Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

UA UNIVERSIDAD DE ALICANTE
Vicerrectorado de Estudios, Formación y Calidad
ICE- Instituto de Ciencias de la Educación

XII JORNADAS DE REDES DE INVESTIGACIÓN EN DOCENCIA UNIVERSITARIA

El reconocimiento docente: innovar e investigar con criterios de calidad

ISBN: 978-84-697-0709-8

Diseño: Gabinete de Imagen y Comunicación Gráfica de la Universidad de Alicante

XII JORNADES DE XARXES D'INVESTIGACIÓ EN DOCÈNCIA UNIVERSITÀRIA

El reconeixement docent: innovar i investigar amb criteris de qualitat

Coordinadores

María Teresa Tortosa Ybáñez
José Daniel Álvarez Teruel
Neus Pellín Buades

ISBN: 978-84-697-0709-8

Revisión y maquetación: Neus Pellín Buades

ISBN: 978-84-697-0709-8

Un módulo de enseñanza centrado en desarrollar el razonamiento configural: características desde una perspectiva cognitiva

A. García-Reche, A. Buforn, G. Torregrosa-Gironés

Innovación y Formación Didáctica
Universidad de Alicante

RESUMEN

Las investigaciones muestran que en la resolución de los problemas de geometría, el razonamiento configural juega un papel importante. El razonamiento configural se entiende como la coordinación de la aprehensión discursiva (asociación de una o varias afirmaciones matemáticas con el dibujo que lo acompaña o se construye) y la aprehensión operativa (modificaciones de la configuración inicial) que efectúa el estudiante cuando resuelve un problema de geometría. Un reto para la enseñanza es diseñar entornos de aprendizaje para que los estudiantes para maestro puedan desarrollar este tipo de razonamiento, como una manera de aprender conocimiento de geometría necesario para la enseñanza. En este trabajo se describe un módulo de enseñanza centrado en este objetivo de desarrollar procesos de razonamiento configural y los primeros resultados obtenidos.

Palabras clave: razonamiento configural, enseñanza, resolución de problemas, geometría, prueba

 ISBN: 978-84-697-0709-8

1. INTRODUCCIÓN

Un ámbito de reflexión en la formación de maestros se centra en determinar características de lo que debe conocer un maestro para poder desempeñar adecuadamente la tarea de enseñar matemáticas. Las reflexiones en este ámbito se centran en determinar los dominios de conocimiento del maestro (Ball, Thames y Phelps, 2008; Hill, Sleep, Lewis, y Ball, 2007) y en cómo se aprende este conocimiento (Llinares y Fernández, 2012). Una consecuencia de esta situación es la necesidad de generar criterios para organizar el currículum de la formación inicial de maestros considerando las aportaciones de las reflexiones sobre los dominios de conocimiento y el aprendizaje del maestro. De esta manera, se genera la necesidad de definir criterios que permitan a los formadores de maestros tomar decisiones curriculares (¿qué enseñar y de qué forma deben los maestros llegar a conocer las matemáticas?) y decisiones sobre el diseño de entornos de aprendizaje (¿qué características deben tener las tareas y los módulos de enseñanza de las matemáticas en los programas de formación inicial de maestros?) (Llinares, Valls y Roig, 2008). La necesidad de dar respuesta a cuestiones curriculares y de aprendizaje sobre las matemáticas y la didáctica de las matemáticas, en los programas de formación de maestros, ha favorecido el desarrollo de papeles complementarios en los formadores de maestros en el área de la Didáctica de la Matemática como docentes, investigadores sobre el aprendizaje y diseñadores de entornos de aprendizaje (Llinares, 2014).

Un ámbito en el que nuestro grupo ha estado desarrollando aproximaciones curriculares y diseñando módulos, para definir entornos de aprendizaje de las matemáticas para los futuros maestros, está relacionado con la enseñanza-aprendizaje de los contenidos geométricos, que asumimos debe conocer un maestro para desempeñar con garantías su trabajo docente (Clemente y Llinares, 2013; Llinares y Clemente, 2014). En esta comunicación presentamos la manera en la que particularizamos una perspectiva cognitiva sobre el aprendizaje de la geometría, para generar criterios curriculares y de diseño de tareas para el aprendizaje de los futuros maestros.

2. APRENDER GEOMETRÍA PARA ENSEÑAR GEOMETRÍA

Los contenidos geométricos suelen ser olvidados o tratados superficialmente en los currículos de primaria y secundaria debido a un mayor énfasis en la aritmética, en la educación primaria y en el álgebra, en la educación secundaria. Como consecuencia, es

 ISBN: 978-84-697-0709-8

normal que los estudiantes, que entran en el programa de formación inicial de maestros, tengan un conocimiento limitado sobre los contenidos y procesos geométricos. Esta situación genera la necesidad, en los programas de formación inicial de maestros, de pensar en cómo ayudar a los futuros maestros a aprender geometría para luego enseñar geometría (Chinnappan, Ekanayake y Brown, 2012; Chinnappan, y Lawson, 2005; Lavy y Shriki, 2010; Murphy, 2012; Nason, Chalmers y Yeh, 2012). Para poder crear tareas y situaciones de enseñanza donde los niños de educación primaria puedan implicarse activamente en el aprendizaje de la geometría, los maestros tienen que conocer adecuadamente los contenidos geométricos. Pero responder a la cuestión de *¿qué significa conocer adecuadamente el contenido geométrico para enseñar geometría en educación Primaria?*, no es una tarea fácil y puede adoptar diferentes perspectivas (Alsina, Burgués y Fortuny, 1987; 1988; Guillen, 1991). Algunas investigaciones indican que implicar a los futuros maestros en reflexiones didácticas sobre tópicos que no conocen adecuadamente puede ser inadecuado. Una consecuencia de ello es la necesidad de generar criterios que nos permitan aportar referencias para diseñar actividades-tareas en la formación inicial de maestros para apoyar el aprendizaje de los contenidos geométricos (Torregrosa, 2002).

El objetivo es ayudar a los futuros maestros a descubrir ideas y formas de pensar en geometría para que puedan ayudar a sus alumnos a generar procesos de visualización, descripción, análisis y clasificación, construcción y generación de conjeturas y pruebas. Para ello, las aportaciones de Duval (1995, 1998, 1999, 2007) sobre el aprendizaje de la geometría permiten generar criterios para la toma de decisiones curriculares y de diseño de tareas-actividades. Duval considera relevantes tres procesos en el aprendizaje de la geometría:

- Visualización (Presmeg, 2006).
- Construcción, y
- Razonamiento geométrico. Prueba

El significado del proceso de visualización implica procesos de transferencia entre objetos y fenómenos en algún tipo de representación. Además, nosotros concretamos y adaptamos la propuesta de Duval que subraya la existencia de tres mecanismos cognitivos que apoyan el aprendizaje de la geometría (Torregrosa y Quesada, 2007):

- Aprehensión perceptiva: que definimos como la identificación simple de una configuración

ISBN: 978-84-697-0709-8

- Aprehensión discursiva: que nombra la acción cognitiva que produce una asociación de la configuración identificada con afirmaciones matemáticas (definiciones, teoremas, axiomas...)
- Aprehensión operativa: que definimos como la acción que se produce cuando, para resolver un problema, el resolutor realiza alguna modificación (física o mental) de la configuración inicial pudiendo extraer, introducir o manipular las distintas sub-configuraciones.

Usamos estas referencias cognitivas para tomar decisiones relativas al diseño curricular de una asignatura en el programa de formación inicial de maestros centrada en el aprendizaje de la geometría.

3. UNA APROXIMACIÓN CURRICULAR A LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN FORMACIÓN INICIAL DE MAESTROS DESDE UNA PERSPECTIVA COGNITIVA

Las referencias anteriores permitieron generar el objetivo de desarrollar la alfabetización geométrica en la asignatura *Didáctica de la Matemática- Sentido Geométrico en el Grado de Maestro en Educación Primaria*. Este desarrollo se concibe como:

a. **Desarrollo de la aprehensión perceptiva** entendida como
   i. la capacidad de reconocer figuras, identificar, nombrar y reconocer en una figura varias sub-configuraciones.
   ii. Analizar y relacionar formas y estructuras geométricas.
   iii. Analizar las características y propiedades de figuras geométricas
b. **Desarrollo de la aprehensión discursiva** entendida como la capacidad de reconocer en las configuraciones geométricas las propiedades, definiciones, …
c. **Desarrollo de la aprehensión operativa** entendida como la capacidad de modificar una figura para considerar sub-configuraciones
d. **Desarrollo del razonamiento configural** entendido como la capacidad de coordinar los procesos de aprehensión operativa y discursiva (coordinación de los procesos de visualización y razonamiento). Es decir, ser capaces de desarrollar argumentos matemáticos sobre relaciones geométricas.
e. **Desarrollo de la capacidad de justificar los procesos de construcción geométrica.**

ISBN: 978-84-697-0709-8

Como fundamento para el desarrollo de las *competencias docentes* del maestro en el ámbito de la enseñanza de la Geometría vinculadas a la tareas de

a. **Planificar el contenido** a enseñar (análisis de tareas)
b. Interpretar las producciones de los estudiantes (**interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes**)
c. **Gestionar la comunicación matemática** en el aula para poder valorar el desarrollo de argumentos matemáticos en los estudiantes, y la coherencia y claridad con la que los alumnos comunican las ideas matemáticas y la precisión con la que se usan las ideas

Con este objetivo y considerando las referencias cognitivas generamos una malla curricular descrita en la Figura 1. Esta malla curricular estaba organizada a través de los procesos de visualizar, construir y razonar considerando en cada caso los dominios geométricos (elementos geométricos en 2D y 3D, semejanza y transformaciones). De esta manera quedaba particularizado como:

A. Visualización, definir, clasificar

- Elementos geométricos.
- Polígonos
- Circunferencia. arcos y ángulos
- Semejanza
- Transformaciones geométricas en el plano
- Geometría del espacio. cuerpos geométricos

B. Procesos de construir

- Elementos geométricos: Bisectriz de un ángulo, mediatriz de un segmento,…
- Construcción de triángulos
- Paralelogramos

C. Razonamiento- Procesos de probar. Visualización y razonamiento

- Razonamiento configural

ISBN: 978-84-697-0709-8

Figura 1. Malla curricular de la asignatura Didáctica de la Matemática - Sentido Geométrico generada al adoptar una perspectiva cognitiva sobre el aprendizaje de la Geometría.

CRONOGRAMA. Grado Maestro Primaria. DM-Pensamiento geométrico = 60 horas (30 sesiones de 2 horas)

	SESIONES// NUMERO		ELEMENTOS GEOMÉTRICOS	POLIGONOS			CIRCUNFERENCIA ARCOS Y ANGULOS	SEMEJANZA	TRANSFORMACIONES GEOMETRICAS	GEOMETRIA 3D. CUERPOS GEOMETRICOS
				POLIGONOS I	POLIGONOS II. TRIANGULOS	POLIGONOS III. CUADRILATEROS				
APREHENSION PERCEPTIVA Reconocimiento de figuras, **nombrar y reconocer** en una figura varias sub-configuraciones		**Visualización Definir clasificar**								
APREHENSIÓN SECUENCIAL **Construir** figuras y describir su construcción		**Procesos de construcción**								
APREHENSIÓN DISCURSIVA Reconocimiento perceptual de las propiedades, definiciones, ... (identificar en una configuración propiedades, ...)	**razonamiento configural** = coordinación de la aprehensión operativa y discursiva (coordinación de los procesos de visualización y razonamiento)	**Procesos de Prueba**								
APREHENSIÓN OPERATIVA Modificar una figura (considerar sub-configuraciones, combinar configuraciones, ...)										

4. DISEÑANDO TAREAS PARA APOYAR EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN LOS FUTUROS MAESTROS

La perspectiva cognitiva adoptada, para estructurar la malla curricular, determina el tipo de tareas-actividades que pueden ser adecuadas para apoyar el aprendizaje de los contenidos geométricos que deben conocer los maestros. Tres tipos de tareas hemos propuesto:

- tareas de visualizar-definir-clasificar
- tareas de construir, y
- tareas de probar

En lo que sigue, describimos un ejemplo de cada una de estas tareas, indicando qué aspectos de los procesos geométricos son enfatizados para potenciar los procesos cognitivos considerados.

4.1. Actividad de Visualizar-Definir-Clasificar

A continuación, se describe un ejemplo de las tareas de visualizar con énfasis en el análisis de las figuras geométricas, que permite relacionar los procesos de definir y clasificar. Las definiciones crean un serio problema en el aprendizaje de las matemáticas. Este tipo de tareas se justifican por la dificultad que conlleva la comprensión de los conceptos geométricos, que está asociada a los ejemplos utilizados en los procesos de instrucción que crean imágenes mentales asociadas a los conceptos. Por ejemplo, cuando se crean imágenes

ISBN: 978-84-697-0709-8

erróneas por el uso de ejemplos de figuras presentadas siempre en la "misma posición". Este tipo de tareas permite relacionar ejemplos y contraejemplos, al identificar las características relevantes del concepto y los atributos irrelevantes que se presentan con mayor frecuencia.

Dibuja un ejemplo, en el caso sea que sea posible, de cada una de las figuras que se describen a continuación, justificando tu figura (dando la definición de todos los elementos geométricos que intervienen). En el caso de que no sea posible indica por qué

	figura	**justificación**
3a. Las 3 alturas de un triángulo escaleno		
3b. Triángulo cóncavo		
3c. Paralelogramo con sólo dos ejes de simetría		
3d. El ortocentro de un triángulo obtusángulo		
3e. El circuncentro de un triángulo acutángulo escaleno		

4.2. Actividad de Construcción

Para desarrollar competencias relativas a los procesos de construcción de figuras es necesario conocer los elementos y propiedades de las figuras geométricas básicas. Así, fijadas ciertas propiedades de una figura geométrica, se ha de saber planificar y justificar los procesos de construcción adecuados de dicha figura. Para planificar el proceso de construcción de una figura geométrica se pueden seguir las siguientes indicaciones:

Primero: Identificar la figura geométrica a construir.

- Definir la figura geométrica.
- Enumerar propiedades que se deriven de esta definición.

Segundo: Identificar datos y realizar un boceto.

- Identificar los datos explicitados en el enunciado.
- Identificar los datos no explícitos en el enunciado, pero que se derivan de las propiedades de la figura.
- Visualizar la figura y hacer un dibujo a mano alzada, situando en él los diferentes datos conocidos.

ISBN: 978-84-697-0709-8

Tercero: Buscar una estrategia para realizar la construcción.

- Identificar las propiedades que se utilizarán en la construcción.
- Elaborar una estrategia de resolución, indicando los pasos a seguir y en qué propiedades está apoyado cada paso.

El ejemplo siguiente describe estos pasos que generan los procesos de construcción:

Planifica la construcción de un rectángulo *ABCD*, dada la diagonal y el lado mayor.

1. Identificación de la figura a construir.

Rectángulo: Paralelogramo con ángulos rectos y lados iguales dos a dos pero de distinta longitud.

Diagonal: Segmento que une dos vértices no consecutivos en un polígono.

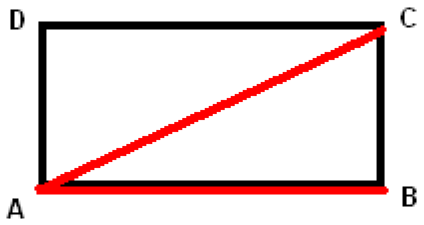
Propiedades:

- Las diagonales de un rectángulo son iguales y se cortan en el punto medio.
- 4 ángulos iguales (90º)
- Lados iguales dos a dos pero distintos.

2. Construcción

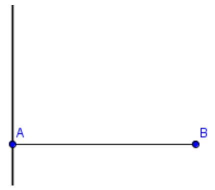
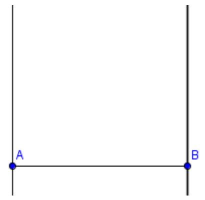
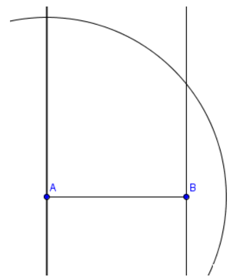
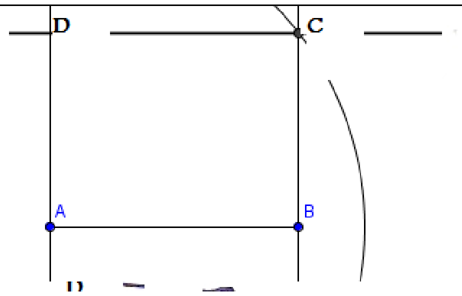
Identificar datos y realizar el dibujo (dibujo a mano alzada de un rectángulo con la diagonal y el lado mayor conocidos)

Tenemos que construir un rectángulo conocida una diagonal (AC). Sin embargo, como las diagonales de un rectángulo son iguales, conocemos la otra diagonal (BD). El lado mayor AB también es conocido (dato del enunciado).



Buscar una estrategia para realizar la construcción

-Trazamos el segmento AB (lado mayor conocido)	

-Se traza una perpendicular a AB que pasa por el punto A	
-Se traza una perpendicular a AB que pasa por el punto B (proceso de construcción ya descrito en un problema anterior)	
-Se traza una circunferencia de centro A y radio la diagonal conocida (AC). El punto de corte de la circunferencia con la perpendicular que pasa por B es C	
-Se traza una paralela a AB que pasa por C (Proceso de construcción ya realizado en un problema anterior) El paralelogramo ABCD construido es un rectángulo al tener 3 ángulos de 90º (y por lo tanto también el ángulo ^ADC)	

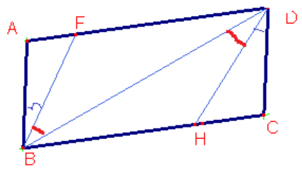
3. Identificación de las ideas y propiedades geométricas que justifican el proceso de construcción seguido.

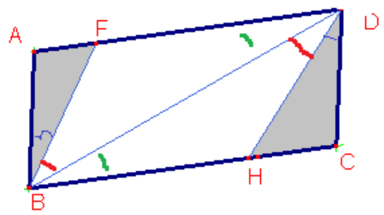
Las propiedades geométricas que justifican este proceso de construcción son:

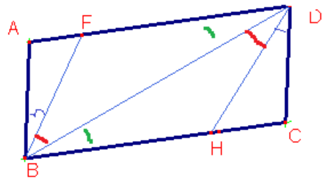
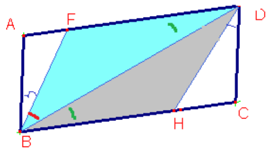
- la definición de circunferencia de centro C como el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de A, una distancia BC.
- La definición de rectas perpendiculares
- Para construir una recta paralela a otra dada que pase por un punto:
    - la definición de circunferencia de centro A como el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de A.
    - El criterio de congruencia de triángulos L-L-L.
    - Si los ángulos alterno-internos son congruentes entonces las dos rectas son paralelas

4.3. Actividad de Probar: Razonamiento configural

El desarrollo del razonamiento configural exige la creación de contextos de resolución de problemas de probar que permita que los futuros maestros generen información sobre las figuras a partir de relacionar hechos y procedimientos ya conocidos o dados por el problema. De esta manera el razonamiento configural viene caracterizado por la coordinación entre las aprehensiones discursivas y la aprehensión operativa (Torregrosa y Quesada, 2007; Torregrosa, Quesada y Penalva, 2010). El ejemplo siguiente muestra un tipo de problemas usados para apoyar el desarrollo en los futuros maestros del razonamiento configural.

El cuadrilátero ABCD es un paralelogramo. Se verifica que ^ABF ≡ ^HDC y ^FBD ≡ ^BDH. Se pide a) Probar que los triángulos ∴ABF y ∴CDH son congruentes b) Probar que los triángulos ∴FBD y ∴HBD son congruentes	

Por ser ABCD un paralelogramo, AB≡DC y AD ≡ DC Y el ángulo en A y el ángulo en C son congruentes Nos dan como dato ^ABF ≡ ^HDC	

Por el criterio de congruencia de triángulos A-L-A, los dos triángulos son congruentes (ABF ≡ CDH)	
Por ser ABCD un paralelogramo Tenemos una recta secante a dos paralelas Por alterno-interno ^FDB ≡ ^DBH (verde) Por hipótesis ^FBD ≡ ^BDH (rojo) Como BD es común a los dos triángulos Por el criterio de congruencia de triángulos A-L-A los dos triángulos son congruentes (FBD ≡ HBD)	

5. REFLEXIONES FINALES: UNA PERSPECTIVA COGNITIVA PARA EL DISEÑO TAREAS-ACTIVIDADES PARA EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN LA FORMACIÓN INICIAL DE MAESTROS.

Adoptar una perspectiva cognitiva para el diseño de una asignatura, para el aprendizaje de la geometría en el programa de formación de maestros, implica considerar una estructura curricular que se apoya en la identificación de procesos cognitivos, que se quieren desarrollar, cruzados con diferentes dominios particulares de contenidos geométricos (polígonos, elementos geométricos, circunferencia, semejanza,…). La opción adoptada que se describe aquí ha sido la de considerar las aportaciones de Duval (1995, 1997, 1998, 2007) como referencias teóricas para organizar el currículo de la asignatura *Didáctica de la Matemática: Sentido Geométrico*. Sin embargo, tener en cuenta los procesos de visualizar, construir y razonar (razonamiento configural), relacionados con la necesidad de ayudar a los futuros maestros a generar aprehensiones perceptivas, discursivas y operativas, no resulta fácil en el contexto de diseñar el currículo de una materia en el programa de formación inicial de maestros. En este sentido, el conocimiento previo de los futuros maestros en relación a la geometría y lo que consideran que es su labor como maestros en relación a la geometría condiciona su aprendizaje. Sin embargo, los resultados que se están obteniendo muestran el potencial que tiene adoptar referencias cognitivas sobre el aprendizaje para tomar decisiones curriculares y de diseño de tareas. Por lo que el diseño, implementación y análisis de los resultados define una aproximación a la formación de maestros que permite vincular la innovación con la investigación.

Reconocimiento

Este estudio ha recibido el apoyo del Proyecto Redes de Investigación en Docencia Universitaria de la convocatoria 2013-2014 del Vicerrectorado de Estudios, Formación y Calidad de la Universidad de Alicante.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J.M. (1987). *Invitación a la Didáctica de la Geometría*. Madrid: Síntesis.

Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J.M. (1988). *Materiales para construir la Geometría*. Madrid: Síntesis.

Ball, D.L., Thames, M.H. y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What makes it Special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Chinnappan, M. y Lawson, M. (2005). A framework for analysis of teachers' Geometric content knowledge and Geometric knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education, 8*, 197-221.

Chinnappan, M., Ekanayake, M. y Brown, Ch. (2012). Knowledge use in the construction of Geometry proof by Sri Lankan students. *International Journal of Science and mathematics Education, 10*, 865-887.

Clemente, F. y Llinares, S. (2013). Conocimiento de Geometría especializado para la enseñanza en Educación Primaria. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación matemática* XVII (pp. 229- 236) Bilbao: SEIEM.

Duval, R. (1995). Geometrical Pictures: Kinds of representation and specific processes. In Sutherland, R. y Mason, J. (Eds.), *Exploiting mental imagery with computers in mathematical education* (pp. 142-157). Berlín, Germany: Springer.

Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. En C. Mammana y V. Villani (Eds.), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century. An International*

Commission on Mathematical Instruction (ICMI) Study [Chapter 2.2] (pp-37-52). The Netherlands: Dordrecht, Kluwer.

Duval, R. (1999). Representation, Vision and Visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basis Issues for learning. En F. Hitt y M. Santos (Eds.), *Proceedings of the 21st Annual Meeting North American Chapter of the International Group of PME* (pp. 3-26) Cuernavaca, México. Columbus, Ohio, USA: ERIC/CSMEE Publications-The Ohio State University.

Duval, R. (2007). Cognitive functioning and the understanding of mathematical processes of proof. En P. Boero (Ed.), *Theorems in School. From History, epistemology and Cognition to Classrroom Practice* (pp. 137-162). Rotterdam, Netherland: Sense Publishers.

Guillén, G. (1991). *Poliedros*. Madrid: Síntesis.

Hilbert, t., Renkl, A., Kessler, S. y Reiss, K. (2008). Learning to prove in geometry: Learning from heuristic examples and how it can be supported. *Learning and Instruction*, 18, 54-65.

Hill, H., Sleep, L., Lewis, J., y Ball, D.L. (2007). Assessing Teachers' Mathematical Knowledge: What Knowledge Matters and What Evidence Counts? En F.K. Lester, Jr. (ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.111-156). Charlotte, NC: IAP-NCTM

Lavy, I. y Shriki, A. (2010). Engaging in problem posing activities in a dynamic geometry and the development of prospective teachers' mathematical knowledge. Journal of *Mathematical Behavior, 29,* 11-24.

Llinares, s. (2014). Experimentos de enseñanza e investigación. Una dualidad en la práctica del formador de profesores de Matemáticas. *Educación Matemática*, nº especial-marzo, 13-34.

Llinares, S. y Clemente, F. (2014). Characteristics of Pre-service Primary School Teachers' Configural Reasoning. *Mathematical Thinking and Learning, 16*(3).

Llinares, S. y Fernández, C. (2012). Formación de Profesores de Matemáticas. Relación entre teorías sobre el aprendizaje del profesor y diseño de entornos de aprendizaje. En A. Carvalho et al (coord.), *Ensinar Matemática: Formaçao, Investigaçao e Prácticas Docentes* (pp. 15-48). Cuiabá, MT: EDUFMT.

ISBN: 978-84-697-0709-8

Llinares, S., Valls, J. y Roig, A. I. (2008). Aprendizaje y diseño de entornos de aprendizaje basado en videos en los programas de formación de profesores de matemáticas. *Educación Matemática, 20*(3), 31-54.

Murphy, C. (2012). The role of subject knowledge in primary prospective teachers' approaches to teaching the topic of area. *Journal of Mathematics Teacher Education, 15,* 187-206.

Nason, R., Chalmers, Ch. y Yeh, A. (2012). Facilitating growth in prospective teachers' knowledge: teaching geometry in primary schools. *Journal of Mathematics Teacher Education, 15,* 227-249.

Presmeg, N. (2006). Research on Visualization in Learning and Teaching Mathematics. En A. Gutierez, y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of mathematics Education. Past, Present and Future* (pp.205-236). Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.

Torregrosa, G. (2002). *Proyecto Docente- Departamento de Innovación y Formación Didáctica*. Universidad de Alicante.

Torregrosa, G. y Quesada, H. (2007). Coordinación de procesos cognitivos en Geometría. *RELIME. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 10*(2), 275-300.

Torregrosa, G., Quesada, H. y Penalva, MC. (2010). Razonamiento configural como coordinación de procesos de visualización. Enseñanza de las Ciencias, 28(3), 327-340.