


**Experiencias de innovación  
docente en la enseñanza de  
la Física Universitaria  
(4<sup>a</sup> Edición)**



Albacete, abril de 2015

© De cada capítulo, sus autores. 2015.



El presente trabajo se distribuye bajo licencia Reconocimiento-Compartir Igual (by-sa) - Creative Commons 3.0 España.

<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/es/>

### Usted es libre de:



copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra.



hacer obras derivadas.



<http://freedomdefined.org/Definition>

### Bajo las condiciones siguientes:



**Reconocimiento.** Debe reconocer los créditos de la obra de la manera especificada por el autor o el licenciador (pero no de una manera que sugiera que tiene su apoyo o apoyan el uso que hace de su obra).



**Compartir bajo la misma licencia.** Si altera o transforma esta obra, o genera una obra derivada, sólo puede distribuir la obra generada bajo una licencia idéntica a ésta.

- Al reutilizar o distribuir la obra, tiene que dejar bien claro los términos de la licencia de esta obra.
- Alguna de estas condiciones puede no aplicarse si se obtiene el permiso del titular de los derechos de autor.
- Nada en esta licencia menoscaba o restringe los derechos morales del autor.

ISBN: 978-1-326-25328-8

**Capítulo 9:  
Estudio experimental de la inducción  
electromagnética entre dos bobinas: dependencia  
con la corriente eléctrica**

**Enrique Arribas Garde**

**Isabel María Escobar García**

**Alberto Nájera López**

**José Manuel Villalba Montoya**

**Luciana Ferreira da Cunha**

**Augusto Beléndez Vázquez**

# Estudio experimental de la inducción electromagnética entre dos bobinas: dependencia con la corriente eléctrica

**Enrique Arribas Garde<sup>§</sup>**

Departamento de Física Aplicada, Escuela Superior de  
Ingeniería Informática de Albacete, UCLM, España

**Isabel Escobar García**

Departamento de Física Aplicada, Escuela Politécnica de  
Cuenca, Universidad de Castilla-La Mancha, España

**Alberto Nájera López**

Departamento de Ciencias Médicas, Facultad de Medicina,  
Universidad de Castilla-La Mancha, Albacete, España

**José Manuel Villalba Montoya**

Departamento de Ciencias Médicas, Facultad de Medicina,  
Universidad de Castilla-La Mancha, Albacete, España

**Luciana Ferreira da Cunha**

Departamento de Engenharia Civil, Universidade Nilton Lins,  
Av. Professor Nilton Lins, 3259. Parque das Laranjeiras - CEP:  
69058-030, Amazonas, Brasil

**Augusto Beléndez Vázquez**

Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la  
Señal, Universidad de Alicante, Alicante, España

## RESUMEN

En este artículo se muestran un conjunto de sencillas experiencias de laboratorio que ilustran el fenómeno de la inducción electromagnética. El dispositivo experimental, análogo a un transformador, está formado por dos bobinas magnéticamente acopladas conectadas a un generador de corriente alterna sinusoidal de frecuencia variable. Midiendo la tensión inducida en la bobina del secundario en función de la corriente que hay en la bobina del primario se obtiene

---

<sup>§</sup> [enrique.arribas@uclm.es](mailto:enrique.arribas@uclm.es)

una dependencia lineal. Los resultados obtenidos concuerdan bastante bien, teniendo en cuenta los intervalos de error, con las predicciones teóricas de la ley de Faraday-Henry. Para la predicción teórica se ha tenido en cuenta el tamaño finito de ambas bobinas calculando el flujo magnético mediante una sencilla integral.

**Palabras claves** – Física universitaria, Educación, Aprendizaje activo, Experimentos, Electromagnetismo

## ABSTRACT

In this paper, it is shown a set of simple experiences that inform about the phenomenon of electromagnetic induction. The electrical assembly is made of two coils magnetically coupled, analogous to an electrical transformer, connected to a variable frequency AC generator. If we measure the voltage induced in the secondary coil based on the current of the primary coil it is obtained a linear dependence. The obtained results agree quite well with, considering the error ranges, the theoretical predictions of the Faraday-Henry's law. In the theoretical predictions we have also taken into account the finite size of both coils calculating the magnetic flux through an easy integral.

**Keywords** – University Physics, Education, Active Learning, Experiments, Electromagnetism

## 1 INTRODUCCIÓN

La fuerza electromotriz necesaria para que una corriente fluya por un circuito eléctrico proviene de una batería, siendo la responsable del movimiento de las cargas; pero también sabemos que hay corrientes presentes en circuitos sin necesidad de que haya baterías en ellos<sup>1,2</sup>. En la década de 1830 Michel Faraday en el Reino Unido y, de manera independiente, Joseph Henry en Estados Unidos realizaron numerosos experimentos en los que obtuvieron de una manera sistemática fuerzas electromotrices utilizando campos magnéticos. Sus trabajos condujeron a la deducción de que los campos magnéticos variables pueden generar una diferencia de potencial entre los extremos de un conductor, de tal manera que por él pasaría una corriente eléctrica si forma parte de un circuito. Este descubrimiento es uno de los más utilizados en Física y en nuestra vida cotidiana, porque lo usamos en numerosos dispositivos

que manejamos cada día: para transportar la energía eléctrica, para detectar metales, para hacer funcionar los ordenadores, televisores, teléfonos móviles, para leer la información codificada en una tarjeta de crédito e incluso para cocinar con las placas de inducción. Realmente está justificado que ambos físicos tengan una unidad propia, con su apellido, en el Sistema Internacional de Unidades.

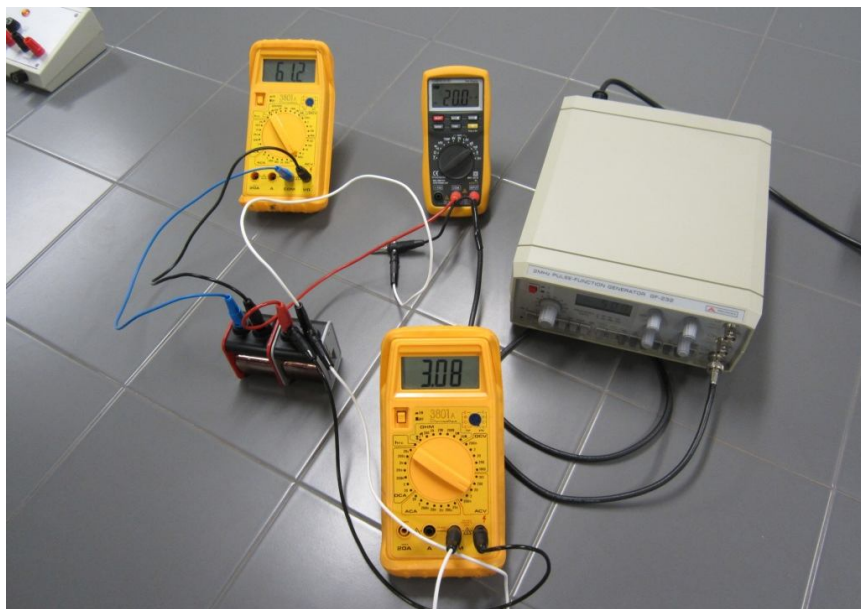
Faraday y sus discípulos realizaron un formidable trabajo experimental lo que les permitió construir sus teorías científicas de una manera sólida, sin que fueran meras especulaciones sobre los misterios del universo<sup>3</sup>. Las teorías científicas se suelen desarrollar para poder explicar los fenómenos que observamos experimentalmente en el laboratorio, o bien como consecuencia de nuestras observaciones, con la última finalidad de encontrar la causa oculta que los produce. La mente de Faraday era un flujo continuo de nuevas ideas frente a un océano infinito de problemas cuyas soluciones estaban pendientes y contra los cuales él intentaba luchar. Se pasó la mayor parte del tiempo metido en el laboratorio haciendo experimentos, intentando contrastar alguna teoría pero sin elaborar ningún formalismo matemático del cual se pudieran deducir formalmente los experimentos. Realmente fue Maxwell el que dio ese paso para el cual Faraday no estaba suficientemente preparado pues carecía de la necesaria base matemática, aunque hay que reconocerle su descomunal trabajo experimental. Si los Premios Nobel hubieran existido durante su vida, probablemente hubiera sido galardonado con varios de ellos, pero Faraday murió 34 años antes de que Roentgen ganara en 1901 el primer Premio Nobel de Física por el descubrimiento de los rayos X.

La ley de Faraday-Henry es, sin ningún tipo de duda, la más importante de las cuatro ecuaciones de Maxwell, por lo menos desde el punto de vista aplicado, y ella es la que controla la mayor parte del mundo económico, tal y como ahora lo conocemos. El fenómeno de la inducción electromagnética cambió de manera radical nuestro mundo y fue una de los principales responsables de la revolución industrial de finales del siglo XIX y comienzos del XX. Hoy en día se calcula que más de las tres cuartas partes de la energía consumida es de origen eléctrico y es generada usando los descubrimientos de Faraday y Henry.

Esta ley nos dice que se induce una diferencia de potencial en una espira cuando el número de líneas de campos magnético que la atraviesan cambia con el tiempo. En otras palabras, un flujo magnético variable produce una fuerza electromotriz inducida. Como el flujo magnético desempeña un papel crucial en la ley de Faraday, se puede caer en la tentación de creer que el flujo es la causa de la fuerza electromotriz inducida; la verdadera causa es la variación del flujo con el tiempo. Para que dicho flujo varíe puede haber diversos motivos: que

varíe el campo magnético, que varíe la superficie de la espira, que varíe la orientación relativa entre la espira y el campo magnético o bien que se den dos de las circunstancias anteriores al mismo tiempo o, incluso, las tres al unísono. Además, la fuerza electromotriz que nos proporciona una batería está concentrada entre sus extremos, entre sus bornes; sin embargo, la fuerza electromotriz inducida puede considerarse que está distribuida a lo largo de todo el circuito por el que fluye la corriente, no está asignada a ninguna zona en concreto del circuito.

Desde un punto de vista docente y didáctico hay numerosos trabajos sobre cómo puede ser abordada la Ley de Faraday-Henry <sup>4-8</sup> con diferentes enfoques conducentes a una mejor comprensión por parte de los estudiantes. Este trabajo es una continuación y extensión del que previamente elaboramos <sup>9</sup> con la intención de mostrar experiencias económicas y relativamente fáciles de llevar a cabo en laboratorios de Bachillerato o de primer curso de las titulaciones universitarias de Ciencias e Ingeniería, actualmente denominadas Grados en España y Graduações en Brasil. En el trabajo previo <sup>9</sup> variamos el número de espiras de una de las dos bobinas que manejábamos, lo cual es equivalente a alterar la superficie efectiva a través de la cual hay flujo magnético. Ahora, en este trabajo, vamos a cambiar la corriente eléctrica alterna que produce el campo magnético manteniendo fija la frecuencia-. Es decir, en este trabajo nos concentraremos en medir el fenómeno de la inducción cuando el que se modifica es el campo magnético responsable del flujo magnético.



**Figura. 1. Montaje experimental en el que se puede apreciar los tres polímetros, el generador de funciones y las dos bobinas con su bobinado de cobre, la de la derecha (de color gris) es la que hace el papel del primario y la de la izquierda (de color rojo) es el secundario, la que sufre la inducción electromagnética.**

Para la realización de estas experiencias sólo se requiere un generador de frecuencias, tres polímetros, cables y dos bobinas, una de ellas con 3200 vueltas y la otra de 1600 vueltas (Figura 1), material muy habitual en cualquier laboratorio de Física General. Todas estas medidas se realizan en “tiempo real”, es decir, se pueden observar directamente los efectos de conectar o desconectar un determinado cable, variar la tensión de la bobina, variar la corriente, variar la frecuencia del generador, etc.

## 2 FUNDAMENTO TEÓRICO

### 2.1 LA LEY DE FARADAY

Usaremos la bien conocida ley de Faraday-Henry que describe el fenómeno conocido como inducción electromagnética. Esta ley relaciona la fuerza electromotriz inducida con la variación del flujo magnético en una espira, bobina o circuito. La inducción electromagnética nos muestra, en esencia, que un campo magnético que varía con el tiempo genera un campo eléctrico. Además, un campo eléctrico no estacionario también actúa como fuente de un campo magnético. Estos dos hechos son parte fundamental del armazón de las ecuaciones de Maxwell y de las denominadas ondas electromagnéticas que se deben a campos eléctricos y magnéticos variables con el tiempo y que se generan los unos a los otros y permiten la propagación en espacios en los que no es necesario que exista materia<sup>10</sup>.

La ley de Faraday establece que <sup>11</sup>: **“La fuerza electromotriz inducida (f.e.m.),  $\mathcal{E}$ , en una espira cerrada viene dada por la derivada, cambiada de signo, del flujo magnético a través de la espira con respecto al tiempo”**.

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} \quad (1)$$

El signo menos que aparece en la Ec. (1) tiene en cuenta el sentido de la f.e.m al que se refiere la ley de Lenz. Si manejamos una bobina compuesta por N espiras, la Ec. (1) la escribiríamos como

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\phi_B}{dt} \quad (2)$$

siendo  $\phi_B$  el flujo magnético que atraviesa una de las espiras.



## 2.2 CAMPO MAGNÉTICO DE UN SOLENOIDE FINITO.

El campo magnético que creado por una única espira de radio R colocado sobre el eje z en el punto (0,0,z) viene dado por<sup>11</sup>:

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \quad (3)$$

Queremos calcular el campo magnético de un solenoide de longitud L, con N vueltas y por el que pasa una corriente I. Lo haremos a partir de la Ec. (3). Para ello tomaremos dz' a una distancia z', sobre el eje z, por ese diferencia circula una corriente

$$dI = n I dz' \quad (4)$$

siendo n la densidad de espiras

$$n = \frac{N}{L} \quad (5)$$

Escribiendo la Ec. (3) en formato diferencial

$$dB_z = \frac{\mu_0 dI}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \quad (6)$$

Teniendo en cuenta que la distancia entre el elemento dz' y el punto z es z-z' podemos escribir la Ec. (6) como

$$dB_z = \frac{\mu_0 n I dz'}{2} \frac{R^2}{(R^2 + (z-z')^2)^{3/2}} \quad (7)$$

En el apéndice A se calcula con detalle esta integral. El resultado es:

$$B_z = \frac{\mu_0 n I}{2} \left\{ \frac{z-z_2}{\sqrt{R^2 + (z-z_2)^2}} - \frac{z-z_1}{\sqrt{R^2 + (z-z_1)^2}} \right\} \quad (8)$$

La Ec. (8) se ha obtenido suponiendo espiras circulares. Las espiras que nosotros disponemos no son exactamente circunferencias, se generan a partir de un enrollamiento cuadrado (Figura 2 y Figura 3).



Figura. 2. Las dos bobinas de la izquierda son las que han sido utilizadas en este trabajo. Los números que llevan impresos nos indican las vueltas que tiene cada una.



Figura. 3. Bobina utilizada en la que se aprecia que las espiras son más bien cuadradas que circulares.

El campo magnético para una espira circular en su centro es

$$B_{\text{circular}} = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad (9)$$

El campo magnético en el centro de una espira cuadrada de lado  $L$  con una circunferencia de radio  $R$  inscrita (Figura 4) viene dada por:

$$B_{\text{cuadrada}} = \frac{\mu_0 I 2\sqrt{2}}{\pi L} \quad (10)$$

Podemos relacionar ambos campos magnéticos; usando que  $L=2R$ ,

$$B_{\text{cuadrada}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} B_{\text{circular}} = 0.9003 B_{\text{circular}} \quad (11)$$

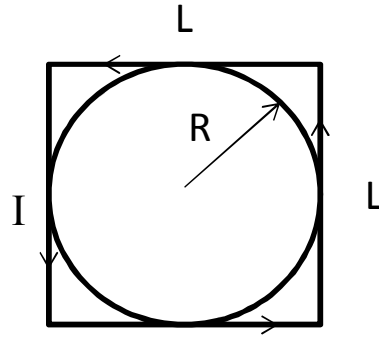


Figura. 4. Dimensiones de un cuadrado y su circunferencia inscrita.

Trabajamos como precaución con cuatro cifras significativas.

Consideremos ahora que la bobina que crea el campo magnético está entre  $-a/2$  y  $a/2$  sobre el eje  $z$  y tiene  $N_1$  espiras, como aparece en la Figura 5. Usando la Ec. (8) y (11) podemos escribir el campo magnético en un punto  $z$  de su eje de simetría como

$$B(z) = 0.9003 \frac{\mu_0 N_1 I}{2} \left\{ \frac{z+a/2}{\sqrt{R^2+(z+a/2)^2}} - \frac{z-a/2}{\sqrt{R^2+(z-a/2)^2}} \right\} \quad (12)$$

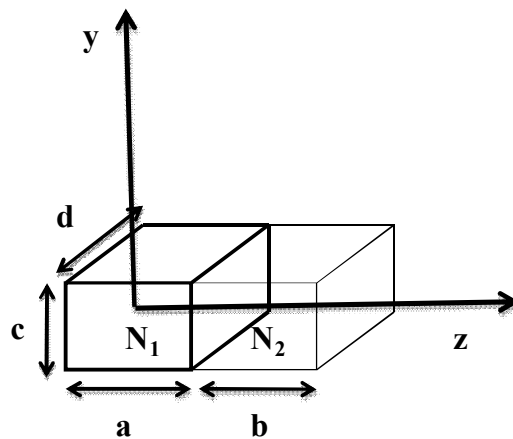


Figura. 5. Pie de figura con estilo "Pie\_Fig". La primera bobina con  $N_1$  espiras es la que crea el campo y la segunda bobina con  $N_2$  espiras es en la que se induce la fuerza electromotriz.

El flujo magnético que atraviesa la segunda bobina es:

$$\Phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (13)$$

Para el cálculo de esta integral usaremos la información que aparece en la Figura 6

$$\phi_m = 0.9003 \frac{\mu_0 n_2 I c d n_1}{2} \int_a^{a+b} \left[ \frac{z' + \frac{a}{2}}{\sqrt{R^2 + (z' + \frac{a}{2})^2}} - \frac{z' - \frac{a}{2}}{\sqrt{R^2 + (z' - \frac{a}{2})^2}} \right] dz' \quad (14)$$

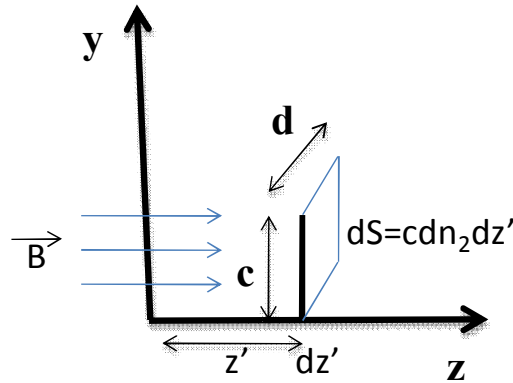


Figura. 6. Flujo magnético que atraviesa la superficie de la bobina.

Esta integral es inmediata. La Ec. (14) queda como

$$\phi_m = 0.9003 \frac{\mu_0 n_2 n_1 I c d}{2} \left[ \sqrt{R^2 + (z + a/2)^2} - \sqrt{R^2 + (z - a/2)^2} \right]_a^{a+b} \quad (15)$$

Como las dos bobinas son del mismo tamaño, hacemos  $a=b$  en Ec. (15) y queda la siguiente expresión

$$\phi_m = 0.9003 \frac{\mu_0 N_1 N_2 I c d}{2 a^2} \left\{ \sqrt{R^2 + (5a/2)^2} - 2\sqrt{R^2 + (3a/2)^2} + \sqrt{R^2 + (a/2)^2} \right\} \quad (16)$$

La corriente que recorre el circuito es alterna y depende del tiempo de la siguiente forma

$$I(t) = I_{\max} \cdot \text{sen} \omega t \quad (17)$$

siendo  $I_{\max}$  el valor máximo de la corriente sinusoidal. Para obtener la fem inducida en la bobina 2, la llamaremos  $V_2$ , debemos aplicar la ley de Faraday Ec. (1)

$$V_2(t) = -0.9003 \frac{\mu_0 N_2 N_2 c d \omega I_{max}}{2a^2} \left\{ \sqrt{R^2 + (5a/2)^2} - 2\sqrt{R^2 + (3a/2)^2} + \sqrt{R^2 + (a/2)^2} \right\} \cos \omega t \quad (18)$$

El signo menos de esta ecuación no es relevante para nuestra discusión, porque el voltímetro mide el valor eficaz de esta magnitud sinusoidal, que es igual al máximo dividido por  $\sqrt{2}$ .

### 3 MEDIDAS EXPERIMENTALES

En esta experiencia mantendremos fija la frecuencia angular del generador en  $\omega=314.2 \pm 0.6$  rad/s (50.0 Hz). Realizaremos el montaje de la Figura 7 teniendo la bobina del primario  $N_1=3200$  vueltas y del secundario  $N_2=1600$  vueltas. Variando la rueda “Amplitud” del generador de funciones, podemos medir con el amperímetro la corriente eficaz que pasa ( $I_1$ ) y con el voltímetro el valor eficaz de la tensión en la bobina con  $N_2$  espiras ( $V_2$ ). Los valores obtenidos se muestran en la Tabla I.

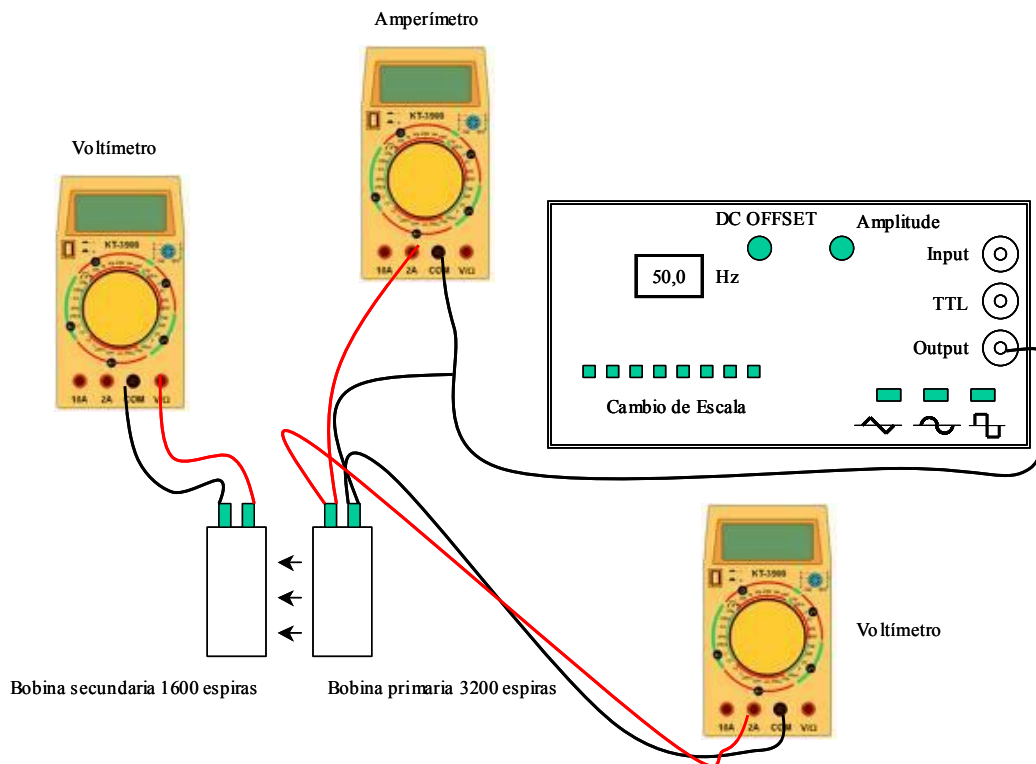


Figura. 7. Esquema del montaje experimental. Se han separado un poco las bobinas para poder dibujar el campo magnético. En el experimento se tocan.

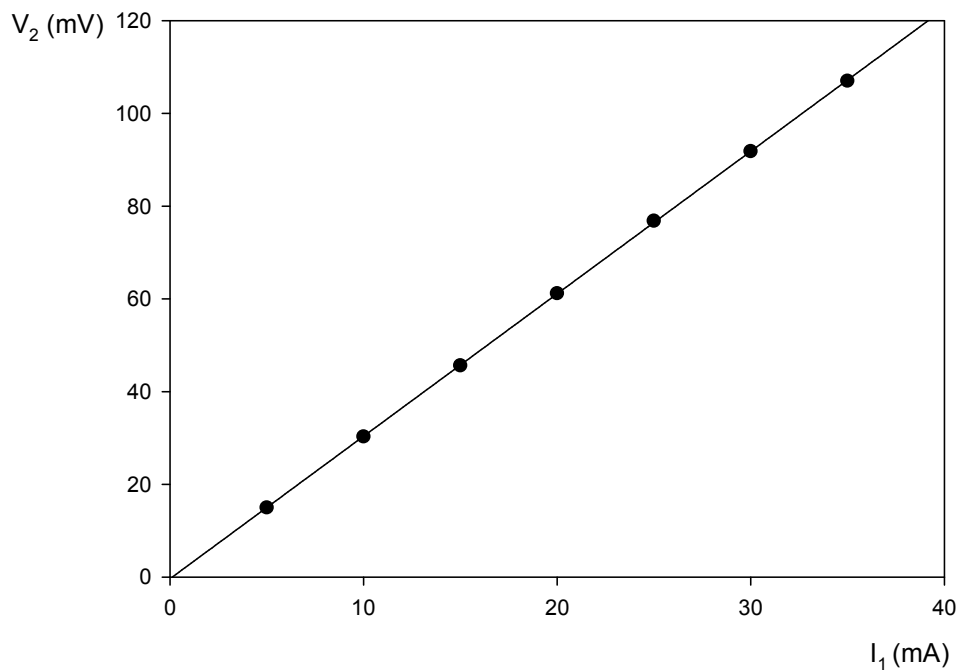
Cada medida la hemos realizado tres veces, como mínimo, y los valores que aparecen son la media de cada conjunto de medidas. Para el cálculo del error absoluto hemos usado las instrucciones del fabricante de los polímetros que dependen del fondo de escala que utilizemos para calcular las medidas.

Los resultados de la Tabla I los podemos visualizar mediante la Figura 8. En ella se puede observar la linealidad de la dependencia entre las dos variables, al aumentar la intensidad de corriente un factor, la tensión en el secundario aumenta en ese factor

Se puede observar la linealidad de la variables, al aumentar la intensidad de corriente un factor, la tensión en el secundario aumenta en ese mismo factor. La pendiente de la recta de ajuste por mínimos cuadrados es  $3.073 \pm 0.007 \text{ V/A}$ . Nótese la bondad del ajuste, ya que el coeficiente de correlación es muy cercano a 1, siendo su valor con 6 cifras significativas 0.999986. La unidad de esta pendiente es V/A, que sabemos es igual a ohmio,  $\Omega$ , por lo que de alguna manera estamos midiendo una resistencia eficaz de ambas bobinas acopladas.

**Tabla I. Medidas realizadas:  $I_1$  es la corriente en la primera bobina medida en mA,  $V_1$  es la tensión en la primera bobina en V y  $V_2$  es la tensión en la segunda bobina en mV.**

$I_1$ (mA)	$V_1$ (V)	$V_2$ (mV)
5	0.75	15.0
10	1.52	30.3
15	2.29	45.6
20	3.08	61.2
25	3.85	76.8
30	4.60	91.8
35	5.38	107.0



**Figura 8.** Fuerza electromotriz inducida en la segunda bobina ( $V_2$ ) frente a la corriente de la primera bobina ( $I_1$ ). Ambos valores son eficaces.

Al poner las bobinas una al lado de la otra nos damos cuenta de que se acoplan pero queda un pequeño espacio entre ellas debido a unos plásticos protectores. Las podemos apretar un poco y volvemos a realizar las medidas (Tabla II). Se obtiene una nueva línea recta de ajuste por mínimos cuadrados cuya pendiente es un poco más elevada (un 3%), siendo su valor  $3.171 \pm 0.019$  V/A y con un coeficiente de correlación 0.999835 (Figura 9).

**Tabla II.** Medidas realizadas apretando las bobinas:  $I_1$  es la corriente en la primera bobina medida en mA,  $V_1$  es la tensión en la primera bobina en V y  $V_2$  es la tensión en la segunda bobina en mV.

$I_1$ (mA)	$V_1$ (V)	$V_2$ (mV)
5	0.75	15.5
10	1.52	31.8
15	2.29	47.3
20	3.08	64.0

25	3.85	80.0
30	4.60	94.8
35	5.38	110.6

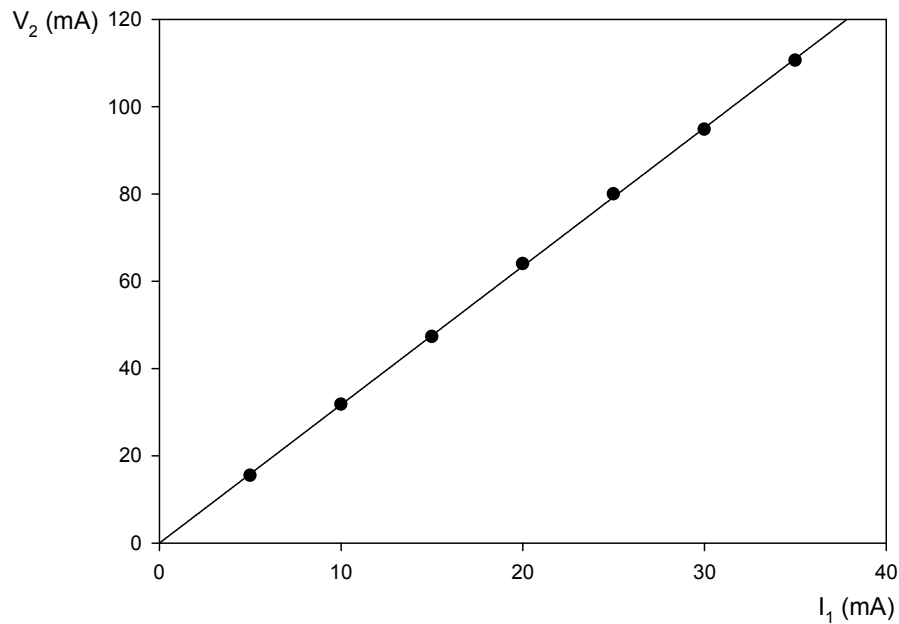


Figura. 9. Fuerza electromotriz inducida (apretando las bobinas) en la segunda bobina ( $V_2$ ) frente a la corriente de la primera bobina ( $I_1$ ). Ambos valores son eficaces.

## 5 DISCUSIÓN

La pendiente de esta recta la podemos obtener de la Ec. (18) y es

$$m = 0.9003 \frac{\mu_0 N_1 N_2 c d \omega}{2 \alpha^2} \left\{ \sqrt{R^2 + (5a/2)^2} - 2\sqrt{R^2 + (3a/2)^2} + \sqrt{R^2 + (a/2)^2} \right\} \quad (19)$$

Midiendo las magnitudes físicas implicadas con sus correspondientes errores absolutos

$$c = a = 36.80 \pm 0.05 \text{ mm}$$

$$d = 39.85 \pm 0.05 \text{ mm}$$



$$R = \frac{a}{2} = 18.40 \pm 0.03 \text{ mm}$$

$N_1=3200$  vueltas

$N_2=1600$  vueltas

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ N/A}^2$$

$$\omega = 314.2 \pm 0.6 \text{ rad/s}$$

Sustituyendo estos datos en la Ec. (19) obtenemos el siguiente valor de la pendiente " $m_{teórica}$ " con su correspondiente error absoluto ( $ms$ )

$$m_{teórica} = 3.4 \pm 0.3 \text{ V/A} \quad (20)$$

El valor de esta pendiente teórica es el que hay que comprar con los dos valores experimentales que hemos obtenido, sin apretar las bobinas y apretándolas:

$$m_{experimental}(\text{sin apretar}) = 3.073 \pm 0.007 \text{ V/A} \quad (21)$$

$$m_{experimental}(\text{apretando}) = 3.171 \pm 0.019 \text{ V/A} \quad (22)$$

Obsérvese que los tres valores son compatibles entre sí, si tenemos en cuenta sus intervalos de error. No es necesario que los valores sean exactamente iguales, lo importante es que sean compatibles. Al apretar las bobinas la pendiente de la recta se incrementa en un 3% acercándose al valor teórico, lo que nos indica que había alguna pequeña pérdida de flujo magnético cuando estaban separadas. En el segundo caso la pendiente experimental es el 93% de la pendiente teórica, con lo que podemos decir que la concordancia entre la teoría y el experimento es bastante buena.

## 6 CONCLUSIONES

Para analizar claramente la dependencia de una magnitud que depende de varias variables lo mejor y más entendible es variar solamente una de ellas y ver qué ocurre con dicha magnitud. Nos hemos concentrado en estudiar el fenómeno de la inducción electromagnética cuando el que se modifica es el campo magnético responsable del flujo magnético.

En nuestro experimento realizado la variable es la intensidad que recorre el primario, siendo la frecuencia constante. Obtenemos una dependencia lineal que concuerda bastante bien con lo que se deduce de la ley de Faraday-Henry.

La disponibilidad de varias bobinas y de un generador de frecuencias en un laboratorio de Física de Bachillerato permite realizar un conjunto de experiencias sencillas para ilustrar el fenómeno de inducción electromagnética. Estas dos experiencias descritas creemos que permiten promover la reflexión de nuestros estudiantes sobre un concepto clave en el electromagnetismo: la inducción electromagnética. Como decía Benjamín Franklin "*Cuéntame y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, si experimento lo aprendo*"<sup>12</sup>, el aprendizaje significativo se logra muchas veces practicando en el laboratorio.

## 7 AGRADECIMIENTOS

Uno de los autores, A. Beléndez, agradece al Vicerrectorado de Tecnologías de la Información de la Universidad de Alicante el apoyo prestado a través del proyecto GITE-09006-UA.

## 8 BIBLIOGRAFÍA

- [1] Hugh D. Young y Roger A. Freedman, **Física Universitaria**, Decimotercera edición del libro clásico de los autores Sears y Zemansky, Addison-Wesley, Pearson Education, 2013, México.
- [2] Wolfgang Bauer y Gary D. Westfall, **Física para ingeniería y ciencias**, McGraw-Hill Education, 2011, México.
- [3] William Berkson, **Las teorías de los campos de fuerza. Desde Faraday hasta Einstein**, Alianza Editorial, 1981, Madrid.
- [4] Saraiva, F. and Aita, H., Roteiro para a experiência de levitação de um ímã repelido por um supercondutor no Ensino de Física. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 2004, vol. 26, n.1, 11-18.
- [5] Silveira, Fernando Lang da and Varriale, Maria Cristina, O rolamento freado do magneto na rampa: uma interessante aplicação da lei de Faraday-Lenz. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 2009, vol. 31, n.4, 4303-4308.

- [6] Rodrigues, Fabio G., On equivalent expressions for the Faraday's law of induction. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 2012, vol. 34, n.1, 1-6.
- [7] Silva R.T. da and Carvalho H.B. de, A indução eletromagnética: análise conceitual e fenomenológica. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 2012, vol. 34, n.4, 4314-4316.
- [8] A. Beléndez et al, “Ley de Faraday-Henry: experiencias de inducción electromagnética”. En: *Experiencias de Física en Vídeo*. Universidad de Alicante. Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal. <http://hdl.handle.net/10045/15609>
- [9] José M. Villalba, Francisco J. Manjón, Alberto Nájera, Enrique Arribas y Augusto Beléndez, Estudio cuantitativo de la inducción electromagnética entre dos bobinas en función del número de vueltas de una de ellas. *Revista Española de Física* **26** (2012) 33-37.
- [10] Beléndez, A. La unificación de luz, electricidad y magnetismo: la síntesis electromagnética de Maxwell. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 2008, vol. 30, n. 2, 2601- 2008.
- [11] Paul A. Tipler, y Gene Mosca, **Física para la Ciencia y la Tecnología**, 6ª Edición, volumen 2, página 926, Editorial Reverté, Barcelona, 2010.
- [12] J. Summers, **Franklin: electricidad, periodismo y política**. Editorial Nívola, Barcelona, 2002.

## APÉNDICE A

Cálculo de la integral que aparece en la Ec. (7).

A partir de la Ec. (7), sacando las constantes y teniendo en cuenta que el solenoide está colocado entre  $z_1$  y  $z_2$ , podemos escribir

$$B_z = \frac{\mu_0 n I R^2 dz'}{2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz'}{(R^2 + (z-z')^2)^{3/2}} \quad (\text{A.1})$$

Haciendo los cambios de variables:

$$z - z' = R \tan \theta \quad (\text{A.2})$$

$$-dz' = R(1 + \tan^2 \theta) d\theta \quad (\text{A.3})$$

Tenemos:

$$-\int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{R(1+\tan^2\theta)d\theta}{(R^2+R^2\tan^2\theta)^{3/2}} = -\int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{R^2\sqrt{1+\tan^2\theta}} = -\frac{1}{R^2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta d\theta = -\frac{1}{R^2} [\text{sen}\theta]_{\theta_1}^{\theta_2} \quad (\text{A.4})$$

Por tanto,

$$B_z = \frac{\mu_0 n I}{2} (\text{sen}\theta_1 - \text{sen}\theta_2) \quad (\text{A.5})$$

Recuperemos la función seno en función de la tangente,

$$\text{sen}\theta = \tan\theta \cdot \cos\theta = \tan\theta \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta}} = \frac{\tan\theta}{\sqrt{1+\tan^2\theta}} \quad (\text{A.6})$$

Sustituyendo en (A.5) se obtiene la expresión final para el campo magnético

$$B_z = \frac{\mu_0 n I}{2} \left\{ \frac{\frac{(z-z_2)}{R}}{\sqrt{1+\left(\frac{z-z_1}{R}\right)^2}} - \frac{\frac{(z-z_2)}{R}}{\sqrt{1+\left(\frac{z-z_2}{R}\right)^2}} \right\} = \frac{\mu_0 n I}{2} \left\{ \frac{z-z_1}{\sqrt{R^2+(z-z_1)^2}} - \frac{z-z_2}{\sqrt{R^2+(z-z_2)^2}} \right\} \quad (\text{A.7})$$