

Caracterización de la impedancia de transferencia de materiales porosos-fibrosos usando holografía acústica de campo cercano (NAH)



Jeniffer Torres, Maxence Petite, Jesús Carbajo, Enrique Segovia, Jaime Ramis

Universidad de Alicante
jtr17@alu.au.es

Premio Andrés Lara para jóvenes investigadores 2013

PACS: 43.40.Dx

«Los autores de este trabajo quieren dedicar de manera solemne este artículo al Prof. Andrés Lara Sáenz por sus aportes a la ciencia en especial a la Acústica y por su legado a todos los que formamos parte del mundo de la acústica»

Resumen

En este trabajo se aplica la técnica de holografía acústica de campo cercano (NAH-*Near field Acoustic Holography*) para determinar la velocidad de vibración de la superficie de una capa de material absorbente que a su vez está adherido a una placa metálica circular que emula un pistón rígido. Este dato de la velocidad es necesario para predecir su impedancia de transferencia. En la experiencia propuesta, la placa metálica vibra por la acción de un actuador ubicado en su centro transmitiendo su vibración a la lámina porosa. El experimento y la técnica implementada se apoyan en la hipótesis del desacoplamiento de la parte vibratoria y la acústica de un sistema placa-poroso para determinar la eficiencia de radiación.

Abstract

In this paper, the technique Near-field Acoustic Holography (NAH) is applied to determine the surface vibration velocity of a layer of porous material attached to a circular metal plate that emulates a rigid piston. The velocity data is necessary to calculate the transfer impedance of the absorber material. In the proposed experience, the metallic plate vibrates by the action of an actuator located in its center transmitting the vibration of the plate to the porous layer. The experiment and the technique implemented are based on the assumption of decoupling vibrational and acoustic behavior of the plate-porous structure to determine the radiation efficiency.

1. Introducción

Este trabajo se inscribe en el contexto de un proyecto cuyo objetivo es la implementación de soluciones pasivas que reduzcan la emisión de ruido y vibraciones de estructuras multicapa con una base metálica a la cual le es añadido materiales absorbentes fibrosos de plástico o composite.

El uso de este tipo de materiales es de gran interés debido a que el incremento de masa que ofrecen a la solución constructiva es baja. Este hecho es de gran interés en industrias como la automotriz ya que, investiga-

ciones recientes han demostrado que una disminución del peso de los vehículos puede generar una disminución en el consumo de combustible y por tanto, en la emisión de contaminantes.

Al mismo tiempo que se implementan soluciones técnicas se hace necesario el desarrollo de métodos de predicción del efecto de la instalación de estos materiales. En el caso del Método de los Elementos Finitos (MEF) el material poroso por lo general es considerado como una condición de impedancia [1]. Para ello es necesario determinar experimentalmente la impedancia acústica del material absorbente. Esta propiedad se suele calcular

usando el método de la función de transferencia descrito en la norma UNE-EN ISO 10534-2: 2002 [2]. Esta impedancia recibe el nombre de impedancia superficial. En el experimento descrito en la norma se asume que la velocidad de la placa donde está soportado el material es nula.

En [1, 3 y 4] se discute sobre la ambigüedad en el uso de la impedancia superficial como condición de impedancia para modelar el material absorbente. En [3] se propone un modelo unidimensional basado en la teoría de Biot [5, 6] con el propósito de tener en cuenta la propagación de las ondas en la fase sólida y fluida del material poro-elástico, para el caso de pistón cubierto por material poroso y se analiza la diferencia entre considerar: la impedancia superficial Z_s y la impedancia de transferencia Z_T , en el cálculo de la eficiencia de radiación de la estructura.

En [3] se propone una metodología experimental para caracterizar Z_T usando una configuración de medida compuesta por un vibrómetro laser con el cual se mide la velocidad de vibración en la superficie del material poroso, así como también, se caracteriza la velocidad de la superficie de la placa que hace de pistón usando medidas de aceleración. Además, se presenta un criterio basado en la influencia de la rigidez de la fibra (*FSI Frame Stiffness influence*) con el fin de determinar el rango de frecuencia donde no ejerce influencia el esqueleto del material poroso. Esto indica que hay una frecuencia para la cual la impedancia de la parte sólida del material poroso (esqueleto de la fibra) tiende a infinito, por lo cual la eficiencia de radiación aumenta en lugar de ejercer amortiguamiento para el sistema placa-poroso.

En este trabajo se propone una técnica experimental alternativa para la obtención de la impedancia de transferencia Z_T usando la técnica de medida de la holografía acústica de campo cercano (NAH, *Near-field Acoustic Holography*) [7, 8] para obtener la velocidad de vibración sobre la superficie del material poroso retro propagando el campo y aplicando la ecuación de Euler. Y la velocidad de la placa rígida (metálica) se obtiene integrando la señal registrada por el acelerómetro.

Los resultados obtenidos son contrastados con el cálculo de la Z_s y Z_T usando el modelo de Biot. También se mide Z_s , con el fin de validar el modelo. Por último, se evalúa la eficiencia de radiación del sistema con y sin la influencia del material poroso, usando el modelo de radiación por impedancia propuesto por Doutres [3] usando como dato de entrada al modelo las impedancias Z_s y Z_T obtenidas experimentalmente.

2. Fundamentos teóricos

En este documento, se estudia el comportamiento vibro-acústico de una estructura compuesta por una bi-capa del tipo «placa-fibroso». El modelo considera un desaco-

plamiento de los comportamientos vibratorios y acústicos, por lo que, el modelo vibratorio requiere determinar las propiedades mecánicas equivalentes del sistema «placa-fibroso» considerando el fibroso como una capa visco-elástica [3]. Esto implica obtener experimentalmente información sobre la vibración de la placa rígida y de la superficie del material poroso cuando se adhiere a un sistema en movimiento, para así, deducir la impedancia de transferencia del material absorbente. Las medidas de velocidad de la superficie del poroso se obtienen aplicando la función de retro-propagación de la técnica de medida NAH.

A continuación se indica en forma general los conceptos teóricos implicados en este modelo.

2.1. Método de Radiación por Impedancia

La impedancia acústica proporciona información sobre el medio y el tipo de onda que se propaga. Esta información es útil en los cálculos que involucran la transmisión de ondas acústicas de un medio a otro. La impedancia acústica (Z) es el cociente entre la presión acústica p y la velocidad v asociada a las partículas oscilantes en un medio. Matemáticamente se define como:

$$Z = \frac{p}{v} \quad (1)$$

La forma clásica de obtener este parámetro acústico es mediante el método de la función de transferencia [2]. Este método consiste en ubicar una muestra de material absorbente al final del tubo, la muestra está soportada sobre una pared rígida. Usando dos micrófonos se mide el coeficiente de reflexión y basándose en esa medida se calcula el coeficiente de absorción y la impedancia superficial Z_s del material poro-elástico, que se expresa como:

$$Z_s = \frac{p}{v_o} \quad (2)$$

Cuando se modela un material poroso en un acoplamiento fluido-estructura, el material poroso es habitualmente simulado por una condición de impedancia [1]. Esta condición implica el movimiento de la estructura (v_p) y la velocidad en la superficie del poroso que hace contacto con el aire (v_o), entonces se puede definir la impedancia del material como:

$$Z_T = \frac{p}{v_o - v_p} \quad (3)$$

A esta impedancia se le conoce como impedancia de transferencia Z_T .

Los materiales del tipo poro-elástico se conforman por una fase fluida y una sólida. La influencia de la parte sólida corresponde a la rigidez del esqueleto, esta rigidez delimita la zona de utilidad del material poroso como amortiguador. Ya que en esta frecuencia la impedancia

acústica del material tiende a infinito por lo que la interacción fluido estructura es máxima ocurriendo mayor eficiencia de radiación. Esta frecuencia se puede estimar usando la siguiente aproximación [1,3].

$$f_R \simeq \frac{1}{4l} \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho_1(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (4)$$

donde, E es el módulo de Young, ν el Coeficiente de Poisson, ρ_1 Densidad del esqueleto y l es el espesor de la capa porosa.

2.2. Eficiencia de radiación

El estudio de [3] presenta un modelo de radiación por impedancia para sistemas placa-fibroso, donde se estudia la eficiencia de radiación de una placa desnuda en pantalla infinita basada en la teoría del pistón plano y la influencia que ejerce el añadir al pistón un material absorbente.

La eficiencia de radiación σ_R se define como el cociente entre la potencia acústica radiada por unidad de superficie, W_a y la potencia vibratoria (o mecánica) de la estructura, W_v .

$$\sigma_R = \frac{W_a}{W_v} \quad (5)$$

En este estudio de Doutres [3], el comportamiento vibro-acústico de la estructura «placa-fibroso» se modela considerando un desacoplamiento de los comportamientos vibratorios y acústicos. Por lo que implica dentro de modelo vibratorio determinar las propiedades mecánicas equivalentes del sistema placa-fibroso considerando el fibroso como capa un visco-elástica. Y el modelo de radiación acústico tiene en cuenta el acoplo entre el fibroso y el fluido exterior (aire) a través de la impedancia del material.

2.2.1. Modelo vibratorio

La potencia vibratoria de la estructura que hace parte del cálculo del factor de radiación, se determina a partir de la velocidad cuadrática media (velocidad RMS) de la estructura:

$$W_v = \rho_o c_o (v_p^2) \quad (6)$$

donde, $\rho_o c_o$ la impedancia característica del fluido.

El cálculo de la velocidad cuadrática media utiliza la distribución del desplazamiento normal x sobre la superficie de la estructura vibrante S_p ,

$$(v_p^2) = \frac{\omega^2}{2S_p} \iint_{S_p} |x^2| dS_p \quad (7)$$

2.2.2. Vibración forzada

La estructura se excita en su centro por una fuerza armónica de pulsación ω . La ecuación de movimiento de la placa en flexión excitada por una fuerza se escribe

$$\Delta^2 x - \beta^4 x = \frac{F_x}{D_p} \quad (8)$$

Donde, $\beta^4 = \frac{\omega^2 \rho_p l_p}{D_p}$, ω frecuencia angular, ρ_p densidad de la placa, l_p espesor de la placa y la rigidez a flexión de la placa $D_p = \frac{E_p l_p^3}{12(1-\nu_p^2)}$, E_p es el módulo de Young de la placa y ν es el coeficiente de poisson.

Siendo F_x la fuerza puntal aplicada en el centro de la placa (r_s, φ_s), se debe de calcular la función de Green en coordenadas polares, tal que:

$$\nabla^4 G - \beta^4 G = \frac{1}{r} \delta(r_s) \delta(\varphi_s) \quad (9)$$

Se elige la función de Green (G) de la forma:

$$G = \sum_n A_n x_n(r) \quad (10)$$

Donde, A_n son los coeficientes de ponderación.

$$G = \sum_n \frac{x_n(r_s) x_n(r)}{(\beta_n^4 - \beta^4) \pi a^2 \Lambda_n} \quad (11)$$

Con,

$$\Lambda_n = J_0^2(\beta_n a) + J_1^2(\beta_n a) \quad (12)$$

donde J_0 y J_1 , son funciones de Bessel de orden 0 y 1 respectivamente.

Con lo que el desplazamiento modal forzado para condiciones de contorno rígidas, puede escribirse así:

$$x(r) = \frac{F_\omega}{D_p} \sum_n \frac{x_n(r_s) x_n(r)}{(\beta_n^4 - \beta^4) \pi a^2 \Lambda_n} \quad (13)$$

2.2.3. Modelo acústico

La potencia acústica radiada por unidad de superficie por la estructura W_a , se determina integrando la intensidad acústica en campo lejano expresada en coordenadas esféricas (r, φ, θ) sobre una semiesfera de radio r :

$$W_a = \frac{1}{S_p} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I(\vec{r}) r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \quad (14)$$

Donde la Intensidad I para la presión en campo lejano $p(\vec{r})$ es:

$$I = \frac{|p(\vec{r})|^2}{2\rho_f c_f} \quad (15)$$

La presión radiada en campo lejano se puede predecir con la ayuda de la integral de Rayleigh que depende

de la velocidad mecánica de la estructura v_p y de la función de Green que verifique las condiciones de pantalla rígida y reflectante. Para una placa desnuda (sin material añadido), utilizando la integral de Rayleigh en coordenadas polares (φ_0, r_0) , la presión en campo lejano p' se escribe:

$$p'(\vec{r}) = -\omega^2 \rho_0 \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} \int_0^{2\pi} \int_0^a x(r_0) e^{jkr_0 \cos(\varphi_0 - \varphi) \sin \theta} r_0 d\varphi_0 dr_0 \quad (16)$$

Cambiando la expresión de x de la ecuación 11 dentro de la ecuación 14 se obtiene:

$$p'(\vec{r}) = -\omega^2 \rho_0 \frac{e^{-jkr}}{2\pi r} \sum_n \left[\frac{F_w X_n(r_s)}{D_p (\beta_n^4 - \beta^4) \pi a^2 \Lambda_n} \int_0^{2\pi} \int_0^a x(r_0) e^{jkr_0 \cos(\varphi_0 - \varphi) \sin \theta} r_0 d\varphi_0 dr_0 \right] \quad (17)$$

Cuando la placa se cubre con un material fibroso, la función de Green se multiplica por un término correctivo expresado en función de la impedancia de radiación ($Z_{rad} = \rho_f c_f$) y de la impedancia del material Z_{poroso} , por lo que la presión radiada por el sistema placa poroso corresponde a la presión de la capa desnuda multiplicado por este factor de corrección, como se expresa en la siguiente ecuación.

$$p(\vec{r}) = \frac{Z_{poroso}}{Z_{poroso} + Z_{rad}} p'(\vec{r}) \quad (18)$$

2.3. Holografía Acústica de Campo Cercano

El campo acústico de cualquier fuente puede ser descompuesto en un espectro angular que es definido en el dominio del número de onda (k) como una superposición de ondas planas viajeras en diferentes direcciones, sin embargo; no todas las ondas son propagadas en dirección normal, algunas decaen exponencialmente cuando incrementa la distancia (ondas evanescentes).

La holografía acústica de campo cercano (NAH) es una técnica que reconstruye el campo sonoro y la velocidad de vibración de un objeto o una fuente sonora a partir de medidas realizadas con una matriz de micrófonos colocados en un plano paralelo y muy cercano a la fuente sonora.

Las medidas de campo cercano permiten capturar las ondas evanescentes, las cuales contienen una alta resolución de detalles acerca de la fuente [7, 8] NAH implica la medida de la amplitud y la fase de la presión.

Basado en el teorema de Green, una integral puede ser derivada para que describa la presión sonora en cualquier punto en el espacio entre la fuente sonora y el plano de medida. La presión compleja en cualquier punto en campo libre puede ser expresada como una función de la presión compleja (\check{p}) en el plano de fuente z_s donde $\check{p}(x', y', z_s)$ es la distribución de la presión compleja en z_s y $\check{G}(x-x', y-y', z-z_s)$ es la derivada normal de la

función de Green que satisface el valor propio del límite de la condición de Dirichlet en [7]

$$\check{p}(x', y', z_s) = - \iint_{\infty}^{\infty} \check{p}(x', y', z_s) \cdot \check{G}(x-x', y-y', z-z_s) dx' dy' \quad (19)$$

Si todos los puntos están asumidos para ser localizados en el mismo plano de medida llamado como plano del holograma z_H la ecuación 19 se convierte en:

$$\check{p}(x', y', z_s) = - \iint_{\infty}^{\infty} \check{p}(x', y', z_s) \cdot \check{G}(x-x', y-y', z_H-z_s) dx' dy' \quad (20)$$

Como $z_H - z_s$ es una constante la ecuación 20 que describe una convolución en dos dimensiones entre la presión compleja en el plano z_s y la la función de Green modificada la cual se convierte en un producto simple en el dominio del número de onda (espacio k)

$$\check{p}_H(k_x, k_y, z_H) = \check{p}_s(k_x, k_y, z_H) \cdot \check{G}(k_x, k_y, z_H - z_s) \quad (21)$$

Donde $z_H - z_s$ está definido como la distancia entre el plano de la fuente y el plano del holograma, dependiendo de la localización del plano reconstruido, que puede ser positivo o negativo.

Una vez la presión sonora $\check{p}_s(k_x, k_y, z_s)$ se conoce en el espacio k , el vector de velocidad de partícula puede ser determinado aplicando la ecuación de Euler, considerando el campo acústico armónico en el dominio del tiempo y aplicando la transformada inversa de Fourier.

$$\check{v}(k_x, k_y, z_H) = \frac{1}{\omega \rho} \left(k_x e_x + k_y e_y - i e_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot \check{G}(k_x, k_y, z_H - z_s) \quad (22)$$

De esta manera se explica como el uso de NAH permite por medio de la función de retro-propagación del campo determinar la velocidad de vibración y la presión acústica en la superficie del material poroso, cantidades necesarias para el cálculo de la impedancia de transferencia Z_T (ecuación 3).

3. Especímenes bajo test

Para llevar a cabo el estudio se ha elegido un material rígido y uno fibroso. A continuación se describen sus características mecánicas.

El material rígido es una placa cuadrada de aluminio de 35 x 35 cm., la cual posteriormente se dispuso de manera circular en la pantalla «infinita». El módulo de Young de la placa es $E_p = 6,9 \cdot 10^{10} (Pa)$, el factor de pérdidas $\eta = 0,03$, la densidad $\rho_p = 2700 \left(\frac{kg}{m^3} \right)$ y el coeficiente de Poisson $\nu = 0,33$.

El material poroso fibroso a estudiar es una fibra de poliéster reciclado de botella tipo PET. Las características mecánicas del material se presentan en la tabla 1.

Tabla 1. Características mecánicas del material fibroso.

Espesor: $l(10^{-3}m)$	30
Radio: $a(m)$	0,14
Resistividad al flujo: $\sigma (Ns/m^2)$	2000
Porosidad: ϕ	>90
Tortuosidad: α_{∞}	1,03
Longitud viscosa: $\Lambda (10^{-6})$	420
Longitud termal: $\Lambda' (10^{-6})$	650
Densidad del Esqueleto: $\rho_1 (kg/m^3)$	17
Módulo de Young: $E (kPa)$	13
Factor de Perdidas: η	0,23
Coefficiente de Poisson: ν	0,0

4. Montajes experimentales

El modelo vibratorio estudiado se puede considerar un modelo de placa rígida circular encastrada en una pantalla infinita y excitada en su centro por una fuerza puntual. Estas condiciones han sido recreadas tanto para la simulación como para las medidas en laboratorio.

4.1. Tubo de impedancia: Impedancia superficial

Como se ha mencionado anteriormente se ha medido la Z_s usando el método de la función de transferencia. La Figura 1 enseña el montaje experimental. Según [2]

**Figura 1.** Montaje experimental método de la función de transferencia.

4.2. Holografía Acústica de Campo cercano y medidas de Aceleración

El montaje experimental se muestra en las figuras 2. En la fotografía de la izquierda se puede apreciar la pantalla de madera aglomerada tipo DMF en la que se practicó un orificio circular donde se ubicó la placa metálica a la que se adosa el material absorbente. Por delante de la pantalla se sitúa el dispositivo que permite el posicionamiento del micrófono para llevar a cabo las medidas de NAH. Esta medida se realizó para la placa desnuda y con la placa recubierta en la parte frontal con el material absorbente. En la imagen de la derecha, corresponde a la parte trasera de la pantalla, se distingue la placa metálica con un actuador ubicado en el centro y la cuadrícula de puntos en los que se ha medido la vibración.

**Figura 2.** Montaje experimental. Izquierda: NAH. Derecha: Aceleración.

La medición del campo sonoro consistió en una matriz de medida de 40 x 40 puntos, con una resolución espacial de 1 cm, para un total de 1 600 puntos de medida. La medición de aceleración consistió en una matriz de 21 x 21 puntos de medida correspondiente al cuadrante derecho de la placa (Figura 2 derecha) con una resolución espacial de medida también de 1 cm, para un total de 441 puntos de medida.

El excitador que hizo de fuente puntual fue un actuador de 5,2 cm diámetro y 60 gr. de masa (Hiwave® H1AX25C05-4 Classic Audio Exciter); la amplificación para la fuente fue suministrada por el amplificador Brüel & Kjær® modelo 2732. Para la medida de NAH el transductor usado fue el micrófono Brüel & Kjær® modelo 4951 y para las medidas de aceleración el acelerómetro miniatura 4517 de Brüel & Kjær®. La señal capturada por estos fue pre-amplificada por el sistema NEXUS también de Brüel & Kjær®. La señal de entrada y salida estaba comunicada a través de la tarjeta A/D-D/A de National Instruments® modelo BNC 21-10. Esta tarjeta también estaba encargada de mover el brazo mecánico que realizó la captura de la señal en el campo acústico. Todo el post-procesamiento de datos se realizó usando MATLAB®. La señal de medida para los dos casos fue una señal del tipo MLS (Maximum Length Sequence) muestreada a 96 kHz. y de 3 segundos de duración.

Las ecuaciones de NAH enunciadas en el apartado 2.3 se usaron para retro-propagar el campo sonoro y de esta manera encontrar la presión acústica y la velocidad de vibración sobre la superficie del material poroso. A partir de la velocidad de vibración medida obtenida a partir de las medidas de aceleración se procederá a calcular la Z_T del material poroso.

5. Resultados

En este apartado se expresan los resultados obtenidos en el cálculo de la impedancia acústica del material (figura 3) y la estimación de la eficiencia de radiación (figura 4) basada en el modelo numérico de radiación por impedancia propuesto por Doutres [3].

5.1. Impedancia Acústica del Material Poroso

La impedancia superficial y de transferencia del material fibroso fue obtenida a partir de las medidas

experimentales y también calculadas usando el modelo de Biot. En la figura 3, se representa la parte real e imaginaria de Z_S y Z_T . Se puede observar la influencia de la estructura del esqueleto que corresponde a la tendencia a $-\infty$ en Z_T .

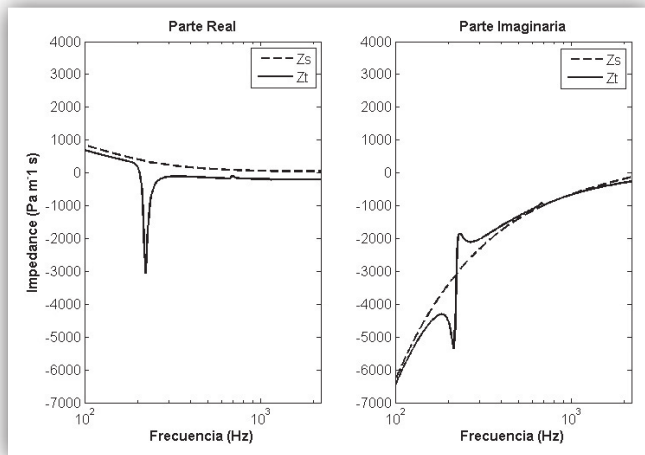


Figura 3. Parte real e imaginaria de las Impedancias Acústicas.

A partir de la ecuación 4 se puede estimar que la frecuencia de resonancia se encuentra alrededor de los 230 Hz, que corresponde con el valor obtenido.

5.2. Estimación de la Eficiencia de Radiación

Usando el método de radiación por impedancia del sistema placa-poroso de Doutres [3]. Se calcula la eficiencia de radiación usando las impedancias acústicas Z_S y Z_T obtenidas experimentalmente. La figura 4 ilustra la diferencia en el cálculo de la eficiencia de radiación para los dos casos.

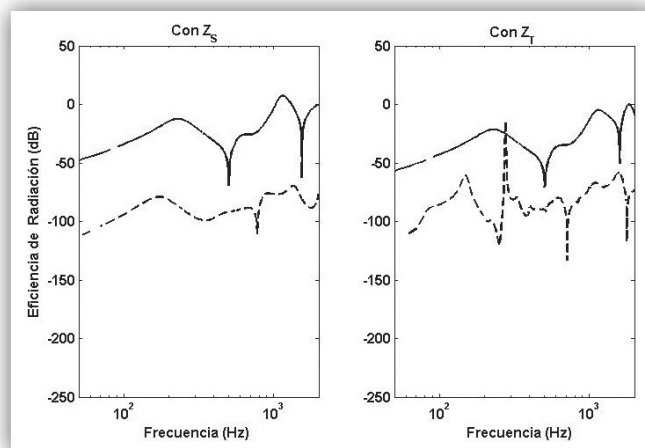


Figura 4. Representación gráfica del factor de radiación acústica simulado con Z_S (izquierda) y Z_T (derecha). Placa rígida (—) y la placa recubierta de una capa de material fibroso (-----).

Como se puede apreciar en la figura anterior al simular el factor de radiación usando Z_S no se aprecia la in-

fluencia de la estructura del esqueleto. La frecuencia de influencia del esqueleto del poroso está entre los 250 Hz y 300 Hz. Coincide con la frecuencia de resonancia estimada usando la ecuación 4. La frecuencia de resonancia del esqueleto está asociada al límite inferior de efectividad del material poroso en la amortiguación de la energía de radiación de la placa rígida.

6. Conclusión

En este trabajo se ha aplicado la técnica de NAH para caracterizar la impedancia de transferencia de materiales porosos fibrosos en el contexto de la determinación de la eficiencia de radiación de sistemas placa-poroso. Aunque la frecuencia de resonancia del esqueleto del material absorbente determinado experimentalmente se desplaza ligeramente hacia alta frecuencia, los resultados son satisfactorios. En un futuro cercano se espera mejorar el dispositivo experimental para que esta desviación, que en el experimento actual es del orden del 15%, sea menor.

Referencias

- [1] X. Sagartzazu, L. Hervella-Nieto. Impedance prediction for several porous layers on a moving plate: Application to a plate couple to an air cavity. *J. Computational Acoustics*. 19(04). 379 2011.
- [2] Norma UNE-EN ISO 10534-2: 2002. Acústica. Determinación del Coeficiente de Absorción Acústica y de la Impedancia Acústica en Tubos de Impedancia. Parte 2: Método de la Función de Transferencia.
- [3] O. Doutres, N. Dauchez, J-M Génevaux. Porous layer impedance applied to a moving wall: Application to the radiation of a covered piston. *Acoust. Soc. Am.*, 121(1):206–213, 2007.
- [4] O. Doutres, N. Dauchez, J-M. Génevaux, and O. Dazel. Validity of the Limp model for porous materials: A criterion based on the Biot theory. *J. Acoust. Soc. Am.*, 122(4):2038–2048, 2007.
- [5] M.A. Biot. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.*, 28(2):168–178, September 1955.
- [6] M.A. Biot. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.*, 28(2):179–191, September 1955.
- [7] E.G. Williams, *Fourier Acoustics. Sound and Near-field Acoustical Holography*. Academic, London, Great-Britain. 1999.
- [8] J.D Maynard., EG Williams, Y Lee. Near-field Acoustic Holography: I, Theory of generalized holography and the development of NAH. *Journal Acoustic Society of America*. 78, 1395-1413, 1985.