



Título del artículo.

¿Qué caracteriza el conocimiento del profesor de matemáticas en la planificación del concepto de límite al infinito de una función para su enseñanza?

Título del artículo en idioma Inglés.

What characterizes knowledge of mathematics teachers when planning for teaching the concept of limit to infinity of a function?

Autores.

Rafael Couoh-Noh
Guadalupe Cabañas-Sánchez
Salvador Llinares-Ciscar
Julia Valls-González

Referencia bibliográfica:

MLA

Couoh-Noh, Rafael, Guadalupe Cabañas-Sánchez, Salvador Llinares-Ciscar, Julia Valls-González. "¿Qué caracteriza el conocimiento del profesor de matemáticas en la planificación del concepto de límite al infinito de una función para su enseñanza?". *Tlamati* 6.2 (2015): 34-38. Print.

APA

Couoh-Noh, R., Cabañas-Sánchez, G., Llinares-Ciscar, S. y Valls-González, J. (2015). ¿Qué caracteriza el conocimiento del profesor de matemáticas en la planificación del concepto de límite al infinito de una función para su enseñanza? *Tlamati*, 6(2), 34-38.

ISSN: 2007-2066.

Publicado el 30 de Junio del 2015

© 2015 Universidad Autónoma de Guerrero

Dirección General de Posgrado e Investigación

Dirección de Investigación

TLAMATI, es una publicación trimestral de la Dirección de Investigación de la Universidad Autónoma de Guerrero. El contenido de los artículos es responsabilidad exclusiva de los autores y no refleja de manera alguna el punto de vista de la Dirección de Investigación de la UAGro. Se autoriza la reproducción total o parcial de los artículos previa cita de nuestra publicación.



¿Qué caracteriza el conocimiento del profesor de matemáticas en la planificación del concepto de límite al infinito de una función para su enseñanza?

Rafael Couoh-Noh^{1*}
 Guadalupe Cabañas-Sánchez¹
 Salvador Llinares-Ciscar²
 Julia Valls-González²

¹Universidad Autónoma de Guerrero. Unidad Académica de Matemáticas Chilpancingo, Edificio A. Av. Lázaro Cárdenas s/n. C.U. Zona Sur, C. P. 39087. Chilpancingo, Guerrero. México

²Universidad de Alicante. Facultad de Educación.

*Autor de correspondencia
 jose_rafael_1988@hotmail.com

Resumen

Se reportan avances de una investigación que se interesa por determinar las características del conocimiento matemático para la enseñanza del concepto de límite al infinito de una función que pone en acción el profesor en la planificación del tópico. El estudio se fundamenta en el modelo Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT). En el estudio participan dos profesores de matemáticas de España y uno de México. Los datos se obtienen mediante una entrevista semiestructurada que involucró aspectos sobre los datos personales, el aula de clases, la planificación del profesor y del investigador sobre el tópico. El análisis de los datos se realiza en tres fases: generación de las unidades de análisis, agrupamiento en categorías de dichas unidades y determinación de las características del conocimiento del profesor. Los resultados evidencian que el profesor pone en acción los subdominios del MKT cuando planifica la enseñanza del concepto de límite al infinito de una función.

Palabras Clave: Límite al infinito, conocimiento matemático para la enseñanza, planificación, instrumentos.

Abstract

Partial results from a study focused on determining characteristics of mathematical knowledge for teaching the concept of infinite limit of a function, a topic presented by a teacher. Foundations of this study are the model of Mathematical Knowledge for Teaching (MKT). In this study, two mathematics teachers from Spain and one from Mexico are involved. Researchers gathered data applying a semi-structured interview involving aspects of personal data, classroom, teacher planning and research on the topic. Researchers analyzed data in three phases, as follows: generation of the units of analysis, grouping into categories of these units, and determination of characteristics of knowledge. Results show that the teacher puts into action MKT's subdomains when planning of teaching the concept of limit with tendency to infinity of a function.

Keywords: limit to infinity, mathematical knowledge for teaching, planning, tools

Como citar el artículo:

Couoh-Noh, R., Cabañas-Sánchez, G., Llinares-Ciscar, S. y Valls-González, J. (2015). ¿Qué caracteriza el conocimiento del profesor de matemáticas en la planificación del concepto de límite al infinito de una función para su enseñanza? *Tlamati*, 6(2), 34-38.

Introducción

La matemática educativa se ocupa del estudio de fenómenos didácticos asociados a la transposición didáctica del saber matemático. Las investigaciones en esta disciplina tienen como fin último contribuir en la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. En ese marco, se han desarrollado estudios de corte cognitivo, epistemológico, didáctico e históricos entre otros. En el caso particular del Cálculo, área interés en este trabajo, las investigaciones han evidenciado que es una de las más complejas para los estudiantes. Algunas dificultades reportadas, se circunscriben a conceptos fundamentales como el de límite y el de función (Tall, 1993; Tall & Schwarzenberger, 1978; Sierpiska, 1985; Artigue, 1991). Sin embargo, este tipo de problemática no se limita a la actividad cognoscitiva del estudiante, pues también involucra al propio saber matemático, al rol del profesor, a las prácticas que se desarrollan en el aula, así como al contexto social, histórico y cultural en que están inmersos los actores del sistema didáctico (Cabañas-Sánchez, 2011). Por ello, las investigaciones actuales en nuestra disciplina, han enfocado su atención a este tipo de problemática. El estudio que reportamos se enmarca en el ámbito de la práctica profesional del profesor de matemáticas, quien como representante institucional, interpreta el currículum, lo pone en funcionamiento y encara dificultades tanto sobre los procesos de reforma como con el contenido y métodos de enseñanza entre otros aspectos (Cabañas-Sánchez, 2011). En ese contexto nos planteamos como objetivo:

“Determinar las características del conocimiento que pone en acción el profesor de matemáticas en la planificación del tópico límite al infinito de una función para su

enseñanza”.

Asumimos la postura de Llinares (2000), acerca del conocimiento profesional del profesor, quien sostiene que el análisis desde una perspectiva cognitiva, supone determinar aspectos de la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje y ver al profesor como un profesional que construye su conocimiento a través de la reflexión y justificación sobre la acción.

El estudio es motivado por: a) la propia experiencia docente, convencidos del importante papel que tiene el profesor en la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos matemáticos; y b) la necesidad de comprender el conocimiento que pone en acción el profesor de matemáticas en la elección y secuenciación de las tareas para la enseñanza del límite de una función, ya que determina el aprendizaje de los estudiantes. Por ello, desde nuestra perspectiva, esta investigación es relevante y pertinente para y en los programas de formación de profesores de matemáticas y actualización docente, dado que se identifican las características del conocimiento que moviliza el profesor de matemáticas en la planificación del concepto de límite al infinito de una función para su enseñanza. La pregunta que orienta nuestro estudio es:

¿Qué instrumentos considera el profesor de matemáticas en su planificación para la enseñanza del límite al infinito de una función y cómo justifica su uso?

Marco teórico

El conocimiento matemático para la enseñanza

El modelo del MKT (vease figura 1), propuesto por Ball, Thames y Phelps (2008), representa la unión del co-



Figura 1. Dominios del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT). (Ball, et al., 2008)

nocimiento del contenido matemático y el conocimiento didáctico del contenido, necesario para llevar a cabo el trabajo de enseñanza de las matemáticas. Involucra las tareas implicadas en la enseñanza y sus exigencias, una comprensión de los contenidos del currículo escolar, la planificación de las lecciones y la evaluación de los estudiantes.

El MKT ofrece la respuesta más prometedora a la antigua pregunta de qué tipo de conocimiento de los contenidos se necesita para enseñar bien las matemáticas (Morris, Hiebert, y Spitzer, 2009). Por su parte, Mochón y Morales (2010) señalan que en la planificación de secuencias didácticas el profesor utiliza conocimiento matemático para la enseñanza. Ball et. al (2008) proponen seis componentes del MKT, a partir del trabajo de Shulman (1986), los cuales se observan en la figura 1. Los dominios CCK, HCK y SCK pertenecen al conocimiento del contenido, y los tres restantes al conocimiento didáctico del contenido. A continuación, describimos de forma sucinta los subdominios del modelo.

El conocimiento común del contenido (CCK). Se refiere a los conocimientos matemáticos y las técnicas utilizadas en una amplia variedad de entornos que no es exclusiva de la enseñanza.

El conocimiento especializado del contenido (SCK). Involucra los conocimientos matemáticos y las habilidades únicas para la enseñanza, considerados como innecesarios en otros ámbitos. Las actividades del profesor exigen una única comprensión y razonamiento matemático, así como poseer la habilidad para desempaquetar los conocimientos matemáticos con el fin de hacer visibles, a los estudiantes, determinados aspectos del mismo.

El conocimiento del horizonte matemático (HCK). Refiere al conocimiento del profesor sobre la relación de los tópicos matemáticos enseñados con otros incluidos en el plan de estudios, para establecer el fundamento matemático de lo que vendrá después y en consecuencia, ayudar en la toma de decisiones.

El conocimiento de los contenidos y los estudiantes (KCS). Se refiere al conocimiento que combina el saber acerca de los estudiantes y sobre las matemáticas. Los profesores deben anticipar las respuestas de los estudiantes ante una tarea y las dificultades que pueden tener con ésta. Al elegir un ejemplo, deben predecir lo que los estudiantes encontrarán interesante y motivador, así como ser capaces de interpretar el pensamiento de los escolares.

El conocimiento de los contenidos y la enseñanza (KCT). Combina el conocimiento sobre la enseñanza y el de las matemáticas. Las tareas matemáticas en la enseñanza requieren un conocimiento matemático para su diseño y secuenciación. Por ello, los profesores evalúan las ventajas y desventajas de las representaciones que utilizan para enseñar una idea específica e identifican lo que ofrecen para la instrucción los diferentes métodos y procedimientos.

El conocimiento de los contenidos y el currículum (KCC). Refiere al conocimiento de la amplia gama de programas educativos y temas particulares en un determinado nivel, los materiales educativos disponibles, y las indicaciones para la implementación de un currículum.

Los dominios del MKT permiten en el análisis de los datos, clasificar y determinar el tipo de conocimiento que pone en acción un profesor de matemáticas al planificar la enseñanza del límite al infinito de una función.

Tabla 1. Preguntas del guión de entrevista y objetivo por apartado

Apartado	Preguntas	Objetivo
Datos personales.	¿Cuál es su formación académica? ¿Cuánto tiempo lleva impartiendo clases? ¿En qué nivel educativo da clases? ¿Qué lo motivó a ser profesor de matemáticas?	Contextualizar los participantes de la investigación.
El aula de clases: los estudiantes, la planificación y el currículum.	¿Qué edad tienen en promedio sus estudiantes? ¿Qué consideraciones hace al momento de planificar, respecto al tipo de estudiantes que tiene en el aula? ¿Qué materiales utiliza para planificar su clase? ¿Qué tipo de evaluaciones realiza a sus estudiantes? ¿Qué aspectos plantea el currículum actual y cómo los incorpora en su planificación?	Conocer aspectos generales relacionados con los estudiantes; el aula de clases; la planificación y los planteamientos curriculares oficiales; y cómo éstos influyen en su planificación.
Planificación del profesor sobre el límite de una función.	¿Qué objetivo plantea el currículo respecto al concepto del límite al infinito? ¿Cuáles serían los objetivos principales de su planificación del límite al infinito? ¿Cuáles son las actividades que plantea a los estudiantes?	Conocer las justificaciones del profesor sobre la metodología de su planificación y de las tareas propuestas para la enseñanza del límite al infinito de una función.
Planificación del investigador sobre el límite al infinito de una función.	¿Qué tan apegado se encuentra el objetivo de la planeación respecto al currículum español/mexicano? ¿Considera adecuado el contexto presentado? ¿Qué actividades incluiría o eliminaría? ¿La planificación contribuye al aprendizaje del límite al infinito?	Conocer las justificaciones que realizan los profesores de matemáticas respecto de una planificación externa para la enseñanza del límite al infinito de una función.

La planificación y los instrumentos

Adoptamos la postura de Gómez (2006), quien señala que la planificación es un proceso de diseño de tareas y actividades de enseñanza y aprendizaje cuyo propósito es generar experiencias en las cuales los escolares construyan su conocimiento gracias a una permanente negociación de significados. En la planificación, el profesor usa distintos instrumentos para promover el aprendizaje de sus estudiantes. Coincidimos con Llinares (2000) en que los instrumentos refieren a todo aquello utilizado por el profesor para gestionar la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas tales como: el lenguaje hablado, los modos de representación simbólica, los materiales físicos, los diagramas, los símbolos convencionales, las tareas-problemas instruccionales, etc.

Metodología

Contexto y participantes

La investigación es descriptiva, cualitativa y un estudio de casos. Se desarrolla en España en primero y segundo de Bachillerato de la Comunitat Valenciana (estudiantes de 16-18 años) y en México en el nivel superior (estudiantes de 18 años en adelante), dado que en esos niveles se plantea el estudio del límite de una función con base la revisión de los planes y programas de cada país.

Los participantes son tres profesores de matemáticas, dos de secundaria de España y uno del nivel superior de México. El primero, PEA (profesor español A), se encuentra en activo, es Licenciado en Ciencias Exactas y lleva 36 años desempeñándose como profesor de matemáticas en secundaria. El segundo, PEB (profesor español B), está jubilado, se graduó como Maestro de Enseñanza Primaria y es Licenciado en Ciencias Exactas. Se desempeñó, en un primer momento, como profesor de primaria y después como profesor de secundaria y universidad, acumulando 42 años de experiencia docente. Ambos profesores estudian un doctorado en la Universidad de Alicante, España, la etapa en que se encuentran, es en la escritura de su trabajo de tesis las cuales estudian aspectos relacionados con el aprendizaje de los estudiantes sobre el límite de una función. El tercero, PMC (profesor mexicano C), está en activo, es Licenciado en Matemáticas con especialidad en la enseñanza de la matemática y la computación; y Maestro y Doctor en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa. Su tesis doctoral versó sobre el planteamiento de una estrategia metodológica para el tratamiento del concepto de límite al infinito de una función. Respecto de su experiencia profesional, fue, profesor de matemáticas en el Bachillerato de la Universidad Autónoma de Guerrero (UAGro) por un periodo de 8 meses y actualmente, profesor de matemáticas en el Nivel Superior de la UAGro donde lleva 9 años impartiendo asignaturas de Cálculo Diferencial e Integral y Análisis Matemático.

Instrumento de recogida de datos

Los datos se obtuvieron mediante la entrevista semiestructurada empleando un guión integrado por distintas preguntas relativas a los aspectos siguientes: los datos personales de los participantes; el aula de clases; la planificación del profesor y del investigador sobre el límite al infinito de una función. La tabla 1 muestra las preguntas primarias

por apartado y el objetivo.

Desarrollo de la entrevista

Antes de iniciarse la entrevista los profesores facilitaron al investigador, primer autor, sus planificaciones sobre el concepto de límite de una función, a fin de comprenderlas y con base en ello plantear preguntas específicas respecto de las tareas propuestas. El primer autor por su parte, entregó a los profesores su planificación con el fin de que la analizaran previo a la entrevista. El objetivo de la planificación de PEA es que los estudiantes identifiquen la tendencia de una función usando la calculadora y resuelvan problemas sobre límites en otros contextos; la de PEB, que los estudiantes usen el límite de una función en la resolución de problemas y en otros contextos; la de PMC, que los estudiantes asimilen el concepto del límite al infinito de una función con base la resolución de problemas; y la del investigador, que los estudiantes establezcan una definición del límite al infinito usando el lenguaje coloquial y sustentados de la simbología matemática (). Las actividades de esta última planificación, han sido resueltas por cuatro profesores de matemáticas en formación en la Unidad Académica de Matemáticas de la UAGro, quienes argumentaron que el contexto permite dotar de sentido al estudio del tópico (una explicación más amplia puede verse en Couoh y Cabañas-Sánchez, 2013).

Respecto de la entrevista, se desarrolló de manera individual con los profesores participantes, las cuales fueron audio grabadas con un dispositivo móvil. El número de sesiones para PEA fueron cuatro, para PEB y PMC fueron tres, respectivamente.

Análisis de los datos

Se realiza a nivel descriptivo en tres fases. La primera, radica en el pre-análisis de las entrevistas para reducir el volumen de los datos y consiste en: triangular las entrevistas con el currículo oficial de bachillerato y la planificación del profesor y del investigador; identificar las unidades de análisis; concepto adaptado y entendido como el conjunto de frases que a lo largo de la entrevista ha usado el profesor vinculado a su conocimiento matemático para la enseñanza un tópico matemático en particular (Bodi, 2006), que están relacionadas con el objetivo de la investigación y anotar las ideas asociadas con ésta. La segunda, implica agrupar las unidades de análisis en las seis categorías del MKT y aquellas que no puedan agruparse dentro de estas categorías, generaran una que denominaremos "emergentes". La tercera, consiste en mirar todas las unidades de análisis en cada categoría, para identificar y determinar el conocimiento matemático para la enseñanza del límite al infinito.

Prospectiva de la investigación

Los avances de la investigación se remiten a las entrevistas realizadas en la fase 1 y 2 del análisis. Con base en las respuestas, se obtuvo información respecto a la formación profesional de los participantes, a las justificaciones del profesor sobre las actividades de su planificación y del investigador. Lo que sigue es la fase 3 para determinar el conocimiento que moviliza el profesor de matemáticas en la planificación del límite al infinito de una función para su enseñanza.

Referencias

- Artigue, M. (1991). Analysis. En Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*. 11, 167-198. USA: Mathematics Education Library. Kluwer Academic Publisher.
- Ball, D.; Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Cabañas-Sánchez, G. (2011). El papel de la noción de conservación del área en la resignificación de la integral definida. Un estudio socioepistemológico. Departamento de matemática educativa, Centro de investigación y de estudios avanzados del instituto Politécnico Nacional, México.
- Couoh, J.R. y Cabañas-Sánchez, G. (2013). Un estudio del límite al infinito en el nivel superior bajo el contexto de la resolución de problemas que involucran a la función logística. En L. Sosa, J. Hernández y E. Aparicio (Eds.), *Memoria de la XVI Escuela de Invierno en Matemática Educativa*, 316-323. México: Red de Cimates.
- Gómez, P. (Noviembre 12, 2006). La planificación: una competencia fundamental del profesor. Recuperado de <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/GomezP06-2799.PDF>
- Llinares, S. (2000). Intentando comprender la práctica del profesor de matemáticas. En J.P. da Ponte & L. Serrazina (coord.). *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Italia*. 109-132. Lisboa, Portugal: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.
- Mochón, S. y Morales, M. (2010). En qué consiste el “conocimiento matemático para la enseñanza” de un profesor y cómo fomentar su desarrollo: un estudio en la escuela primaria. *Educación matemática*, 22(1), 87-113.
- Morris, A. y Hiebert, J.; Spitzer, S. (2009). Mathematical Knowledge for Teaching in Planning and Evaluating Instruction: What Can Preservice Teachers Learn? *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(5), 491-529.
- Sierpinska, A. (1985). Obstacles épistémologiques relatifs à la notion de limite. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 6(1), 5-67.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Tall, D. (1993). Students' difficulties in Calculus. *Proceedings of Working Group 3, ICME-7 1992*. 13-28. Québec, Canada
- Tall, D.; Schwarzenberger, R. (1978). Conflicts in the Learning of Real Numbers and Limits. *Mathematics Teaching*, 82, 44-49.