

Información Importante

La Universidad de La Sabana informa que el(los) autor(es) ha(n) autorizado a usuarios internos y externos de la institución a consultar el contenido de este documento a través del Catálogo en línea de la Biblioteca y el Repositorio Institucional en la página Web de la Biblioteca, así como en las redes de información del país y del exterior con las cuales tenga convenio la Universidad de La Sabana.

Se permite la consulta a los usuarios interesados en el contenido de este documento para todos los usos que tengan finalidad académica, nunca para usos comerciales, siempre y cuando mediante la correspondiente cita bibliográfica se le de crédito al documento y a su autor.

De conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, La Universidad de La Sabana informa que los derechos sobre los documentos son propiedad de los autores y tienen sobre su obra, entre otros, los derechos morales a que hacen referencia los mencionados artículos.

BIBLIOTECA OCTAVIO ARIZMENDI POSADA
UNIVERSIDAD DE LA SABANA
Chía - Cundinamarca

**DISEÑO, IMPLEMENTACIÓN Y EVALUACIÓN DE UNA UNIDAD DIDÁCTICA
DESDE EL MARCO DE LA EPC, PARA POTENCIAR ESTRATEGIAS DE
CONTEO, UTILIZADAS EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE TIPO
ADITIVO**

ALBA LUCÍA QUINTERO TOBÓN

**UNIVERSIDAD DE LA SABANA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA
AGOSTO DE 2015**

**DISEÑO, IMPLEMENTACIÓN Y EVALUACIÓN DE UNA UNIDAD DIDÁCTICA
DESDE EL MARCO DE LA EPC, PARA POTENCIAR ESTRATEGIAS DE CONTEO,
UTILIZADAS EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE TIPO ADITIVO.**

ALBA LUCÍA QUINTERO TOBÓN

ASESOR

JOHN ALEXANDER ALBA VÁSQUEZ

**UNIVERSIDAD DE LA SABANA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA
AGOSTO DE 2015**

DEDICATORIA

Al Padre Celestial, quien siempre me ha guiado, protegido y acompañado en cada uno de los instantes de mi vida

A mí Tía Mamá quien con su abnegación, desprendimiento y sobre todo mucho amor, sembró en mí esta bella vocación de la docencia.

A mis hijos amados: Carlos Andrés, Alejandra y Gabriela y a mi esposo Alejandro, por su gran paciencia y apoyo en el transcurso de estos dos años.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco de corazón a mi asesor Jonh Alexander Alba Vásquez, por su gran paciencia, dedicación, orientación y sobre todo por valorar y re significar cada una de las propuestas planteadas en mi trabajo de grado.

A mis jurados: Alejandro Angulo y Yimmy Triana quienes con sus observaciones, sugerencias y material de apoyo, mediaron para enriquecer este trabajo

A la Universidad de la Sabana y en especial a la Doctora Rosa Julia Guzmán y docentes que aportaron sus enseñanzas y experiencias durante el desarrollo de mi Maestría. Mil gracias por brindarme esta gran oportunidad de superación y reencuentro con la Pedagogía.

A mis estudiantes del grado primero J.M del colegio Ofelia Uribe de Acosta quienes desempeñaron un papel relevante para realizar el presente trabajo.

Y por último pero no menos importante a la SED por la gran apuesta que ha hecho en pro de la formación docente

TABLA DE CONTENIDO

TABLA DE CONTENIDO.....	5
Resumen.....	10
Abstract.....	11
Introducción	12
CAPITULO I:	14
1. Planteamiento del Problema	14
1.1 Justificación	14
1.2 Pregunta de Investigación	17
1.3 Objetivos.....	18
1.3.1 Objetivo General.....	18
1.3.2 Objetivos Específicos.....	18
CAPITULO II:	19
2. Marco Teórico.....	19
2.1 Antecedentes Investigativos	19
2.2 Referentes Teóricos	21
2.2.1 El Pensamiento Matemático.....	21
2.2.2 El Pensamiento Matemático en el Primer Ciclo	29
2.2.3 Estructuras Aditivas	35
2.2.4 Los problemas Verbales de Estructura Aditiva (P.V.E.A).....	35
2.2.5 Estrategias de Conteo para la Resolución de Problemas Verbales de Estructura Aditiva.	41
2.2.6 La Enseñanza Para la Comprensión (EPC)	43
CAPITULO III:.....	48
3. Metodología	48
3.1 Enfoque.....	48
3.2 Alcance	48
3.3 Diseño de la Investigación	49
3.4 Población	50
3.5 Categorías de Análisis.....	52
3.5.1 Primer Nivel. <i>Cuantificación sobre los objetos mismos</i>	52
3.5.2 Segundo Nivel. <i>Cuantificación sobre representaciones concretas</i>	52
3.5.3 Tercer Nivel. <i>Cuantificación sobre representaciones gráficas.</i>	52
3.5.4 Cuarto Nivel. <i>Cuantificación con representación abstracta.</i>	53

3.5.5 Quinto Nivel. <i>Cuantificación sobre las representaciones mentales.</i>	53
3.6 Instrumentos de recolección de la información	54
3.6.1 Diario de campo docente.....	55
3.7 Plan de Acción	56
3.7.1 Estrategia de Intervención	57
CAPITULO IV.....	75
4. Resultados y análisis de la investigación	75
4.1 Análisis de las observaciones obtenidas durante la implementación de cada una de las estrategias de intervención actividad por actividad.	75
4.1.1. Estrategia 1: El juego de los bolos.....	75
4.2 Clasificación de evidencias de acuerdo a las categorías iniciales de análisis.	106
5. Conclusiones.....	109
6. Recomendaciones	112
7. Reflexión pedagógica.....	113
Referencias Bibliográficas.....	115
Anexos	119
Anexo 1. Diseño de unidad didáctica de matemática E.P.C.....	119
Anexo 2. Prueba de diagnóstico de matemáticas	119
Anexo 3. Formato de Diario de Campo	123
Anexo 4. Consentimiento informado a padres de familia.....	124
Anexo 5. Organizador Gráfico: El juego de los bolos.....	126
Anexo 6. Organizador Gráfico: El juego de la Torre.	128
Anexo 7. Tabla de registro del juego de los bolos.....	130
Anexo 8. Guía con tabla de situaciones planteadas desde el contexto del juego de los bolos. Problema de Tipo cambio	131
Anexo 9. Guía con tabla modificada de situaciones planteadas desde el contexto del juego de los bolos. Problema de Tipo Cambio.	132
Anexo 10. Problema Tipo Cambio 1. Sentido de cambio: Incremento.....	133
Anexo 11. Guía de resolución de Problemas de la estrategia del juego de la torre.....	134
Anexo 12. Tabla de registro del juego de la Torre de las latas	135
Anexo 13. Problemas planteados con el juego de la torre	136
Anexo 14. Problemas Verbales de Estructura Aditiva Tipo Cambio 3, 4,5.....	137
Anexo 15. Problemas Verbales de Estructura Aditiva Tipo Cambio juego de la Torre.....	138
Anexo 16. Complementos del 10 con los bolos.	139

Índice de tablas

Tabla 1 Tipos de sentencias abiertas planteados por Castro et al (1992)	37
Tabla 2 Clasificación de los PVEA recopilados por Pineda (2013)	38
Tabla 3 Problemas Verbales de Estructura Aditiva de Cambio retomados por Angulo y Herrera (2009) ..	39
Tabla 4 PVEA de Combinación recopilada por Angulo y Herrera (2009)	40
Tabla 5 Distribución por edad y género del grupo de estudiantes	50
Tabla 6 Configuración del grupo según Institución de procedencia.....	50
Tabla 7 Niveles de abstracción para la cuantificación	53
Tabla 8 Registro de puntaje del juego de los bolos	61
Tabla 9 Guía con instrucciones para la representación gráfica de las latas.....	71

Índice de ilustraciones

Ilustración 1 Formato diario de campo	55
Ilustración 2 Formato diario de campo	57
Ilustración 3 Conteo a partir de un número dado	64
Ilustración 4 PVEA de cambio. Dato inicial	65
Ilustración 5 Problemas Verbales de Estructura Aditiva de tipo Cambio	66
Ilustración 6 PVEA	67
Ilustración 7 Latas que conforman la torre	69
Ilustración 8 Guía de preguntas realizadas	73
Ilustración 9 Formato de aplicación del problema con representación gráfica	74
Ilustración 10 Formato de problema con enunciado verbal	74
Ilustración 11 Conteo por agrupación de objetos	78
Ilustración 12 Conteo directo de objetos concretos	78
Ilustración 13 Tabla de registro de la primera ronda	78
Ilustración 14 Conteo de objetos sobre la tabla	79
Ilustración 15 Conteo total sobre la tabla	81
Ilustración 16 Diferentes formas de representar Cantidades	82
Ilustración 17 Conteo sobre representación gráfica.	82
Ilustración 18 Conteo utilizando los dedos	83
Ilustración 19 Cantidad final con registro Simbólico	83
Ilustración 20 Representación de cantidades en forma mixta	84
Ilustración 21 Otra forma de representar las cantidades	85
Ilustración 22 Representación mixta de las cantidades	85
Ilustración 23 Problemas Verbales de Estructura Aditiva Estrategia 1	86
Ilustración 24 Problemas Verbales de Estructura Aditiva Estrategia 2	87
Ilustración 25 Problemas Verbales de Estructura Aditiva Estrategia 3	87
Ilustración 26 Problemas Verbales de Estructura Aditiva Estrategia 5	87
Ilustración 27 Problemas Verbales de Estructura Aditiva Estrategia 4	87
Ilustración 28 Conteo desde un Sumando	88
Ilustración 29 Torneo bolos inter-cursos	90
Ilustración 30 Conteo realizado a partir de una distancia determinada	90
Ilustración 31 Conteo sobre objeto concreto	92
Ilustración 32 Conteo señalando el objeto	92
Ilustración 33 Conteo realizados con las diferentes estrategias.	94
Ilustración 34 Tabulación realizada con la Estrategia 1	95
Ilustración 35 Tabulación realizada con la Estrategia 2	95
Ilustración 36 Tabulación realizada con la Estrategia 3	96
Ilustración 37 Conteo con etiquetamiento	98
Ilustración 38 . Representación de la lata especificando puntaje contenido	99
Ilustración 39 Actividad para reforzar cuantificación por grupos de fichas	100
Ilustración 40 Estrategia de agrupación de latas según puntaje contenido	100
Ilustración 41 Registro juego de la Torre Estrategia 4	102

Ilustración 42 Registro juego de la Torre Estrategia 5.....	102
Ilustración 43 Registro juego de la Torre Estrategia 6.....	102
Ilustración 44 Traslado de datos de los lanzamientos.....	103
Ilustración 45 Registro juego de la Torre Estrategia 7.....	103
Ilustración 46 Registro juego de la Torre Estrategia 8.....	104
Ilustración 47 Torre realizada con el fin de hacer el conteo.	105
Ilustración 48 Conteo Realizado Tocando las latas	106

Resumen

El presente documento reporta un tipo de investigación de alcance Descriptivo-Interventivo realizado con un grupo de estudiantes de grado Primero de un Colegio distrital de Bogotá, Colombia. Este proyecto buscó identificar las estrategias de conteo utilizadas por los estudiantes y su posterior aplicación en la resolución de Problemas Verbales de Estructura Aditiva (PVEA) de Cambio. Para tal fin, se diseñó una unidad didáctica derivada del marco de la Enseñanza Para la Comprensión (EPC) como una alternativa de intervención del problema. Las actividades permitieron a los estudiantes abordar diversas situaciones de conteo y recurrir a estrategias para luego aplicarlas en la resolución de PVEA de cambio propuesto.

La estrategia del juego de los bolos y el juego de la torre, permitió abordar situaciones de conteo a través de actividades donde los estudiantes recurrieron a utilizar variadas formas de representación de las cantidades con el fin de hallar las repuestas a las situaciones planteadas. Se encontraron varias estrategias de conteo y su nivel de avance se logró en la medida que la situación obligó al estudiante a realizarlo.

Palabras clave: Estrategias de conteo, Problemas Verbales de Estructura Aditiva, Enseñanza para la Comprensión, principios de conteo.

Abstract

This document reports a Describing – Intervening Research developed with a group of students from the first grade, from a public school in Bogota, Colombia. The study aimed at identifying the counting strategies used by the students and the later application in solving Word Problems of Additive Structure (PVEA) of Change. That is the reason why, a didactic unit was designed based on the framework of Teaching for Understanding (EPC) as an alternative for intervening the problem. These activities allowed the students to deal with different counting situations and to find strategies to be applied while solving PVEA.

The bowling game strategy and the tower game allowed the participants face counting situations through different activities, in which students found and used different forms of representing some quantities, finding out answers to the presented situations. Different counting strategies were found out and the level was achieved as long as the situation demanded the pupil to do it.

Key Words: Counting Strategies, Word Problems, Additive Structure, Teaching for Understanding, counting principles.

Introducción

La presente investigación surgió de la necesidad de transformación de prácticas pedagógicas en el aula para identificar y potenciar los procesos de conteo en los estudiantes del grado Primero, debido a la relevancia que este proceso presenta para el manejo del pensamiento numérico y, en especial para una adecuada resolución de Problemas Verbales de Estructura aditiva (PVEA).

Teniendo en cuenta que la enseñanza de las matemáticas se debe orientar hacia el desarrollo del pensamiento, con el fin de alcanzar en el niño la adecuada comprensión de los conceptos que se le enseñan, la investigación pretendió identificar las estrategias utilizadas por los estudiantes en los procesos de conteo y la forma como fueron utilizados para resolver PVEA. Se optó por el diseño de una Unidad Didáctica, planteada desde los lineamientos de la Enseñanza para la Comprensión (EpC) como una nueva forma de pensar la clase.

Para el desarrollo de la investigación se tomó como referencia la implementación de “el juego de los bolos” y “el juego de la torre de latas”, como estrategias didácticas planeadas a partir de actividades significativas para los niños con el fin de brindarles la oportunidad de aprender en contextos llamativos y dinámicos de acuerdo a sus intereses.

En el primer capítulo se realizó el planteamiento del problema enunciando sus causas y posibles alternativas de solución, se formuló la pregunta de investigación: ¿Cómo influye la implementación de una Unidad Didáctica, diseñada en el marco de la Enseñanza para la Comprensión (EpC), en el desarrollo de estrategias de conteo para ser utilizadas en la resolución de problemas de tipo aditivo por los estudiantes del grado primero de un colegio oficial de la ciudad de Bogotá?, a partir de la cual se orientaron los objetivos de la investigación.

En el segundo capítulo se realizó un acercamiento a los diferentes trabajos, estudios e investigaciones realizados alrededor de los procesos de conteo y su incidencia en la resolución de Problemas Verbales de Estructura Aditiva (PVEA); de igual forma se mostraron los referentes teóricos a partir de los cuales se fundamenta el Pensamiento Matemático, específicamente lo relacionado con los procesos de conteo, PVEA y también se realizó un acercamiento al marco conceptual de la EpC.

El tercer capítulo hizo referencia a la metodología de la investigación seleccionada para dar respuesta a la pregunta de investigación. Se partió del enfoque, el alcance y el diseño para establecer las categorías de análisis a través de la implementación de la Unidad Didáctica propuesta mediante el desarrollo de las actividades planeadas, y de esta forma a través de los instrumentos de recolección de datos de la información, fortalecer los procesos y alcanzar los objetivos propuestos.

En el cuarto capítulo se relacionaron los resultados y el análisis de la investigación, a partir de los cuales fueron generadas las conclusiones y recomendaciones, una vez finalizada la investigación planteada en el presente documento. Igualmente se realizó una reflexión pedagógica, siendo ella el eje central de la maestría, donde se invita a la reflexión y re significación de las actuales prácticas implementadas en las aulas escolares y su incidencia en el aprendizaje de los estudiantes. Así mismo, se incluyeron anexos y referencias que pueden ser tomados como referentes para futuras investigaciones.

CAPITULO I:

1. Planteamiento del Problema

1.1 Justificación

Las investigaciones abordadas desde la psicología cognitiva, han contribuido a facilitar el alcance de diferentes miradas didácticas en torno a la enseñanza del número natural. Este avance conduce a un replanteamiento de metodologías y ambientes escolares que se han venido utilizando para la enseñanza y aprendizaje de este concepto. "La enseñanza directa del saber definitivo es imposible. [...] hay que admitir una cierta reorganización didáctica del saber, que cambia su sentido, y hay que admitir -al menos a título transitorio- una cierta dosis de errores y contrasentidos, no sólo del lado de los alumnos, sino también del lado de la enseñanza."(Brousseau en Lerner-Sadovsky) citado por Esain (2010) Pg. 14.

En este orden de ideas, es necesario tener en cuenta que “tradicionalmente los estudiantes aprenden matemáticas formales y abstractas descontextualizadas...” Ministerio de Educación Nacional., (1998) pág. 24, pero en la actualidad, surge la necesidad de abordar el conocimiento y las prácticas alrededor de las matemáticas desde ambientes contextualizados, dejando de lado prácticas mecánicas y poco significativas para nuestros escolares. Es importante permitir que el niño se desenvuelva en diferentes contextos, que actúe en ellos, con el fin de llevarlo a la reflexión sobre los hechos que acaban de suceder, opinar sobre lo que acaba de acontecer, o plantear hipótesis. De esta forma se familiariza con diversas situaciones y a partir de las mismas puede elaborar sus propias imágenes mentales, las cuales gradualmente se van relacionando para después visibilizarlas con el fin de dar sentido a sus conocimientos, puesto que el aprendizaje no se da en un sólo momento, se alcanza de forma gradual. Esain (2010)

El aprendizaje de conceptos relacionados con la solución de situaciones aditivas es una herramienta que permite solucionar problemas cotidianos y es fundamental para el manejo de estructuras más complejas como la multiplicativa. Para Castro, Rico y Castro (1995) “la etapa infantil es de enorme trascendencia para la educación matemática posterior del niño, puesto que

en ella se van a formar los conceptos básicos o primarios y los primeros esquemas sobre los que, posteriormente se construirá todo aprendizaje” Pg. 2.

Hoy en día en la institución se acentúa el problema de que no todos los estudiantes alcanzan el dominio de dicho aprendizaje, ya que en la enseñanza de la matemática se utiliza el aprendizaje y repetición memorístico de conceptos, realización de guías poco significativas para los estudiantes, desarrollo de ejercicios o talleres de textos muchas veces confusos etc., lo cual hacen de esta enseñanza una metodología tradicional realizada en forma mecánica y repetitiva, como consecuencia no se facilita que los estudiantes alcancen a generar diferentes comprensiones que puedan asegurar el aprendizaje para la aplicación de dicho conocimiento conceptual lo que conlleva a dificultades en la asimilación, transferencia, el uso flexible del conocimiento y su aplicación en otros contextos

Dichos problemas de aprendizaje en las matemáticas y específicamente en la resolución de problemas verbales aritméticos han sido explicados desde la psicología y educación especial; en algunos casos, las dificultades se atribuyen a factores extrínsecos al sujeto que aprende (carencias familiares, metodologías inadecuadas, etc.) y en otros, a factores intrínsecos (alteraciones emocionales, intelectuales, falta de motivación y aptitud para las matemáticas, etc.), así como por carencias cognitivas del sujeto derivadas del pensamiento lógico – matemático poco evolucionado, lo que derivaría en la no adquisición de la estructura mental del número y, por consiguiente, en la no comprensión del mismo a una edad en la que el aprendizaje formal requiere de tal estructura para su comprensión. Burgos (2010).

De esta forma se hace más evidente la desmotivación de los estudiantes por el aprendizaje de las matemáticas, dado que se sienten impotentes para resolver alguna situación planteada, lo cual, en la mayoría de los casos, es consecuencia de un bajo nivel de desarrollo de su pensamiento matemático, relacionado generalmente con la forma de enseñanza de la matemática que no busca potenciar dicho pensamiento, generando así dificultades en el transcurso de la vida escolar de los estudiantes.

En el colegio Ofelia Uribe de Acosta, y especialmente en los estudiantes del grado primero, se hace necesario intervenir la forma como los niños están aprendiendo matemáticas, ya que se observa que no responden con un razonamiento adecuado frente al planteamiento de actividades sencillas con situaciones contextualizadas. Es evidente cuando se hace la pregunta sobre qué

significa para ellos contar, ante lo cual dan respuestas como: “contar, es contar números”, o “contar es decir uno, dos, tres...”. La mayoría traen desde su hogar, o de procesos de escolarización previos estos conceptos, donde, sus padres y docentes se dan a la tarea que aprendan y reciten la serie numérica, asumiendo de esta forma, que con ello ya aprendieron a contar hasta determinado número.

Se puede afirmar que muchos de los niños al ingresar a su primer nivel de escolaridad, tienen cierto dominio de la serie numérica, pero evidencian problemas relacionados con la cuantificación y el uso del conteo en diferentes contextos. En otras palabras, y de acuerdo con Gervasi (2010), el niño puede tener destreza para recitar la serie numérica, pero puede presentar dificultades al momento de realizar procedimientos que impliquen vincular el conteo. Es tarea de la escuela infantil y sobre todo con mayor relevancia, a partir del grado primero, que el niño vaya más allá en dicho concepto y procedimiento, alcanzando así niveles más abstractos de pensamiento.

Son varias las investigaciones que han demostrado que los niños son capaces de desarrollar métodos, a veces sofisticados, de contar y de resolver problemas sencillos Serrano (1987) y Arroyo (2003) entre otros. En este sentido, surgen diferentes interrogantes a la hora de abordar la enseñanza del concepto de número y específicamente con relación a su uso en contextos de conteo y aplicación en la solución de problemas de tipo aditivo:

- ¿Cuáles son las estrategias de conteo utilizadas por los niños del grado primero?
- ¿Cómo lograr que los estudiantes del grado primero, desarrollen estrategias de conteo más eficientes?
- ¿De qué forma se puede lograr que los estudiantes integren diferentes estrategias de conteo en la solución de problemas de tipo aditivo?

Lo anterior conlleva a la reflexión sobre la necesidad de implementar estrategias pedagógicas y significativas que contribuyan al desarrollo de habilidades en los niños del grado primero; que les permita una interacción constante con su entorno socio-cultural a través del cual, el docente involucre los procesos propios de la actividad matemática como comunicar, razonar, formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos, planteados en los estándares de competencia de matemáticas Ministerio de Educación Nacional (1998), de tal forma que al identificar las

dificultades que presentan los niños para realizar conteos y por ende para resolver un problema aritmético a las dinámicas de trabajo en el aula, se pueda abrir la posibilidad de superarlas y sentar bases sólidas para la construcción de otros conocimientos matemáticos.

Surge así la inquietud de plantear una estrategia derivada del marco de la Enseñanza Para la Comprensión¹ (EPC) como una alternativa para la intervención del problema generado, a partir de la necesidad de alcanzar comprensiones que le permitan a los estudiantes abordar diferentes situaciones de conteo y desarrollar estrategias para la resolución de problemas aritméticos sencillos, a través de actividades en las que los niños puedan explicar, encontrar evidencias y ejemplos que a su vez puedan relacionar con su diario vivir, evidenciando de esta forma desempeños que vayan más allá de la simple noción de conteo como repetición de una secuencia numérica.

1.2 Pregunta de Investigación

Por lo anterior, se plantea como la pregunta directriz de la presente investigación:

¿Cómo influye la implementación de una unidad didáctica, diseñada en el marco de la Enseñanza para la Comprensión (EPC), en el desarrollo de estrategias de conteo para ser utilizadas en la resolución de problemas de tipo aditivo por los estudiantes del grado primero de un colegio oficial de la ciudad de Bogotá?

La investigación se desarrolló a partir de las siguientes preguntas específicas

- ¿Qué tipo de estrategias de conteo previas poseen los niños antes de llegar a la escuela?
- ¿Cómo ayudar al niño a que desarrolle estrategias de conteo para resolución de Problemas Verbales de Estructura Aditiva (PVEA)?
- ¿Cómo hacen uso los niños, de las estrategias de conteo en la solución de problemas verbales aditivos de tipo cambio?
- ¿Qué características de la unidad didáctica diseñada, favorecieron (o no) el cambio en las estrategias de conteo utilizadas por los estudiantes?

¹ Un sencillo esquema, dividido en cuatro partes, le proporciona a los profesores un lenguaje y una estrategia para mejorar sus esfuerzos en la enseñanza para lograr una mayor comprensión (Perkins D. B., 1994)

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Diseñar, implementar y evaluar una Unidad Didáctica planteada desde el marco de la Enseñanza para la Comprensión, como una herramienta para potenciar habilidades en estrategias de conteo y resolución de problemas aditivos en los estudiantes del grado primero del colegio Ofelia Uribe de Acosta IED.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Identificar las estrategias utilizadas por los estudiantes de grado primero para realizar actividades de conteo y resolver problemas verbales de estructura aditiva tipo cambio.
- Identificar cambios en las estrategias utilizadas por los estudiantes de grado primero durante la implementación de la Unidad Didáctica.
- Establecer aciertos y desaciertos presentados durante la implementación de la Unidad Didáctica y analizar sus posibles causas.

CAPITULO II:

2. Marco Teórico

2.1 Antecedentes Investigativos

Muchas de las investigaciones realizadas, apuntan a que el aprendizaje de las matemáticas básicas, es una herramienta de gran importancia en los diferentes ámbitos de nuestra sociedad. Los ambientes donde transcurre nuestro diario vivir están contextualizados matemáticamente: contar objetos, realizar cálculos aritméticos cuando vamos de compras, plantear y resolver situaciones problémicas, leer y escribir números, agrupar cantidades y muchas otras actividades; son tareas sencillas pero que a su vez, exigen de un conocimiento, dominio y comprensión en sus variados aspectos. De ello se desprende la importancia de acercarse a los diferentes trabajos, estudios e investigaciones que se han realizado alrededor de este proceso.

Para lo cual esta investigación realizó un análisis a los planteamientos realizados desde la psicología, la didáctica, las prácticas en el aula, las estrategias de pensamiento y la resolución de problemas logrando establecer relaciones acerca del problema planteado.

Durante la década de los sesenta, cobran gran importancia los trabajos del epistemólogo genético Jean Piaget sobre el desarrollo del conocimiento numérico en el niño. Piaget (Piaget, 1987); sus investigaciones se basaron en demostrar que los niños construyen de forma activa una serie de estructuras necesarias para la comprensión del número.

Investigaciones realizadas por Wagner (1982), Baroody, Ginsburg y Waxman (1983) y Baroody, se han interesado por estudiar y demostrar que la matemática informal de los niños, es clave fundamental entre su conocimiento intuitivo y la matemática formal que se aprende en la escuela. Con dicho sustento se entiende que el aprendizaje es un proceso activo de asimilar nueva información a lo que ya se conoce, el conocimiento informal es una base fundamental para comprender y aprender las matemáticas que se imparten en la escuela.

De otra parte, Baroody (2000), ha mostrado que la experiencia práctica y relativamente concreta de contar es la base para la adquisición de técnicas numéricas y aritméticas.

En otras investigaciones se han planteado posibles estrategias de aula que favorecen el desarrollo de concepto de número en el niño. Bermejo (1987), Lagos (1992)), De Castro, et al (2009), Vásquez (2010), Hernández (2011). Estas investigaciones están enfocadas a realizar análisis didácticos alrededor del concepto de número desde la perspectiva de la transposición didáctica, indagan sobre las nociones y los conceptos que están presentes en las prácticas pedagógicas y en los procesos desarrollados por los estudiantes.

Varias investigaciones se han centrado en estrategias didácticas para apoyar el proceso de aprendizaje de los estudiantes de preescolar: Arroyo (2003), Poveda (2001), Cerón, Gutierrez (2013)muestran cómo el uso de juegos de imitación y juegos estructurados alrededor de una exigencia lógica según el nivel conceptual desarrollado por los niños, se constituyen en una estrategia didáctica fundamental.

Otras investigaciones relacionadas con las estrategias de solución de problemas de estructura aditiva como las desarrolladas por Bermejo (1987) , Orrantia (2003) y Rangel y García (2014), resaltan la importancia del conocimiento conceptual y su relación con la resolución de problemas planteados a partir de un contexto determinado.

Se han realizado también estudios sobre la forma como se pueden trabajar estrategias de pensamiento para desarrollar la comprensión en los estudiantes; el proyecto Zero plantea que “un sencillo esquema dividido en 4 partes puede proporcionar a los profesores un lenguaje y una estrategia para mejorar sus esfuerzos en la enseñanza para una mayor comprensión”. Perkins, Blythe (1994) Pg. 1.

De acuerdo con lo anterior se encuentran trabajos relacionados con visibilizar el pensamiento a través de rutinas de aprendizaje; Durán ,Niño, Lozano y García (2012) o resaltan la importancia de la aplicación de rutinas de pensamiento, puesto que favorecen aprendizajes posteriores y son un medio eficaz en el desarrollo de los procesos del pensamiento, ya que logra hacerlos visibles al interior del aula. En esta misma línea podemos citar a Castro (2014), Arévalo, Romero, Quiazua (2014).Los aportes de sus investigaciones concuerdan respecto a que las rutinas de pensamiento son estrategias efectivas y de influencia positiva en el desarrollo del pensamiento de los niños. Este tipo de investigaciones han permitido generar aportes para

cambiar dinámicas de enseñanza en la búsqueda de la solución de problemas en el campo de la educación inicial.

2.2 Referentes Teóricos

Para el desarrollo de la presente investigación se abordaron conceptos relacionados con el marco legal, como lo son los lineamientos y estándares propuestos por el Ministerio de Educación Nacional para el área de matemáticas, estos a su vez establecieron la directriz de la investigación en cuanto al concepto de pensamiento matemático, además se analizan diferentes conceptos asociados a procesos de conteo y estrategias utilizadas por los niños para realizarlos. De igual forma, se presentan conceptos asociados a los Problemas verbales de Estructura Aditiva (PVEA), así como los elementos conceptuales que soportan el marco de la Enseñanza Para la Comprensión, el cual se utiliza como fundamento para el diseño, implementación y evaluación de la Unidad Didáctica dentro de la cual se planean las actividades para realizar la intervención con los estudiantes.

2.2.1 El Pensamiento Matemático

Las matemáticas siempre han jugado un papel relevante en la vida de los seres humanos, incluso mucho antes de conocerse la noción de número. Se podría decir que este campo del saber es universal, pero a nivel de la escuela primaria se han estandarizado los conceptos que deben aprender los estudiantes, y a pesar del empleo de diferentes metodologías, el objetivo es el mismo: usar las matemáticas en forma práctica. ¿Pero realmente se está alcanzando dicha finalidad? ¿Son los niños conscientes de sus aprendizajes? O por el contrario ¿se les está bloqueando en sus saberes inherentes? ¿Cómo se establece un adecuado manejo de las matemáticas? Con la utilización de signos, símbolos, tablas, gráficas, números y con un adecuado razonamiento matemático se explican los fenómenos u objetos de estudio. Este razonamiento equivale a desarrollar un adecuado pensamiento, donde interviene la lógica, el discernimiento, la diferenciación y la capacidad para establecer relaciones.

Bruno, F.J (1997), citado por Castro (2014) Afirma que:

“El Pensamiento es un término genérico que indica un conjunto de actividades mentales tales como el razonamiento, la abstracción, la generalización, etc. Cuyas finalidades son, entre otras, la resolución de problemas, la adopción de decisiones y la representación de la realidad externa”. (Castro E. R., 1995) Pg. 32.

Los niños pequeños suelen tener conceptos bastante diferentes a los de los adultos respecto a la suma, la resta, la multiplicación y la división. Esto no quiere decir que sus concepciones sean erróneas o no sean razonables. De hecho, están llenas de sentido y proporcionan a los niños una base para el aprendizaje de los conceptos y las destrezas matemáticas básicas con comprensión. Este razonamiento equivale a desarrollar un adecuado pensamiento, donde interviene la lógica, el discernimiento, la diferenciación y la capacidad para establecer relaciones. Lastra (2010).

El pensamiento lógico en los niños se sitúa en el aspecto sensomotriz, desarrollándose básicamente a través de los sentidos. La forma consciente en que realiza las diferentes actividades, consiste en su percepción sensorial en relación con los demás y con los objetos que lo rodean; transmiten a su mente unos hechos sobre los que elabora una serie de ideas, las cuales le sirven para relacionarse con el exterior; a su vez, éstas se transforman en conocimiento cuando son contrapuestas con otras experiencias.

2.2.1.1 El razonamiento Lógico

El razonamiento lógico se define como la forma de pensamiento mediante la cual, partiendo de uno o varios juicios verdaderos, denominados premisas, se llega a una conclusión conforme a ciertas reglas de inferencia.

Estos cuatro factores están relacionados con cuatro elementos, que según Vergnaud (1991) ayudan en la conceptualización matemática:

1. Relación material con los objetos
2. Relación con los conjuntos de objetos
3. Medición de los conjuntos en tanto al número de elementos
4. Representación del número a través de un nombre con el que se identifica

2.2.1.2 Estándares, Competencias y Habilidades, el Porqué de la Formación Matemática.

La formación matemática de los niños, niñas y jóvenes día a día cobra mayor sentido y es objeto de investigación y de reflexión. En este sentido la educación matemática debe responder a las nuevas demandas globales y nacionales como las relacionadas con una educación para todos, la atención a la diversidad y a la interculturalidad y a la formación de ciudadanos y ciudadanas con las competencias necesarias para el ejercicio de sus derechos y deberes democráticos.

Los estándares NCTM (2003), especifican la comprensión, el conocimiento y destrezas que los estudiantes deberían adquirir desde preescolar hasta el último nivel de secundaria. Se formulan estándares para cinco bloques de contenido matemático y cinco tipos de procesos matemáticos. Los bloques de contenido son: números y operaciones, Álgebra, geometría, Medición, Análisis de datos y Probabilidad, mientras que los procesos matemáticos hacen referencia a: Resolución de problemas, Razonamiento y prueba, Comunicación, Conexiones y representaciones. Estos estándares son aplicados desde preescolar hasta undécimo grado y la propuesta es la matemática que todos los estudiantes deberían aprender. Cada uno contiene un pequeño número de objetivos que se aplican a todos los niveles, con un núcleo común que va aumentando en el crecimiento de conocimiento de los estudiantes, a medida que avanzan en el currículo. La disposición del currículo en estos Estándares se propone como una organización coherente de contenido y los procesos matemáticos.

De igual forma, el Ministerio de Educación Nacional desde su propuesta de lineamientos curriculares propone el desarrollo de cinco pensamientos entre los cuales están el numérico, el espacial, el pensamiento métrico, variacional y el aleatorio a través de los cinco procesos propios de la actividad matemática los cuales son formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar, razonar, formular ,comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos ,los cuales tienen varios puntos en común.

2.2.1.3 Noción de Competencia Matemática

Entendiendo las competencias como la noción práctica lo cual significa poder utilizar el conocimiento para resolver determinada situación cobra relevancia el lugar de la significatividad

del aprendizaje según lo plantean Ausubel, Novak, Hanesian (1983), no se reduce a un sentido personal de lo aprendido, sino que se extiende a su inserción en prácticas sociales con sentido, utilidad y eficacia.

Ligado a lo anterior, se complementa la significatividad de los aprendizajes con la capacidad de comprender la cual se va generando a partir de diferentes experiencias que provocan no solo la asimilación de los conceptos sino la apropiación y aplicación de los mismos a través de la comprensión la cual esta explícitamente relacionada con los desempeños de comprensión, que son actuaciones, actividades, tareas y proyectos en los cuales se evidencia la comprensión adquirida. En las dimensiones de comprensión no sólo se incluye lo más usual de los contenidos y sus conceptos, sino que se proponen los aspectos relacionados con el método como lo propone Perkins (1995).

Todo ello conlleva a una noción amplia de competencia la cual es planteada por Gardner (2001), como un conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivas y sicomotoras que se relacionan entre sí para facilitar un desempeño flexible, eficaz y con sentido de lo que se hace en contextos diferentes.

El MEN (2006) afirma que “las competencias matemáticas, no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones o problemas significativos y comprensivos, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos” Pg. 49.

En ese mismo orden de ideas, es relevante tener en cuenta que una competencia matemática se puede alcanzar con mayor facilidad cuando hay un aprendizaje que va más allá del simple conocimiento y alcance una verdadera comprensión, es decir, que le aporte significado a lo que se está haciendo.

2.2.1.4 Tipos de Conocimientos Matemáticos

El MEN (2006) ha categorizado dos tipos básicos de conocimientos matemáticos: el conceptual y el procedimental. El conocimiento conceptual enfocado hacia la reflexión, el cual es producido por la actividad cognitiva y se caracteriza por ser teórico, es asociado con el saber y el saber por qué. El conocimiento procedimental está ligado a la acción y está relacionado con las técnicas y estrategias para representar conceptos y transformar dichas representaciones con

las habilidades y destrezas para elaborar, comparar y ejercitar algoritmos y para argumentar convincentemente.

La enseñanza de las matemáticas necesita tanto de la práctica como de la teoría, lo cual permite desarrollar personas matemáticamente competentes las cuales según el Ministerio de Educación Nacional (2006), son las personas que son capaces de:

1. Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana de las otras ciencias y de la matemática misma. Ello requiere analizar la situación; identificar lo relevante en ella; establecer relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes; formarse modelos mentales de ella y representarlos externamente en distintos registros; formular distintos problemas, posibles preguntas, y posibles respuestas que surjan a partir de ella. Este proceso general requiere del uso flexible de conceptos, procedimientos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas, pertinentes y para formular, reformular, tratar y resolver los problemas asociados con dicha situación. Estas actividades también integran el razonamiento, en tanto exigen formular argumentos que justifiquen los análisis y procedimientos realizados y la validez de las soluciones propuestas.

2. Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas: para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas, formular y sustentar puntos de vista. Es decir, denominar con fluidez distintos recursos y registros de lenguaje cotidiano y de los distintos lenguajes matemáticos.

3. Usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo, el contraejemplo, como medio de validar y rechazar conjeturas y avanzar en el camino hacia la demostración.

4. Denominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer, cuando y porque usarlos de la manera flexible y eficaz. Así, se vincula la habilidad procedimental con la comprensión conceptual, que fundamenta esos procedimientos. Pg. 51.

2.2.1.5 Cinco Procesos Generales de Actividad Matemática

Teniendo en cuenta los estándares y competencias diseñados por el MEN y articulando los objetivos propuestos en esta investigación, es necesario que dentro del aula escolar se creen ambientes adecuados para el desarrollo de procesos matemáticos que ayuden a identificar las estrategias de conteo que utilizan los niños y las niñas en la resolución de problemas.

De acuerdo con la propuesta del MEN, en el aula de clase se deben propiciar situaciones que favorezcan el desarrollo de procesos propios de la actividad matemática, dichos procesos son formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar, razonar, formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos. En este trabajo se hizo énfasis en los procesos de formulación, tratamiento y resolución de problemas, comunicación, comparación y ejercitación de procedimientos sin desconocer que están estrechamente relacionados con los procesos de razonamiento y modelación.

A continuación se realiza una descripción de cada uno de estos procesos buscando la contextualización por parte del lector

La formulación, tratamiento y resolución de problemas. Este proceso está presente en todo el desarrollo de las matemáticas. El quehacer matemático cobra sentido gracias a las situaciones problema, es importante que estas situaciones sean significativas para los alumnos debido a que esto le dará sentido al quehacer matemático de los estudiantes. Para esto es importante tanto el uso de las situaciones cotidianas con el alumno, como incorporar otros saberes en el desarrollo de competencias matemáticas, pues esto permite que el niño no aprenda contenidos y procedimientos sin razón, sino que al contrario permite que el niño le halle sentido a lo que hace y por ende, se genere interés y motivación MEN (2006) Pg. 52.

Es importante destacar que las problemáticas que se le presentaron a los niños no estuvieron relacionadas necesariamente con el carácter numérico ni con la resolución con fórmulas matemáticas, sino que se relacionaron con diferentes situaciones problema en la que

requirieron interpretar, generaron estrategias, escogieron soluciones y analizaron las mismas, entre otras; se pretendió que los niños desarrollaran la capacidad de hacer frente a cualquier tipo de problemáticas, lo cual supone a futuro un apoyo para la resolución de problemas matemáticos como tal. De esta manera, si se exponen los niños a distintas situaciones problema, se les brinda herramientas y una actitud positiva ante los problemas, se les permite de manera más sencilla pensar, interpretar y buscar soluciones, puesto que lo han hecho antes de igual manera y se le ofrece así la capacidad de hacer frente ante otras problemáticas de su vida cotidiana.

La modelación. La modelación matemática permite formular el problema de manera tal que pueda expresar relaciones, proposiciones, hechos importantes, patrones, variables, entre otros. Permitiendo de esta manera generar una figura mental que representa el problema convirtiéndolo en algo comprensible, siendo una construcción o estructura mental que se convierte en referencia del problema que se pretende resolver, llevando a visualizar el problema de manera más cercana logrando de igual forma una representación que le facilite entender los problemas, plantear diferentes rutas de solución, encontrar posibles soluciones y comparar estas soluciones para seleccionar la mejor. Es así, como un niño o una persona logra saber qué datos del problema son útiles y cuáles no, cuál es una solución posible, qué metodologías o algoritmos son útiles para resolver el problema, entre otras MEN (2006)

La comunicación. Expresar las matemáticas en forma de lenguaje es complicado, ya que éstas no son un lenguaje, “pero pueden construirse, refinarse y comunicarse a través de diferentes lenguajes con los que se expresan y se representan, se leen y se escribe, se hablan y se escuchan” (MEN (2006) (p.54)). De igual forma el MEN (2006), plantea que el desarrollo del lenguaje matemático debe darse de manera común e inclusive universal por lo cual es importante que los estudiantes participen conjuntamente en la definición y caracterización de dicho lenguaje, ya que esto permite que ellos mismos evidencien la importancia del aprendizaje de las mismas bajo un mismo método.

El razonamiento. El razonamiento empieza a desarrollarse en edades tempranas por medio de la manipulación de material físico, lo cual permite que el niño inicie el desarrollo de conceptos, haga comparaciones, determine igualdades y características de acuerdo con su edad y grado que se encuentre. De igual forma, la manipulación de objetos permite que los niños y niñas comprendan ciertas nociones físicas, es decir, la acción y la reacción logrando así que mejoren

sus argumentos para refutar o verificar algo. Así mismo, permite que se comprenda la seriación y secuencialización lo que conduce al desarrollo del concepto de número y de relación uno a uno. Todo esto lleva a que se comprenda que las matemáticas no son reglas sin sentido, sino que por el contrario tienen lógica.

Las acciones son el punto de partida para la formación de operaciones futuras de la inteligencia, ya que la acción interiorizada adquiere el carácter de reversibilidad y se coordina con otras acciones formando estructuras operatorias. En primer lugar el niño le atribuye lógica a sus acciones la cual luego se reafirma y se equilibra por medio de la lógica verbal. No existe una diferencia marcada entre la lógica verbal y la lógica que lleva a la coordinación de acciones; sin embargo, esta última es más profunda y primitiva. La lógica que permite relacionar las acciones se desarrolla de manera más rápida y es anterior a la lógica verbal, sin embargo, las dificultades que se le presentan a la lógica de las acciones son las mismas dificultades que se le presentaran luego a la lógica verbal. Es de esta manera como se desarrolla y comprende la seriación, el número, la permanencia del objeto y el concepto de conservación, la reversibilidad de las operaciones, la velocidad y distancia, entre otros MEN (2006)

La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos. El Ministerio de Educación Nacional (2006) afirma que:

No se puede practicar y automatizar un solo algoritmo para cada uno de las operaciones aritméticas usuales, es conveniente describir y ensayar otros algoritmos para cada una de ellas, compararlos con los que se practican en clase y apreciar sus ventajas y desventajas. Esta comparación permite distinguir claramente la operación conceptual de las distintas formas algorítmicas de ejecutar y el resultado de dicha operación conceptual del símbolo producido al final de la ejecución de uno u otro algoritmo. Todo ello estimula a los estudiantes a inventar otros procedimientos para obtener resultados en casos particulares. Esto los prepara también para el manejo de calculadoras, el uso de hojas de cálculo, la elaboración de macro-instrumentos y aun para la programación de computadores. Pg. 52.

2.2.2 El Pensamiento Matemático en el Primer Ciclo

Como la investigación se desarrolló teniendo en cuenta los estudiantes del grado primero los cuales según la Reorganización Curricular por Ciclos y la organización interna de la institución pertenecen al primer ciclo, cuya impronta es la infancia y construcción de sujetos y como eje de desarrollo la estimulación y exploración, La RCC (2012) plantea que “El primer ciclo apunta a conquistar el gusto, el placer y la alegría de los niños y niñas por estar en la escuela y a generar una perspectiva pedagógica que tenga en cuenta las necesidades de los estudiantes en relación con los aspectos cognitivos, socio afectivos y físico-creativos” Pg.40. De tal forma es necesario ahondar acerca del pensamiento matemático el cual está relacionado con el desarrollo de la capacidad de los niños para establecer relaciones y operar con las mismas. En este período, los estudiantes están en un momento inicial de la construcción de una buena cantidad de categorías básicas (número, medida, espacio, tiempo, etc.) Este primer ciclo tiene una especificidad que lo distingue de los otros dos y tiene que ver con su carácter fundante. Pero reconocer este carácter no significa desconocer que el estudiante ya trae conocimientos de tipo informal. Al respecto, Baroody afirma que, “La enseñanza formal debe basarse en el conocimiento matemático informal de los niños” (Baroody, 2000, p. 47). Sugiere la importancia de explotar todas las potencialidades y habilidades de tipo informal que traen los niños y de esta forma su encuentro con la matemática formal será más interesante y significativa. Durante los primeros años de escolaridad, en el aprendizaje del número cumple un papel relevante el conocimiento informal de los niños, que debe tener en cuenta la realización de las actividades, alrededor del cual van a girar los conceptos aritméticos que lo llevarán a un mayor acercamiento con la matemática formal a la que posteriormente se enfrentará.

2.2.2.1 La Adquisición del Concepto de Número

Baroody (2000), precisa de la comprensión de relaciones de clasificación (semejanzas) y seriación (diferencias) con colecciones de objetos a través de operaciones lógicas derivadas de la percepción del principio físico de invariación de la propiedad numérica de esas colecciones de objetos. Dicha adquisición es paulatina y se va consiguiendo en la medida en que el niño interioriza distintas y variadas experiencias. Entre ellas se encuentran la percepción de

cantidades, distinción y comparación de cantidades de objetos, el principio de unicidad entre otros, según investigaciones realizadas por Bravo (2005)

Para la captación de cantidades numéricas se suele utilizar las técnicas de conteo, lo que se puede definir como la manera de establecer una correspondencia entre el sonido de los números naturales y todos y cada uno de los elementos en cuestión. Según Baroody (2000), las técnicas para descubrir el sentido de contar son las siguientes:

- La serie numérica oral: consiste en descubrir los nombres de los números en el orden adecuado (uno, dos, tres...)
- Contar objetos: consiste en coordinar la verbalización de la serie numérica con la indicación de todos y cada uno de los elementos de la colección (correspondencia biunívoca) uno a uno entre el nombre pronunciado y cada objeto de la colección
- Representación del cardinal: se utiliza la cantidad que corresponda con el cardinal de la colección de objetos: dos (2), cuatro (4),...
- Comparar magnitudes: el último sonido pronunciado define la magnitud numérica. De esta forma se comparan las magnitudes más que, menos que,...

2.2.2.2 El proceso de Contar

Según la definición de Castro (1995), “**Contar** consiste en asignar cada uno de los nombres de los términos de la secuencia a un objeto de un conjunto” Pg. 7; en un principio, se da lugar a un apareamiento “término- objeto” recurriendo a la acción de señalar. Cuando se interioriza la acción de señalar, surge el proceso de conteo.

Según estos mismos autores, a la edad de los tres años el niño mientras cuenta los objetos, los va tocando. A partir de los 5 años, la mayoría de los niños, ya no tienen la necesidad de tocar los objetos, si no que se limitan a señalarlos con el dedo o a seguirlos con la vista para realizar dicho conteo. Según lo anterior, el acto de contar establece tres tipos de correspondencias:

- Un apareamiento temporal del término con la acción de señalar
- Un apareamiento entre la acción de señalar y el objeto concreto
- Un apareamiento entre el término y el objeto

Creándose de esta forma con la acción de señalar una unidad de espacio- temporal, relacionando el objeto con la palabra. Castro (1995)

2.2.2.3 El conteo y sus técnicas.

La producción espontánea de estrategias de conteo para dar solución a problemas verbales de estructura aditiva (PVEA) que ha sido un punto de atención para muchos maestros e investigadores, debe constituirse como centro de observación obligada para todos los docentes tanto de los grados iniciales de primaria hasta los últimos grados de bachillerato ya que dicho proceso de construcciones cognitivas ha sido considerado por los investigadores de la educación matemática como base fundamental del pensamiento matemático principalmente aritmético y geométrico Arroyo (2003).

Muchos son los planteamientos hechos alrededor de las técnicas o estrategias que se utilizan para contar oralmente, entre ellas están las planteadas por Baroody (2000) en su libro “El pensamiento matemático de los niños”:

“Contar oralmente, ¿implica aptitudes numéricas? ¿Qué técnicas de contar se suelen desarrollar durante los años preescolares? ¿Podemos suponer que los niños de educación especial adquirirán técnicas básicas para contar de manera informal”? Qué técnicas suelen requerir instrucción durante los primeros cursos escolares?” pág. 87

Los anteriores interrogantes podrían constituirse como punto de partida de todo docente antes de iniciar cualquier otro tipo de actividad matemática con el fin de evitar futuras dificultades en aprendizajes posteriores por parte de los estudiantes

En esa misma línea de ideas, es importante tener en cuenta que existe una jerarquía de técnicas para desarrollar la capacidad de contar, las cuales se van haciendo más automáticas con la práctica, cuya ejecución irá requiriendo de menos atención, puesto que al ejecutarse con mayor facilidad se puede integrar con otras técnicas en la memoria de trabajo (a corto plazo) y de esta forma dará origen a una técnica aún más sofisticada Baroody (2000).

Continuando con Baroody (2000), al presentar una tarea más o menos sencilla como sería la de comparar si un conjunto de nueve puntos, es “más” o “menos” que otro de ocho

puntos , es necesario para realizar esta comparación entre las cantidades numéricas, el uso e integración de 4 técnicas.

Según Fuson, Richards y Briards, (1982) citado en Baroody (2000), la técnica más elemental es la de nombrar *uno a uno y en orden adecuado, los nombres de los números*. Hacia los tres años de edad, los niños ya están en capacidad de contar un conjunto a partir del “uno” y al iniciar párvulos ya utilizan secuencias correctas para contar conjuntos de mínimo 10 elementos.

En segundo lugar *se utilizan las palabras (etiquetas) de la secuencia numérica* para ser aplicadas una por una a cada objeto de un conjunto. Esta acción de conteo de objetos se llama enumeración, este último una técnica complicada que implica no solo la coordinación de la verbalización de la serie numérica sino ir señalando cada elemento creando correspondencia entre ambos tanto en el elemento señalada como en la secuencia numérica verbalizada .

En tercer lugar se menciona, la asociación de la serie numérica con la definición de la cantidad de elementos de un conjunto, o cardinal. Es decir, se aplica la regla de *valor cardinal: la última etiqueta nombrada durante la enumeración de un conjunto, representa la cantidad total de elementos de dicho conjunto*

En cuarto lugar, la posición de la secuencia es la que determina la magnitud; es decir, la serie numérica es asociada a una magnitud relativa, y para comprender ello, es importante tener en cuenta las tres técnicas anteriores.

Lo anteriormente expuesto está planteado por Castro (1995), como los 5 principios implícitos en el proceso de contar, a saber:

- *Principio de orden estable:* para contar, los términos de la secuencia se han de recitar, siempre, en el orden establecido.
- *Principio de correspondencia:* al contar los elementos de un conjunto, se va recitando la secuencia, al tiempo que se va señalando cada elemento del conjunto.
- *Principio de biunivocidad:* a cada elemento del conjunto, le es asignado una palabra numérica y de igual forma, cada palabra se relacionará con un elemento. Esto es lo que se conoce como “*correspondencia biunívoca*”.

- *Principio de cardinalidad:* el último término nombrado al contar todos los objetos de la colección, indica la cantidad de objetos que hay en dicha colección.
- *Principio de irrelevancia del orden:* la cantidad de objetos obtenidos en el proceso de conteo, no dependen del orden en que se encuentren en dicha colección
- *Principio de abstracción:* se puede contar cualquier colección de objetos, tanto si el conjunto posee elementos homogéneos o no homogéneos.

El proceso de contar puede parecer para los adultos un proceso de fácil ejecución, una tarea simple y quizás mecánica, pero para los niños es complejo y muchas veces se constituye en un reto intelectual. Es importante tener en cuenta que si se realiza de forma sistemática y gradual, los estudiantes, estarán en capacidad para afrontar muchos más desafíos en la actividad matemática.

2.2.2.4 La enseñanza de las técnicas para contar

Según Baroody (2000), se plantean unas directrices generales para la enseñanza de las técnicas para contar:

1. Dominio por parte de los niños de cada una de las técnicas en el conteo hasta que se realice de forma automática. Puesto que para avanzar de una técnica a otra se requiere del dominio de la anterior, lo que constituye en el manejo de técnicas más avanzadas como en la realización de sumas y cuentas.
2. La enseñanza de apoyo debe basarse en experiencias concretas. El tipo de actividades que se realicen con relación al conteo, debe hacerse inicialmente basadas en actividades significativas y concretas para los estudiantes.
3. La enseñanza de apoyo debe ofrecer, durante un largo período de tiempo, un ejercicio regular con actividades de interés para el niño. Por lo general el poco dominio de las técnicas para contar por parte del niño está relacionado con una falta de interés o poca experiencia. De lo anterior se desprende la gran importancia de generar en las clases actividades o ejercicios llamativos, motivadores y de significado para el niño, lo cual despertará en él su interés por el proceso y generará dominio y experiencia para el desarrollo de muchas otras técnicas.

2.2.2.5 Diferentes puntos de vista sobre la acción de contar.

Son diferentes los puntos de vista que tienen los investigadores sobre la acción acto de contar y su incidencia en el desarrollo de la noción del número. Por ejemplo Piaget y sus colaboradores, dan poca importancia a la acción de contar en la construcción del número. Para ellos dicha construcción está basada en los conceptos de seriación y clasificación, cuyos conceptos pertenecen a un estadio más avanzado del desarrollo del pensamiento. Según Piaget, la construcción del número es dada a través de dos tipos de relaciones, las cuales el niño establece entre dos objetos a partir de la abstracción reflexiva: el orden y la inclusión jerárquica de clases. Según esta teoría, la construcción del número está subordinada a la evolución del pensamiento. Para que el conteo tenga significado en el niño, debe entender tareas como la conservación de cantidades y las equivalencias entre conjuntos establecidas mediante correspondencias biunívocas Castro (1995).

Contrario a lo anterior Castro (1995), resalta la importancia del conteo en el proceso de comprensión del número y sostiene que el niño presenta dificultad para entender la conservación porque no sabe contar.

2.2.2.6 La resolución de problemas

La resolución y planteamiento de problemas es considerado como un elemento de gran importancia en el desarrollo de las matemáticas; debe ser un objetivo primario en la enseñanza de la matemática logrando permearla para que los conceptos puedan ser aprendidos. En la medida de que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, desarrollando así una mente investigadora y perseverante.

Las investigaciones que han reconocido la resolución de problemas como una actividad muy importante para aprender matemáticas proponen considerar en el currículo aspectos como los siguientes:

- Formulación de problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas
- Desarrollo y aplicación de diversas estrategias para resolver problemas
- Verificación e interpretación de resultados a la luz del problema original
- Generalización de soluciones y estrategias para nuevas situaciones de problemas

- Adquisición de confianza en el uso significativo de las matemáticas.

2.2.3 Estructuras Aditivas

Las estructuras de tipo aditivo son definidas por Vergnaud, (1990) como “estructuras o relaciones en juego que sólo están formadas por adiciones y sustracciones” pág. 161. La aproximación sobre lo anterior, se pretende evidenciar mediante la observación de actividades diseñadas a través de la Unidad Didáctica con la intención de permitir la comprensión del problema en situaciones particulares puestas en contexto.

Los fundamentos sobre estructuras de tipo aditivo son apoyados desde los planteamientos dados por el Ministerio de Educación Nacional. Los lineamientos curriculares para las matemáticas plantean que: “Una parte del currículo de la matemáticas en la educación básica primaria, se dedica a la comprensión del concepto de las operaciones fundamentales de adición, sustracción, multiplicación y división entre números naturales” Ministerio de Educación Nacional., (2000), pág. 30. De lo anterior se desprende lo relevante que es la comprensión de las estructuras de tipo aditivo en la aplicación de situaciones debidamente estructuradas a partir de los años iniciales de escolaridad.

De acuerdo con los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, la formulación, tratamiento y resolución de problemas no debe ser una actividad aislada y esporádica, dado que las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido a medida que se relacionen las experiencias cotidianas para cobrar significado en los alumnos.

2.2.4 Los problemas Verbales de Estructura Aditiva (P.V.E.A)

Angulo Escamilla & Herrera Rincón, (2009) hacen referencia a los problemas verbales de estructura aditiva (PVEA) o “problemas con argumento” llamados también por Kamii (1985) citada por los autores, como aquellos que surgen especialmente dentro del contexto escolar. Están caracterizados porque su enunciado presenta información de carácter cuantitativo, una condición que expresa relaciones de tipo cuantitativo y una pregunta referida a la determinación

de una o varias cantidades o relaciones entre cantidades. Según Castro Martínez, (1992) estos problemas se incluyen en el currículo, con el fin de alcanzar por parte del alumno una integración apropiada entre la aritmética y la misma realidad para que de esta forma puedan adquirir un mayor significado en la aplicación de la misma y en diferentes contextos. Carpenter y Moser, (1984) citados por Angulo Escamilla & Herrera(2009), afirman que los problemas verbales proporcionan interpretaciones de la adición y de la sustracción que son importantes para su misma comprensión por parte del niño.

Por otro lado Baroody, sostiene que los niños pueden resolver problemas aritméticos sencillos de enunciado verbal, mucho antes de iniciarse en la enseñanza formal. Con base en el conteo de objetos concretos, los niños emplean estrategias de solución modelando directamente su comprensión con relación a la adición y a la sustracción Baroody A. J., (2000). Por lo general, la mayoría de los estudiantes soluciona adecuadamente problemas rutinarios de tipo verbal, pero cuando requieren de un análisis mayor, presentan dificultad, puesto que deben poner a prueba toda su capacidad de análisis además del empleo de diferentes estrategias y gran motivación.

Según Baroody (2000) en los problemas rutinarios de enunciado verbal, la incógnita, los datos y el procedimiento para encontrar la solución son muy evidentes y por ello no presentan en los niños ningún grado de exigencia para encontrar su solución. De igual forma afirma que se puede estimular la capacidad para la resolución de problemas involucrando a los niños en problemas de enunciado verbal no rutinarios desde la enseñanza inicial, motivándolos para una adecuada aplicación de estrategias para hallar su solución.

Según lo anterior, es importante citar a Kamii cuando afirma que:

“Empezar el cálculo sin sentido para pasar después de estas técnicas al mundo real, es contrario a lo que sabemos de la manera de pensar de los niños (...) si uno de los fines de la enseñanza de la aritmética es capacitar a los niños para la resolución de problemas de la vida real hemos de animarles a tratar con problemas desde el primer día de entrar en clase”. ((Kamii, 1985).Citada por Castro Martínez, (1992) pág. 42.

En relación con la exploración de dificultades relacionadas con la resolución de PVEA, Angulo y Herrera (2009), refieren que varias investigaciones desde comienzos del siglo pasado

han mostrado interés en este aspecto y a partir de ello se han encontrado 4 enfoques de gran relevancia: *lingüístico, semántico, de variables estructurales y de sentencias abiertas*.

Enfoque Lingüístico: se pretende establecer las dificultades en la resolución de problemas a partir de la función del lenguaje.

Enfoque de variables estructurales: incluye las variables sintácticas, que tienen que ver con el orden y las relaciones de las palabras y símbolos contenidos en el enunciado del problema. Por ejemplo: La extensión del problema, el aspecto gramatical, la forma como se presentan los datos, la situación de la pregunta en el texto entre otras. Así mismo, las variables de contenido y de contexto se refieren al significado del texto del enunciado de un problema.

Enfoque semántico: algunas investigaciones relacionadas con este enfoque, buscan establecer la influencia que tiene la palabra clave dentro de la selección de la operación para la resolución del PVEA². Por otra parte, investigaciones en este enfoque, tienen que ver con los procesos cognitivos desarrollados por las personas para resolver PVEA originando así a las clasificaciones de los PVEA por categorías semánticas.

Enfoque de sentencias abiertas: los problemas aritméticos han sido clasificados según las sentencias abiertas que lo subyacen. Según Angulo y Herrera (2009) muchas investigaciones han evidenciado la importancia del lugar que ocupa la incógnita en la sentencia abierta que subyace a un problema. Los PVEA, van de acuerdo a la sentencia abierta planteada en cada problema. Castro.Rico y Gil (1992) Plantean seis sentencias abiertas para la suma y seis para la resta, según el lugar ocupado por la incógnita.

Tabla 1 Tipos de sentencias abiertas planteados por Castro et al (1992)

TIPOS DE SENTENCIAS ABIERTAS	
PARA LA SUMA	PARA LA RESTA
$a + b = ?$	$a - b = ?$
$a + ? = c$	$a - ? = c$
$? + b = c$	$? - b = c$
$? = a + b$	$? = a - b$
$c = ? + b$	$c = ? - b$
$c = a + b$	$c = a - ?$

² Webb (1980), citado en Castro et al (1992), P.2 47, considera que estas variables de contenido semántico, se han utilizado en la investigación para “describir los significados de lenguaje natural y de lenguaje técnico que pueden influir en el nivel de dificultad en la resolución de problemas” y las divide en dos categorías: palabra clave y vocabulario matemático.

Según estos autores, la generalidad de los niños presenta dificultad para resolver PVEA debido a su poca comprensión de las operaciones aritméticas. En la mayoría de los casos, el concepto de lo que encierra estas dos operaciones es muy limitado; por ejemplo que adicionar significa poner juntos. La sustracción se relaciona, simplemente con el hecho de quitar. Según lo anterior no se tiene en cuenta muchos otros conceptos que pueden orientar la comprensión del estudiante hacia la forma eficaz de resolver el problema planteado.

En este orden de ideas, la formación matemática recibida por los niños en la escuela, permanentemente es cuestionada; se argumenta que por lo general, los aprendizajes se enfocan simplemente a conocimientos procedimentales y que se le da poca o ninguna importancia a los conocimientos conceptuales que brindan la oportunidad de ser construidos a partir de experiencias significativas generadas de diferentes interacciones tanto dentro como fuera del contexto escolar Pineda (2013).

La siguiente tabla sintetiza los diferentes estudios realizados por algunos autores sobre la clasificación de los P.V.E.A Tomada de la Tesis doctoral de Pineda Quintero (2013)

Tabla 2 Clasificación de los PVEA recopilados por Pineda (2013)

Bermejo et, al (1998)	Carpenter y Moser (1996, 1999)	Fuson Carpenter(1992) Moser (1983)	Vergnaud (1982)	Carpenter y Nesher, Moser Greeno (1982). Riley (1982)	Heller y Greeno (1978)		
Cambio	Unión-separación	Activa con operación unitaria	Cambio	Transformación que une dos medidas. Composición de dos transformaciones. Transformación que une dos relaciones estáticas.	Cambio- unión Cambio-separación	Cambio	Cambio
Combinación	Parte-parte todo	Activa con operación binaria. Estática con operación binaria	Combinación	Composición de medida	Parte- parte todo	Combinación	Combinación
Comparación	Comparación	Estática con operación binaria	Comparación	Relación estática que une dos medidas	Comparación	Comparación	Comparación
Igualación		Activa con operación binaria	Igualación		Igualación		
				Composición de relaciones estáticas			

Investigaciones realizadas por Carpenter y Moser, (1984); Thompson Hendrickson, (1986); Bermejo, (1990); Castro, Rico y Castro, (1995); Puig y Cerdán, (1995); Maza, (1999), citados en Angulo y Herrera (2009) pág.104, dieron origen a estudios donde se establecieron categorías semánticas para clasificar los PVEA. Estas categorías son: Cambio, combinación, comparación e igualación.

2.2.4.1 Los PVEA de cambio

La categoría de cambio, requiere de un incremento o disminución de una cantidad inicial para obtener una cantidad final. En estos problemas, se evidencia una acción e intervienen tres cantidades: una inicial, una de cambio y otra cantidad final. La cantidad desconocida puede ser cualquiera de ellas. Dependiendo del lugar que ocupe la incógnita en el problema y de la “dirección” de cambio se da lugar a seis tipos de PVEA. Inicialmente Carpenter y Moser (1984), citados en Angulo Escamilla & Herrera Rincón, (2009) llamaron a este tipo de problemas “*Problemas de unión y de separación*”. Así mismo Vergnaud (1991) los llamó “*ETE*” (Estado-Transformación- Estado).

Angulo Escamilla & Herrera Rincón, (2009) pág. 105 presentan una tabla, construida de acuerdo con lo planteado por Thompson Hendrickson (1986) y Puig y Cerdán (1985).

Tabla 3 Problemas Verbales de Estructura Aditiva de Cambio retomados por Angulo y Herrera (2009)

Tipo	Características	Sentencia Abierta
Cambio 1	Sentido de cambio: incremento. Cantidad inicial y cantidad de cambio conocidas. La incógnita es la cantidad final.	$a + b = ?$
Cambio 2	Sentido de cambio: disminución. Cantidad inicial y cantidad de cambio conocidas. La incógnita es la cantidad final.	$a - b = ?$
Cambio 3	Sentido de cambio: incremento. Cantidad inicial y cantidad final conocidas. La incógnita es la cantidad de cambio.	$a + ? = c$
Cambio 4	Sentido de cambio: disminución. Cantidad inicial y cantidad final conocidas. La incógnita es la cantidad de cambio	$a - ? = c$

Cambio 5	Sentido de cambio: incremento. Cantidad de cambio y cantidad final conocidos. La incógnita es la cantidad inicial.	$? + b = c$
Cambio 6	Sentido de cambio: disminución. Cantidad de cambio y cantidad final conocidos. La incógnita es la cantidad inicial.	$? - b = c$

2.2.4.2 Los P.V.E.A de Combinación

Según Castro, (1995), en esta categoría se encuentran los problemas de combinación o “*parte- parte todo*”. Estos problemas se refieren a la relación establecida entre una colección completa (todo) y dos sub colecciones disjuntas (partes), su unión es equivalente a la colección total. Hay dos tipos de problemas de combinación según el lugar donde se ubique la incógnita: cuando se conoce el cardinal de cada uno de los subconjuntos y se desconoce el cardinal del conjunto total, y el otro tipo de problema de combinación es aquel en donde se conoce el cardinal de uno de los subconjuntos y el cardinal del conjunto total y la incógnita corresponde al otro subconjunto.

De acuerdo con Carpenter y Moser (1984) citados por Angulo y Herrera (2009), se ha construido la siguiente tabla donde se resumen los tipos de problemas de combinación:

Tabla 4 PVEA de Combinación recopilada por Angulo y Herrera (2009)

PVEA DE COMBINACIÓN			
Ejemplo	Tipo	Características	Sentencia abierta
7	Combinación 1	. Los cardinales de los subconjuntos son conocidos. La incógnita es el cardinal de la unión de estos	$a + b = ?$
8 y 9	Combinación 2	.Se conoce el cardinal de la unión y el de uno de los subconjuntos. La incógnita es el cardinal del otro subconjunto	$? + b = c$, o, $a + ? = c$

2.2.5 Estrategias de conteo para la Resolución de Problemas Verbales de Estructura Aditiva.

Las estrategias de conteo enfocadas en la resolución de PVEA son de gran relevancia puesto que permiten observar cómo los niños organizan y procesan la información.

Serrano y Denia (1987) “*consideran el proceso de conteo como una estrategia de cuantificación extensiva métrica, que se encuentra directamente vinculada a la construcción del concepto de número y a las operaciones de composición que garantizan su conservación*” pág.58. Según lo anteriormente citado, para resolver PVEA se hace necesario el uso de acciones repetitivas o en palabras de los autores “*iterativos*” como lo es el conteo y las rutinas que lo subyacen.

El presente trabajo se enfocó básicamente en la identificación y el empleo de estrategias de conteo utilizadas por los estudiantes de grado primero, y en la forma como las utilizaron y las potenciaron en la resolución de los PVEA planteados.

Existe gran producción de investigaciones alrededor de las diferentes estrategias de conteo y las rutinas que subyacen a estas. En este sentido, Fuson (1982) y Secada y Fuson, Fuson y Hall (1983), citados por Serrano y Denia y (1987) distinguen entre dos formas evolutivas de conteo lo que constituye en su avance, algo de gran relevancia para mejorar los procesos relacionados con la resolución de PVEA: *el conteo total y el conteo parcial*.

Estudios realizados sobre las diversas etapas desarrolladas por los niños para resolver PVEA, plantean algunos niveles de conceptualización tanto para la suma como para la sustracción; de ellos se desprenderá la estrategia utilizada por el niño para dar solución al tipo de PVEA planteado.

Según Maza (1995) y Carpenter y Moser (1984) citados en Angulo y Herrera (2009), los modelos más conocidos y aceptados son el modelo de Riley y otros (1983) y el modelo Briars y Larkin (1984), los cuales están de acuerdo en afirmar que para dar resolución a un PVEA se hacen necesarios varios conocimientos: “*conocimiento del esquema del problema, conocimiento del esquema de acción* (los cuales relacionan la representación del problema con sus procesos de

resolución) y en tercer lugar el *conocimiento de las estrategias*. Según Angulo y Herrera (2009) y Caballero (2005) este modelo está conformado por tres niveles:

Primer nivel: Los niños centran su atención limitándose simplemente a la forma externa como está representado el problema y requieren de objetos concretos para resolverlo eficientemente. En este nivel se encuentran *las estrategias de modelado*. Referente a las situaciones de adición, los niños utilizan la estrategia de *contar todo*, en donde al reunir las cantidades, proceden a contarlas a partir del primer conjunto para conseguir su totalidad y cuentan los elementos uno a uno. Respecto a situaciones de sustracción, por lo general utilizan la estrategia de *quitar de, quitar hasta, añadir hasta*. Para llevar a cabo este proceso, los niños, representan con objetos la cantidad correspondiente al minuendo y retiran de ese conjunto una cantidad de objetos equivalente al sustraendo.

Segundo nivel: Cuentan todo con objetos concretos, utilizando atajos. Avanzan en el proceso, al reconocer que los objetos concretos o específicos cumplen una doble función: que forman parte de la colección total, pero también conforman o hacen parte de una colección menor que se encuentra dentro de la colección total. De esta forma, los niños van adquiriendo la capacidad de construir *redes semánticas*, permitiéndoles comprender el enunciado del problema y así facilitar su representación. En este nivel, se evidencian las estrategias de *conteo de todo con objetos concretos*, (utilizando atajos los niños representan simultáneamente con los dedos de cada mano, los sumandos y luego cuentan la cantidad representada).

Otra estrategia observada en este segundo nivel es el *conteo concreto de la cantidad añadida* (Los niños representan indirectamente la cantidad inicial y directamente la cantidad añadida con objetos de modo simultáneo o secuencial antes de contar el total). En el proceso de sustracción, las estrategias relacionadas con la resolución de PVEA van desde *quitar hasta* (representar con objetos la cantidad correspondiente al minuendo y sacan de éste los elementos de uno en uno) *añadir hasta* (representan el sustraendo, añaden objetos hasta alcanzar el minuendo y luego cuentan la cantidad añadida) *Apareamiento* (Representan mediante dos conjuntos los términos de la resta, representan el minuendo y debajo el sustraendo y finalmente cuentan los objetos que no están emparejados).

Tercer nivel: El niño está en la capacidad de representar las relaciones entre todas las cantidades que componen el problema antes de resolverlo. Cuando se encuentra en este nivel, ya está en capacidad de aplicar diversas estrategias, incluyendo las de tipo memorístico para dar resolución a los problemas planteados.

Uno de los objetivos del presente trabajo, fue identificar el tipo de estrategia utilizada por el grupo objeto de estudio y de esta forma potenciar en ellos formas de avanzar a niveles más sofisticados.

2.2.6 La Enseñanza Para la Comprensión (EPC)

La comprensión conlleva a tener la capacidad de realizar una serie de tareas en donde no solamente se demuestre qué se ha comprendido, sino que aumente la comprensión. Con base en las investigaciones realizadas en el Proyecto Zero³, se plantea la comprensión formada por un contenido o conocimiento (el qué), es decir qué tanto se sabe, unos métodos (el cómo) o los procesos como se construyen o se validan los conocimientos, unos propósitos (el por qué y para qué) para definir el significado disciplinar y personal de los conocimientos y unas formas de comunicación, donde se evidencia qué tan flexible puede ser la forma de comunicar el conocimiento.

Wilson (2013) menciona que durante la última década, estas dimensiones se han constituido en una herramienta poderosa, que le ayuda a los maestros a articular con mayor precisión qué es lo que ellos quieren que sus estudiantes comprendan y así diseñar ambientes de aprendizaje para construir tales comprensiones. Uno de los propósitos en el desarrollo del presente proyecto es potenciar habilidades en estrategias de conteo para ser utilizadas en la resolución de problemas aditivos y por ello se hace necesario enfocar los desempeños alrededor de estas dimensiones.

2.2.6.1 Comprender la Comprensión

Entre las metas planteadas por los docentes se encuentra lograr que los estudiantes alcancen las diferentes metas propuestas, que desarrollen en forma eficaz las actividades planeadas y que

³ El **Proyecto Zero** es un proyecto de investigación desarrollado en la Universidad de Harvard para entender y mejorar la educación, la enseñanza, el pensamiento y la creatividad en las artes, así como también en disciplinas humanísticas y científicas, a nivel individual e institucional. [https://es.wikipedia.org/wiki/Proyecto_Zero_\(educación\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Proyecto_Zero_(educación))

relacionen todo lo aprendido en situaciones de su vida cotidiana. Se recurre a estrategias y diferentes mecanismos con el fin de alcanzar una verdadera comprensión. Sin embargo, conducir a los estudiantes hacia una verdadera comprensión no es una tarea sencilla, es un proceso que exige un trabajo comprometido y constante.

Generalmente se piensa que los alumnos han comprendido adecuadamente una temática trabajada pero con sorpresa se descubre al momento de aplicar lo estudiado, que han comprendido mucho menos de lo que se esperaba. El significado de la palabra comprensión ha sido expresado de diferentes formas, a saber: Perkins referenciado por Stone, (1999), afirma que: *“Comprender es la habilidad de pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que uno sabe”* pág. 4. Escobedo, Jaramillo y Bermudez (2004), lo define así: *“comprendemos un proceso cuando contamos con una teoría que nos permite orientar nuestra acción en relación con ese proceso en forma exitosa”*. (p. 530); Según Blythe (1999), *“Comprender es poder llevar a cabo una diversidad de acciones o “desempeños” que demuestren que uno entiende el tópico y al mismo tiempo lo amplía, y ser capaz de asimilar un conocimiento y utilizarlo de una forma innovadora”* pág. 40.

De acuerdo con todo lo anterior, es necesario resaltar que la comprensión va enfocada hacia una forma de desempeños o acciones dirigidas a la manera de pensar o actuar flexiblemente, donde el conocimiento es necesario, para que se dé dicho proceso y de esta forma se resuelvan problemas, se puedan crear productos y se interactúe eficazmente con el mundo que nos rodea; es tener la capacidad de realizar diferentes actividades en forma reflexiva con respecto a algún tema, es decir, que el estudiante pueda explicarlo, clarificarlo con ejemplos acordes, presentar evidencias y presentarlo de manera novedosa.

2.2.6.2 Aprender para Comprender

Los maestros en su ideal pretenden que los educandos alcancen verdaderas comprensiones y que las mismas trasciendan a los conocimientos. A través del tiempo, se han ido modificando las concepciones acerca del aprendizaje, se han diseñado y propuesto numerosos proyectos educativos escolares, con el fin de formar estudiantes capaces de interactuar con realidades sociales en forma crítica y competente. A pesar de todo lo planteado, tristemente se evidencia en la realidad, que gran parte de nuestras aulas, aún continúan con prácticas que no van más allá de

los pupitres, el cuaderno y las cuatro paredes. No es que no sepamos lo suficiente como para tener escuelas en las que un gran número de personas con diferentes capacidades, intereses y provenientes de medios socioculturales y familias diferentes puedan aprender. El problema es que más allá de los desarrollos acerca del aprendizaje, las investigaciones sobre las escuelas eficaces, los estudios sobre las posibilidades de cambio y la innovación en educación; es muy complejo el salto entre la enunciación de nuestros saberes y el “uso activo” de ellos. Pogré (2001) citando a Perkins, (1995),

En las aulas, cada día se hace más necesario estimular la comprensión. Las actuales políticas educativas exigen educación de calidad y estudiantes competentes preparados para enfrentarse a diferentes realidades que el mismo país exige. Las quejas a diario por parte de los mismos maestros es la poca preparación de los estudiantes que ingresan al siguiente curso. Se pide que *“los alumnos vayan más allá de los hechos, para convertirse en personas capaces de resolver problemas y en pensadores que vean las posibilidades múltiples de lo que están estudiando y que aprendan como actuar a partir de su conocimiento”* Flore (2007) citando a Perrone, (1999).

De acuerdo con esta afirmación, la Enseñanza para la Comprensión, cada día se hace más relevante. Se asume que una persona aprende cuando tiene la capacidad de pensar y actuar poniendo en práctica cada uno de sus conocimientos. Así, el concepto de desempeño de comprensión dado desde el marco de la Enseñanza para la Comprensión, plantea el desarrollo de actividades que trascienden los típicos ejercicios rutinarios y mecánicos que no van más allá de la simple memorización. Perkins plantea que la comprensión se construye y que siempre está en estado de formación, cuando se comprende un tema o concepto no sólo se ha adquirido información, sino que se está en capacidad de usarla en la realización de múltiples actividades. Desde el marco de la Enseñanza para la comprensión, estas actividades son llamadas desempeños de Comprensión según Perkins 1995, citado en Flore (2007).

2.2.6.3 El Marco Conceptual de la Enseñanza para la Comprensión. (EpC)

En el marco de la Enseñanza para la Comprensión se identifican cuatro elementos básicos que facilitan orientar el proceso de enseñanza, buscando lograr verdaderas comprensiones en los estudiantes.

Tópicos Generativos: Según Blythe (1999).

“Los tópicos generativos son centrales para uno o más dominios o disciplinas. Las cuestiones que promueven la comprensión dan a los alumnos la oportunidad de adquirirla, así como la de adquirir las habilidades necesarias para comprender con éxito trabajos más sofisticados dentro de ese dominio o disciplina” pág... 58

Otras características de los tópicos generativos: de interés para el docente, accesibles, los cuales permiten generar diversas estrategias y actividades que ayudarán a su mejor comprensión independiente de sus capacidades y preferencias; además ofrecen múltiples oportunidades para establecer conexiones y relacionarlas con las experiencias previas, tanto dentro como fuera de la misma escuela.

Los Hilos Conductores. Son elementos que abarcan las etapas de un curso, atravesando los saberes y permitiendo dar respuesta al tópico generador de manera interdisciplinaria. Ellos especifican las comprensiones más importantes que deberían desarrollar los estudiantes. Son aquellos cuestionamientos que plantea cada uno de los saberes en las distintas fases de trabajo: indagación e interpretación, argumentación y proposición (Patiño, S. 2012).

Las Metas de Comprensión. Según Tina Blythe las Metas de Comprensión “Son conceptos, procesos y habilidades que deseamos que comprendan los alumnos y que contribuyen a establecer un centro cuando determinamos hacia donde habrán de encaminarse” Blythe (1999) Pg.66. Las metas de comprensión pueden ser de dos clases: las que corresponden a cada unidad y son las que describen lo que se quiere que un estudiante alcance con su trabajo a partir de un tópico generativo. De igual forma se encuentran las metas de comprensión abarcadoras o llamadas también “hilos conductores” como su nombre lo indica, ellas especifican lo que se quiere que el estudiante alcance durante el transcurso del semestre o del año. Estas metas se pueden plantear en forma de enunciados o de preguntas Blythe (1999).

Los Desempeños de Comprensión. Es bien sabido, que los estudiantes pasan gran parte de su tiempo acumulando información y conocimiento, pero de que puede servir todo esto, si no tienen la oportunidad de aplicarlo en diferentes situaciones para demostrar sus comprensiones.

Una forma de alcanzar dichas comprensiones son las planteadas desde los desempeños de comprensión, los cuales exigen trascender la información dada con el propósito de crear algo nuevo, transformándolo y ampliándolo generando así aprendizajes significativos. Blythe (1999) plantea que “aunque el desempeño parece indicar un acontecimiento final, realmente, este se refiere a actividades de aprendizaje, las cuales dan la oportunidad de visibilizar el desarrollo de la comprensión en diferentes y novedosas situaciones, son una forma mediante la cual los estudiantes demuestran la aprehensión de sus aprendizajes”.

Evaluación Continua. *“Integrar el desempeño y la realimentación es justamente lo que necesitan los alumnos cuando trabajan en el desarrollo de la comprensión de un tópico o concepto específico. En el marco de la Enseñanza para la Comprensión esto se denomina evaluación continua”* Blythe, (1999), pág108. Si constantemente se trabaja sobre la marcha, se da la oportunidad de reflexionar y modificar acciones que obstaculizan los desempeños de comprensión de los estudiantes. La evaluación diagnóstica y continua, permite al docente reflexionar sobre su propia práctica pedagógica y brinda oportunidad a los estudiantes para alcanzar verdaderas comprensiones.

CAPITULO III:

3. Metodología

3.1 Enfoque

El presente trabajo de investigación estuvo enmarcado dentro del *enfoque cualitativo* donde de acuerdo con Hernandez , Fernández y Baptista (2010), se abordó el problema de investigación con el fin de realizar descripciones a profundidad de un fenómeno y de esta forma poder comprenderlo. En el caso concreto de este trabajo se buscó describir las estrategias de conteo que utilizaron los estudiantes del grado primero al momento de resolver PVEA, con el propósito de comprender las dificultades que presentaron los estudiantes al momento de abordar este tipo de problemas, y en qué medida se logró un cambio en las estrategias utilizadas por los estudiantes, durante la implementación de actividades, que buscaron el desarrollo de habilidades y estrategias de conteo más eficientes.

A través de la implementación de la Unidad didáctica “Contando ando... y cantidades voy encontrando” (Anexo 1) se observaron, se describieron y se analizaron las formas de conteo utilizadas por los estudiantes del grado primero y su posterior aplicación en la resolución de los PVEA derivados a partir de la actividad realizada.

3.2 Alcance

El alcance de esta investigación es de tipo descriptivo- Interventivo. Descriptivo, ya que como lo afirman Hernandez et al (2010) el propósito fundamental, consistió en describir ideas, situaciones, y evidencias de aprendizaje de los niños que participaron en la implementación de la unidad didáctica diseñada. Interventivo, porque de manera simultánea, se fueron realizando intervenciones con el propósito de modificar la práctica docente y de esta forma, potenciar el aprendizaje de los niños.

3.3 Diseño de la Investigación

El diseño metodológico utilizado en el presente trabajo, está dentro del modelo de Investigación acción, ya que se realizó un proceso continuo de articulación entre la acción, diseño e implementación de actividades, y la reflexión sobre la pertinencia y eficiencia de estas, de tal forma que estos dos momentos se integraron y complementaron permanentemente, en un proceso cíclico de mejora constante. Latorre (2003).

Este tipo de investigación, aporta elementos que permiten caracterizar los procesos seguidos para el logro de los diferentes objetivos. Así mismo, la investigación acción, permite generar procesos de cambio, puesto que nos lleva a conocer la realidad del contexto donde se está interviniendo. Hernandez et al (2010).

La investigación acción se suele conceptualizar como un proyecto de acción formado por estrategias de acción, vinculadas a las necesidades particulares de los estudiantes. Específicamente la Investigación-acción en la educación, concebida según, Elliot (1990) es: *“como la forma de analizar las acciones humanas y las situaciones sociales en la escuela experimentadas por los profesores (...) La investigación-acción se relaciona con los problemas prácticos cotidianos experimentados por los profesores, en vez de con los "problemas teóricos" p. 5*

Uno de los principales fines de la Investigación acción, es el de profundizar la comprensión del docente a partir de un diagnóstico generado de un problema y asumiendo una postura de exploración, de tal forma que pueda tomar decisiones iniciales a partir de la situación problema. De acuerdo con Pineda (2013), El diseño de la investigación acción implica el desarrollo de una serie de pasos que se desarrollan de manera cíclica, buscando la mejora permanente en el proceso de enseñanza. Por lo tanto, en esta investigación la docente investigadora, identificó el problema, tomó una decisión de acción, diseñó un plan de acción, implementó el plan de acción, evaluó los resultados y dificultades que emergieron durante la implementación, realizó ajustes e inició de nuevo el ciclo de observación, decisión, planeación y evaluación con miras a mejorar la práctica docente en el aula.

3.4 Población

En la Institución Educativa Distrital Ofelia Uribe de Acosta, Jornada de la mañana, ubicada en la localidad Quinta de Bogotá, y específicamente en la “Sede B”, la población que se intervino en el proyecto de investigación la conformó un grupo de 32 estudiantes del grado 102 del ciclo uno. Con estos niños se realizó directamente la práctica pedagógica. Es de anotar que la población intervenida se encuentra iniciando sus procesos de lectura, escritura y lógico matemáticos, por lo que el proyecto de investigación tuvo en cuenta muchos otros aspectos de aprendizaje (reconocimiento de fonemas, refuerzo de vocabulario y adecuada escritura del nombre y trabajo en equipo entre otros) tomándolos como valores agregados para que fueran aspectos motivantes dentro de la implementación.

Los estudiantes participantes oscilan en un rango de edad entre los cinco y siete años, se distribuyen de manera homogénea entre hombres y mujeres (16 niños y 16 niñas), de los cuales la mayoría (28 estudiantes) vienen de un proceso de escolarización previa en la institución, 3 de ellos repitiendo el grado primero. Los cuatro restantes son estudiantes que se vincularon a la institución en el grado primero proveniente de otras instituciones.

Tabla 5 Distribución por edad y género del grupo de estudiantes

EDAD	5 años	6 años	7 años	TOTAL
NIÑOS	2	13	1	16
NIÑAS	3	10	3	16
TOTAL	5	25	4	32

Tabla 6 Configuración del grupo según Institución de procedencia

Estudiantes antiguos	Estudiantes nuevos	Estudiantes repitentes
25	4	3

Las características generales del grado 102, de acuerdo con el registro de observación realizado al principio de año por la docente investigadora, a los niños les gusta que en las clases

se juegue, ser reconocidos, hablar, preguntar, intervenir en las preguntas que hace su docente, dibujar en el cuaderno y en el tablero, hacer sus propias cosas, tener sus cuadernos como a ellos les gusta, ir a la sala de computadores y a la biblioteca, leer y mirar cuentos, ver televisión y comentar los programas de moda, bailar, escuchar historias y contarlas, les gusta escribir sobre sus propias vivencias, comprar dulces, explorar y cuidar su ambiente. Demuestran agrado por todo tipo de actividades que se desarrollan fuera del salón, les agrada explorar y jugar con fichas, rompecabezas, son ingeniosos para crear figuras utilizando fichas y otros elementos.

En cuanto al diagnóstico aplicado al inicio del año escolar y realizado a partir de una prueba con actividades matemáticas (Anexo 2), se encontró que en relación con los procesos matemáticos, 28 niños realizaron un conteo correcto en un rango numérico del uno al cinco; en la escritura numérica del uno al número diez, 24 niños lo hicieron correctamente; de los 32 estudiantes, 26 presentaron manejo de lateralidad (derecha e izquierda) en forma correcta; 26 estudiantes relacionaron elementos de conjuntos dados en forma correcta. En cuanto a la relación símbolo cantidad 21 estudiantes representaron correctamente conjuntos de acuerdo a un número dado, el resto de los estudiantes presentaron dificultad; 20 estudiantes reconocieron nociones espaciales sobre antes y después; 20 estudiantes reconocieron adecuadamente el número que va antes y el que va después de un número dado; 27 estudiantes reconocieron el conjunto mayor de varios conjuntos presentados; 27 estudiantes tomaron dictado numérico del uno al diez.

Al interior del ciclo uno, se tiene como impronta: “Infancias y construcción de sujetos” con sus ejes de desarrollo: “Estimulación y exploración” en concordancia con lo anterior se hizo pertinente el diseño, la implementación y la evaluación de la unidad didáctica desde el marco de la EPC, puesto que facilitó en la mayoría de los casos, integración, socialización y visibilización de pensamientos a través de rutinas.

De acuerdo con la Secretaria de Educación Distrital, (2011), en este ciclo el proceso de enseñanza – aprendizaje va enfocado a la estimulación y la exploración de los niños y niñas de 3 a 8 años. La mayor apuesta que se hace, es en propiciar a los niños y niñas, ambientes y experiencias significativas con el fin de fortalecer sus diferentes procesos de desarrollo y solidificar bases para futuros aprendizajes.

3.5 Categorías de Análisis

Para la recolección y posterior análisis de la información que permitió la adecuada descripción de las estrategias de conteo utilizadas por los niños para dar solución a un PVEA, se tuvieron en cuenta 5 niveles de abstracción sobre los cuales los estudiantes realizaron acciones de conteo. Las cuatro primeras tomadas de los niveles presentados por Castaño (1996)

3.5.1 Primer Nivel. *Cuantificación sobre los objetos mismos*

Los niños resuelven el problema de cuantificación, a partir de la misma manipulación de los objetos que están contando. En este nivel muchos de los niños recurren a la estrategia de desplazamiento de los objetos con el fin de cuantificar el conjunto. Si los niños conocen la serie numérica –asignarán la cantidad de objetos al último número de la serie verbalizada, pero por el contrario, cuando no conocen la serie, colocarán los objetos de los conjuntos de comparación uno frente al otro para con base a la observación, dar la respuestas asociadas con cantidades comparadas (hay más, o hay menos).

3.5.2 Segundo Nivel. *Cuantificación sobre representaciones concretas*

Los niños resuelven el problema de cuantificación, ya no basándose en la manipulación de los objetos concretos contados, sino que los reemplaza por otros más fáciles de manipular. Cada objeto concreto contado es sustituido por otro de fácil manipulación como piedritas, tapas, fichas; también utilizan los dedos, pero se puede presentar dificultad puesto que hay que recurrir a la memoria para recordar los dedos utilizados en la representación.

3.5.3 Tercer Nivel. *Cuantificación sobre representaciones gráficas.*

Los niños se basan en representaciones gráficas para hacer sus cuantificaciones; en este nivel ya los niños no disponen de los objetos manipulables. Algunos niños representarán gráficamente el mismo objeto concreto, otros realizarán representaciones más esquemáticas: puntos, bolitas, palos, rayas etc. Sobre estas representaciones gráficas, los niños basarán su conteo y darán respuesta a la situación planteada.

3.5.4 Cuarto Nivel. *Cuantificación con representación abstracta.*

En este nivel, los niños acceden a los signos numéricos, los cuales son las representaciones abstractas de la cantidad de objetos que hay en un conjunto. Al principio, estas representaciones no son tan abstractas, puesto que están basadas en imágenes como por ejemplo los dedos, pero en este caso los dedos son utilizados como forma de representar el significado de un símbolo numérico.

3.5.5 Quinto Nivel. *Cuantificación sobre las representaciones mentales.*

Este nivel corresponde a un proceso mucho más avanzado, donde el niño a partir del cálculo mental puede cuantificar los elementos de los conjuntos dados y dar respuesta a la situación planteada. También en este nivel, los niños pueden algunas veces recurrir a la descomposición de las cantidades. Se toma como subcategoría para el análisis los posibles procedimientos que el niño puede emplear para realizar el conteo sobre la representación elegida, y las respectivas estrategias utilizadas.

Tabla 7 Niveles de abstracción para la cuantificación

<i>Categoría</i>	<i>procedimiento</i>	<i>Estrategia de conteo utilizada para resolver el PVEA</i>	
<i>Nivel de Abstracción para la cuantificación</i>			
Cuantificación sobre los objetos	Contar desde el objeto concreto	Contar todo	
Cuantificación con representación concreta	Conteo con otros objetos manipulables	Contar todo	
	Conteo con dedos	Contar desde un sumando	Contar a partir del primer sumando
			Contar a partir del sumando mayor

Cuantificación sobre representaciones gráficas	Conteo dibujando el objeto	Contar desde un sumando	Contar a partir del primer sumando
			Contar a partir del primer sumando
			Conteo por agrupación
	Conteo dibujando puntos y/o palos	Contar desde un sumando	Contar a partir del primer sumando
			Contar a partir del primer sumando
			Conteo por agrupaciones
Cuantificación con representación abstracta	Conteo utilizando signos numéricos	Contar todo	
		Contar desde un sumando	Contar a partir del primer sumando
			Contar a partir del primer sumando
			Conteo por agrupaciones
Cuantificación sobre representaciones mentales	Subitización	Memorístico	
	Conteo utilizando el cálculo mental	Descomposición	

3.6 Instrumentos de recolección de la información

En función del logro de los objetivos de este proyecto de investigación, y de acuerdo con lo planteado anteriormente, el estudio realizado por corresponder a un enfoque de investigación de tipo cualitativo, empleó la observación, como instrumento encaminado a recopilar la información o los datos. De acuerdo con Hernandez-Sampieri, Fernandez, & Baptista, (2010) la metodología

cuantitativa no es mera contemplación (sentarse a ver el mundo y tomar notas); implica adentrarnos en profundidad a situaciones sociales y mantener un papel activo, así como una reflexión permanente. Estar atento a los detalles, sucesos, eventos e interacciones (Hernandez-Sampieri et al, 2010) En esta misma línea de ideas la investigación planteada en este trabajo tuvo como propósito, mediante la utilización de la observación: Describir el ambiente, tomar nota y describir los diferentes eventos que ocurrieron en la clase de matemáticas ante la realización de actividades planteadas. Para ello se utilizó como instrumento el diario de campo y el registro de observación con el seguimiento de las estrategias utilizadas por los niños en el desarrollo de las actividades planteadas. De igual forma se recurrió a los videos y registros fotográficos los cuales sirvieron de evidencia para acercarse más a los eventos producidos por los estudiantes durante el desarrollo de las actividades propuestas desde las estrategias diseñadas.

3.6.1 Diario de campo docente.

Este tipo de instrumento ver (Anexo 3) facilitó realizar un registro de la planeación y observación por parte de la docente investigadora, utilizándolo como una herramienta de reflexión constante, y de esta forma resaltó detalles, eventos, actitudes y formas de interactuar. Hernandez et al (2010)

FECHA	ACTIVIDAD PLANEADA	DESCRIPCIÓN BREVE DE LA EXPERIENCIA	CATEGORIA	EVIDENCIA FOTOGRÁFICA	RELACION CON LA TEORIA
	Prueba de entrada JUEGO EL CAMINO DE LOS NÚMEROS. Intervención N. 1 Por parejas reciben una hoja con un esquema para colorear. Entre todos se llega a un acuerdo para elegir los colores de las casillas, agrupando según color cada cinco puestos. Entre todos y en forma ordenada se aportan ideas para enumerar las instrucciones sobre la forma como poder jugar. Elaboradas las instrucciones proceden a colorear por parejas y dejar el tablero de juego listo	FORTALEZAS: Los niños mostraron gran motivación al momento de enunciarles el juego. Se les planteó la propuesta de buscar un nombre para el juego. De esta forma se inicia una lluvia de ideas y finalmente los niños en común acuerdo dan el nombre "El camino de los números", justificando que donde están dibujados los números tiene la forma de un camino. Se observa en el momento de trabajo por parejas mayor organización y respeto por los acuerdos hechos para realizar el coloreado respectivo del esquema del juego. Se tuvo en cuenta los colores acordados por el grupo. En cuanto a las falencias observadas se evidenció en una pareja de niños el poco seguimiento de instrucciones, puesto que colorearon de forma inadecuada al no tener en cuenta los colores asignados.	ESTRATEGIAS DE CONTEO		Nuestros niños desde los primeros años deben tomar parte en todas las formas legítimas de juego, pues si no están rodeados de tal atmósfera no llegarán a ser ciudadanos bien portados y virtuosos.

Ilustración 1 Formato diario de campo

Así mismo se encontraron elementos relevantes para la investigación puesto que facilitaron el desarrollo de las diferentes actividades planeadas

Estos elementos fueron:

- El ambiente físico
- El ambiente social y humano
- Las actividades individuales y colectivas

3.6.2 Otras fuentes de recolección de datos: Documentos, materiales y artefactos

En la investigación, se tuvieron en cuenta: documentos, materiales y artefactos como fuente de información. De acuerdo con Hernandez et al (2010) son elementos fundamentales que le sirven al investigador para conocer los antecedentes de un ambiente, las vivencias, situaciones o experiencias y su quehacer cotidiano. En el proyecto se recurrió a los siguientes:

- **Materiales audiovisuales:** La implementación de cada una de las actividades que hicieron parte de la unidad didáctica fueron grabadas y registradas fotográficamente, las cuales apoyaron el análisis de las mismas, todas ellas con el debido consentimiento y autorización firmado por cada uno de los padres de familia. (Anexo 4).
- **Documentos individuales:** Algunas de las actividades realizadas durante la implementación de la unidad didáctica generaron registros escritos por parte de los estudiantes (Guías, actividades del cuaderno, tablas de registro de información, evaluaciones). Estos elementos se clasificaron y organizaron de manera secuencial y se analizaron también con el apoyo de los registros de video que se realizaron durante la implementación de la actividad.
- **Documentos grupales:** Durante la implementación de las dos actividades de juego, los estudiantes registraron los puntajes obtenidos por los equipos en tablas que sirvieron de base para observar las diferentes formas de registro utilizadas por los estudiantes para realizar los conteos.

3.7 Plan de Acción

Para esta investigación se definieron tres fases de investigación orientadas teniendo en cuenta las etapas de la planeación de la unidad didáctica, en un primer momento llamado la etapa de

exploración, donde se realizó el diagnóstico grupal a través de estrategias metodológicas y didácticas del juego de las escaleras y serpientes al igual que la estrategia del banco.



Ilustración 2 Formato diario de campo

Un segundo momento de esta investigación denominado la etapa guiada, en la cual se establece la estrategia interventiva a través de dos estrategias :el juego de bolos cuya realización implico nueve actividades a desarrollar al interior de estrategia y el juego de la torre cuya realización implico 7 actividades.

La fase final se desarrolló en el marco de la realización de un proyecto final para cada estrategia definida, las cuales se realizaron con dos actividades.

3.7.1 Estrategia de Intervención

Con el propósito de apoyar el desarrollo de estrategias de conteo y habilidades para la resolución de problemas de estructura aditiva en los niños, se diseñó, implementó y evaluó una unidad didáctica planteada en el marco conceptual de la EPC según lo teorizado por Blythe (1999), con elementos teóricos sobre la técnicas de conteo Baroody (2000),y teniendo en cuenta los procesos de cuantificación Castaño(1996) y los tipos de problemas verbales de estructura aditiva (Carpenter y Moser, 1982).

Se usaron como categorías de diseño de las actividades, los PVEA de cambio, y a partir de ellos, se fueron planteando diversas actividades con el fin de intentar desarrollar y potenciar en

los niños estrategias de conteo correspondientes a los tres niveles enunciados según Baroody (2000), Castro (1995), Angulo y Herrera (2009), Serrano (1987).

La unidad diseñada desde este marco, se propuso a partir de la aplicación de dos grandes estrategias: Una primera estrategia llamada “El juego de los bolos”, y una segunda estrategia: “El juego de la Torre”. Ambas estrategias se planearon dentro de la unidad didáctica (Anexo 1) teniendo en cuenta los elementos y estrategias de conteo y los PVEA, para ser desarrolladas durante la ejecución de las diferentes fases planteadas en el marco de la EPC: *La fase inicial o de exploración, la fase de investigación guiada y la fase de Proyecto final o de síntesis.*

Se aclara que para el desarrollo de esta unidad se planearon por separado las actividades que correspondieron a cada una de las estrategias planteadas y contenidas dentro de las metas de desempeño. Para la planeación de cada una de estas estrategias se utilizó un organizador gráfico propuesto por Blythe (1999) en su libro “Enseñanza para la comprensión: Una guía para el docente” Pg. 140 (Anexo 5 y 6).

3.7.1.1 Estrategia 1. El juego de los bolos

El juego de los bolos hace referencia a un juego que consiste en derribar por parte de cada jugador el mayor número posible de bolos. Para la implementación de esta estrategia, se recurrió a una versión del juego diseñada para niños, con 10 pines plásticos de diferentes colores y una pelota plástica con la cual los niños intentaron derribar los pines. Se adaptaron varias pistas de juego, delimitadas con cinta de papel en un primer momento en el salón de clases y otro en el patio de la institución.

Con el desarrollo de esta estrategia, se buscó enfrentar a los niños a la tarea de contar, registrar y comparar la cantidad de elementos de dos o más colecciones.

A continuación se presenta la secuencia de 9 actividades propuestas a los estudiantes en el marco de la estrategia del juego de los bolos, con el fin de llevarlos por el camino de las representaciones cuantitativas y de esta forma acercarlos a la Resolución de PVEA.

La primera actividad se centró en la etapa de exploración y saberes previos de los estudiantes sobre el juego de los bolos. Se pretendió realizar un acercamiento por parte de los niños hacia sus

nociones de conteo. Las actividades 2 y 3 correspondieron a la segunda fase de la planeación de la unidad didáctica o llamada también “Etapa guiada” Durante el desarrollo de esta fase, se buscó identificar las estrategias de conteo utilizadas por los niños y la forma como las usaban para resolver PVEA. Las actividades siguientes correspondieron a la etapa final o “proyecto final de síntesis”, donde se pretendió desarrollar o potenciar las diferentes estrategias de conteo con el fin de llevar a los estudiantes a niveles más avanzados en sus procesos de cuantificación y de esta forma reforzar las habilidades en resolución de los PVEA

3.7.1.1.1 Desempeños preliminares o etapa de exploración

Actividad Número 1: Conociendo el juego de los bolos

La docente inició la clase preguntando a los niños si conocían el juego de los bolos. De esta forma indagó sobre conocimientos previos que tenían acerca de este juego.

Luego de realizar la indagación sobre los saberes previos de los estudiantes acerca del juego de los bolos, realizó la proyección de un video con el fin de familiarizarlos con este juego. El video proyectado se puede encontrar en el siguiente enlace:

<https://www.youtube.com/watch?v=dJCWQB9GKEI>.

En el transcurso de la proyección del video, se realizaron pausas haciendo preguntas como:

P.1 (2:47) ¿Cuántos bolos hay antes de que la bola llegue al final de la pista? (10)

P.2 (2:50) ¿Cuántos bolos quedaron en pie? (4).

P.3 ¿Cuántos Bolos tumbó el niño en su primer lanzamiento?

P.4 (3:07) ¿Cuántos bolos más tumbó el niño? En el segundo lanzamiento (2)

3.7.1.1.2 Segunda fase o etapa guiada

Actividad Número 2: Juguemos a los bolos

Para el desarrollo de esta actividad, se buscó que los estudiantes durante la realización del juego de los bolos aplicaran estrategias de conteo.

Materiales: 6 paquetes de juego de bolos, cartelera con tabla de doble entrada, donde se anotaron los nombres de los jugadores y los puntajes obtenidos en los lanzamientos de las diferentes rondas con su puntaje final, imagen de bolos en miniatura en cartulina y laminados (pegatinas), marcadores, cinta de enmascarar.

Se presentó a los estudiantes la situación a la cual se iban a enfrentar durante el desarrollo de la actividad:

“Niños como ya saben en qué consiste el juego de los bolos, ahora lo van a practicar en el salón, pero para que todos tengan la oportunidad de participar y divertirse, es muy importante tener en cuenta las normas dadas”:

1. Cada equipo debe estar conformado por 5 estudiantes.
2. Cada equipo debe buscar un nombre que lo diferencie de los demás.
3. En cada equipo se debe escoger un representante para escribir el nombre de su grupo en la cartelera correspondiente.
4. Cada uno de los integrantes del grupo debe escribir su nombre donde se les indique.
5. Cada participante debe respetar el turno del compañero y estar atento a las jugadas de cada integrante de su grupo.
6. El juego termina cuando cada integrante del equipo haya realizado dos lanzamientos o rondas.
7. Luego de cada lanzamiento el o la participante debe ubicar en la tabla, frente a su nombre, la cantidad de bolos que derribó y estar atento a la pregunta que le realice la profesora.

Luego de establecer las reglas y normas, se dio la oportunidad para que los estudiantes realizaran preguntas aclaratorias sobre la actividad. Una vez aclaradas las situaciones se procedió a iniciar el juego.

En la primera ronda se buscó que los niños aplicaran su primera estrategia de conteo. Se solicitó a los estudiantes que identificaran cuantos bolos conformaban el arreglo triangular del juego y cuantos bolos derribaron en el primer lanzamiento-Se invitó al niño a contar directamente cuántos bolos había sobre el arreglo y cuantos derribó. Se observó que el niño: realizaba un conteo directo sobre los objetos concretos (primer nivel de estrategia de conteo)

.Luego se orientó al estudiante para que trasladara la cantidad de bolos derribados substituyéndolos por representaciones concretas de fácil manipulación y ubicación (fichas con forma de bolo o pegatinas) en la cartelera que se utilizó como tabla de puntajes (Anexo 7).

Con esta actividad se buscó que el niño utilizara una estrategia de conteo de segundo nivel o conteo con representación concreta de mejor manipulación, es decir contar sobre el objeto concreto, para luego reemplazarlo por el objeto de mejor manipulación para registrar en la tabla .De otra parte, se realizó una mediación a través de preguntas con el fin de observar e identificar las estrategias de conteo que utilizaron para dar respuesta a las diferentes preguntas planteadas:

¿Qué cantidad de bolos hay antes de que realice el lanzamiento?

¿Cuántos bolos derribó?

¿Cuántos bolos quedaron en pie?

¿Cuántos bolos debe ubicar en la tabla?

Tabla 8 Registro de puntaje del juego de los bolos

NOMBRE DEL EQUIPO:			
<i>Nombre del participante</i>	<i>Primera ronda</i>	<i>Segunda ronda</i>	<i>Total</i>
1.			
2			

Segunda ronda: Para llevar a cabo la segunda ronda, cada estudiante se remitió a la tabla de puntajes realizada en la primera ronda, con el fin de calcular la cantidad de bolos que quedaron sin derribar. Esta respuesta la halló cada estudiante mediante preguntas como: *Si en la primera ronda Miguel derribó 6 bolos, ¿cuántos bolos debe acomodar en la pista para realizar el segundo lanzamiento?* Luego de dar la respuesta el estudiante se dirigió a acomodar los bolos en la pista y realizó el segundo lanzamiento. Después el estudiante contó los bolos que tumbó y los reemplazó por las pegatinas (imágenes de bolos plastificados) para luego ubicarlos en la cartelera realizando el ejercicio de combinar los dos grupos.

Es importante resaltar que en esta actividad sólo se estaba trabajando el proceso de juntar (acercamiento o concienciación de proceso de la adición) esta fue una de las intenciones didácticas de la actividad, aplicada desde la teoría y enfocada a la clasificación de problemas aritméticos de tipo verbal con estructura aditiva.

Al término del juego cada participante en su respectivo equipo, realizó conteo total de los puntajes acumulados y de esta forma dio razón del ganador del juego

En esta segunda ronda, al igual que en la primera ronda, el juego fue mediado a través de preguntas como: *De los 10 bolos con los que Dana inició el juego ¿Cuántos bolos tumbó en la primera ronda? ¿Con cuántos bolos debe iniciar Dana en la segunda ronda? ¿Cuántos bolos tumbó Dana en la segunda ronda?*

Se aprovechó, también esta actividad para familiarizar a los niños con preguntas como: *Como hay 10 bolos al iniciar la primera ronda vamos a contestar ¿hay más bolos rojos o azules?, ¿Cuántos son más, los rojos o los azules ? O ¿Cuántos son menos los rojos o los azules?, Si Luis derribó 5 bolos ¿Cuántos bolos debe derribar para completar los 10 bolos? Si Nicolás derribó en la primera ronda 4 bolos y en la segunda ronda derribó 5 bolos ¿Cuántos bolos derribó entre las dos rondas?*

De acuerdo con lo anterior, se dedujo que al actuar a través de preguntas se entra a trabajar en el campo de la comprensión, se inicia el poder hacer visible el pensamiento sobre la acción y cómo el niño está resolviendo la situación (ello justifica el planteamiento de que esta estrategia encaja dentro del marco de la EPC) la actividad no se enmarca en una sola pregunta, sino que por lo contrario, a través de la interacción durante la actividad por medio de la aplicación de diferentes preguntas y jugando a partir del diálogo, se inicia al estudiante en los procesos que facilitan la resolución de los problemas en contextos de conteo y adición.

Actividad Número 3: ¿quién va ganando?

En el desarrollo de esta actividad se buscó observar los niveles de avance con respecto a las estrategias de conteo utilizadas por los estudiantes y de esta forma acercarlos a la resolución de PVEA que fueron surgiendo dentro del contexto del juego.

Material: Cartelera con tabla de doble entrada, con los datos registrados por los estudiantes sobre lo acumulado en la primera y segunda ronda del juego

Se ubicaron las diferentes tablas de registro de las rondas 1 y 2 realizadas por los equipos. Uno a uno, los participantes en los respectivos grupos, pasaron a realizar el registro final de los puntos acumulados y obtenidos de la primera y segunda ronda.

Finalizado este proceso, se plantearon las siguientes preguntas: *¿Cuántos bolos tumbaste en la primera ronda? ¿Cuántos bolos tumbaste en la segunda ronda? ¿Cuántos bolos tumbaste entre la primera y segunda ronda? ¿Cuál fue el jugador del equipo que tumbó la mayor cantidad de bolos? ¿Cuál fue el jugador del equipo que tumbó la menor cantidad de bolos?*

Esta actividad privilegió la estrategia de conteo sobre representaciones concretas ya que no se recurrió al objeto físico. De otra parte se dio inicio a la presentación de PVEA de comparación. Este tipo de problemas implica una comparación entre dos cantidades utilizando los términos: “más que”, “menos que” como lo referenciado por Castro (1995).

El uso de la representación auxiliar tabular permitió que los estudiantes utilizaran otras estrategias de conteo durante la resolución de las situaciones de estructura aditiva propuestas; incluso lograron resolver situaciones de estructura de cambio tipo 2 utilizando el conteo sobre los datos recolectados en la tabla.

3.7.1.1.3 Etapa final o proyecto final de síntesis

En esta etapa se inició la aplicación de estrategias de resolución de problemas de estructura aditiva, donde se evidenciaron los desempeños de comprensión de los niños y el nivel de avance en cuanto a la aplicación de las diferentes estrategias de conteo adquiridas o potenciadas en la fase anterior y su utilización en la solución de algunos PVEA.

Actividad Número 4: Representando cantidades acumuladas

Se pretendió evidenciar estrategias utilizadas por los estudiantes para solucionar situaciones planteadas a partir del juego de los bolos.

Materiales: Tabla de datos, cuaderno, lápices.

Los estudiantes ubicados en las mesas conformando los equipos participantes en el juego, dibujaron en sus cuadernos, la tabla de datos representando las cantidades acumuladas durante el juego. En el desarrollo de esta actividad se buscó que los estudiantes encontraran información contenida en las tablas de datos para luego registrar dicha información en sus cuadernos, utilizándola después como fuente de consulta para responder a las preguntas planteadas por la docente.

Actividad Número 5: Encuentra la cantidad que hace falta

En esta actividad, se buscó observar el grado de avance en las estrategias de conteo aplicadas por los estudiantes en la resolución de PVEA Tipo Cambio para hallar el dato final

Material: Guía con tabla de situaciones planteadas desde el contexto del juego de los bolos. (Anexo 8)

A manera de cuento se contextualizó la situación ubicando a los estudiantes para que resolvieran las diferentes situaciones planteadas en la tabla: *“Varios de tus compañeros se fueron a jugar a los bolos y al terminar el juego, quisieron saber sus puntajes. Ayudemos a saber cuántos bolos tumbó cada uno”*.

Se pretendió que el niño avanzara en su estrategia de conteo, colocando en la casilla correspondiente al lanzamiento 1, numerales en vez de figuras de bolos. En las otras casillas (lanzamiento 2 y 3) se colocó imágenes de bolos pretendiendo visibilizar las estrategias de conteo utilizadas al resolver los problemas planteados

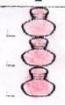
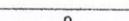
JUGADOR	Lanzamiento N. 1	Lanzamiento N. 2	Lanzamiento N. 3	total
NICOLAS	4 			12
ALEJANDRO	6 			14
PAULA	8 			14
DANA	7 			13
KAREN	9 			12

Ilustración 3 Conteo a partir de un número dado

De nuevo al plantear una representación tabular, permite que el niño recurra al uso de registros auxiliares (como puntos o rayas) para concretizar el valor asignado en el símbolo y realizar el conteo sobre estos para buscar dar respuesta a la pregunta del total. Aunque la situación es en apariencia un problema de cambio tipo 1, la inclusión de una cantidad adicional (teóricamente se emplean dos cantidades en este tipo de problemas) no se convirtió en una limitante para su ejecución.

Actividad 6. Sigo buscando cantidades escondidas

El desarrollo de esta actividad buscó superar falencias presentadas en el desarrollo de la actividad anterior, facilitando en los estudiantes la forma para dar respuesta a las situaciones planteadas.

Material Guía con tabla modificada de situaciones planteadas desde el contexto del juego de los bolos (Anexo 9).

Tus compañeros olvidaron colocar la cantidad de bolos que tumbaron en la primera ronda.
 Descubre cuántos fueron *Emmy y Eisa*.

					Total
Julián					
Sara					
Michel					

Ilustración 4 PVEA de cambio. Dato inicial

Teniendo en cuenta que con la aplicación del instrumento anterior se evidenciaron varias falencias en cuanto a su estructura de la guía y ello creó cierto grado de confusión en los estudiantes a la hora de hallar el dato final solicitado, se lleva a cabo una nueva sesión pero con la aplicación del instrumento mejorado. Se modificó el encabezado y además se redujo la cantidad de participantes, dado que ya los niños manejaban la dinámica del procedimiento.

Se les planteó de forma verbal y ubicándolos en la gráfica cada uno de los siguientes P.V.E.A

1. Julián tumbó algunos bolos en la primera ronda, en la segunda ronda tumbó 3 bolos y en la tercera ronda tumbó 6. Al terminar el juego cuenta 10 bolos. ¿Cuántos bolos tumbó Julián en la primera ronda?
2. Sara también tumbó algunos bolos en su primer lanzamiento, en el segundo lanzamiento tumbó 2 y en el tercer lanzamiento tumbó 4. Al terminar el juego cuenta 11 bolos. ¿Cuántos bolos tumbó Sara en la primera ronda?

Para la tercera situación se dejó que los estudiantes realizaran su propia interpretación buscando observar la comprensión que cada estudiante alcanzó en la traducción del registro de lenguaje natural al registro icónico de la tabla.

Actividad N. 7. Calculando cantidad de bolos

En el desarrollo de esta actividad se buscó mediar para que los estudiantes avanzaran en los niveles de abstracción relacionados con la cuantificación y de esta forma realizaran el conteo a partir de un número enunciado.

Se realizó la introducción a la situación de la siguiente forma: “Vamos a jugar a calcular cuántos bolos tengo. Te voy a mostrar una carta con un número que indica la cantidad de bolos que tengo guardados en la bodega y además te voy a mostrar los bolos que tengo conmigo. Debes contarlos todos y decirme cuantos tengo en total” Se pretendió inducir a los niños para que iniciaran el conteo a partir del número dado.

Luego de realizar varias veces esta actividad se le entregó a cada estudiante la guía con la tabla para completar

NOMBRE _____ CURSO: _____

EL JUEGO DE LOS BOLOS

Completa la tabla



	EL	TOTAL
3		
5		
7		
6		
9		

Ilustración 5 Problemas Verbales de Estructura Aditiva de tipo Cambio

Actividad 8. Vamos a resolver Problemas

En el desarrollo de esta actividad, se pretendió evaluar el nivel de avance de los estudiantes, frente al uso de las estrategias de conteo para resolver PVEA (ilustración 5). Se inició la actividad mostrando a los estudiantes la cantidad de bolos enunciada en el problema. Como los estudiantes ya estaban familiarizados con las figuras que indicaban el primer lanzamiento y el segundo lanzamiento, se dio libertad para que cada uno interpretara el problema, pero se hizo énfasis en la pregunta formulada.(Anexo 10)

Igual, se hizo en la aplicación del siguiente instrumento (ilustración 6). Aunque los datos eran los mismos, la pregunta era diferente a la planteada en el instrumento anterior y se buscó observar si los niños encontraban alguna diferencia entre una pregunta y la otra y la forma como daban respuesta a cada una de ellas.

Vamos a resolver problemas		
_En un juego de bolos tenemos 10 de estos.		
En  el lanzamiento, Felipe tumba 3.		
En el  lanzamiento tumba 5		
¿Cuántos bolos tumbó Felipe? 		
 Lanzamiento	 Lanzamiento	

Ilustración 6 PVEA

Con esta actividad se buscó que el estudiante recurriera a diferentes registros para representar la situación narrada, a la vez, que permitiera al docente analizar los avances en la estrategia de conteo utilizada por el niño.

Actividad 9. Maratón “Juego de bolos inter cursos”

Se pretendió mediante el desarrollo de esta actividad, plantear problemas verbales de estructura aditiva, para que los estudiantes los resolvieran dentro del contexto inmediato.

Se invitó a los estudiantes del grado 101 a participar de una maratón de bolos. Luego de organizar las pistas para realizar el juego, la docente puso en conocimiento de los estudiantes las siguientes reglas:

- 1., Los participantes tienen derecho a dos lanzamientos y deben llevar la cuenta de la cantidad de bolos derribados tanto en el primer lanzamiento como en el segundo
2. Solamente contesta el niño al que se le pregunte por alguna de las situaciones.
3. Se da punto al curso por participante que derribe la mayor cantidad de bolos y un punto más al grupo cuyo estudiante de la respuesta acertada con respecto a la situación planteada.

Luego de aclarar las normas se dio inicio a la maratón.

Cada participante se ubicó en su respectiva pista, realizó el lanzamiento y luego respondió la siguiente pregunta: En el primer lanzamiento *¿cuántos bolos derribaste?* Luego de que cada uno respondió, se le hizo la siguiente pregunta al resto del grupo: *¿Cuál de los dos participantes va ganando?* A quién respondió se le preguntó: *¿Por qué crees que va ganando?* *¿Cuántos bolos debe derribar para igualar a su compañero?*

Se realizó el segundo lanzamiento para plantear otras situaciones como: *¿con cuántos bolos derribados ha finalizado su juego?* *¿Cuántos bolos le hicieron falta a cada jugador para completar la totalidad del juego?* Luego se le preguntó al grupo: *¿Cuál de los dos niños fue el ganador en este juego?* A quién respondió, se le preguntó: *¿Que te hace decir que él fue el ganador?* Preguntas similares se realizaron a cada una de las parejas que compitieron en la maratón. Al finalizar se hizo un recuento de los puntos obtenidos por cada curso y se sacó el ganador.

Desde el enfoque de la EPC esta actividad es considerada como el proyecto final de síntesis y persigue observar los desempeños de comprensión alcanzados por los estudiantes. Por lo anterior, los problemas verbales planteados responden a diferentes estructuras (cambio, comparación e igualación) y son seleccionados por la docente de acuerdo a la dinámica misma de la actividad. Para la realización de esta actividad se parte de las actividades previas que permitieron a los estudiantes familiarizarse con las reglas del juego, los registros de puntuación

y las preguntas asociadas a las posibles situaciones de estructura aditiva que emergen del contexto del juego de los bolos.

3.7.1.2 Estrategia 2: El juego de la Torre

El juego de la Torre consistió en lanzar una pelota desde una distancia convenida para tumbar una torre, (bien sea pateando la pelota o lanzándola con las manos) conformada por diez de latas de gaseosa vacías, las cuales fueron etiquetadas con un número que representa un puntaje entre 1 y 3. En la etiqueta se apoyó la representación simbólica del número con una representación de puntos para ayudar al niño a realizar el conteo de los puntos.



Ilustración 7 Latas que conforman la torre

A diferencia del juego de los bolos, los estudiantes ya no tomaron una ficha representativa del objeto concreto, sino que llenaron una tabla de registro de puntajes. Se motivó a los estudiantes para que realizaran sus propias formas de registro. Podían hacer rayas, puntos o escribir los números. Esta estrategia se desarrolló mediante la realización de 7 actividades, enunciadas a continuación.

3.7.1.2.1 Desempeños preliminares o etapa de exploración

Actividad Número 1: Vamos a construir torres

Se pretendió motivar a los estudiantes en el desarrollo de su imaginación y creatividad mediante la propuesta de la construcción de torres, utilizando una determinada cantidad de bloques.

Materiales: Paquetes de bloques de madera (uno por cada grupo)

La actividad inició dando oportunidad a los estudiantes de armar torres, en un determinado tiempo utilizando bloques (un paquete por cada grupo). Transcurrido el tiempo se hicieron las siguientes preguntas: *¿Qué grupo construyó la torre más alta? ¿Cuántos bloques utilizaste para construir esta torre? ¿Qué grupo construyó la torre más baja? ¿Con cuántos bloques construyeron la torre más baja? ¿Cuántos bloques de más, tiene la torre alta, que la torre baja? ¿Hubo grupos que construyeron torres de igual tamaño? ¿Con cuántos bloques la construyeron?*

3.7.1.2.2 Segunda fase o etapa guiada.

Actividad Número 2: Contando y contando, muchas latas voy enumerando.

Con el desarrollo de esta actividad, se buscó observar las estrategias de conteo que utilizaban los estudiantes.

Los estudiantes observaron un grupo de las latas dispuestas en forma horizontal y un grupo de latas dispuestas en forma circular, y luego realizaron los respectivos conteos. A partir de dicha observación se realizaron las siguientes preguntas:

1. *¿Cuántas latas hay en la formación horizontal?*
2. *¿Cuántas latas hay en la formación circular?*
3. *¿Qué puedes hacer para saber cuántas latas hay de cada puntaje?*
4. *¿Cuántas latas son de tres puntos?*
5. *¿Cuántas latas tiene asignado un puntaje de dos?*
6. *¿Cuántas latas representan un punto?*

Actividad Número 3: Representación gráfica de latas mediante una instrucción dada verbalmente

En el desarrollo de esta actividad se pretendió que los estudiantes establecieran la diferencia con respecto a cuándo se realiza el conteo de latas y cuando se debe realizar el conteo de los puntos obtenidos en cada una de las latas. (Aquí el número se trabajó desde otro contexto: para identificar). Además, se buscó reforzar el nivel de atención de los estudiantes, mediante instrucciones dadas para realizar conteos y representación de las latas observadas.

Inicialmente se hizo entrega de una guía, (Anexo 11) con diferentes instrucciones, las cuales fueron dadas en forma verbal por la docente, para que los niños la desarrollaran gradualmente. Las instrucciones dadas fueron las siguientes:

Tabla 9 Guía con instrucciones para la representación gráfica de las latas

Observa las latas dispuestas sobre la mesa y a continuación:
1. Dibuja la cantidad de latas contadas
2. Dibuja la cantidad de latas que observas con un puntaje de 1
3. Dibuja la cantidad de latas que contaste con un puntaje de 2
4. Dibuja la cantidad de latas observas con un puntaje de 3

Actividad Número 4: El que escucha y observa...muchas latas con puntos conserva

En esta actividad a cada integrante se le asignó un número de identificación el cual sirvió como pista para realizar la acción. Los estudiantes debían estar atentos al número que se dijera y si era el propio debía correr a buscar la lata solicitada. Ej. : *“El estudiante con el número cinco , debe traer latas de 2 puntos”* El equipo ganador sería el que acumulara la mayor cantidad de puntos.

Luego, los equipos se reunirían para contar la cantidad de puntos que acumularon. Se plantearon las siguientes preguntas: *¿Qué cantidad de puntos obtuvo tu equipo? ¿Cuál equipo obtuvo mayor cantidad de puntos? ¿Cuál equipo obtuvo menor cantidad de puntos? ¿Cuáles equipos quedaron empatados al obtener igual cantidad de puntos?*

Actividad Número 5: Contando y contando...Latas voy acumulando

En esta actividad se pretendió observar la forma estratégica utilizada por los estudiantes para realizar el conteo de una forma más eficaz.

Materiales: Latas de gaseosa rotuladas con puntos de uno a tres.

En esta ronda se le propuso a los diferentes grupos que realizaran el conteo de las latas dispuestas en las respectivas mesas pero clasificándolas de acuerdo a los puntos que las

componían. Se les aclaró que pueden reorganizarlas de tal forma que le quedara fácil hacer la clasificación y conteo de las mismas.

Actividad Número 6: Juguemos a derribar la torre.

El juego de la Torre consistió en lanzar una pelota desde una distancia convenida para tumbar una torre de latas, que en este caso constaba de valores diferentes en los tarros a derribar: (3,3,2,2,2,1,1,1,1,1). Cada jugador pateó la pelota a una distancia previamente acordada, con la intención de tumbar la mayor cantidad de tarros. En cada turno el jugador tuvo la oportunidad de realizar un lanzamiento. Cada que participaba un jugador, se armaba nuevamente la torre, para que los estudiantes tuvieran las mismas posibilidades de iniciar el juego.

Para registrar la cantidad de puntos acumulados, el jugador tomó las latas derribadas, se dirigió a la mesa y registró la información en la tabla que le correspondía (Anexo 12). Se buscó observar la forma como el estudiante representó los puntos obtenidos de acuerdo a las latas que derribó, para luego dar solución al PVEA planteado.

El juego finalizó cuando cada jugador realizó tres lanzamientos. El ganador del juego fue quien acumuló más puntos

3.7.1.2.3 Etapa final o proyecto final de síntesis

En esta etapa ya se inició la aplicación de estrategias de resolución de problemas de estructura aditiva, donde los niños evidenciaron su nivel de avance en cuanto a la aplicación de las diferentes estrategias de conteo adquiridas o potenciadas en la fase anterior

Actividad Número 7: Resolvamos PVEA.

Se propusieron situaciones desde el contexto del juego de la torre para acercar a los estudiantes a la resolución de PVEA de cambio.

Se dispusieron de las latas utilizadas en el juego de la Torre con el fin de que los niños que necesitaran modelar la situación pudieran hacerlo; puesto que al fomentar el empleo de ayudas concretas, especialmente con los estudiantes que así lo requieren es una buena estrategia sobre todo cuando se trabaja con problemas de enunciado verbal. (Baroody A. J., 2000). De igual forma se le entregó a cada estudiante una guía con los PVEA planteados, los cuales fueron enunciados uno a uno por la docente

La guía entregada contenía los siguientes problemas:

1. En el juego de la torre, Julián derriba primero  con esos puntos y luego derriba una más con  puntos. ¿Cuántos puntos obtuvo en total Julián?

2. Si derriba  y  que puntaje acumula?

3. De  que forman la torre, Julián tumba  ¿Cuántas latas quedaron en pie?

Ilustración 8 Guía de preguntas realizadas

De acuerdo a los planteamientos de Ginsburg y Houlihan, (1981); Baroody. (1984) y Carpenter y Moser, (1984); citados por Angulo y Herrera en (2009) debido a la presencia de las latas, era probable que los niños recurrieran a la estrategia de “contar todo” para dar respuesta a la situación planteada. Para los niños que no encontraron la forma de dar solución a la situación, se procedió a modelar la situación.

La idea de esta actividad fue observar el tipo de estrategia de conteo que aplicaban los estudiantes para dar respuesta a la situación planteada.

Actividad Número 8: Sigamos resolviendo PVEA.

Luego de jugar a la torre donde lo que se pretendió fue llevar la cuenta de latas derribadas. Se plantearon situaciones contextualizadas como *¿cuántas latas tumbaste? ¿Si quisieras acumular 15 latas y tumbaste 7 latas ¿cuántas latas más debes tumbar?*, Se realizó la modelación de la situación por parte de los estudiantes, varias veces con el fin de contextualizarla. Luego se les entregó a los estudiantes la guía (Anexo 13) para que los estudiantes representaran la situación.

Se aplicó dos tipos de problemas: el primero con representaciones gráficas (Anexo 14) y un segundo sin ellas (Anexo 15). Se les enunció el problema a los estudiantes con dificultad para realizar la lectura del mismo

Nombre: _____		
Sigamos resolviendo problemas		
Jugando a la torre		
Sebastián tenía 9 de estas latas formando la torre. Cuando lanza la pelota, tumba algunas de ellas. ¿Cuántas latas quedaron en pie?		
Torre para iniciar el juego 	Latas derribadas 	Latas sin derribar 
¿Cuántas latas forman la torre? <input style="width: 50px;" type="text"/>		
¿Cuántos puntos en total hay en la torre? <input style="width: 50px;" type="text"/>		

Ilustración 9 Formato de aplicación del problema con representación gráfica

Al finalizar el juego de la torre quedan en pie 9 latas, después de caerse 6 latas. ¿Cuántas latas había al principio?		
Latas en pie	Latas que se cayeron	Latas que tenía la torre al principio
Nombre: _____		

Ilustración 10 Formato de problema con enunciado verbal

CAPITULO IV

4. Resultados y análisis de la investigación

Con el fin de identificar el tipo de estrategias de conteo utilizadas por los estudiantes y la forma como estas estrategias de conteo son utilizadas para resolver los problemas verbales de estructura aditiva, se realiza el análisis de la información desde dos perspectivas:

Las observaciones obtenidas durante la implementación de cada una de las estrategias de intervención actividad por actividad.

La clasificación de evidencias de acuerdo a las categorías iniciales de análisis.

4.1 Análisis de las observaciones obtenidas durante la implementación de cada una de las estrategias de intervención actividad por actividad.

4.1.1. Estrategia 1: El juego de los bolos

Durante la implementación de la estrategia del juego de los bolos se evidenciaron diferentes formas como los estudiantes abordaron situaciones de cuantificación. A continuación, se realiza una descripción detallada de las observaciones realizadas por la investigadora durante la aplicación de cada actividad

Actividad 1: El juego de los bolos

Al indagar sobre el conocimiento del juego de los bolos el 80% de los niños desconocían el juego. Los restantes confirmaron que si habían jugado en compañía de sus papás. Ante las diferentes preguntas realizadas y con las respuestas dadas por los estudiantes, se evidenció poco conocimiento del juego por parte de los niños. Por lo tanto se procedió a mostrarles un video en el que un niño jugaba a los bolos; de esta forma se familiarizó a los estudiantes con la dinámica del juego y el vocabulario propio del mismo. El video proyectado se puede encontrar en el siguiente enlace:

<https://awwww.youtube.com/wtch?v=dJCWQB9GKEI>.

En el transcurso de la proyección del video, se realizaron pausas (P) con el fin de realizar preguntas relacionadas con situaciones de conteo.

P.1 (2:16) *¿Cuántos bolos hay antes de que el niño realice su lanzamiento?* (10)

Para dar respuesta a este cuestionamiento, los estudiantes recurrieron a realizar conteos sobre la imagen proyectada. Se pudo observar que la mayoría de los niños *contaban en voz alta* y siguiendo un ritmo a medida que intentaban *señalar con los dedos*; otros tantos lo hicieron en voz baja. Se puede asociar esta estrategia con el principio de correspondencia uno a uno según lo conceptualizado por Gelman y Gallistel citados por Bermejo (1991); en el que los niños recurren a señalamientos externos o movimientos de su cabeza acompañados de la verbalización de la secuencia numérica, en otras palabras, separaron y etiquetaron cada objeto para su conteo.

No obstante, cuando se indagó sobre la cantidad de bolos proyectados en la pantalla, ninguno de los estudiantes acertó con la cantidad de bolos en la imagen (10). Algunas de las repuestas fueron inferiores a la cantidad real de bolos lo que permitió inferir que desde su lugar de observación y por la calidad de la imagen no identificaron la cantidad real. Esto se corroboró al invitar a algunos estudiantes a realizar el conteo cerca a la pantalla y se observó que al realizar el señalamiento uno a uno omitían dos de los bolos que por la ubicación de la cámara se encontraban en la parte posterior.

Por otro lado, un grupo de estudiantes reportó un valor mayor (14, 16) lo que puede estar asociado a desconocimiento de la serie numérica o por que simplemente no realizaron el conteo solicitado.

Ante la dificultad de encontrar la cantidad exacta de bolos se procedió a realizar el conteo por parte de la profesora, para que identificaran que en realidad habían 10 bolos en la imagen.

Se continuó con la proyección del video. En esta sección el niño que aparece en el video realiza un lanzamiento en el que derriba 6 de los bolos. Se detuvo la imagen y se preguntó a los estudiantes: *¿Cuántos bolos quedaron en pie?* Nuevamente se observó que realizan *conteos moviendo la cabeza, señalando con los dedos, pronunciando en voz alta y unos pocos en voz baja*. En esta ocasión un grupo significativo de estudiantes reportó que eran cuatro los bolos que habían quedado en pie. Se continuó rodando el video y se realizó una nueva pausa para hacer la siguiente pregunta: *¿Cuántos Bolos tumbo el niño?* En esta ocasión se evidenció dificultad por

parte de los estudiantes para responder, ya que no les fue posible contar sobre la imagen los bolos derribados, los niños dieron cantidades aleatorias 2, 5. Se siguió proyectando el video, se pausó nuevamente en el minuto (3:07) y se preguntó *¿Cuántos bolos más tumbó el niño?*, a lo que respondieron con gran facilidad, que *el niño tumbó 2 bolos*.

Se hizo la pregunta *¿cuántos bolos había tumbado antes el niño?* (contestaron que 4 bolos). Luego, se preguntó: *¿cuántos bolos tumbó en el siguiente lanzamiento de la bola?* (respondieron que 2 bolos) se preguntó *¿cuántos bolos en total tumbó el niño?* En ese momento se observó gran confusión: muchos respondieron sin pensar, dieron respuestas sueltas o repitieron lo que decían otros compañeros. Solamente una estudiante pudo dar razón de su respuesta la cual respondió que: *“el niño tumbó en total 6 bolos”* explicó: *“porque tumbó 4 y tumbó 2, le quedan...”* Vaciló para contestar pero se le preguntó nuevamente contextualizándole la situación: *“si el niño primero tumbo 4 bolos y luego tumbó otros 2”...*, la niña representó con sus dedos y luego afirmó: *“el niño tumbó 6 bolos”*. Continuaron viendo el video.

Para finalizar esta sesión se hizo retroalimentación acerca de la cantidad de bolos con los que se inicia el juego, la forma de ubicarlos antes de empezar a jugar y la forma como se debe llevar la cuenta de las rondas jugadas.

Actividad Número 2: Juguemos a los bolos

Se presentó a los estudiantes la situación a la cual se iban a enfrentar durante el desarrollo de la actividad. Con respecto al desarrollo de esta actividad se pudo observar que:

Fueron creativos para dar el nombre a su equipo (Mostraron preferencia por nombres de animales) probablemente porque lo relacionaron con el proyecto de aula. Cada equipo respetó los acuerdos hechos previamente, de tal forma que uno a uno de los integrantes de cada grupo pasó a realizar su lanzamiento equivalente a la primera ronda.

Antes de lanzar se les pidió que contaran la totalidad de los bolos. Aquí se pudo observar como norma general que la gran mayoría contaron desde la distancia uno a uno los bolos, casi siempre señalando con los dedos, moviendo la cabeza.

En la primera ronda se observó que los niños aplicaban la estrategia de conteo uno a uno (Principio de correspondencia uno a uno), se acercaban y contaban los bolos tumbados y luego

repetían el proceso contando y separando la misma cantidad de pegatinas para luego ubicarlas en la tabla de registro. Hubo estudiantes que al momento de contar, se saltaron algunos bolos.

El estudiante, realizó un conteo directo sobre los objetos concretos, Algunos estudiantes hicieron este conteo señalando los bolos derribados, (ilustración 11) en otros estudiantes se presentó la necesidad de separar los derribados del conjunto inicial (ilustración 12). Luego, el estudiante trasladó la cantidad de bolos derribados sustituyéndolos por las pegatinas (objeto de fácil manipulación) a la tabla de registro ubicada en la pared. (Ilustración 13)



Ilustración 11 Conteo por agrupación de objetos



Ilustración 12 Conteo directo de objetos concretos

A hand-drawn table on a piece of cardboard. The title is "NOMBRE DEL EQUIPO: TIGRES". The table has four columns: "1ra Ronda", "2da Ronda", and "Total". The "1ra Ronda" column contains several rows of green and blue stickers. The "2da Ronda" column is empty. The "Total" column is empty. There are some faint markings in the first two rows of the table.

NOMBRE DEL EQUIPO: TIGRES			
	1ra Ronda	2da Ronda	Total
	Green stickers		
	Blue stickers		
	Green stickers		
	Blue stickers		
	Green stickers		
	Blue stickers		
	Green stickers		
	Blue stickers		
	Green stickers		
	Blue stickers		

Ilustración 13 Tabla de registro de la primera ronda

Al realizarles la pregunta *¿Cuántos bolos derribaste?* , se observa que los niños se acercan y cuentan los bolos que tumbaron, *nuevamente algunos con señalamiento, otros separándolos uno a uno (proceso de partición, a la vez que etiquetaban)*. A la pregunta *¿Cuántos bolos quedaron en pie?* Nuevamente contaron para responder. Algunos estudiantes necesitaron ayuda por parte de otros compañeros puesto que olvidaban la cantidad que habían tumbado.

Al momento de realizar la segunda ronda del juego, los niños mostraron gran motivación, además como esta segunda ronda se realizó en un campo más abierto se prestó para que se desarrollaran con mayor facilidad e independencia para que cada equipo fuera desarrollando la dinámica del juego en forma más autónoma.

Para dar respuesta a la primera pregunta: De los 10 bolos con los que iniciaste el juego *¿Cuántos bolos tumbaste en la primera ronda?* , los estudiantes se remitieron a la tabla y ubicaron la cantidad de bolos, un grupo significativo de estudiantes se acercaron a la tabla de registro y contaron sobre la imagen uno a uno los bolos derribados; otro grupo de estudiantes dieron la respuesta sin realizar el conteo oral, *solamente observaron y luego dijeron la cantidad es decir dieron la respuesta mediante Subitización*; otros estudiantes realizaron la cuantificación a partir de una distancia prudente señalando con el dedo los objetos representados en la tabla .(Ilustración 14). Se les preguntó *¿con qué número pueden relacionar la cantidad correspondiente a ninguno?*, a lo que respondieron que “con el número cero”. Se observó que varios estudiantes requirieron realizar *reconteo de la cantidad tumbada* para poder ubicarla en la tabla.



Ilustración 14 Conteo de objetos sobre la tabla

Segunda pregunta: *¿Con cuántos bolos debes iniciar la segunda ronda?*

Se presentó bastante dificultad para dar respuesta a esta pregunta. Se observó dificultad para relacionar la cantidad acumulada en la primera ronda con el proceso de ubicar los bolos con los que deben iniciar la segunda ronda (ej. Se le preguntó a una niña por la cantidad de bolos tumbados en la primera ronda, respondió: " 8 bolos", y *¿cuántos debes dejar en pie?* respondió:

"10 bolos". Hubo necesidad de modelarle la situación: 10 bolos de los cuales sustrajo 8 y luego observara los que quedaban. Esta misma situación se presentó en gran cantidad de estudiantes, con los cuales se realizó el mismo proceso

Tercera pregunta: *¿Cuántos bolos tumbó en la segunda ronda?*

Para responder la tercera pregunta se observó que si la respuesta hacía referencia a cantidades menores, ya no realizaban conteo,, sino que simplemente responden: 1, 2, 3. Lo cual es evidencia procesos de subitización.

Actividad. 3 ¿Quién va ganando?

En el desarrollo de esta actividad, pasaron varios estudiantes a realizar los conteos totales de las rondas jugadas y de esta forma dieron respuesta a las siguientes situaciones:

*¿Cuántos bolos tumbaste en la primera ronda? ¿Cuántos bolos, tumbaste en la segunda ronda?
¿Cuántos bolos tumbaste entre la primera y segunda ronda? ¿Quién en el equipo tumbó mayor cantidad de bolos? ¿Quién en el equipo tumbó menor cantidad de bolos?.*

Para responder a las diferentes preguntas, los niños se remitieron a la observación de la tabla, (Ilustración 15), realizando *conteos uno a uno, partiendo desde el primer elemento del conjunto inicial y conectando la última etiqueta pronunciada con el primer elemento del segundo conjunto y de esta forma dar cuenta de una cantidad final*, la cual en la mayoría de los casos fue expresada *con el símbolo o numeral*. De igual forma, la docente investigadora observó que varios estudiantes presentaban dificultad al realizar la grafía de los números 3, 5, 7



Ilustración 15 Conteo total sobre la tabla

Etapa final o proyecto final de síntesis

Durante el desarrollo de esta etapa, se buscó observar la forma como los estudiantes avanzaban en los diferentes tipos de estrategias de conteo y en la forma como las utilizaban para dar respuesta a los PVEA

Actividad 4. Representando cantidades acumuladas

Los estudiantes ubicados en las mesas conformando los equipos participantes en el juego, dibujaron en sus cuadernos, la tabla de datos para representar las cantidades acumuladas durante el juego. Luego de dibujar la tabla de datos, escribieron los nombres de los integrantes de su equipo, para proceder a representar las cantidades acumuladas por cada uno y dar cuenta de la cantidad final. La docente aclaró que dichas cantidades las podían representar de la forma como ellos quisieran. En el transcurso de esta actividad se observó la dificultad por parte de muchos de los estudiantes para dibujar la tabla; razón por la cual se abrió un espacio para dar instrucciones detalladas sobre la forma de realizar tablas en el cuaderno. Un grupo propuso intercambiar cuadernos para que cada integrante escribiera su nombre donde le correspondía y de esta forma podían completar la tabla con mayor rapidez, ya que apenas iniciaban procesos de escritura y se presentaba la dificultad para transcribir. Esta idea fue asumida por el resto de los grupos. Los datos representados en las tablas fueron transcritos al cuaderno, pero se observó que en lugar de dibujar los bolos, recurrieron a realizar las representaciones observadas en la tabla, de forma diferente. Este tipo de representación corresponde al nivel de cuantificación con representaciones gráficas. Al no disponer de los objetos concretos, los estudiantes recurrieron a representaciones esquemáticas como palos, bolitas, puntos y sobre ellas realizaron el conteo (ilustración 16)

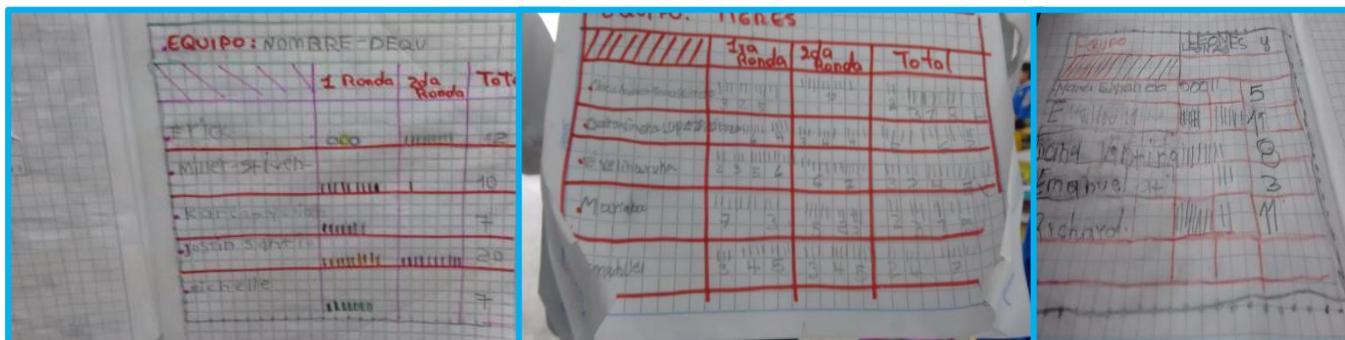


Ilustración 16 Diferentes formas de representar Cantidades

A continuación se realiza la transcripción de un video donde se le pidió a una estudiante que contestara algunas preguntas a partir de lo realizado en su tabla: *¿Cuántos bolos tumbaste en la primera ronda?* La estudiante señaló la casilla correspondiente y contestó que “cinco” (Ilustración 17). Luego se le preguntó: *Y en la segunda ronda, ¿Cuántos bolos tumbaste?*, respondió de inmediato que “tres”. *¿En total cuantos bolos derribaste?* Se observó que la estudiante utilizó los dedos para separar y expresar las cantidades de las dos rondas, no realizó el conteo sobre las representaciones, sino que lo realizó utilizando los dedos, luego contestó que “ocho” (Ilustración 18), Se le solicitó que siguiera observando la tabla y contestara: - Lizeth Tatiana *¿cuántos bolos derribó en la primera ronda?*...Para dar la respuesta, la estudiante señaló con el dedo uno a uno los palitos que representan cada uno de los bolos y a medida que los cuenta no se detiene al finalizar la cantidad de la primera ronda, sino que continua el conteo adicionando los de la segunda ronda. Se le repite nuevamente la pregunta, pero la estudiante reafirma la respuesta. Se le pregunta: *¿ y en la segunda ronda?*, contesta sin vacilar que “2” La docente pregunta: *¿cuántos bolos tumbó en total?*; Responde que “10”.

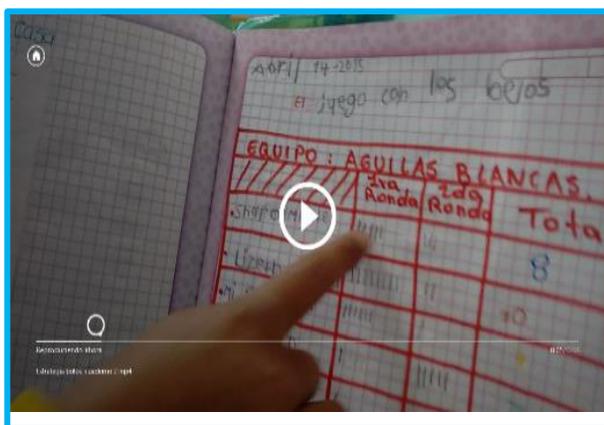


Ilustración 17 Conteo sobre representación gráfica.



Ilustración 18 Conteo utilizando los dedos

En el desarrollo de esta actividad, la mayoría de los estudiantes realizaron las representaciones de la cantidad de bolos en la tabla por medio de diferentes representaciones gráficas como bolitas, palitos, puntos y números o combinaciones de estas. Es importante resaltar que estas representaciones auxiliares fueron utilizadas para realizar el conteo total sobre ellas. Como generalidad se observa que utilizaron el registro simbólico para expresar la cantidad final (Ilustración 19)

EQUIPO	TSAGAS	Bolos	Total
	1	4	5

Ilustración 19 Cantidad final con registro Simbólico.

Actividad 5. Encuentra la cantidad que hace falta

En la realización de esta actividad, se pretendió observar el avance en las estrategias de conteo aplicadas por los estudiantes en la resolución de PVEA De Cambio Creciente con cantidad final desconocida (Anexo 8). A manera de enunciado verbal se contextualizó la situación con el fin de ubicar a los estudiantes para que luego resolvieran las diferentes situaciones planteadas en la tabla:

“Varios de tus compañeros se fueron a jugar a los bolos y al terminar el juego, quisieron saber sus puntajes. Ayudemos a saber cuántos bolos tumbó cada uno.

En el desarrollo de esta actividad se observó lo siguiente:

Dificultad para comprender la instrucción dada. Algunos estudiantes no realizaron conteos en forma correcta. Se presentó dificultad por parte de los estudiantes para diferenciar la intención del arreglo tabular y la información requerida en cada columna. Se hizo necesario realizar ajustes a la guía para facilitar la comprensión de los datos que se esperaban recolectar en la tabla por parte de los estudiantes. El tipo de problema planteado, combinó en los datos, etiquetas e imágenes que representaban los objetos concretos, hecho por el cual varios estudiantes recurrieron a convertir la etiqueta en hecho concreto, realizando marcas respectivas debajo o alrededor del numeral.

De acuerdo con lo anterior y citando a (Baroody A. J., 2000),

“Cuando al niño se le presenta un tipo de problema con el cual no está familiarizado, busca idear una estrategia que lo lleve a encontrar la solución de dicho problema. Inicialmente los niños emplean objetos reales o concretos para representar las cantidades dadas en el problema, realizan acciones que determinan la operación aritmética y finalmente cuentan para dar una respuesta. Para los problemas de cambio, tanto creciente como decreciente, los niños de 5 y 6 años de edad recurren en la mayoría de los casos a emplear estrategias de forma concreta la cual consiste en contar todos los objetos” Baroody, (2000)p. 233

Se observaron las siguientes estrategias de conteo para dar solución a la situación planteada:

Estudiantes que requirieron *representar la cantidad numérica de forma icónica* (imagen de bolos), y además para responder a las situaciones PVEA, idearon una estrategia más breve como fue la representación de la cantidad por medio de puntos y de esta forma poder conectar con el siguiente elemento del segundo y tercer conjunto (Ilustración 20)

JUGADOR	Lanzamiento N. 1	Lanzamiento N. 2	Lanzamiento N. 3	total
NICOLAS	4. •• ••	5. ••••	4. ••••	13
ALEJANDRO	6. ••••••	3. •••	2. ••	11
PAULA	8. ••••••••	2. ••	1. •	11
DANA	7. •••••••	2. ••	5. •••••	14
KAREN	9. •••••••••	1. •	2. ••	12

Ilustración 20 Representación de cantidades en forma mixta

Estudiantes que representaron *el numeral con palitos* y *la figura iconográfica con numeral*. En la última situación recurrió a hacer punticos (ilustración 21)

JUGADOR	Lanzamiento N. 1	Lanzamiento N. 2	Lanzamiento N. 3	total
NICOLAS	4 	3 ○○○	2 ○○	9
ALEJANDRO	6 	2 ○○	3 ○○○	11
PAULA	8 	3 ○○○	3 ○○○	14
DANA	7 	3 ○○○	3 ○○○	13
KAREN	9 ●●●●●●●	2 ○○	1 ○	12

Ilustración 21 Otra forma de representar las cantidades

En otra muestra se observó inicialmente la representación de la cantidad numérica en forma iconográfica (para las dos primeras situaciones) Luego se observó que el estudiante no necesito hacer más esta representación (ilustración 22)

JUGADOR	Lanzamiento N. 1	Lanzamiento N. 2	Lanzamiento N. 3	total
NICOLAS	4 ○○○○	3 ○○○	5 ○○○○○	12
ALEJANDRO	6 ○○○○○	2 ○○	3 ○○○	11
PAULA	8 ○○○○○○	3 ○○○	3 ○○○	14
DANA	7 ○○○○○○	3 ○○○	3 ○○○	13
KAREN	9 ○○○○○○○	2 ○○	1 ○	12

Ilustración 22 Representación mixta de las cantidades

Actividad 6. Sigo buscando cantidades

Teniendo en cuenta que con la aplicación del instrumento anterior se evidenciaron varias falencias en cuanto a su estructura y ello creo cierto grado de confusión en los estudiantes a la hora de hallar el dato final solicitado, se llevó a cabo una nueva sesión pero con la aplicación del instrumento mejorado y con el planteamiento de PVEA de Cambio Creciente para hallar la cantidad inicial desconocida (Anexo 6) Se modificó el encabezado y además se redujo la cantidad de participantes, dado que ya la mayoría de los niños ya reconocía la dinámica del procedimiento.

Se les planteó las situaciones verbalmente:

1. Julián ha tumbado algunos bolos, en la segunda ronda tumba 4 bolos y en la tercera ronda tumba 6 más. Al terminar el juego cuenta 10 bolos. ¿Cuántos bolos tumbó en la primera ronda?
2. Sara también ha tumbado algunos bolos en su primer lanzamiento, en el segundo lanzamiento tumba 2 más y en el tercer lanzamiento tumba 6 más. Al terminar el juego cuenta 11 bolos. ¿Cuántos bolos tumbó Sara en la primera ronda?

En el análisis del instrumento se observó lo siguiente:

Algunos estudiantes usaron diferentes colores para diferenciar una ronda de la otra (ilustración 23) Otro grupo de estudiantes en el conjunto total, encerraron los bolos correspondientes a cada una de las rondas, dejando por fuera los sobrantes los cuales expresaron que eran los que correspondían a la primera ronda o la cantidad desconocida que estaban buscando (ilustración 24) En otros casos en el conjunto total, colorearon los bolos correspondientes a cada ronda y los que quedaron sin colorear fueron asumidos como los correspondientes al conjunto inicial o dato faltante.(Ilustración 25). Un grupo de estudiantes representó la cantidad desconocida de forma icónica (palitos) (Ilustración 26), La gran mayoría de los estudiantes recurrieron a la representación con el número. Llamó la atención el etiquetamiento que se hizo sobre cada una de las representaciones (Ilustración 27)

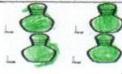
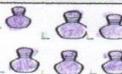
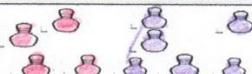
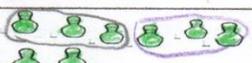
					Total
Julián					
Sara					
Michel					

Ilustración 23 Problemas Verbales de Estructura Aditiva Estrategia 1

					Total
Julián					
Sara					
Michel					

					Total
Julián		0			
Sara	3				
Michel	2				

Ilustración 24 Problemas Verbales de Estructura Aditiva Estrategia 2

					Total
Julián		1			
Sara	3				
Michel	2				

					Total
Julián		0			
Sara	3				
Michel	2				

Ilustración 25 Problemas Verbales de Estructura Aditiva Estrategia 3

					Total
Julián					
Sara					
Michel					

					Total
Julián					
Sara					
Michel					

Ilustración 26 Problemas Verbales de Estructura Aditiva Estrategia 5

					Total
Julián		1			
Sara	3				
Michel	2				

					Total
Julián		1			
Sara	2				
Michel	2				

Ilustración 27 Problemas Verbales de Estructura Aditiva Estrategia 4

Actividad 7. Calculando cantidad de bolos

Con la aplicación de esta actividad se evidenció como los estudiantes avanzaron en la emisión fragmentaria de la secuencia, ya no necesariamente iniciaban a partir del primer elemento, sino que realizaron el conteo partiendo de un numeral dado. Se observó que algunos estudiantes ubicaron el numeral, (algunos iniciaron la secuencia de la serie en voz baja, casi susurrando desde el uno, otros lo representaron con sus dedos) y pararon al nombrar el número que observaron en la guía, luego conectaron con el siguiente de la serie a la vez que señalaron una a una la representación gráfica, continuando *cuatro, cinco, seis, siete...* diciendo luego: “*son siete*” y escribieron el número “siete” (Ilustración 28)

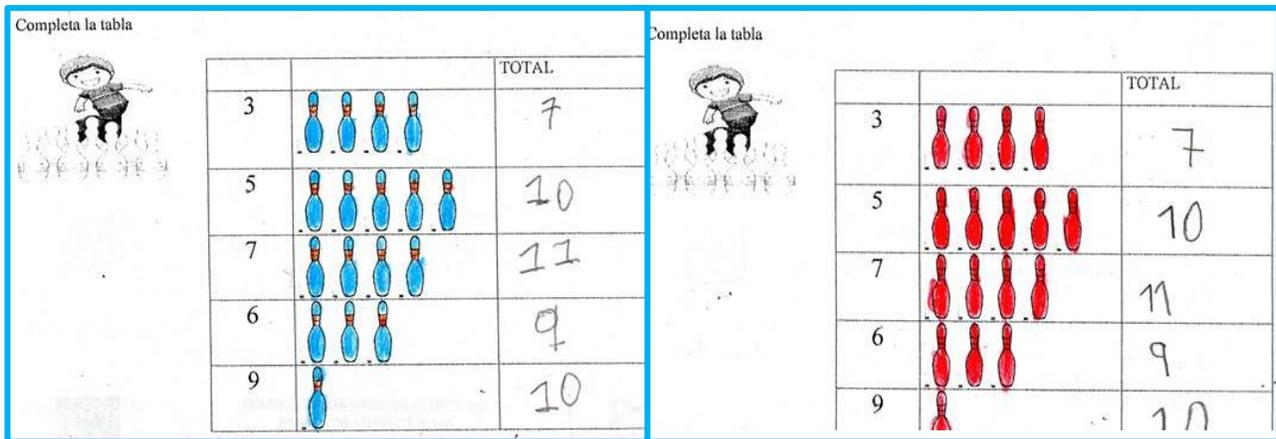


Ilustración 28 Conteo desde un Sumando

Actividad 8. Vamos a resolver problemas

Se inició la actividad, dando un momento para que los estudiantes desde su puesto visualizaran la cantidad de bolos. Se observó que varios estudiantes se pararon del puesto ante la necesidad de reafirmar con el conteo uno a uno, la cantidad de bolos expuesta en la situación planteada. Algunos estudiantes se levantaron del puesto y modelaron la situación, luego se dirigieron nuevamente al puesto y realizaron la representación.

La respuesta a la situación sobre *¿Cuántos bolos tumbó Felipe?* Fue modelada a través de acciones con los objetos concretos por parte de algunos estudiantes: ubicaban los 10 bolos, luego separaban los del primer lanzamiento, agregaban los del segundo lanzamiento y contaron la totalidad para luego dar la respuesta, seguidamente fueron al puesto y realizaron la representación gráfica en la hoja. Otros simplemente representaron la situación directamente en

la guía entregada, sin necesidad de mediación ni modelación. Se observó que varios estudiantes aún confundían la cantidad al momento de pasar de la representación con objetos concretos a la representación gráfica.

Para responder a la pregunta *¿Cuántos bolos quedaron en pie?*, se observó una situación similar a la anterior. Se observó también estudiantes que recurrieron a los dedos para representar la situación. La mayoría de los estudiantes respondió correctamente esta pregunta.

Actividad 9. Maratón “Juego de bolos intercambio”

Se pretendió mediante el desarrollo de esta actividad, plantear problemas verbales de estructura aditiva, para que los estudiantes los resolvieran dentro del contexto inmediato. (Ilustración 29)

El juego inició con la primera pareja de estudiantes, derribando cantidades diferentes de bolos se observó luego del primer lanzamiento que uno de los jugadores realizó el conteo de los bolos derribados antes de que se les hiciera la pregunta. A la pregunta *¿cuántos bolos derribaste?* El participante uno responde “*ocho bolos*”, luego de realizar el conteo señalando los objetos con el dedo. (Ilustración 30) El participante N° 2 también contó señalando los bolos y respondió que “*cuatro*”. Posteriormente se le hizo la siguiente pregunta al resto del grupo: *¿Cuál de los dos participantes va ganando?* A lo que varios estudiantes respondieron a la vez. Se realizó la observación para que respetaran el uso de la palabra y controlaran los impulsos. Se le dió la palabra a una estudiante quien dijo el nombre del estudiante que iba ganando. Seguidamente se le preguntó: *¿Por qué crees que va ganando?* Respondió “*porque ha derribado más bolos*” Se le preguntó *¿Cuánto significa ese más?* Desde su puesto cuenta señalando con el dedo y responde “*ocho*”. Se le preguntó: *¿y cuántos derribó el otro participante?*, respondió “*cuatro*” Se le preguntó: *¿Cuántos bolos debe derribar el jugador N° 2 para empatar al jugador N° 1?* Respondió sin vacilar “*cuatro*”. Se realizó el segundo lanzamiento: y se le preguntó a cada uno de los jugadores *¿con cuántos bolos derribados ha finalizado su juego?* Participante uno: “*con dos*”, pero luego rectifica la respuesta y aclara que con “*ocho*”. Se le preguntó: *¿Cuántos bolos faltaron por derribar para completar el arreglo?*. Respondió sin vacilar y mostrando dos dedos que “*dos*”. Participante 2 *¿Cuántos bolos derribaste en el primer lanzamiento?*: Pensó y luego respondió: “*cuatro*” pero recontó señalando con los dedos y dijo: “*tres*”, se le hizo nuevamente la pregunta y respondió “*cuatro*” y en el segundo lanzamiento?, respondió “*uno*” observó el juego y

corrigió la respuesta: “dos”. Se le preguntó: *¿Cuántos bolos en total has derribado?* , Los contó sin señalar, pero realizó movimientos con la cabeza por cada bolo contado y contestó: “seis” Se preguntó: *¿Cuántos bolos te hicieron falta para completar la totalidad de los bolos?* A lo que respondió al instante: “cuatro” Se le preguntó al resto del grupo: *¿Cuál de los dos niños fue el ganador en este juego?* Un estudiante dio el nombre del niño ganador, se le preguntó: *¿Que te hace decir que él fue el ganador?* Respondió: “Porque tiene una mayor cantidad de bolos derribados que son ocho, en cambio Johan primero derribó cuatro y luego dos”, representó con sus dedos y luego dijo: “seis”



Ilustración 29 Torneo bolos inter-cursos



Ilustración 30 Conteo realizado a partir de una distancia determinada

Segunda pareja: EL estudiante N°1 Contestó la primera pregunta sin vacilar “ocho” Se evidenció un proceso de Subitización. El estudiante N°2, contestó: “ninguno”. Se le realizó la pregunta: *¿Cuántos necesitas para alcanzar a tu compañero?* Para responder, vaciló y luego representó con los dedos en una mano “cinco” y en la otra “tres” y respondió: “cinco y tres”. Se le preguntó *¿cuánto son cinco y tres?* A lo que respondió “ocho”.

Se realizó el segundo lanzamiento y se preguntó: *¿Cuantos bolos le hicieron falta a Lizeth para alcanzar a Andrei?* Se solicitó a los estudiantes que tomaran un tiempo para pensar, sin

embargo varios estudiantes dieron respuestas al azar: “*siete, nueve, cuatro, cinco*” ...la docente repitió nuevamente la pregunta y le dió la palabra a una estudiante. Ella respondió que “*siete*” a lo que se le preguntó: *¿por qué dices que le hicieron falta 7 bolos?* Respondió “*porque Andrei derribó más que Tatiana*” se le preguntó *¿cuántos?* Respondió “*ocho*” y Lizeth Tatiana, respondió “*tres*” Se preguntó: *¿Cuántos bolos más derribó Andrei que Lizeth Tatiana?* Contestó “*ocho*”. Se le repitió nuevamente la pregunta. La estudiante se mostró confundida y escuchó a otro compañero que dijo “*cinco*” y ella repitió esa cantidad.

La situación presentada por la tercera pareja fue aprovechada para plantear problemas de comparación. Se realizaron preguntas como: Si tu derribaste siete bolos y tu compañero derribó cuatro *¿Cuántos bolos más derribaste que tu compañero?* La estudiante respondió: “*siete*” se le hizo la pregunta nuevamente y reafirmó: “*siete*” se mostró confundida y finalmente repitió lo que los otros niños le dijeron: “*tres*” pero se evidenció que no hubo comprensión del problema.

Estrategia 2. El juego de la Torre.

Desempeños preliminares o etapa de exploración

Actividad N. 1: Vamos a construir torres

Una vez entregados cinco paquetes con 10 bloques de madera cada uno, los estudiantes dieron inicio a la actividad en grupo para armar torres con ellos. Durante la actividad mostraron gran interés por participar y se observó trabajo en grupo al momento de construir las torres. Muchos de los grupos armaron sus torres teniendo en cuenta patrones por color. Durante el conteo de los bloques que conformaban las torres algunos estudiantes identificaron que por cada color había 10 bloques.

Ante la pregunta *¿Cuántas fichas componen la torre formada por el grupo?* Los estudiantes realizaron el conteo uno a uno sobre los bloques que conformaban la torre (ver

ilustración 31). Se observó al momento de realizar conteo de los bloques que varios estudiantes (por lo menos uno en cada grupo) presentaba dificultad para realizar el conteo en forma correcta, requiriendo realizar un recuento para dar la cantidad exacta. Llamó la atención que al momento de solicitar a otro niño del mismo grupo, que continuara con el conteo donde lo dejó en compañero anterior; un grupo significativo inicia el conteo regresando al primer bloque de la torre para dar inicio a la secuencia nuevamente desde uno. Se observó aquí como un grupo de estudiantes al momento de resolver un PVEA de cambio recurren al primer elemento para dar inicio a la etiquetación de los elementos que componen el grupo de elementos a contar.

(Ilustración 32)



Ilustración 31 Conteo sobre objeto concreto



Ilustración 32 Conteo señalando el objeto

Etapas guiada

Actividad N. 2. Contando y contando, muchas latas voy enumerando

Se organizaron de manera lineal 16 latas de gaseosa y se solicitó a los estudiantes que determinaran la cantidad de latas. Se planteó al grupo la pregunta: *¿cuántas latas formadas en línea hay?* Se observó que algunos estudiantes iniciaron el conteo antes de formular la pregunta.

En cuanto a las estrategias de conteo utilizadas por los estudiantes se pudo apreciar diferentes estrategias para realizar el conteo (Ilustración 33), un grupo de estudiantes realizaron el conteo desde su puesto de trabajo, contaron las latas al tiempo que las señalaban con su dedo índice e iban repitiendo la secuencia numérica en forma ordenada de uno en uno “Estrategia 1” (Ilustración 33 y 34). Otro grupo requirió acercarse y realizar el conteo tocando cada una de las latas “Estrategia 2” (Ilustración 33 y 35).

Al terminar el conteo se encontraron inconsistencias en las respuestas (algunos afirmaron que contaron “*catorce latas, otros quince y otros dieciséis*”). Se pidió a una estudiante que se acercara a la mesa e iniciara nuevamente el conteo. Esta estudiante inició el conteo tocando cada una de las latas desde la última hasta la primera pero iniciando la secuencia numérica a partir del uno y terminando en dieciséis. Un segundo estudiante reconfirmó la cantidad. Un tercer estudiante se acercó a realizar el conteo, e inició como los dos anteriores, a partir de la última lata dispuesta, pero igualmente enumerando a partir del número uno. Llamó la atención que en su conteo tocó solamente las cinco primeras latas, luego continuó la serie limitándose solamente a señalarlas con el dedo, “Estrategia 3” (Ilustración 33 y 36) Realizó también el conteo correcto de la cantidad de latas dispuestas en la mesa. Una cuarta niña realizó el conteo tocando cada objeto. Se le pidió a una quinta estudiante que pasara a realizar el conteo; en esta estudiante se observó que

inicia por la izquierda, toca y cuenta a la vez cada lata, pero en determinado momento salta una de las latas continuando en forma normal con la serie, por lo tanto la cantidad final pronunciada es quince generando un error en el conteo por omisión de uno de los objetos. Se le solicitó a la estudiante que realice un recuento



Ilustración 33 Conteo realizados con las diferentes estrategias.

JUEGO DE LA TORRE. TABLA DE REGISTRO. EQUIPO NÚMERO 4

NOMBRE DEL JUGADOR	LANZAMIENTO N. 1	LANZAMIENTO N. 2	LANZAMIENTO N.3	TOTAL
MISHELLE (R.2-11)	3		6	9
Nicol Adrián	3			5
Shara	10		9	19
Emanuel S (E.5-11)		5		5
Sara Vole	5	2		7
NICOLAS	4			4

Ilustración 34 Tabulación realizada con la Estrategia 1

ACTIVIDAD N. 8

JUEGO DE LA TORRE. TABLA DE REGISTRO. EQUIPO NÚMERO 6

NOMBRE DEL JUGADOR	LANZAMIENTO N. 1	LANZAMIENTO N. 2	LANZAMIENTO N.3	TOTAL
Justin Santiago	9	5		14
Evelina	5			5
* Michelle (R.2-11)	10			10
KEEN YULIANA	3			3
DANA XIMEHA LAP		6		6

Ilustración 35 Tabulación realizada con la Estrategia 2

JUEGO DE LA TORRE. TABLA DE REGISTRO. EQUIPO NÚMERO 5						
NOMBRE DEL JUGADOR	LANZAMIENTO N. 1	LANZAMIENTO N. 2	LANZAMIENTO N.3	TOTAL		
Angel JOSE		 6	 9	9		
* Maria M-11	 7 	 11 		11		
* SANTIAGO (SJ-11)		 2	 3	9		
John David	 ...		 1	8		
Michelle Aparicio	 8		 1	9		

Ilustración 36 Tabulación realizada con la Estrategia 3

Conteo de latas dispuestas en forma circular

Un segundo ejercicio consistió en realizar el conteo de las latas sobre un arreglo de forma circular. Se evidenció al igual que en ejercicio anterior que un grupo de estudiantes inició el conteo desde su puesto, sin esperar la instrucción. Esta situación mostró que para estos estudiantes la actividad es repetitiva y ante cualquier ejercicio en la clase de matemáticas, lo que espera el docente es que el estudiante reporte el número total de objetos en una colección. Por otra parte, se observó que varios de los estudiantes una vez realizada la pregunta se limitaron a repetir el valor que verbaliza otro estudiante. Este fenómeno lo podemos describir como un fenómeno de imitación, el cual no permite al docente identificar si el estudiante en realidad está realizando el conteo. Al no encontrarse unanimidad en la respuesta, se le pidió a un determinado

grupo de niños que pasaran a realizar nuevamente el conteo de las latas que estaban sobre la mesa. Dada la instrucción, llamó la atención que ninguno de los estudiantes se acercó a tocar las latas. Al preguntar por el total de latas, un primer estudiante afirmó que conto “*veinte latas*”, seguidamente los demás estudiantes confirman dicha cantidad, pero se observó que lo hicieron nuevamente por imitación. Como segunda instrucción se solicitó a uno de los estudiantes que pasara y contara las latas. La estudiante se ubicó para contar a partir de una lata que se encontraba con mayor espacio con respecto a la anterior. Inició el conteo pero se observó que no hubo correspondencia entre la lata contada y el etiquetamiento y por lo tanto, saltó objetos en el conteo a pesar que está realizando el conteo sobre el mismo objeto (Ilustración 38). La cantidad final que reportó fue “*diecinueve*”. Una segunda estudiante inició el conteo en el mismo sitio de donde partió la anterior, señaló una a una las latas hasta cierto lugar del arreglo, luego se limitó a señalar, diciendo como cantidad final: “*diecinueve*”. El tercer estudiante inició el conteo por otro sitio, a diferencia de las dos anteriores, pero de igual forma realizó señalamiento uno a uno hasta determinada lata y se detuvo para dar finalización al conteo, sin terminar de contar todo el arreglo y repitió que son: “*diecinueve*” (Ilustración 28). Un cuarto estudiante pasó, inició el conteo en la lata más cerca, fue dando la vuelta, simuló que estaba contando, y dio por terminado el conteo antes de llegar a la última lata. Dijo que contó “*veintinueve*”. El quinto estudiante inició y terminó el conteo adecuadamente y dio como respuesta: “*veinte*”. El siguiente estudiante inició el conteo, se limitó a hacer movimiento con uno de sus dedos a medida que pasaba cerca de una lata, luego contestó que contó “*dieciocho latas*” (lo hizo de forma insegura) se le solicitó que realizara nuevamente el conteo y dio como resultado final “*diecinueve*”

Actividad 3. Representación gráfica de latas mediante una instrucción dada verbalmente.

Los estudiantes en un primer momento realizaron conteo de las latas. Algunos de ellos (un poco más de la mitad del curso) no necesitaron pararse de su puesto, simplemente siguieron con la mirada o señalando con el dedo para realizar dicho conteo. El resto de los estudiantes, requirió acercarse al arreglo con el fin de manipular las latas y realizar el conteo para luego poder dibujarlas.

De otra parte, se observó que un grupo de niños dibujo las latas y etiquetó cada una siguiendo la secuencia numérica para identificar el número que debía dibujar pero de igual forma se observó como uno de los estudiantes realizó marcas sobre cada una de las latas, las cuales corresponden a la etiqueta o puntos contenidos en cada una de ellas, lo que indica que esta es una estrategia utilizada por el estudiante para luego realizar el conteo de los puntos contenidos en las latas y de esta forma poder dar una respuesta. (Ilustración 37).

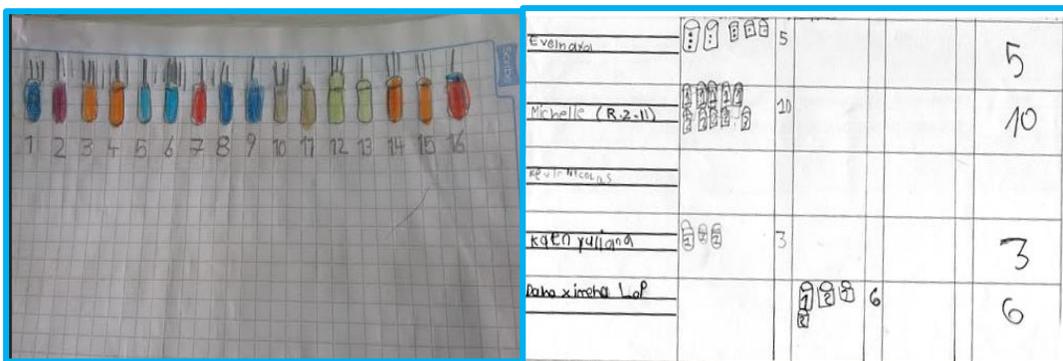


Ilustración 37 Conteo con etiquetamiento

Se resalta que dos estudiantes dibujaron las latas discriminando el número representado en cada una. Los símbolos numéricos allí representados no corresponden a la secuencia numérica sino al puntaje que se asignó para realizar el juego con conteo de puntos. Utilizó además esta estrategia para dar solución luego a las preguntas planteadas: *¿Cuántas latas de un punto?*, *¿Cuántas latas de dos puntos?* Y *¿Cuántas latas de 3 puntos?* (Ilustración 38).

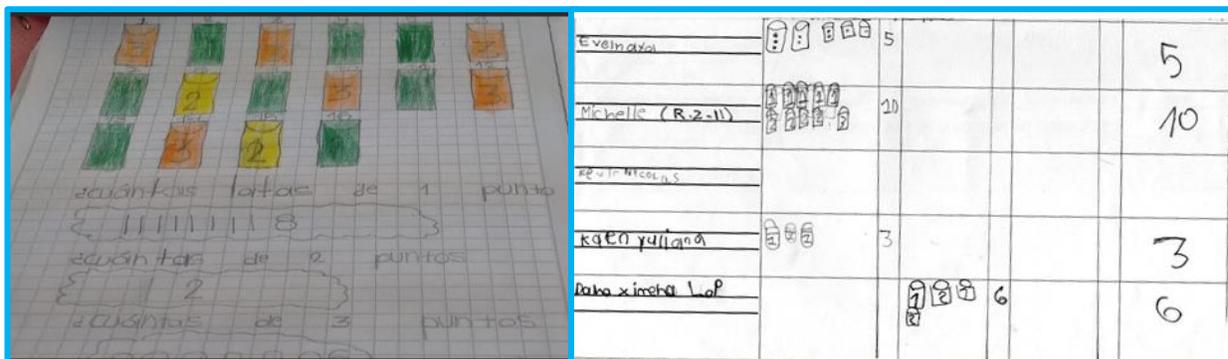


Ilustración 38 . Representación de la lata especificando puntaje contenido

Actividad 5. Contando y contando, muchos puntos voy acumulando

En esta actividad se buscó que los niños identificaran que las latas tenían asignado un valor, el cual se relacionaba con una puntuación en el juego. Se solicitó a los niños que buscaran en la torre latas con puntajes específicos. Los niños no presentaron dificultad para identificar los puntajes correspondientes a las latas. Lo cual indica que reconocen los símbolos o etiquetas que representan los números “uno, dos y tres” (1, 2 y 3).

Se le solicitó a cada grupo que tomara algunas latas de la mesa y que determinará cuantos puntos lograron. La mayoría de los estudiantes se limitó a contar físicamente las latas recolectadas dando por ganador al equipo que acumuló más latas sin prestar atención a los puntajes contenidos. Este hecho permitió observar que no era claro para ellos la intensidad del juego.

Por lo anterior, se realizó una nueva actividad que no hacia parte del plan de acción inicial. Se utilizó diferente material concreto con la intención que los estudiantes realizaran diferentes agrupaciones e identificaran algunos valores asignados a cada elemento. (Ilustración 39)



Ilustración 39 Actividad para reforzar cuantificación por grupos de fichas

De otra parte, dos de los estudiantes identificaron que cada lata representaba un puntaje y lo tuvieron presente al momento de reportar los puntos obtenidos con las latas recolectadas. Como estrategia de conteo, los estudiantes clasificaron las latas según el puntaje asignado en la etiqueta. (Ilustración N° 40), luego realizaron conteos sobre los objetos reales para establecer la cantidad de latas y posteriormente, realizaron conteo sobre las representaciones (puntos dibujados junto al número) para determinar la cantidad de puntos. Vale la pena resaltar que estas estrategias fueron imitadas luego por los otros grupos al darse cuenta de su efectividad.



Ilustración 40 Estrategia de agrupación de latas según puntaje contenido

Actividad 6. Juguemos a derribar la torre.

En el desarrollo del juego de la torre, el grupo en general mostró motivación hacia la realización del juego. Inicialmente se les presentó dificultad para derribar la torre, puesto que fallaban al momento de patear la pelota, poco a poco cogieron práctica y de ahí en adelante se fue desarrollando el juego, cumpliéndose lo propuesto para que los estudiantes registraran los puntajes de las latas en las respectivas tablas. Se relaciona el registro del juego llevado a cabo por cada equipo de estudiantes. Cada estudiante escribió su nombre y utilizó una forma de registrar libremente las latas derribadas y el puntaje obtenido de manera autónoma.

Al realizar un análisis de las diferentes representaciones utilizadas por los estudiantes para registrar los puntos acumulados en cada lanzamiento, se observó que estos recurren a tres registros diferentes para registrar los datos. La mayoría de los estudiantes recurrieron a una representación iconográfica para representar las latas derribadas, intentando reproducir la forma de la lata e incluyendo la etiqueta numérica asignada. (Ilustración 34). También, se identificaron casos en los que el estudiante utilizó registros gráficos mediante el uso de puntos o rayas (ilustración 35) o una combinación del dibujo de la lata con puntos o rayas para representar la etiqueta numérica asignada. Otros estudiantes recurrieron directamente a la representación simbólica del número sin utilizar el dibujo de la lata. (Ilustración 36).

De otra parte, al analizar las estrategias de conteo utilizadas para reportar el puntaje total en cada lanzamiento se observó que algunos estudiantes reportan el valor numérico de manera directa. Se intuye que estos estudiantes utilizaron conteos concretos sobre la representación icónica para calcular el total (Ilustración 41). Otros estudiantes se apoyaron en una

representación gráfica (puntos o rayas) para realizar el conteo sobre ellas Ilustración 42. Se presentó un caso particular en el que algunos estudiantes utilizaron una estrategia combinada en la cual, sólo recurren a la representación gráfica de puntos o rayas para descomponer el número “tres” (3) ver ilustración 42. Llamando la atención el caso en el que un estudiante no recurrió a los puntos o rayas sino al uso del número ilustración 43

KAREN YULLIANA		3				3
DABA XIMEBA LOF			6			6

Ilustración 41 Registro juego de la Torre Estrategia 4

JUEGO DE LA TORRE. TABLA DE REGISTRO. EQUIPO NÚMERO 5				
NOMBRE DEL JUGADOR	LANZAMIENTO N. 1	LANZAMIENTO N. 2	LANZAMIENTO N.3	TOTAL
Angel JOSE				9
* Maria M-11				11
* SANTIAGO (S3-11)				9

Ilustración 42 Registro juego de la Torre Estrategia 5

JUEGO DE LA TORRE. TABLA DE REGISTRO. EQUIPO NÚMERO 7				
NOMBRE DEL JUGADOR	LANZAMIENTO N. 1	LANZAMIENTO N. 2	LANZAMIENTO N.3	TOTAL
Jonathan	5			5
* James		7		7

Ilustración 43 Registro juego de la Torre Estrategia 6

Es importante aclarar que debido a la instrucción dada por la profesora, los estudiantes dejaron en blanco las casillas correspondientes a los lanzamientos en los que no se derribó ninguna lata. De esta manera al final del juego se encontraron registros en la tabla con una o dos jugadas con los lanzamientos efectivos.

Para finalizar la actividad, se buscó que el estudiante totalizara el puntaje acumulado después de los tres lanzamientos (PVEA de cambio) al analizar los registros que aparecen en las casillas correspondientes al total se pueden identificar varias situaciones:

En los casos en donde solamente se consiguió derribar latas en uno de los lanzamientos el estudiante trasladó el dato del lanzamiento a la casilla del total. Ilustración N°41

JUEGO DE LA TORRE. TABLA DE REGISTRO. EQUIPO NÚMERO 7				
NOMBRE DEL JUGADOR	LANZAMIENTO N. 1	LANZAMIENTO N. 2	LANZAMIENTO N. 3	TOTAL
Jonathan	5			5
* James	3111 22	7		7

Ilustración 44 Traslado de datos de los lanzamientos

En los casos donde se registran dos datos, se observó como el estudiante recurre a una representación gráfica de puntos o rayas para realizar el conteo total sobre ellas. Ilustración 42

JUEGO DE LA TORRE. TABLA DE REGISTRO. EQUIPO NÚMERO 5				
NOMBRE DEL JUGADOR	LANZAMIENTO N. 1	LANZAMIENTO N. 2	LANZAMIENTO N. 3	TOTAL
Angel JOSE		☐☐☐☐ 6	☐☐☐ 9	9
* Maria M-11	☐☐☐☐ 7	☐☐☐☐☐ 11		11
* SANTIAGO (S3-11)		☐☐☐☐☐ 2	☐☐☐ 9	9
Josiah David	☐☐☐☐☐ 8		☐☐☐ 8	8

Ilustración 45 Registro juego de la Torre Estrategia 7

Se presentó un caso particular en que un estudiante utilizó la representación gráfica de puntos y rayas para realizar el registro inicial, utilizando estos mismos para realizar el conteo total (ilustración 46).

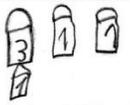
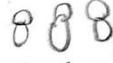
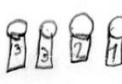
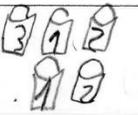
JUEGO DE LA TORRE. TABLA DE REGISTRO. EQUIPO NÚMERO 4				
NOMBRE DEL JUGADOR	LANZAMIENTO N. 1	LANZAMIENTO N. 2	LANZAMIENTO N. 3	TOTAL
* Michelle (R. 3-11)		3		9
Nicol Advea		3		5
Shang		10		15

Ilustración 46 Registro juego de la Torre Estrategia 8.

Proyecto de síntesis

Actividad 7. Resolvamos PVEA

En esta etapa ya se inició la aplicación de estrategias de resolución de problemas de estructura aditiva, donde los niños evidenciaron su nivel de avance en cuanto a la aplicación de las diferentes estrategias de conteo adquiridas o potenciadas en la fase anterior.

Las diferentes situaciones fueron apoyadas con la representación real (el estudiante tenía a su disposición latas para replicar el ejercicio) y se solicitó que donde se necesitaba encontrar el dato inicial faltante, en otras requería hallar dato final o dato faltante. Inicialmente con ayuda de los objetos concretos (Latas)

Para dar solución a los problemas contenidos en las guías, los estudiantes recurrieron nuevamente a estrategias como: colocar puntos o palos debajo de la imagen de la lata con el fin

de llevar la cuenta de los puntos obtenidos en ellas, encerrar cantidades para diferenciar de otras, se observan otros estudiantes que se limitaron a copiar lo que hizo su compañero.

Actividad N. 8 Sigamos resolviendo problemas.

Los estudiantes a partir de la representación del problema buscaron dar solución a las preguntas planteadas, Luego se pidió a cada uno de ellos que expresará en forma verbal la forma a la cual recurrió para dar respuesta a las preguntas planteadas..

A la pregunta *¿Cuántas latas forman la torre?* Se observó que varios estudiantes recurrieron a realizar el conteo en la torre formada por los objetos concretos, unos pocos realizaron el conteo sobre la imagen de la guía. (Ilustración 47).



Ilustración 47 Torre realizada con el fin de hacer el conteo.

A la pregunta *¿Cuántos puntos hay en total en las latas que conforman la torre?* Se observó: Algunos estudiantes buscaron la respuesta recurriendo a representación icónica en su guía, otro grupo se dirigió a la torre y realizó el conteo sobre cada una de las latas, se observó que algunos de estos estudiantes contaron los puntos dibujados en las latas para obtener el puntaje total (ilustración 48)., la gran mayoría a pesar de tener los modelos de las cantidades mediante representaciones gráficas recurrieron a su representación con los dedos a los cuales fueron agregando cada una de las otras cantidades hasta hallar el resultado final.

Varios estudiantes utilizaron la estrategia de toque o realización de golpecitos repetitivos según la etiqueta observada, con el fin de llevar una secuencia correcta del conteo y de esta forma abreviar el proceso para obtener la cantidad final, sin necesidad de recurrir a las otras estrategias mencionadas.



Ilustración 48 Conteo Realizado Tocando las latas

4.2 Clasificación de evidencias de acuerdo a las categorías iniciales de análisis.

En cuanto a la estrategia de los bolos en la categoría de *cuantificación sobre los objetos* en la cual el procedimiento era contar sobre el objeto concreto se encontró que algunos estudiantes, realizaron este conteo señalando los bolos derribados, (ilustración 11)

Para la categoría de *cuantificación con representación concreta* en la cual el procedimiento era conteo con otros objetos manipulables y conteo con los dedos se puede observar que la mayoría de los niños *cuentan en voz alta* y siguiendo un ritmo a medida que intentan *señalar con los dedos*; otros tantos lo hacen en voz baja. Se puede asociar esta estrategia con el principio de correspondencia uno a uno, en otros estudiantes se presentó la necesidad de separar los bolos derribados del conjunto inicial (ilustración 12). Luego, el estudiante trasladó la cantidad de bolos derribados sustituyéndolos por las pegatinas (objeto de fácil manipulación).

Para la categoría *de cuantificación sobre representaciones graficas* en la cual el procedimiento era realizar el conteo dibujando el objeto o dibujando puntos y palos se evidencia que en lugar de dibujar los bolos, recurrieron a realizar las representaciones observadas en la tabla, de forma diferente. Al no disponer de los objetos concretos, los estudiantes recurrieron a representaciones esquemáticas como palos, bolitas, puntos y sobre ellas realizaron el conteo (ilustración 16) de igual Se observaron estrategias de conteo para dar solución a la situación planteada algunos Estudiantes requirieron *representar la cantidad numérica de forma icónica* (imagen de bolos), y además para responder a las *situaciones PVEA*, idearon una estrategia más breve como fue la representación de la cantidad por medio de puntos y de esta forma poder conectar con el siguiente elemento del segundo y tercer conjunto (ilustración 20).

Para la categoría de *cuantificación con representación abstracta* en la cual el procedimiento era realizar conteo utilizando signos numéricos se puede señalar que para realizar el conteo de los bolos además de utilizar representaciones gráficas, los estudiantes empezaron a utilizar el signo numérico para expresar la cantidad final convirtiéndose en una generalidad en las tablas de conteo trabajadas por los estudiantes (ilustración 19).

Para la categoría de *cuantificación sobre representaciones mentales* en el cual el procedimiento era subitización y conteo utilizando el cálculo mental se evidencia que otro grupo de estudiantes dieron la respuesta sin realizar el conteo oral, *solamente observaron y luego dijeron la cantidad es decir dieron la respuesta mediante subitización*;

En cuanto a la estrategia del juego de la torre en la *categoría de cuantificación sobre los objetos* en la cual el procedimiento era contar sobre el objeto concreto se encontró que un grupo de estudiantes realizan el conteo desde su puesto de trabajo cuentan las latas al tiempo que las señalan con su dedo índice y van repitiendo la secuencia numérica en forma ordenada de uno en uno (Ilustración 33). Otro grupo requiere acercarse y realizar el conteo tocando cada una de las latas.

Para la categoría de *cuantificación con representación concreta* en la cual el procedimiento era conteo con otros objetos manipulables y conteo con los dedos se encontró que se observa que un grupo de niños dibujo las latas y etiquetó cada una siguiendo la secuencia numérica para identificar el número que debía dibujar pero de igual forma se observa como uno

de los estudiantes realiza marcas sobre cada una de las latas, las cuales corresponden a la etiqueta o puntos contenidos en cada una de ellas, lo que indica que esta es una estrategia utilizada por el estudiante para luego realizar el conteo de los puntos contenidos en las latas y de esta forma poder dar una respuesta. (Ilustración 42).

Para la categoría de *cuantificación sobre representaciones gráficas* en la cual el procedimiento era dibujar, realizan el conteo dibujando el objeto o dibujando puntos y palos se evidencia que se identifican casos en los que el estudiante utiliza registros gráficos mediante el uso de puntos o rayas (ilustración 35) o una combinación del dibujo de la lata con puntos o rayas para representar la etiqueta numérica asignada.

Para la categoría de *cuantificación con representación abstracta* en la cual el procedimiento era realizar conteo utilizando signos numéricos se puede señalar que La mayoría de los estudiantes recurren a una representación iconográfica para representar las latas derribadas, intentando reproducir la forma de la lata e incluyendo la etiqueta numérica asignada. (Ilustración 34).

Para la categoría de *cuantificación sobre representaciones mentales* en el cual el procedimiento era subitización y conteo utilizando el cálculo mental se evidencia que Varios estudiantes utilizaron la estrategia de toque o realización de golpecitos repetitivos según la etiqueta observada, con el fin de llevar una secuencia correcta del conteo y de esta forma abreviar el proceso para obtener la cantidad final, sin necesidad de recurrir a las otras estrategias mencionadas.

5. Conclusiones

Se identifican varias estrategias utilizadas por los niños al momento de realizar actividades de conteo, estrechamente relacionadas con las actividades propuestas por el docente.

Las actividades de conteo sobre objetos reales son ejecutadas por los estudiantes de forma natural, señalando, tocando o agrupando los objetos, a la vez que verbalizan (en algunas ocasiones en voz baja) la serie numérica dando como resultado final del conteo el último número de la serie nombrado. Las actividades de este tipo planteadas en la unidad (Juguemos a los bolos y ¿quién va ganando? entre otras), permitieron observar que la mayoría de los estudiantes manejó los principios básicos de conteo correspondencia uno a uno, orden estable, cardinalidad, y principio de abstracción.

De otra parte, las situaciones centradas en la manipulación de materiales reales propuestas por el docente, permite que el estudiante las resuelva quitando, agregando u organizando de diferentes maneras el material para sobre este, realizar el conteo que le permite llegar a la respuesta solicitada.

La mediación de este tipo de estrategias por parte del docente no debe ser repetitiva, ya que si el docente se limita repetir la misma pregunta a varios estudiantes, sólo el primero realizará el conteo y los demás se limitarán a repetir la respuesta; este hecho será reforzado si la respuesta va acompañada de la aprobación del docente. Lo anterior puede convertirse en un obstáculo de aprendizaje para el estudiante ya que si el docente no es consciente de esto asumirá de manera errada que el estudiante ya realiza procesos de conteo y no podrá intervenir oportunamente.

El proceso de conteo sobre objetos concretos es de vital importancia en la construcción del concepto de número Castaño, Castillo. J, (1996); por lo tanto es importante que el niño lo realice de manera natural en contextos que le sean de alguna manera significativos como son las situaciones de juego. Vale la pena acotar que aunque este es un proceso que se realiza en los ciclos de educación preescolar, no todos los niños que acceden a la educación pública han tenido esta formación, por esto el docente de primer grado no debe obviar este paso.

Si bien el conteo sobre objetos reales es importante, el docente debe proponer otras actividades que favorezcan el uso registros donde el estudiante tenga que prescindir del objeto y

logre sustituirlo por otro de más fácil manipulación. De esta manera se logran procesos de abstracción que paulatinamente llevan al niño al uso del registro simbólico.

Las actividades en las que el niño registra el puntaje obtenido en cada uno de los juegos, permite observar cómo recurren a diferentes tipos de registro sobre los cuales realizan conteos directos a fin de resolver los problemas verbales de estructura aditiva propuestos. Es importante recalcar que a medida que se plantean ejercicios más complejos la estrategia de representación gráfica con puntos o palos ayuda al niño a realizar diferentes formas de conteo que asociaba con la situación planteada.

Se puede observar que algunos estudiantes en las situaciones que requieren de otros registros intentan reproducir inicialmente el objeto a través de dibujos pero que pasan rápidamente a representaciones más sencillas como palos y puntos para registrar el dato. De igual forma, se presenta una tendencia en la mayoría de los niños a apoyar sus respuestas con símbolos de números al momento de dar la respuesta.

El juego de la torre de latas se convirtió en un elemento que potenció las estrategias de conteo utilizadas ya que al asignar puntajes diferentes a objetos similares, los estudiantes se vieron en la necesidad de recurrir a registros y estrategias de conteo más complejas para encontrar las respuestas.

El diseño de la Unidad Didáctica planeada desde la Enseñanza para la Comprensión (EpC) permitió dar un giro a la forma tradicional de planear la clases, puesto que las investigaciones demuestran que muchas veces las prácticas tradicionales de enseñanza alteran la comprensión de los estudiantes (Flore, E y Leymonié, J. 2007) lo que llevó a idear diferentes formas de organizar la enseñanza buscando comprometer a los estudiantes hacia la búsqueda de comprensiones significativas y duraderas, logrando así sentar bases para futuros aprendizajes matemáticos.

Trabajar con los estudiantes a partir de unas metas de comprensión específicas, involucró a los estudiantes en el desarrollo de sus propios desempeños o actividades de comprensión ya que a través de las mismas mostraron habilidades para explicar o expresar con sus propias palabras ideas, situaciones y técnicas que utilizaron para acercarse a la situación problema planteada.

La investigación permitió enfrentar vacíos relacionados con la forma en que se aborda la enseñanza de las matemáticas en los grados iniciales y específicamente lo relacionado con los procesos de conteo y el conocimiento acerca de los PVEA, trabajados didácticamente a veces de forma inadecuada por falta de un mayor acercamiento y conocimiento de la disciplina matemática.

Por lo anterior, es de gran importancia darnos a la tarea de indagar sobre la disciplina o disciplinas que manejamos en nuestras aulas de clase, pues en muchos casos se desconoce o se le conoce en forma superficial y ello redundando en los aprendizajes de los estudiantes, creando vacíos y dificultades que a futuro le serán difícil de superar.

El evaluar cada una de las actividades, se constituyó en herramienta fundamental para alcanzar los objetivos propuestos en la investigación. La evaluación de las actividades cambia de perspectiva cuando se mira bajo el lente de la observación analítica puesto que es para el docente una fuente de reflexión sobre la misma práctica y lo acerca al descubrimiento de diversas formas de aprendizajes en los estudiantes, lo que conlleva a entenderlos en su individualidad.

La implementación de la Unidad Didáctica trabajada desde el tópico generativo "Contando y cantidades voy encontrando", se convirtió en factor de motivación, expectativa y aprendizajes para los estudiantes puesto que a través de las estrategias implementadas los estudiantes alcanzaron diferentes desempeños de comprensión, de acuerdo con ritmos individuales de aprendizaje.

El interactuar a través del juego se convirtió en factor determinante por medio del cual los estudiantes rompieron con esquemas de rutina y se enfrentaron a situaciones que pusieron a prueba sus habilidades.

6. Recomendaciones

Se recomienda realizar nuevas investigaciones que permitan identificar con más detalle los registros y las estrategias de conteo sobre estos utilizados por los estudiantes, ahondando en los significados y explicaciones que den en cada una de las situaciones.

Las dos estrategias implementadas durante el desarrollo de la Unidad Didáctica, representan factores con grandes contenidos y aprendizajes; por lo tanto es necesario ajustar las actividades planteadas dentro de las mismas donde se tenga la oportunidad de explorar cada vez más el pensamiento de los estudiantes y de esta forma reconocer en sus actuaciones y planteamientos el nivel de elaboraciones que posee.

Se recomienda el diseño e implementación de nuevas estrategias donde los estudiantes se enfrenten a experiencias particulares y específicas con el fin de ejercitar sistemáticamente diversas elaboraciones y a la vez motivarlos para continuar ampliando sus aprendizajes.

Sería interesante proyectar este tipo de propuesta de intervención para ser evaluada en otros contextos, (en los siguientes grados) con el fin de medir alcances, efectividad y evolución de los procesos matemáticos de los estudiantes y específicamente los relacionados con estrategias de conteo y su aplicación en la resolución de PVEA.

7. Reflexión pedagógica

Un gran reto al cual nos debemos enfrentar los docentes, es la reflexión consciente sobre nuestra propia práctica. Es muy fácil vanagloriarnos de los aciertos, pero difícil es reconocer los desaciertos y reflexionar sobre la forma como nuestra práctica influye en los aprendizajes de los estudiantes. Este apartado se constituye en eje fundamental de reflexión personal, producto derivado del proceso de transformación surgido a través de la realización de la Maestría en Pedagogía.

Las experiencias que día a día surgen de las prácticas educativas, sirven como punto de partida para reflexionar sobre los aspectos que comprometen los diferentes estilos pedagógicos, la forma particular como cada docente aborda su práctica pedagógica, no sólo desde la actividad o la estrategia, sino desde lo que piensa o tiene en su mente.

Partiendo de este hecho, es necesario plantear la relevancia de la profesión docente frente a las demás profesiones ya que tenemos en nuestras manos el poder para formar y educar a las nuevas generaciones. Como maestros somos los mediadores del tesoro máspreciado: EL CONOCIMIENTO (saber fundante), traducido en pedagogía y es responsabilidad de todos tener una adecuada mediación del mismo, ya que de nuestro trabajo serio, y comprometido, depende el óptimo desenvolvimiento de nuestros niños y adolescentes, a quienes la tecnología y la sociedad le exigen ser competentes en un mundo donde sobrevive el más fuerte.

Hoy más que nunca, un verdadero docente debe tener en cuenta su múltiple relación con las personas que aprenden, con la cultura, con la sociedad, con las intencionalidades de la pedagogía y con los avances científicos y técnicos del saber disciplinar específico, utilizándolos asertivamente llegan a ser el medio para que los individuos desarrollen sus capacidades y sean promotores de un eficaz desarrollo social.

Es responsabilidad del maestro darle vida a los planes de estudio, programas, metodologías a través de los saberes que le competen como profesional; es decir el saber propio de su disciplina, el saber pedagógico, el saber del desarrollo humano y el saber cultural. Cobra gran importancia replantear que para un docente no es suficiente tener el conocimiento sino saber cómo enseñarlo. La utilización de métodos adecuados como lo planteó Comenio se hacen necesarios para que los

niños logren un verdadero aprendizaje. Se pide a gritos la creación de experiencias que hagan del proceso de enseñanza aprendizaje algo relevante.

Todo docente debe darse a la tarea de indagar sobre la disciplina o disciplinas que maneja (pues en muchos casos se desconoce o se conoce en forma superficial), indagar por su carácter fundamental, su devenir histórico y de esta forma encontrar claridad en la metodología a trabajar. No se debe desconocer el cómo enseñar, pero más importante aún es a quién se va a enseñar, puesto que lo que se enseña no adquiere un verdadero sentido si ello no apunta a la sensibilidad y al verdadero desarrollo humano.

Las clases deben dar un vuelco total, se debe tener en cuenta que las formas como se enseña son importantes: estrategias metodológicas, materiales, pero más importante es moverse alrededor del qué y el quién. Cuando un maestro reconoce estos dos tipos de intimidades, es decir la naturaleza del educando y la naturaleza epistemológica de la disciplina que enseña, entonces podrá encontrar el camino particular para cumplir sus metas propuestas en el contexto y la disciplina en que se desenvuelve. Surge la necesidad de dar un verdadero sentido a la labor pedagógica, pasando de un simple activismo a prácticas que conduzcan a los estudiantes a una verdadera comprensión.

La invitación es que día a día en la profesión docente se realicen diferentes tipos de reflexiones alrededor de la dinámica educativa. Planteamiento de situaciones como: ¿Se está respetando en los estudiantes su individualidad?, ¿sus diferencias? O por lo contrario seguimos evaluando homogéneamente sin tener en cuenta las particularidades de los educandos. ¿Se estará evaluando simplemente por cumplir con requerimientos impuestos? O nuestra práctica realmente se está enfocando a la construcción de la persona que es lo que debería interesar.

Referencias Bibliográficas

- Angulo, H. L. (2009). *El aprendizaje de nociones matemáticas básicas por parte de personas con discapacidad intelectual. Una propuesta para la enseñanza del núcleo temático "estructura aditiva" haciendo uso del software*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Arévalo, L. S. (10 de agosto de 2014). *Desarrollo del pensamiento crítico a partir de rutinas de pensamiento en niños de ciclo uno de educación*. Recuperado el 1 de enero de 2015, de Intellectum Unisabana.edu.co: <http://intellectum.unisabana.edu.co/bitstream/handle/10818/11530/Sonia%20Liliana%20Pardo%20Romero%20%28tesis%29.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Arroyo, J. C. (2003). Producción de estrategias de conteo en la solución de problemas de tipo aditivo (y sustractivo), mediante manipulación sin numerales, en alumnos de preescolar. *Xixim.Revista Electrónica de didáctica de las Matemáticas. Universidad Autónoma de Querétaro.*, 105-116.
- Arroyo, J. C. (2003). *Producción de estrategias de conteo en la solución de problemas de tipo aditivo (y sustractivo), mediante manipulación sin numerales, en alumnos de preescolar*.
- Ausubel, D. J. (1983). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.
- Baroody, A. J. (1983). Children's Use of Mathematical Structure. *Journal for Research in Mathematics Education*, , 156-168.
- Baroody, A. J. (2000). *El pensamiento matemático de los niños*. España: Editores: Visor.
- Bermejo, V. &. (1991). Aprendiendo a contar: Su relevancia en la comprensión y fundamentación de los primeros conceptos matemáticos.
- Bermejo, V. R. (1987). Estructura semántica y estrategias infantiles en la solución de problemas verbales de adición. *Infancia y aprendizaje*, 71-81.
- Blythe, T. (1999). *La Enseñanza para la Comprensión: Guía para el docente*. Argentina: Paidós.
- Bravo, J. (3 de Agosto de 2005). *Grupo Mayeutica*. Recuperado el 10 de Marzo de 2015, de <http://www.grupomayeutica.com>: <http://www.grupomayeutica.com/documentos/desarrollomatematico.pdf>
- Burgos, C. E. (2010). Conocimiento conceptual y dificultades en la resolución de problemas verbales aritméticos en el nivel inicial. *REVISTA DE ESTUDIOS Y EXPERIENCIAS EN EDUCACIÓN*, 9(18), 15.
- Caballero Reales, S. (2005). *Un estudio transversal y longitudinal sobre los conocimientos informales de las operaciones aritméticas básicas en niños de educación infantil*.
- Caballero, S. (2005). *Un estudio transversal y longitudinal sobre los conocimientos informales de las operaciones aritméticas básicas en niños de educación infantil*. Recuperado el 5 de Febrero de 2015, de Universidad Complutense de Madrid: <http://biblioteca.ucm.es/tesis/psi/ucm-t28929.pdf>

- Castro, C. A. (15 de julio de 2014). *Qué está pasando?, ¿qué está cambiando? y ¿qué va a pasar?: Una estrategia para el desarrollo del pensamiento variacional para el grado de transición*. Recuperado el 22 de diciembre de 2014, de Intellectum Unisabana.edu.co: <http://intellectum.unisabana.edu.co/bitstream/handle/10818/11177/Catalina%20Castro%20Montenegro%20%20%28tesis%29.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Castro, E. L. (1992). Enfoques de investigación en problemas verbales aritméticos aditivos. *Investigación y experiencias didácticas. Enseñanza de las ciencias*, 243-253.
- Castro, E. R. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamerica.
- Cerón, C. G. (octubre de 2013). *La construcción del concepto de número natural en preescolar: una secuencia didáctica que involucra juegos con materiales manipulativos*. Recuperado el 2 de febrero de 2015, de Biblioteca digital Univalle: <http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/10893/6777/1/CD-0395430.pdf>
- De Castro, C. C. (2009). Iniciación al estudio de las matemáticas de las cantidades. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 105-128.
- Decastro Tovar, M. M. (2012). *Las rutinas de pensamiento: una estrategia para visibilizar mi aprendizaje*.
- Dewey. (1963).
- Durán Niño, J. &. (2012). *Visibilizando el pensamiento a través de la rutina ¿ por qué dices eso? en niñas y niños de 2 a 3 y 3 a 4 años de edad*.
- Durán, N. J. (mayo de 2012). *Visibilizando el pensamiento a través de la rutina ¿ por qué dices eso?* Recuperado el 15 de diciembre de 2014, de intellectum.unisabana.edu.co: http://intellectum.unisabana.edu.co/bitstream/handle/10818/3654/Judith%20Dur%C3%A1n_157937.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Elliott, J. (1990). *La investigación acción en educación*. Madrid: Ediciones Morata, S.L.
- Escobedo, H. R. (2004). *Educere.Revista Venezolana de Educación*. Recuperado el 12 de Noviembre de 2014, de www.Redalyc.org: <http://www.redalyc.org/pdf/356/35602712.pdf>
- Fernández, N. C. (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, .
- Flore, E. J. (2007). *Didáctica práctica para enseñanza media y superior*. Montevideo: Grupo Magro.
- Gardner, H. (2001). *Intelligence Reframed: Multiple Intelligences for the 21st Century. Versión castellana La Inteligencia Reformulada. Las Inteligencias Múltiples en el Siglo XXI*. Barcelona: Paidós .
- Gelman, R. y. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, Mass : Harvard.
- Gervasi, d. E. (Mayo de 2010). LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN EL NIVEL INICIAL. *Premisa*.
- Gervasin de Esain, M. L. (2010). La Enseñanza de la matemática en el nivel inicial. *Premisa*, 6.
- Gowin, B., & Novak, J. (1988). *APRENDIENDO A APRENDER*.

- Guzmán, M. (1995). *PARA PENSAR MEJOR DESARROLLO DE LA CREATIVIDAD A TRAVES DE LOS PROCESOS MATEMATICOS*.
- Hernández, H. J. (2011). *Dificultades de la suma y la resta en niños de primer grado de educación primaria (Doctoral dissertation, Tesis de Maestría)*. Yucatán, México: Universidad Autónoma de Yucatán.
- Hernandez, R., Fernandez, C., & Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill.
- Hernandez, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. 364.
- Iagos, O. (1992). *Análisis estructural de la adquisición y desarrollo de la habilidad de contar*. Recuperado el 20 de enero de 2015, de Universidad Complutense de Madrid: <http://biblioteca.ucm.es/tesis/19911996/S/4/S4000801.pdf>
- Lastra, S. (2010). *La formación del Pensamiento Matemático del niño de 0 a 4 años*. Santiago de Chile: Universidad de Chile.
- Latorre, A. (2003). *Investigación acción*. España: Graó.
- Ministerio de Educación Nacional. (Mayo de 2006). *Mineducación.gov.co*. Recuperado el 10 de febrero de 2015, de Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Matemáticas Lineamientos Curriculares*. Bogotá: Magisterio.
- (s.f.). Lineamientos Curriculares. En M. d. Nacional, *Matemáticas. Lineamientos curriculares. Areas obligatorias y fundamentales* (pág. 48). Cooperativa editorial Magisterio.
- Orrantía, J. (2003). El rol del conocimiento conceptual en la resolución de problemas aritméticos con estructura aditiva. *Infancia y aprendizaje*, 451-468.
- Perkins, D. (1995). *La escuela inteligente: del adiestramiento de la memoria a la educación de la mente*. Barcelona: Gedisa.
- Perkins, D. (1997). *ESCUELA INTELIGENTE*.
- Perkins, D. B. (1994). *putting understanding up front*. Recuperado el 8 de marzo de 2015, de www.wis.edu: https://www.wis.edu/uploaded/Academics/Project_Zero/PuttingUnderstandingUpFront.pdf
- Piaget, J. A. (1987). *Génesis del número en el niño*. Argentina: Editorial Guadalupe.
- Pineda, Q. J. (2013). *Unidad didáctica para la enseñanza de las estructuras aditivas en los grados tercero y quinto de básica primaria*. Recuperado el 7 de mayo de 2015, de www.bdigital.unal.edu.co: <http://www.bdigital.unal.edu.co/12699/1/8412015.2013.pdf>
- Pogré, P. (2001). *Enseñanza para la comprensión, un marco para innovar en la intervención didáctica. AGUERRONDO, Inés et al. Escuelas del futuro II: cómo planifican las escuelas que innovan.*

- Recuperado el 2 de enero de 2015, de Latitud nodo sur: http://www.latitud-nodosur.org/IMG/pdf/Pogre-_EpC-_Un_marco_para_innovar.pdf
- Poveda, C. &. (2010). *Matemática a la medida de los niños, el sistema decimal de numeración*.
- Poveda, M. (2001). *Matemática a la medida de los niños, El sistema decimal de numeración*. Bogotá, Colombia, Engativa.
- Rangel, J. G. (2014). Fortalecimiento del desempeño de los niños de 1° primaria en la resolución de problemas de estructura aditiva: cambio y combinación. *Espiral, Revista de Docencia e Investigación*, 63-82.
- Red Académica. (2012). *Reorganización Curricular por Ciclos: Referentes conceptuales y Metodológicos*. Recuperado el 10 de julio de 2015, de redacademica: http://www.redacademica.edu.co/archivos/redacademica/colegios/politicas_educativas/ciclos/Cartilla_Reorganizacion_Curricular%20por_ciclos_2da_Edicion.pdf
- Secretaria de Educación. (2011). *Reorganización curricular por ciclos. Referentes conceptuales y metodológicos. Transformación de la enseñanza y desarrollo de los*. Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.
- Secretaria de Educación. (s.f.). *Reorganización curricular por ciclos. REFERENTES CONCEPTUALES Y METODOLÓGICOS. Transformación de la enseñanza y desarrollo de los aprendizajes comunes y esenciales de los niños, niñas*. Imprenta Nacional de Colombia.
- Serrano, J. D. (1987). Estrategias de conteo implicadas en los procesos de adición y sustracción. *Infancia y aprendizaje*, 19(39-40), 57-69.
- Serrano, J. M. (1987). Estrategias de conteo implicadas en los procesos de adición y sustracción. *Infancia y aprendizaje*.
- Stone, M. C. (1999). *La enseñanza para la comprensión*. Buenos Aires: Paidós, http://www.terras.edu.ar/biblioteca/3/EEDU_Perkins_Unidad_1.pdf.
- Vásquez, N. (2010). *Un ejercicio de transposición didáctica en torno al concepto de número natural en el preescolar y el primer grado de educación básica*. Recuperado el 2 de enero de 2015, de <http://ayura.udea.edu.co/>: <http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/1522/1/JC0661.pdf>
- Vergnaud, G. (1991). *El Niño, Las Matemáticas y la Realidad: Problemas de la Enseñanza de Las Matemáticas en la Escuela Primaria*. México: Trillas.
- Villamor, J. D. (2009). Investigación sobre el conteo infantil. *Ikastorratza, e-Revista de didáctica*, 2-24.
- Wagner, S. J. (1982). *A Longitudinal Analysis of Early Number Concepts: From Numbers to Number*. New York: Action and thought.
- Wilson, D. (2013). *Fundacies Colombia*. Recuperado el 14 de Octubre de 2014, de Las Dimensiones de la comprensión: http://fundacies.org/site/?page_id=480

Anexos



Anexo 1. Diseño de unidad didáctica de matemática E.P.C

DISEÑO DE UNIDAD DIDÁCTICA DE MATEMÁTICA ENSEÑANZA PARA LA COMPRENSIÓN

TÓPICO GENERATIVO

CONTANDO...ANDO Y CANTIDADES
VOY ENCONTRANDO

DESEMPEÑOS DE COMPRENSIÓN

M.1 Los estudiantes jugarán a derribar bolos. Cada estudiante llevará un registro de los bolos derribados en cada lanzamiento. Los demás compañeros estarán atentos del registro de dicha información para hacer la retroalimentación, si es el caso. Elaborarán tablas y diferentes registros de información de las puntuaciones. Darán respuesta a preguntas como: ¿Cuántos hay?, Cuántos derribó?, Cuántos faltan para...? , utilizando estrategias de modelado I.G)

M.2 Los estudiantes pondrán en juego su comprensión mediante la estrategia de la Torre. Se enfrentará a situaciones de desequilibrio, mostrará el manejo alcanzado sobre la noción de número y solucionará problemas que se le planteen. Dará significado a preguntas como: ¿Cuántas latas hay? ¿Cuántas latas con 1 punto? ¿Cuántas latas con 2 puntos? ¿Cuántas latas con 3 puntos? ¿Cuántas le hace falta para?...(P. F)

METAS DE COMPRENSIÓN

1. Los estudiantes desarrollarán comprensión sobre el significado de los números en diferentes contextos
2. Los estudiantes comprenderán la importancia del conteo y que hay diferentes formas de realizar comparaciones dentro de una situación planteada
3. Los estudiantes comprenderán que existen diferentes formas para hallar la solución a una situación planteada

VALORACIÓN CONTINUA

CRITERIOS PARA LA VALORACIÓN CONTÍNUA:

La docente comparte con los estudiantes una hoja donde se describen las categorías para tener en cuenta el seguimiento de lo realizado en las actividades. Explica la forma como deben ir registrando la información y los aspectos relevantes sobre escritura numérica, posición de números y realización de los algoritmos de suma y resta, forma de completar tablas y representar la información. Aclara dudas e interrogantes y realiza junto con los estudiantes algunos ejercicios.

RETROALIMENTACIÓN DE LA VALORACIÓN CONTÍNUA:

Los estudiantes comparten entre sí los formatos con la información y actividades realizadas con el fin de comparar los datos obtenidos. Hacen entrega a la docente del primer resultado sobre lo realizado. La docente hace una primera revisión, aportando observaciones para que los estudiantes realicen correcciones pertinentes y luego lo devuelvan para darle una valoración final

Anexo 2. Prueba de diagnóstico de matemáticas

IED OFELIA URIBE DE ACOSTA
Prueba Diagnóstica de Matemáticas 2015

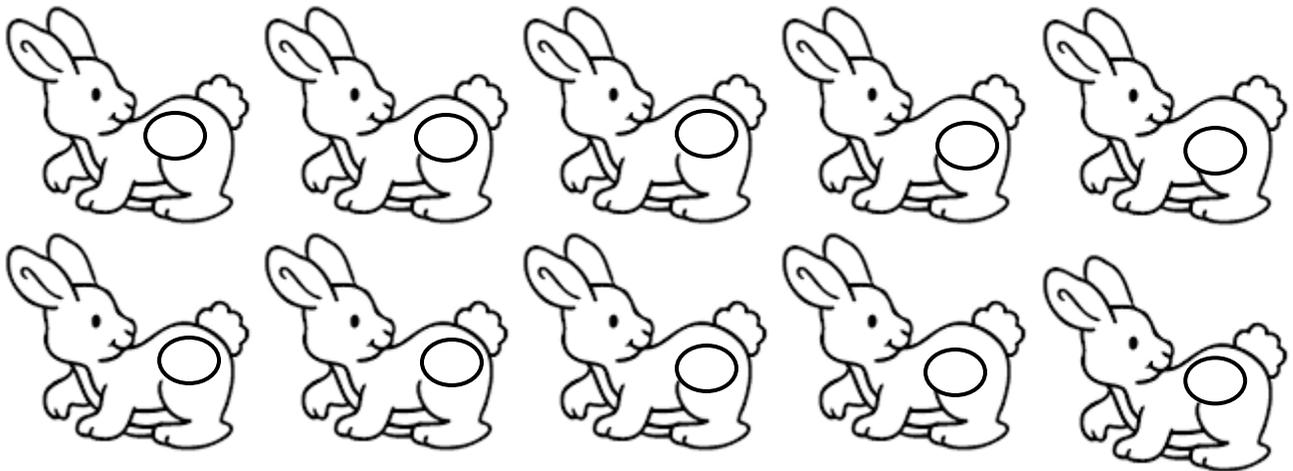
Primer Grado

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: _____

1. Colorea cada cuadro, según indique el número

5						
1						
3						
2						
4						

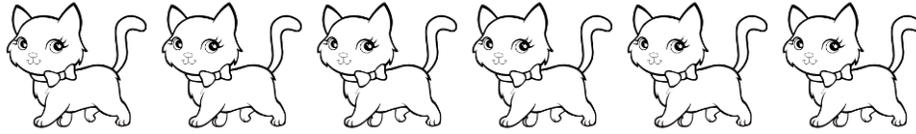
2 Cuenta y coloca el número a cada conejo.



3. Dibuja a la derecha de la jaula una flor. A la izquierda un gato y dentro de la jaula, un pajarito

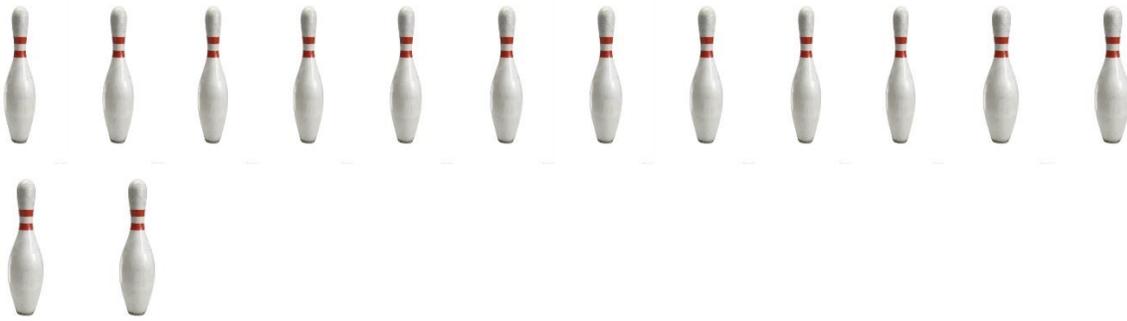


4. Cuenta y encierra el número correcto.



1 4 3 5 6 2

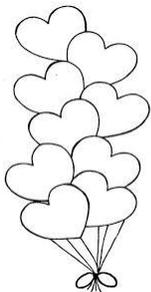
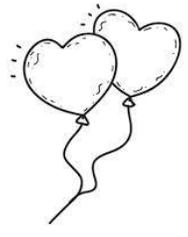
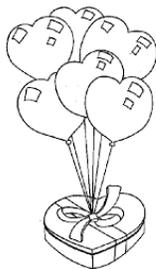
5. Cuenta y encierra 10 bolos



6. Escribe el número que sigue

2 _____ 4 _____ 5 _____ 1 _____ 3 _____ 1 _____

7. Colorea el conjunto que tenga mayor cantidad de globos



8. Dictado numérico

Escribe en cada cuadro el número que te dicte la profesora.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Anexo 3. Formato de Diario de Campo



DIARIO DE CAMPO DOCENTE



FECHA	ACTIVIDAD PLANEADA	DESCRIPCIÓN BREVE DE LA EXPERIENCIA	CATEGORIA	EVIDENCIA FOTOGRÁFICA	RELACION CON LA TEORIA
	Prueba de entrada				

Anexo 4. Consentimiento informado a padres de familia.

AUTORIZACIÓN PARA COLEGIO OFELIA URIBE DE ACOSTA IED

Bogotá, D.C.

Señores:

PADRES DE FAMILIA

ASUNTO: INVESTIGACIÓN ESTUDIANTES GRADO PRIMERO

Cordial saludo.

Dentro del trabajo desarrollado en la institución se promueve el mejoramiento académico de los estudiantes. Es así como se estará aplicando **DISEÑO, IMPLEMENTACIÓN Y EVALUACIÓN DE UNA UNIDAD DIDÁCTICA DESDE EL MARCO DE LA EPC, PARA POTENCIAR ESTRATEGIAS DE CONTEO, UTILIZADAS EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE TIPO ADITIVO.**

Dentro de este proceso se recogerán datos gráficos y escritos, experiencias orales, se aplicarán guías y entrevistas dentro de la clase, fotografías y videos. Esta información será sistematizada y de uso académico, la cual podrá ser publicada en medios impresos y/o electrónicos. En todos los casos, se tratará la información que provenga de sus hijos de manera confidencial y no se usará para otros propósitos fuera de los de la investigación.

Agradecemos su colaboración. Firmando la siguiente autorización

Atentamente,

ALBA QUINTERO

DOCENTE INVESTIGADORA UNIVERSIDAD DE LA SABANA.

Yo, _____ mayor de edad identificado con la cédula de ciudadanía No. _____ de _____ en uso de mis plenas facultades, autorizo irrevocablemente al colegio para que use mi:

<input type="checkbox"/> Nombre	<input type="checkbox"/> Imagen	<input type="checkbox"/> Frases	<input type="checkbox"/> Declaraciones Testimoniales
<input type="checkbox"/> Retrato fotográfico	<input type="checkbox"/> Locaciones	<input type="checkbox"/> Pinturas	<input type="checkbox"/> Obras de Arte
<input type="checkbox"/> Litografías	<input type="checkbox"/> Mapas	<input type="checkbox"/> Archivos de museo	<input type="checkbox"/> Imágenes de archivo audiovisual
<input type="checkbox"/> Fotografías	<input type="checkbox"/> Obra musical original	<input type="checkbox"/> Derechos de autor	<input type="checkbox"/> Compositor
<input type="checkbox"/> Intérprete	<input type="checkbox"/> Productor musical	<input type="checkbox"/> Edición Musical	

Para los exclusivos efectos de emitir, publicar, divulgar y promocionar en cualquier lugar del mundo, el material grabado para el proyecto **DISEÑO, IMPLEMENTACIÓN Y EVALUACIÓN DE UNA UNIDAD DIDÁCTICA DESDE EL MARCO DE LA EPC, PARA POTENCIAR ESTRATEGIAS DE CONTEO, UTILIZADAS EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE TIPO ADITIVO.**

Acepto, que conozco el propósito de este producto audiovisual, que es, crear un espacio para compartir las experiencias vividas en las aulas de clase.

Tal utilización podrá realizarse mediante la divulgación a través de su reproducción, tanto en medios impresos como electrónicos, así como su comunicación, emisión y divulgación pública, a través de los medios existentes, o por inventarse, incluidos aquellos de acceso remoto, conocidos como Internet, para los fines de emisión del material grabado, y los fines promocionales e informativos que EL COLEGIO estime convenientes.

Reconozco además, que no existe ninguna expectativa sobre los eventuales efectos económicos de la divulgación, o sobre el tipo de campaña publicitaria que pueda realizar LA INSTITUCIÓN.

Declaro que conozco los propósitos del COLEGIO referentes al beneficio de la comunidad educativa, hecho por el cual en las emisiones de este video, no habrá uso indebido del material autorizado.

La vigencia de autorización corresponde al término establecido en la Ley 23 de 1982, durante el cual El Colegio **OFELIA URIBE DE ACOSTA IED**

es titular de los derechos sobre los videos o imágenes a emitir.

Atentamente,

Acudiente de _____ Edad: _____ TI:

Firma del padre o madre: _____

Nombre del padre o madre: _____

C.C. del padre o madre _____

Manifiesto que he leído y comprendido perfectamente lo anterior y que todos los espacios en blanco han sido completados antes de mi firma y me encuentro en capacidad de expresar mi consentimiento

<p>n° 2</p> <p>n° 3</p>	<p>d) Los estudiantes jugarán a derribar bolos. Se formarán grupos de 5 participantes por cada grupo.</p> <p>e) En la cartelera diseñada para cada equipo, cada estudiante llevará un registro de los bolos derribados en cada lanzamiento (que encontrará diseñados en cartulina, cogerá la cantidad tumbada y luego procederá a ubicarla en la cartelera. Los demás compañeros estarán atentos del registro de dicha información para hacer la retroalimentación, si es el caso.</p> <p>f) Luego de registrar la información en la cartelera, llevará también su registro personal (Para finalizar el juego cada estudiante debe haber realizado tres rondas)</p> <p>g) Elaborarán una tabla para ordenar las puntuaciones en forma ascendente y luego realizar las premiaciones de los primeros lugares</p>	<p>Comparará la cantidad de elementos de dos o más colecciones de objetos.</p> <p>Representará cantidades de acuerdo al color de los bolos que ha tumbado.</p> <p>Completará tabla de registro a medida que realiza cada una de las rondas.</p>
<p>n° 4</p>	<p>h) Cada uno de los estudiantes realizará una tabla de registro con toda la información recopilada</p> <p>i) Cada estudiante realiza una comparación entre la forma como registro la información y la forma como la registraron sus compañeros</p>	<p>El estudiante dará respuesta a situaciones planteadas cómo:</p> <p>¿Qué cantidad de puntos normales hiciste en la primera ronda?</p> <p>¿Cuántos en la segunda? ¿Cuántos en la tercera?</p> <p>¿En cuál ronda hiciste más puntos?</p> <p>¿Cuántos puntos hiciste en total?</p>

Proyecto final de

Anexo 6. Organizador Gráfico: El juego de la Torre.

Organizador Gráfico: El juego de la Torre

Materia y grado

Matemáticas, Primer grado de Básica Primaria

Metas de comprensión abarcadoras

(Hilos conductores)

1. ¿Por qué es importante contar?
2. ¿Qué diferentes formas hay de contar?
3. ¿Cómo puedo comunicar a otros lo que se ha contado?

TOPICO GENERATIVO

CONTANDO ANDO Y NUMEROS VOY ENCONTRANDO: El juego de la torre

METAS DE COMPRENSIÓN:

1. Los estudiantes desarrollarán comprensión sobre el significado de los números en contextos de conteo	2. Los estudiantes comprenderán la importancia del conteo y que hay diferentes estrategias para realizarlos	3. Los estudiantes comprenderán que existen diferentes formas de representar las cantidades	4. Los estudiantes comprenderán que las situaciones de conteo permiten la solución de problemas de la vida cotidiana.
Desempeño de Contenido	Desempeño de Método	Desempeño de Comunicación	Desempeño de Propósito

		TIEMPO	VALORACIÓN CONTÍNUA	VALORACION CONTINUA
	ACCIONES REFLEXIONADAS		FORMAS	CRITERIOS DEL ÁREA
ETAPA EXPLORATORIA	<p>Actividades 1</p> <p>La actividad iniciará, dando oportunidad a los estudiantes de armar torres, en un determinado tiempo (1 minuto) utilizando bloques (un paquete por cada grupo). Transcurrido el tiempo se harán las siguientes preguntas:</p> <p>¿Qué grupo construyó la torre más alta?</p> <p>¿Cuántos bloques utilizó para construir esta torre?</p> <p>¿Qué grupo construyó la torre más baja?</p> <p>¿Con cuántos bloques construyó esta torre?</p> <p>¿Cuántos bloques más, tiene la torre alta, que la torre baja?</p> <p>¿Hubo grupos que construyeron torres de igual tamaño?</p>		Planteamiento de estrategias para armar torres, utilizando diferentes bloques y en el menor tiempo posible	Producción y comparación de colecciones de objetos
				Cuantificarán colecciones y harán las respectivas comparaciones

	<p>¿Cuántos bloques utilizaron? Se solicitará a los estudiantes que realicen las representaciones de las torres en su cuaderno, organizándolas de la torre más alta a la torre más baja y en lo posible escriban la cantidad de bloques utilizados para construir cada una de ellas.</p>			
ETAPA GUIADA	<p>Actividad: 2, 3, 4, 5 y 6</p> <p>Cada jugador en su turno lanza con el pie una pelota, con la intención de tumbar la mayor cantidad de tarros.</p> <p>En cada turno el jugador tiene la oportunidad de un lanzamiento.</p> <p>Cada vez que juega un nuevo jugador, se hace una nueva torre</p> <p>Cada jugador debe registrar sus puntajes en la tabla.</p> <p>Se les estimulará para que cada jugador realice sus propias formas de registros de acuerdo al nivel de avance de conteo que tengan. Ellos pueden hacer rayas, puntos, palitos o escribir números.</p> <p>El juego termina cuando cada jugador haya completado sus lanzamientos</p> <p>El ganador del juego es aquel que haga más puntos.</p>		<p>Los estudiantes se familiarizarán con preguntas como:</p> <p>¿Cuántos tienes?, ¿Cuántos le falta para...? ¿Cuántos le sobra para tener la misma cantidad que...?, ¿Cuántos reúne?</p> <p>Realización de registros.</p>	<p>Comparará la cantidad de elementos de dos o más colecciones de objetos.</p> <p>Completará tabla de registro a medida que realiza cada uno de los lanzamientos</p>
PROYECTO DE SÍNTESIS	<p>Actividad: 7 y 8</p>	<p>Una semana</p>	<p>Socialización de los registros</p>	<p>Dará respuesta a situaciones planteadas como:</p> <p>¿Qué cantidad de puntos normales hiciste en la primera ronda? ¿Cuántos en la segunda? ¿Cuántos en la tercera? ¿En cuál ronda hiciste más puntos?</p> <p>¿Cuántos puntos hiciste en total?</p>

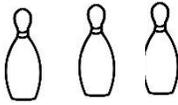
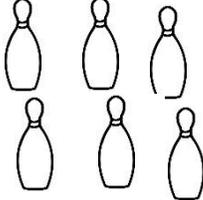
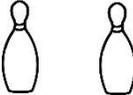
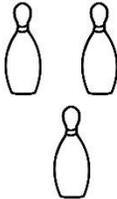
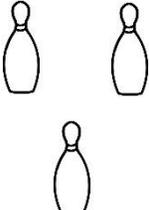
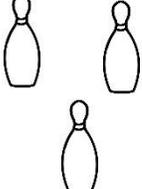
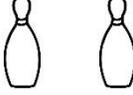
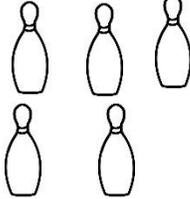
Anexo 7. Tabla de registro del juego de los bolos

TABLA DE REGISTRO DEL JUEGO DE LOS BOLOS

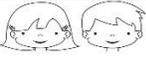
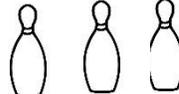
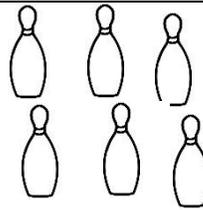
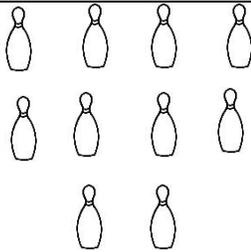
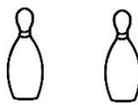
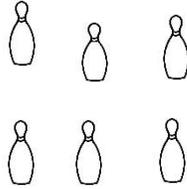
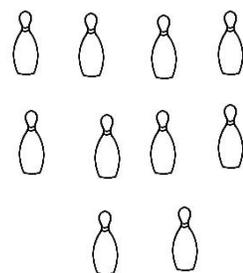
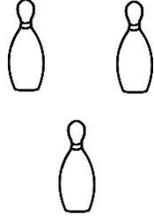
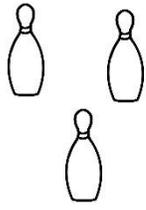
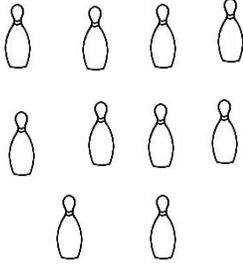
NOMBRE DEL EQUIPO: _____			
<i>Nombre del jugador</i>	<i>Primera Ronda</i>	<i>Segunda Ronda</i>	<i>Total</i>

**Anexo 8. Guía con tabla de situaciones planteadas desde el contexto del juego de los bolos.
Problema de Tipo cambio**

En el contexto del juego de los bolos, vamos a ver cuántos bolos han tumbado los siguientes niños

Jugador	Lanzamiento 1	Lanzamiento 2	Lanzamiento 3	Total
Nicolás	4			
Alejandro	6			
Paula	8			
Dana	7			
Karen	8			

Anexo 9. Guía con tabla modificada de situaciones planteadas desde el contexto del juego de los bolos. Problema de Tipo Cambio.

En el contexto del juego de los bolos, vamos a ver cuántos bolos han tumbado los siguientes niños				
				Total
Julián				
Sara				
Michel				

Anexo 10. Problema Tipo Cambio 1. Sentido de cambio: Incremento.

VAMOS A RESOLVER PROBLEMAS



En un juego de bolos, había 10 de estos .



En el lanzamiento, Felipe tumbó 5 bolos



En el lanzamiento tumbó 4 bolos

¿Cuántos bolos tumbó Felipe? 

 Lanzamiento	 Lanzamiento	 ¿Cuántos bolos tumbó Felipe?

NOMBRE:

Anexo 11. Guía de resolución de Problemas de la estrategia del juego de la torre
OBSERVA, CUENTA Y DIBUJA LATAS



Dibuja la cantidad de latas que observas

Dibuja la cantidad de latas que observas con el número

1

Dibuja la cantidad de latas que observas con el número

2

Dibuja la cantidad de latas que observas con el número

3

Anexo 12. Tabla de registro del juego de la Torre de las latas

JUEGO DE LA TORRE DE LATAS

TABLA DE REGISTRO

NOMBRE DEL JUGADOR	LANZAMIENTO N.1	LANZAMIENTO N.2	LANZAMIENTO N.3	PUNTOS ACUMULADOS

JUEGO DE LA TORRE DE LATAS

TABLA DE REGISTRO

NOMBRE DEL JUGADOR	LANZAMIENTO N.1	LANZAMIENTO N.2	LANZAMIENTO N.3	PUNTOS ACUMULADOS	

Anexo 13. Problemas planteados con el juego de la torre

RESOLVIENDO MAS PROBLEMAS CON EL JUEGO DE LA TORRE DE LATAS

Julián derribó primero con



puntos.



latas con esos puntos y luego una más

¿Cuántos puntos obtuvo Julián?

Si Mateo derribó



y



¿Qué puntaje acumuló?

De



que forman la torre, Luis tumbó



¿Cuántas latas quedaron en pie?

Anexo 14. Problemas Verbales de Estructura Aditiva Tipo Cambio 3, 4,5

RESOLVIENDO MAS PROBLEMAS CON EL JUEGO DE LA TORRE DE LATAS

En el juego de la torre de latas, al finalizar el juego, Miguel completa 6 puntos.



Primero obtiene   ¿Cuántos puntos obtuvo después Miguel?

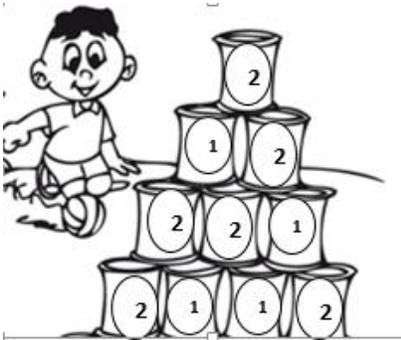


Laura tiene   puntos, necesita completar 10 puntos. ¿Cuántos puntos necesitará Laura?

Ximena acumuló en un primer lanzamiento algunos puntos. Luego en el segundo lanzamiento obtuvo 6 puntos. Ahora tiene 8 puntos. ¿Cuántos puntos hizo Ximena en su primer lanzamiento?

Anexo 15. Problemas Verbales de Estructura Aditiva Tipo Cambio juego de la Torre.
Sigamos resolviendo problemas, jugando a la torre de latas

Sebastián inicia el juego con ésta torre



Cuando lanzó la pelota, tumbó las tres que estaban arriba de la torre. Cuántas latas quedaron sin caer?

Representa:

Torre para iniciar el juego	Latas que tumbó	Latas que no tumbó

Contesta:

¿Cuántas latas forman la torre?

¿Cuántos puntos en total hay en la torre?

Anexo 16. Complementos del 10 con los bolos.

COMPLEMENTOS DEL 10 CON LOS BOLOS

Coloreamos cantidades diferentes que completen 10



$$\square + \square = 10$$

$$\square + \square = 10$$



$$\square + \square = 10$$

$$\square + \square = 10$$