

## Управління рекламною кампанією на основі моделі логістичної системи підприємства

Ю. В. Шерстенников, Т. М. Рудянова, Л. Б. Баранник, В. В. Даценко,  
Л. Ф. Новікова

*Дослідження присвячено вирішенню наукової проблеми щодо оптимального розширення ринкової ніші підприємства з урахуванням потенційного попиту та формування ефективної рекламної кампанії. Розроблено економіко-математичну модель виробничої діяльності підприємства з урахуванням логістики та попиту на ринку.*

*Завдання визначення оптимальних витрат на рекламу виконується в двох постановках:*

*а) підприємство виготовляє однорідні товари і оптовий склад може виконати замовлення роздрібною торгівлі при будь-якій кількості товару на оптовому складі;*

*б) підприємство виробляє деяку продукцію в асортименті – у цьому випадку на оптовому складі повинен бути якийсь мінімальний запас продукції.*

*Дослідженням встановлено, що оптимальні витрати на рекламу визначаються величиною всіх основних параметрів логістичної системи підприємства. Цей висновок отриманий в результаті ретельного модельного врахування структури логістичної системи підприємства. Були враховані також усі основні зв'язки (потоки) між елементами логістичної системи. Розрахунки проведені для системи рівнянь, записаних у формі з дискретним часом. Моделювання виконане таким чином, щоб нефізичні явища (наприклад, переповнення сховищ тощо) на проміжних етапах моделювання не з'являлися. За розрахунками встановлено, що із запланованою потужністю 4,1 (одиниць на день) прибуток за рік становитиме 3975,5 (одиниць) при оптимальній рекламній вартості 44,8 (одиниці). Практичне значення дослідження полягає в тому, що наукові уявлення про взаємозв'язок рекламної кампанії з виробничим потенціалом підприємства можуть слугувати основою для більш ефективного управління бюджетним процесом на підприємстві, а саме: більш обґрунтованого планування обсягів виробництва та витрат на його рекламну кампанію*

*Ключові слова: модельний підхід, оптимальні витрати, ринковий попит, горизонт планування, рекламна вартість*

### 1. Вступ

В умовах ринкової конкуренції кожне підприємство намагається мінімізувати витрати й отримати якомога більший прибуток. Задля цього необхідна злагоджена робота всіх його ланок. Чим більшим за масштабом виробництва є підприємство, тим складнішим виявляється узгодження діяльності всіх структур, у тому числі логістичної системи. Остання, на думку Дж. Форестера, являє

собою систему резервуарів, взаємопов'язаних матеріальними, фінансовими та інформаційними потоками. Недоліки в управлінні логістичними процесами тають у собі високий ризик втрати прибутку підприємством. Запобігти це можна з допомогою математичного рішення, тобто розробити математичну модель, яка дозволяє вирішити проблему оптимального управління логістичною системою підприємства. Спираючись на таку модель, можна вирішити широке коло проблем: від розробки логістики нового проекту до оптимізації рекламної кампанії нового або існуючого проекту. Звичайно, така модель повинна містити велику кількість екзогенних параметрів, щоб можна було врахувати різноманітність як самих виробничих структур, так і вплив зовнішніх економічних факторів.

Другим не менш важливим завданням підприємства є впровадження ефективної рекламної кампанії, яка теж відповідала б принципу оптимальності. Вирішити завдання оптимізації рекламної кампанії підприємства можна застосувавши методику розрахунку оптимальних витрат на рекламну кампанію підприємства й врахувавши це під час моделювання.

Більшість наукових підходів зосереджені на детальному вивченні окремих зав'язків і процесів у логістичній системі, і фактично після Дж. Форестера [1] ніхто не намагався моделювати весь ланцюг поставок від виробництва до доставки готової продукції до остаточного споживача. Відсутність такого дослідження та означені вище завдання підприємств підкреслюють практичну потребу даної роботи та її актуальність. Дослідження з даної проблематики буде достатньо корисним у прикладному плані, оскільки дозволить будь-якому підприємству, з огляду на його виробничу специфіку та цілі корпоративної стратегії, вирішити проблему оптимізації; у науковому плані – для подальшої розробки та досліджень у сфері управління логістичними системами в різних галузях економіки.

## **2. Аналіз літературних джерел та постановка проблеми**

З розвитком цифровізації економіки підприємства активно вдаються до реклами через Інтернет, але роблять це не завжди професійно грамотно. Роль Інтернет-реклами, зручність використання та форми впливу на користувачів реклами розглядаються в роботі [2]. У цій роботі зроблено огляд емпіричних досліджень за останнє десятиліття, а також з'ясовуються питання щодо використання основних теоретичних знань, які потрібні для аналізу та розвитку реклами в Інтернеті; визначається, які характеристики інтернет-реклами є найбільш важливими з точки зору розуміння та підтримки деяких конкретних видів впливу на її користувачів. Особлива увага приділяється аналізу поведінки споживачів, які багато разів відвідували веб-сайт фірми [3]. Однак серед розглянутих немає дослідження, яке дало б відповідь на таке важливе питання: як підприємству оптимізувати витрати на рекламу навіть у такій відносно дешевий спосіб в порівнянні з іншими, тому можна вважати, що така проблема існує, а отже потребує свого подальшого розвитку.

У роботі [4] презентовано «метод нечіткої організації ранжування уподобань для оцінки збагачення» (нечіткий метод PROMETHEE), який дозволяє оцінити потенційних постачальників за рядом критеріїв. Унікальність цього ме-

тому полягає в тому, що він може застосовуватися у ситуаціях з різними матеріалами та з різною кількістю критеріїв. Не дивлячись на переваги та можливості цього методу, він не може бути застосованим для вирішення означених вище завдань щодо оптимального моделювання рекламної кампанії з урахуванням логістичних процесів.

Купівля (або торги у режимі реального часу) стала найбільш швидко розвиватися в сфері інтернет-реклами. У роботі [5] дослідницька група зробила «емпіричний аналіз і вимірювання обміну реклами виробництва». Автори дійшли висновку, що необхідно розробити алгоритми оптимізації, які б враховували такі фактори, як тимчасова поведінка, частота та актуальність реклами, які не були належним чином враховані іншими авторами раніше. Цілком очевидно, що враховувати можна дію так званих однополярних факторів, наприклад, психологічних, фінансових (вартісних), організаційних тощо. Враховувати різні чинники – це є надто складною задачею. Отже, дана робота є певною спробою дослідити проблему оптимізації, поєднуючи тимчасову поведінку (психологічний фактор) та частоту реклами (організаційний фактор). Безперечно, що в перспективі такі дослідження будуть мати неабияку потребу для ефективної практичної діяльності кампанії.

Ряд робіт пропонують різноманітні моделі рекламних кампаній. У статті [6] йдеться про спільну рекламу виробника та представника роздрібною торгівлі, а також про ціни в динамічному стохастичному ланцюзі поставок. Автори розробили модель «проблема ланцюга постачання як стохастична диференціальна гра Штеккельберга, динаміка якої відповідає стохастичній моделі реклами продажів Сеті». Їх модель дозволяє дійти до ситуації, коли реклама стає оптимальною для виробника. Разом з тим, вона не бере до уваги такий аспект проблеми, як вирішення питання щодо оптимізації рекламної кампанії з урахуванням логістичних операцій. Тому є певна наукова і практична потреба сконструювати модель, що допоможе в режимі реального часу поєднати такі параметри виробничої діяльності підприємства, як витрати на рекламу, логістику, й буде сфокусована виключно на товари повсякденного вжитку.

У статті [7] представлена гібридна стратегія ціноутворення, заснована на змінних CPM (ціна за мілю) і CPC (ціна за клік). Автори пропонують багатоцільову модель з метою побудови цінкових стратегій та максимізації доходів веб-порталу, а також мінімізації витрат для рекламодавця. Це багатовимірною багатоцільовою моделлю оптимізації. Для створення нової моделі застосовується багатоцільовий алгоритм оптимізації NSGA-II. Проте він не завжди виявляється до речним, наприклад, для вирішення завдання оптимізації з урахуванням такого динамічного чинника, як попит. Ідея цієї роботи націлена, насамперед, на збільшення результатів, проте частка рекламного контенту, що постійно зростає, на веб-сайтах приводить досить часто до негативних побічних ефектів, що мають також досліджуватися окремо.

У роботі групи дослідників [8] представлена концепція методології вимірювання рекламних мереж. Ця робота корисна тим, що в ній автори пропонують нові показники різних рекламних властивостей, зокрема, високий рівень шуму від розповсюдження реклами, а також аналізують, як у трьох видах рек-

ламної практики (пошукової, контекстної та соціальної) застосовується інформація про профілі користувачів.

Останнім часом модельний підхід активно застосовується в економічній соціології. Зокрема моделюється вплив деяких факторів поведінки на частоту придбання споживачами зелених продуктів. Дослідження [9] базується на даних опитування 419 студентів та проаналізовано за допомогою системи структурних рівнянь. Ця модель отримала назву "Шлях моделі поведінки антицендентів поведінки зелених закупівель". Іншими словами, вона базується на поетапному вивченні так званих прямих та непрямих попередників, тобто мотивів, що впливають на поведінку споживача зеленої продукції.

Наступний напрям оптимізаційного моделювання пов'язаний з вирішенням питань спільної (або кооперативної) реклами для виробника та продавця. Спільній стратегії рекламної кампанії та моделі ціноутворення в ланцюжках поставчань виробників і ритейлерів присвячена робота [10]. Автори для свого дослідження обрали такі сфери, як виробництво та роздрібна торгівля. Науковці аналізують чотири різні моделі, засновані на трьох іграх, що не співпрацюють (Неш, Штеккельберг і продюсер Штеккельберг) та одній грі спільної роботи. У статті визначаються оптимальні стратегії спільної реклами та ціноутворення для двох фірм переважно аналітично і в одному випадку, використовуючи числове моделювання. Потім проводиться порівняння різних результатів, насамперед прибутку, для всіх випадків. Такий підхід дозволяє у конкретному випадку співпраці дізнатися, коли прибуток є найвищим для продавця і для виробника, і як вони повинні ділитися додатковим спільним прибутком, досягнутим шляхом переходу до співпраці. Цю проблему науковці вирішують за допомогою моделі переговорів Неша. Тобто, в означеній статті на конкретному прикладі показано, як можна використовувати певні методики, у чому власне її практична цінність.

Деякий інший підхід до кооперативної реклами викладений у статті дослідницької групи [11], де використовуються дві ігрово-теоретичні моделі для аналізу проблеми спільної реклами. Автори зосереджують свої дослідження на такому аспекті, як "ланцюг поставок між виробником та роздрібною торгівлею". У той же час автори нехтують такими факторами, як національний брендінг і місцева реклама. Вони доводять, що зміна домінування, що відбулася при переході влади від виробників до роздрібних торговців, послаблює відносини між лідером та послідовником і стає так званою «одночасною рухомою грою». Звісно, автори, використовуючи теорію ігор, не можуть врахувати всі ситуації, пов'язані зі спільною рекламною діяльністю. Стаття доводить, що теорія ігор є важливим інструментом в аналізі проблем ланцюгів поставок з декількома агентами, що переслідують або спільні, або суперечливі цілі.

У роботі [12] науковці розглядають використання схеми оптового ціноутворення і розподілу прибутку (WPPS) для координації ланцюжків поставок в рамках середньострокової дисперсії (MV). За допомогою методу середньої дисперсії автори вирішують декілька завдань: аналітичним шляхом визначають необхідні і достатні умови для координації централізованого ланцюжка поставок за допомогою WPPS; доводять існування унікальної рівноваги гри Штакельберга з WPPS в децентралізованому випадку. Автори статті розглядають

«інформаційний асиметричний випадок», в якому рітейлер може отримати вигоду, роблячи вигляд, що більше схильний до ризику. Такий випадок є надуманим, проте заслуговує на увагу як варіант.

На даний час акцент досліджень економічної науки значно зміщується з вивчення окремих виробничих систем на інтегровані логістичні системи, що забезпечують весь виробничий цикл від закупівлі товарів до доставки готової продукції споживачеві. Загальні труднощі виникають з ідентифікацією моделей. Брак інформації призводить до значних помилок в обґрунтуванні моделей. Тому в одній з робіт учених [13] надається огляд літератури щодо дискретного моделювання подій, який описує складний ланцюг поставок. Описані моделі дозволяють вивчити динаміку ланцюга поставок і розробляти альтернативні стратегії.

Існують прогалини в сучасних логістичних дослідженнях щодо моделювання всіх еластичних та мультимодальних ланцюгів поставок. Ризики, пов'язані з різними формами постачання, не вивчені повністю. Існують деякі математичні методи, які допомагають частково усунути ці недоліки. Наприклад, стимуляція рослин Tecnomatix. Це об'єктно-орієнтована 3D програма, яка може використовуватися для імітації дискретних подій. Можливості використання стимулятора рослин Tecnomatix (від Siemens) в логістиці є основною метою статті [14].

Багато аспектів планування діяльності підприємств у ринкових умовах достатньо досліджено. Так, метою статті [15] є створення еталонної моделі бізнес-процесів для ланцюга поставок, яка б враховувала особливі умови при переміщенні швидкопсувних товарів. Робота [16] містить детальний огляд-аналіз логістичних операцій та управління ними. У цій роботі розглядаються всі аспекти просування товару – від їх виготовлення до задоволення споживачів. У роботі [17] розроблена динамічна модель ринкового ціноутворення та виробництва, яка дозволяє визначити загальні закономірності виробничої та технологічної специфіки економічної системи. Теоретичною основою побудови моделі є балансові відносини, що поєднують підходи Леона Вальраса та Альфреда Маршалла до опису динаміки цін і обсягів промислової продукції на ринку одного товару. Синтезована математична модель – це система з двох лінійних різницевих рівнянь для визначення ціни та обсягу товарів за дискретний час. Для цієї динамічної системи отримують умови стійкості для рівноваги та проводять відповідний параметричний аналіз. Автори названих робіт, моделюючи виробничу ситуацію за принципом «умова-результат», вирішують конкретні завдання, які допомагають підприємствам орієнтуватися у швидко мінливому ринковому середовищі.

Використовуючи методи моделювання на основі агентів, побудовані та проаналізовані моделі поведінки споживачів подібних продуктів [18]. Для визначення поведінки агентів у рамках імітаційної моделі використовується модель реактивних агентів Фербера. Для моделей реактивних агентів характерним є застосування поняття станів і переходів, а також механізмів поведінки, таких як "стимул – реакція". Представлена модель добре описує ситуативний аспект поведінки агента – споживача, однак залишаючи поза уваги вплив реклами на поведінку агента, а також таку умову, як випуск однотипної продукції в асортименті, наприклад, взуття різного розміру, що потребує подальшого розвитку моделі.

В одному з досліджень [19] проведено аналіз підходів до моделювання процесів управління промисловим підприємством. Автори стверджують, що в нестабільному ринковому середовищі найбільш ефективним є адаптивний підхід до управління підприємством. Він характеризується використанням в процесі управління системи методів кількісних і якісних досліджень, імовірнісних методів прийняття рішень, інформаційних систем, моделей та методів, які мають єдину інформаційну базу і здатні адаптуватися до мінливих умов. З метою раннього попередження дестабілізації функціонування системи у рамках механізму компенсаційного регулювання автори запропонували використання трьох відомих математичних моделей та роблять висновок про те, що цей підхід дозволяє забезпечити ефективність прийнятих рішень відповідно до ситуації, яка має місце як у зовнішньому, так і внутрішньому середовищі підприємства. Але це спірний умовивід, оскільки все розглядається для гіпотетичного підприємства і не враховує багато внутрішніх факторів, які здатні негативно вплинути на кінцевий результат. Щодо зовнішнього середовища, то в ньому існує такий суттєвий чинник впливу на адаптацію підприємства, як попит, який в представлених формулах не береться до уваги. Проте як варіант, запропоновані моделі в такому контексті заслуговують на увагу.

Провідні експерти в галузі логістики в різних аспектах досліджують логістичні проблеми. Однак недостатньо розкритий взаємозв'язок між параметрами логістичної системи (ЛС) підприємства та поточними характеристиками споживчого ринку: потенційний попит на продукцію, темпи споживання продукції. Цей недолік сучасної теорії ускладнює дослідження впливу рекламної компанії на економічну ефективність підприємства.

У роботі [20] запропоновано модель, яка з фундаментальної точки зору відповідає заявленим вимогам. Ця модель дозволяє врахувати детальні характеристики ринку. Але в той же час модель має недолік, що призводить до нестабільних рішень у широкому діапазоні параметрів. Автори роботи [21] запропонували метод усунення такого недоліку. Їхній метод заснований на усередненні темпів продажу та транспортування товарів за певний проміжок часу.

Таким чином, узагальнюючи розглянуті в даному розділі наукові роботи з обраної тематики, зазначимо, що в них представлені різні наукові ідеї, які по-своєму є корисними і мають практичну цінність. Однак вони не розкривають проблематики оптимального розширення ринкової ніші підприємства з урахуванням потенційного попиту і, відповідно, формування ефективної рекламної кампанії.

### **3. Мета і завдання дослідження**

Мета дослідження полягає у вирішенні проблеми визначення оптимальних витрат на рекламну кампанію, за яких підприємство отримає максимальний чистий дохід. Це дасть можливість підприємству планувати рекламну кампанію, узгоджуючи її з ринковим попитом та параметрами логістичної системи підприємства.

Для досягнення мети були поставлені такі завдання:

- розробити методику розрахунку, яка відображає вплив витрат підприємства на рекламу при збільшенні кількості потенційних споживачів продукції;
- скласти систему рівнянь для запропонованої схеми логістичної системи підприємства, яка дозволяє визначати основні характеристики всіх її ланцюгів, починаючи від виробничої ланки і закінчуючи поставкою продукції кінцевому споживачу протягом всього горизонту планування;
- на підставі отриманої системи рівнянь розробити методику оптимізації рекламної кампанії підприємства та виконати числові розрахунки параметрів моделі з дискретним часом;
- урахувати вплив випадкових факторів на економічну ефективність рекламної кампанії та визначити, за яких параметрів випадкових факторів цим впливом можна знехтувати.

#### 4. Схема логістики підприємства та моделювання рекламної кампанії

У дослідженні розглядається підприємство, логістика якого відповідає схемі, показаній на рис. 1. Логістична система складається з семи елементів: чотирьох резервуарів (за термінологією Форрестера) –  $K$ ,  $S$ ,  $R$  і  $(Q, V)$ , та трьох транспортних ланок –  $y$ ,  $so$ ,  $r$ . При розрахунках вважаємо, що підприємство повністю забезпечене обіговими засобами та не має проблем з транспортними засобами.

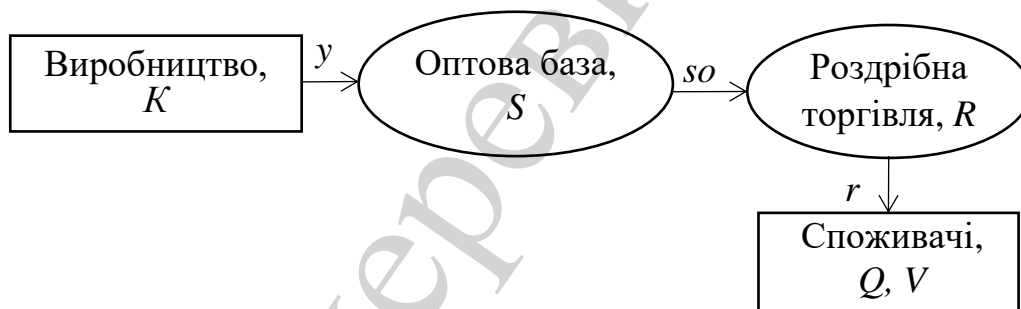


Рис. 1. Схема логістики підприємства

Робота на конкурентному ринку вимагає від керівництва підприємства приділяти увагу розширенню ринкової ніші підприємства або принаймні підтримці її на належному рівні. Одним з ефективних засобів для досягнення цього завдання є проведення періодичної або постійної рекламної кампанії. Тому побудова моделі починається з математичного опису впливу реклами на потенційний попит  $Q$ .

Припустимо, що вплив реклами на поточний потенційний попит  $Q(t)$  відповідає додатковому внеску

$$Q(t) = Qn + Qr(t), \quad (1)$$

де  $Q_n$  – значення потенційного попиту за відсутності реклами,  $Q_r(t)$  – внесок реклами в потенційний попит.

Збільшення потенційного попиту  $\Delta Q_r$  буде пропорційним добутку кількості споживачів, які ще не ознайомилися з рекламою товару ( $Q_m - Q_r$ ) (де  $Q_m$  – максимально можлива кількість потенційних споживачів товар) на суму витрат на рекламу  $\Delta Z$ :

$$\Delta Q_r = \frac{1}{t_z} (Q_m - Q_r) * \Delta Z,$$

де  $\frac{1}{t_z}$  – коефіцієнт пропорційності ( $t_z$  є постійною, яка залежить від кон'юнктури ринку та товару, що розглядається). Переходячи до диференціалів, отримуємо таке рівняння:

$$\frac{dQ_r}{dZ} = \frac{(Q_m - Q_r)}{t_z}. \quad (2)$$

Оскільки при нульових витратах на рекламу потенційний попит  $Q_r$  через рекламу має також нульове значення  $Q_r = 0$ , то рівняння (2) потрібно розв'язувати за початковою умовою  $Q_r(0) = 0$ . Тоді рівняння (2) має такий розв'язок:

$$Q_r(Z) = Q_m * (1 - \exp\{-Z / t_z\}). \quad (3)$$

Рівняння (3) означає, що при витратах на рекламу  $Z$  буде досягнуто завдяки рекламній кампанії значення потенційного попиту  $Q_r(Z)$ .

Рівняння (3) при  $Q_m = 1000$  та  $t_z = 30$  призводить до залежності максимального значення потенційного попиту  $Q_r$  від витрат на рекламну кампанію  $Z$ , як показано на рис. 2.

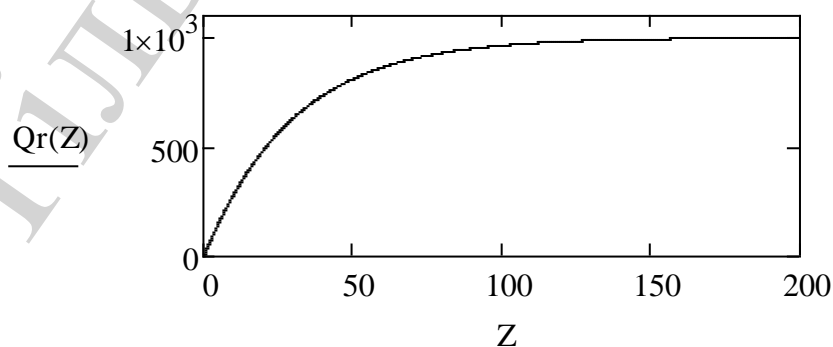


Рис. 2. Залежність максимального потенційного попиту  $Q_r$  від витрат на рекламу  $Z$  (у.о. за певний проміжок часу)



На рис. 2 показана крива максимального потенційного попиту  $Qr$ , який буде досягнутий при постійних витратах на рекламу  $Z$  (у.о. за певний проміжок часу).

У подальшому розглядаємо проект довжини  $T$  (горизонт планування). Систему рівнянь будемо записувати для дискретного часу  $i$  ( $i=0,1,2,\dots, T$ ).

Поведінка потенційного попиту внаслідок рекламної кампанії описується в дискретно-часовій моделі вектором  $Q_i$ . Застосовуючи до вектору  $Q_i$  те саме міркування, яке приведено до формули (3), отримуємо таке рівняння:

$$Q_{i+1} = Qr(Z) \cdot (1 - \exp\{-i / tr\}). \quad (4)$$

Формула (4) означає, що внесок у потенційний попит завдяки рекламній кампанії  $Q_i$  описується моделлю запізнювання першого порядку [1].

### 5. Система рівнянь, що описують роботу логістичної системи підприємства

Обмежимося розглядом рекламної кампанії, визначеної рівняннями (1) – (4). Тоді інші рівняння моделі, що відповідає схемі на рис.1, можна записати так:

1) зміна попиту  $Q_i$  на продукцію на ринку є вхідним впливом для підприємства, завданням якого є узгодження його випуску продукції з попитом.

$$r_{i+1} = n \cdot R_i \cdot (Q_i - V_i), \quad (5)$$

де  $r_i$  – темп продажу (одиниці за певний проміжок часу) у  $i^{\text{th}}$  період;  $n$  – параметр, який визначається середнім рівнем продажів за попередній квартал (або рік);  $R_i$  – рівень товарних запасів у роздрібній торгівлі в  $i^{\text{th}}$  періоді;  $V_i$  – рівень запасів товару на руках споживачів (ще не спожитого);

2) рівень товарних запасів у роздрібній торгівлі визначається формулою повторення:

$$R_{i+1} = R_i + Td \cdot (so_i - r_i), \quad (6)$$

де  $so_i$  – швидкість доставки (одиниць на період) від оптового складу до роздрібною торгівлі;  $Td$  – період дискретизації моделі, часовий інтервал між рішеннями;

3) рівень  $R_i$  повинен бути в межах  $0 \leq R_i \leq Rm$ , де  $Rm$  – максимально можливий рівень запасів в роздрібній торгівлі. Ця вимога описується наступною формулою швидкості доставки з оптового складу до роздрібною торгівлі

$$so_{i+1} = \min \left[ r_i \cdot \left( 1 + \frac{R_m - R_i}{R_m} \right), \frac{R_m - R_i}{Td}, \frac{S_i}{Td} \right], \quad (7)$$

де  $S_i$  – рівень товарних запасів на оптовому складі.

Деякі публікації [21, 22] слушно обґрунтовують необхідність усереднення при виконанні розрахунків із запропонованою моделлю:

$$\overline{so}_i = so_{i-ps}^i, \quad (8)$$

де  $ps$  – це часовий інтервал усереднення;

4) темп виробництва  $y_i$  визначається наступними формулами:

$$y_{i+1} = \left( y_i + \frac{ym - y_i}{ty} \right) \cdot \begin{cases} 1, \text{if } S_i < Sm - 2, \\ 0,5 \text{ otherwise,} \end{cases} \quad (9)$$

де  $y_i$  – виробнича потужність в  $i^{\text{th}}$  періоді;  $ym$  – планова вартість виробничої потужності;  $Sm$  – це максимальний рівень запасів на оптовому складі. Ці формули дозволяють уникнути переповнення оптового складу;

5) рівень товарних запасів на оптовому складі  $S_i$  розраховується за такою формулою:

$$S_{i+1} = S_i + Td^*(y_i - so_i), \quad (10)$$

де  $y_i$  – швидкість постачання товару, який надходить на оптовий склад від підприємства;

б) для визначення чистого доходу підприємства застосовуються такі формули:

$$M_i = (1 - kp) \cdot [(1 - kad) \cdot p \cdot r_i - p \cdot c \cdot up_i - zS \cdot S_i - zR \cdot Rm - qz \cdot Z] - B(y_i), \quad (11)$$

де  $c$  – частка собівартості у ціні на продукцію;  $p$  – ціна одиниці товару;  $zR$ ,  $zS$  – це витрати на зберігання одиниці товару протягом одного періоду відповідно на роздрібному та оптовому складі;  $kp$  – ставка податку на прибуток;  $kad$  – ставка податку на додану вартість;  $qu$  – вартість "включення", "виключення" одиниці виробничої потужності,  $B(y_i) = 0$ , якщо  $i < 1$ ,  $B(y_i) = qu | y_i - y_{i-1} |$ , якщо  $i \geq 1$ .

Час буде розглядатися як дискретна змінна  $i$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, T$ ) [23; 24]. Проаналізуємо проект довжини  $T$  (горизонт планування). Розрахунки для моделі (5)–(12) виконуються з такими значеннями її параметрів:

$$Rm = 80, ty = 15, Q = 1200, k1 = 0,33, dT = 1,$$

$$tz = 30, tQ = 10, Qm = 1000, Qn = 1000, qS = 0,88, Z = 54,$$

$$k2 = 0,2, S_0 = 100, Sm = 200, n = 0,00005, ym = 6, qz = 0,35, \quad (12)$$

$$kp = 0,25, kad = 0,06, c = 0,6, p = 10, z = 0,3.$$

## 6. Розрахунки параметрів оптимальної рекламної кампанії

Розглянемо проблему приведення виробничих потужностей у відповідність з поточним попитом на продукцію у наступних двох випадках:

А) підприємство виготовляє однорідні товари і оптовий склад може виконати замовлення роздрібною торгівлі при будь-якій кількості товару на оптовому складі  $S_i$ ;

Б) підприємство виробляє деяку продукцію в асортименті (наприклад, взуття). У цьому випадку на оптовому складі повинен бути якийсь мінімальний запас продукції, щоб оптовий склад завжди міг виконувати замовлення на роздріб.

Перш ніж розпочати формальне вирішення проблем, необхідно переконатися, що модель (1)–(9) призводить до розумних результатів.

Нехай максимальна продуктивність підприємства – рівняння (9)  $u_m = 4,6$ ; кількість споживачів при відсутності реклами  $Q_n = 1000$ ; вартість витрат на рекламу є  $Zr = 50$ . За таких значень, згідно рівнянню (1) (при  $tz = 10$ ), отримаємо залежність (рис. 3).

Рис. 4 показує максимальну кількість товару в мережі роздрібною торгівлі. Розрахунки представлені на рис. 4 виконані для випадку  $Rm_i = const$ .

Рис. 5 показує динаміку основних темпів у логістичній системі при розрахунку з використанням усереднення (8).

Відставання темпу продажу та темпу поставки від темпу виготовлення протягом 20 перших періодів (днів) пов'язане з тим (рис. 5), що в ці періоди товари в основному надходять на оптовий склад, а не в роздріб. Темп продажу та поставки буде дорівнювати темпу виготовлення протягом наступних періодів, як показано на рис. 5.

У моделі виконується балансова модель товару, за якою зміна кількості товару на всіх рівнях розглядається як різниця між виготовленим та реалізованим товаром.

$$\sum_{i=0}^{T-1} (y_i - r_i) = 36,463, \quad S_T + R_T - (S_0 + R_0) = 36,463, \quad (T=365).$$

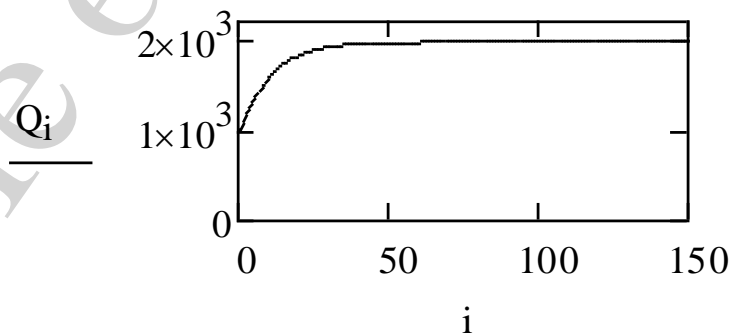


Рис. 3. Поточне значення потенційного попиту

Результати, показані на рис. 4, 5, будуть отримані для горизонту планування  $T \equiv im = 365$ .

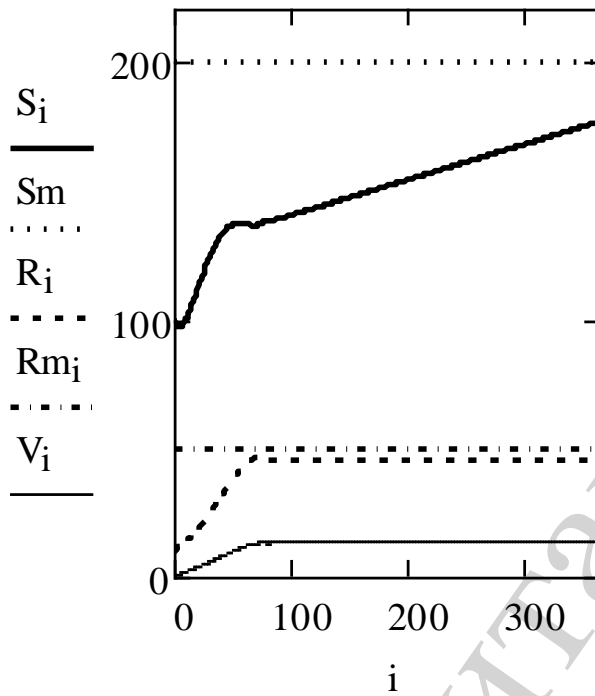


Рис. 4. Поточна кількість товару на оптовому складі, в роздрібній торгівлі та товарів на руках у споживача

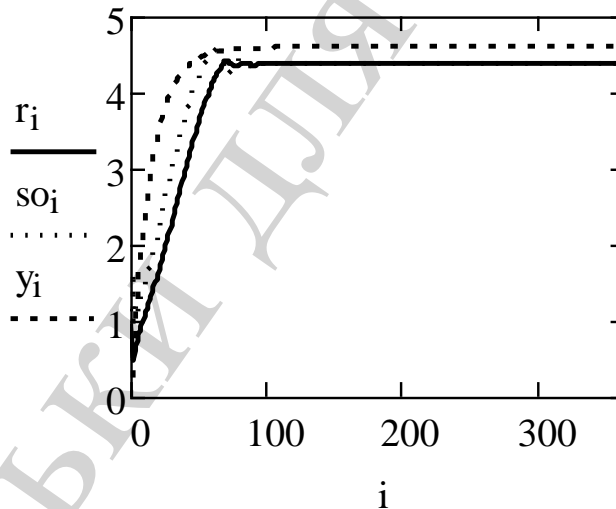


Рис. 5. Поточні значення темпів виробництва  $y_i$ , продажу  $r_i$  та швидкості доставки з оптового складу у роздрібну торгівлю  $s_{o_i}$  при використанні усереднення

Динаміка темпу поставки з оптового складу в роздрібну торгівлю за розрахунком без використання усереднення (8) наведена на рис. 6 для порівняння.

Необхідно зауважити, що економічні показники (поточний прибуток тощо), розраховані на моделях з урахуванням усереднення і без усереднення, практично збігаються. Модель з урахуванням усереднення буде використана в подальших розрахунках.

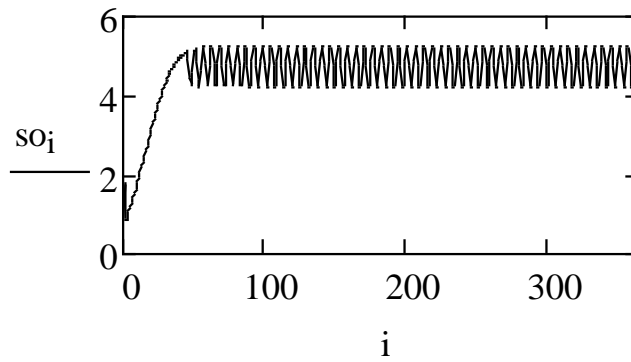


Рис. 6. Поточні значення темпу поставки з оптового складу в роздрібній торгівлі  $z_{oi}$  без використання усереднення

Задача А) в контексті постановки та рішення оптимізаційних задач фактично зводиться до оптимізації рекламної компанії, якщо змінні логістичної системи пов'язані рівняннями (5)–(11). Прибуток підприємства, отриманий за часовий інтервал  $T$  (горизонт планування), вибирається як критеріальна функція задачі оптимізації. Проблема визначеної задачі оптимізації полягає в максимізації критерія:

$$F_{11}(Z_r) = \sum_{i=1}^T M_i \rightarrow \max. \quad (13)$$

Система обмежень для задачі оптимізації (13) – це система рівнянь (5)–(12) моделі.

На рис. 7 показана залежність повного прибутку за весь час існування проекту (13) від витрат на рекламу. З рис. 7 видно, що задача оптимізації може мати розв'язок, так як функція має екстремум при певному значенні витрат.

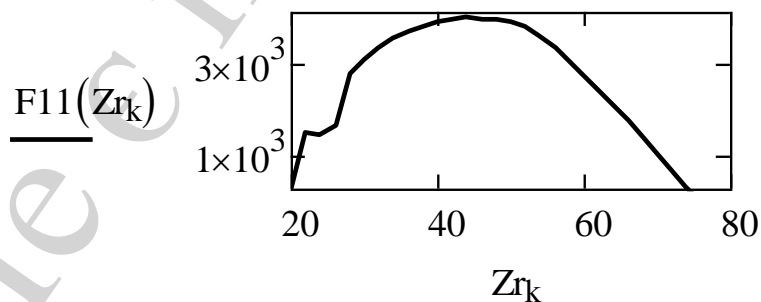


Рис. 7. Залежність функції критерію від витрат на рекламу

Методом числової оптимізації (при  $um = 4,1$ ) отриманий такий результат: при оптимальних витратах на рекламу  $Zr_{opt} = 44,8$  цільова функція досягає максимального значення  $F_{11}(Zr_{opt}) = 3975,5$ .

Таким чином, рис. 7 ілюструє розв'язок задачі оптимізації (13). За відсутності рекламної кампанії ( $Zr = 0$ ) розрахунки призводять до негативного прибутку:  $F11(0) = -966$ .

Отже, ефективність рекламної кампанії ( $EF_{\text{реклам}}$ ) становить:

$$EF_{\text{реклам}} = \frac{F11(Zr) - F11(0)}{F11(Zr)} * 100\% = 351\% .$$

Розрахунки на представленому прикладі показали, що рекламна кампанія може бути досить ефективною. На рис. 8, 9 показана динаміка поточної кількості товару на оптовому складі та в мережі роздрібної торгівлі для оптимального розв'язку.

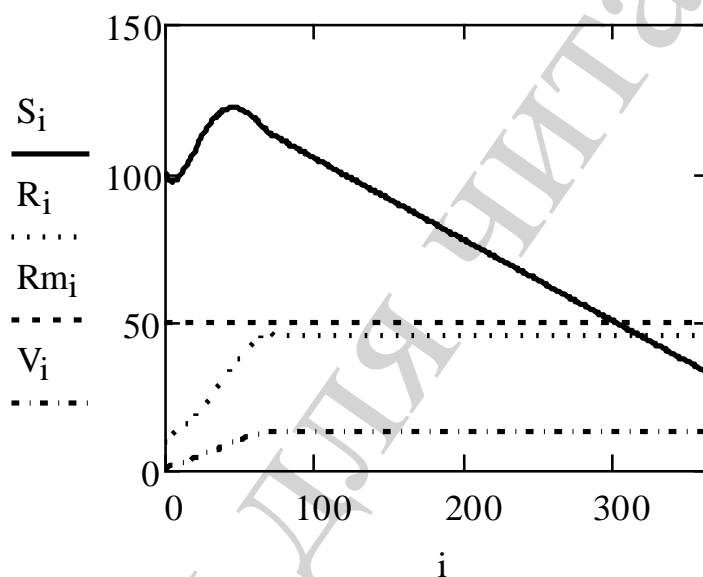


Рис. 8. Ситуація, як на рис. 4, але для оптимального розв'язку

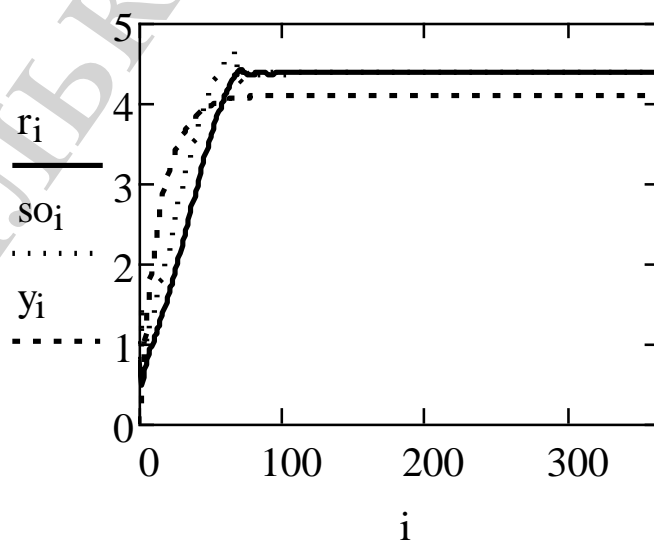


Рис. 9. Ситуація, як на рис. 5, але для оптимального розв'язку

Порівняння рис. 5 та рис. 9 показує, що темпи поставок та продажів для оптимального розв'язку після 80 періодів значно перевищують темпи виробництва. Це призводить до зменшення запасів товарів на оптовому складі (рис. 8).

Перейдемо до випадку Б). Для однорідного товару достатньо, щоб був якийсь запас товару на оптовому складі, і потік товару в роздрібну мережу буде зменшуватись, коли запас товару на оптовому складі прямує до нуля. У випадку, коли підприємство виготовляє продукцію в асортименті, наприклад, взуття різного розміру, – при зменшенні запасу товару на оптовому складі, деякі точки роздрібною торгівлі не завжди забезпечуватимуться всіма розмірами взуття. Розглянемо ситуацію, коли запаси на складі нижчі деякого критичного значення, тоді оптовий склад не може виконувати всі замовлення роздрібною мережі, і це призведе до ефективного зменшення потоку товарів з оптового складу.

Тепер рівняння (9) слід замінити наступним:

$$so(t) = \min \left[ r_i * \left( 1 + \frac{Rm - R(t)}{Rm} \right), Rm - R(t), S_i \right] \begin{cases} 1, & \text{if } S_i > S_c \\ \frac{S_i}{S_c}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

Нехай  $S_c$  дорівнює початковому запасу на оптовому складі. Тоді розв'язок задачі оптимізації (13) призводить до залежностей, показаних на рис. 10–12.

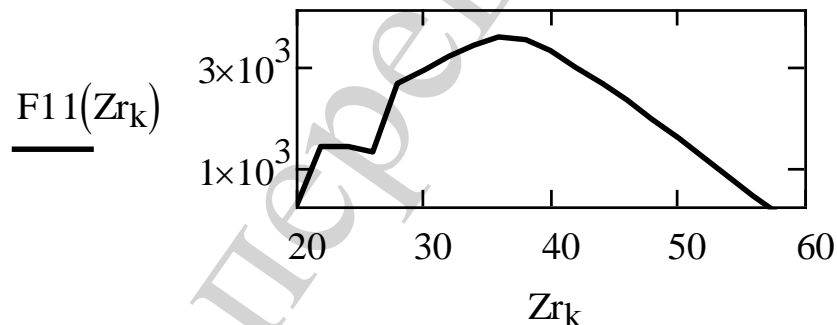


Рис. 10. Залежність функції критерію від витрат на рекламу при обмеженні мінімальної кількості на оптовому складі

За допомогою числових обчислень встановлено: функція  $F11(Zr)$  має в цьому випадку максимум при  $Zr_{opt} = 36,8$ , таким чином, критеріальна функція досягає максимального значення. Рис. 10 ілюструє розв'язок задачі оптимізації (13).

Рис. 11 та рис. 12 показують динаміку запасів товару для оптимального розв'язку при заміні рівняння (9) на (14).

З рис. 11 видно, що кількість товару на оптовому складі  $S_i$  зростає протягом перших 50-ти періодів. Ця обставина стає зрозумілою з рис. 12, з якого видно, що на перших 50-ти періодах значення темпу виробництва  $u_i$  перевершує швидкість поставки з оптового складу у роздрібну торгівлю  $so_i$ .

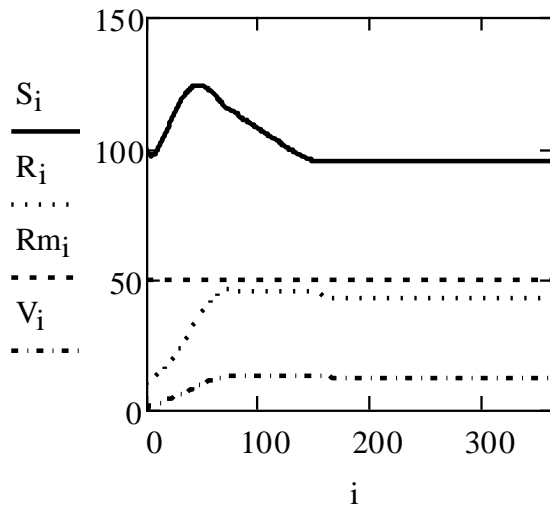


Рис. 11. Поточна кількість товару на оптовому складі, в роздрібній торгівлі та товарів на руках у споживача, з урахуванням формули (14)

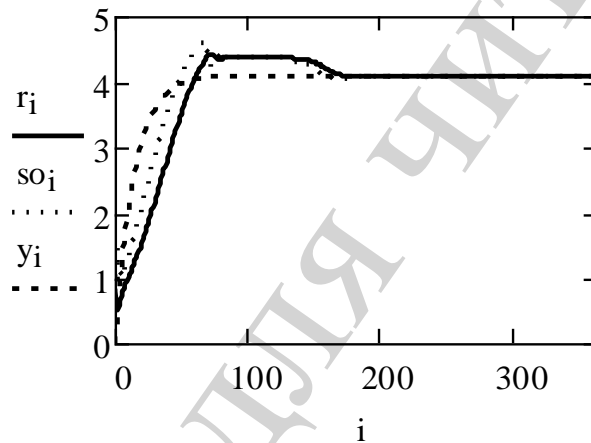


Рис. 12. Поточні значення темпів виробництва  $y_i$ , продажу  $r_i$  та швидкості доставки з оптового складу у роздрібну торгівлю  $so_i$ , з урахуванням формули (14)

### 7. Урахування впливу випадкових факторів на економічну ефективність рекламної кампанії

Зовнішнє середовище може викликати значні збурення в роботі логістичної системи (ЛС). По-перше, ці збурення можуть бути привнесені в потоки ЛС. Тому транспортний потік  $so(t)$  може зазнати випадкові коливання залежно від наявності та стану транспортних засобів. Потік вироблених товарів  $y(t)$  – залежно від ритму роботи виробничої ланки. Потік продажів  $r(t)$  товарів щоденного споживання стохастичний вже за самою своєю природою. Розглянемо зміни, які будуть внесені при врахуванні в моделі стохастичного фактору у коефіцієнтах потоків ЛС.

Адекватний опис роботи ЛС має враховувати наявність "шуму" в характеристиках потоків. Для відбиття того факту, що показник продажів  $r(t)$  має стохастичну природу в рівнянні (5), необхідно ввести випадковий коефіцієнт  $vr_i$ . Таким чином, рівняння (5) слід записати так:



$$r(t) = n * R(t) * [Q(t) - V(t)] \cdot v r_i, \quad (15)$$

Якщо збурення є суто випадковими, то закон розподілу зазвичай приймають як нормальний. Для того, аби мати підстави вважати, що закон розподілу відхиляється від нормального, треба вказати причини того, що якісь значення випадкової величини мають пріоритет перед іншими. Випадкову змінну  $v r_i$  природно вважати нормально розподіленою за законом  $N(a; \sigma)$ . Якщо закон розподілу має критичне значення, то в кожному випадку слід проводити окреме дослідження для встановлення точного виду закону розподілу. Таким чином, середнє значення цієї величини повинно бути близьким до одиниці. Щодо середньоквадратичного відхилення, воно повинно вибиратися на основі вивчення реального процесу продажу товарів в кожному конкретному випадку. Будемо вважати, що розкид значень числа продажів  $r_i$  від періоду до періоду в розглянутому випадку знаходиться в межах 30 %. Розкид у цих рамках буде забезпечений при виборі  $\sigma = 0,09$ . У результаті отримаємо випадкову змінну  $v r_i$  розподілену відповідно до закону  $N(1; 0,09)$ .

Рис. 13 показує конкретну реалізацію величини  $v r_i$  із законом розподілу  $N(1; 0,09)$ , як функцію періоду.

Дана реалізація випадкової змінної має такі показники:

$$\text{mean}(v r_i) = 1,0007, \quad \min(v r_i) = 0,7274, \quad \max(v r_i) = 1,2547,$$

де "mean" – середнє значення.

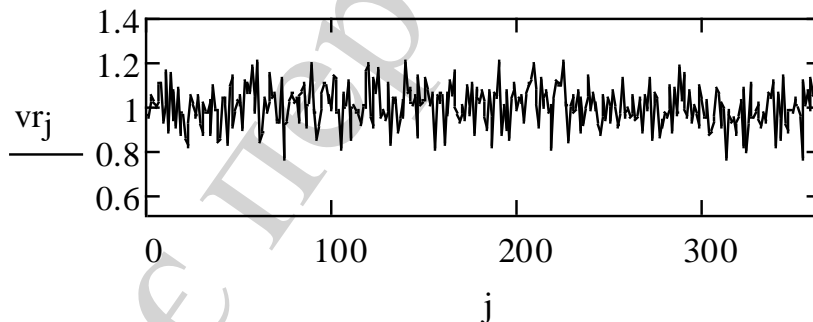


Рис. 13. Операційна реалізація змінної на інтервалі  $i = \overline{0,365}$

Рівняння (7) аналогічно слід записати наступним чином:

$$s o(t) = \min \left[ r_i * \left( 1 + \frac{R m - R(t)}{R m} \right), R m - R(t), S(t) \right] \cdot v s_i, \quad (16)$$

В якості закону розподілу для випадкової змінної  $v s_i$ , що описує стохастичний характер коефіцієнту швидкості  $s o_i$  поставки з оптового складу в роздрібну торгівлю визначено закон розподілу  $N(1; 0,08)$ .

Рис. 14 показує реалізацію величини  $vs_j$  як функції періоду із законом розподілу  $N(1;0,08)$ .

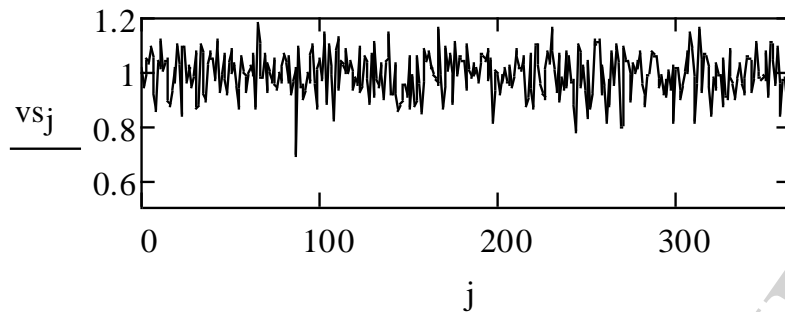


Рис. 14. Реалізація змінної  $vs_j$  в інтервалі  $\Delta t = 0,365$

Дана реалізація випадкової змінної  $vs_j$  має такі значення:  $\text{mean}(vs_j) = 1,0033$ ,  $\text{min}(vs_j) = 0,7949$ ,  $\text{max}(vs_j) = 1,2277$ .

Темп виготовлення, як будь-який темп у роботі ЛС, потрапляє під вплив шуму. За формою з дискретним часом рівняння (9) для врахування шуму слід записати так:

$$y_{i+1} = \left( y_i + \frac{ym - y_i}{ty} \right) \cdot v_{y_i}. \quad (17)$$

Можна припустити, що в середньому виробництво завантажується на 90 %. У цьому випадку вибираємо змінну  $v_{y_i}$ :

$$v_{y_i} = \begin{cases} v_{y1_i}, & v_{p1_i} < 1,1, \\ 1,1, & v_{p1_i} \geq 1,1, \end{cases} \quad (18)$$

де  $v_{y1_i}$  – випадкова змінна із законом розподілу  $N(1;0,08)$ .

Рис. 15 показує конкретну реалізацію величини  $v_{y_i}$  як функцію періоду.

Дана реалізація випадкової змінної  $v_{y_i}$  має такі характеристики:  $\text{mean}(v_{p_i}) = 1,0022$ ,  $\text{min}(v_{p_i}) = 0,7415$ ,  $\text{max}(v_{p_i}) = 1,1$ .

Для врахування потоку випадкових збурень виконується заміна формул (5), (9), (11) формулами (15), (16) і (17), що відповідають їм. Порівняння потоків, показаних на рис. 9, у детермінованому випадку (тобто у випадку, що відповідає формулам (5), (9), (11)) та у випадку наявності збурень (тобто у випадку, що відповідає формулам (14), (16), (17)) показано на рис. 16. Змінні, що розраховані за наявності збурень, позначені доковим індексом “s”.

Рис. 16 представляє випадок, коли потік збурень досить сильний (до 30 %). Розрахунок за формулою (18) показує, що при таких значних коливаннях, як на рис. 16, ефективність рекламної кампанії знижується більш ніж удвічі. У реальних

системах буде реалізований певний проміжний варіант між лівим (повністю визначеним) та правим (сильні збурення) випадками, представленими на рис. 16.

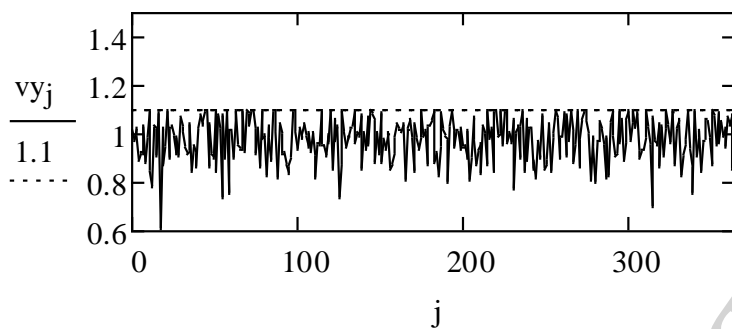


Рис. 15. Реалізація змінної  $v_{y_i}$  в інтервалі  $i = \overline{0,365}$

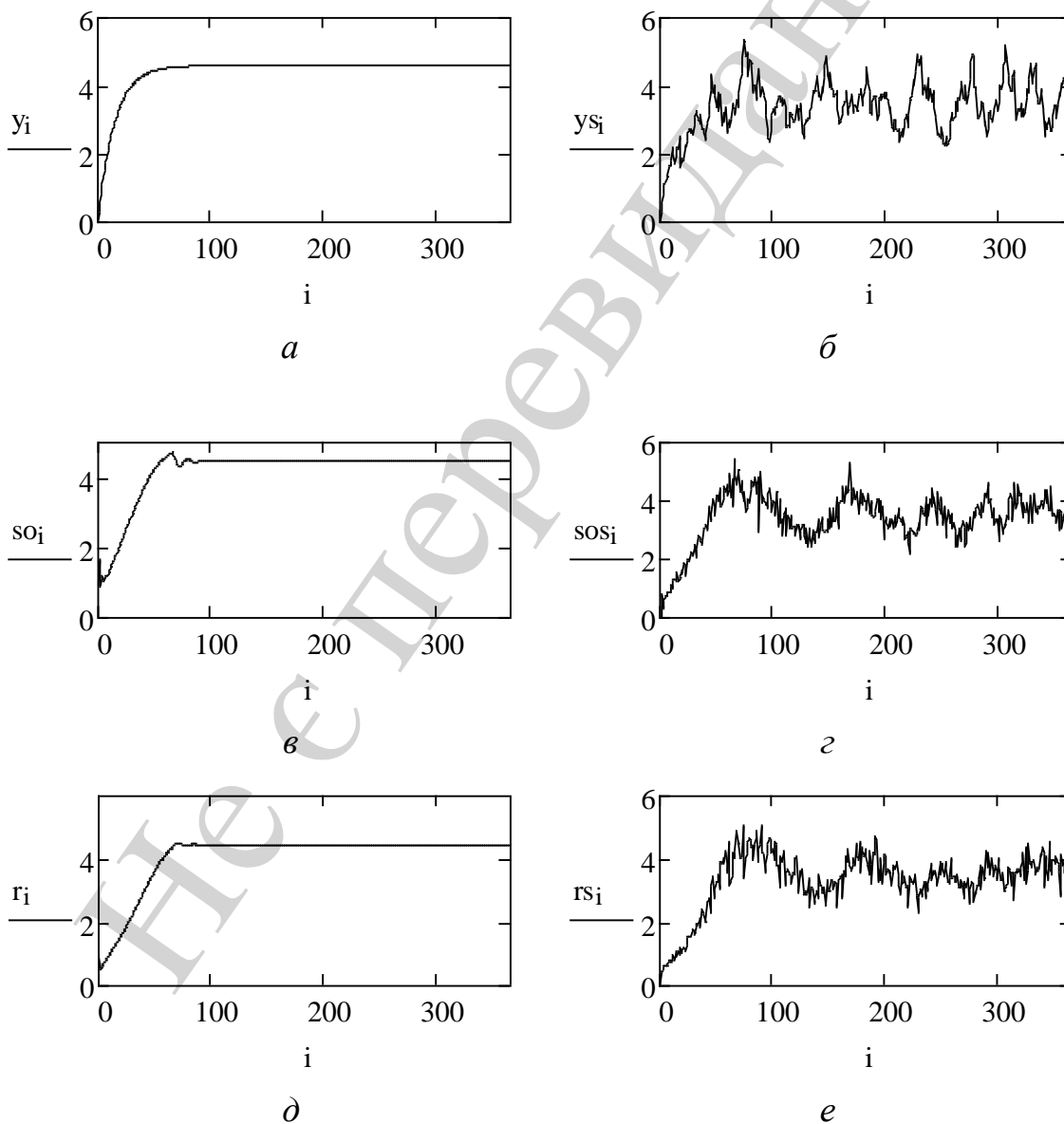


Рис. 16. Порівняння потоків у ЛС:  $a, в, д$  – у детермінованому випадку;  $б, г, е$  – у разі наявності збурень.

## 8. Обговорення результатів дослідження оптимізації рекламної кампанії на основі моделі логістичної системи підприємства

Для вирішення проблеми розширення ринкової ніші підприємства з урахуванням потенційного попиту та формування ефективної рекламної кампанії розроблено економіко-математичну модель виробничої діяльності підприємства з урахуванням логістики та попиту на ринку. У роботі запропонована формула (3), що визначає залежність кількості потенційних споживачів продукції від витрат на рекламу. Ця формула є наслідком припущення, що рекламна кампанія описується диференціальним рівнянням затримки першого порядку (2). Показана крива залежності з визначенням максимального потенційного попиту, який буде досягнутий при постійних витратах на рекламу за певний проміжок часу. Для розглянутої дискретно-часової моделі потенційного попиту внаслідок рекламної кампанії отримана формула (4), що узгоджується з моделлю запізнювання першого порядку [1].

Для логістичної системи, що показана на рис. 1 та описується рівняннями (1) – (4), складено математичну модель, яка визначає роботу всіх інших ланок ЛС, це відображено системою рівнянь (5) – (11). Модель дозволяє визначити: рівень товарних запасів у роздрібній торгівлі (6), швидкості доставки з оптового складу до роздрібної торгівлі (7), темп виробництва (9), рівень товарних запасів на оптовому складі (10), чистий дохід підприємства (11).

Завдяки тому, що рівняння (5) містить кількість потенційних споживачів  $Q_i$ , що відбиває ринковий попит на продукцію, математична модель ЛС дозволяє досліджувати, як саме витрати підприємства на рекламу впливають на його прибуток. Це є перевагою запропонованого в роботі методу.

Розроблена методика визначення параметрів оптимальної рекламної кампанії, для якої у пакеті Mathcad розрахована динаміка всіх основних показників ЛС, дозволяє підприємству планувати виробничу діяльність в реальному часі. Результати розрахунків показані на рис. 4 – 12. Отриманні значення економічних показників з урахуванням усереднення і без усереднення практично збігаються.

Завдяки розробленій методиці для двох варіантів економічного стану підприємства:

- коли підприємство виготовляє однорідні товари і оптовий склад може виконати замовлення роздрібної торгівлі при будь-якій кількості товару на оптовому складі;

- коли підприємство виробляє деяку продукцію в асортименті – у цьому випадку на оптовому складі повинен бути якийсь мінімальний запас продукції.

Оптимальні витрати на рекламу були визначені для цих двох варіантів, відповідно окреслені умови цих становищ є обмеженнями щодо використання запропонованої методики.

Досліджено вплив випадкових факторів, які обумовлені зовнішнім середовищем, на економічну ефективність рекламної кампанії: транспортний потік може зазнати коливання залежно від наявності та стану транспортних засобів, потік вироблених товарів може змінюватися від ритму роботи виробничої ланки, потік продажів товарів щоденного споживання є стохастичним вже за самою своєю суттю. Враховуючі наявність "шуму" в характеристиках потоків, у

рівняння (5) введена випадкова змінна та доведено, що збурення мають вигляд нормального закону розподілу з розрахованими параметрами.

Проведені дослідження є більш ґрунтовними, ніж ті, що до цього часу розглядалися у інших дослідженнях, присвячених рекламній кампанії, а саме, модель враховує залежність поточного попиту від реклами з найменшою кількістю параметрів, яка може бути застосована для будь-якого підприємства, що випускає один вид продукції або слабо диференційовану продукцію.

## 9. Висновки

1. Розроблена універсальна математична модель рекламної кампанії, яка на відміну від інших моделей дозволяє урахувувати вплив реклами на поточний попит за найменшої кількості параметрів (два параметри). При емпіричному визначенні параметрів цієї моделі вона може бути застосована для будь-якого підприємства, що випускає один вид продукції або слабо диференційовану продукцію. На підставі наданої моделі виконані розрахунки залежності потенційного попиту від витрат на рекламу. Числовими розрахунками встановлено, що за прийнятих параметрах логістичної системи максимальний додатковий, обумовлений рекламою попит, не може перевершувати граничного показника.

2. Складена система математичних рівнянь для запропонованої схеми логістичної системи підприємства, яка описує весь ланцюг ЛС від виробничої ланки до кінцевого споживача продукції. Вона містить алгебраїчне рівняння приросту потенційного попиту на продукцію  $\Delta Q_r$  при збільшенні витрат на рекламу  $\Delta Z$  і, відповідно до нього, – диференціальне рівняння з заданою початковою умовою. До запропонованої системи входять також алгебраїчні рівняння, які описують такі параметри як темп продажу, рівень товарних запасів у роздрібній торгівлі, швидкість доставки продукції з оптового складу до пункту роздрібної торгівлі, темп виробництва, рівень товарних запасів на оптовому складі, чистий дохід підприємства. Час розглянутий як дискретна змінна, проект має горизонт планування  $T$ . Для конкретних заданих параметрів моделі розраховані чисельні значення перелічених показників.

3. Сформульовані та числовими методами розв'язані оптимізаційні задачі визначення оптимальних витрат на рекламну кампанію. Розрахунками доведено, що ці витрати суттєво залежать від усіх параметрів ЛС. Числовими розрахунками показано, що ефективність рекламної кампанії, за умови її оптимальності, може становити 351 %. Це означає, що на кожен грошову одиницю, витрачену на рекламну кампанію, може бути отриманий додатковий дохід у розмірі 3,51 у.о.

4. Кількісно враховано вплив випадкових факторів на економічну ефективність рекламної кампанії. Доведено, що в разі значного випадкового впливу зовнішнього економічного середовища, коли потік збурень досить сильний (від 30 %), то ефективність рекламної кампанії знижується більш ніж удвічі. При менш значних потоках збурень (менш за 2 %) ефективність рекламної кампанії залишається тією самою, як і за відсутністю збурень.

## Література

1. Forrester, J. W. (1958). Industrial Dynamics – A Major Breakthrough for Decision Makers. *Harvard Business Review*, 36 (4), 37–66. URL: <https://ru.scribd.com/doc/158721742/Industrial-Dynamics-A-Major-Breakthrough-for-Decision-Makers>
2. Brajnik, G., Gabrielli, S. (2010). A Review of Online Advertising Effects on the User Experience. *International Journal of Human-Computer Interaction*, 26 (10), 971–997. doi: <https://doi.org/10.1080/10447318.2010.502100>
3. Lambrecht, A., Tucker, C. (2013). When Does Retargeting Work? Information Specificity in Online Advertising. *Journal of Marketing Research*, 50 (5), 561–576. doi: <https://doi.org/10.1177/002224371305000508>
4. Wang, T.-C., Chen, L. Y., Chen, Y.-H. (2008). Applying Fuzzy PROMETHEE Method for Evaluating IS Outsourcing Suppliers. 2008 Fifth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery. doi: <https://doi.org/10.1109/fskd.2008.506>
5. Yuan, S., Wang, J., Zhao, X. (2013). Real-time bidding for online advertising: measurement and analysis. arXiv. URL: <https://arxiv.org/pdf/1306.6542.pdf>
6. He, X., Prasad, A., Sethi, S. P. (2009). Cooperative Advertising and Pricing in a Dynamic Stochastic Supply Chain: Feedback Stackelberg Strategies. *Production and Operations Management*. 18 (1), 78–94. doi: <https://doi.org/10.1111/j.1937-5956.2009.01006.x>
7. Du, H., Xu, Y. (2012). Research on Multi-Objective Optimization Decision Model of Web Advertising – Takes Recruitment Advertisement as an Example. *International Journal of Advancements in Computing Technology*, 4 (10), 329–336. doi: <https://doi.org/10.4156/ijact.vol4.issue10.39>
8. Guha, S., Cheng, B., Francis, P. (2010). Challenges in measuring online advertising systems. *Proceedings of the 10th Annual Conference on Internet Measurement - IMC '10*. doi: <https://doi.org/10.1145/1879141.1879152>
9. Marques, C. P., Almeida, D. (2013). A Path Model of Attitudinal Antecedents of Green Purchase Behaviour. *ECONOMICS & SOCIOLOGY*, 6 (2), 135–144. doi: <https://doi.org/10.14254/2071-789x.2013/6-2/12>
10. Xie, J., Neyret, A. (2009). Co-op advertising and pricing models in manufacturer–retailer supply chains. *Computers & Industrial Engineering*, 56 (4), 1375–1385. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cie.2008.08.017>
11. Tsou, C.-S., Fang, H.-H., Lo, H.-C., Huang, C.-H. (2009). A study of cooperative advertising in a manufacturer-retailer supply chain. *International Journal of Information and Management Sciences*, 20, 15–26.
12. Wei, Y., Choi, T.-M. (2010). Mean–variance analysis of supply chains under wholesale pricing and profit sharing schemes. *European Journal of Operational Research*, 204 (2), 255–262. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.10.016>
13. Kogler, C., Rauch, P. (2018). Discrete event simulation of multimodal and unimodal transportation in the wood supply chain: a literature review. *Silva Fennica*, 52 (4). doi: <https://doi.org/10.14214/sf.9984>

14. Siderska, J. (2016). Application of tecnomatix plant simulation for modeling production and logistics processes. *Business, Management and Education*, 14 (1), 64–73. doi: <https://doi.org/10.3846/bme.2016.316>
15. Bremer, P. (2018). Towards a reference model for the cold chain. *The International Journal of Logistics Management*, 29 (3), 822–838. doi: <https://doi.org/10.1108/ijlm-02-2017-0052>
16. Farahani, R. Z., Rezapour, S., Kardar, L. (2011). *Logistics Operations and Management: Concepts and Models*. Elsevier, 486. doi: <https://doi.org/10.1016/c2010-0-67008-8>
17. Воронин, А. В., Гунько, О. В. (2013). Дискретная модель рыночной адаптации. *Бізнес Інформ*, 4, 158–162. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/binf\\_2013\\_4\\_30](http://nbuv.gov.ua/UJRN/binf_2013_4_30)
18. Титаренко, Д. В. (2011). Модель поведения потребителей однотипной продукции. *Бізнес Інформ*, 10, 99–100. URL: [https://www.business-inform.net/annotated-catalogue/?year=2011&abstract=2011\\_10\\_0&lang=ru&stqa=23](https://www.business-inform.net/annotated-catalogue/?year=2011&abstract=2011_10_0&lang=ru&stqa=23)
19. Гвоздецька, І. В., Остапчук, О. В. (2011). Аналіз підходів до моделювання процесів управління промисловим підприємством. *Бізнес Інформ*, 5, 79–80. URL: [https://www.business-inform.net/annotated-catalogue/?year=2011&abstract=2011\\_05\\_1&lang=ua&stqa=23](https://www.business-inform.net/annotated-catalogue/?year=2011&abstract=2011_05_1&lang=ua&stqa=23)
20. Gorskii, A. A., Kolpakova, I. G., Lokshin, V. Ya. (1998). Dynamical model of the process of production, storage, and sale of daily demand goods. *Известия Российской Академии Наук. Теория и системы управления*, 1, 144–148. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=14945102>
21. Шерстенников, Ю. В., Рудянова, Т. М. (2014). Моделювання механізмів впливу на темпи продажу продукції підприємства. *Актуальні проблеми економіки*, 1, 551–559.
22. Шерстенников, Ю. В., Рудянова, Т. М. (2013). Модель планування проекту малого або середнього підприємства. *Актуальні проблеми економіки*, 7, 205–216. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/ape\\_2013\\_7\\_25](http://nbuv.gov.ua/UJRN/ape_2013_7_25)
23. Шерстенников, Ю. В. (2011). Модель життєвого циклу проекту і сезонності в роботі малого підприємства. *Актуальні проблеми економіки*, 8, 334–347.
24. Шерстенников, Ю. В., Рудянова, Т. М., Брицька, В. Ю. (2018). Модельна оптимізація виробничої потужності підприємства. *Бізнес Інформ*, 6, 186–192. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/binf\\_2018\\_6\\_27](http://nbuv.gov.ua/UJRN/binf_2018_6_27)