 40 cm. Nas coordenadas latitude e longitude já se tinha chegado a resultados razoáveis com o aumento do número de pontos na geração das grelhas. Na diminuição do espaçamento da grelha, as grandes diferenças encontram-se no cálculo da altitude elipsoidal que torna os erros muito menores do que a interpolação direta do modelo de geoide GEODPT08. Ora com um espaçamento menor, Portugal consegue ser mais fracionado de maneira a melhorar a interpolação. O erro máximo de transformação da altitude elipsoidal era de 3.74 m, passando a ser de 23 cm, tanto na interpolação por Curvatura Mínima como na interpolação por *Kriging*, como se compara nas Tabela 17 e Tabela 20. O EMQ passou a ser cerca de 3 cm, muito inferior aos erros calculados por meio da interpolação do modelo de geoide GEODPT08, onde o erro máximo é de 72 cm e o EMQ de 7 cm.

Tabela 20 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: *Kriging*, variograma: linear, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

Datum Lisboa => ETRS89						
	LONG	LAT	HCAL	HGEO	M	P
Mínimo (m)	-0.317	-0.173	-0.117	-0.470	-0.282	-0.186
Média (m)	-0.001	-0.001	0.000	-0.004	-0.001	0.000
Máximo (m)	0.215	0.226	0.227	0.718	0.193	0.227
E.M.Q. (m)	0.033	0.038	0.022	0.067	0.022	0.020
Máximo Abs (m)	0.317	0.226	0.227	0.718	0.282	0.227

Os métodos de interpolação usados foram até agora com as definições por defeito, variograma linear ângulo de busca de anisotropia de 0° de ângulo e raio de 1 m. O raio de busca de interpolação foi estabelecido 0.5° para ambos os eixos na interpolação de *Kriging*. Na interpolação da Curvatura Mínima essa opção não está disponível por isso ficaram as definições por defeito. Tal como explicado na secção 4.5.1.

Tabela 21 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: *Kriging*, variograma: *Gauss*, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

Datum Lisboa => ETRS89						
	LONG	LAT	HCAL	HGEO	M	P
Mínimo (m)	-0.493	-0.284	-0.118	-0.470	-0.481	-0.245
Média (m)	-0.001	0.001	0.000	-0.004	0.000	0.000
Máximo (m)	0.481	0.448	0.230	0.718	0.466	0.480
E.M.Q. (m)	0.072	0.071	0.022	0.067	0.067	0.062
Máximo Abs (m)	0.493	0.448	0.230	0.718	0.481	0.480

Pela comparação da Tabela 20 à Tabela 23, consegue-se verificar que os parâmetros de interpolação afetam os resultados. Como por exemplo, na Tabela 20, usando o variograma linear e na Tabela 21 o variograma *gaussiano*, os resultados são bastante diferentes, no último caso (variograma *gaussiano*) os resultados tornam-se piores, isto significa que este método acarreta mais erros. Verifica-se tal situação pelas coordenadas da latitude e longitude, onde o erro dessas coordenadas com o variograma de Gauss aumentou para mais do dobro, do que na interpolação com o variograma linear.

Tabela 22 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: *Kriging*, variograma: esférico, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

Datum Lisboa => ETRS89						
	LONG	LAT	HCAL	HGEO	M	P
Mínimo (m)	-0.317	-0.173	-0.118	-0.470	-0.278	-0.188
Média (m)	-0.001	0.000	0.000	-0.004	-0.001	0.000
Máximo (m)	0.215	0.226	0.227	0.718	0.211	0.246
E.M.Q. (m)	0.032	0.038	0.022	0.067	0.022	0.020
Máximo Abs (m)	0.317	0.226	0.227	0.718	0.278	0.246

Já os variogramas linear, Tabela 20, esférico, Tabela 22, e exponencial, Tabela 23, apresentam resultados muito idênticos, podendo haver uma diferença de apenas 0.01 m em alguma componente. A amplitude dos erros na longitude é pouco mais de 50 cm, sendo o erro máximo absoluto de 32 cm, na latitude a amplitude não ultrapassa os 50 cm, sendo o erro máximo absoluto de 23 cm. O EMQ é de 3 e 4 cm da longitude e latitude, respetivamente. Na altitude elipsoidal obtém-se uma amplitude de pouco mais de 30 cm, um EMQ de 2 cm, erros menores que a aplicação direta do modelo de geoide GEODPT08. Verifica-se no final ligeiras diferenças em M e P, onde os valores do máximo absoluto variam apenas abaixo de 1 cm.

Tabela 23 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: *Kriging*, variograma: exponencial, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

Datum Lisboa => ETRS89						
	LONG	LAT	HCAL	HGEO	M	P
Mínimo (m)	-0.317	-0.173	-0.118	-0.470	-0.278	-0.190
Média (m)	-0.001	0.000	0.000	-0.004	-0.001	0.000
Máximo (m)	0.215	0.226	0.227	0.718	0.210	0.246
E.M.Q. (m)	0.032	0.038	0.022	0.067	0.022	0.020
Máximo Abs (m)	0.317	0.226	0.227	0.718	0.278	0.246

Os resultados das grelhas de espaçamento 0.025°, com a utilização dos pontos de 1ª e 2ª ordem, com o método de *Kriging* e os variogramas anteriores (linear, esférico e exponencial) apresentaram resultados aceitáveis. No entanto nesses resultados, não estava presente o estudo da anisotropia da interpolação. Em seguida, da Tabela 24 à Tabela 26, alteraram-se os valores de procura da anisotropia, como já estudado e apresentado na secção 4.5.1. Optando por um raio de busca de anisotropia de raio 1.5 m e com um ângulo de 30° de direção para a coordenada X e Z e ângulo de 330° para a coordenada do Y.

Tabela 24 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: *Kriging*, variograma: linear e anisotropia diferente, pontos: de 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

Datum Lisboa => ETRS89						
	LONG	LAT	HCAL	HGEO	M	P
Mínimo (m)	-0.317	-0.173	-0.118	-0.470	-0.278	-0.189
Média (m)	-0.001	0.000	0.000	-0.004	-0.001	0.000
Máximo (m)	0.215	0.226	0.227	0.718	0.212	0.246
E.M.Q. (m)	0.032	0.038	0.022	0.067	0.022	0.020
Máximo Abs (m)	0.317	0.226	0.227	0.718	0.278	0.246

Existe pouca variação entre os resultados com os variogramas da interpolação do *Kriging*, como se mostra da Tabela 24 à Tabela 28, ainda assim, existe alguma diferença, mesmo que pequena. De referir que os parâmetros inseridos foram iguais para os três variogramas diferentes, por isso consegue-se concluir que o melhor variograma é o linear, apresentando um EMQ ligeiramente mais baixo que todos os outros, mesmo que seja apenas de alguns milímetros. Estas diferenças não são assim tão significativas no que respeita ao resultado final da transformação de coordenadas. Em todo o caso não foram estudados todos os variogramas nem outros métodos de interpolação.

Tabela 25 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: *Kriging*, variograma: exponencial e anisotropia diferente, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

Datum Lisboa => ETRS89						
	LONG	LAT	HCAL	HGEO	M	P
Mínimo (m)	-0.317	-0.173	-0.118	-0.470	-0.278	-0.190
Média (m)	-0.001	0.000	0.000	-0.004	-0.001	0.000
Máximo (m)	0.215	0.226	0.227	0.718	0.210	0.246
E.M.Q. (m)	0.032	0.038	0.022	0.067	0.022	0.020
Máximo Abs (m)	0.317	0.226	0.227	0.718	0.278	0.246

Em resumo a amplitude de erro da longitude é cerca de 50 cm, e da latitude cerca de 40 cm, sendo o erro máximo absoluto de 32 cm na longitude e de 23 cm na latitude. O EMQ ronda os 3 e 4 cm na longitude e latitude, respetivamente. Em M temos um erro máximo de 28 cm e em P de 25 cm, o EMQ nas duas coordenadas retangulares é de 2 cm. Na altitude elipsoidal o erro máximo é de 23 cm, e o EMQ de 2 cm, como visível na Tabela 25 e Tabela 26. Com estes resultados consegue-se concluir que o método de transformação de coordenadas de *Bursa-Wolf* com posterior correção de coordenadas transformadas com grelhas de resíduos interpolados é um método que apresenta erros no máximo 0.25 m, sendo um método muito fiável. Confirma-se, tal como já tinha sido discutido no método das grelhas, que o número do pontos usados afeta o erro de transformação associado às coordenadas, sendo que quanto maior o número de pontos para a interpolação melhor serão os resultados. Nestas comparações conseguiu-se também compreender que o método da interpolação e o espaçamento da grelha influenciam os resultados, este último mais a coordenada de Z. Os métodos de interpolação discutidos, de *Kriging* e Curvatura Mínima, também tem um ligeiro efeito nos resultados afetando a distribuição dos resíduos, em que com o método de Curvatura Mínima obtém-se erros menos, mas com o inconveniente de não se poder escolher os seus

parâmetros ou raio de busca de interpolação. Na variação dos parâmetros dos métodos de interpolação, os parâmetros afetam de forma muito pouco significativa os resultados, embora não se tenham estudado todas as hipóteses.

Tabela 26 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: *Kriging*, variograma esférica e anisotropia diferente, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

Datum Lisboa => ETRS89						
	LONG	LAT	HCAL	HGEO	M	P
Mínimo (m)	-0.317	-0.173	-0.117	-0.470	-0.286	-0.197
Média (m)	0.000	0.000	0.000	-0.004	-0.001	0.000
Máximo (m)	0.215	0.226	0.228	0.718	0.196	0.242
E.M.Q. (m)	0.033	0.038	0.022	0.067	0.022	0.020
Máximo Abs (m)	0.317	0.226	0.228	0.718	0.286	0.242

No sentido de comprovar a eficácia do novo método, fez-se um teste com os parâmetros oficiais de Portugal Continental. O método sofreu uma ligeira alteração, houve a troca da ondulação do geoide para a ondulação do geoide oficial do *Datum* Lisboa, usada pela DGT. Como se pode comprovar pela Tabela 27, a amplitude na longitude não ultrapassa os 70 cm e o erro máximo absoluto é 0.41 m, com um único ponto acima dos 0.25 m de erro. Na latitude a amplitude é inferior a 50 cm com um erro máximo absoluto de 0.23 m. No cálculo da altitude elipsoidal o erro máximo é inferior a 0.25 m e a amplitude inferior a 35 cm.

Tabela 27 - Estatística da transformação de 959 pontos (método: *Kriging*, variograma esférica e anisotropia diferente, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°) com parâmetros oficiais e ondulação do geoide do Datum Lisboa

Datum Lisboa => ETRS89					
	LONG	LAT	HCAL	M	P
Mínimo (m)	-0.411	-0.173	-0.117	-0.282	-0.186
Média (m)	-0.001	-0.0003	0.0000	-0.001	0.0004
Máximo (m)	0.278	0.226	0.232	0.193	0.226
E.M.Q. (m)	0.042	0.038	0.021	0.022	0.020
Máximo Abs (m)	0.411	0.226	0.232	0.282	0.226

Testando este novo método (*Bursa-Wolf* com correção residual de grelha interpolada pelo método *Kriging*, variograma linear, espaçamento de 0.025° e 959 pontos para interpolação, 1ª e 2ª ordem), usando 6955 pontos de 3ª ordem, pontos esses que não foram utilizados na geração da grelha, confirma-se que o método se comporta bem, Tabela 28. Para esta estatística retiraram-se 4 pontos por conterem erros absurdos. Em resumo sabe-se que na coordenada da longitude a amplitude de erros é cerca de 1.3 m tal como na coordenada da latitude, sendo o máximo absoluto de 80 cm para a longitude e para a latitude de 65 cm. O EMQ ronda os 7 cm nas duas coordenadas, no cálculo da altitude elipsoidal, a amplitude tem um ligeiro aumento ficando em 1.24 m, sendo o máximo absoluto de 64 cm, 2 cm superior ao cálculo pela interpolação do modelo GEODPT08. O EMQ da altitude elipsoidal calculada pelo método é de 6 cm, enquanto o EMQ da altitude calculada pela interpolação do GEODPT08 é de 3 cm.

Tabela 28 - Estatística da transformação de 6955 pontos (método: *Kriging*, variograma: linear e anisotropia diferente, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.025°)

Datum Lisboa => ETRS89						
	LONG	LAT	HCAL	HGEO	M	P
Mínimo (m)	-0.797	-0.649	-0.614	-0.549	-0.781	-0.623
Máximo (m)	0.451	0.609	0.638	0.614	0.472	0.614
E.M.Q. (m)	0.067	0.073	0.059	0.026	0.062	0.065
Máximo Abs (m)	0.797	0.649	0.638	0.614	0.781	0.623

5.3. Comparação entre métodos de transformação

Como o objetivo do trabalho é a comparação dos três métodos de transformação de coordenadas, vai-se agora discutir os resultados dos métodos. Primeiro para um resultado nacional, depois vai ser discutido o comportamento das transformações por blocos, escolhidos estrategicamente no norte, no centro e no sul do país. Desta comparação retira-se o cálculo da altitude elipsoidal, porque nem todos os métodos usam essa transformação.

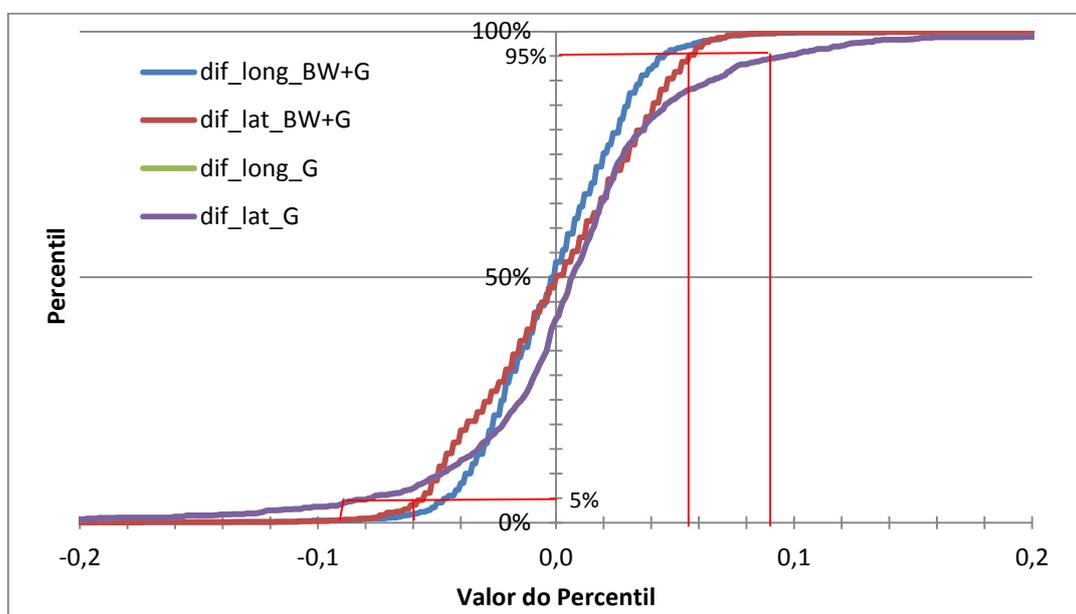


Figura 76 - Representação do percentil das diferenças de latitude e longitude para o método das grelhas e método *Bursa-Wolf* com correção residual entre o Datum Lisboa e o ETRS89

Verificando os gráficos dos percentis dos erros de transformação verifica-se que ambas as transformações apresentam um reta quase linear, no entanto o método *Bursa-Wolf* com correção residual apresenta erros mais concentrados em torno de 0, com erros a não ultrapassarem a frequência de -0.05 e 0.05, em resumo sabe-se que o intervalo dado pelos percentis 5% e 95% dá a zona onde se concentra 90% da amostra dos erros, e pela diferença evidenciada na Figura 76, sabe-se que existe uma maior dispersão na transformação do método das grelhas relativamente à transformação no método *Bursa-Wolf* com correção residual. O método das grelhas apresenta uma maior dispersão dos erros que encontram-se distribuídos, entre -0.1 e 0.1. Quando se verifica o gráfico relativo à transformação polinomial, Figura 77, repara-se logo na escala do eixo, sendo bastante maior do que os anteriores casos, logo verifica-se que os erros são maiores. Como já se

tinha chegado à conclusão, o método que acarreta mais erros é a transformação polinomial, chegando a apresentar erros de metros, que estão situados mais nos extremos norte e no sul de Portugal.

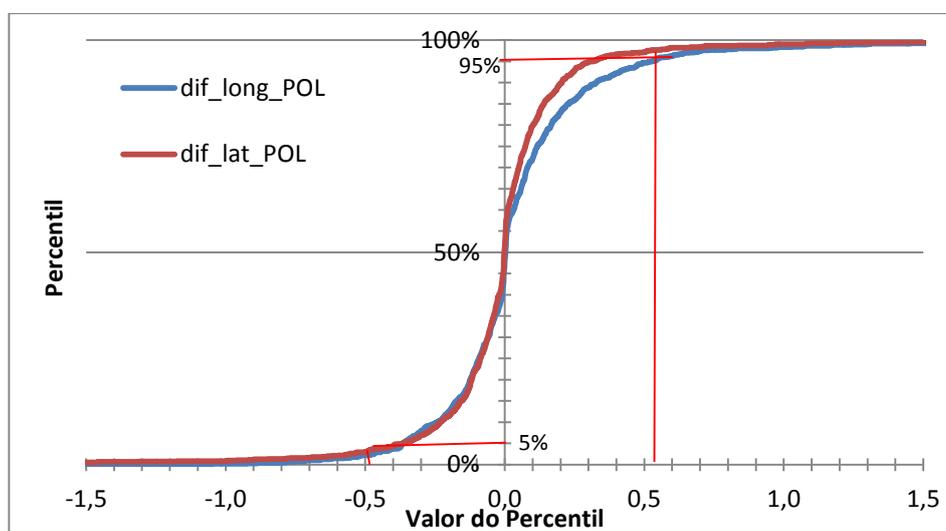


Figura 77 - Representação do percentil das diferenças de latitude e longitude para o método polinomial entre o Datum Lisboa e o ETRS89

Observando a Tabela 29, compara-se a transformação de 356 pontos não utilizados na geração das grelhas para os três métodos de transformação. Verifica-se que para a transformação polinomial, entre o Datum Lisboa e o ETRS89, o máximo absoluto em M e P é de 2.5 m. O EMQ desse método para M é de 64 cm e para P é de 72 cm. Entre o método das grelhas e a transformação Bursa-Wolf com aplicação de resíduos são pequenas as suas diferenças, comparando o EMQ de ambos os métodos para M é de 6 cm e para P 7 cm, com uma erro máximo de 28 cm e 43 cm em M e P, respetivamente.

Tabela 29 - Comparação entre os métodos, estatística de 356 pontos não utilizados na geração das grelhas (ordem 3).

Datum Lisboa => ETRS89						
	BW + Grelhas		Grelhas		Polinomial	
	M	P	M	P	M	P
Mínimo (m)	-0.272	-0.429	-0.273	-0.429	-2.516	-2.508
Máximo (m)	0.267	0.259	0.265	0.259	1.974	1.688
E.M.Q (m)	0.056	0.071	0.055	0.071	0.638	0.717
Máximo Abs (m)	0.272	0.429	0.273	0.429	2.516	2.508

Todas as grelhas (grelhas de resíduos e grelhas das diferenças de coordenadas) entre as transformações entre o WGS84 e ETRS89 e entre o Datum Lisboa e WGS84 precisam de ser melhoradas, ainda assim realizaram-se os testes de comparação para estas transformações, visível da Tabela 33 à Tabela 40. As conclusões retiradas são idênticas à transformação entre o Datum Lisboa e ETRS89, com erros ligeiramente superiores, certamente pelo facto de existir pontos que podem não ser coerentes entres si. Na transformação entre o Datum Lisboa e WGS84, Tabela 34, é bem visível o melhoramento do método das correções das coordenadas à transformação Bursa-Wolf, pois todas as

outras transformações têm erros de metros.

Comparando agora as transformações por bloco, os vértices do estudo são homólogos em todos os métodos sempre com o mesmo número de pontos. Para o bloco do norte, zona do Porto, Tabela 30, com 31 vértices geodésicos de todas as ordens, tal como nas comparações com parâmetros nacionais, o método que acarreta mais erros é o método polinomial, tendo uma amplitude em M cerca de 46 cm, e em P de 34 cm e o erro máximo de 26 cm e 17 cm em M e P, respetivamente. O método que acarreta menos erros é o método das grelhas. De referir que nenhum ponto foi retirado do estudo para a geração das grelhas, no caso das grelhas geradas pelo autor José Gonçalves ou pela DGT, entre o *Datum* Lisboa e ETRS89, houve um teste de resíduos das coordenadas e foram retiradas as coordenadas com piores resíduos para a geração das grelhas. O ligeiro melhoramento poderá dever-se a essa razão, ficando visível que a utilização de todos os pontos para a geração das grelhas sem verificar o comportamento dos resíduos pode prejudicar o método. No entanto, os erros não são muito diferentes das duas grelhas, sendo que o erro máximo absoluto no método *Bursa-Wolf* com correção das coordenadas transformadas não passa dos 15 cm em M e 12 cm em P e o EMQ de 5 cm em ambas as coordenadas. O método das grelhas é ligeiramente melhor tendo um erro máximo absoluto de 11 cm em ambas as coordenadas e um EMQ de 4 cm, também em ambas as coordenadas, como mostra a Tabela 30. Nas Tabela 35 e Tabela 36 em anexas estão apresentadas as estatísticas do bloco do Porto para as outras duas transformações, não sendo o esperado na transformação *Datum* Lisboa – WGS84, o modelo polinomial apresenta-se como o melhor método, visível no valor do EMQ, na amplitude e nos erros máximo. Isto poderá acontecer pela não coerência dos pontos, visto que a mesma situação na transformação do WGS84 e ETRS89 e não na transformação entre o *Datum* Lisboa e ETRS89.

Tabela 30 - Comparação entre os métodos, estatística bloco do Porto.

<i>Datum</i> Lisboa => ETRS89						
	BW + Grelhas		Grelhas		Polinomial	
	M	P	M	P	M	P
Mínimo (m)	-0.145	-0.111	-0.112	-0.110	-0.256	-0.169
Máximo (m)	0.048	0.078	0.056	0.025	0.212	0.174
E.M.Q (m)	0.048	0.051	0.037	0.037	0.097	0.077
Máximo Abs (m)	0.145	0.111	0.112	0.110	0.256	0.174

Para o bloco do centro foi escolhido o de Leiria, Tabela 31. Neste bloco central, consegue-se perceber que existe uma diferença de coordenadas um pouco discrepantes, suficientes para criar um erro significativo em P, ou na latitude, porque tanto no método das grelhas como na aplicação das correções às coordenadas transformadas existem 2 coordenadas que apresentam erros superiores a 30 cm, todas as outras ficam abaixo dos 15 cm, tal como já acontecia no bloco do Porto. Essa discrepância já não é notória na transformação polinomial, porque os parâmetros são calculados de maneira a se ajustarem às coordenadas obtendo o menor erro possível. Em todo o caso consegue-se visualizar pelo EMQ que o método das grelhas e o método *Bursa-Wolf* com correção às coordenadas

é inferior ao método da transformação polinomial. O método polinomial consegue ter um erro máximo menor de 18 cm em M e 27 cm em P, mas uma amplitude de erro ligeiramente maior de 34 cm em M e 44 cm em P. Enquanto no método das grelhas a amplitude em M não excede os 25 cm e em P não ultrapassa os 36 cm, mas o erro máximo absoluto é de 14 cm em M e 29 cm em P. O método das grelhas é assim parecido com o método *Bursa-Wolf* com correção às coordenadas transformadas, onde o erro máximo absoluto de 15 cm e 32 cm em M e P respetivamente, mas com uma amplitude de 25 cm e 38 cm, nas coordenadas M e P. No bloco de Leiria para as outras transformações as estatísticas estão apresentadas na Tabela 37 e Tabela 38 em anexo, e as conclusões são muito idênticas no bloco do Porto em relação a estas transformações, por muita escolha que se tenha feito aos pontos, a não coerência dos vértices geodésicos poderá estar a afetar os resultados das grelhas, o mesmo não acontece na transformação polinomial. Fica visível, pela transformação *Datum* Lisboa – ETRS89 que o método é viável e melhor que o polinomial, estando apenas a interferir nos resultados as incoerências encontradas nalguns pontos.

Tabela 31 - Comparação entre os métodos, bloco de Leiria.

Datum Lisboa => ETRS89						
	BW + Grelhas		Grelhas		Polinomial	
	M	P	M	P	M	P
Mínimo (m)	-0.116	-0.322	-0.120	-0.294	-0.179	-0.171
Máximo (m)	0.147	0.064	0.136	0.061	0.160	0.273
E.M.Q (m)	0.045	0.095	0.044	0.081	0.073	0.102
Máximo Abs (m)	0.147	0.322	0.136	0.294	0.179	0.273

Mais uma vez visível no bloco do Mértola, Tabela 32, o método da transformação polinomial, apresenta erros maiores do que os outros métodos estudados. Neste bloco para o método polinomial a amplitude é de 60 cm para M e de 47 cm para P, onde o EMQ é de 12 cm para ambas as coordenadas. Para os outros dois métodos os erros máximos e os EMQ são muito idênticos, sendo que em M para o método das grelhas é de 21 cm e para o método de *Bursa-Wolf* com correção das coordenadas ronda os 25 cm, o erro máximo é 11 cm e 13 cm para os respetivos métodos. Em P a amplitude já é maior passando para 55 cm e o EMQ para 10 cm em ambos os métodos. Na Tabela 39 e Tabela 40 estão apresentadas as estatísticas entre as outras transformações, onde se tira conclusões idênticas ao bloco do Porto e Leiria, acima descritas.

Tabela 32 - Comparação entre os métodos, bloco de Mértola

Datum Lisboa => ETRS89						
	BW + Grelhas		Grelhas		Polinomial	
	M	P	M	P	M	P
Mínimo (m)	-0.122	-0.250	-0.103	-0.295	-0.280	-0.304
Máximo (m)	0.130	0.301	0.107	0.260	0.305	0.175
E.M.Q (m)	0.047	0.097	0.040	0.095	0.116	0.118
Máximo Abs (m)	0.130	0.301	0.107	0.295	0.305	0.304

Capítulo VI. Conclusões

A comparação entre os três métodos estudados, mostra que o método *Bursa-Wolf* com correção residual e o método das grelhas são métodos fiáveis, por obterem ambos erros muito pequenos, além de serem menos complexos para a transformação da informação geográfica, são versáteis e rápidos na sua execução. Conclui-se assim que a distribuição do erro de forma uniforme diminui o erro associado às coordenadas transformadas. Obtendo para os pontos testados de 3ª ordem erros máximos de 28 cm e 43 cm em M e P, respetivamente, com uma amplitude inferior a 1 m, enquanto que no método polinomial os erros ascendem a alguns metros. Na transformação por blocos os métodos com grelhas tem um comportamento melhor, isto é, obtém-se erros associados menores do que o método *Bursa-Wolf* com correção residual. No entanto, globalmente na transformação dos 959 pontos (1ª e 2ª ordem) distribuídos uniformemente os erros associados à transformação *Bursa-Wolf* com correção residual são menores, chegando a ter diferenças dos 20 cm para o método das grelhas. Como visível no gráfico do percentil os erros associados à transformação *Bursa-Wolf* com correção residual concentram-se mais em torno do 0, isto é 90% da amostra apresenta erros pequenos. Após a elaboração deste trabalho pode-se concluir que existem vários fatores que influenciaram a precisão e a qualidade dos resultados obtidos no novo método, sendo que o mais significativo foi a distribuição geográfica e a quantidade de pontos. Quanto mais distribuídos e quantos mais pontos existir melhor será o ajustamento da região. Um outro parâmetro que também influencia os resultados é a redução do espaçamento da grelha, conclui-se que a grelha com espaçamento de 0.025° conduz a uma melhor precisão do que com espaçamento de 0.05° . A coordenada que verifica essa melhoria significativa é a altitude elipsoidal. Em relação ao método de interpolação e aos seus parâmetros de entrada, com os poucos testes que foram feitos, conclui-se que podem influenciar os resultados, como mostra as diferenças entre o método *Kriging* com variogramas diferentes, por exemplo variograma linear e variograma de *Gauss*. Mas por não se ter testado todos os métodos e todos modelos de variogramas, não se consegue antever até que ponto a situação da interpolação de *Kriging* com variograma de *Gauss* é ou não um caso pontual. Mais que a quantidade de pontos é a qualidade (em termos de resíduos) dos pontos selecionados que influencia os resultados. Quanto mais e maiores forem os resíduos acumulados, pior o ajustamento. Neste caso o estudo na seleção de resíduos dos pontos não foi abordado, por se ter previamente decidido que nenhum iria ser retirado. Para otimizar os resultados podemos retirar os pontos que contribuem para algum enviesamento (considerados *outliers*). Pelo facto de esta análise de resíduos não ter sido feito e por todos os métodos e escolhas não terem sido testadas, não se concluiu se existe mais algum melhoramento possível a este novo método.

REFERÊNCIAS

- Antunes, C., 2010. Sebenta da disciplina “Introdução à Geodesia” - texto não publicado.
- Barnes, R., 2014. Golden Software, Inc. - Variogram Tutorial” p.16
- Brito, B., Silva, P., Silva, J. e Júnior, J., 2013 - Mudança de referenciais geodésicos utilizando grades de transformação integradas em programas computacionais SIG.
- Burbidge, B and Zammit, K. 1998. The Geocentric Datum of Australia (GDA), Paper presented at OZRI 12, Australian ESRI User Group Conference, September 1998
- DGT, 2001. Programa Transcoord Pro Web page: [http://www.dgterritorio.pt/cartografia - e - geodesia/geodesia/transformacao - de - coordenadas/download - de - aplicativos/programa - de - transformacao - de - coordenadas/](http://www.dgterritorio.pt/cartografia-e-geodesia/geodesia/transformacao-de-coordenadas/download-de-aplicativos/programa-de-transformacao-de-coordenadas/) Visitado em 2014.
- DGT, 2014. Direção Geral do Território Web page: <http://www.dgterritorio.pt/> (Visitado em Abril – 2014).
- DGT, 2013. Grelhas no formato NTV2 para a Transformação de Coordenadas dos Sistemas HGDLx e HGD73 para o Sistema PT-TM06/ETRS89. Web page: [http://www.dgterritorio.pt/cartografia - e - geodesia/geodesia/transformacao - de - coordenadas/grelhas - em - ntv2/](http://www.dgterritorio.pt/cartografia-e-geodesia/geodesia/transformacao-de-coordenadas/grelhas-em-ntv2/) (Visitado em Maio – 2014)
- EUREF, 2014. European Terrestrial Reference System 89 (ETRS89) Web page: <http://etrs89.ensg.ign.fr/>. Visitado em Março – 2014.
- Fonseca, D., 2012. Estudo comparativo entre as diferentes metodologias e sistemas de coordenadas usados em Portugal. Instituto Geográfico do Exército – Boletim 2012
- Freitas, A., 2013. Projecto IGeoE-Medir - parceria com a Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Freitas, A., 2013. O INSPIRE e o IGeoE. Boletim IGeoE 2013
- GDA Grid Transformation Using Distortion Modelling: <http://www.icsm.gov.au/gda/gdadismodel.pdf>
- GDA TECHNICAL MANUAL VERSION 2.03, 2000 Geocentric Datum of Australia Technical Manual International Committee on Surveying and Mapping publication (ICSM)
- Golden Software, 2012 – Programa proprietário.
- Gonçalves, J., 2008. Adopção de Sistemas de Referência Geográfica Globais. ESIG2008. Web page: [http://www.fc.up.pt/pessoas/jagoncal/coordenadas/paper - esig2008.pdf](http://www.fc.up.pt/pessoas/jagoncal/coordenadas/paper-esig2008.pdf)
- Gonçalves, J., 2008. Conversões de coordenadas com o programa PROJ. Método de conversão com grelhas. SASIG2008. Web page: [http://www.fc.up.pt/pessoas/jagoncal/coordenadas/paper - sasig2009.pdf](http://www.fc.up.pt/pessoas/jagoncal/coordenadas/paper-sasig2009.pdf)
- Gonçalves, J., 2009. Conversões de Sistemas de Coordenadas Nacionais para ETRS89 Utilizando Grelhas. VI Conferência Nacional de Cartografia e Geodesia (actas publicadas

pela Lidel). Web page: <http://www.fc.up.pt/pessoas/jagoncal/coordenadas/paper - cncg2009.pdf>

Gonçalves, 2013. write - gsb (programa não documentado)

Gonzales-Matesanz, J., Dalda, A., Quirós, R., Celada, J. ED50-ETRS89 Transition models for the Spanish Geodetic Network. Report on the Symposium of the IAG Subcommission for Europe (EUREF), Toledo, 4 - 7 June 2003. Matos, J. 2008. “Fundamentos de Informação Geográfica”. 5ª Edição. Lisboa: Lidel

Greaves, M., Cruddace. P., 2001 The OS’s new Coordinate Transformation for Great Britain – GPS to OSGB36 National Grid Transformation.

IGeoE, 2014. Instituto Geográfico do Exército Web page: <http://www.igeoe.pt/> (Visitado em Abril – 2014).

IGeoE, 2014. Ficheiro excel fornecido pelo IGeoE, demonstrando o esquema em blocos.

ISA, 2012. Sebenta de Cartografia - Texto não publicado Web page: <http://www.isa.utl.pt/dm/geomat/geomat - 2011 - 2012/Taula17 - cartografia - 2012.pdf> (Visitado em Maio - 2014)

Junkins D., Farley, S., 1995. National Transformation Version 2 - NTV2 User's Guide. Natural Resources Canada, Geodetic Survey Division

Mendes, V. 2010. Sebenta da disciplina Tratamento e Análise de Dados – Métodos de Ajustamento e análise. Texto não publicado

Navarro, A., 2010 Aulas práticas de Elementos de Cartografia – Texto não publicado

NGA – National Geospatial Agency, 2000. NIMA Technical Report 8350.2; 3rd edition; amendment 1; 3 January 2000, "Department of Defense World Geodetic System 1984 - Its definition and relationships with local geodetic systems“Surfer 8.

NGS, 2003. US National Geodetic Survey - Geodetic Toolkit NADCON, 2008. Web page: <http://www.ngs.noaa.gov/PC - PROD/NADCON/> (Visitado em Maio – 2014).

Platier, T., 2003 – Programa Matlab, Conforme.m, propriedade do IGeoE.

Platier, T., 2003. Transformação da cartografia do IGeoE. Relatório de estágio Curricular de Engenharia Geográfica.

PROJ, 2008. PROJ.4 - Cartographic Projections Librar. Web page: <http://trac.osgeo.org/proj/> (Visitado em Maio – 2014).

QGIS, 2014. Quantum Gis Web Page - <http://qgis.pt/blog/2014/07/13/transformacao-de-coordenadas-e-utilizacao-das-grelhas-ntv2-no-qgis/> (Visitado em Maio 2014)

SASIG, 2009. Fcup Web Page: <http://www.fc.up.pt/pessoas/jagoncal/coordenadas/paper - sasig2009.pdf> (Visitado em Maio)

ANEXOS

TABELAS

Tabela 33 - Comparação entre os métodos, estatística utilizado pontos não utilizados na geração das grelhas (3º ordem) entre o WGS84 e ETRS89

WGS84 => ETRS89						
	BW + Grelhas		Grelhas		Polinomial	
	M	P	M	P	M	P
Mínimo (m)	-0.588	-0.070	-0.386	-0.153	-0.359	-0.184
Máximo (m)	0.443	0.535	0.831	0.463	0.679	0.512
E.M.Q (m)	0.133	0.100	0.159	0.109	0.130	0.117
Máximo Abs (m)	0.588	0.535	0.831	0.463	0.679	0.512

Tabela 34 - Comparação entre os métodos, estatística utilizado pontos não utilizados na geração das grelhas (3º ordem) entre o Datum Lisboa e WGS84

Datum Lisboa => WGS84						
	BW + Grelhas		Grelhas		Polinomial	
	M	P	M	P	M	P
Mínimo (m)	-0.844	-0.874	-1.028	-5.380	-2.825	-2.632
Máximo (m)	0.156	0.284	0.187	0.251	1.570	1.643
E.M.Q (m)	0.168	0.152	0.173	0.521	0.601	0.759
Máximo Abs (m)	0.844	0.874	1.028	5.380	2.825	2.632

Tabela 35 - Comparação entre os métodos, estatística bloco do Porto entre o WGS84 e ETRS89

WGS84 => ETRS89						
	BW + Grelhas		Grelhas		Polinomial	
	M	P	M	P	M	P
Mínimo (m)	0.228	0.364	0.150	0.201	-0.065	-0.029
Máximo (m)	0.355	0.457	0.343	0.292	0.059	0.055
E.M.Q (m)	0.027	0.019	0.045	0.020	0.026	0.017
Máximo Abs (m)	0.355	0.457	0.343	0.292	0.065	0.055

Tabela 36 - Comparação entre os métodos, estatística bloco do Porto entre o Datum Lisboa e WGS84

Datum Lisboa => WGS84						
	BW + Grelhas		Grelhas		Polinomial	
	M	P	M	P	M	P
Mínimo (m)	-0.518	-0.427	-0.492	-0.420	-0.263	-0.193
Máximo (m)	0.037	-0.118	-0.017	-0.118	0.206	0.176
E.M.Q (m)	0.111	0.072	0.091	0.069	0.096	0.081
Máximo Abs (m)	0.518	0.427	0.492	0.420	0.263	0.193

Tabela 37 - Comparação entre os métodos, bloco de Leiria entre o WGS84 e ETRS89

WGS84 => ETRS89						
	BW + Grelhas		Grelhas		Polinomial	
	M	P	M	P	M	P
Mínimo (m)	0.254	0.047	0.140	-0.104	-0.052	-0.326
Máximo (m)	0.389	0.476	0.674	0.347	0.069	0.105
E.M.Q (m)	0.026	0.072	0.134	0.081	0.025	0.071
Máximo Abs (m)	0.389	0.476	0.674	0.347	0.069	0.326

Tabela 38 - Comparação entre os métodos, bloco de Leiria entre o Datum Lisboa e WGS84

Datum Lisboa => WGS84						
	BW + Grelhas		Grelhas		Polinomial	
	M	P	M	P	M	P
Mínimo (m)	-0.780	-0.886	-0.740	-0.840	-0.184	-0.196
Máximo (m)	-0.014	0.135	-0.030	0.136	0.138	0.599
E.M.Q (m)	0.153	0.224	0.146	0.214	0.073	0.143
Máximo Abs (m)	0.780	0.886	0.740	0.840	0.184	0.599

Tabela 39 - Comparação entre os métodos, bloco de Mértola entre o WGS84 e ETRS89

WGS84 => ETRS89						
	BW + Grelhas		Grelhas		Polinomial	
	M	P	M	P	M	P
Mínimo (m)	0.159	0.276	0.439	0.173	-0.081	-0.070
Máximo (m)	0.314	0.436	0.593	0.310	0.053	0.056
E.M.Q (m)	0.035	0.035	0.034	0.040	0.030	0.032
Máximo Abs (m)	0.314	0.436	0.593	0.310	0.081	0.070

Tabela 40 - Comparação entre os métodos, bloco de Mértola entre o Datum Lisboa e o WGS84

Datum Lisboa => WGS84						
	BW + Grelhas		Grelhas		Polinomial	
	M	P	M	P	M	P
Mínimo (m)	-0.857	-0.376	-0.820	-0.362	-0.288	-0.282
Máximo (m)	-0.348	0.099	-0.371	0.081	0.308	0.175
E.M.Q (m)	0.117	0.112	0.104	0.108	0.121	0.112
Máximo Abs (m)	0.857	0.376	0.820	0.362	0.308	0.282

MAPAS

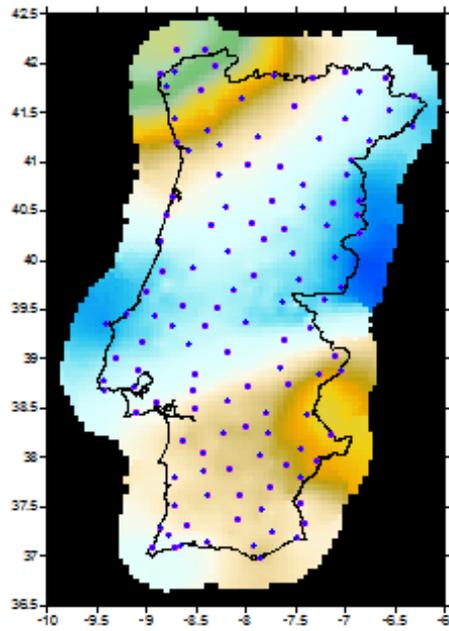


Figura 78 - Interpoção do resíduo em X (método: *Kriging*, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)

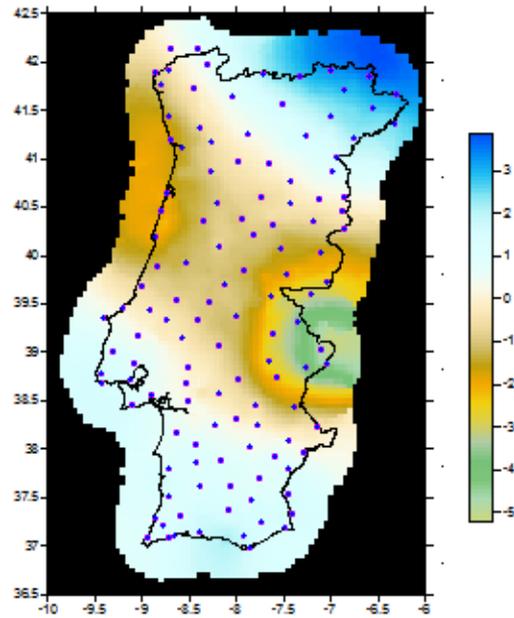


Figura 79 - Interpoção do resíduo em Y (método: *Kriging*, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)

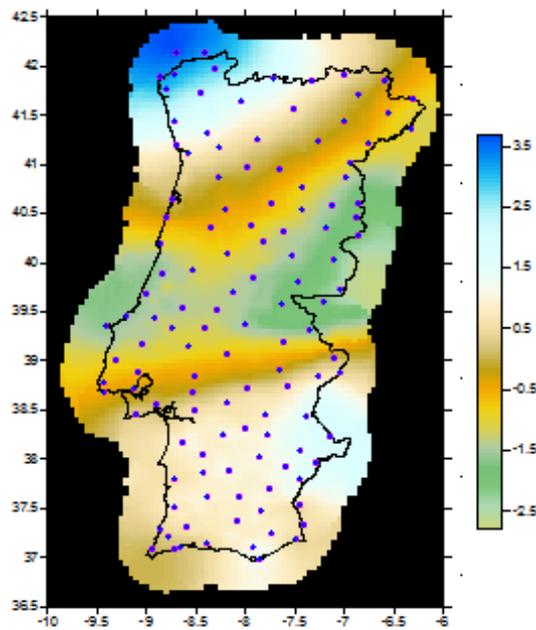


Figura 80 - Interpoção do resíduo em Z (método: *Kriging*, pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)

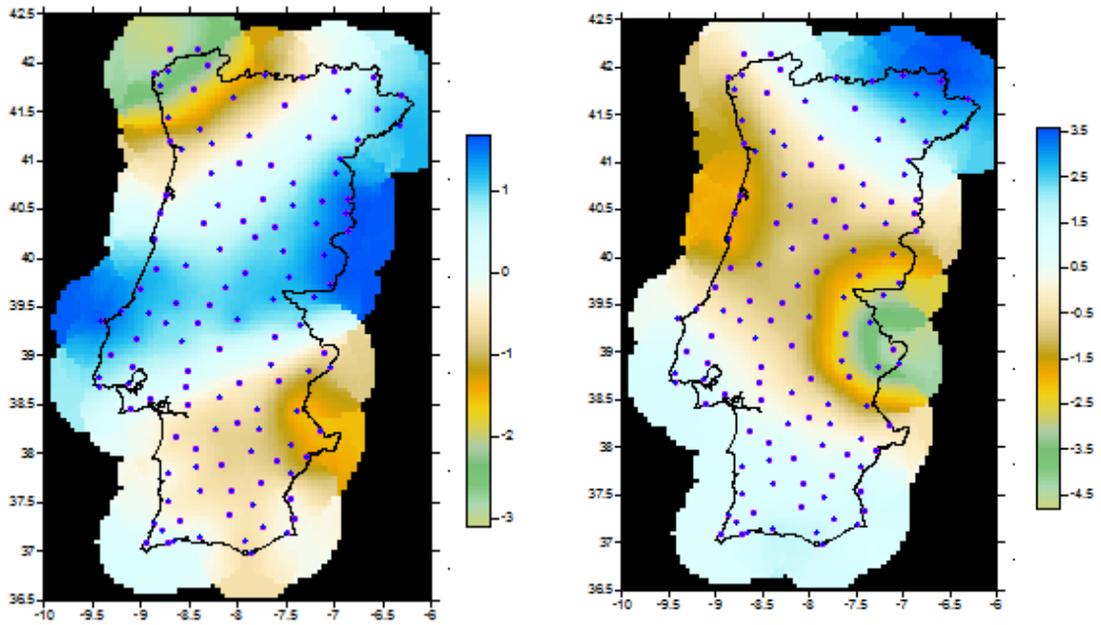


Figura 82 - Interpolação do resíduo em Y (método: *Kriging*, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.05°)

Figura 81 - Interpolação do resíduo em X (método: *Kriging*, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.05°)

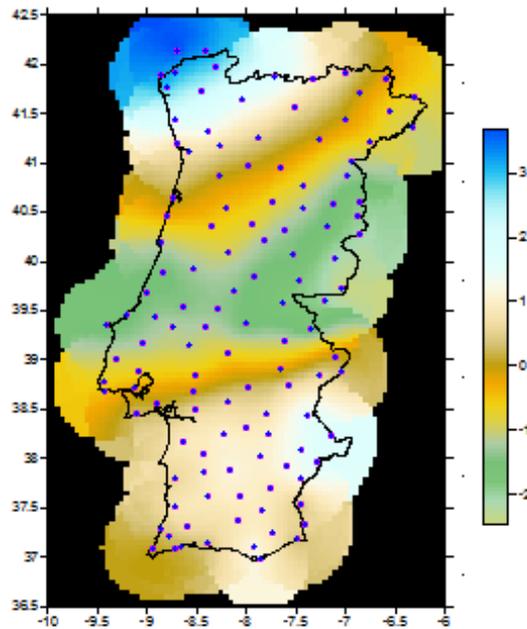


Figura 83 - Interpolação do resíduo em Z (método: *Kriging*, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.05°)

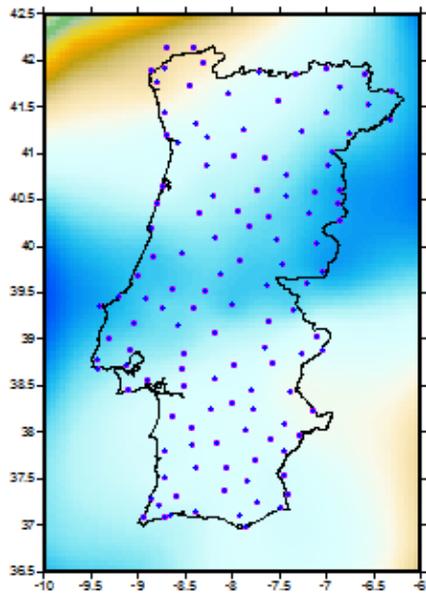


Figura 84 - Interpolação do resíduo em X (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.05°)

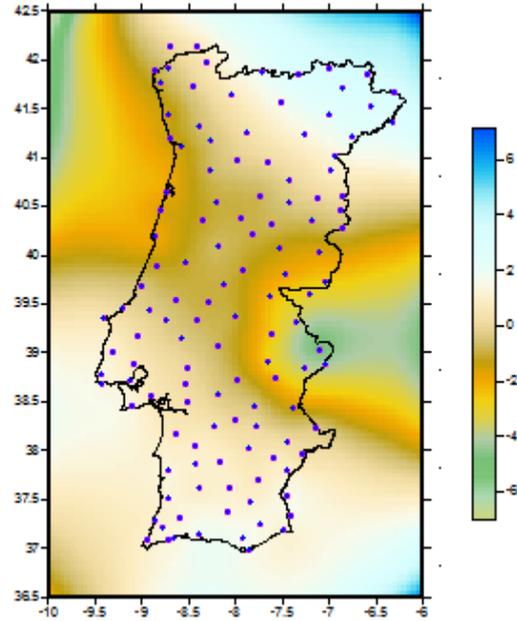


Figura 85 - Interpolação do resíduo em Y (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.05°)

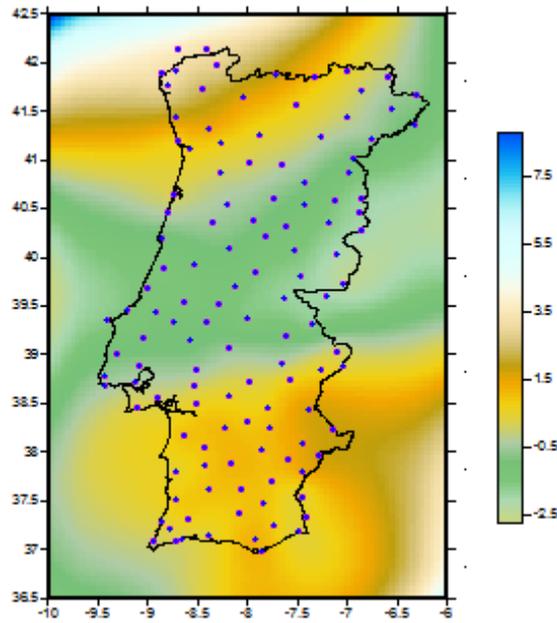


Figura 86 - Interpolação do resíduo em Z (método: Curvatura Mínima, pontos: 1ª ordem, espaçamento: 0.05°)

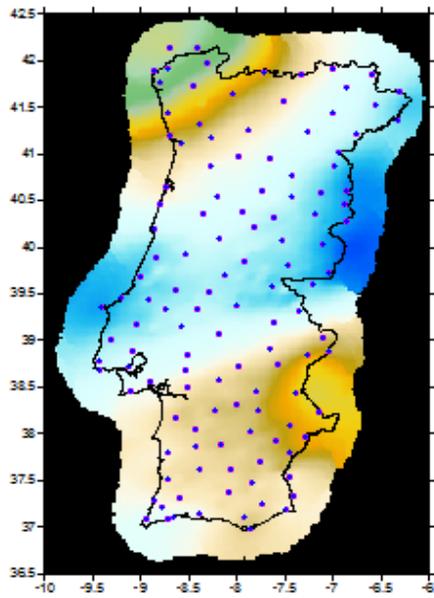


Figura 87 - Interpoção do resíduo em X (método: Curvatura Mínima, variograma: esférico pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)

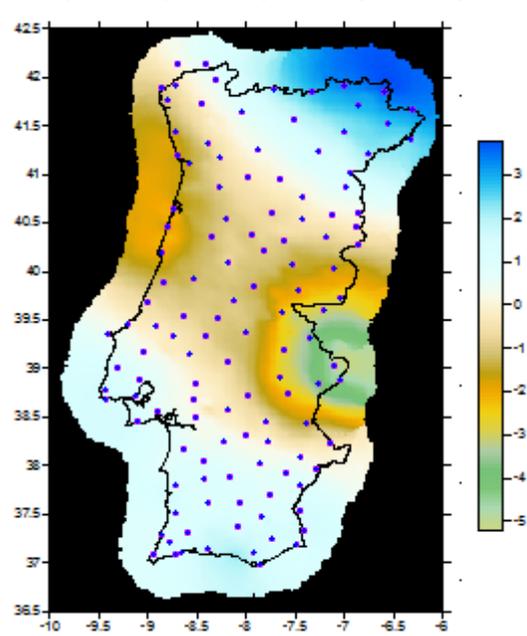


Figura 88 - Interpoção do resíduo em Y (método: Curvatura Mínima, variograma: esférico pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)

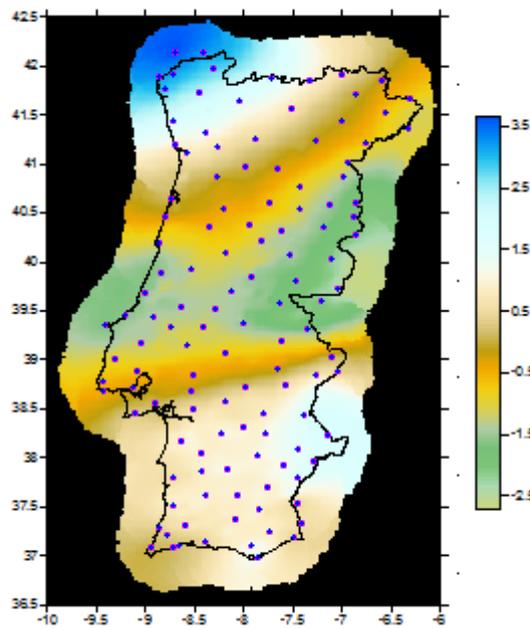


Figura 89 - Interpoção do resíduo em Z (método: Curvatura Mínima, variograma: esférico pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)

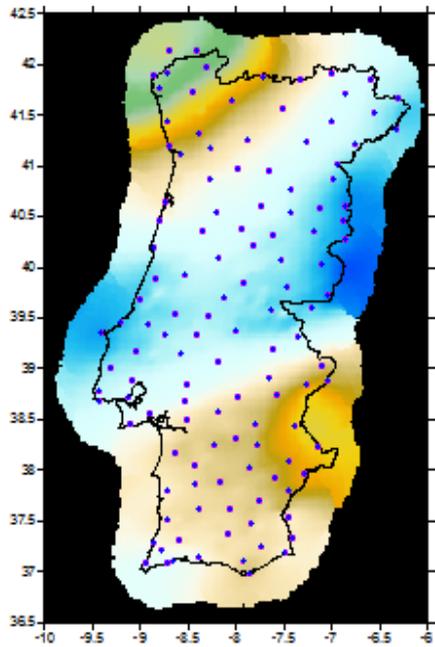


Figura 90 - Interpoção do resíduo em X (método: Curvatura Mínima, variograma: exponencial pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)

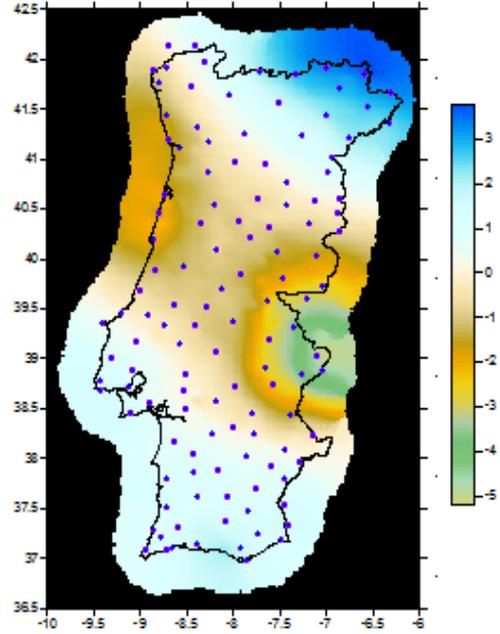


Figura 91 - Interpoção do resíduo em Y (método: Curvatura Mínima, variograma: exponencial pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)

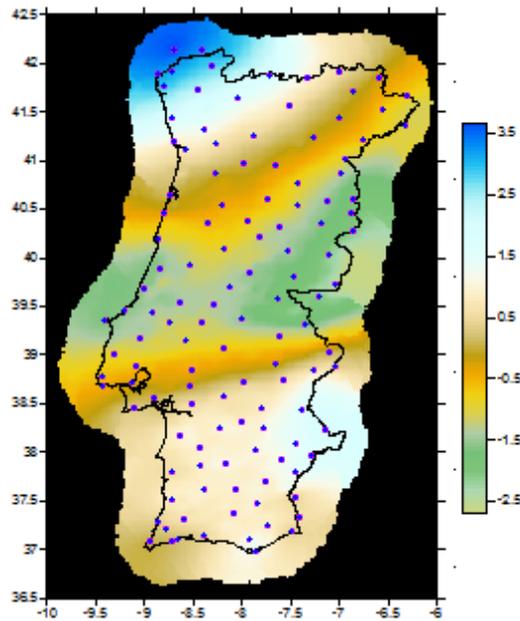


Figura 92 - Interpoção do resíduo em Z (método: Curvatura Mínima, variograma: exponencial pontos: 1ª e 2ª ordem, espaçamento: 0.05°)

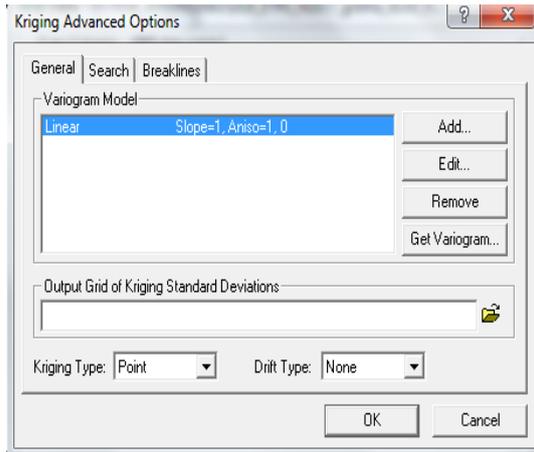


Figura 93 - Definições extra para o *Kriging*, programa SURFER

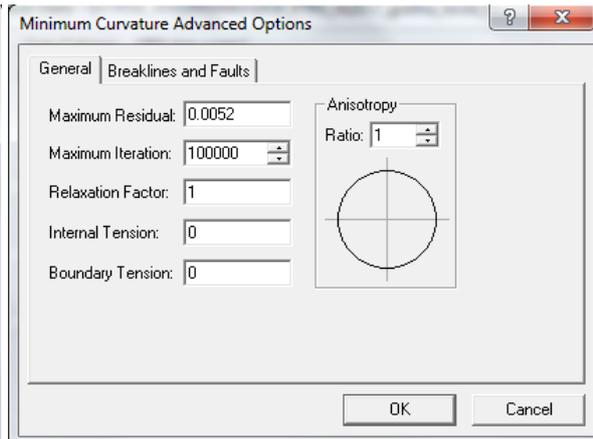


Figura 94 - Definições extra para a Curvatura Mínima, programa SURFER

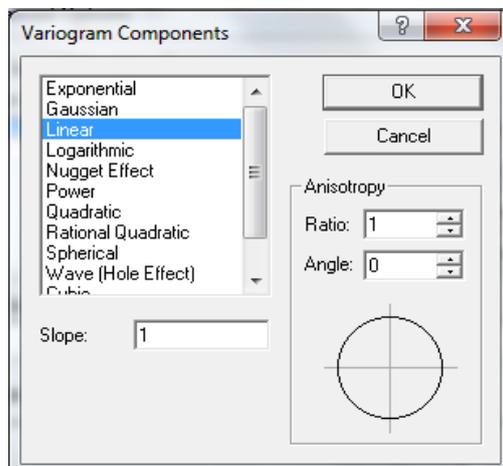


Figura 95 - Escolha do variograma para o *Kriging* programa SURFER

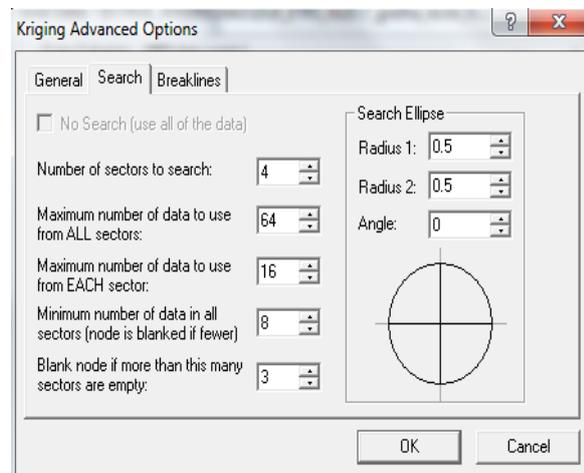


Figura 96 - Raio de busca, para a interpolação programa SURFER

METODO DE TRABALHO PARA CADA TRANSFORMAÇÃO

- **Conversão de coordenadas (TRANSCOORD PRO)**

As conversões de coordenadas efetuadas para o estudo, foram efetuadas no programa Transcoord Pro. Neste programa, os elipsoides e os sistemas de referências já se encontram definidos, numa BD interna, contudo foi ainda necessário definir para o *datum* WGS84 Militar os seguintes parâmetros: o fator de escala do *datum* WGS84, a latitude e longitude do ponto central de projeção, e os parâmetros do elipsoide (a , e^2 , f), tal como descrito na secção 3.1.2.

Só os pontos no ETRS89 têm coordenadas geodésicas conhecidas, para todos os outros *data* do estudo vão ter de ser calculadas. Para os pontos do WGS84 que se encontravam em coordenadas militares foi efetuada a transladação do ponto fictício para o ponto central, de 200 000 m em M para Este e 300 000 m em P para Norte, executado numa folha de Excel.

Na conversão das coordenadas cartográficas para as coordenadas geodésicas foi necessário um ficheiro .txt com o seguinte formato:

```
'ÁGUA NEGRA' 60120.4300 -207761.7000 262.7400
```

Com esse ficheiro fez-se a transformação inversa da projeção na secção 3.2.1.4, obtendo no final um ficheiro final com os vértices geodésicos e as coordenadas com o formato:

```
'ÁGUA NEGRA' 37 47 35.48024 -7 26 57.70762 262.7400
```

Na conversão das coordenadas geodésicas para as coordenadas retangulares foi necessário o ficheiro .txt com o seguinte formato:

```
'ÁGUA NEGRA' 37 47 35.48024 -7 26 57.70762 262.7400
```

O programa aplicou a transformação direta, definida na secção 3.2.1.1 e que tem como saída as coordenadas tridimensionais do mesmo ponto no mesmo *datum*, com o seguinte formato:

```
'ÁGUA NEGRA' 5004364.9692 -654338.2629 3887553.7727
```

As transformações por ordem inversa não foram necessárias, mas seria aplicar o esquema de ficheiros de entrada por ordem inversa.

- **Transformação Polinomial**

Para a execução do programa são necessários três ficheiros .txt de entrada, são eles:

* d1entrada.txt contendo a lista com o número dos vértices geodésicos, as coordenadas M e P no *datum* 1, *datum* de entrada;

* d2entrada.txt contendo a lista de coordenadas no *datum 2*, ou seja o *datum* de saída dos vértices homólogos e pela mesma ordem aos do d1entrada.txt;

* mpenrada.txt, o ficheiro com as coordenadas planimétrica militares a serem transformadas.

Visível o formato dos três ficheiros (d1entrada.txt, d2entrada.txt e mpenrada.txt) no exemplo seguinte:

1 260120.4300 92238.3000

Para os três ficheiros de entrada, o programa guarda três vetores por cada ficheiro, um vetor com o número do ponto, o segundo com as coordenadas M e o terceiro com a coordenada P. Transformam-se as coordenadas do ficheiro mpenrada.txt com os parâmetros agora calculados.

Nos ficheiros de saída temos:

* param.txt, ficheiro que guarda os valores dos parâmetros de transformação obtidos;

* msaida.txt que fornece a lista de resíduos das coordenadas cartográficas dos vértices geodésicos utilizados e o EMQ desses resíduos, o valor da variância *a posteriori*, o valor dos parâmetros de transformação e a incerteza que lhes está associada e finalmente, as coordenadas dos vértices geodésicos do ficheiro mpenrada.txt já transformadas para o *datum 2*, ou *datum* de saída.

- **GRELHAS**

Para a transformação pelo método das grelhas foram calculadas as diferenças de da latitude e longitude de cada ponto entre 2 *data*, esses cálculos foram feitos numa folha de Excel, visível na Tabela 41:

Tabela 41 - Cálculos das diferenças da latitude e longitude

N	Nome	LAT - DLX	LONG - DLX	LAT - ETRS	LONG - ETRS	LAT	LONG
1	ÁGUA NEGRA	37.79319	-7.44936	37.79474	-7.45052	-5.58146	4.16728

Após a obtenção das grelhas, como explicadas na seção 4.5.1, usou-se o programa write_gsb [Gonçalves, 2013], para a junção das grelhas de diferenças. Definindo-as com a extensão GSB, formato esperado pela biblioteca PROJ.4.

Para esse programa foi necessário um ficheiro *data.txt* de formato:

```
JAG08_V1
DATUM LISBOA
ETRS89
6378388.000000
6356911.946128
6378137.000000
6356752.314140
PORTUGAL
23/11/08
23/11/08
```

onde JAG08_V1 designa o nome e versão do trabalho, depois o *datum* de entrada, neste caso *DATUM LISBOA*, em seguida o *datum* de saída, ou seja, o ETRS89, o semieixo maior e excentricidade do *datum* de entrada, semieixo maior e excentricidade do *datum* de saída, o local para o qual é criada as grelhas, e as datas em que as grelhas foram produzidas.

Com esse ficheiro e mais as duas grelhas das diferenças, explicadas na secção 4.5.1, executa-se o comando seguinte:

```
write - gsb g1 - x.grd g1 - y.grd data.txt teste.gsb
```

onde *write - gsb* é o nome do programa, *g1 - x.grd* é a designação a dar a primeira grelha, a grelha das diferenças *x*, neste caso da longitude, *g1 - y.grd* é a designação a dar a segunda grelha à grelha das diferenças em *y*, neste caso da latitude, *data.txt* é o ficheiro criado com os parâmetros necessários e, por fim, *teste.gsb* é a designação da grelha final no formato necessário.

- **Transformação *Bursa-Wolf* com correção residual**

Cada *datum* tinha uma listagem dos pontos, caracterizada da seguinte maneira

Nome	latitude	longitude	h
1 ÁGUA NEGRA	37 47 35.4800	-7 26 57.7080	262.7400

Sabendo que o HELMER.FOR necessita das coordenadas homólogas dos 2 *data* é necessário formatar a lista de coordenadas pela mesma ordem e com um formato específico. Juntou-se dos pontos dos 2 *data* num mesmo ficheiro, por intermédio do programa CONVERT.FOR. Este programa combina os vértices geodésicos dos 2 *Datum* daí ser importante a ordenação correta dos vértices, para uma correspondência correta. Ficando um ficheiro com a lista de pontos no seguinte formato para cada ponto:

1 ÁGUA NEGRA

37 47 35.4800 -7 26 57.7080 262.7400

37 47 41.0620 -7 27 1.8750 316.0100

onde primeiro é representado o número e a designação do vértice geodésico e nas linhas de baixo as coordenadas em graus, minutos, segundos da latitude, longitude e altitude elipsoidal respetivamente do *datum* de entrada e do *datum* de saída. Ao ficheiro resultante do programa CONVERT.FOR acrescentam-se nas primeiras linhas a informação sobre os elipsoides, apresentadas na Tabela 42.

Tabela 42 - Informações necessários para o programa HELMTER.FOR

'GEOD'	
'DLX' 6378388.0 0.00672267002233	<i>Datum</i> de Entrada, semieixo maior e excentricidade
'ETRS89' 6378137.0 0.00669438002290	<i>Datum</i> de Saída, semieixo maior e excentricidade
128	Número de pontos

O ficheiro resultante foi utilizado como ficheiro de entrada no programa HELMERT.FOR. O ficheiro de saída contém os resíduos de cada ponto para essa transformação, os parâmetros de transformação com o respetivo EMQ, a soma do quadrado dos resíduos, número de graus de liberdade e EMQ da unidade de peso. Como mostra o exemplo seguinte:

N. DO PONTO	RESIDUOS (m) (VX/VY/VZ)
-------------	----------------------------

1 ÁGUA NEGRA

-.941

.960

1.258

(...)

SOMA DOS QUADRADOS DOS RESIDUOS = 653.679

N. GRAUS LIB. =377

E.M.Q. DA UNIDADE DE PESO = 1.317

PARAMETROS DA TRANSF. & E.M.Q. DOS PARAMETROS

DX (m) ==> -159.589 4.863

DY (m) ==> 17.474 11.909

DZ (m) ==> -15.098 4.427

ALFA (ppm) ==> -4.400 .655

EX (seg) ==> -.134 .264

EY (seg) ==> 5.753 .160

EZ (seg) ==> 3.319 .315

Para posterior utilização na interpolação das grelha, os resíduos foram separados por cada componente e guardados juntamente com o ponto associado num ficheiro .txt, s, no seguinte formato:

N	Nome	Lat	Long	Vx
1	ÁGUA NEGRA	37.79319	-7.44936	-0.9410

Os parâmetros e o respetivo EMQ também foram guardados noutra ficheiro .txt para entrar no programa da correção residual do método *Bursa-Wolf*, no seguinte formato:

-159.589	4.863
17.474	11.909
-15.098	4.427
-4.400	.655
-0.134	0.264
5.753	0.160
3.319	0.315

Em seguida gera-se as grelhas de resíduos, como explicado na seção 4.5.1 e executa-se o programa para a correção residual, que encontra-se descrito na secção 0.