

博士論文

キロヘルツ-ギガヘルツ固体音響波の共振器による伝播制御
Controlling propagation of kHz-GHz acoustic waves with resonators

藤田健太郎

北海道大学大学院工学院
応用物理学専攻量子物性工学講座
量子機能工学研究室

概要

固体媒質では圧縮応力と剪断応力の2通りの応力が働き、空気中の音響波や光波と比べて固体媒質では多様なモードの音響波が存在できる。このような固体中の音響波は、各モードの特徴を巧みに活かして、例えば、非破壊検査、センシング、エネルギーや情報の伝送、情報処理などの広域な分野で利用されている。特に近年は金属や半導体の微細加工技術の発展が目覚ましく、微小領域でこの音響波を制御・活用したデバイスの研究が盛んである。また、振動の積極的利用のみならず制振・免振といった、機械や建造物などを振動から保護する分野でも音響波は重要である。特に、ある周波数の音響波に注目しそれを制御する際には周波数に対し鋭敏な応答を示す共振現象を利用することが多く、共振を活用したメタ材料などの分野が注目を集めている。これら技術の更なる発展には従来よりも高度に、音響波伝播を制御することが求められる。

本論文では固体媒質中の共振・音響波を制御するための新奇の手法及び構造について2種類の研究を述べる。双方の研究ではどちらも実験的、数値的な両方のアプローチにより提案する手法及び構造の有用性を調査する。一つ目の研究はGHz帯の表面音響波の制御である。具体的にはウィスパーリングギャラリモードという、共振し伝播する音響波をマイクロスケールの微小領域にて制御する。この周波数帯の表面音響波は小型通信機器用のフィルターなどに活用されており、このような微小領域での高速な音響現象の制御は、今後のデバイスの小型化、高速化などの高性能化に重要である。二つ目の研究では共振を利用して、可聴域のkHz帯にて角柱における音響波伝播を抑制する。様々な機械や建造物を構成する代表的な要素である、角柱などの棒状媒質には多様なモードの音響波が伝播する。これを従来よりも強力に抑制する制振機構を開発し構造物に更に高度な制振機構を付与することは、種々の構造物を振動から保護する上で重要な課題である。本論文におけるこれら研究の成果は、構造の大小を問わず様々な分野において従来よりも高度に音響波を制御可能な新奇技術の開発に貢献する。

目次

第 1 章	序論	7
1.1	はじめに	7
1.2	研究背景	7
1.3	本研究の目的	16
1.4	本論文の構成	16
第 2 章	GHz 音響 WGM のカイラリティ制御	17
2.1	GHz 帯 SAW の時間分解イメージングと WGM の解析	17
2.2	光パルスによる音響 WGM のカイラリティ制御	25
2.3	試料	29
2.4	実験方法・実験条件	30
2.5	実験結果	33
2.6	考察：WGM 制御実験	38
2.7	シミュレーションによる検証	39
第 3 章	kHz 帯完全バンドギャップを有する音響メタマテリアル梁	45
3.1	4 重共振メタマテリアル単位構造	45
3.2	分散関係と完全バンドギャップ	48
3.3	エネルギー分布の周波数依存性	54
3.4	音響メタマテリアル梁の音響波の減衰特性（実験）	54
3.5	音響メタマテリアル梁の音響波の減衰特性（シミュレーション）	58
3.6	考察：単位構造の共振周波数	66
3.7	考察：内部共振器以外の部位が音響特性に与える影響	71
3.8	考察：減衰特性	73
第 4 章	結言	75
付録 A	光学素子の説明	77
付録 B	干渉計の測定値	79
付録 C	プローブ光集光位置のシフト量	83
	参考文献	89

謝辭

97

第1章

序論

1.1 はじめに

日常生活において音と言え、人の声などの耳によって聞くことができる可聴域の空気の疎密波が該当する。しかし学術的な用語としては気体、液体、固体を問わず物質中を変位や応力が波として伝播していく現象全般を音、または音波や音響波などという。耳で聴ける空気中の音以外で我々が感じ取れる音響波の例としては、工事現場から伝わってくる地面の振動などがある。

このように我々の生活に身近な現象である音響波はこれまで産業的・学術的にも様々な目的から利用・制御されてきた。音の消極的な制御としては不快な騒音や振動を抑える、または、地震から人や建物を守るための振動抑制、制振、免震などがある。積極的に音を利用・制御する技術は多岐に渡り、一例としてはイルカやコウモリのように音（超音波）を用いた周辺の障害物などの探査がある。これは音の経路上にある障害物（境界）による音の反射を利用した例だが、その他にも異物の有無や媒質となる物質の種類といった、媒質の様相の違いに起因して音の伝わり方が変化することを活用した技術として、医療用の超音波診断装置（エコー検査）、建造物の探傷・検査、漁船に搭載された魚群探知機などが挙げられる。また、音の伝わる速さが媒質の密度と弾性率に依存することを利用して媒質の物性評価も可能である。その他、近年の金属や半導体の微細加工技術の発展により、圧電材料を用いて電気信号と固体音響波を相互変換しながらノイズ除去を行う小型の通信機器用フィルターなど、高周波数の音響波を利用した電子デバイスも普及している [1, 2]。これらデバイスにおいては特定の周波数に対し鋭敏な応答を得るために、ある周波数でのみ他の周波数よりも大きな振幅を得られる共振現象を利用したものも多い。それゆえ、これらの音や振動を利用・制御する技術の発展のためには媒質中を伝播する音響波と、物質が局所的に振動する共振の双方を従来より高度に制御する手法の開発が重要となる。

本論文では固体媒質を伝わる音の制御に着目し、固体中を伝播する音と共振に関して行った2種の研究について記す。以降、これら研究の背景や目的等を述べ、それぞれの研究結果について各章にて順を追って記載する。

1.2 研究背景

固体中の音響波はそもそも、大別するとその波長よりも十分に大きな媒質（バルク）内部を伝わるバルク波（bulk acoustic wave: BAW）と、媒質がひとつ以上の界面を有する構造でありその構造（界

面)に沿って音響波が伝播するガイド波がある [3,4]。またガイド波の内、媒質表面から波長程度の深さまでといった表面近傍にエネルギーの9割程度が局在しながら表面に沿って伝播するものは表面音響波 (surface acoustic wave: SAW) または表面波という。前述の通信機器用の高周波フィルターにはこれら BAW や SAW が主に利用されており、それぞれ BAW フィルター、SAW フィルターと呼ばれている。他のガイド波としては、日常でよく目にする棒や板などの構造物に沿って伝播するモードも存在する。棒を伝わる音には広く普及した具体名はないが*1、板を伝わる音は板波 (plate acoustic wave) などと呼ばれている。これらモードは棒の太さや板厚が音響波の波長と同程度、または波長の方が長いときに顕著にみられ、棒材や板材の物性値の測定や探傷試験のときなどに利用される。

本論文では上記のガイド波の内、特に SAW と棒 (矩形断面の梁) を伝わる音響波を扱う。一番目のテーマは GHz 帯の SAW の一種であるウィスパリングギャラリーモード*2 の制御である。この帯域の SAW は実際に前述の SAW フィルターなどで利用されている。二番目のテーマは構造物を振動から保護するための、可聴域 (kHz 帯) における梁を伝わる音響波の抑制である。以降ではこれら研究の基礎的な事項や先行研究について順を追って説明する。

1.2.1 表面音響波

SAW は 1885 年に Rayleigh 卿によりその存在が証明された [5]。このときに導かれたものは SAW のモードのひとつであり、Rayleigh 波と呼ばれている (図 1.1 参照)。このモードは一様な等方性材料からなる半無限媒質中に生じる。主な特徴として表面が波打つように振動する、すなわち、媒質表面に垂直かつ波の伝播方向に平行な変位成分のみを有し、かつ、各点が楕円を描くように動く。その他、位相速度が媒質の縦波・横波よりも遅い、媒質の深さ方向に対し振幅が指数関数的に減衰する、位相速度が周波数に依存しないなどの特徴も有する。この半無限媒質に異種材料の表面層がある場合は、Rayleigh 波ではなく、これとよく似た挙動をとるが位相速度に周波数依存性をもつ、すなわち、分散を有する Rayleigh-like 波が伝播する。また、上記の半無限媒質と表面層の物性値の組み合わせによっては、主として波の伝播方向に垂直で媒質表面に平行な剪断歪み・応力を伝える Love 波

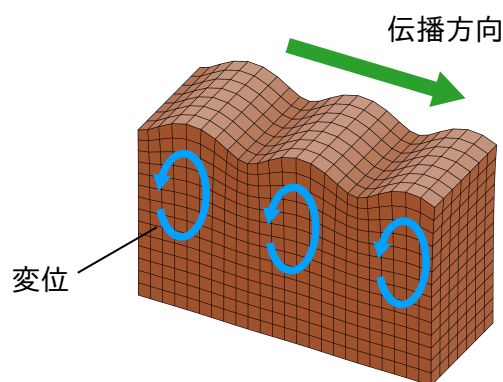


図 1.1 Rayleigh 波の模式図。青色、緑色の矢印はそれぞれ各点の変位方向、波の伝播方向を示す。表面近傍の各点が楕円を描くように振動しながら波が伝わる。

*1 一部の日本語文献で「棒波」とする記述もあるが、筆者の知る限り「表面音響波」や「板波」ほど広くは用いられていない。

*2 このモードの説明は 1.2.3 項にて行う。

や、Rayleigh 波と同じ方向の変位成分を有し、かつ、媒質の深さ方向に振幅の腹と節をもつ Sezawa 波 (Rayleigh-like 波の高次モード) も存在し得る。尚、本研究では試料として基板表面に多層構造を有するものを使用するが、注目するモードは上記の Rayleigh-like 波と類似のものである。

SAW は存在が証明された当初、地震学の分野で注目されていた。しかし、1960 年頃から圧電材料と櫛形電極 (interdigital transducer: IDT) [6, 7] を用いて効率よく電氣的に MHz-GHz 帯 SAW の励起・検出が可能になると SAW を用いた様々な電子デバイス (SAW デバイス) が開発された。これには前述の SAW フィルターの他、SAW の振る舞いが媒質表面の状態に敏感なことを利用して物質表面の状態を観測するガスセンサーや、SAW の伝播に伴う媒質表面の変形から駆動力を得たモーターやアクチュエーターなどもある。これらデバイスが高速・小型であるためには高い周波数の SAW を利用する必要がある。現在に至るまで、その目的のために SAW の伝わり方をより高度に制御するための手法や、制御の様子を観測するための様々な実験技術が開発されている。

1.2.2 GHz 表面音響波の観測

ここでは本研究で GHz 帯の SAW を励起・観測するために用いる実験技術を概説する。ただし詳細な原理については 2.1 節にて述べ、本項の内容は以降に続く研究背景を理解するために必要な概要のみに留める。1986 年、Thomsen らによりレーザーパルスを用いて非破壊・非接触に音響波、特に BAW を励起・観測する手法が開発された [8]。この手法は 2 つの光パルスを用いた、ポンププローブ法に基づくものである。まず、一方の光パルス (ポンプ光) を金属や半導体などに照射し吸収させる。これにより光を吸収した部分で温度が上昇し熱応力が働く。このときに生ずる歪みと応力が音響波となり試料中を伝わる。次にもう一方の光パルス (プローブ光) を試料に照射する。試料表面からプローブ光の侵入長程度までの範囲に音響波が存在する場合、試料から反射されるプローブ光は音響波による変調を受ける。このプローブ光の強度変化などを計測することで音響波が検出できる。

当時 Thomsen らが注目していたのは BAW であったが、ポンプ光が BAW と同時に SAW も励起可能なことを活かして、2002 年に菅原らは GHz 帯の SAW の時間分解イメージング技術を開発した [9]。これにより、従来よりも GHz 帯 SAW の伝播の様子が直感的に理解可能となった。この技術は表面に構造を有する媒質や異方性材料など、波の伝わり方が複雑な試料の音響特性を理解するときに特に有効である [9–20]。尚、このときに菅原らが開発した手法では SAW の励起・観測に用いる光源の繰り返し周波数により、観測可能な SAW の周波数が限定されるという原理的な制約があった。菅原らの研究の後に兼子、松田ら [17, 18] が上記制約を取り払った任意周波数イメージング技術を開発したことで、現在では高い周波数分解能での SAW の時間分解イメージングが可能となっている。

1.2.3 表面音響波ウィスパリングギャラリーモード

音響波などの波動の伝播を制御する主な方法は媒質に特定の構造を設けることである。例えば、波長と同程度、またはそれ以上の大きさの共振器を用いることでその構造内に音を閉じ込めることができる。これにより特定の共振周波数でのみ大きな振幅を示す音響場を実現できる*3。

上記のように共振器内に音を閉じ込める場合、対象とする音が SAW であればそのエネルギーが局

*3 尚、音響波を制御するその他構造にはフォノンニック結晶や音響メタマテリアルもある。この内、音響メタマテリアルは本論文の二番目の研究テーマと関係するため後述の 1.2.5 項で紹介する。

在する媒質表面の近傍にのみ共振構造を設けることで十分な音の閉じ込めができる。これを GHz 帯の SAW で実現した構造の一例に立崎ら [15] や Mezil らが [19] 用いた、基板表面に銅製円盤を埋め込んだものがあり、このとき著者らは SAW が共振しながら共振器内を伝播するウィスパーリングギャラリーモード (whispering gallery mode: WGM) を観測していた*4。尚、本論文でも同試料を用いこの WGM を観測・制御する。ただし試料構造の詳細は 2.3 節で述べ、ここでは WGM 自体とその先行研究を紹介するに留める。

そもそも WGM という名は当初、空気中の音が、円形のドーム状の建物内で壁に沿って伝わりながら共振する現象を示していた。後にこれと類似の共振モードが固体媒質における音響波や光波においても見付き、同様に WGM と呼ばれるようになった。空気中の音の当該共振モードを WGM と呼ぶようになった由来は、ロンドンのセント・ポール大聖堂にある「囁きの回廊 (whispering gallery)」というドーム状の建物内でこのモードが初めて確認されたことにある [21]。上記のような元来の空気中の WGM は、壁が円形かつ床もわずかに曲率を有する (中心の方が床が窪んでいる) ドーム型の構造内部で、音が壁の近傍に局在しながら壁に沿って伝播するという特徴をもつ。ただし、上記の系は大変に複雑であるため Rayleigh 卿が参考文献 [21, 22] で解析的に研究したモードはドーム鉛直方向の構造の変化を無視した、無限長の円柱側面に沿って局在しながら伝わる波動であった。以降では、これらモードも含めて WGM と称する。WGM には音の伝播方向として壁に沿って左回りと右回りに伝わる場合の 2 通りがある。すなわち、伝播方向にカイラリティ (chirality)*5 の向きが異なる 2 つのモードがある。考えている媒質構造にカイラリティがないため、あらゆる周波数でこれら 2 モードは縮退している。また、その他の特徴として WGM は方位角方向と動径方向それぞれに対しモード次数をもつ。いくつかのモード次数の組の例として、円形の剛体の壁に囲まれた空気中 (2 次元系) で生じる WGM の音圧分布と位相分布を図 1.2 に示す。ある WGM の振幅分布が L 回回転対称性 (L は取り得る最大の値) を有するとき、その WGM の方位角方向のモード次数は $l = \pm L$ となる。次数 l の符号は音の伝播方向が左回りのとき正、右回りのとき負と定めている。また動径方向の振幅分布を見たとき、振幅の大きな箇所 (ノード) が $N + 1$ ($N = 0, 1, 2, \dots$) 個あれば動径方向のモード次数は $n = N$ となる。一般に l, n が大きいほど、その WGM の周波数は高くなる。SAW における WGM も同様の特徴を有し、空気中の WGM 同様に l, n が定義される。尚、空気中を伝わる WGM については壁を剛体とした閉じた系を考えており、空気中の音のエネルギーは外には漏洩しない [21]。また、真空中にあり外部と隔離された無限長の円柱や有限の大きさの円盤 [23] が弾性振動する場合の WGM も同様であり、外部へのエネルギー漏洩はない。しかし、電磁波の WGM であれば共振器から真空中または空気中にエネルギーの一部が漏れ出しながら共振する [22, 24, 25]。また音の WGM であっても、空気中や水中にある円柱・円盤の WGM [26, 27]、本研究で取り扱う SAW の WGM のような例え真空中に媒質があっても共振器 (円盤) が別の構造 (基板) と接合されている場合などは共振器外へエネルギーは漏洩する。このとき、漏洩の影響により動径方向の振幅分布に位相差がつきながら振動する波動場が生じる (図 1.3 参照)。2.2.1 項で述べる通り、本研究の WGM 制御にはこの漏洩が関係する。

前述の立崎ら [15] や Mezil ら [19] の研究では試料表面に埋め込んだ円盤の縁に沿って周回するよ

*4 試料は表面に多層構造を有する複雑なものであり、より正確には WGM に類する別モードであるが先行研究でも本論文でも簡便のため単に WGM と呼ぶ。

*5 対掌性ともいう。また、chirality はキラリティとも読む。物理学の分野ではカイラリティ、化学の分野ではキラリティとすることが多い。

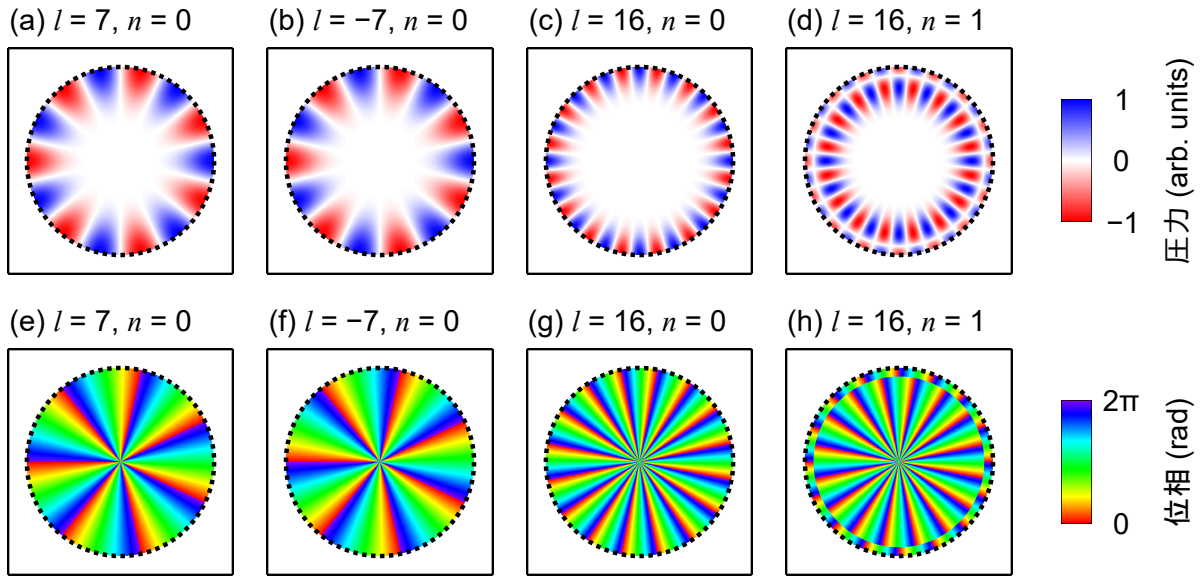


図 1.2 2次元系において円形の剛体の壁に囲まれた空気中を伝わる音響ウィスパーリングギャラリーモードの例。(a)-(d)それぞれ $(l, n) = (7, 0), (-7, 0), (16, 0), (16, 1)$ の場合の音圧分布。(e)-(h)それぞれ (a)-(d) 同様のモードの位相分布。各図の黒い点線は空気と壁との境界を示す。壁の外側に音響場は漏れ出さないため、壁内部の空気中でのみ音圧と位相が定まる。(a) と (b) のように次数 l の絶対値が同じモードのある瞬間の音圧分布に差はなく、(e) と (f) のように位相の進む向きのみが異なる。

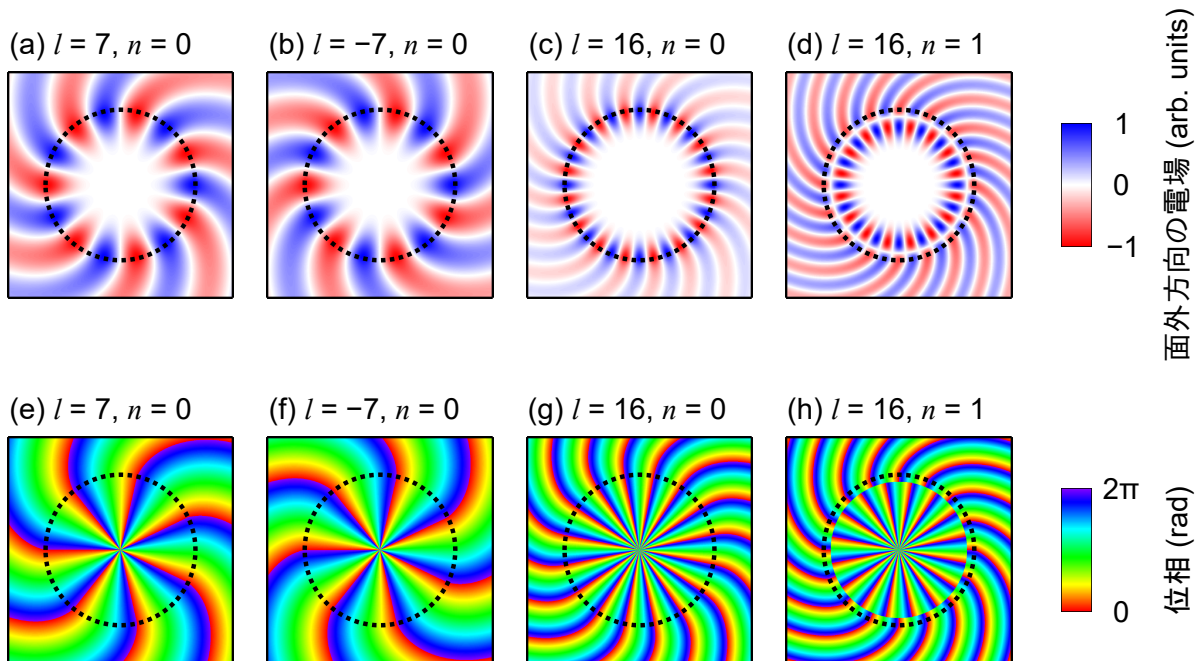


図 1.3 2次元系において真空中にある円柱側面を伝わる電磁ウィスパーリングギャラリーモードの例。(a)-(d)それぞれ $(l, n) = (7, 0), (-7, 0), (16, 0), (16, 1)$ の場合の面外方向の電場分布。(e)-(h)それぞれ (a)-(d) 同様のモードの位相分布。各図の黒い点線は円柱側面を示す。円柱の外側にも波は漏れ出すため、図 1.2 とは異なり壁の外でも波動場が定まる。

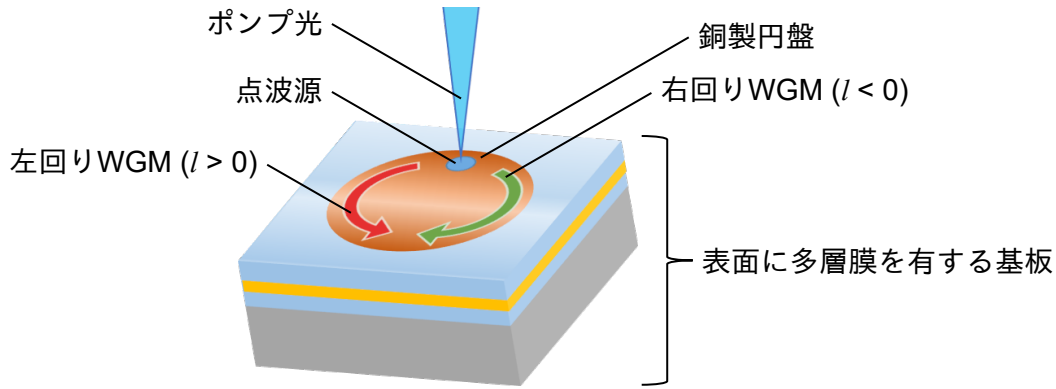


図 1.4 先行研究 [15, 19] における表面音響波ウィスパーリングギャラリーモード励起の模式図。ポンプ光パルス（青色）を円盤の縁に点状に集光して照射し WGM を励起する。そこから $l > 0$ の左回り WGM（赤色の矢印）と $l < 0$ の右回り WGM（緑色の矢印）が生じる。

うに SAW がトラップされながら伝播し WGM となっていた。より厳密には、この円盤は面内における SAW の波長と比べて十分に薄いため媒質の深さ方向における SAW の WGM の侵入長は円盤の厚さよりも長く、WGM が局在している領域は円盤部分のみならずその近傍の基板も含む。尚、媒質の構造や境界条件が単純な空気中の音響 WGM などでは解析解が存在するが、SAW の WGM では解析解は導かれていない。立崎らや Mezil らは WGM の励起の際、点状に集光した光パルスを円盤縁に照射しそこに点波源を形成した（図 1.4 参照）。点波源の空間的・時間的な形状とその対称性の高さより、理想的には左回り・右回りの縮退する WGM 間の振幅は等しくなるはずである。立崎らは上記の 2 モードの振幅を比較していないが、同様の試料、励起方法を用いた Mezil らの実験結果では実際に両モードの振幅はほぼ等しかった。単に WGM そのものを観測するだけであれば、これら先行研究のように縮退する 2 つの WGM を平等な大きさの振幅で励起することに問題はない。事実、Mezil らは解析方法を工夫することで縮退する 2 モードを分離し不都合なく実験結果の解析をしていた。これに対し、WGM を利用しカイラルな音響場を設けるなど、片方の伝播方向や特定のひとつの WGM に注目するならば所望の WGM のみを強く励起することが望ましい。しかし先行研究のようにポンプ光を用いた従来の SAW の励起手法では、ポンプ光強度の時間的な挙動により励起可能な周波数を決め、かつ、試料表面でのポンプ光のスポット径が小さいほど短波長（高周波数）成分を強く励起しやすくなるというのみであり、特定の伝播方向の WGM を選択的に強く起こすことはできない。それゆえ、光励起により、縮退する WGM 間に振幅差を設ける場合には新たな励起制御の方法が必要となる。

1.2.4 棒を伝わる音響波

棒状の構造物は柱や梁として昔から人々の生活に馴染み深いものである。棒を長手方向に沿って伝わる音響波には複数のモードが存在し、材料の物性値（音速）の同定のためや棒を伝わる振動自体の理解のために研究されてきた。棒の代表的な断面形状としては円形と矩形があるが、円形断面については 1800 年代後半に Pochhammer [28] や Chree [29, 30] により棒を伝わる音響モードの解析式（厳密解）が導かれている。矩形断面の棒（以降、梁と呼ぶ）は円形断面より回転対称性が低く、棒の厚さと横幅の比や物性値により異なる音響波の挙動の一般的な取り扱いには数値計算が必要となるため、梁を伝わる音響波の理論的研究は円形断面のものよりも遅くなった。梁を伝わる各音響モード

の包括的な議論や分散関係の計算は 1940 年代から 1960 年代にかけて Morse [31,32] や Kynch [33]、Nigro [34]、Faser [35] などにより報告されている。また、異方性媒質の場合も考慮したより一般的な取り扱いとしては 1997 年の西口ら [36] の研究がある。ただし、梁においても限られた場合については解析解の導出が可能であり、1960 年に Mindlin と Fox [37] により断面の厚さと幅が特定の比を取るときの分散関係の一部（分散関係上の離散的な点の組）が解析的に求められている。

前述の通り棒を伝わる音響波には複数のモードが存在し、円形または矩形断面の様な等方性材料からなる棒では最低次のモードは 4 種類、すなわち、圧縮波、変位方向が直交する 2 つの曲げ波、捻り波（ねじり波）がある。圧縮波は棒の長軸に沿って疎密を伝え、曲げ波は棒の長軸に垂直な曲げモーメントを伝え、捻り波は棒の長軸を回転軸とした捻りモーメントを伝える。図 1.5 に梁の場合の上記 4 モードの変形の様子を示す。高い周波数ではこれらの高次モードも存在する。特に梁における 2 種の曲げ波を区別して呼ぶ際は任意のひとつの側面を基準にし、その面に平行な変位が支配的なものを面内曲げ波、垂直な変位が支配的なものを面外曲げ波という。本研究で用いるような梁の場合、上記の 4 モードは梁の断面内での変位分布の幅方向・厚さ方向の対称性より表 1.1 のように分類できる。円形断面の場合にも断面内に直交する 2 本の軸を定め、それらの軸について変位分布の対称性を考慮することで同様の分類が可能である。この内の 2 つの曲げ波は、断面が高い回転対称性を有する正方形や円形のとき縮退し一般の場合には異なる位相速度を示す。それゆえ、棒の音響波を制御しようとする際は最低次のモードしか存在しない低周波数であっても、一般的には特性の異なる 4 モードすべてを同時に考慮する必要がある。

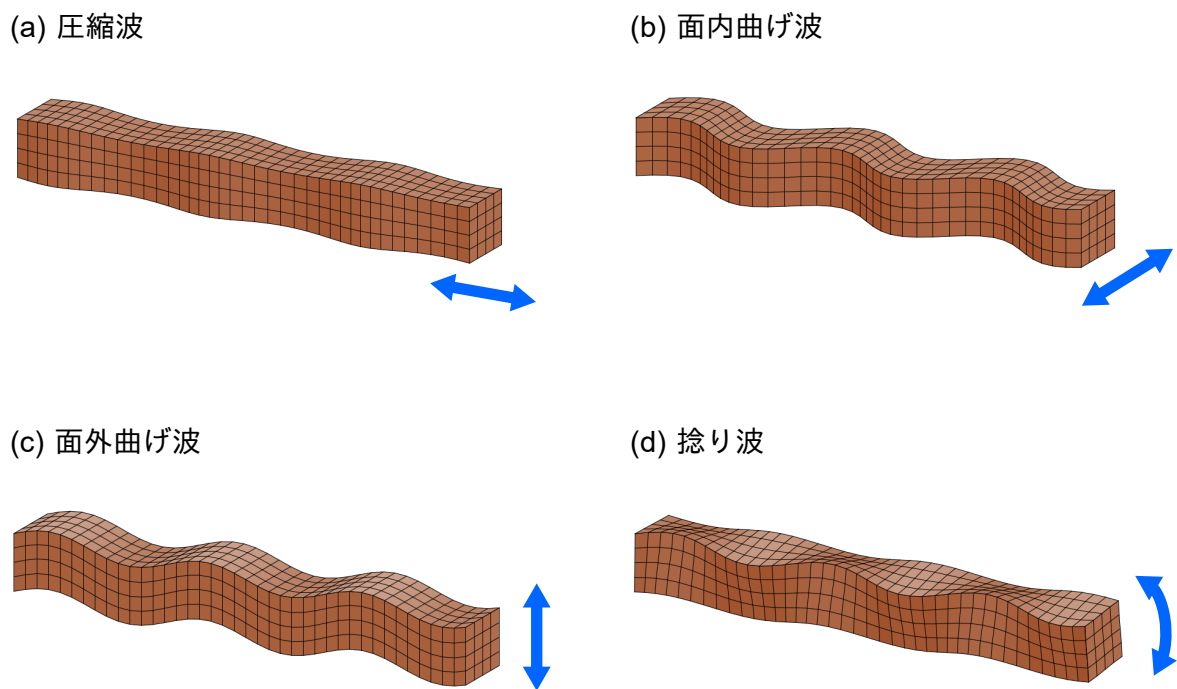


図 1.5 梁を伝わる音響波の 4 種の基本モードの模式図。(a) 圧縮波。(b) 面内曲げ波。(c) 面外曲げ波。(d) 捻り波。青色の矢印は各モードの支配的な変位方向を示す。

表 1.1 断面における変位の対称性に基づく梁の音響波モードの分類

モード	幅方向	厚さ方向
圧縮	対称	対称
面内曲げ	反対称	対称
面外曲げ	対称	反対称
捻り	反対称	反対称

1.2.5 音響メタマテリアル

ここでは本研究で棒を伝わる音の制御に用いた技術である音響メタマテリアルを概説する。特に本研究と関わり深い、棒の制振に関する音響メタマテリアルの先行研究については後述の 1.2.6 項にて紹介する。元々のメタマテリアルは電磁波を制御するために考案された技術であるが、現在はこれを電磁メタマテリアル、音響波を制御するものを音響メタマテリアルと呼び分けている。Veselago は 1967 年に物質の誘電率と透磁率が同時に負となる場合に起こる特異な電磁波の振る舞いについての解析的な理論を報告した [38]^{*6}。この条件を満たす物質は現在も発見されていない。しかし、金属（または金属と絶縁体の組み合わせ）で作った人工構造を一様材料と粗視化した際、限られた波長帯の電磁波に対する見かけ上の誘電率や透磁率であれば、その一方または両方を負にできることが 2000 年頃から理論的・実験的に相次いで報告された [39–43]。このときに考案された構造が初期の電磁メタマテリアルであり、制御対象とする電磁波の波長よりも十分に小さな金属構造を周期的に並べたものである。それぞれの単位構造は局所的な共振を起こし、この共振が電磁波とカップルすることで特異な応答が起こる。その後、電磁メタマテリアルの研究は加速しこれまでに様々な波長の電磁波を制御する人工構造が数多く報告された [44–49]。

電磁波に対する見かけの誘電率と透磁率の対応として、音響波に対する密度と弾性率を同様の手法で制御する研究も注目され音響メタマテリアルという新たな研究分野が生まれた。世界初とされる音響メタマテリアルは 2000 年に Liu らが報告しており、ゴム膜で覆った金属球を周期的に並べ、それらを樹脂で固めたものである [50]。これは特定周波数の空気中の音響波を遮蔽するための構造である。ゴム膜はバネ役、金属球は重り役として周期的な共振器の配列を形成し、樹脂により全体を固定している。Liu らの研究の後、空気中の音響波のみならず液体中（基本的には水中）や固体中の音響波を制御対象としたものも含めて、音の遮蔽 [51–80]、負の屈折 [81–84]、スーパーレンズ [85–87]、クローキング [88–94]、異常透過 [95–97] などの特異な音響応答を示す多様な音響メタマテリアルが報告されている。この中でも特に応用上で注目される音響メタマテリアルの機能は音の遮蔽効果であり、特定の周波数帯（バンドギャップ）の音の伝播を抑止できる。そのような固体媒質中で音を遮蔽する機構は下記のような周期的な重りとバネの一次元鎖モデルで説明できる [98]。系は図 1.6 のように、互いにバネで繋がれ周期的に並んだ大きな重り（図中の緑色の外側重り）と、その内部にある小さな重り（図中の赤色の内側重り）とバネで構成される。大きな重り内部にある一組のバネと小型の重りは微小な共振器として働く。これらの重りとバネそれぞれに質量とバネ定数を与えて運動方程式

*6 論文の英語訳 [38] が発表されたのはその翌年。

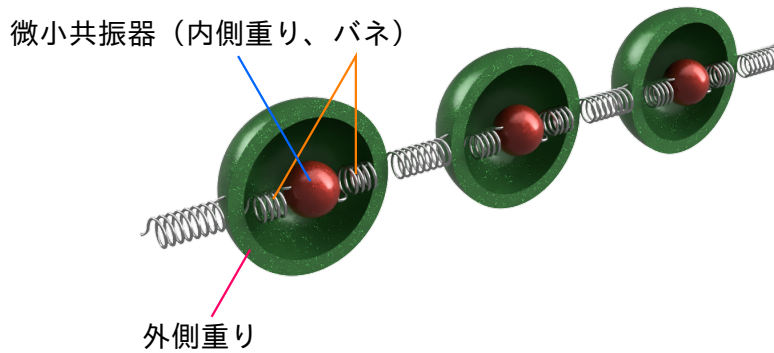


図 1.6 音響メタマテリアルの 1 次元重りバネモデルの模式図。系は周期的な重りとバネの組により構成される。単位構造は外側（緑色）の重り、内側（赤色）の重り、それぞれの重り同士をつなぐバネからなる。それぞれの重りは球形であるが、単位構造の内部を見やすいように外側重りは半分に切っている。

を解き音響波の分散関係を求めると、上記の微小共振器の共振周波数の近くにバンドギャップが生じる。ここで、この共振周波数はそれぞれの微小共振器を個々の独立した調和振動子と見なしたときのものである。バンドギャップは上記の共振周波数の上から始まり、ギャップ上端の周波数は大小それぞれの重りの質量比と微小共振器の共振周波数に依存する。内部の重りが相対的に重いほどギャップ幅は大きくなる。これは系の周波数を共振周波数より上にずらしていくとき、内部構造がより重く系全体への影響が大きな程、系全体を振動させる（音響波を伝播させる）ためには共振周波数から大きく外れる必要があるためと解釈できる。

媒質が連続体の場合、特に媒質に界面が存在し縦波と横波がカップルするときには上記より複雑な分散関係となるが、音を遮蔽する機構は基本的に同様である。また、この音響応答は物質中の電磁波の振る舞いにおけるポラリトンとも似ているため、音響的なポラリトンとしても解釈できる。このような音響波の遮蔽現象は、注目する音の波長よりも小さな共振器で音を制御できるため、特定の周波数の音を強力に遮蔽する小型の防音・制振機構の開発が期待されている。

1.2.6 棒を伝わる音響波の制御

前述の音響メタマテリアルを用いて、特定周波数の音を遮蔽する多様な音響メタマテリアル棒／梁が提案されている [59–80]。1.2.4 項より、このような棒を伝わる音響波は低い周波数で 4 モード存在する。もし、棒の形状が対称的で材料が等方的であれば、棒に働く外力の空間分布の対称性が良いとき、棒に励起されるモードは 1 種類のみとなる。この場合、該当するひとつの音響モードの伝播を抑えるだけで十分な制振となる。しかし、同じ棒に対し空間的に対称性の低い外力を印加すれば励起される音響場は複数のモードの重ね合わせとなり、単一のモードのみを抑えても他のモードは伝わってしまう。また、振動源から生じるモードが 1 種類のみでも棒の途中に非対称な形状の構造物を取り付けている場合など、どこかの界面でモード変換が起きれば複数のモードが生じ得る。それゆえ、強力な制振機能を付与した棒を実現するにあたっては一括して全モードの伝播を抑止することが望ましい。しかし先行研究のほとんどは単一のモードにのみ注目しており、特にひとつの曲げ波を扱ったものが多い [59–70]。この内、Tang と Cheng [68] の報告した構造では鉄製の角柱に周期的に穴が空いており、それぞれの単位構造中にバネ役と重り役それぞれの部位からなる共振構造が形成されてい

る。上で挙げた残りの先行研究では重り役となる重く硬い物質とバネ役の軽く柔らかい物質を組み合わせ、共振器を作っている [59–64, 66, 67, 69, 70]、または、材料を特に指定せず理想的な重りとバネからなる理論モデルを論じている [65]。その他モードを制御する先行研究も同様であり、棒の内外に複合材料からなる共振器を周期的に組み込んで圧縮波 [72] や捻り波 [73–76] を制御する構造、理想的な重りとバネからなる共振器を組み込んだ構造で圧縮波を制御する理論モデル [71] が報告されている。もし、複数のモードを同一の周波数帯で遮蔽する場合は、媒質中の微小共振器がそれらの伝播モード全てとカップルするように共振しなければならない。すなわち、全ての伝播モードをひとつの共振モードで遮蔽するか、それぞれの伝播モードと別個にカップルする複数の共振モードをほぼ同じ周波数で起こす必要がある。これを達成して全モードを同時に遮蔽できる周波数帯（完全バンドギャップ）を有する棒状の音響メタマテリアルの例は少なく、筆者の知る限りでは3報のシミュレーションによる報告しか存在しない [78–80]。これらは全て前述の先行研究と同様、複合材料を用いた共振器を周期的に配列している。また、それら共振器が、各伝播モードを別個に遮蔽する複数の共振モードをほぼ同じ周波数で起こすことで完全バンドギャップを形成している。この内、Maらの研究 [78] では設計した構造による音響波の遮蔽実験もされているが、完全バンドギャップの確認、すなわち、同一構造での全モード遮蔽の実験は行われていない。音響メタマテリアルの研究をより発展させるためには完全バンドギャップを実験的に確認することが望ましい。特に、製作を簡便にするためにこれを単一材料で達成したい。しかし筆者の知る限り、単一材料で完全バンドギャップをもつ構造は、注目する音の波長と同程度の周期を有する構造からなるフォノンニック結晶では報告されているものの [99–103]、音響メタマテリアルでは実験的はおろか理論的にも報告されていない。

1.3 本研究の目的

本論文では2つの研究テーマを取り扱う。一番目はGHz帯の固体SAWのWGMに対し、縮退する一方の伝播方向のWGMを他方のWGMより大きな振幅をもたせて励起することを、光パルス（ポンプ光）により非接触・非破壊に行う励起制御手法の開発と実証実験である。二番目はkHz帯の梁を伝わる音響波を制御対象として、完全バンドギャップをもつ単一材料の音響メタマテリアル梁を設計し、また、完全バンドギャップを実験的に確認する研究である。尚、これら研究についてはそれぞれ文献 [104, 105] にて報告しているため、当該文献も参照されたい。

1.4 本論文の構成

2章にてGHz帯WGMの伝播方向の制御、すなわち、WGMによる音響場のカイラリティ制御の研究について紹介する。3章にてkHz帯の固体音響波の伝播を抑止する音響メタマテリアル梁の研究を紹介する。4章ではこれら研究結果についてまとめ結論を述べる。その他、各種付録にて本文中で省略した機器の説明や数式の導出などを行う。

第 2 章

GHz 音響 WGM のカイラリティ制御

本章では、光パルスを用いた GHz 音響 WGM 制御の研究について記す。初めに本研究を紹介する事前準備として、2.1 節で過去の GHz 音響 WGM の研究でも用いられた光パルスによる標準的な GHz 帯 SAW の励起・観測手法とその原理、WGM の解析方法を述べる。当該手法における SAW の励起方法の一部を改変することにより WGM のカイラリティ制御が可能となる。次に 2.2 節で WGM のカイラリティ制御原理について述べる。2.3 節と 2.4 節ではそれぞれ実験に用いる試料や実験条件等について記載する。その後、2.5 節から 2.7 節にて順に WGM カイラリティ制御実験の結果と考察、それらを受けてのシミュレーションによる追加検証と考察について記す。尚、取り扱う一部の光学素子や数式の導出過程などの説明は本文中では割愛し各付録にて言及する。

2.1 GHz 帯 SAW の時間分解イメージングと WGM の解析

本研究ではポンププローブ法に基づき、光パルスによって GHz 帯 SAW の励起と観測を行う。実際の実験における典型的な SAW の表面変位の大きさは数 pm から数十 pm で音速と波長がそれぞれ数 km/s と数 μm である。そのため、高速で伝わる音響波を高い空間分解能で観測する必要がある。また、検出する信号は微弱であるため十分な SN 比を確保するための信号処理も必要となる。以降、これらを実現するための光学系や信号処理について紹介する。まず 2.1.1 項では SAW の励起・観測手法の全容を概説する。その後、2.1.2 項ではノイズ除去のための信号処理を、2.1.3 項で SAW 観測に用いる干渉計を、2.1.4 項ではイメージングのための 2 次元走査系を、2.1.5 項で観測結果から WGM を分離する方法を述べる。

2.1.1 ポンププローブ法と SAW

図 2.1 は SAW の励起・観測に用いる光学系の概略図である。用いる光パルス（実際には周期的な光パルス列）は用途に応じてふたつに大別できる。一方の光パルス（ポンプ光）で試料に音響波を励起し、他方の光パルス（プローブ光）で試料表面における、音響波由来の光反射率の過渡的变化を検出することで音響波を観測する。尚、本研究では第二高調波発生結晶（second harmonic generation crystal: SHG 結晶）にポンプ光を通してポンプ光の一部のエネルギーからプローブ光を生成してい

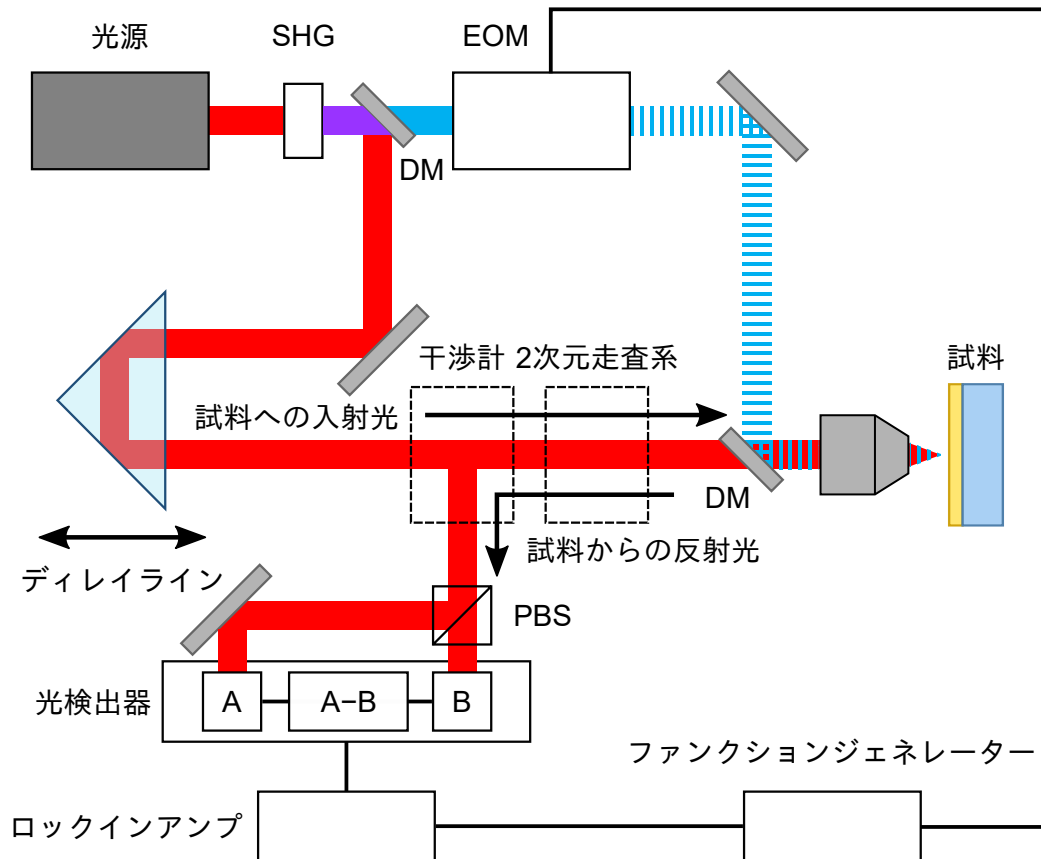


図 2.1 イメージングを行う光学系の概略図。DM は dichroic mirror (2色鏡)、PBS は polarizing beam splitter (偏光ビームスプリッター) の略である。図中の青色の光がポンプ光、赤色の光がプローブ光を示す。SHG 結晶の直後に光が紫色となっている部分はポンプ光とプローブ光が重なっていることを表す。また、プローブ光が縞状になっている部分は変調器によってプローブ光を一定周波数で強度変調していることを意味する。変調器の駆動信号とロックインアンプの参照信号は同期しており、ともにファンクションジェネレーターの出力信号である。

る。そのため、このプローブ光パルスはポンプ光パルスと同期している*1。

まず、ポンプ光による音響波励起について述べる [8, 106] *2。ポンプ光を不透明な固体媒質の表面に入射すると、光の吸収長程度までの深さで媒質がポンプ光のエネルギーの一部を吸収する。すなわち、表面から吸収長程度の領域にて光のエネルギーが試料の電子の温度上昇に用いられる。これにより高温となった電子は拡散しながら格子へとエネルギーを渡す。このエネルギーが格子の温度上昇を起こす。また、この温度上昇によって熱応力が働く。これにより、ポンプ光を入射した表面近傍から音響波が生成され伝播していく。ところで、1.2.2 項ではポンプ光の光源として繰り返し光源を用いていた場合、観測する SAW の周波数分解能が制約を受けると述べた。この原因のひとつは光源の繰り返し周波数によって励起する SAW の周波数が制限されることにある。位相揺らぎを無視して光源の繰り返し周波数 f_{rep} が一定だとすると、ポンプ光が媒質に与える擾乱も同じ時間周期をもつ。よって、ポンプ光として用いる個々の光パルスの時間幅が十分に短く無視できれば、上記の

*1 ポンプ光とプローブ光が同期していることはポンププローブ法においては本質的に重要ではない。ただし、後述のロックイン検出のためには同期していることが重要となる。

*2 ここで挙げた参考文献では BAW について言及しているが SAW も同様の原理にて励起されている。ただし周波数など、励起する音響波の特徴を決める要因は BAW と SAW で異なる。

擾乱、すなわち、ポンプ光パルス列の光強度は時間領域で周期 $1/f_{\text{rep}}$ の Dirac comb 関数と近似される。また、この関数のフーリエ変換は周期 f_{rep} の Dirac comb 関数となる。この擾乱により励起される SAW の周波数 f は擾乱が有する周波数に依存するため、この場合、生じる SAW の周波数は m を任意の非負の整数として $f = mf_{\text{rep}}$ に限られる。ただし、本研究のように SN 比向上のために後述のロックイン検出をする場合は、変調器によりポンプ光を時間的に強度変調している。この変調周波数 f_{mod} ($f_{\text{mod}} > 0$) に応じて、励起する SAW の周波数は上記の場合から変化し $f = mf_{\text{rep}}, mf_{\text{rep}} \pm f_{\text{mod}}$ のものとなる。ここで周波数は正の値に限定しているため $f = -f_{\text{mod}}$ は除外する。尚、実際に観測可能な周波数成分は観測方法や解析方法に応じて更に制限を課せられる場合がある。本研究では f_{mod} が f_{rep} に対して小さく、周波数分解能はおおよそ光源の繰り返し周波数に等しい。

このようにして励起された SAW を、ポンプ光に対し時間遅延されたプローブ光により観測する。ここで、この遅延時間を τ とする。このプローブ光を試料表面に照射すると、音響波励起から τ だけ時間経過したときの、試料表面のある 1 点における光反射率を測定できる。SAW により試料表面の光反射率が定常状態から変化すれば上記の測定を介して SAW を観測できる。本研究のようにポンプ光とプローブ光の双方が時間的に周期的な光パルス列となる場合は τ を固定しながら測定を繰り返せば、SAW 励起から τ だけ時間経過したときの試料表面のある 1 点における光学応答を繰り返し測定でき、測定信号を平均してノイズ除去をするなどの信号処理も可能となる。また、 τ を変えながら同じ 1 点で測定を繰り返すことでその位置における SAW の時間的な挙動がわかる^{*3}。遅延時間 τ の制御は図 2.1 中のディレイラインを動かしプローブ光の光路長を変えることにより行える。更にプローブ光の照射位置を試料表面で 2 次元的に走査することも組み合わせれば、試料表面における SAW の時間分解イメージングが可能となる。

ただし SAW がもたらす試料の光学応答の主な変化は、反射率強度の変化ではなく、複素反射率の位相部分の変化である。これは SAW による試料の面外方向の変位に伴うプローブ光の光路長の増減、及び、光弾性効果による複屈折に由来する。本研究で用いる試料の場合は特に前者の影響が大きい。そのため光検出器によりプローブ光の強度変化を測定して SAW を観測しようとする場合は、試料表面において SAW が起こしたプローブ光の位相変化を、干渉計を介して光強度の変化に結びつける必要がある。

2.1.2 ロックイン検出

図 2.1 のようにポンプ光を特定周波数で変調すると、励起された現象が線形であればその現象による試料の光学応答の変化も同じ周波数で変調される。以降この周波数を f_{mod} とし、また、角周波数 $\Omega = 2\pi f_{\text{mod}}$ と定める（以降、簡便のため角周波数ではなく単に周波数とする）。このとき、遅延時間 τ とプローブ光の照射位置を固定して測定を繰り返すと測定信号は実時間上にて Ω で振動する。このとき、実験にて検出器で測定する信号には様々な未知の周波数のノイズが含まれるが、励起した現象に由来する信号は既知の周波数 Ω で振動している。そのため、 Ω 成分のみを取り出せば、異なる周波数のノイズを除去してポンプ光で励起した現象由来の信号を得られる。ロックイン検出はロックインアンプという装置を用いて、観測した信号から特定周波数の成分を取り出す技術であり、このような状況で有効なノイズ除去の手段となる。以降では特に 2 位相型ロックインアンプによるロックイ

^{*3} ここではヒステリシスのない現象に限って言及している。ヒステリシスがある場合はこの手法で単純に光学応答の時間変化を観測することはできない。

ン検出の原理を説明する [107]。

ロックイン検出を行う装置のブロックダイアグラムを図 2.2 に示す。この回路では測定信号（ノイズ含む）と参照信号を用いていくつかの演算を行う。まず測定信号をアンプに通して以後に行う処理に適した大きさまで増幅する。増幅した測定信号 V_s （以降は単に測定信号と呼ぶ。s: signal）の内、SAW に由来する成分は周波数 Ω で時間振動している。よって、 Ω 成分の振幅と位相をそれぞれ V_0, ϕ とし、時刻を t 、ノイズ（ Ω 成分以外の信号*4）を $N(t)$ と定めると、

$$V_s = V_0 \cos(\Omega t + \phi) + N(t) \quad (2.1)$$

と書ける。参照信号 V_r (r: reference) としては周波数 Ω の正弦波を用いる。本研究ではポンプ光を変調する EOM とロックインアンプの両方にファンクションジェネレーターから出る周波数 Ω の同期した信号を入力している。この信号が本研究の場合の参照信号となる。ここで簡単のため参照信号は初期位相ゼロかつ振幅 1、すなわち、 $V_r = \cos \Omega t$ とする。このとき、掛け算回路で測定信号と参照信号を掛け合わせると

$$\begin{aligned} V_s V_r &= [V_0 \cos(\Omega t + \phi) + N(t)] \cos \Omega t \\ &= \frac{V_0}{2} (\cos \phi + \cos \phi \cos 2\Omega t - \sin \phi \sin 2\Omega t) + N(t) \cos \Omega t \end{aligned} \quad (2.2)$$

を得る。これをローパスフィルタに通すと定数項である $(V_0 \cos \phi)/2$ に比例する項のみを取り出せる*5。取り出した信号から不要な係数を除くと、測定信号の Ω 成分の振幅と位相のみに依存する $V_0 \cos \phi$ が信号 X として得られる。また、 $\pi/2$ 位相シフト回路で参照信号の位相を $\pi/2$ ずらしてから同様の演算を施すと信号 Y として $V_0 \sin \phi$ が得られる。よって、信号 X, Y の電圧をそれぞれ X, Y と置くと

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{V_0}{2} \cos \phi \\ Y &= \frac{V_0}{2} \sin \phi \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

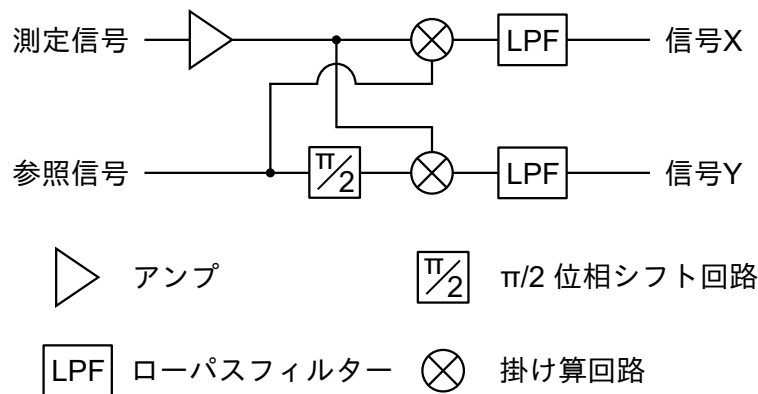


図 2.2 ロックイン検出の原理。測定信号と参照信号に特定の処理を施すことにより、測定信号から参照信号と同じ周波数成分のみを取り出す。また、取り出す信号の内、参照信号と位相の等しい成分が信号 X として位相が直交する成分が信号 Y として出力される。

*4 測定したい信号と同じ周波数 Ω のノイズは分離できないためここでは考慮しない。

*5 ローパスフィルタでの処理は測定信号がもつどの成分の周期よりも十分に長い時間での時間積分に当たる。ゆえに、取り出す信号成分には積分による係数が掛かる。

が成り立つ。これより、測定信号がもつ参照信号と同じ周波数かつ等位相の成分として X が、直交成分として Y が求まる。尚、2.1.1 項で述べた励起可能な SAW の周波数成分（実時間ではなく遅延時間について振動する周波数成分）の内、上記のようにして本研究で観測可能な周波数は $m f_{\text{rep}} \pm (\Omega/2\pi) = m f_{\text{rep}} \pm f_{\text{mod}}$ に限られる。ここで変数の定義は 2.1.1 項と同様に m が非負の整数、 f_{rep} が光源の繰り返し周波数である。SAW として励起可能な残りの $m f_{\text{rep}}$ の成分は実時間において周波数 f_{mod} で振動しないため観測できない。

2.1.3 干渉計

本節の冒頭で述べた通り、SAW を観測するために本研究ではプローブ光の強度が、SAW に由来する試料表面の光学反射率の位相の時間変化に、すなわち、表面速度に比例するよう干渉計を利用している。図 2.3 はこの干渉計の模式図であり、図 2.1 の干渉計から試料、光検出器までの部分に該当する。ただし、簡便のため一部素子や 2 次元走査系の省略、試料などの向きの変更をしている。また、干渉計の原理は以下の通りである [10, 13] *6。尚、以降の議論では試料の反射率の偏光依存性はない、または、無視できるものとしている。

干渉計に入射するプローブ光は x 軸から 45° 傾いた直線偏光とする。ここで指す x 軸は図 2.3 において紙面に平行とし、 y 軸は紙面に垂直、 z 軸は光軸に平行かつ光の伝播方向を正とする右手系直交座標系を考える。初めに無偏光ビームスプリッター（non-polarizing beam splitter: NPBS）を透過したプローブ光を PBS 1 で Probe 1（縦偏光）と Probe 2（横偏光）に分ける。まず、Probe 1 について考える。この Probe 1 は PBS 1 で反射された後、QWP 1（quarter-wave plate, $\lambda/4$ 板）によって右回り円偏光になり試料に入射する。尚、円偏光の向きは光と正対した時の電場の回転方向とする。試料で反射された Probe 1 は再び QWP 1 を透過し、今度は横偏光となる。その後、PBS 1 を透過し 3 枚の鏡からなる迂回路を経て NPBS で反射され光検出器へと向かう。これに対し Probe 2 は先に迂回路を通過してから試料に入射する。このように 2 つのプローブ光は同じ経路を異なる道順で通る。そのため、2 つのプローブ光で試料に到達する時刻が異なる。経路自体は等しいため、試料が定常状態であれば 2 つのプローブ光が初めに NPBS を透過してから再び NPBS まで辿り着くまでの光路長は一致する。しかし、2 つのプローブ光はそれぞれ異なる時刻の試料表面の状態を反映して試料から反射されるため、試料表面が振動している場合は試料の光学反射率の位相（表面変位に由来）の時間変化を受け、2 つのプローブ光が NPBS に戻ってきた時点での位相に差が生じる。

上記の位相差を利用することにより、試料の光学反射率の位相の時間変化に関する、すなわち、表面変位の時間変化（表面速度）に関する情報をプローブ光から得ることが期待できる。しかし、2 つのプローブ光が NPBS に戻ってきた時点では Probe 1 が横偏光、Probe 2 が縦偏光とそれぞれが直交しており 2 つの光は干渉しない。そのため、これらの光を干渉させ位相差と光強度を結びつける必要がある。実際に HWP（half-wave plate, $\lambda/2$ 板）と QWP 2 を用いて干渉させると、干渉光の縦偏光成分と横偏光成分のどちらの強度も、2 つのプローブ光それぞれが試料に入射した時刻の光学反射率の定常状態からの位相変化量に比例した項を含む。更にこれら偏光成分を PBS 2 で分け、それぞれ光検出器の異なるポートに入れて強度の差を取ることで、2 つのプローブ光の位相差に比例した出力を得られる。尚、2 つのプローブ光を干渉させて光検出器で表面速度に比例した出力を得るまでの過程は付録 B にて数式を用いて説明するためここでは割愛する。

*6 ここで挙げた参考文献と本研究で用いた干渉計の光学配置は多少異なるが、目的の物理量を観測する原理は同じである。

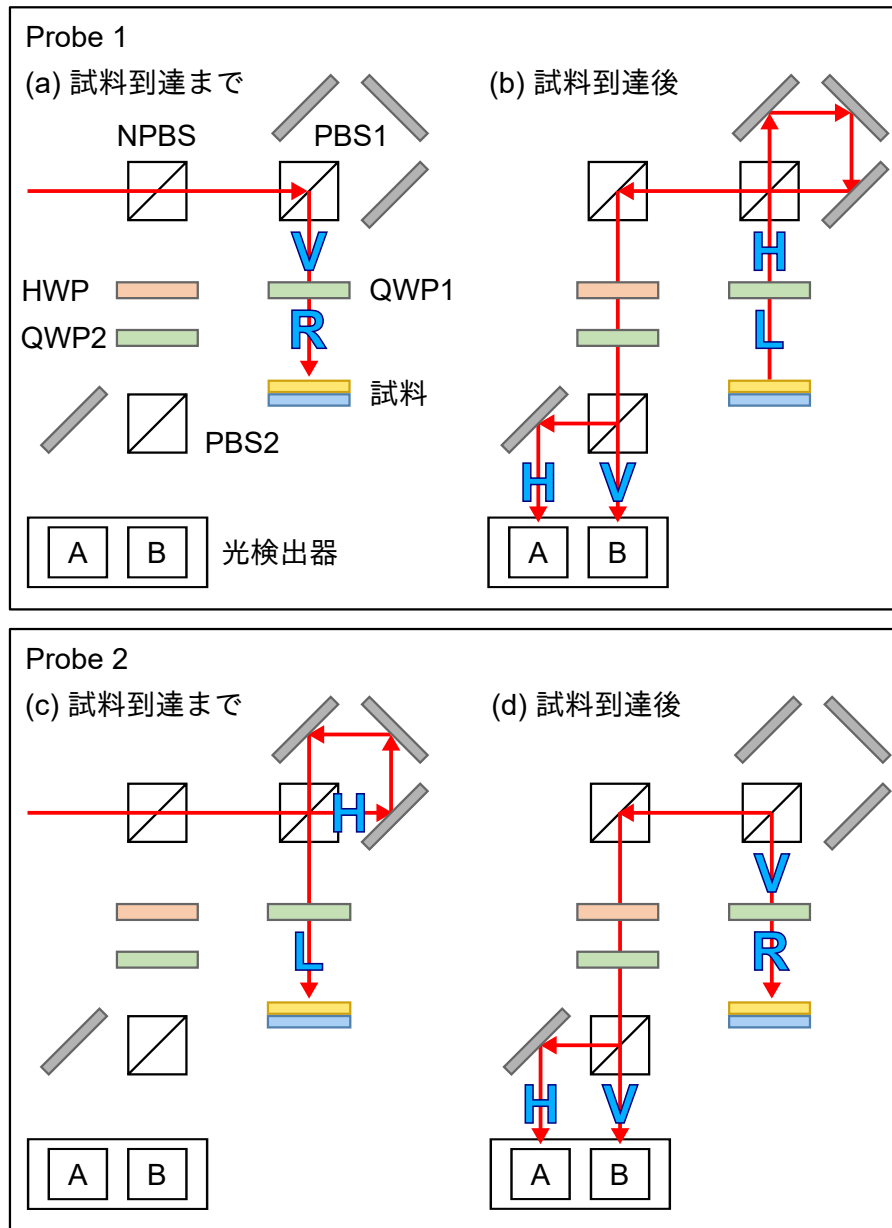


図 2.3 干渉計周辺の光学配置とプローブ光の光路。(a), (b) それぞれ Probe 1 が試料に到達前、到達後に辿る光路。(c), (d) それぞれ Probe 2 についての同様の光路。斜め 45° の直線偏光を PBS 1 で Probe 1 と Probe 2 の 2 つに分け時間差で試料に入射した後、2 つの光を再び重ねて光検出器のポート A, B それぞれに干渉光を入射している。

2.1.4 2次元走査系

これまでの議論により試料表面上のプローブ光が当たった1点における SAW の観測方法が説明できた。本項ではこのプローブ光を試料表面上で2次元走査し SAW の2次元イメージングを行う方法を述べる。プローブ光に対しこの2次元走査と前述の時間走査の両方を行いながら測定を繰り返すことにより SAW の時間分解イメージングが実現する。

プローブ光の2次元走査には2軸可動鏡とレンズペア、対物レンズ（単レンズでも可）を使用する（図 2.4 参照） [13]。2軸可動鏡は方位角方向と仰角方向の2軸について回転できる鏡である。この鏡の回転によってプローブ光の反射角を変え、伝播方向を傾ける。そうしてプローブ光の対物レンズ瞳面への入射角の制御を通して、試料表面におけるプローブ光の集光位置を制御する。この手法では2軸可動鏡と対物レンズの間にレンズペアを挿入してプローブ光の対物レンズ瞳面への入射位置はそのままに入射角のみを変えている。本手法の主な利点として、レンズの収差が無視できればプローブ光の光路長を変えることなく集光位置の2次元走査が可能である。以降、2軸可動鏡の回転によりプローブ光の反射角がどう変わるか、その反射角と対物レンズへの入射角の関係、入射角の変化によるプローブ光の集光位置のシフトについて簡単に説明する。数式を用いたそれぞれの物理量の関係の導出は付録 C にて行う。

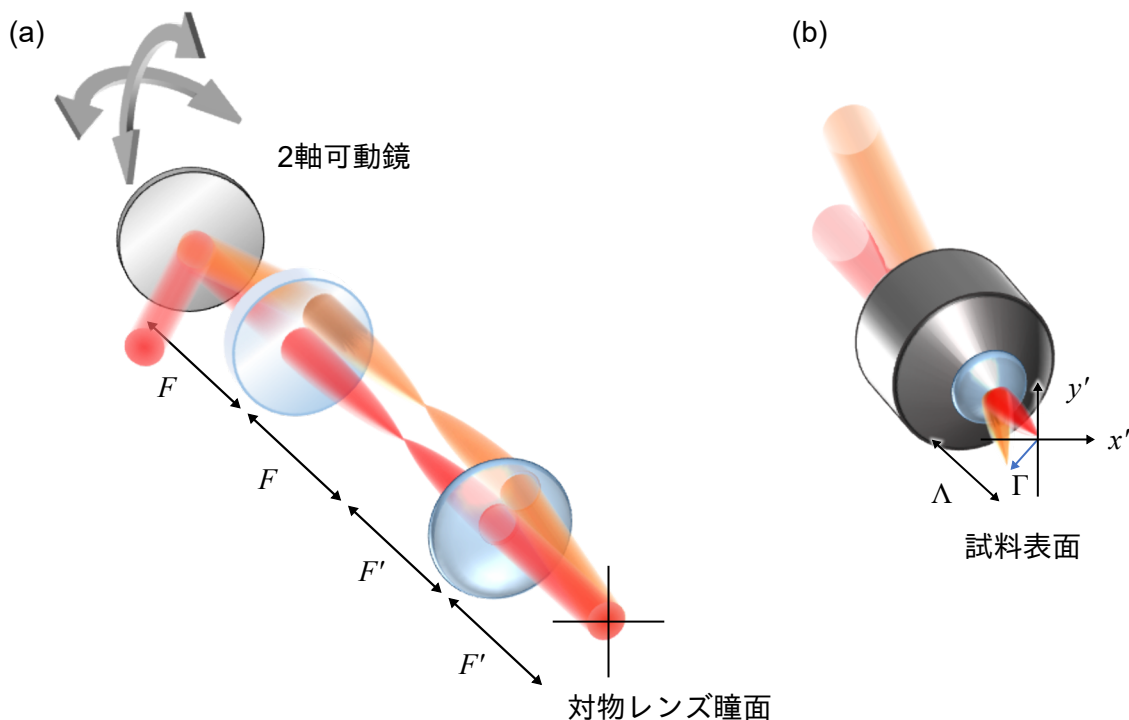


図 2.4 2次元走査を行う光学系の模式図。(a) 2軸可動鏡から対物レンズまで。(b) 対物レンズから試料まで。 F , F' , Λ はそれぞれのレンズの焦点距離である。赤色と橙色はともにプローブ光を表し、それぞれ、2軸可動鏡の角度に応じた別々の経路を通る場合を示す。プローブ光の波長は実際には一定だが、ここでは便宜的にそれぞれの経路でプローブ光の色を変えている。(a) における灰色の矢印は2軸可動鏡の回転方向を示す。2軸可動鏡の角度を変えることで試料表面、すなわち、 $x'y'$ 面におけるプローブ光の集光位置が Γ 動くため試料の2次元走査が可能となる。

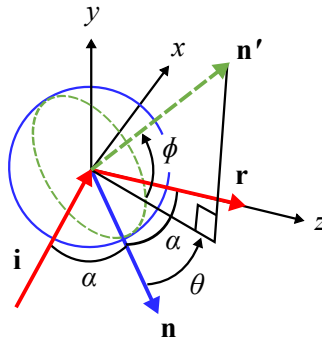


図 2.5 2 軸可動鏡の回転角と各ベクトル。青色の実線による円が回転前の 2 軸可動鏡、緑色の破線による円が回転後の 2 軸可動鏡である。2 軸可動鏡の回転前、プローブ光の入射角、すなわち、入射光線ベクトル \mathbf{i} と回転前の鏡の法線ベクトル \mathbf{n} がなす角は α であり反射光線ベクトルは \mathbf{r} である。2 軸可動鏡が方位角方向と仰角方向それぞれに θ, ϕ 回転することで鏡の法線ベクトルも同じだけ回転し \mathbf{n}' となる。

ここではこれまでと異なりプローブ光を光線ベクトルとして取り扱うことを先に断っておく。2 軸可動鏡の中心とその下流にあるレンズペアの中心を通るように z 軸を定める。また、この z 軸と入射光線を xz 面が含むように x 軸を、これら 2 つの軸と直交するように y 軸を定めた右手系直交座標系を考える (図 2.5 参照)。本研究においては、この x 軸と試料表面の x' 軸 (図 2.4 参照) が互いに平行となるように、また、上記 y 軸と試料表面の y' 軸が互いに平行となるようにそれぞれの軸を定義した。2 軸可動鏡の初期角度を、反射光線 \mathbf{r} が下流のレンズ中心に垂直入射するように定める。このとき、入射光線 \mathbf{i} と 2 軸可動鏡の法線ベクトル \mathbf{n} のなす角、すなわち、プローブ光の 2 軸可動鏡への入射角を α と置く。

ここから 2 軸可動鏡を、 y 軸を回転軸として角度 (方位角) θ だけ、 x 軸を回転軸として角度 (仰角) ϕ だけ回転させた場合を考える。ただし、それぞれの回転の角度は十分に小さいものとする*7。2 軸可動鏡が回転した後の新たな反射光線ベクトルを \mathbf{r}' とおく。すると、 \mathbf{r}' は \mathbf{r} に対し方位角方向に 2θ だけ、仰角方向に $2\phi \cos \alpha$ だけ傾く。このとき、プローブ光の対物レンズへの入射角は方位角方向で $2(F/F')\theta$ となり、仰角方向で $2(F/F')\phi \cos \alpha$ となる。ただし、 F と F' はそれぞれレンズペアを構成する上流側、下流側のレンズの焦点距離である。対物レンズ瞳面中心への入射角が上記の通りに傾くと、対物レンズの焦点距離が Λ のとき、試料表面上のプローブ光の集光位置 $\Gamma = (x', y')$ は $\Gamma = (-2\Lambda(F/F')\theta, -2\Lambda(F/F')\phi \cos \alpha)$ となる。したがって、2 軸可動鏡の方位角 θ と仰角 ϕ それぞれによって、試料表面上でのプローブ光の集光位置の x' 座標と y' 座標それぞれを独立に制御できる。また、その座標制御を θ, ϕ に対し線形に行える。

2.1.5 WGM の解析

実験ではポンプ光とプローブ光の間の遅延時間を等間隔で変えながら SAW の時間分解イメージングを行い、2 次元音響場 (2 次元的な信号振幅の分布*8) の時間変化を観測する。これには WGM に

*7 角度が大きくなると後述の近似式が成り立たないだけでなく、光学的な近軸近似が成り立たない、試料表面で反射したプローブ光が対物レンズの開口に収まらない、干渉計で観測するプローブ光の位相変化量が小さくなり S/N 比が悪くなるなどの問題も起こり得る。

*8 ここで指しているのは最終的に得た電気信号の振幅である。あくまでも観測している物理量は表面速度であり表面変位の振幅ではない。

限らず通常の Rayleigh 波など他の SAW に由来する信号も含まれる。本研究の目的である、縮退した WGM 同士の振幅に差をつけてそれらモードの励起を行えたか否かを評価するためには、観測結果からモード次数が異なる別個の WGM それぞれを抜き出す必要がある。一般に波動伝播のイメージング結果から特定モードを分離する場合は平面進行波を基底とした時空間フーリエ変換を用い、周波数 f と波数ベクトル \mathbf{k} で分類する。しかし、WGM を平面進行波を基底として記述すると式が複雑になってしまう。また、直感的な記述ではないため、WGM 以外の SAW との分離や結果の解釈も難しくなる。そこでより直感的に WGM の識別が可能とするため周波数 f はそのままに、波数 \mathbf{k} の代わりに WGM の方位角方向・動径方向それぞれに関するモード次数 l, n を用いて WGM を解析する。

これは以下のようにして実行する。まず、試料である円盤の中心を空間座標の原点として動径方向の距離、方位角それぞれを r, θ と定める。また、ポンプ光パルスに対するプローブ光パルスの遅延時間を τ とする。このとき、遅延時間 τ におけるロックインアンプ X_{cn} と Y_{ch} それぞれからの出力を $X(r, \theta, \tau), Y(r, \theta, \tau)$ として、極座標における観測結果の複素信号

$$S(r, \theta, \tau) = X(r, \theta, \tau) + iY(r, \theta, \tau) \quad (2.4)$$

を定めると

$$F(r, l, f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} S(r, \theta, \tau) \exp[i(2\pi f\tau - l\theta)] d\theta d\tau \quad (2.5)$$

によって、観測結果を rlf 空間の振幅分布に変換できる。この振幅 $F(r, l, f)$ が rlf 空間でピークをもつならばそれが WGM の成分であり、該当しないものはその他のモードの SAW やノイズなどとなる。

2.2 光パルスによる音響 WGM のカイラリティ制御

1.2.3 項で述べた通り、点状に集光したポンプ光を用いて WGM を励起すると伝播方向の異なる 2 つの縮退したモードが同程度の強度で生じる。これは媒質構造の対称性と点波源の形状の、引いてはそこから生じる SAW の波面の形状の対称性から説明できる。言い換えると、これは構造と波源形状（またはそのから生じる波面形状）双方の高い対称性に由来している。本研究では構造はそのままに波源形状の対称性を低くすることにより、縮退しカイラリティが異なるこれら 2 つの WGM 間に振幅差を与える。以降、その原理と実現方法について述べる。

2.2.1 波源形状による WGM 制御

1.2.3 項で述べた通り、本研究で扱う試料媒質は基板に銅製円盤を埋め込んだものである。この円盤表面で SAW を励起すると SAW はその波源から円盤の外側に向かい、一部は Rayleigh 波^{*9}として円盤の外へ伝わり、残りは円盤の縁近傍でモード変換をして WGM となる。また、円盤縁にトラップされた WGM は振動しながら一部のエネルギーを共振器外（円盤外）に漏れ出る Rayleigh 波へと再度変換する。縮退する 2 つの WGM 間では円盤内において伝播方向や面内方向の速度分布は互い

^{*9} 実際を用いる試料は円盤のない部分でも表面に多層膜があるため、より正確には Rayleigh 波ではなく一般的な Rayleigh-like 波である。尚、本来であれば共振器外へ漏れ出る音響場も含めて、無限に広がる系全体に対し運動方程式を解くことで固有モードが導出される。ゆえに、共振器近傍に局在する音響場とそこから継続的に漏れ出る（局在する成分とカップリングしている）音響場それぞれを WGM と Rayleigh 波のように明確には区別できないが、ここでは曖昧な区分ではあるものの便宜的に共振器の外側方向へ伝わる成分を Rayleigh 波と呼んでいる。

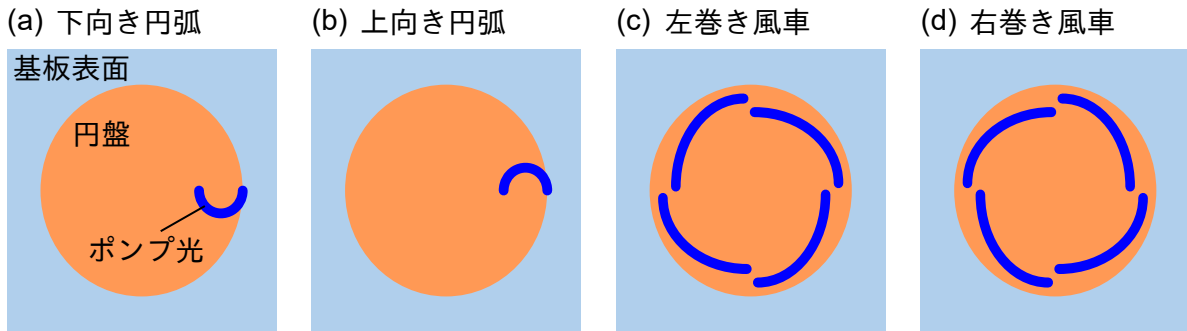


図 2.6 円弧型・風車型に集光したポンプ光の模式図。(a), (b) それぞれ互いに向きが反転している下向き円弧型・上向き円弧型ポンプ光。(c), (d) それぞれ互いに向きが反転している左巻き風車型・右巻き風車型ポンプ光。媒質は基板（水色）の上部に円盤（茶色）を埋め込んだ構造である。(a)-(d) それぞれのように円盤内でカイラルな強度分布となるようにポンプ光（濃い青色）を集光する。これによりポンプ光の集光形状と同様の形の波源を形成する。どの波源も円盤内での位置や形状の対称性が低くカイラルなため、縮退する WGM の内、一方が他方よりも強く励起される。また、(a), (b) の円弧型波源同士、(c), (d) の風車型波源同士で互いにカイラリティの向きが逆なため、それぞれの波源で強く生じる WGM も反対となる。

に逆向きとなるため、これら 2 つの WGM それぞれが漏れ出て円盤外へ伝わる Rayleigh 波同士の伝播方向なども互いに異なる。したがって、試料表面において円盤の内側から外側に向かって伝わる SAW の空間的な振幅・位相分布がカイラルとなるように SAW を励起すると、端的に言えば SAW を円盤の縁に斜めに入射させると、円盤縁の各所から漏洩する Rayleigh 波の伝播方向もカイラルとなる。このとき、Rayleigh 波の漏洩の仕方が空間的に非対称となるため、これとカップリングしている 2 つの WGM は均等には励起されない、すなわち、円盤の縁近傍でモード変換が起こる際にどちらか一方の WGM が他方より大きな振幅をもって生じる。これは波源の空間形状や位置にカイラリティを持たせることにより達成できる。本研究では円盤縁に特定の向きに円弧型波源を、または、円盤全体を覆うようにカイラルな風車型波源を形成し WGM を制御する。特に風車型波源の場合、カイラリティに加えて波源形状が特定の回転対称性をもつため、変位分布が同様の回転対称性を有する WGM が他の WGM より強く生じることが予想される。これら波源は、波源と同様の形状でポンプ光を円盤表面に集光することで形成する（図 2.6 参照）。2 つの円弧型波源は、円弧が紙面下向きに凸か上向きに凸かで向きを反転している。2 つの風車型波源は、風車の各羽根の円盤中心からの動径方向の距離が方位角方向で徐々に変化している。尚、ここでは見やすさを優先して羽根 4 枚の風車を図示しているが実験では羽根 11 枚の風車型に集光している。それぞれの場合の実際の集光形状等は後述の 2.4 節を参照されたい。以降では便宜上、図 2.6 のように紙面下向き・上向きに円弧それぞれを下向き円弧・上向き円弧と称する。また、2 通りの風車では各羽根の各部の円盤中心からの距離が最大値から最小値に徐々に変化する向きが紙面で左回り・右回りのものをそれぞれ左巻き風車・右巻き風車とする。

2.2.2 波源形状の制御

光を変調する素子のひとつに空間光変調器（spatial light modulator: SLM）があり、これを用いると光に所望の空間的な位相差を与えられる（変調原理は付録 A で概説）。本研究ではこの SLM に計

算機ホログラム (computer-generated hologram: CGH) [108] *¹⁰ を出力し、図 2.7 のような光学系を組むことで円弧型または風車型にポンプ光を集光する。

まず、本研究で特定形状の波源形成に用いた具体的な CGH を紹介する前に、一般的に CGH がポンプ光の集光形状を制御する際の原理を説明する。初めにポンプ光を SLM に入射する。これによりポンプ光は、CGH のパターンに応じた空間的な位相変調 (0 から 2π の相対的な位相差) を受け反射される。反射後、ポンプ光はレンズペアと対物レンズを経て媒質表面に集光する。この際、各レンズを透過する度に入射光の波面のフーリエ変換またはフーリエ逆変換が行われる。ゆえに、SLM における反射直後をフーリエ面と定めるとポンプ光の波面には図 2.7 のような対応関係が成立する。そのため、媒質表面に集光したポンプ光の波面は、CGH による変調を受けた直後のポンプ光の波面のフーリエ変換に当たる。この関係を利用して、ポンプ光の波面制御を通して媒質表面でのポンプ光の強度分布の制御が行える。ここで SLM と対物レンズの間にあるレンズペアは結像系の役割を担う。ポンプ光が対物レンズの開口に収まるように SLM からの反射光を、波面形状を縮小しながら対物レンズ瞳面に転写している。

本研究では上記の原理を基に、2通りの設計方法それぞれで円弧型、風車型にポンプ光を集光するための CGH を作る。以降、これら CGH それぞれを円弧形成 CGH、風車形成 CGH と呼ぶ。円弧形成 CGH は Clark らが開発したアルゴリズム [109] を用いて作る。これは試料表面で集光したい所望の光の強度分布から逆算して、変調に必要な位相分布を SLM に出力させる。実験ではこのアルゴリズムにより作成した CGH を用いて円盤の縁近傍に円弧型にポンプ光を集光する。理論上、この手法

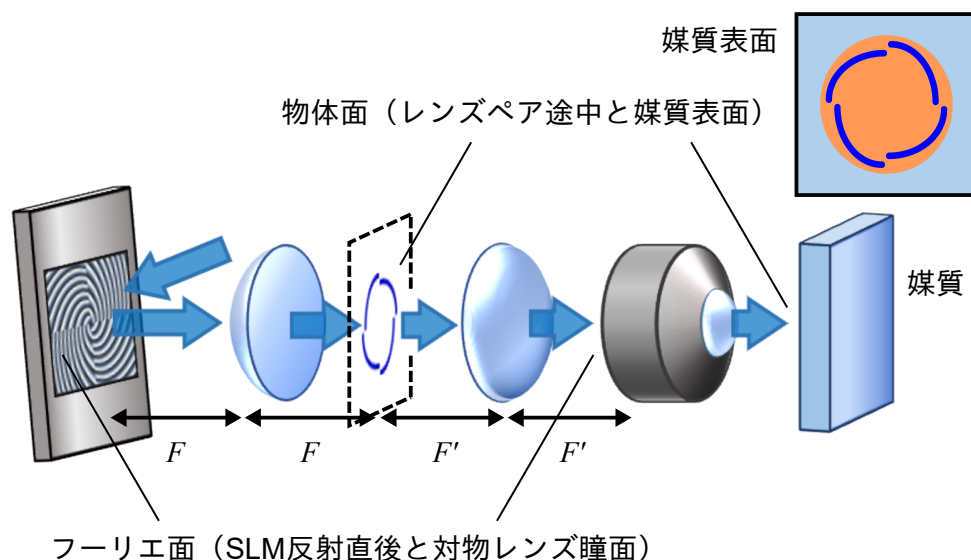


図 2.7 任意形状の集光を行う光学系模式図。青色の矢印がポンプ光を示す。 F, F' はレンズペアを構成するレンズそれぞれの焦点距離である。図左側の板状の灰色の素子が SLM であり、そのディスプレイに CGH (図中の縞模様) を出力している。ポンプ光は SLM で変調を受けた後、レンズペア、対物レンズを経て媒質表面で所望の形状に集光する。実際は物体面にフーリエ面のフーリエ逆変換の高次の成分 (SLM を反射型回折格子と見れば高次の回折光) も存在するが図中では省略している。図中右上の内挿図は円盤近傍の媒質表面の俯瞰図である。

*¹⁰ ここであげた参考文献は正確には CGH ではなく単純なホログラム (SLM での利用を想定して計算機で出力するものではない) についてのものである。

により任意形状での集光が可能である。

ただし予備実験にて、風車型波源を形成する際は別のCGHを用いた方がより正確に集光できるとわかったため以下のような、より単純な原理に基づいた風車形成CGHを採用する。風車形成CGHは異なる役割をもつふたつのCGHの重ね合わせとして設計している。ここでは重ね合わせるCGHそれぞれを役割に応じて初期風車形成CGH、集光位置シフトCGHと呼び分ける。尚、初期風車形成CGHはNottingham大学のM. Clark教授と共同作製した。初期風車形成CGHは渦巻状の縞模様をしており、光に与える位相差が動径方向に周期性をもち、かつ、その周期が方位角方向で周期的に増減している(図2.8参照)。レンズの倍率の他、CGHの動径方向の周期が、風車を構成する羽根の光軸(風車の中心)からの距離を決めており、この周期が短いほど上記の距離が長くなる。また、方位角方向にある周期の数と風車の羽根の枚数が一致する。この初期風車形成CGHのみでも風車型にポンプ光を集光できるが、SLMの変調効率は100%ではないため、SLMから反射してきた光には所定の変調を受けた光(変調光)と変調をうけていない光(非変調光)が混在している。例えば、SLMのディスプレイ表面で反射された光がこの非変調光となる。

もし初期風車形成CGHのみを用いると、変調光は風車型に集光し、非変調光は風車の中心にて点状に集光する。風車型の集光と点状の集光を比較すると、集光している領域の面積は明らかに風車の方が大きい。ゆえに、非変調光の強度自体は変調光より十分に小さくとも、試料上におけるそれぞれの光のエネルギー密度を比較したときに非変調光が無視できない恐れがある。この非変調光を除去して試料表面でポンプ光を集光するために集光位置シフトCGHを併用する。集光位置シフトCGHはある一方向にのみ周期性を有する縞状になっている。また、その周期性をもつ方向に対し位相変調量は最小値が0で最大値が 2π ののこぎり波のように変化している。このように位相変調をするとき、SLMは反射型ブレード回折格子のように機能する。そのため、SLMに集光位置シフトCGHを出力するとポンプ光の伝播方向が傾き、レンズペアを介して対物レンズへ入射する際の角度が変化する。これにより、変調光の集光位置は媒質表面内で、CGHを用いなかった場合の位置(以降、元の集光位置という)から平行にシフトする。このシフトの向きは集光シフトCGHが周期を有する方向による。シフトの大きさはその周期の大きさに依存し、周期が小さいほどシフトは大きくなる。ふたつのCGHを重ねると媒質表面におけるポンプ光の集光形状は、それぞれのCGHを単独で用いたときの集光形状を空間的に畳み込んだものとなる。したがって、初期風車形成CGHと集光位置シフトCGHを重ねると、変調光は風車型に集光し、かつ、風車の中心は元の集光位置からシフトしている。このとき、非変調光はCGHの影響を受けないので、その集光位置は元の集光位置のままである。ゆえに、変調光の集光位置のみを独立して制御可能となる。本研究で用いた光学系では、ポンプ光がSLM下流のレンズペアの途中(図2.7におけるレンズペア途中の物体面)でも試料表面と同様の形

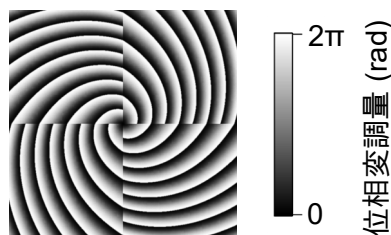


図 2.8 初期風車形成CGH 模式図。CGH 中心を極座標の原点としたとき、入射光に対し与える波面の相対的な位相変調量は動径方向と方位角方向の双方に対し周期をもつ。

状で集光する。よって、物体面において非変調光と変調光が重ならないように十分に変調光の集光位置をシフトさせれば、レンズペア途中の物体面にて空間フィルタリングを施すことで非変調光を取り除ける^{*11}。

2.3 試料

ここでは WGM 制御実験に用いる試料と、その試料における WGM の振る舞いと試料の構造・物性の関係について説明する。

2.3.1 試料構造

本研究の試料は過去に立崎ら [15] や Mezil ら [19] が用いたものと同様であり、International Sematech から提供を受けた。試料は図 2.9 のように、表面が (100) 面となる Si 基板の上部に複数の物質（下から順に SiO_2 , Si_3N_4 , SiO_2 ）で構成された多層構造としての表面層を有し、最上部の SiO_2 層に多結晶銅からなる直径 $37.5\ \mu\text{m}$ の円盤（以降、Cu 円盤または単に円盤という）を埋め込んだ構造となっている。表面の各層の厚さは図 2.9 を参照されたい。試料作製の際に表面に化学機械研磨を施しており、dishing が起きて Cu 円盤はその外縁部に対して中心付近が過剰に研磨され窪んでいる。本実験で実際に用いた試料ではこの窪みの深さは測定していないが、同様の試料を用いた立崎らの先行研究にて原子間力顕微鏡により深さプロファイルが得られており、この測定の際に円盤の縁より中心部の方が約 $150\ \text{nm}$ 窪んでいることを確認している [15]。

2.3.2 WGM の振る舞いにおける試料の構造・物性の役割

続いて前述の試料の構造自体や各部の物性が WGM の振る舞いをどのように決定づけているか述べる。取り扱う WGM の波長は数 μm であり、これは表面にある各層の厚さの和よりも大きい。それゆえ、表面から波長程度の深さまでに局在している WGM の振る舞いは表面層と基板の双方の物性に左右される。以降、試料の構造や物性と WGM の関係について、本試料と同じ物質の組からなる

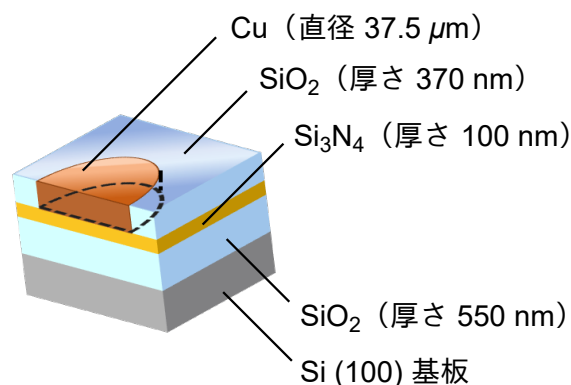


図 2.9 試料構造の模式図。Si 基板は (100) 面が表面となっている。基板の上には下から順に SiO_2 , Si_3N_4 , SiO_2 の層があり、最上部の SiO_2 層に Cu 円盤が埋め込まれている。

^{*11} 実験でもこの原理で非変調光を除去したが専用の光学素子などを用いず、爪楊枝を設置してその先端で非変調光を遮った。

多層構造を有する試料を用いた Maznev らの先行研究 [14] をもとに説明する。

Maznev らの研究では WGM ではないものの、類似の多層構造を有する試料における SAW の振る舞いが実験的に求められている。このとき Cu 層は円盤形状ではなく長方形であり各層の厚さも異なるが、当該試料における SAW の振る舞いと試料の物性の関係は本研究における WGM でも同様である。この先行研究では表面に Cu 層がある場合とない場合（表面が SiO₂）とで SAW の音速が求められており、表面に Cu がない方が SAW の音速が速かった。これは Cu と SiO₂ では SiO₂ の方が音速が大きいことに由来する。

これを本研究に照らし合わせると、表面が Cu 円盤の領域（以降、円盤内の領域と呼ぶ）と、面内で円盤の外側にある表面が SiO₂ の領域（以降、円盤外の領域と呼ぶ）では、円盤内の方が円盤外に比べて音速が遅く SAW が円盤の外に出ていきにくい。このような異なる領域間での音速の差異、すなわち音響インピーダンスの不整合によって SAW を円盤の縁近傍に局在させ、円盤の縁に沿って回るように伝播する WGM を存在可能としている。

2.4 実験方法・実験条件

ここでは用いた実験系や実験の方法、条件について記す。実験に用いた光学系全体の概略図を図 2.10 に示す。初めにこの光学系全体について述べ、その後実際に用いた試料とそれに当てたポンプ光の集光形状について記載する。実験では後述の通り、図 2.6 のような 4 通りの波源、すなわち、2 種類の円弧型波源と 2 種類の風車型波源（ただし風車の羽の枚数は図 2.6 と異なり 11 枚）それぞれを別個に形成し WGM を観測する。これらすべての実験で光学系は共通である。

光源にはモードロックされたチタン・サファイアレーザーを用いる。発振する光パルスは中心波長 830 nm、時間幅 ~100 fs、繰り返し周波数 $f_{\text{rep}} = 75.7$ MHz である。この光パルスを SHG 結晶に入射しそこから生じた中心波長 415 nm の光パルスをポンプ光に、元々の中心波長 830 nm の光パルスをプローブ光に用いる。これらは SHG 結晶下流の 2 色鏡で分離し図 2.10 のように別々の光路を辿る。ポンプ光はどの実験でも EOM で周波数 $f_{\text{mod}} = 1$ MHz で時間的に強度変調し、その後、EOM 下流のレンズペアでコリメートしてから SLM（浜松ホトニクス、LCOS-SLM X10468-01）の液晶ディスプレイ全体を照らすように SLM に斜めに入射する^{*12}。SLM の液晶ディスプレイは 800 × 600 ピクセル、ピクセルひとつが $20 \times 20 \mu\text{m}^2$ である。ここでポンプ光は CGH に応じた空間的な位相変調を受けた後に反射され、SLM 下流のレンズペアを経てから対物レンズで集光されて試料に入射する。プローブ光はディレイライン、干渉計、2 次元走査系を経て試料に入射する。このとき、ポンプ光に対するプローブ光の相対遅延時間はディレイラインで制御して 0 – 13.2 ns の範囲で取れる。これは光源の繰り返し周期と同じであり、ポンプ光により励起した現象は 1 周期分すべて観測できる。尚、図 2.10 では図 2.1 と異なり、干渉計と 2 次元走査系の役割を担う領域は一部で重なっている。プローブ光は試料で反射された後で差動式光検出器のポート A, B それぞれに入り、各ポートの差の信号がロックインアンプに入力され SAW が検出される。プローブ光は対物レンズによりスポット径 ~ 1 μm で集光されているため、イメージングの際の試料面の水平分解能は ~ 1 μm となる。

次に、形成する各波源とこれに応じた個々の実験条件の違いを述べる。円弧型波源と風車型波源では波源の大きさが異なり、同じ強度のポンプ光を入れると風車型波源の場合の方がポンプ光照射箇

*12 入射角が大きくなりすぎると SLM による変調が適切にできなくなるため角度は 10° 未満に留めている。これは用いた SLM についてメーカーが推奨する入射角の上限である。

所におけるポンプ光のエネルギー密度は低くなる。これに伴い風車型波源の場合の方が励起される SAW の振幅は小さくなりやすい。ゆえに、観測に十分な大きさの信号を得るために円弧型波源と風車型波源の場合とでポンプ光・プローブ光の強度を変更している。下向き・上向きの円弧型波源を形成する 2 通りの実験では試料手前でのポンプ光、プローブ光の強度はそれぞれ 9.5 mW, 1.1 mW である。各円弧は半径 $\sim 3 \mu\text{m}$ 、角度 $\sim 180^\circ$ であり円弧の中心は円盤の縁から約 $2 \mu\text{m}$ 離れている。この際に用いた試料表面の強度反射率分布、ポンプ光を試料表面に集光したときの光学顕微鏡像を図 2.11 に示す。

左巻き・右巻き風車型波源を形成する 2 通りの実験では試料手前でのポンプ光、プローブ光の強度はそれぞれ 9.2 mW, 4.3 mW である。それぞれの風車の中心は Cu 円盤の中心と一致させており、風車の大きさは円盤とほぼ等しい。どちらの場合も風車の羽根は 11 枚であり、11 回回転対称な形状である。尚、実験を繰り返す過程でレーザーの熱による試料へのダメージがあったため風車型波源の実

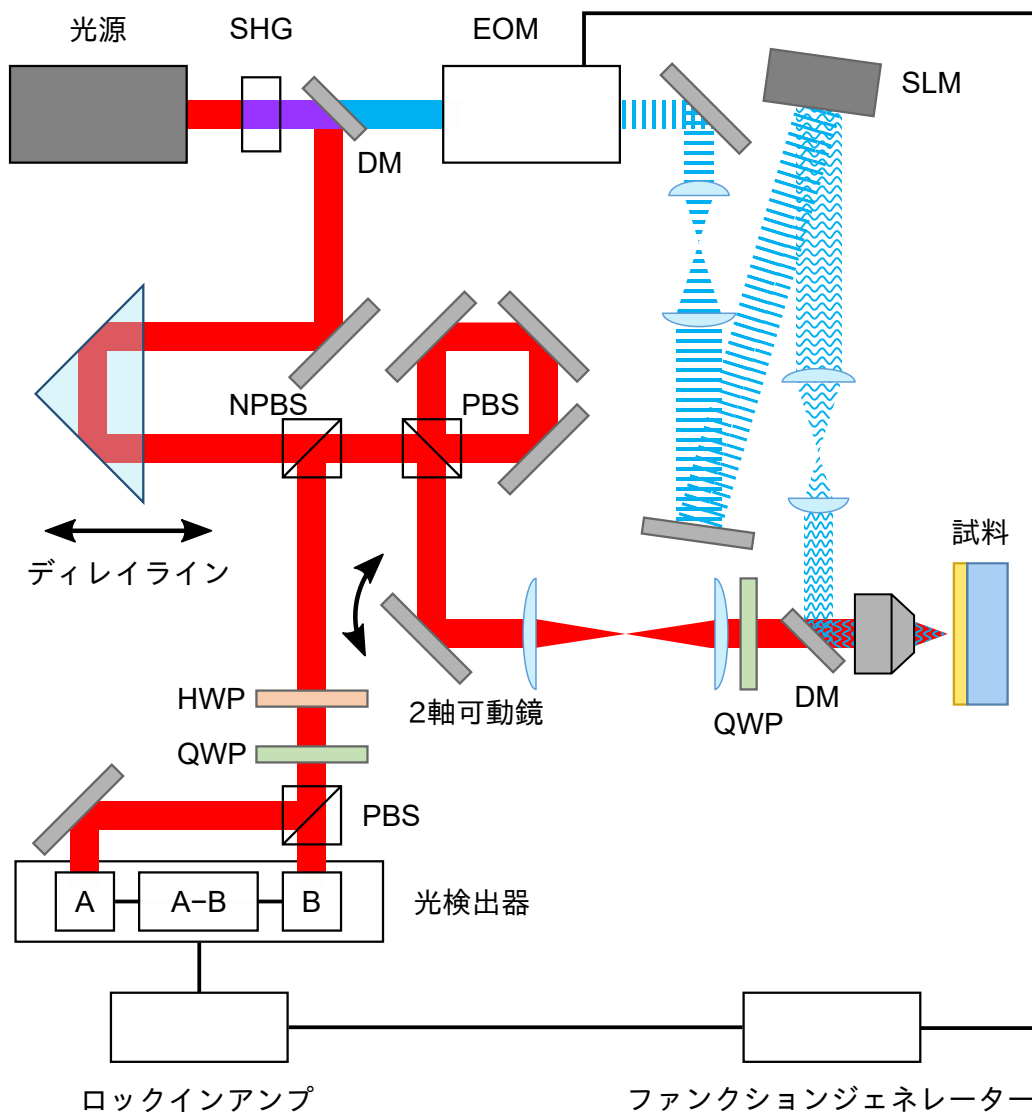


図 2.10 実験に用いた光学系の概略図。主な点は図 2.1 と同様である。ポンプ光は EOM で時間的な強度変調を、SLM で空間的な位相変調を受けてから試料に入射する。プローブ光はディレイライン、干渉計、2 次元走査系を経て試料に入射し、試料で反射された後に光検出器へ向かう。

験では円弧型の場合と異なる試料（材料や寸法は同じ）を用いる。実際の試料表面の強度反射率分布、ポンプ光を試料表面に集光したときの光学顕微鏡像を図 2.12 に示す。

今回用いた試料の WGM の分散関係は解析的に求められていない。しかし、Mezil らの先行研究 [19] より、本研究と同様の試料において存在する $n = 0$ の WGM の周波数が $|l| = 14$ から $|l| = 43$ の範囲において観測されている。また、モードによって差はあるが周波数スペクトルの半値半幅は ~ 2 MHz と求まっている。ここで、Mezil らの実験の周波数分解能は本実験と同様に 1 MHz である。ゆえに、このときの求めた共振周波数、半値半幅はともに誤差 ± 1 MHz となる。GHz 帯の全 WGM で半値半幅と誤差がこれと同様とし、本実験において観測可能な SAW の周波数（以降、可観測周波数とする）を考えると観測可能な WGM は (WGM の共振周波数) \pm (半値半幅 2 MHz) \pm (それぞれの誤差の和 2 MHz)、すなわち、(WGM の共振周波数) ± 4 MHz の範囲に入るモードのみと予想できる。該当するモードは表 2.1 の通りである。円弧型波源には特定の WGM と合致する回転対称性がないためどのモードが強く励起されるかは予想できないが、風車型波源では波源と同じ 11 回回転対称性の $l = \pm 22$ の WGM が強く生じ、かつ、カイラリティ制御ができると予想する。尚、 $l = \pm 22$ の WGM を狙うこと、風車を羽根 22 枚ではなく半分の 11 枚としたこと理由は以下の通りである。

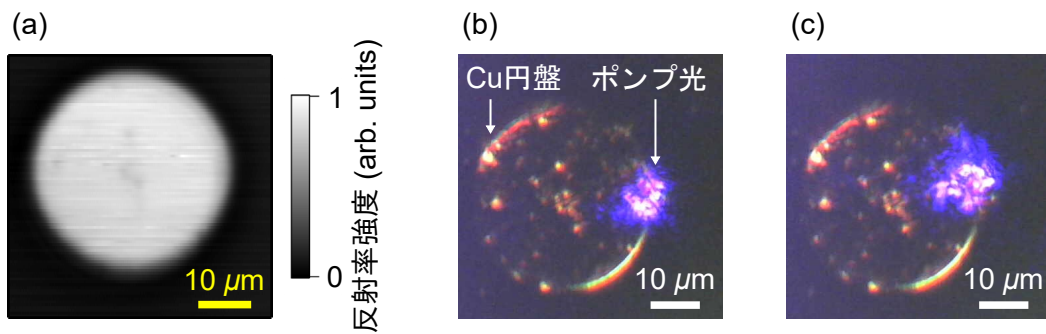


図 2.11 円弧型波源による実験で用いた試料の様子とポンプ光の集光形状。(a) 試料表面のプロープ光に対する反射率強度の分布。(b) 下向き円弧型にポンプ光を集光したときのポンプ光と試料の光学顕微鏡像。白または紫色の明るい部分がポンプ光である。顕微鏡カメラの特性により紫色に見えるだけでポンプ光は本文にある通り中心波長 415 nm の青色である。尚、ここではプロープ光は照射していない。(c) 上向き円弧型にポンプ光を集光した場合の同様の光学顕微鏡像。

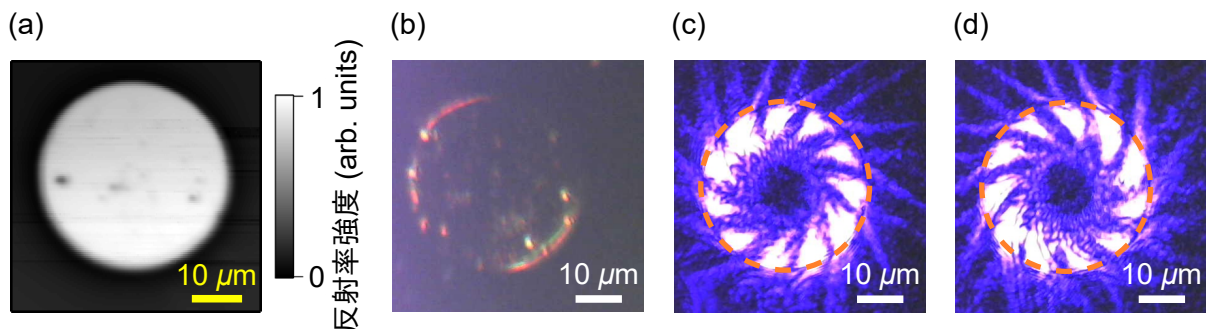


図 2.12 風車型波源による実験で用いた試料とポンプ光の集光形状。(a) 試料表面のプロープ光に対する反射率強度の分布。(b) 試料表面の光学顕微鏡像。ここではポンプ光もプロープ光も照射していない。(c) 左巻き風車型にポンプ光を集光したときのポンプ光と試料の光学顕微鏡像。ポンプ光により円盤全体が照らされているため試料が見づらくなっている。橙色の破線が円盤の縁を示す。(d) 右巻き風車型にポンプ光を集光した場合の同様の光学顕微鏡像。

表 2.1 観測可能な周波数近傍で共振する WGM

方位角方向モード次数の絶対値 $ l $	共振周波数 (GHz)	近接する可観測周波数 (GHz)
15	0.532	$7f_{\text{rep}} \pm F_{\text{mod}} = 0.529, 0.531$
22	0.677	$9f_{\text{rep}} - F_{\text{mod}} = 0.680$
31	0.833	$11f_{\text{rep}} + F_{\text{mod}} = 0.834$
36	0.912	$12f_{\text{rep}} - F_{\text{mod}} = 0.909$
41	0.984	$13f_{\text{rep}} \pm F_{\text{mod}} = 0.983, 0.985$

まず、観測可能な周波数の WGM で 11 回回転対称な変位分布をもつものは $l = \pm 22$ のみであり、風車の羽根を 11 枚にしても 22 枚にしても $l = \pm 22$ のモードしか強く励起されない。そのため、羽根の枚数が少なくポンプ光の集光形状が比較的単純な 11 枚羽根の方が都合がよい。また、ポンプ光照射位置（波源）に起こる強制振動と WGM を区別する上でも利点がある。波源における強制振動も $l = \pm 11$ とその整数倍の成分、例えば $l = \pm 22$ の成分などを含むが、波源形状より、振幅が特に大きいのは $l = \pm 11$ の成分であると予想できる。ゆえに、 $l = \pm 22$ の成分において波源の強制振動の影響を抑えながら WGM 由来の信号を解析しやすくなる。

2.5 実験結果

各波源を形成した際の実験結果を記す。まずは 2 つの円弧型波源（下向き・上向き）それぞれの場合を述べ、これらを対比する。次に 2 つの風車型波源（左巻き・右巻き）それぞれの場合を同様に比較する。

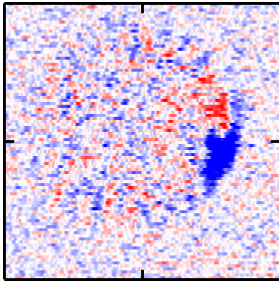
2.5.1 円弧型波源の結果

下向き円弧型波源と上向き円弧型波源それぞれを形成した場合で、Cu 円盤とその周辺の $50 \times 50 \mu\text{m}^2$ の範囲における時間分解イメージングを行った。取得画像の一部を図 2.13 に示す。ここで、遅延時間は 0 ns から 13.2 ns までを 28 等分して約 0.49 ns 間隔で測定している。表示している観測結果の遅延時間の原点は、観測結果中で波源から SAW が生じた直後を 0 ns としている。信号 X と信号 Y はそれぞれロックインアンプ Xch と Ych からの信号である。波源から SAW が生じ広がるように伝播するとともに一部は WGM となって円盤の縁近傍に局在している。円盤外側の表面が SiO_2 の領域にも SAW は伝わっているが、当該部分の光学反射率が Cu 円盤に比べて低いため円盤外側の SAW の信号は弱くなりはっきりと見ることはできない。

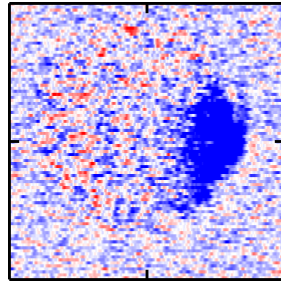
これらの観測結果について 2.1.5 項で述べた解析を行い $F(r, l, f)$ を求め、それぞれの成分の絶対値 $|F(r, l, f)|$ を比較する。その結果、以下のように $l = \pm 15$ の WGM で円弧型波源の向きに依存した顕著な振幅差が得られた。ところで 2.1.5 項でも述べた通り WGM は円盤縁に局在するモードであるため、振幅 $F(r, l, f)$ は rlf 空間でピークをもつ。まず注目する信号が WGM 由来であることを確認し、次に $l = \pm 15$ の WGM の振幅差について論じる。図 2.14 は $l = \pm 15$ のモードが大きな振幅を有する、 $r = 17.4 \mu\text{m}$ の円周上における振幅絶対値 $|F(r, l, f)|$ の分布である。図 2.14 より、この円周上ではピークのひとつが $l = \pm 15, f = 531 \text{ MHz}$ にある。ここで、光源の繰り返し周波数 $f_{\text{rep}} = 75.7 \text{ MHz}$

下向き円弧

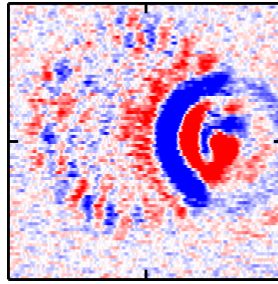
(a) Xch, 2.9 ns



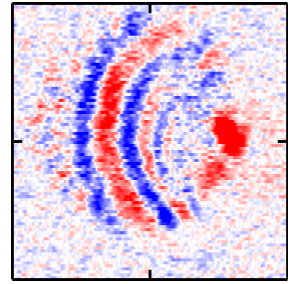
(b) Xch, 7.4 ns



(c) Ych, 2.9 ns

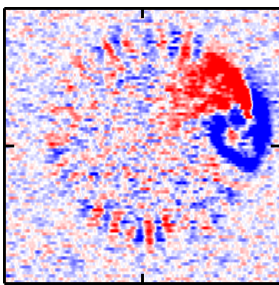


(d) Ych, 7.4 ns

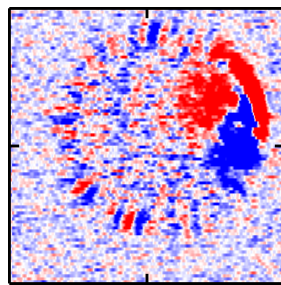


上向き円弧

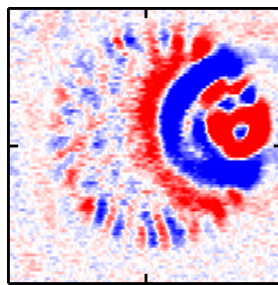
(e) Xch, 2.9 ns



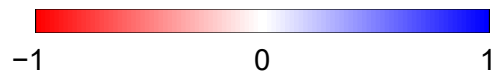
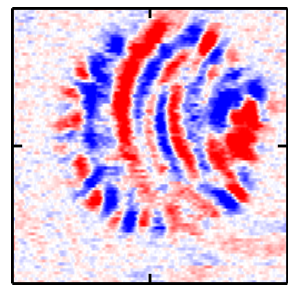
(f) Xch, 7.4 ns



(g) Ych, 2.9 ns



(h) Ych, 7.4 ns



面外変位速度 (arb. units)

図 2.13 円弧型波源を形成した場合の SAW イメージングによる取得画像。イメージングの範囲はすべて $50 \times 50 \mu\text{m}^2$ である。(a), (b) はそれぞれ下向き円弧型波源を形成した場合の遅延時間 2.9 ns, 7.4 ns における信号 X である。(c), (d) は信号 Y の同様の結果である。(e)-(h) は上向き円弧型波源を形成した場合の (a)-(d) と同様の結果である。

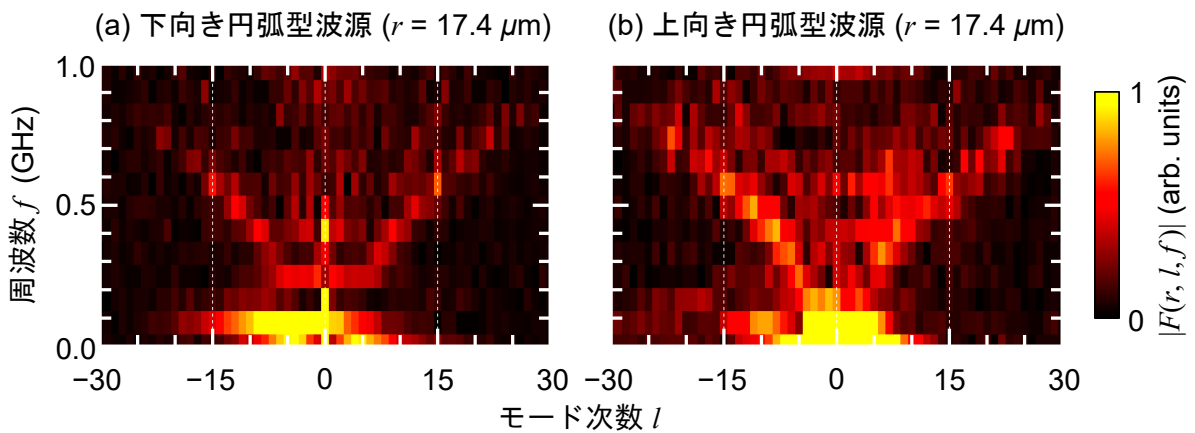


図 2.14 円弧型波源を形成した場合の $r = 17.4 \mu\text{m}$ における lf 平面での振幅絶対値 $|F(r, l, f)|$ の分布。(a), (b) それぞれ下向き円弧型波源、上向き円弧型波源を形成した場合の結果である。両方の結果で共通して $l = \pm 15, f = 531 \text{ MHz}$ でピークがある。

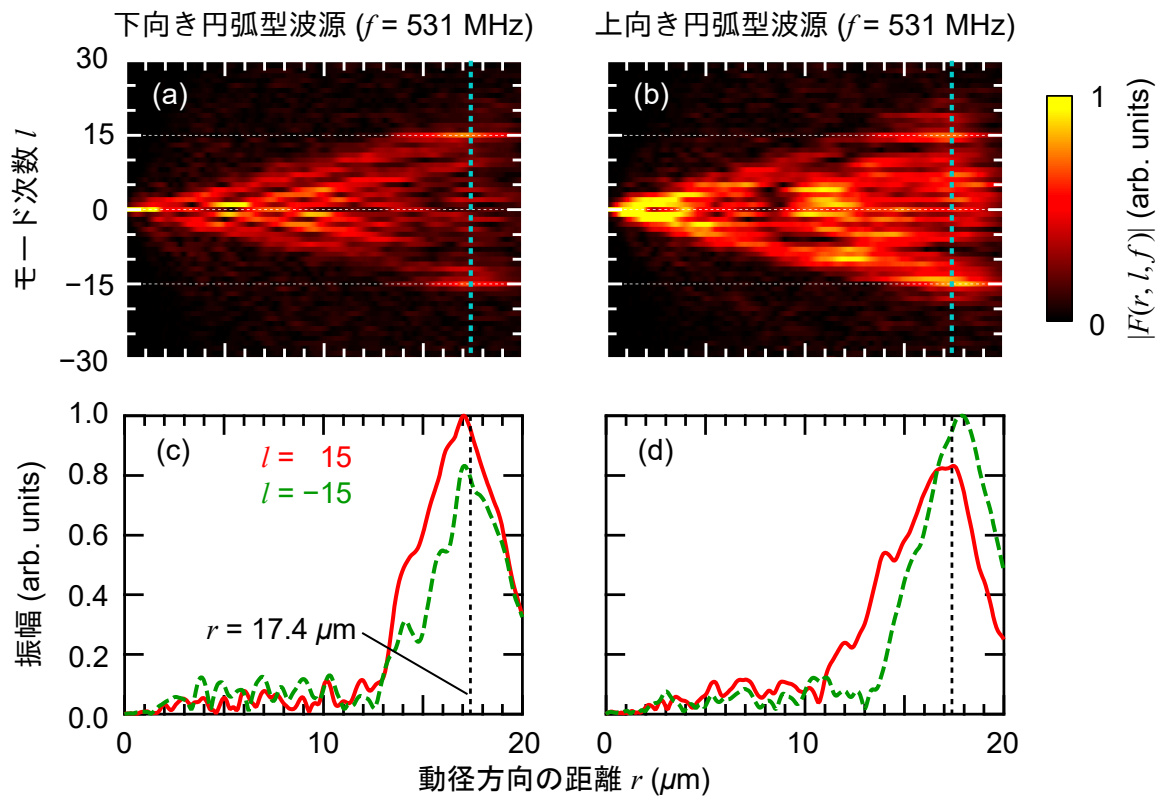


図 2.15 円弧型波源を形成した場合の $f = 531$ MHz における振幅絶対値 $|F(r, l, f)|$ の分布。(a), (b) それぞれ下向き円弧型波源、上向き円弧型波源を形成した場合の rl 平面での振幅分布である。(c), (d) それぞれ (a), (b) の結果から $l = \pm 15$ のみを抜き出したグラフである。ただし、強く生じた方のモードの振幅最大値が 1 になるように双方の結果をスケールリングしている。赤色の実線と緑色の破線はそれぞれ $l = 15, -15$ の成分を示す。(a), (b) の青色の点線と (c), (d) の黒色の点線は $r = 17.4 \mu\text{m}$ を示す。

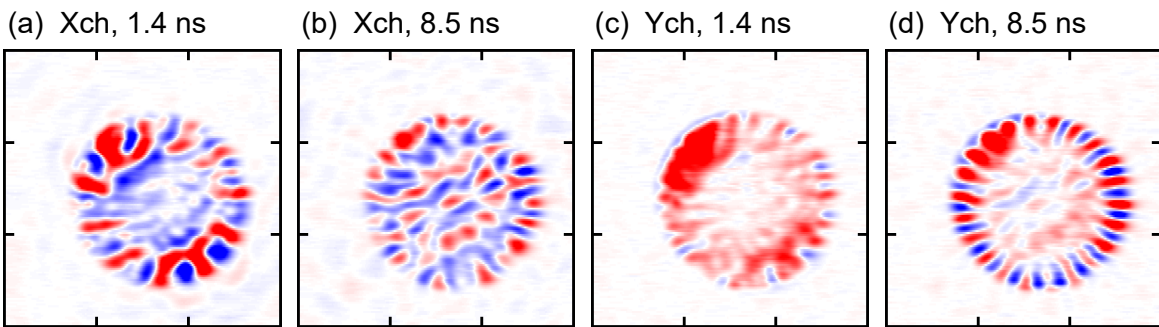
とポンプ光の変調周波数 $f_{\text{mod}} = 1$ MHz、測定した遅延時間の間隔に応じて、実験結果から取得できる周波数は $f = f_{\text{mod}}, m f_{\text{rep}} \pm f_{\text{mod}}$ ($m = 1, \dots, 13$) と等間隔ではない不連続な値となる。図 2.14 では見やすいよう縦軸の周波数を等間隔にするため、本試料で観測した $l = \pm 15$ の WGM のピーク周波数を含む $f = m f_{\text{rep}} + f_{\text{mod}}$ ($m = 1, \dots, 13$) のみをプロットしている。また、複数のモードが生じており、 $l = 0$ を中心として左右対称な V 字状にピークが分布している。これは l が大きくなるほど周波数が高くなる WGM の分散特性と合致する。尚、この V 字状の線よりも $l = 0$ に近い、すなわち、方位角方向への周期が WGM よりも長い領域内の振幅は WGM 以外の SAW (Rayleigh 波) に由来する信号である。次に、この $l = \pm 15, f = 531$ MHz の成分の円盤上での動径方向の振幅分布を求めると図 2.15 の通りになる。図 2.14, 2.15 より、注目している $l = \pm 15, f = 531$ MHz の成分が rlf 空間でピークをもち、動径方向の振幅分布において振幅の腹をひとつ有する、すなわち、 $(l, n) = (\pm 15, 0)$ の WGM であると確認できる。また、下向き円弧型波源を形成した結果では $l = 15$ の WGM の方が $l = -15$ の WGM より強く生じており、図 2.15(c) におけるそれぞれのモードの振幅の最大値同士を比べると、 $l = 15$ に対する $l = -15$ WGM の振幅比は 1:0.83 である。上向き円弧型波源を形成した結果では反対に $l = -15$ の WGM の方が強く、同様に図 2.15(d) より $l = 15$ に対する $l = -15$ WGM の振幅比を取ると 0.83:1 となる。

以上より、反転対称性の破れた配置の円弧型波源により、円弧の向きに応じて縮退する 2 つの WGM 間に振幅差を与えられた。尚、図 2.14 で V 字状の振幅分布を形成していた $l = \pm 9, \pm 12, \pm 22$ の成分についても同様に rfl 空間でピークをもつ $n = 0$ の WGM であった。しかし、 $(l, n) = (\pm 15, 0)$ の WGM 以外では、円弧型波源の向きに依存した、縮退するモード間の顕著な振幅差は生じなかった。

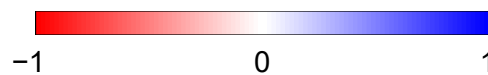
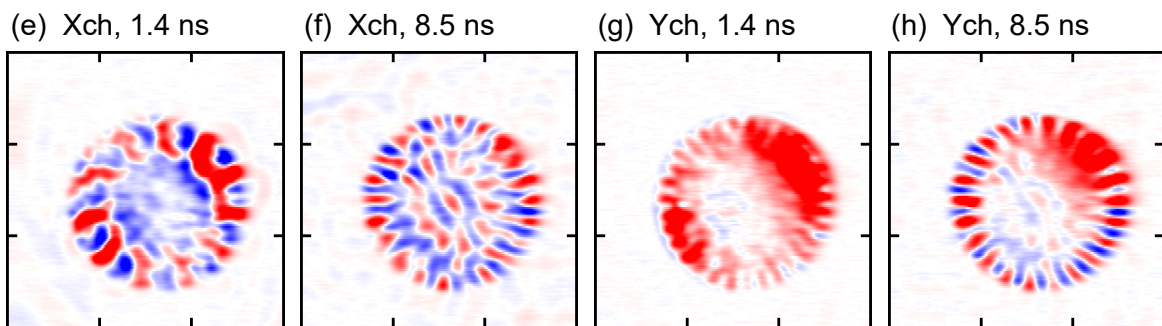
2.5.2 風車型波源の結果

左巻き風車型波源と右巻き風車型波源それぞれを形成した場合で、Cu 円盤とその周辺の $60 \times 60 \mu\text{m}^2$ の範囲における時間分解イメージングを行った。取得画像の一部を図 2.16 に示す。ここで、遅延時間は 0 ns から 13.2 ns までを 29 等分して約 0.47 ns 間隔で測定している。円弧型波源の実験同様、表示している観測結果の遅延時間の原点は、観測結果中で波源から SAW が生じた直後を 0 ns としている。信号 X と信号 Y はそれぞれロックインアンプ Xch と Ych からの信号である。円弧型波源の実験と同様に解析すると、当初の予想通り $l = \pm 22$ の WGM が強く励起され、かつ、これらのモード間に振幅差が生じている (図 2.17, 2.18 参照)。図 2.17 は $l = \pm 22$ のモードが大

左巻き風車



右巻き風車



面外変位速度 (arb. units)

図 2.16 風車型波源を形成した場合の SAW イメージングによる取得画像。イメージングの範囲はすべて $60 \times 60 \mu\text{m}^2$ である。(a), (b) はそれぞれ左巻き風車型波源を形成した場合の遅延時間 1.4 ns, 8.5 ns における信号 X である。(c), (d) は信号 Y の同様の結果。(e)-(h) は上向き円弧型波源を形成した場合の (a)-(d) と同様の結果である。

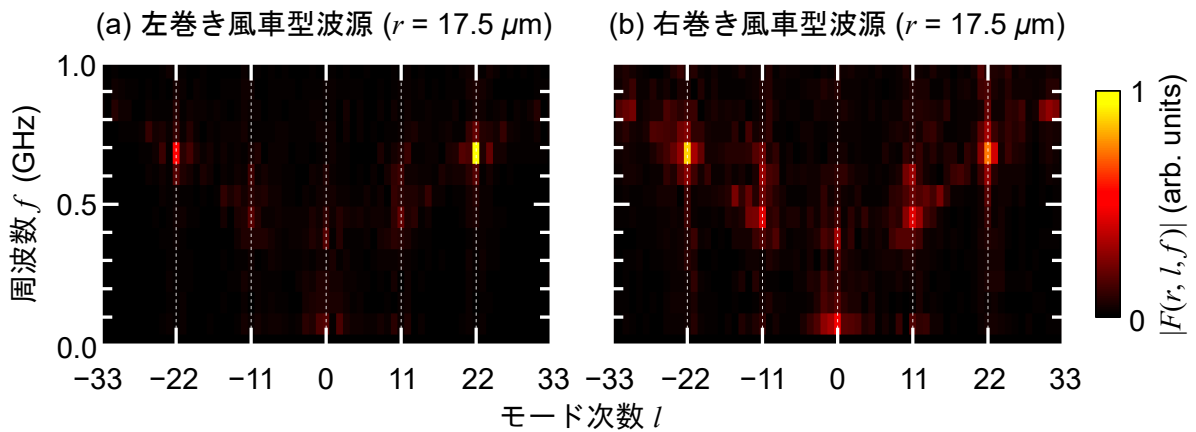


図 2.17 風車型波源を形成した場合の $r = 17.5 \mu\text{m}$ における lf 平面での振幅絶対値 $|F(r, l, f)|$ の分布。(a), (b) それぞれ左巻き風車型波源、右巻き風車型波源を形成した場合の結果である。両方の結果で共通して $l = \pm 22, f = 680 \text{ MHz}$ でピークがある。

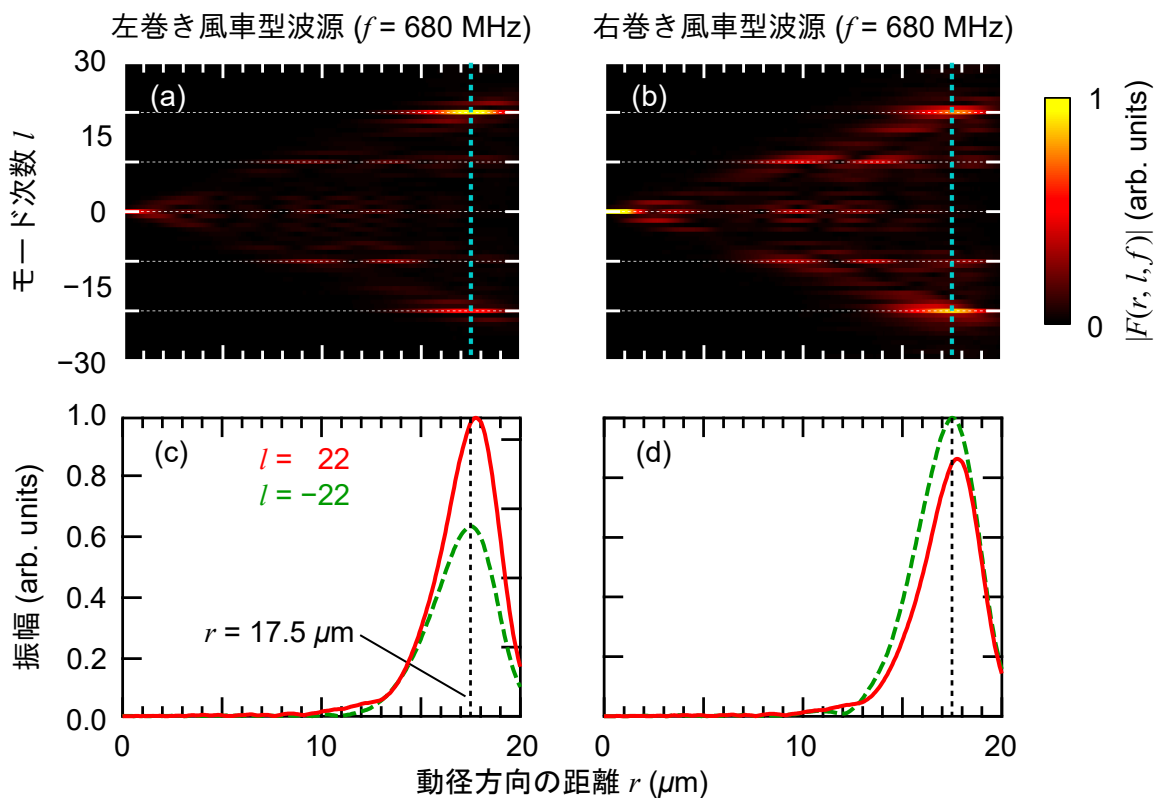


図 2.18 風車型波源を形成した場合の $f = 680 \text{ MHz}$ における振幅絶対値 $|F(r, l, f)|$ の分布。(a), (b) それぞれ左巻き風車型波源、右巻き風車型波源を形成した場合の rl 平面での振幅分布である。(c), (d) それぞれ (a), (b) の結果から $l = \pm 22$ のみを抜き出したグラフである。ただし、強く生じた方のモードの振幅最大値が 1 になるように双方の結果をスケールしている。赤色の実線と緑色の破線はそれぞれ $l = 22, -22$ の成分を示す。(a), (b) の青色の点線と (c), (d) の黒色の点線は $r = 17.5 \mu\text{m}$ を示す。

きな振幅を有する、 $r = 17.5 \mu\text{m}$ の円周上における振幅絶対値 $|F(r, l, f)|$ の分布である。多数の成分が大きな振幅をもっていた円弧型波源の結果とは異なり、 $l = \pm 22$ の成分のみが顕著に現れている。また、 $l = \pm 11$ の成分も生じているが、これはどちらの波源でも $l = \pm 22$ の WGM それぞれに比べると振幅が常に半分程度またはそれ以下と小さい。この成分が比較的大きな振幅を有しているのは風車型波源近傍でのポンプ光照射による強制振動の影響が強く、表 2.1 に含まれていない WGM が生じたわけではないことを断っておく。図 2.18 は $l = \pm 22$ の成分の動径方向の振幅分布である。これらの結果より、特定の回転対称性を有する風車型波源を形成することでこれに対応する特定の WGM のみを強く励起し、かつ、縮退する 2 つの WGM 間に振幅差を与えることができた。また、2 つの WGM の振幅比を正確に反転させることはできなかったが、どちらの WGM を強く励起するかを風車の向きにより制御できた。円弧型波源のときと同様に振幅最大値の比を求めると、左巻き風車型波源では $l = 22$ に対する $l = -22$ の WGM の振幅比は 1:0.55 であり、右巻き風車型波源では 0.86:1 である。尚、上記のように 2 つの円弧型波源、2 つの風車型波源の組のそれぞれで波源の向きを反転させたときに、縮退するすべての WGM の組の振幅比が正確に反転しなかったことは、試料表面におけるポンプ光強度分布の制御が不完全だったことに由来する。すなわち、光学系のミスアライメントや元々のレーザー波面の歪などに由来する。

2.6 考察：WGM 制御実験

前述の実験結果より、円弧型波源や風車型波源のような空間反転対称性の破れた配置・形状の波源を形成することで WGM による音響場のカイラリティを制御できた。11 回回転対称の風車型波源では、観測可能な周波数において、波源と合致する回転対称性を有する $l = \pm 22$ の WGM のみが強く生じ、かつ、これら縮退するモード間で波源の向きに応じた振幅差が生じていた。また、円弧型波源を形成したときは複数の WGM が生じていた。これは波源形状が WGM と合致する特定の回転対称性・周期をもたない円弧型であること、この有限の幅の波源には連続的な様々な波長成分が内包されていることから説明できる。ただし 2.4 節で述べたように、本実験では励起・観測可能な SAW の周波数は限られているゆえ、多数存在する WGM の内、観測に適した周波数の $l = \pm 9, \pm 12, \pm 15, \pm 22$ の成分のみが強く生じていた。これらモードの内、どのモードが強く生じるかは円弧型波源の直径や位置、波源の太さなどの要素が影響する。しかし、試料における SAW と BAW の振る舞いの全てを実験的に観測する術は未だなく、また、構造が複雑ゆえに解析的な取り扱いもできないため、観測した各 WGM が前述の結果のような振幅をもった理由、特に $l = \pm 15$ のみで顕著な振幅差が生じた理由の全容は未解明である。また、円弧型波源・風車型波源を問わず、縮退する WGM 間の振幅差がどのように決まるかも判明していない。これらを調査・検討するためには各層の接合の仕方、すなわち、境界条件を実験的に正確に求め、かつ、それを取り入れたシミュレーションにより BAW や SAW を問わず試料中のすべての音響波の挙動を確認する必要がある。こうして縮退する 2 つの WGM 間の振幅差を決める要素を正確に理解すれば、本実験よりも更に大きな振幅差を与えて特定の WGM を励起可能となることが期待できる。

2.7 シミュレーションによる検証

前述の通り、実験では波源形状の厳密な制御には限界があるため、ここでは時間領域のシミュレーションによって、WGMの振幅比が波源形状によりどのように変化するかを検証する。特に励起できるモードが限られており考察がより簡単な風車型波源に注目する。シミュレーションでは有限要素法による商用のシミュレーションソフト COMSOL Multiphysics®（以降、単に COMSOL と呼ぶ）を用いて、媒質を線形な弾性体と見なした連続体における運動方程式の数値解を求める。尚、シミュレーションの目的は実験結果の再現ではなく、風車型波源の形状と強く生じる WGM の間にどのような関係があるかの検証であるため実験よりも系を単純化した。ここで、実際の試料は多層構造であるが各層間の境界条件を正確に調査・再現することは困難であり、また、計算コストも増大するため試料の寸法を変更した。上記の変更は WGM の分散関係を変えるだけで上記の目的を達成する上で支障はないことを断っておく。

2.7.1 検証内容

単純に強く生じる WGM や、縮退するモード間で振幅差が顕著な WGM について、波源形状との間にどのような関係があるかを確かめるため、羽根 4 枚の風車型波源を形成する。また、波源となる風車の羽根の太さや角度がどう影響するかを検証する。計算に用いる系は Cu 円盤と円柱状の SiO₂ 基板 (fused silica) により構成され、図 2.19 の通りである。系を構成するそれぞれの物質の物性値は、銅の質量密度、縦波と横波の音速それぞれを $8.93 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ 、 $4.76 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$ 、 $2.33 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$ とし、SiO₂ (fused silica) の質量密度、縦波と横波の音速それぞれを $2.21 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ 、 $5.97 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$ 、 $3.76 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$ とする [110]。基板側面と底面は吸収境界とする。図 2.19 のように円盤表面に風車型 (4 つの円弧で構成される) に、表面に垂直な外力を印加して音響波を励起する。外力の大きさは外力印加部で一様とし、時間領域では標準偏差 0.025 ns のガウス関数とする。これにより次数 l が 4 の倍数となる複数の WGM を励起し、その振幅比を確認する。個々の波源形状は、図 2.20 のように波源の角度を定義すると、内側の半径と太さそれぞれが $5 \mu\text{m}$ 、 d で中心角 45° の円弧であ

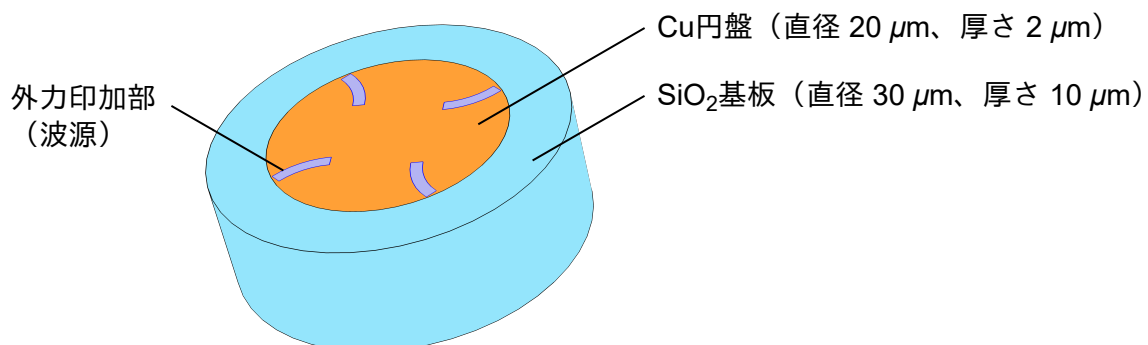


図 2.19 WGM シミュレーションの系。橙色の領域が銅製円盤、水色の領域が円柱状の SiO₂ 基板である。Cu 円盤の直径と厚さはそれぞれ $20 \mu\text{m}$ 、 $2 \mu\text{m}$ であり、SiO₂ 基板の直径と厚さはそれぞれ $30 \mu\text{m}$ 、 $10 \mu\text{m}$ である。円盤表面の紫色の円弧型の 4 個の部分が波源となる。この部分に対し、媒質表面に垂直に外力を印加する。

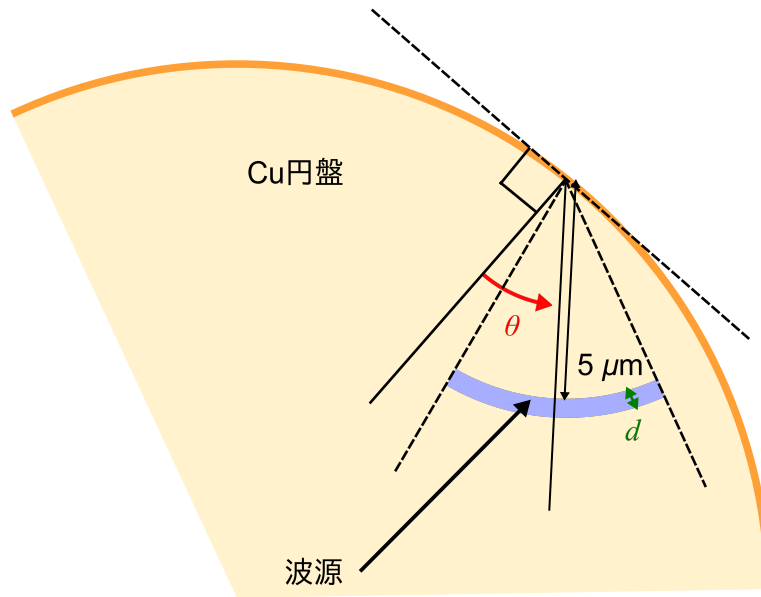


図 2.20 波源の角度の定義。薄い橙色の領域が銅製円盤、薄紫色の領域が波源である。

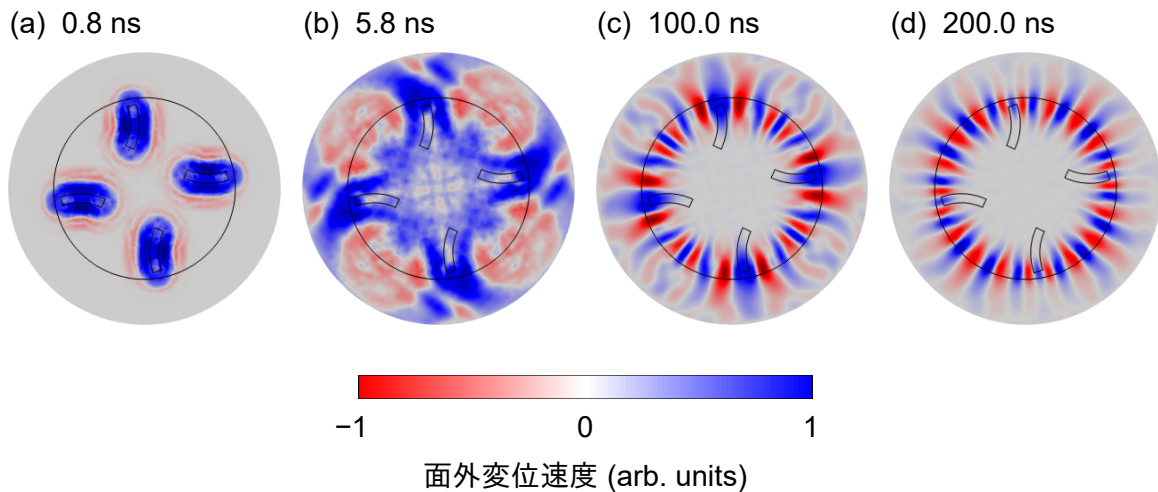


図 2.21 $d = 1.0 \mu\text{m}$, $\theta = 50^\circ$ の場合の媒質表面の面外変位速度の分布。(a)-(d) それぞれ 0.8 ns, 5.8 ns, 100.0 ns, 200.0 ns である。カラースケールは各時刻で適宜変更している。

る。また、波源の角度 θ とする。波源形状がどう WGM の振幅に影響するか確認するため、はじめに $d = 1 \mu\text{m}$, $\theta = 50^\circ$ の場合を計算する。次に θ を固定し $d = 1.5 \mu\text{m}$, $0.5 \mu\text{m}$ とした場合、 d を固定し $\theta = 45^\circ$, 55° とした場合それぞれを計算し比較する。計算はすべて 0 ns から 200 ns の範囲で行い、外力は 0.125 ns に最大となるように 0 ns から印加する。系は一辺が $0.5 \mu\text{m}$ から $3 \mu\text{m}$ の三角柱、およそ計 32000 個で離散化し、Cu 円盤に近いところは細かく、円盤から離れたところは粗く分割した。

2.7.2 検証結果と考察

はじめに $d = 1 \mu\text{m}$, $\theta = 50^\circ$ の場合の波源を形成したときの媒質表面の面外変位速度の分布を、特徴的ないくつかの時刻について表示する (図 2.21 参照)。はじめの内は WGM 以外の音響波による

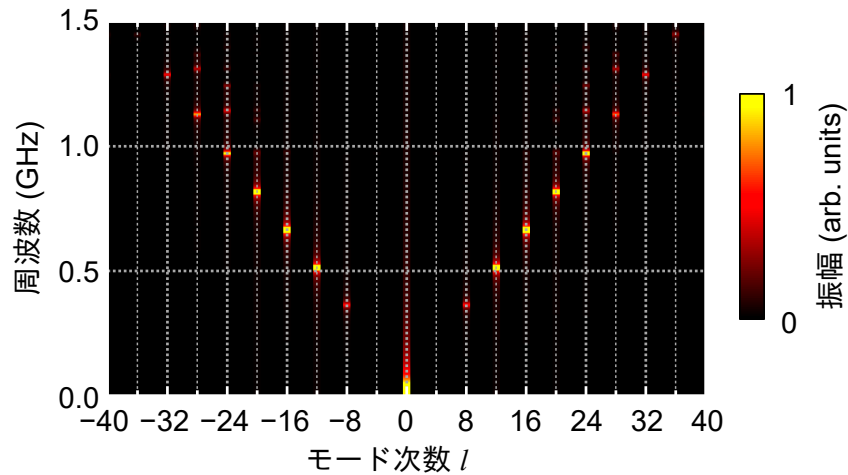


図 2.22 $d = 1.0 \mu\text{m}$, $\theta = 50^\circ$ の場合の円盤の縁上における WGM の振幅分布。方位角方向のモード次数 l が 4 の倍数となる複数の WGM が生じている。

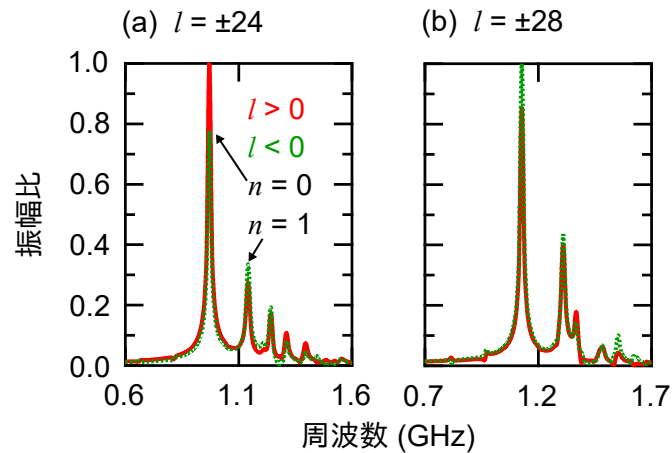


図 2.23 $d = 1.0 \mu\text{m}$, $\theta = 50^\circ$ の場合の縮退するモード間で顕著な振幅差が生じた WGM の周波数スペクトル。(a)-(c) それぞれ $l = \pm 24, \pm 28$ のスペクトルである。赤色の実線が $l > 0$ の、緑色の点線が $l < 0$ の成分を示す。周波数の低いピークから順に動径方向のモード次数 $n = 0, 1, 2, \dots$ である。

成分も見られるが、100 ns 以降はほぼ WGM による音響場のみが生じている。この 100 ns から 200 ns の範囲でシミュレーション結果を解析し、各 WGM の振幅を求める。ただし簡便のため、媒質表面における Cu 円盤の縁上のみで解析を行う。その結果、図 2.22 のように方位角方向のモード次数 l が 4 の倍数となる複数の WGM に由来する振幅分布が得られた。図 2.22 中に見られる、振幅が大きく、かつ、縮退するモード同士で顕著な振幅差がある WGM の周波数スペクトルを図 2.23 に示す。図 2.23 より、縮退するモード間で $l > 0$ と $l < 0$ のどちらの WGM が強く生じるかは周波数により大きく異なり、必ずしも全ての周波数で共通の伝播方向の WGM が強まるわけではない。尚、図 2.22 で大きな振幅をもっていた $n = 0$ かつ $l = \pm 8, \pm 12, \pm 16$ の WGM では縮退するモード間でのそれぞれの振幅差は小さく、強く生じた WGM の振幅の 1 割以下の振幅差しかない。

次に、波源の太さ d を変えた場合の同様の周波数スペクトルを図 2.24 に示す。すべての周波数の WGM の振幅比が $d = 1.0 \mu\text{m}$, $\theta = 50^\circ$ のときと異なる。特徴的な結果の例としては、 $l = 24$ と

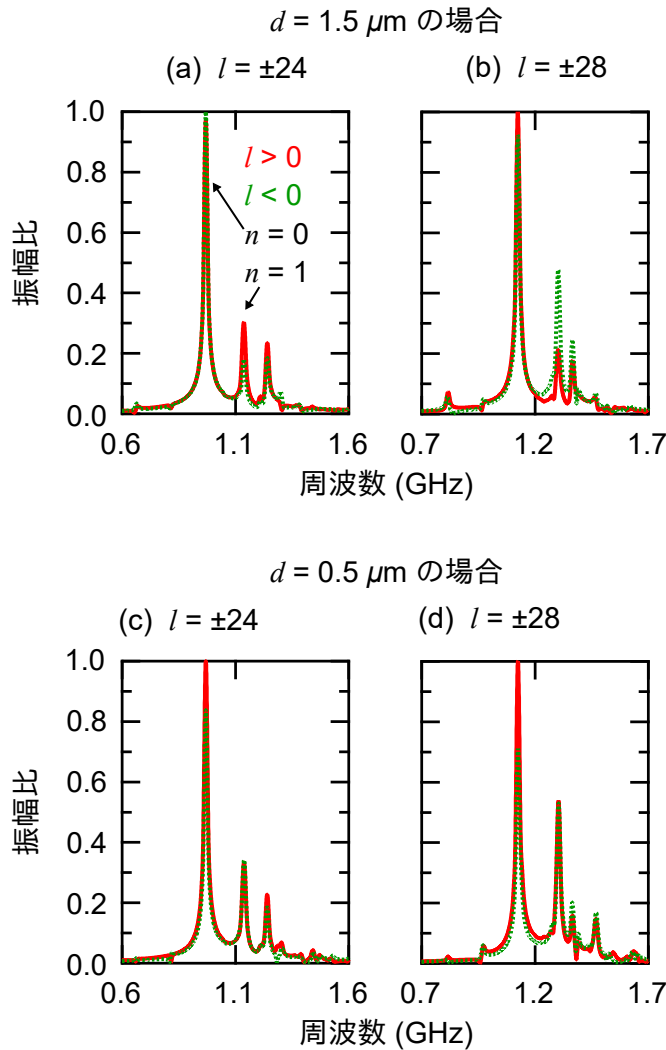


図 2.24 $d = 1.5 \mu\text{m}, \theta = 50^\circ$ と $d = 0.5 \mu\text{m}, \theta = 50^\circ$ の場合の縮退するモード間で顕著な振幅差が生じた WGM の周波数スペクトル。(a), (b) それぞれ $d = 1.5 \mu\text{m}, \theta = 50^\circ$ での $l = \pm 24, \pm 28$ のスペクトルである。赤色の実線が $l > 0$ の、緑色の点線が $l < 0$ の成分を示す。周波数の低いピークから順に動径方向のモード次数 $n = 0, 1, 2, \dots$ である。(c), (d) それぞれ $d = 0.5 \mu\text{m}, \theta = 50^\circ$ での同様の結果である。

$l = -24$ の WGM のどちらが大きな振幅を有するかが波源の太さ次第で変化している。また、 $l = \pm 28$ では $d = 1.5 \mu\text{m}$ のときは $n = 1$ の高次の WGM で顕著な振幅差が生じている。しかし、 $d = 0.5 \mu\text{m}$ のときは $(l, n) = (\pm 28, 1)$ の WGM はどちらも同程度の振幅を有しており、 $(l, n) = (\pm 28, 0)$ の方が顕著に振幅差がついている。

波源の角度 θ を変えた場合の同様の周波数スペクトルを図 2.25 に示す。図 2.25 より、 $\theta = 45^\circ$ ではその他の結果よりも $n = 1$ の高次の WGM が大きな振幅を有している。また、 $\theta = 55^\circ$ のときの $l = \pm 28$ の成分では、 $n = 0$ の WGM で顕著な振幅差が生じ、かつ、 $n > 0$ の高次モードは小さな振幅しか有していない。

以上、それぞれの結果から、どのような形状の波源で左右のどちらに周回する WGM が強まるかは、波源の太さや角度に応じて容易に変化することが確認できた。また、上記シミュレーションにより、媒質形状の詳細は実験とシミュレーションで異なるものの、反転対称性の破れた形状・配置の波

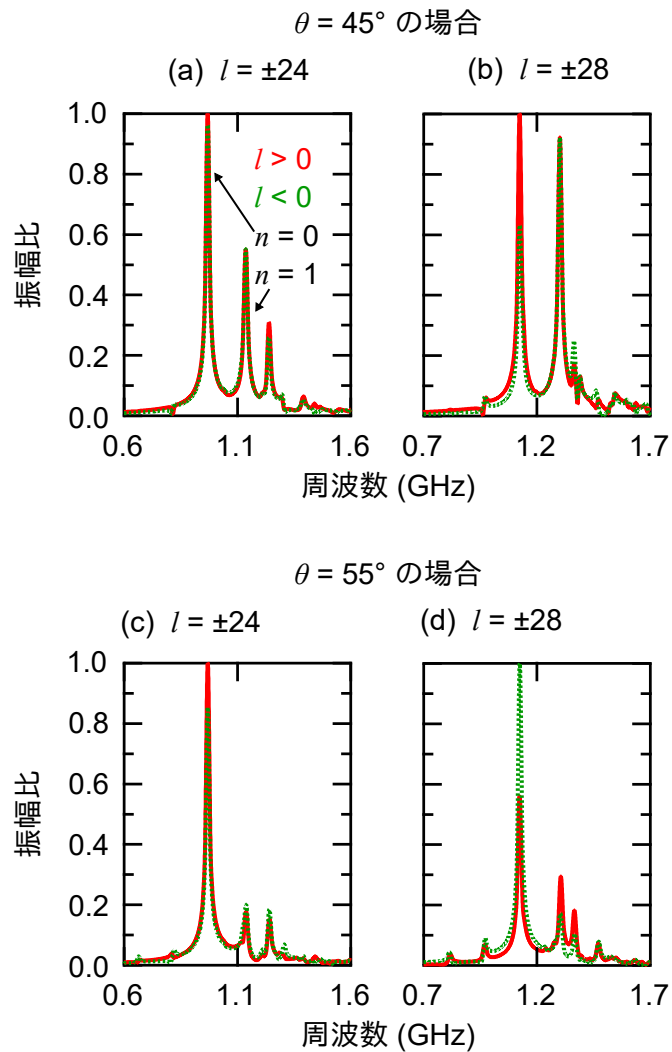


図 2.25 $d = 1.0 \mu\text{m}$, $\theta = 45^\circ$ と $d = 1.0 \mu\text{m}$, $\theta = 55^\circ$ の場合の縮退するモード間で顕著な振幅差が生じた WGM の周波数スペクトル。(a), (b) それぞれ $d = 1.0 \mu\text{m}$, $\theta = 45^\circ$ での $l = \pm 24, \pm 28$ のスペクトルである。赤色の実線が $l > 0$ の、緑色の点線が $l < 0$ の成分を示す。周波数の低いピークから順に動径方向のモード次数 $n = 0, 1, 2, \dots$ である。(c), (d) それぞれ $d = 1.0 \mu\text{m}$, $\theta = 55^\circ$ での同様の結果である。

源を形成することで縮退する WGM 間に振幅差を与えるというカイラリティ制御手法の原理検証と正当性の確認も行えた。

第3章

kHz 帯完全バンドギャップを有する音響メタマテリアル梁

本章では、単一材料により構成され、かつ、特定の周波数帯で一切の伝播モードが生じない、すなわち、完全バンドギャップを有する新奇の音響メタマテリアル梁を設計しこれを検証する。3.1 節では本研究で設計した共振器の構造とその固有モードの振る舞いについて、3.2 節と 3.3 節ではこの音響メタマテリアル梁の分散関係や、構造各部へのエネルギー局在の様子に関するシミュレーション結果について述べる。3.4 節と 3.5 節それぞれでは当該構造が音を遮蔽する様子の実験・シミュレーション結果について記し、以降の節では各結果について考察する。

3.1 4重共振メタマテリアル単位構造

1.2.4 項に示したように矩形断面の梁を伝わる音響波は最低次のモードとして4つ、すなわち、圧縮波、面内曲げ波、面外曲げ波、捻り波が存在し、これらは互いに異なる対称性を有する。また、1.2.6 節で述べたように音響メタマテリアルでこれらモードを遮蔽するには、各モードとカップルした共振を示す共振器を梁に取り付ける必要がある。梁に何らかの構造を設けたとき、それが梁の幅方向、厚さ方向でともに対称的であれば上記の4モードは相互作用しない。ゆえに、幅・厚さ方向に対称的な形の共振器により4モードを遮蔽するには、梁を伝わる各モードとカップルする別個の4種類の共振モードが必要となる。本節では、この要件を満たし1kHz近傍で4通りの共振モードを示す共振器の構造とその共振モードについて報告する。尚、以降では上記の4つの共振モードと梁を伝わる音響モードを対比する際は区別のために前者を局所共振モード、後者を伝播モードとする。また、梁のどの伝播モードとカップルするかを明確にするため、それぞれの局所共振モードを梁の伝播モードになぞらえて圧縮モード、面内曲げモード、面外曲げモード、捻りモードと呼ぶ。

提案する音響メタマテリアル梁はマシニングセンターを用いてジュラルミン板 (A2017) に周期的に複数の貫通穴を空けて作製する。板の厚さ 8.0 mm、横幅 80.0 mm、単位構造の繰り返し長 80.0 mm である。穴の形状は厚さ方向に一様である。実際の梁の写真と単位構造の寸法をそれぞれ図 3.1 と図 3.2 に示す。尚、図 3.2 で 23 個の数値を記しているが当該構造を一意的に定めるには 21 個あれば十分であり、ここでは見やすさを優先して余分に載せている。この単位構造は正方形の外枠部分と T 字型・U 字型のリブ、H 字型のピースにより構成される。それぞれのリブは複数の互いに直交する腕の組となっている。これらの腕は図 3.3(a)-3.3(d) のように、各音響モードの支配的な変位方向

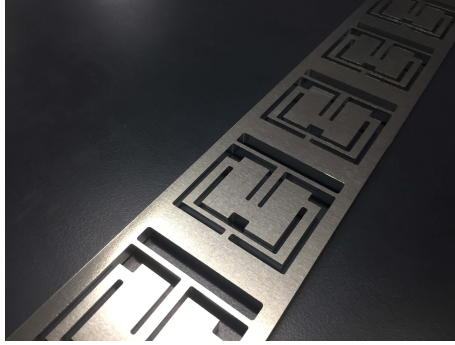


図 3.1 メタマテリアル梁の写真。ジュラルミン板を切削加工して作製した。

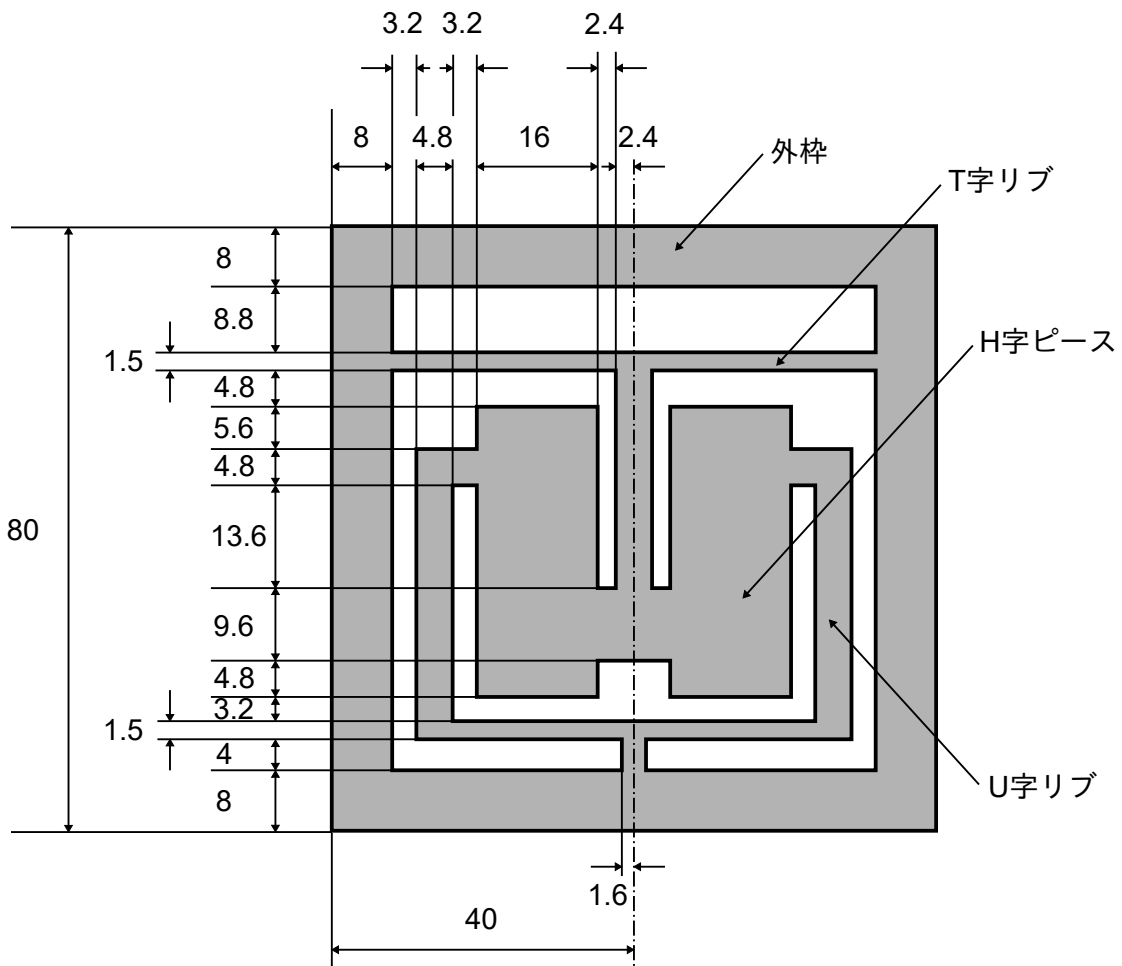


図 3.2 メタマテリアル梁の単位構造の寸法と各部の名称。単位構造は正方形の外枠部分と T 字型・U 字型のリブ、H 字型のピースにより構成される。

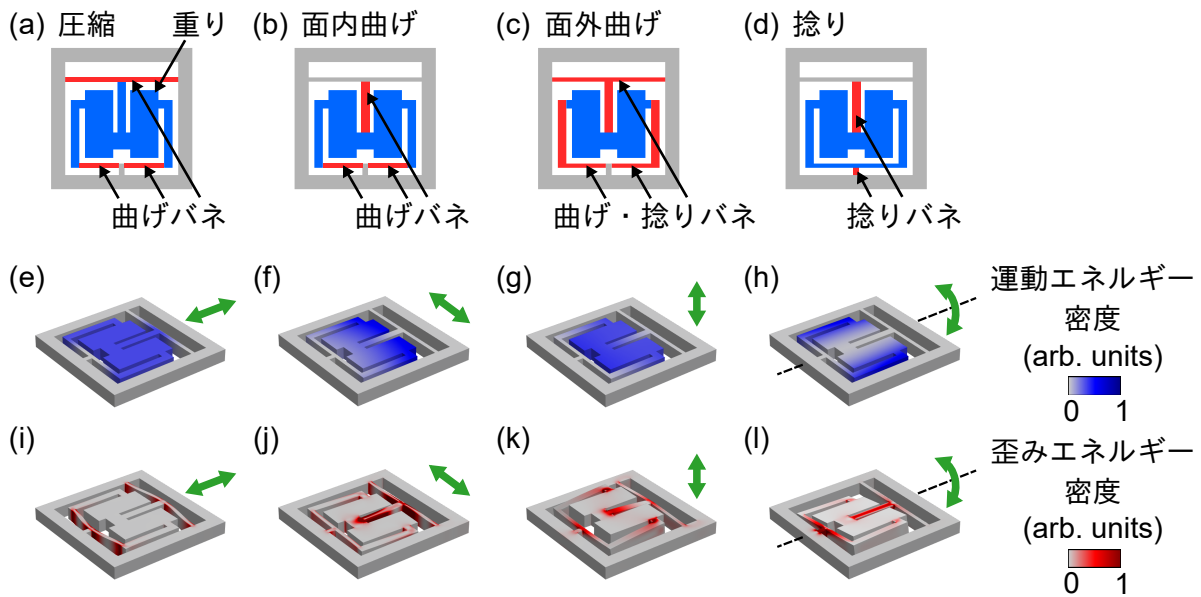


図 3.3 各共振モードにおける各部の役割と変形・エネルギー分布の様子。(a)-(d) 圧縮モード、面内曲げモード、面外曲げモード、捻りモードそれぞれにおける構造各部の役割。青色部分が重り役、赤色部分がバネ役となる。その他の灰色部分には特定の役割はない。(e)-(h) 圧縮モード、面内曲げモード、面外曲げモード、捻りモードそれぞれにおける運動エネルギーの分布。(i)-(l) 同モードにおける歪みエネルギーの分布と変形の様子。各エネルギーの分布がわかりやすいように (e)-(h) と (i)-(l) では各共振モードの位相を変えて表示している。緑色の矢印は各モードにおける重り役の部分の支配的な変位方向を示す。

と垂直に伸びた一部の腕のみがバネ役として大きく歪み、残りの腕と H 字ピースは一体となり、あまり歪まずに重り役として振動することを狙って設計している。ただし、一部のモードでは当初の予想とは異なる挙動をし、これにより後述の共振モードや完全バンドギャップを発現している。この議論については次節を参照されたい。

梁の長手方向に垂直な 2 つの端面を固定端としてこの単位構造の局所共振モードを COMSOL の有限要素法シミュレーションにより求めると、梁の 4 つの伝播モードと同じ対称性それぞれの最低次の局所共振モードは図 3.3(e)-3.3(l) のようになる。共振周波数はそれぞれ圧縮モード 0.91 kHz、面内曲げモード 0.99 kHz、面外曲げモード 1.01 kHz、捻りモード 0.98 kHz である。ここで計算に用いる物性値は質量密度、縦波・横波の音速がそれぞれ $2.79 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ 、 $6.32 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$ 、 $3.13 \times 10^3 \text{ m s}^{-1}$ とした [110]。また、梁の幅方向と厚さ方向の対称性を考慮してモード毎に対応する対称条件を課し、計算には単位構造の 4 分の 1 の領域のみを用いた。計算時にはこの領域は約 8500 個の三角柱状の要素で離散化しており、一辺の長さは最大、最小それぞれ約 2 mm、0.7 mm である。細い腕の部分など、応力が集中する部分ほど細かく離散化している。この単位構造の離散化の条件はどのシミュレーションでも同じである。図 3.3(e)-3.3(l) より各モードの変位の挙動は次の通りである。圧縮モードでは内部の重り役の部分の梁の長手方向に沿って動き、バネ役の腕が曲げ振動している。面内曲げモードでは内部の重り役の部分の梁の幅方向に首を振るように振動している。面外曲げモードでは内部の重り役の部分の梁の厚さ方向に振動し、各腕は厚さ方向に曲がる、または捻れながら曲がっている。捻れモードでは梁の長手方向を軸に内部の重り役の部分が回転し、バネ役とした 2 本の腕が

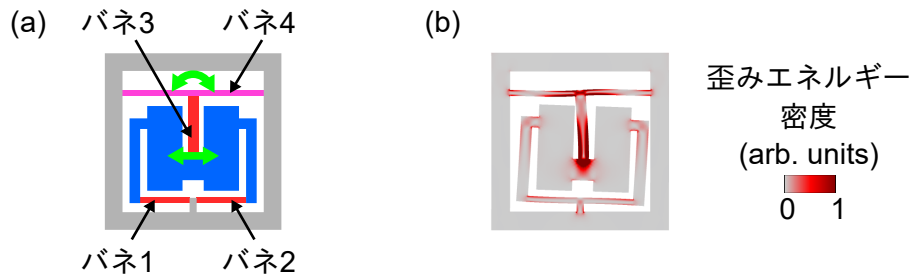


図 3.4 面内曲げモードにおいてバネのように振る舞う部位。(a) バネのように振る舞う部位の模式図。赤色のバネ 1, 2, 3 は当初からバネとして機能すると想定していた部位であり、桃色のバネ 4 は想定外にバネ役として機能した部位。バネ 4 以外の部位の色は図 3.3(b) と同様である。黄緑色の 2 本の矢印はそれぞれバネ 3 の支配的な変位の方向、バネ 4 の支配的な変位の方向を示す。バネ 4 は面内で回るように捻れる振動をする。(b) シミュレーションにより求めた面内曲げモードの変形の様子 of 俯瞰図。

捻れている。また図 3.3(e)-3.3(i) より、それぞれの共振モードにて、重り役とバネ役になることを意図した部位それぞれに実際に運動エネルギー、歪みエネルギーが集中している。ただし、面内曲げモードのみ図 3.3(b) でバネ役としていない腕 (図 3.4 参照) も大きな歪みエネルギーを擁している。以降、3.4(a) のように面内曲げモードの議論において各バネの区別をする際は、設計時にバネ役としていたものをバネ 1, 2, 3、設計時にはバネ役としていないが実際にはバネのように歪んでいる部位をバネ 4 とする。運動エネルギーと歪みエネルギーの分布を定量的に理解するため、モードごと、部位ごとの各エネルギー分布と体積それぞれの割合を表 3.1 に記す^{*1}。図 3.3 と表 3.1 より、面内曲げ以外の 3 モードでは設計通りに重り役・バネ役とした部位にそれぞれ運動エネルギー・歪みエネルギーが集中しており、これら部位における各エネルギー分布の比は同部位の体積比と比べ明らかに大きい。また、面内曲げモードでも設計通り重り役とした部位に運動エネルギーが集中している。尚、各モードの重り役とした部位にも全体の 2 割から 3 割程度の歪みエネルギーが存在しているが、これらは図 3.3(i)-3.3(l) の通りバネ役の部位との境界近傍の寄与が大きく重り役の部位全体が大きく歪んでいるわけではない。

3.2 分散関係と完全バンドギャップ

前節で述べた共振器を周期的に並べて音響メタマテリアル梁としたとき、その分散関係をシミュレーションにより求めると図 3.5 のようになる。ここで、単位構造に固定端の境界条件ではなく Floquet の周期境界条件を課して計算した以外はシミュレーションの条件は前節と同様である。図 3.5 より、前節で求めた各局所共振モードの固有周波数の近傍を下端として、それぞれに対応する梁の伝播モードのバンドギャップが開いている。また、各モードのバンドギャップが 0.97 kHz から 1.09 kHz の範囲で全て重なり完全バンドギャップを形成している。4 モードの内捻りモードのバンドギャップが最も狭く、当該構造では完全バンドギャップの幅は捻りモードのギャップ幅と一致している。これらのバンドギャップの周波数帯では梁に沿って伝わろうとする音響波は波数の虚部に有限

*1 四捨五入して小数点第 2 位までを表示しているため 0 となっている部位にも実際には運動エネルギーと歪みエネルギーが存在する。また、同様の理由により各部の比の和が 1 にならない場合もある。以降の類似の表も同様である。

表 3.1 各局所共振モードにおける各部位の体積比とエネルギー分布。エネルギー分布は構造中の全運動エネルギー・全歪みエネルギーに対し各部（図 3.3、図 3.4 の重り、バネ、その他）が擁するそれぞれのエネルギーの比。

モード	部位	運動エネルギー比	歪みエネルギー比	体積比
圧縮	重り	0.95	0.17	0.42
	バネ	0.05	0.73	0.06
	その他	0.00	0.10	0.52
面内曲げ	重り	0.96	0.24	0.39
	バネ 1, 2, 3	0.03	0.57	0.06
	バネ 4	0.00	0.20	0.03
	その他	0.00	0.02	0.52
面外曲げ	重り	0.83	0.29	0.30
	バネ	0.17	0.61	0.17
	その他	0.00	0.09	0.52
捻り	重り	1.00	0.31	0.41
	バネ	0.00	0.57	0.03
	その他	0.00	0.12	0.55

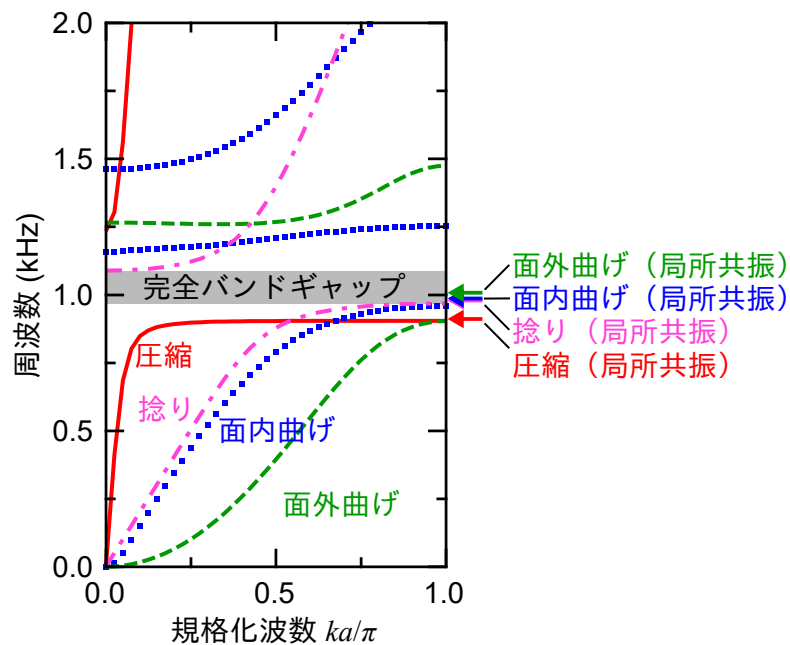


図 3.5 メタマテリアル梁の分散関係。実線（赤色）が圧縮モード、点線（青色）が面内曲げモード、破線（緑色）が面外曲げモード、一点鎖線（桃色）が捻りモードを示す。灰色の領域が完全バンドギャップである。横軸の k, a はそれぞれ波数、格子定数であり $a = 80.0 \text{ mm}$ である。グラフ右側の矢印は各伝播モードと対応する局所共振モードの周波数を示す。

の値をもち、波源（加振した箇所）からの距離に応じて指数関数的に減衰する。したがって完全バンドギャップ内の周波数では、梁に加えたあらゆる音響的な擾乱は波として伝わることなく、波源近傍の共振器によりトラップされる。

次に、これらバンドギャップの下端にある伝播モードの挙動、すなわち、分散関係の最低次の4モードのブリルアンゾーン端における挙動が前節で求めたひとつの単位構造の局所共振モードと同様であるかを確認する。該当する4つの伝播モードの変形と運動エネルギー・歪みエネルギー分布の様子を図3.6に示す。図3.6より、変形の仕方と各エネルギーの分布はこれら伝播モードと前節の局所共振モードではほぼ同様である。ただし、面内曲げ・面外曲げの伝播モードでは局所共振モードと異なり、単位構造の外枠部分にも歪みエネルギーが多く分布している。これを定量的に理解するため、また、伝播モードと局所共振モードのより詳細な比較のため、上記の4通りの伝播モードについて各部位の運動エネルギー・歪みエネルギーの分布の比を表3.2に記す。表3.2より、圧縮・捻りの伝播モードでは局所共振モードと同様に運動エネルギー・歪みエネルギーが分布している。これに対し面内曲げ・面外曲げの伝播モードでは局所共振モードの場合よりも、「その他」の部位に運動エネルギー・歪みエネルギーが多く分布している。その分、重り役の部位の運動エネルギーとバネ役の部位（面外曲げモードではバネ1から4までの全て）の歪みエネルギーの比が減少している。特に面外曲げモードでこれが顕著である。以上より、エネルギー分布の観点から局所共振モードと伝播モードを比較すると、圧縮モード・捻りモードでは差が小さく2種の曲げモードでは明確な差が生じている。

次に、このバンドギャップが開く周波数やギャップ幅が構造にどう依存するかを調査する。しかし前述の通り、当該構造を一意的に定めるためには21個のパラメーターが必要であり全パラメーターの4モードに対する影響を列挙しては内容が繁雑になる。また、当該構造は複数のモードを制御しており、モード毎に共振周波数などの構造への依存性も異なるため結果は複雑となる。これらの点を考慮し、ここでは4つ全ての局所共振モードの固有周波数への影響が小さい、外枠の厚さ（図3.7参照）の2個のパラメーター t_a, t_h (a: axial, h: horizontal) のみの影響をまとめる。1.2.5項より、標準的な音響メタマテリアルであれば基本的には媒質内の微小共振器の共振周波数近傍でギャップが開き、内部の重りが占める媒質中の質量比が大きいほどギャップ幅も大きくなりやすい。本研究の音響メタマ

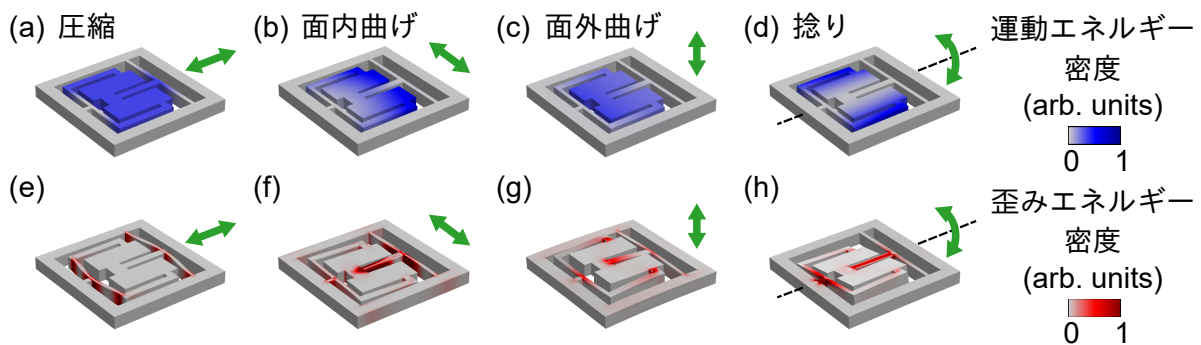


図3.6 各伝播モードにおける変形・エネルギー分布の様子。(a)-(d)圧縮モード、面内曲げモード、面外曲げモード、捻りモードそれぞれにおける運動エネルギーの分布。(e)-(h)同モードにおける歪みエネルギーの分布と変形の様子。各エネルギーの分布がわかりやすいように(a)-(d)と(e)-(h)では各共振モードの位相を変えて表示している。緑色の矢印は各モードにおける重り役の部位の支配的な変位方向を示す。

表 3.2 各伝播モードにおける各部位のエネルギー分布。構造中の全運動エネルギー・全歪みエネルギーに対し各部（図 3.3、図 3.4 の重り、バネ、その他）が擁するそれぞれのエネルギーの比。各エネルギー右側の括弧内の値は対応する局所共振モードとの差。

モード	部位	運動エネルギー比	歪みエネルギー比
圧縮	重り	0.95 (0.00)	0.16 (-0.01)
	バネ	0.05 (0.00)	0.73 (-0.01)
	その他	0.00 (0.00)	0.11 (0.01)
面内曲げ	重り	0.95 (-0.02)	0.20 (-0.03)
	バネ 1, 2, 3	0.04 (0.00)	0.57 (0.00)
	バネ 4	0.00 (0.00)	0.12 (-0.05)
	その他	0.02 (0.02)	0.11 (0.08)
面外曲げ	重り	0.79 (-0.04)	0.24 (-0.05)
	バネ	0.18 (0.02)	0.48 (-0.13)
	その他	0.02 (0.02)	0.28 (0.19)
捻り	重り	1.00 (0.00)	0.29 (-0.02)
	バネ	0.00 (0.00)	0.56 (0.00)
	その他	0.00 (0.00)	0.14 (0.02)

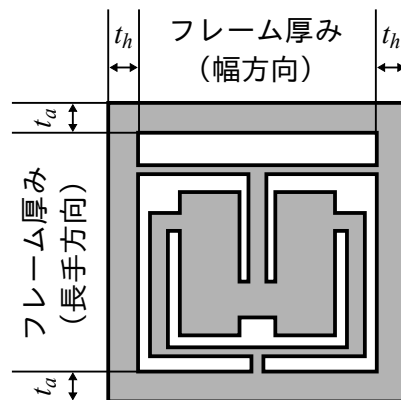


図 3.7 メタマテリアル梁の外枠部分の厚み変数。梁の長手方向と幅方向の厚みをそれぞれ t_a, t_h とする。

テリアル梁が標準的な音響メタマテリアル同様の挙動を示すならば、外枠の厚さはギャップ幅に強く影響するものの、ギャップ下端の周波数にはあまり影響しないことが予想される。

シミュレーションにより t_a, t_h を片方ずつ変更したとき音響メタマテリアル梁のバンドギャップは図 3.8 のように変化した。また、比較のため局所共振モードの固有周波数の t_a, t_h 依存性も図 3.8 に記す。これらの結果より、パラメーターの変更範囲内において、圧縮モードと捻りモードのギャップ下端の周波数と局所共振モードの周波数は常にほぼ等しい。面内曲げモードの t_a を変更したときの挙動もこれらと同様である。しかし、 t_h を変更した時の面内曲げモード及び t_a, t_h どちらを変更した時の面外曲げモードも、局所共振モードの周波数はほぼ一定ながら対応するバンドギャップの下端周波数は大きく変化している。ギャップ上端の周波数やギャップ幅については明らかにどのモードも

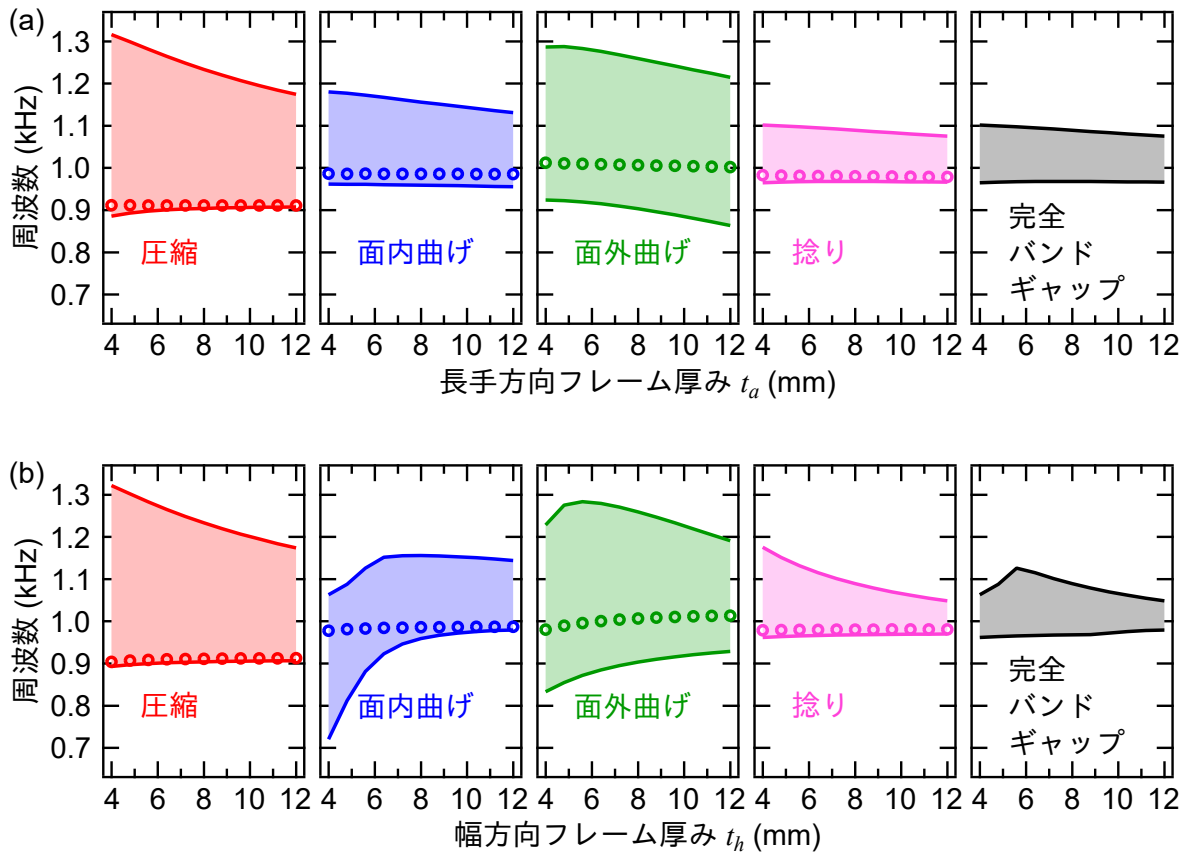


図 3.8 局所共振モードの周波数とバンドギャップの t_a, t_h 依存性。(a) t_a 依存性。(b) t_h 依存性。 t_a, t_h ともに初期値（前述の各シミュレーションで使用した値）は 8.0 mm である。実線が各バンドギャップのギャップ端、網掛け部分がバンドギャップの帯域、丸印が対応する局所共振モードの周波数を示す。

t_a, t_h に依存している。

図 3.8 を見ると面内曲げモードと面外曲げモードでは t_h の増加に対しバンドギャップ上端の周波数が増加するか減少するかが $t_h = 6$ mm 近傍を境に逆転している。これより、 t_h が 6 mm より大きいかな否かで面内・面外曲げモードの挙動が大きく変わっていることが推察できる。これを確かめるため $t_h = 4$ mm の場合に局所共振モードと、ブリルアンゾーン端における最低次の伝播モードについて単位構造中の運動エネルギー・歪みエネルギーの分布を調べ $t_h = 8$ mm の結果（表 3.1 と表 3.2）と比較する。局所共振モードの結果を表 3.3 に伝播モードの結果を表 3.4 に示す。表 3.1 と表 3.2 より、 t_h を変えても 4 つの局所共振モード全てで各部位における運動エネルギー・歪みエネルギーの分布は同様である。しかし表 3.4 より、面内・面外曲げ伝播モードでは $t_h = 4$ mm のときに「その他」の部位に多くの運動エネルギー・歪みエネルギーが分布している。これは $t_h = 8$ mm の結果（表 3.2）とは大きく異なり、面内・面外曲げ伝播モードでは t_h の値によりその挙動が大きく変化することが確認できる。特に面内曲げモードでこの違いが顕著である。ただし、ここで t_a, t_h を変更した範囲内では常に完全バンドギャップが存在しており、1 kHz 近傍のあらゆる音響モードの伝播を抑止可能なままとっていた。

表 3.3 各局所共振モードにおける各部位のエネルギー分布 ($t_h = 4 \text{ mm}$)。構造中の全運動エネルギー・全歪みエネルギーに対し各部 (図 3.3、図 3.4 の重り、バネ、その他) が擁するそれぞれのエネルギーの比。

モード	部位	運動エネルギー比	歪みエネルギー比
圧縮	重り	0.95	0.17
	バネ	0.05	0.72
	その他	0.00	0.11
面内曲げ	重り	0.96	0.23
	バネ 1, 2, 3	0.03	0.56
	バネ 4	0.00	0.17
	その他	0.00	0.04
面外曲げ	重り	0.82	0.27
	バネ	0.17	0.61
	その他	0.00	0.11
捻り	重り	1.00	0.31
	バネ	0.00	0.57
	その他	0.00	0.12

表 3.4 各伝播モードにおける各部位のエネルギー分布 ($t_h = 4 \text{ mm}$)。構造中の全運動エネルギー・全歪みエネルギーに対し各部 (図 3.3、図 3.4 の重り、バネ、その他) が擁するそれぞれのエネルギーの比。

モード	部位	運動エネルギー比	歪みエネルギー比
圧縮	重り	0.95 (0.00)	0.16 (-0.01)
	バネ	0.05 (0.00)	0.70 (-0.02)
	その他	0.00 (0.00)	0.14 (0.02)
面内曲げ	重り	0.58 (-0.38)	0.05 (-0.18)
	バネ 1, 2, 3	0.05 (0.02)	0.30 (-0.26)
	バネ 4	0.03 (0.03)	0.05 (-0.13)
	その他	0.34 (0.34)	0.60 (0.56)
面外曲げ	重り	0.77 (-0.06)	0.20 (-0.07)
	バネ	0.20 (0.02)	0.43 (-0.18)
	その他	0.04 (0.04)	0.37 (0.25)
捻り	重り	1.00 (0.00)	0.28 (-0.03)
	バネ	0.00 (0.00)	0.56 (0.00)
	その他	0.00 (0.00)	0.15 (0.03)

3.3 エネルギー分布の周波数依存性

3.1 節や 3.2 節にて単位構造中の重り役、バネ役それぞれの部位に運動エネルギー、歪みエネルギーそれぞれが集中しながら振動していることを示した。ここでは、上記のようなエネルギー分布の仕方が共振やバンドギャップの形成と関わりのある現象かどうかを確認するため、シミュレーションによりエネルギー分布の周波数依存性を調べる。シミュレーションは単一周波数ごとに行い、5 Hz から 1500 Hz までを 5 Hz ごとに計算する。計算する領域は前節までと同様に単位構造の 4 分の 1 のみとする。また、この領域の離散化の仕方も同様である。シミュレーションはモードごとで計 4 通り行い、どのモードでも梁の長手方向に垂直な単位構造の 2 枚の端面に単一周波数の外力を印加して各モードに応じた振動を起こす。外力のかけ方はモードごとに異なり、圧縮モードでは梁の長手方向に平行な力を上記 2 枚の端面に一樣に印加し、単位構造を梁の長手方向に沿って並進振動させる。面内曲げモードでは同面に対し梁の幅方向に一樣に力を加え、単位構造を梁の幅方向に並進振動させる。面外曲げモードでは梁の厚さ方向に力を一樣に加える。捻りモードでは単位構造が梁の長手方向に平行な回転軸をもち、かつ、この回転軸が単位構造の中心を通って回るように、2 枚の端面に等しく長手方向のトルクをかける。このとき、各モードの各部位における運動エネルギー・歪みエネルギーの分布は図 3.9 のようになる*2。図 3.9 より、どのモードでもバンドギャップの下端周波数の近傍、すなわち、単位構造の共振周波数の近傍にて重り役の部位に分布する運動エネルギーの比が極大値を取っている。これより、重り役の部位への運動エネルギーの集中は周波数に依存し、共振周波数の付近で顕著な振る舞いだとわかる。これに対し、バンドギャップ上端の周波数近傍では全モードに共通の特徴は見られない。一部のモードに限定すると、圧縮モードと面外曲げモードではギャップ上端の周波数近傍にて重り役とバネ役の部位の運動エネルギー比の大小が逆転している。また、面内曲げモードと面外曲げモードではギャップ上端の周波数近傍にてバネ役の部位（面内曲げモードではバネ 1, 2, 3 の和）に分布する歪みエネルギーの比が極大値を取る。しかし、捻りモードではバネ役の部位にある歪みエネルギーの比が極大値を取るのはバンドギャップの中心近傍であり、運動エネルギーの分布についても特筆すべき振る舞いはない。広範な周波数帯について見ると、高い周波数ほど各エネルギー分布の振る舞いは複雑になるが、0 Hz から各モードのバンドギャップ上端までの周波数では常に重り役・バネ役それぞれの部位が多く運動エネルギー・歪みエネルギーをもち、各部はほぼ当初の狙い通りに機能しているとわかる。

3.4 音響メタマテリアル梁の音響波の減衰特性（実験）

本節では、有限長の音響メタマテリアル梁を用いて実際に各モードの音響波の伝播が抑止できるかを実験により確認する。初めに実験条件について説明し、その後に実験結果を記す。

3.4.1 実験条件

試料は 10 ユニットからなる全長 80.0 cm の音響メタマテリアル梁である（図 3.10 参照）。マシ

*2 各モードの 2 番目のバンドギャップは完全バンドギャップとは関係がないため、また、図の煩雑さを避けるため、図 3.9 では当該バンドギャップ端を示す破線は省略している。以降の類似の図でも同様である。

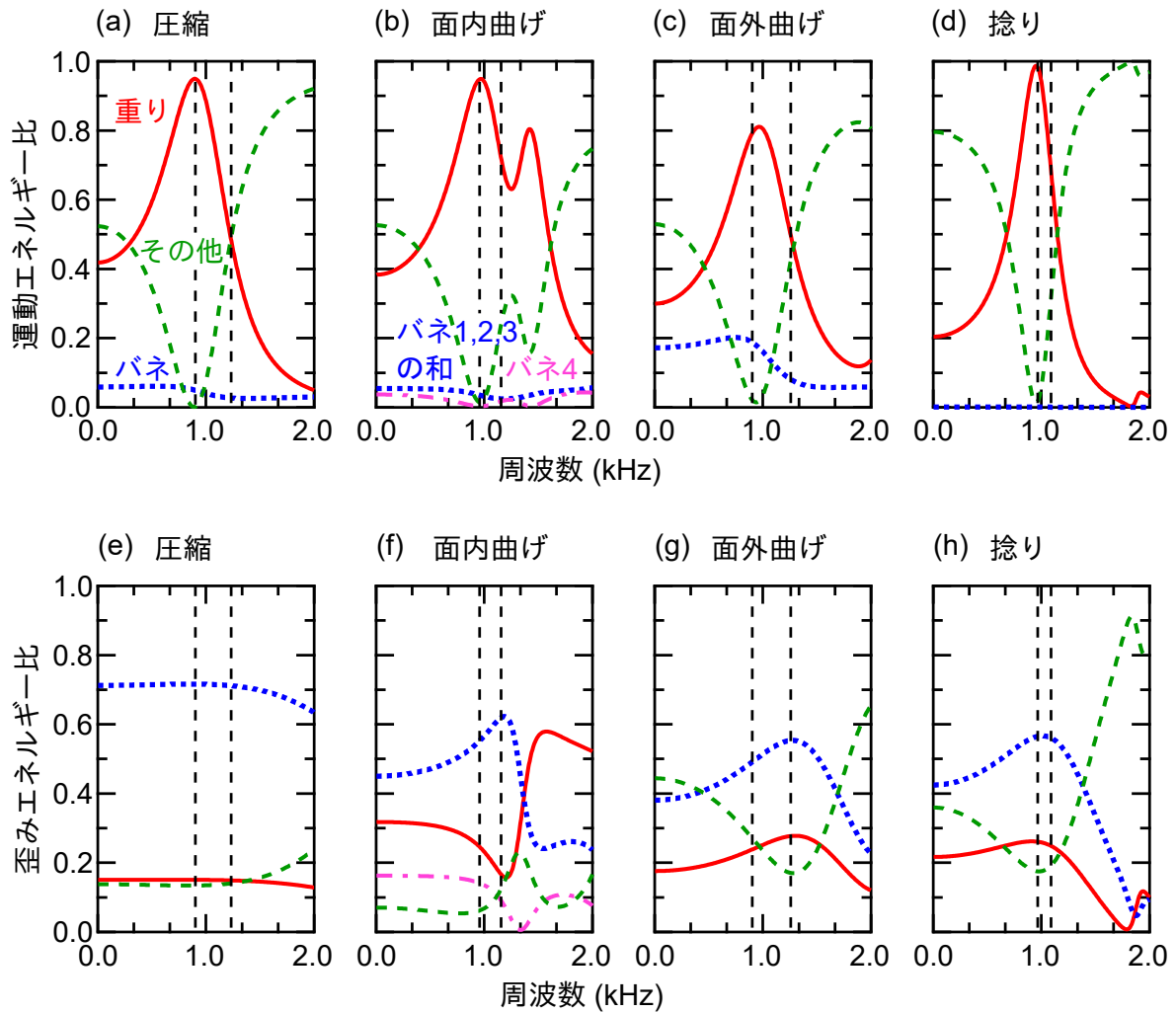


図 3.9 モードごとの各部の運動エネルギー・歪みエネルギーの分布。(a)-(d) 圧縮モード、面内曲げモード、面外曲げモード、捻りモードそれぞれにおける各部の運動エネルギーの分布。(e)-(h) 同様のモードごとと部位ごとの歪みエネルギーの分布。面内曲げモード以外の 3 モードのグラフ (b), (f) 以外) では赤色の実線が重り役の部位、青色の点線がバネ役の部位、緑色の破線がその他の部位を示す。面内曲げモード (b), (f) では青い点線がバネ 1, 2, 3 の和、桃色の一点鎖線がバネ 4 を示す。赤色の実線と緑色の破線は他モードのグラフと同様にそれぞれ重り役の部位とその他の部位を示す。各グラフの縦方向の黒色の破線は対応する伝播モードのギャップ端の周波数を示す。

ニングセンターによりジュラルミン板を切削加工して作製した。図 3.10(a) のように試料は釣り糸で吊るしている。また、図 3.10(b)-3.10(e) のように梁の端の一方（入力側）には加振用の圧電振動板 1 枚（村田製作所、7BB-41-2L0）と振動検出用の 3 軸加速度センサー 2 個（富士セラミックス、SA12ZSCA。以降、単に加速度センサーとする）を貼り付ける。他方（出力側）には加速度センサー 2 個のみを貼り付ける。これにより、シミュレーションで予測されるバンドギャップの周波数帯では、入力側で励起した振動が出力側に伝わらないことを実験的に確認する。尚、圧電振動板は円盤状で直径と厚さそれぞれ 41 mm, 0.4 mm の真鍮板の上に、厚さの和が 0.23 mm となるよう圧電セラミックス（直径 25 mm）と銀電極の円盤（直径 23 mm）が乗った構造をしている。圧電振動板の質量はリー

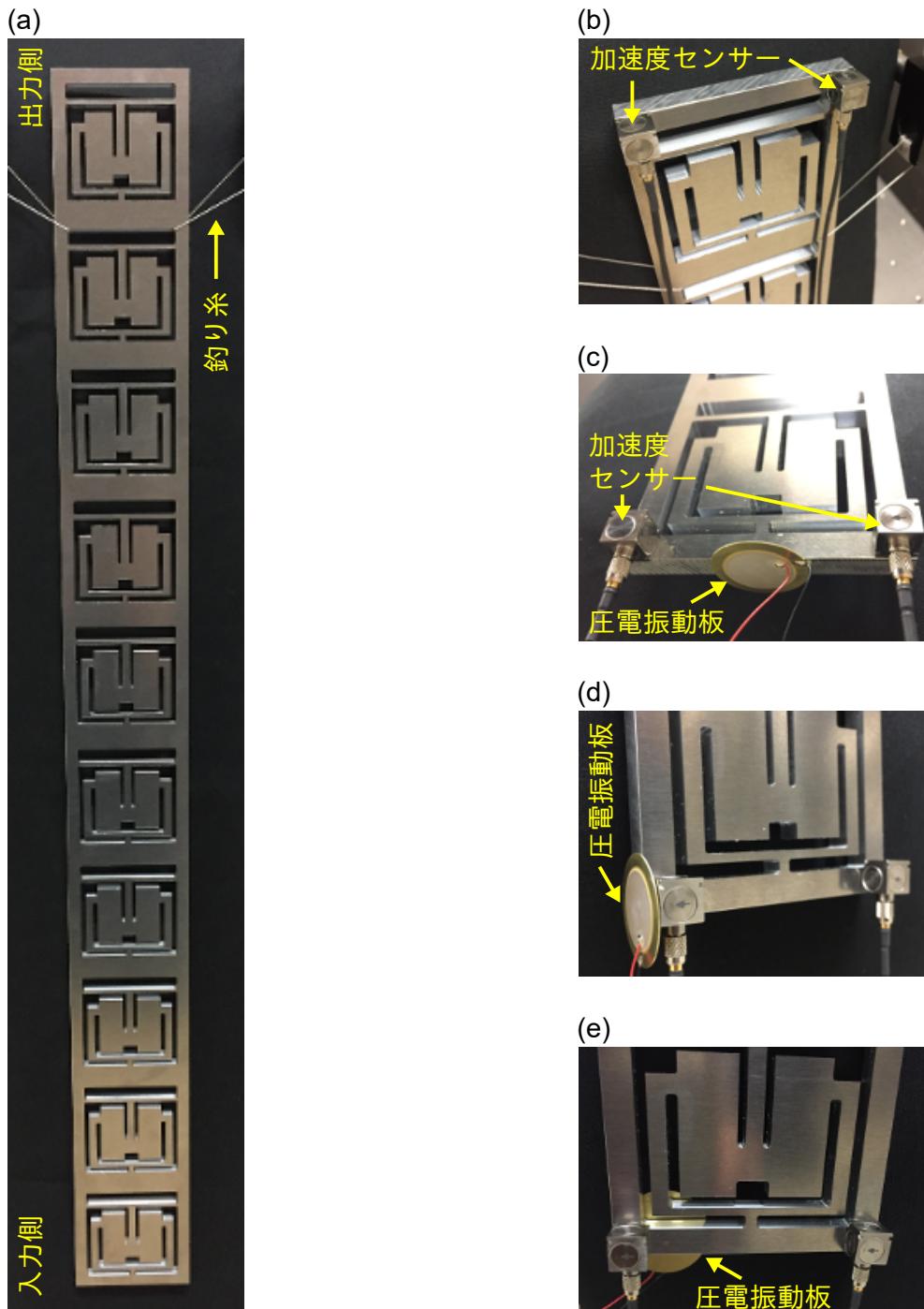


図 3.10 メタマテリアル梁の実験系写真。(a) 加速度センサーや圧電振動板を取り付ける前の10ユニット音響メタマテリアル梁の写真。穴に左右から釣り糸を通して吊り下げている。紙面の上側が出力側、下側が入力側である。(b) 出力側。左右に1個ずつ加速度センサーを貼り付けている。(c), (d) 圧縮モードと面内曲げモードそれぞれを励起する際の入力側の様子。加速度センサーの位置は固定し、圧電振動板は異なる位置に貼り付けている。(e) 面外曲げモードと捻りモードを励起する際の入力側の様子。メタマテリアル梁の裏側に圧電振動板を貼り付けている。

表 3.5 実験における各音響モード分離の条件。各モードにおける支配的な変位の方向、変位分布の空間対称性を考慮し測定電圧から各音響モードの振幅を再構成する。

モード	加速度の方向	幅方向の対称性
圧縮	長手方向	対称
面内曲げ	幅方向	反対称
面外曲げ	厚さ方向	対称
捻り	厚さ方向	反対称

ド線を含めて約 2.05 g である*³。また、圧電振動板自体の共振周波数は 2.2 kHz であり本実験における駆動周波数は常にこれよりも低い。加速度センサーは電圧感度 10 mV/(m s²) であり、帯域は 2 Hz -7 kHz である。センサー本体（ケーブル除く）は一辺 10 mm の立方体であり、質量は 4.4 g である。

圧電振動板は電圧振幅 1 V_{p-p} の単一周波数の正弦波を印加して駆動し、その周波数を 500-1500 Hz の範囲で 20 Hz 間隔で変えながら加速度センサーにより加速度振幅を測定する。加速度センサーは検出した加速度に比例した電圧を出力し、これをロックインアンプにより検出する。このとき、加速度センサーは梁の両端それぞれに 2 個ずつ取り付け（図 3.10(b)-3.10(e) 参照）、測定する加速度の方向と、この加速度振幅の梁の幅方向の対称性より 4 つの音響モードを分離して検出する（表 3.5 参照）。ただし、この幅方向の対称性と検出する加速度の方向のみでモード間の分離は十分できると判断し、厚さ方向の対称性は考慮せず梁の片面のみで加速度を測定している。また、励起する音響モードに応じて圧電振動板の位置も変更している。図 3.10(c)-3.10(e) のように圧縮モード励起の際は梁の端面から長手方向に外力を加え、面内曲げモード励起では梁の側面から幅方向に外力を加えている。面外曲げモードと捻りモードは同時に励起しており、梁の厚さ方向に加振している。

3.4.2 実験結果

梁の両端における周波数毎の各モードの加速度振幅の比（出力側の振幅絶対値 V_{out} を入力側の振幅絶対値 V_{in} で除した値）を図 3.11 に記す。測定した加速度（電圧）振幅比 A は dB 表記にしており $A = 20 \log_{10}(V_{out}/V_{in})$ である。圧縮モードの測定結果ではシミュレーションにより予測したバンドギャップ内の周波数にて、出力側の振幅は入力側に比べて減少しており特に 1 kHz 近傍で顕著である。面内曲げモードでも上記と同様の結果が得られた。面外曲げモードでも 1 kHz 近傍で出力側の振幅が非常に小さくなっているが、バンドギャップより高い周波数においても出力側の振幅が小さい傾向にある。捻りモードでは 1 kHz 近傍と 1.1 kHz 近傍で出力側の振幅が小さくなるピークが 2 度現れている。また、どのモードもバンドギャップ外の周波数では、周波数に依存して振幅比が増減している。尚、実験では梁の両端の振幅しか測っておらず、振動が空間的に減衰している様子や構造の分散関係の取得はできていない。したがって、バンドギャップ、すなわち、音響波が空間的に指数関数的に減衰する周波数帯域の実験的取得はできないが、図 3.11 より、1.02-1.16 kHz の範囲では全モード共通で出力側の振幅が入力側の半分以下となっていることが確認できる。

*³ 圧電振動板の質量のみメーカーのスペックシートに記載がなく自分で測定した値である。

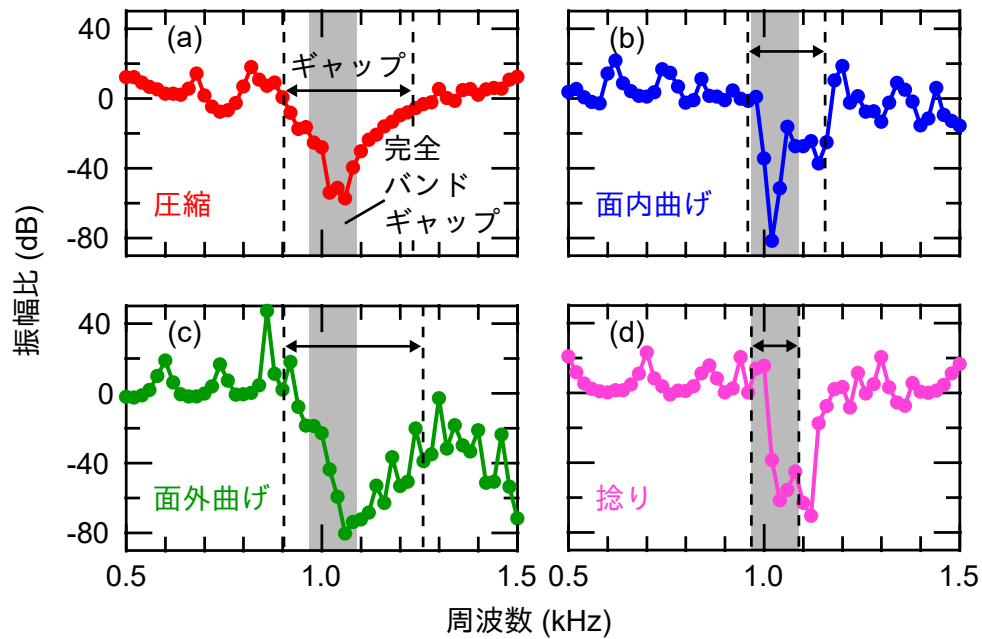


図 3.11 メタマテリアル梁の振幅比の実測値。出力側の加速度の振幅絶対値を入力側の同物理量で除している。(a)-(d) 圧縮モード、面内曲げモード、面外曲げモード、捻りモードそれぞれの振幅比。縦方向の黒い破線はシミュレーションで求めたバンドギャップ端を、黒い矢印はシミュレーションで求めたギャップ幅を、灰色の網掛け部分はシミュレーションで求めた完全バンドギャップの領域を示す。どのモードにおいても 1 kHz 近傍で出力側の振幅が入力側に比べて著しく小さくなっている。

3.5 音響メタマテリアル梁の音響波の減衰特性（シミュレーション）

実験結果との比較のため、シミュレーションによっても 10 ユニットのメタマテリアル梁が音響波を遮蔽する様子を確認する。これまでと同様に各音響モードの対称性を考慮し、単位構造それぞれは全体の 4 分の 1 の領域のみを計算する。離散化の仕方も前述のシミュレーションと同様とし全体で約 85600 個の三角柱状の要素で離散化している。取り扱う音響モードに依らず図 3.12 のように梁の一方の端面に外力を印加して励振し、生じた加速度振幅の解析を、梁の辺上または梁の表面（実験で加速度センサーを取り付けた面）の角にて行う。梁の端面やその近傍を呼ぶ際は実験と同様に便宜上、励振面に近い方を入力側、励振面と反対側の梁の端面に近い方を出力側とする。シミュレーションは単一周波数ごとに行い、500 Hz から 1500 Hz までを 5 Hz ごとに計算する。ここで、梁の辺上の振幅分布を解析する以外に両端の角での振幅の比較も行うのは、後述のように振動が空間的に減衰する際の振る舞いがモードごとに大きく異なるためである。各モードの各周波数での減衰の強さを論じる際にモードごとに減衰の仕方が異なり、全ての場合について辺上での振幅分布を同一の関数にてフィッティングすることができないゆえ、減衰特性をモード間で統一的に論じる際は梁の両端の角の振幅を比較する。以降ではまず 3.5.1 項にて各モードの加速度の振幅絶対値の空間分布を示し、辺上での振幅分布を解析しその特徴がモードや周波数に応じてどのように異なるかを記す。次に、3.5.2 項で梁の両端の角の振幅より全モードの減衰の強さを統一的に比較する。尚、各モード励起の際にかける外

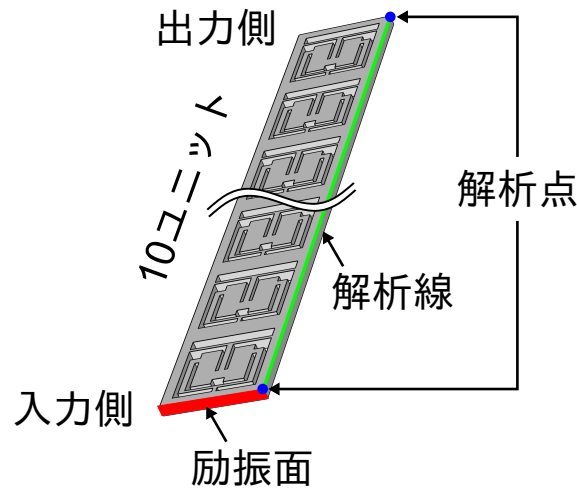


図 3.12 有限長メタマテリアル梁の振動減衰シミュレーション系。梁の一方の端面（赤色の励振面）に 4 通りの外力を印加して各音響モードを別個に励起する。梁の边上（黄緑色の線上）にて加速度振幅の空間分布を解析する。梁の両端の頂点（青色の点）では実験同様に加速度振幅を比較する。

力は以下のように 3.3 節で単位構造の片方の端面に印加したものと同様である。圧縮モードを励起する際は上記の端面に対し、梁の幅方向に一樣で梁の長手方向に平行な力を加える。面内曲げモードでは梁の幅方向に一樣かつ平行な力、面外曲げモードでは梁の幅方向に一樣で梁の厚さ方向に平行な力とする。捻りモードでは端面が一樣に回転するようにトルクを働かせる。実験と同様、解析する加速度は音響モードごとに異なり圧縮モードでは梁の長手方向の成分、面内曲げモードでは梁の幅方向の成分、面外曲げモードと捻りモードでは面外方向の成分とする。

3.5.1 梁の边上における振幅の空間分布

バンドギャップ内の周波数では音響波は波数の虚部が有限の値となり、空間的に指数関数的に減衰する。本論文で提案している音響メタマテリアル梁においては励振面に最近接の共振器部分が特に大きな振幅をもち、そこから梁の長手方向に沿って振幅が指数関数的に減衰する（図 3.13 参照）。もし、それぞれの結果中で梁に沿って空間的に減衰する単一の音響モードのみが生じているならば、これら加速度分布は全てモードごと周波数ごとに異なる複素数の波数 $\tilde{k} = k + i\kappa$ を用いて $A \cos(\tilde{k}x + \phi)$ と書ける。ただし、 k, κ はともに非負の実数であり A, ϕ はそれぞれ実数の振幅係数と初期位相である。このとき k がゼロまたは κ に比べ無視できるほど小さければ振幅は圧縮モードのように空間的な振動なしに減衰し、 k より κ の方が小さければ 2 つの曲げモードのように振幅は空間的な振動をしながら減衰する*4。これが正しいければすべての結果の加速度は指数関数

$$f(x) = A \exp(-\kappa x) \quad (3.1)$$

または減衰振動

$$g(x) = A \cos(kx + \phi) \exp(-\kappa x) \quad (3.2)$$

で関数フィッティングできる。

*4 これらの空間的な減衰の仕方は時間的な減衰振動における過減衰や弱い減衰振動それぞれに類似のものである。

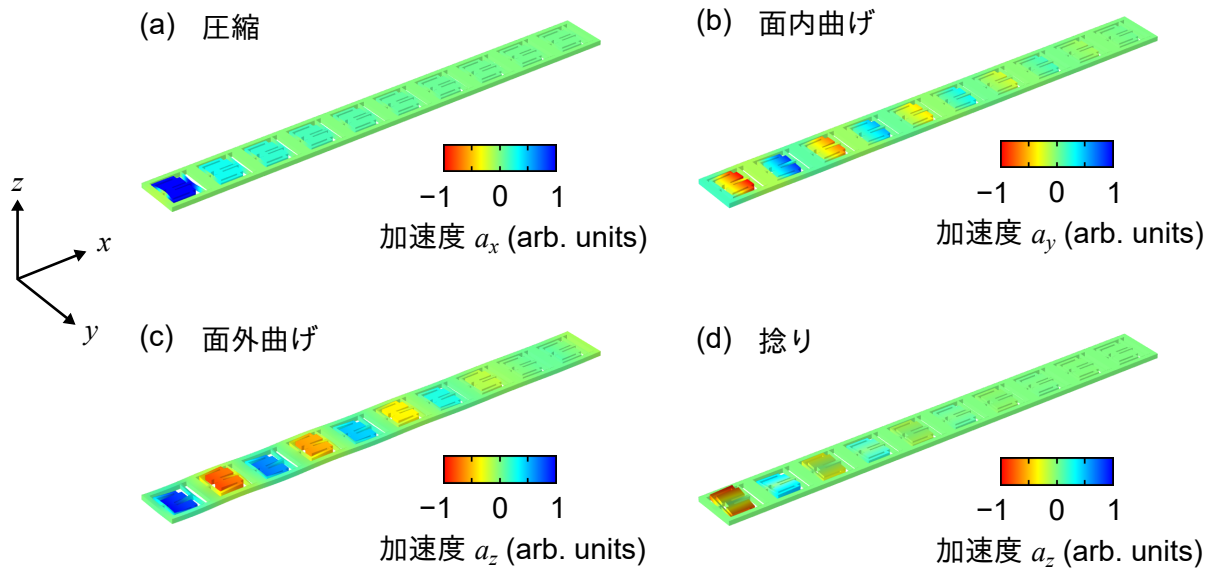


図 3.13 バンドギャップ内の周波数で振動する有限長メタマテリアル梁。(a)-(d) それぞれ圧縮モード、面内曲げモード、面外曲げモード、捻りモードの特定周波数における加速度分布と変形の様子。座標軸は梁の長手方向、幅方向、厚さ方向それぞれを x, y, z 軸とする。加速度 a_i ($i = x, y, z$) は i 方向の加速度を示す。モードごとに特徴的な別々の周波数を載せており (a)-(d) それぞれ 915 Hz、960 Hz、900 Hz、970 Hz である。

これを確かめるべく、図 3.13 の結果を含め、梁の边上（図 3.12 の解析線上。以降、この軸上での励振面からの距離を x とする）における各モードのいくつかの周波数での加速度分布とそのフィッティング結果を図 3.14-3.18 に示す^{*5}。どの場合でもおおよそ振幅は梁に沿って減衰しているが、細かな挙動はモードごとに顕著に異なる。以降、モードごとの結果を順に述べる。図 3.14 は圧縮モードについての結果である。各グラフはシミュレーション結果の振幅の最大値が 1 になるよう別個に規格化している。どの周波数でも加速度は指数関数的に減衰しており、空間的な振動はほぼ見られない、または後述の他モードの結果と比べて明らかに弱い。しかし前述の予想と異なり単一の指数関数 $f(x)$ で減衰するのではなく、 κ が異なる 2 種の指数関数の和

$$F(x) = A_1 \exp(-\kappa_1 x) + A_2 \exp(-\kappa_2 x) + C \quad (3.3)$$

とした方がシミュレーション結果とフィッティング関数の差は小さくなった。ここで A_i, κ_i ($i = 1, 2$) と C はすべて実数の定数である。参考までに図 3.14(a) に 2 通りの単一の指数関数 $f(x)$ でフィッティングした結果、及び、2 個の指数関数の和 $F(x)$ でフィッティングした結果を載せる。これを見ると、単一の $f(x)$ では加速度が強く急峻に減衰する部分が弱く緩やかに減衰する部分のどちらかしかシミュレーション結果と合致しない。これはメタマテリアル梁の圧縮モードにおける音響応答が波数 k の単一のモード由来ではなく、急峻に減衰する振幅の大きな成分と、振幅は小さいが減衰も小さい成分の 2 つからなるとモデル化した方がシミュレーション結果に合致することを示す。その他、

^{*5} ここで、論じる系においては時間的な振幅やエネルギーの減衰がなくそれぞれの周波数の定常解（シミュレーション結果）としての加速度には、印加した外力と直交する位相成分はない、すなわち、結果としてプロットする位相を適切に選べば加速度は図に載せたような実部しか存在せず虚部は恒常的にゼロとできることに注意されたい。

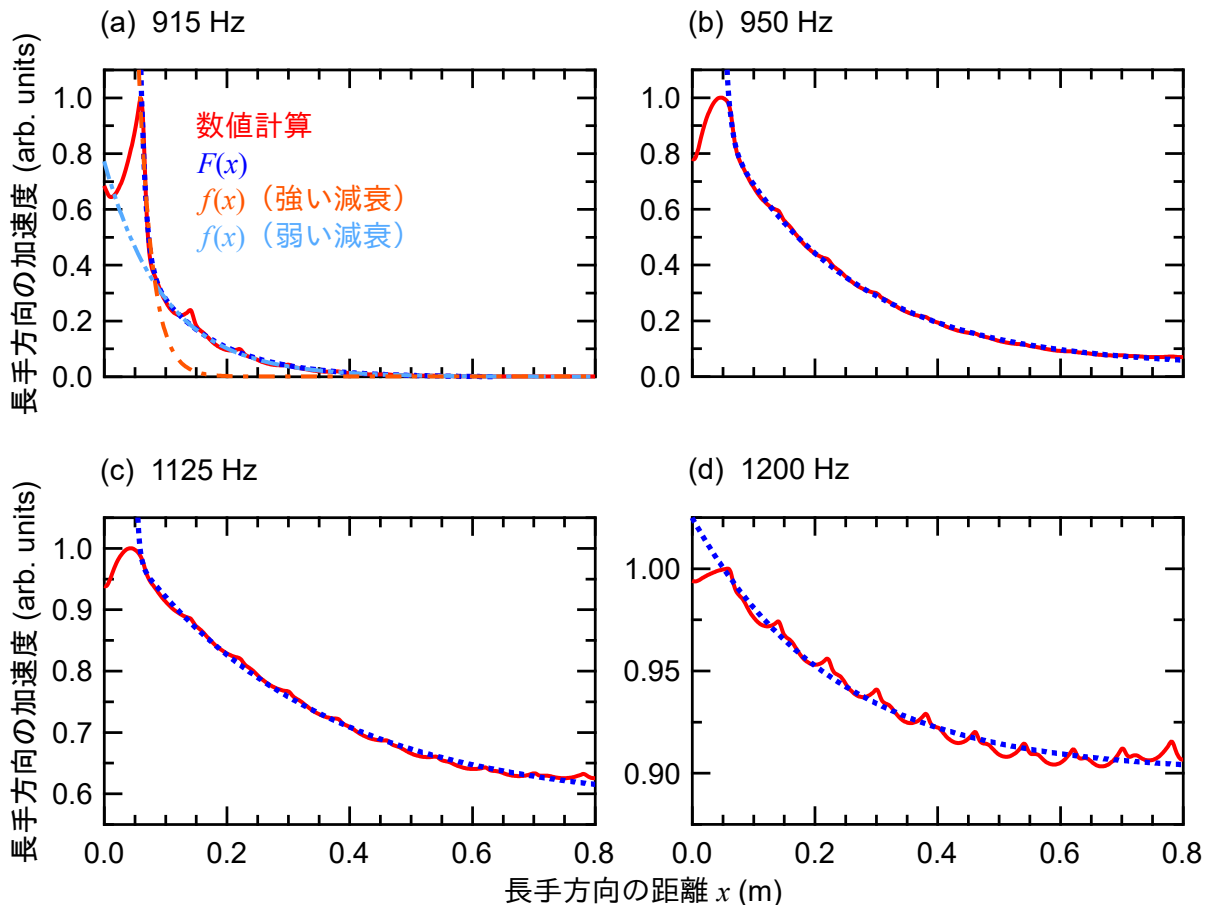


図 3.14 圧縮モードにおける 10 ユニットのメタマテリアル梁の辺上での長手方向の加速度分布。(a)-(d) それぞれ 915 Hz, 950 Hz, 1125 Hz, 1200 Hz の結果。(a)-(d) の赤色の実線と青色の点線はそれぞれシミュレーション結果と関数 $F(x)$ でのフィッティング曲線を示す。(a) の橙色の一点鎖線と水色の二点鎖線はともに $f(x)$ でのフィッティング曲線であり、各係数の値が異なる。

予想に反した結果として図 3.14 のどのグラフでも梁の肋振面から少し離れたところに加速度の空間的なピークが現れて梁が振動している。ピークの位置はどれもほぼ同様で肋振面のあるユニットセルの、圧縮モードに対しバネとして働き大きく歪む T 字リブ (図 3.2 参照) の付け根近傍 $x \sim 0.6$ m である。図 3.14(d) では他の周波数に比べ加速度の空間的振動が目立つ。周期的に表れる極大値は約 0.08 m 間隔であり、全ユニットセルのほぼ同一の箇所 (T 字リブの付け根近傍) で加速度が大きくなっている。

続いて、面内曲げモードの結果を図 3.15 に示す。面内曲げモードではどの周波数でも加速度は空間的に顕著に振動しながら減衰しており、加速度分布は図 3.15(a) や図 3.15(b) のように減衰振動の関数 $g(x)$ によく合致する。しかし、図 3.15(c) や図 3.15(d) のように一部の周波数では単一の $g(x)$ でフィッティングするより、波数 k' や振幅係数、初期位相が異なる 2 つの減衰振動の重ね合わせ

$$G(x) = A_1 \cos(k_1 x + \phi_1) \exp(-\kappa_1 x) + A_2 \cos(k_2 x + \phi_2) \exp(-\kappa_2 x) + C \quad (3.4)$$

とした方がよいフィッティング結果となる。ここで k_i, ϕ_i ($i = 1, 2$) は実数の定数である。関数 $g(x), G(x)$ それぞれのフィッティング結果の差異が顕著となるのは加速度振幅がある程度まで小さく

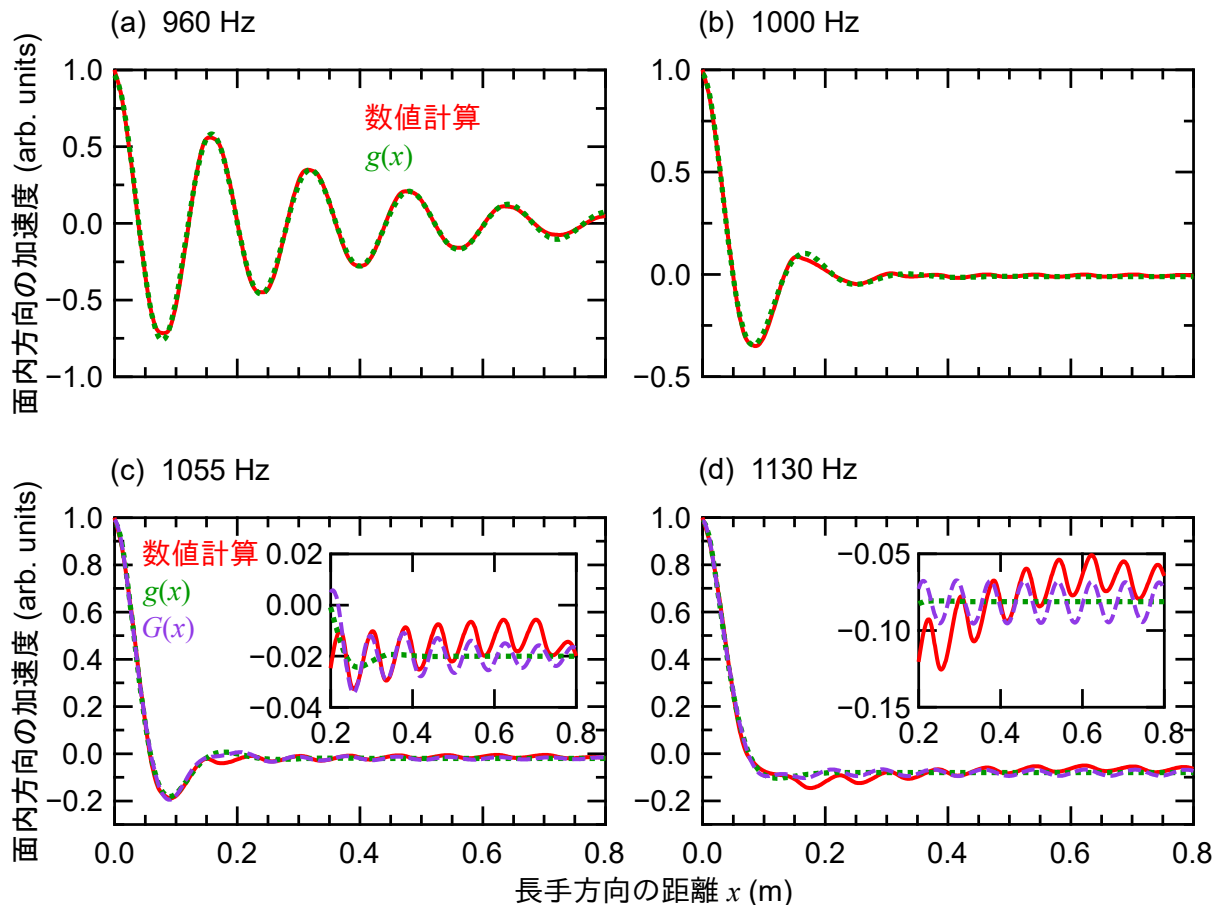


図 3.15 面内曲げモードにおける 10 ユニットのメタマテリアル梁の边上での幅方向の加速度分布。(a)-(d) それぞれ 960 Hz, 1000 Hz, 1055 Hz, 1130 Hz の結果。(a)-(d) の赤色の実線と緑色の点線はそれぞれシミュレーション結果と関数 $g(x)$ のフィッティング曲線を示す。(c) と (d) の紫色の破線は関数 $G(x)$ でのフィッティング曲線を示す。(c) と (d) の内挿図はそれぞれのグラフの $x = 0.2 \text{ m}$ から $x = 0.8 \text{ m}$ までの範囲の拡大図である。

なってからである。振幅が大きい減衰が急峻な成分の他に、図 3.15(c) と図 3.15(d) の内挿図のように、振幅は小さいものの減衰が弱く長距離に渡って梁に侵入する振動成分も存在する。したがって、圧縮モードと同様に面内曲げモードの音響応答も単一の複素数の波数 k によるものではなく複数の成分に由来している。

図 3.16 は面外曲げモードの結果である。主な特徴は面内曲げモードと同様となり面外曲げモードの結果も $g(x)$ または $G(x)$ でフィッティングできる。ただし、図 3.16(a) のようにバンドギャップが開いてすぐの低い周波数である 900 Hz では他の結果と異なる応答が得られた。この周波数では励振面から梁の長手方向に沿って加速度は空間的に減衰振動しているが出力側の端面に近づくとき再び振幅が大きくなり、入力側の端 $x = 0 \text{ m}$ よりも出力側の端 $x = 0.8 \text{ m}$ の方が加速度の絶対値が大きい。振動が減衰する距離をより長くしても同じ応答となるか確認するため、30 ユニットのメタマテリアル梁（全体を約 257500 個の三角柱状の要素で離散化）で同様のシミュレーションを行うと 900 Hz の面外曲げモードの加速度分布は図 3.17 のようになる。図 3.17 より、30 ユニットの場場合には加速度は梁の出力側に向かって指数関数的に減衰しており、出力側の振幅は入力側に比べ明らかに小さい。こ

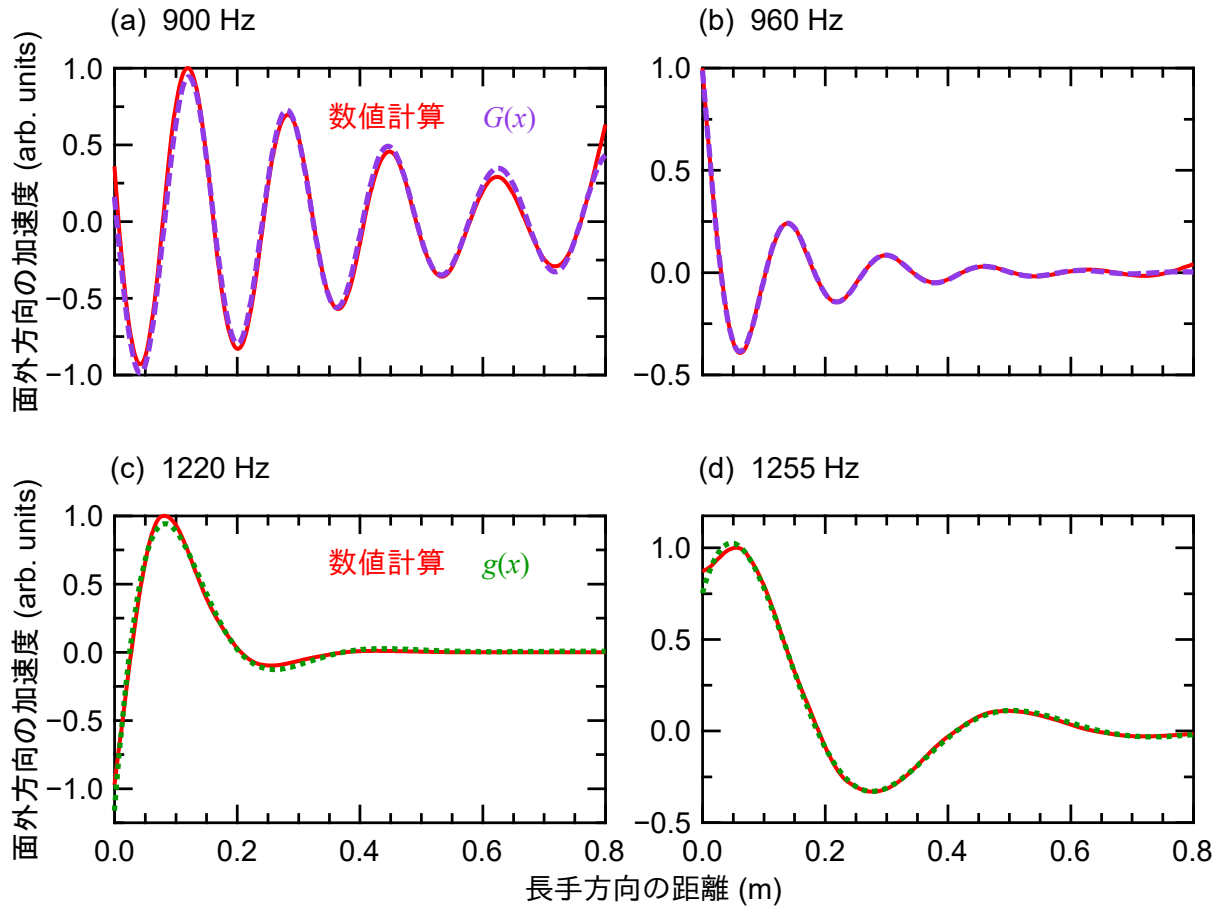


図 3.16 面外曲げモードにおける 10 ユニットのメタマテリアル梁の辺上での面外方向の加速度分布。(a)-(d) それぞれ 900 Hz, 960 Hz, 1220 Hz, 1255 Hz の結果。(a)-(d) の赤色の実線はシミュレーション結果を示す。(a) と (b) の紫色の破線、(c) と (d) の緑色の点線はそれぞれ関数 $G(x)$, $g(x)$ でのフィッティング曲線を示す。

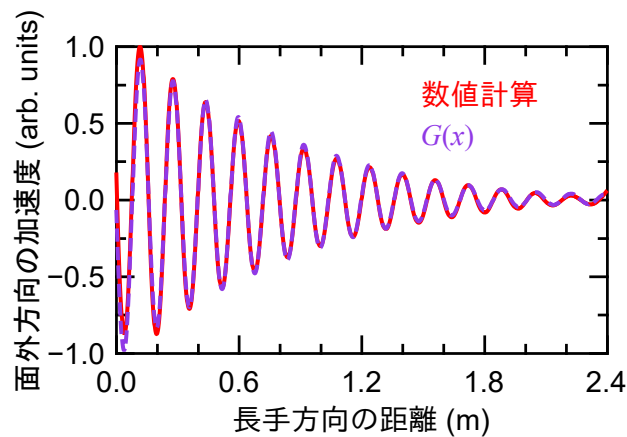


図 3.17 面外曲げモード 900 Hz における 30 ユニットのメタマテリアル梁の辺上での面外方向の加速度分布。赤色の実線と紫色の破線はそれぞれシミュレーション結果と関数 $G(x)$ でのフィッティング曲線を示す。

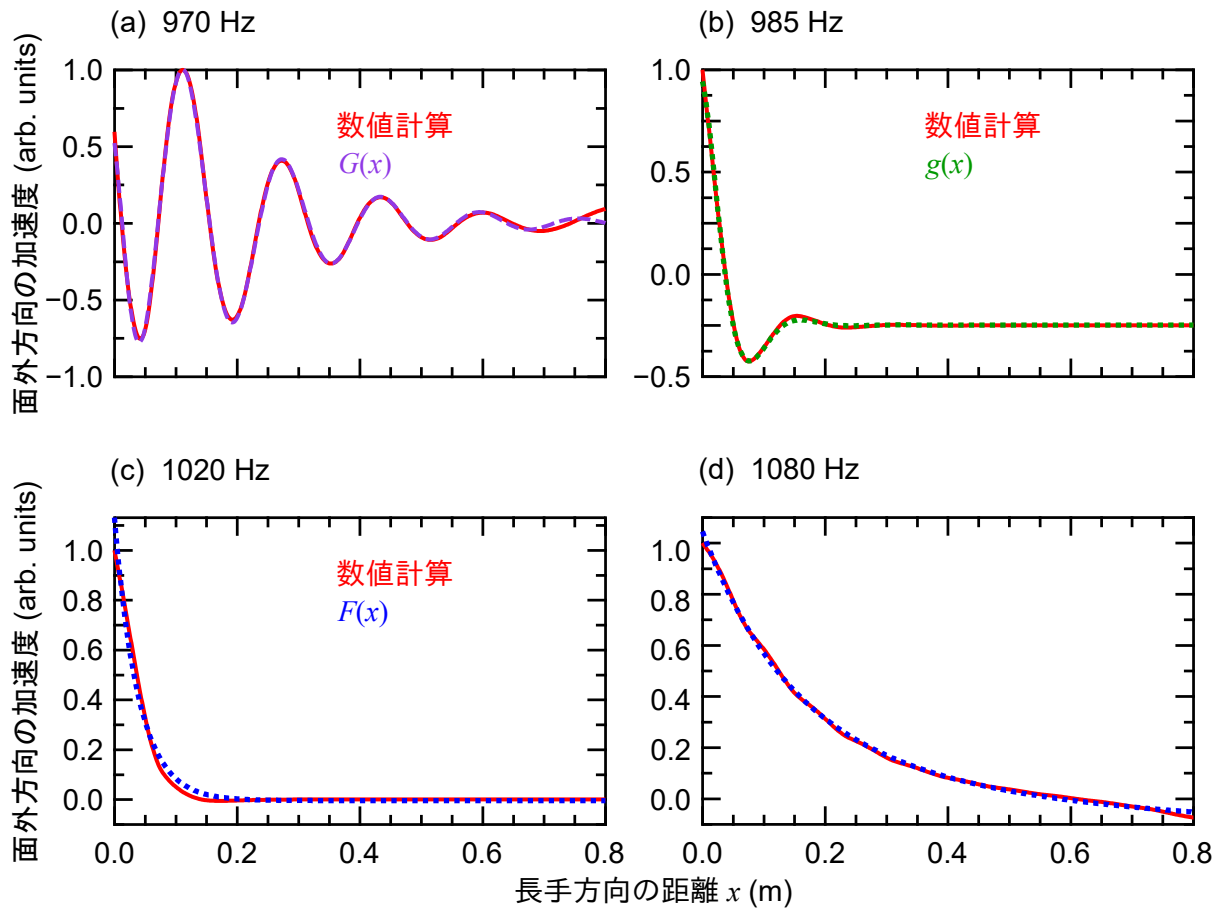


図 3.18 捻りモードにおける有限長メタマテリアル梁の辺上での面外方向の加速度分布。(a)-(d) それぞれ 970 Hz, 985 Hz, 1020 Hz, 1080 Hz の結果。(a)-(d) の赤色の実線はシミュレーション結果を示す。(a) の紫色の破線、(b) の緑色の点線、(c) と (d) の青色の点線はそれぞれ関数 $G(x)$, $g(x)$, $F(x)$ でのフィッティング曲線を示す。

れより、十分に長いメタマテリアル梁であれば図 3.16(a) のような出力側の近傍での振幅の増大は起こらないとわかる。

最後に捻りモードの結果を図 3.18 に示す。図 3.18(a)-3.18(b) より、バンドギャップ下端近くの周波数では加速度の空間的な振動が顕著となり、その空間分布は $G(x)$ または $g(x)$ に合致する。また、図 3.18(c)-3.18(d) より、それより高い周波数では加速度は指数関数的に減衰し $F(x)$ に合致する。

以上より、バンドギャップ内の周波数における梁の振動の様子はモード間で大きく異なり、かつ、その挙動は複素数の波数 k をもつ単一の音響波と見なしては説明できないものとなった。この違いは後述の 3.8 節にて論じる。また、上記のようにモードや周波数に応じてメタマテリアル梁の音響応答が異なるためシミュレーション結果に関数フィッティングを施しても各モードの各周波数における減衰の強弱を統一的に論じることはできない。そこで後続の 3.5.2 項ではより単純な方法を用いて全モードの減衰の仕方を統一的に比較する。

3.5.2 梁の両端における振幅の比較

前述の結果に加えて、参考のために実験で得た振幅比 (図 3.11) と上記のシミュレーションの振幅比を比較する。前述の 3.5.1 項の通り、バンドギャップ内周波数でのメタマテリアル梁の振動において必ずしも梁の端面の振幅が最大・最小になるわけではなく、梁の両端の振幅比だけを見ても梁に沿って減衰する振動の全容は把握できない。しかし、メタマテリアル梁を制振機構のある支持材に応用しそれを用いて他の構造物を支える際、メタマテリアル梁が他の構造物と接する部位 (例えば梁の端面) の振動の振幅さえ小さければ、制振機構のある支持材としては十分な場合も多い。よって、ここでは振動が遮蔽される際の振る舞いがモードごとに大きく異なる 4 モードに対し各モードの減衰特性を同一の基準の元に論じるため、単に梁の両端における 2 個の解析点の振幅比のみを考える。以降は議論を簡便にするため、バンドギャップ内の周波数では常に梁の辺上の振幅絶対値は $\exp(-\kappa x)$ に比例して空間的に指数関数的に減衰すると仮定し、前述の振幅比よりモード毎、周波数毎の減衰定数 (3.5.1 項における複素波数 \tilde{k} の虚部) κ を

$$\kappa \equiv \frac{1}{Na} \ln \left(\frac{A_{\text{out}}}{A_{\text{in}}} \right) \quad (3.5)$$

と定義しなおして κ の大小を論じる。ここで N, a はそれぞれメタマテリアル梁のユニット数と格子定数であり、 $A_{\text{in}}, A_{\text{out}}$ はそれぞれ入力側と出力側の加速度の振幅絶対値である。今回の実験とシミュレーションでは $N = 10, a = 80.0 \text{ mm}$ となる。尚、実験で得た入力側と出力側の加速度センサーの電圧 $V_{\text{in}}, V_{\text{out}}$ はそれぞれ $V_{\text{in}} \propto A_{\text{in}}, V_{\text{out}} \propto A_{\text{out}}$ であり比例係数は共通のため、実験結果から κ を算出する際は $A_{\text{in}}, A_{\text{out}}$ の代わりに $V_{\text{in}}, V_{\text{out}}$ を用いる。

各音響モードの減衰定数の周波数依存性は図 3.19 の通りである。ギャップ外のいくつかの周波数で減衰定数が負になっているのは、振動が梁全体に伝わって多重反射による干渉を起こし、出力側の振幅が入力側より大きくなったときのものである。図 3.19(c), 3.19(d) より、面外曲げモードと捻りモードでは上記の多重反射による干渉スペクトルが実験とシミュレーションの双方でよく合致してい

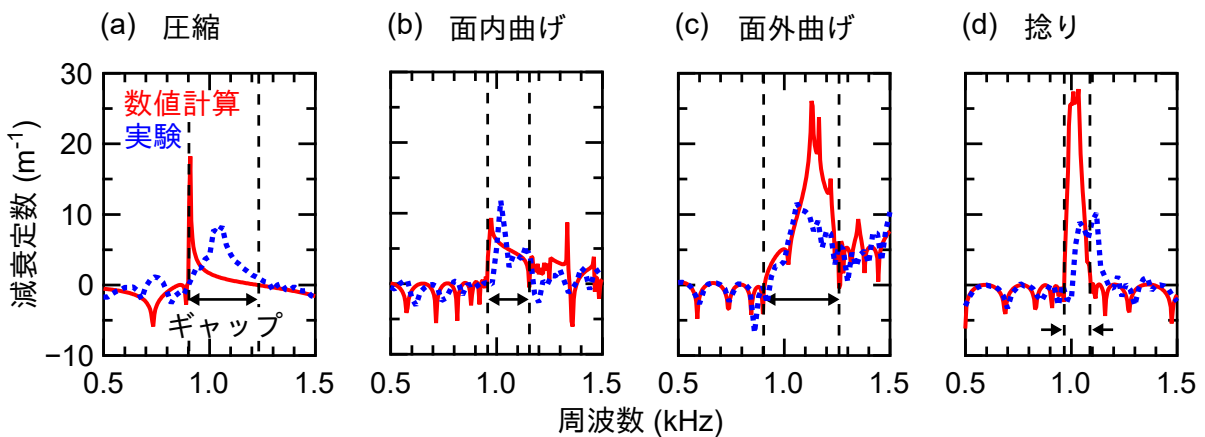


図 3.19 有限長メタマテリアル梁の減衰定数。(a)-(d) それぞれ圧縮モード、面内曲げモード、面外曲げモード、捻りモードの減衰定数。実線 (赤色) が実験結果、破線 (青色) がシミュレーション結果を示す。縦方向の黒い破線はシミュレーションで求めたバンドギャップ端を、黒い矢印はシミュレーションで求めたギャップ幅を示す。

る。図 3.19(a)-3.19(d) より、総じてシミュレーションの方が実験よりも減衰定数は大きい。各モードのシミュレーション結果を見ると、実験とは異なり κ の周波数依存性はモードごとに明らかに異なる。圧縮モードと面内曲げモードでは各モードのバンドギャップの下端近傍で κ が最大となる。また、これらモードでは κ が最大となるところより周波数を高くしていくと κ は減少する。特に圧縮モードでこの様子が顕著である。これに対し面外曲げモードと捻りモードでは κ 最大となる周波数は各モードのバンドギャップの中心周波数近傍である。モードごとの κ の最大値を比較すると捻りモードが最も大きく $\kappa \sim 28$ である。これは 1 ユニットで振幅を 10 分の 1 程度に抑えられることを示す。

3.6 考察：単位構造の共振周波数

本節では開発した音響メタマテリアル梁の単位構造が示す 4 つの共振周波数について、近似的な解析モデルを構築する。これにより、構造各部の寸法に対する各モードの共振周波数の依存性を検討する。以降ではモデルの取り扱いが単純な順に圧縮モード、捻りモード、面内曲げモード、面外曲げモードについて述べる。

3.6.1 圧縮モード

図 3.20(a) のように単位構造を 1 個の剛体の重り、質量の無視できる 3 本の曲げバネ（板バネ）、各バネを固定しそれ自体は変位しない剛体の外枠から構成されると見なした近似的な解析モデルにより圧縮モードの共振周波数を概算する。構造の面外方向の厚さは全体で一様に t である*6。重りの質

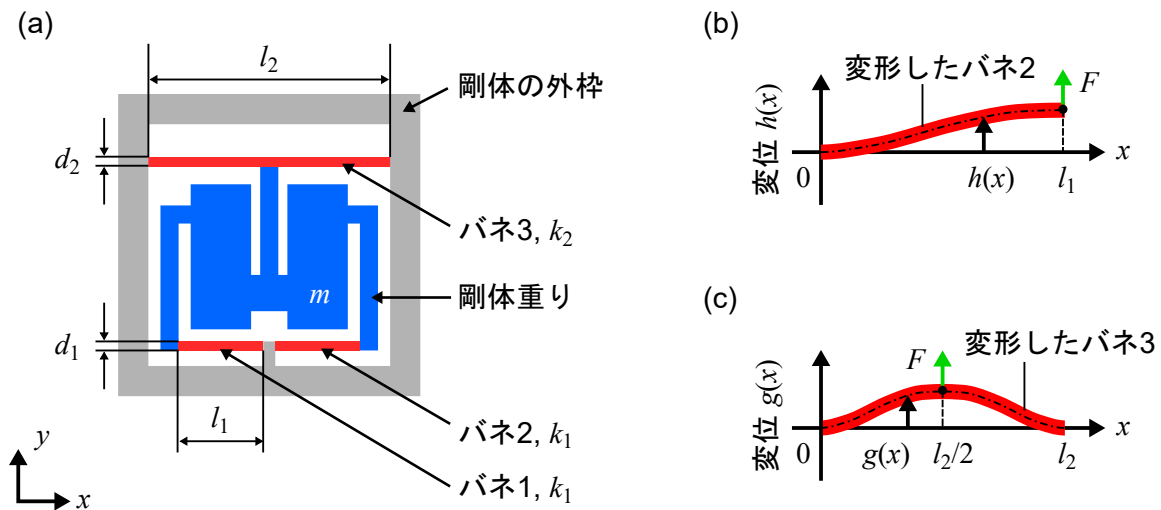


図 3.20 単位構造の圧縮共振モードの近似的解析モデル。(a) モデル化した単位構造。青色と赤色の領域それぞれが構造内部の剛体重り、曲げバネ（板バネ）となる。重りは梁の長手方向に振動する。灰色の外枠部分は変位しない剛体である。(b) バネ 2 に外力 F を働かせたときのバネの変形の様子。赤色の曲線が変形したバネを示す。黒色の一点鎖線がバネの中立面を示す。(c) バネ 3 についての同様の図。

*6 一般的な議論をするために各部の寸法を変数により記すが、具体的な数値を代入して計算する際に用いる値は全て図 3.2 と同じものである。以降の議論でも同様である。

量は m とする。ただし、以降で定義する変数も含め本節の各項で用いる変数の定義は項ごとに別個なものとする。バネ 1、バネ 2 の構造は同一でありバネの長さ、面内方向の幅、バネ定数はそれぞれ l_1, d_1, k_1 である。バネ 3 の長さ、面内方向の幅、バネ定数はそれぞれ l_2, d_2, k_2 である。これらバネ定数の導出のため、独立なバネ 2 とバネ 3 それぞれに外力を印加した場合を順に考える。バネ 2 は左端が固定され右端に図 3.20(a) の y 方向に力 F が働き、かつ、右端の面は回転せず x 軸に垂直なままとする。この仮定は図 3.20(a) において剛体の重りが回転せず y 軸に沿って並進することに対応する。Euler-Bernoulli の梁の理論 [111] より、バネの長手方向に垂直な断面は常に断面内で一様に変位し、かつ、各位置での変位はバネの長手方向に垂直と仮定すると、バネ 2 が図 3.20(b) のように変形したとき、ある位置 x ($0 \leq x \leq l_1$) におけるバネ 2 の x 軸と垂直な変位 $h(x)$ は

$$\frac{d^3 h}{dx^3} + \frac{F}{EI_1^{(a)}} = 0 \quad \left(I_1^{(a)} = \frac{d_1^3 t}{12} \right) \quad (3.6)$$

に従う。ここで $I_1^{(a)}$, E はそれぞれバネ 2 の断面 2 次モーメント、ヤング率である。このとき一般解 $h(x)$ は

$$h(x) = -\frac{F}{6EI_1^{(a)}}x^3 + C_1x^2 + C_2x + C_3 \quad (3.7)$$

となる。ただし C_i ($i = 1, 2, 3$) は未定定数である。バネ 2 は $x = 0$ の位置で固定しているため $dh(0)/dx = 0, h(0) = 0$ を満たす。ゆえに、 $C_2 = 0, C_3 = 0$ である。また、仮定よりバネ 2 は $x = l_1$ で端面が回転しないため $dh(l_1)/dx = 0$ となり、 $C_1 = Fl_1/4EI_1^{(a)}$ である。よって、

$$h(x) = -\frac{F}{6EI_1^{(a)}}x^3 + \frac{F}{4EI_1^{(a)}}l_1x^2 \quad (3.8)$$

となり、

$$k_1 = \frac{F}{h(l_1)} = \frac{12EI_1^{(a)}}{l_1^3} = \frac{Ed_1^3 t}{l_1^3} \quad (3.9)$$

が導ける。バネ 3 には図 3.20(a) 中で y 軸と平行な力 F がバネの中心に働き図 3.20(c) のように変形する。ゆえに、バネ 3 を中心 $x = l_2/2$ で二分割して、その対称性と $0 \leq x \leq l_2/2$ での x 軸に垂直な変位 $g(x)$ を考えれば、上記のバネ 2 と同様に論じて

$$k_2 = \frac{F}{g(l_2/2)} = \frac{16Ed_2^3 t}{l_2^3} \quad (3.10)$$

が得られる。最後に 3 本のバネが全て重り m に並列につながっていると考えれば、この解析モデルにおける圧縮モードの共振周波数 f_{ana} (ana: analytical) は

$$f_{\text{ana}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k_1 + k_2}{m}} \quad (3.11)$$

となる。これに $l_1 = 22.4$ mm, $l_2 = 64.0$ mm, $d_1 = d_2 = 2.40$ mm, $t = 8.00$ mm, $m = 4.15 \times 10^{-2}$ kg, $E = 73.1$ GPa を代入すれば $f_{\text{ana}} = 1.09$ kHz を得る。実際にシミュレーションより求めた共振周波数 f_{sim} (sim: simulation) は $f_{\text{sim}} = 0.910$ kHz である。

解析モデルでは重りや外枠を剛体としたことでバネの変形が制限されてバネが実効的に硬くなったこと、バネの質量を無視したことなどモデル中に f_{ana} を増大させる複数の仮定がある。これを踏まえると $f_{\text{ana}} > f_{\text{sim}}$ でありその差が f_{sim} の 2 割未満と小さいことから、本モデルはシミュレーションで求めた共振を妥当な正確さをもって描写している。

3.6.2 捻りモード

捻りモードの解析モデルを図 3.21 のように定める。系は剛体の重り、質量の無視できる 2 本の捻りバネ（バネ 1、バネ 2）、各バネを固定しそれ自体は変位しない剛体の外枠より構成される。バネ 1 とバネ 2 はともに一方の端面が重りと、他方の端面が外枠とつながっている。図 3.21 のように 2 本のバネの中心軸は等しく、重りはこの中心軸を回転軸として回る。この回転に対する重りの慣性モーメントを I とする。バネ 1、バネ 2 の長さ、幅、捻れ定数はそれぞれ l_i, d_i, K_i ($i = 1, 2$) とする。このとき、バネ 1 と重りのみを考えるとその捻れ振動は

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + K_1\theta = 0 \quad (3.12)$$

に従う。ここで θ は重りの回転角である。バネ 1 は矩形断面の棒なので G を剛性率とすると

$$K_1 = \frac{GJ(d_1, t_1)}{l} \quad (3.13)$$

が成り立つ [112]。ただし、

$$J(d, t) = \frac{1}{3}d^3t \left[1 - \frac{192}{\pi^5} \frac{d}{t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^5} \tanh \frac{(2n-1)\pi t}{2d} \right] \quad (d < t) \quad (3.14)$$

である。同様にバネ 2 の捻れ定数は

$$K_2 = \frac{GJ(d_2, t_2)}{l} \quad (3.15)$$

と書ける。重りを挟むようにバネ 1 とバネ 2 が接続されているので、このとき、系の共振周波数は

$$f_{\text{ana}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_1 + K_2}{I}} \quad (3.16)$$

となる。これに $d_1 = 4.8 \text{ mm}$, $d_2 = 3.2 \text{ mm}$, $t = 8 \text{ mm}$, $l_1 = 28.8 \text{ mm}$, $l_2 = 4 \text{ mm}$, $J(d_1, t) = 1.85 \times 10^{-10} \text{ m}^4$, $J(d_2, t) = 6.54 \times 10^{-11} \text{ m}^4$, $G = 27.3 \text{ GPa}$ を代入すると $f_{\text{ana}} = 1.15 \text{ kHz}$ が得られる。これに対し

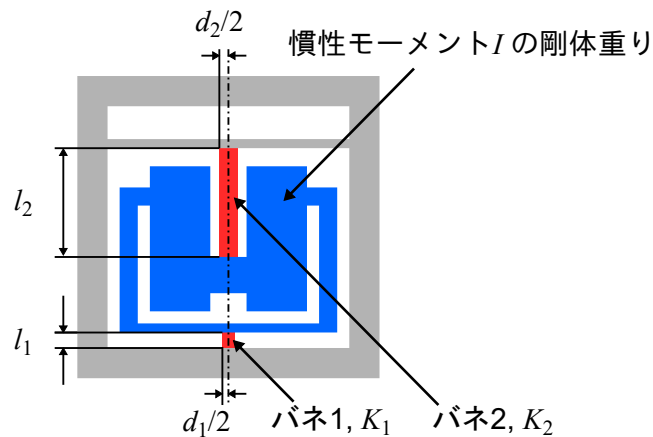


図 3.21 単位構造の捻り共振モードの近似的解析モデル。青色と赤色の領域それぞれが構造内部の剛体重り、捻りバネとなる。重りは図中の一点鎖線を回転軸として回転振動する。灰色の外枠部分は変位しない剛体である。

シミュレーションで求めた捻りモードの共振周波数は $f_{\text{sim}} = 0.980 \text{ kHz}$ である。ここで $f_{\text{ana}} > f_{\text{sim}}$ の主な理由は圧縮モードと同様、解析モデルでは重りと外枠を剛体としていること、バネの質量を無視したことである。この点や $f_{\text{ana}}, f_{\text{sim}}$ の差が f_{sim} の2割未満に収まっていることから、本モデルの妥当性は圧縮モードのときと同等である。

3.6.3 面内曲げモード

面内曲げモードの解析モデルを図 3.22 のように定める。系は剛体の重り、質量の無視できる3本の曲げバネ（バネ1、バネ2、バネ3）*7、各バネを固定しそれ自体は変位しない剛体の外枠より構成される。各バネの一方の端面は外枠に固定され他方は重りと接続されている。重りは図 3.22(b) の点 O を中心にして梁の幅方向に面内で回るように振動する。尚、シミュレーションで求めた共振モードでは、この回転中心は点 O よりも図 3.22(a) の y 軸負の方向に 0.2 mm ずれているが本項ではこの差は十分に小さいとして無視する。重りの質量は m である。バネ1とバネ2は同一の形状であり、幅と長さ、バネ定数はそれぞれ d_1, l_1, k_1 である。バネ3の幅と長さ、バネ定数はそれぞれ d_2, l_2, k_2 である。バネ1とバネ2の最短距離は d_3 とし、点 O とバネ3の最短距離を l_3 とする。重りの重心と点 O の距離を l_4 とする。また、全バネは Euler-Bernoulli の梁の理論に従うとしてバネ1、2、3の重り

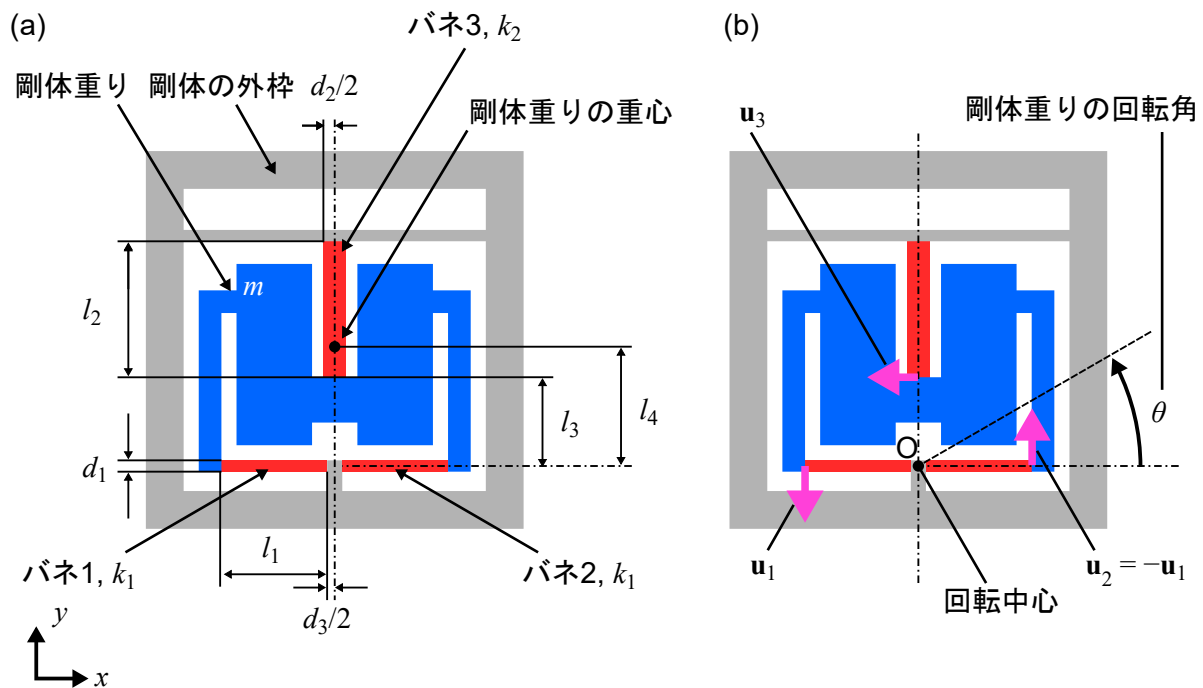


図 3.22 単位構造の面内曲げ共振モードの近似的解析モデル。(a) モデル化した単位構造。青色と赤色の領域それぞれが構造内部の剛体重り、曲げバネ（板バネ）となる。灰色の外枠部分は変位しない剛体である。(b) 重りとバネの変位の仕方。重りは図中の回転中心 O を中心にして面内で回るように振動する。桃色の矢印は各バネ先端の変位ベクトルを示す。

*7 これらのバネの番号は 3.1 節と同様。

と接続されている端面の変位ベクトルをそれぞれ \mathbf{u}_i ($i = 1, 2, 3$) とする。このとき、

$$\mathbf{u}_1 = -\mathbf{u}_2 = -\theta \left(l_1 + \frac{d_3}{2} \right) \mathbf{j}, \quad (3.17)$$

$$\mathbf{u}_3 = -\theta l_3 \mathbf{i} \quad (3.18)$$

が成り立つ。ここで、 θ は重りの回転角であり θ は十分に小さいとして2次以上の項は無視している。また、 \mathbf{i}, \mathbf{j} はそれぞれ x, y 方向の単位ベクトルである。このとき、重りの慣性モーメントを無視して重りの運動方程式を考えると

$$ml_4 \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2k_1 \left(l_1 + \frac{d_3}{2} \right) \theta + k_2 l_3 \theta = 0 \quad (3.19)$$

となる。この式を変形すると

$$m \frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(2k_1 \frac{l_1 + d_3/2}{l_4} + k_2 \frac{l_3}{l_4} \right) \theta = 0 \quad (3.20)$$

が得られる。ここで、 k_1, k_2 は圧縮モードのときと同様の議論より

$$k_i = \frac{E d_i^3 t}{4 l_i^3} \quad (i = 1, 2) \quad (3.21)$$

と書ける。式(3.20)は左辺第2項の θ の係数をバネ定数とし、 m を質量とすれば調和振動子の運動方程式と等しくなり、その共振周波数は

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k_1 \frac{l_1 + d_3/2}{l_4} + k_2 \frac{l_3}{l_4}}{m}} \quad (3.22)$$

となる。これに $l_1 = 22.4$ mm, $l_2 = 28.8$ mm, $l_3 = 17.6$ mm, $l_4 = 20.9$ mm, $d_1 = 2.4$ mm, $d_2 = 4.8$ mm, $d_3 = 3.2$ mm, $m = 3.84 \times 10^{-2}$ kg, $E = 73.1$ GPa を代入すると $f_{\text{ana}} = 0.806$ kHz を得る。シミュレーションで求めた共振周波数は $f_{\text{sim}} = 0.990$ kHz である。両者の差は f_{sim} の2割未満であり、構造各部の共振周波数への影響を妥当に描写できている。

ただし、3.1節で述べたように上記3本のバネ以外にも大きく歪む部位としてバネ4があり、この部位の影響は適切に考慮できていない。この部位もバネとして機能するとともに、本モデルにおけるバネ3と接していることからバネ3の境界条件にも影響を与えている。また、シミュレーションでは重りは回転とともに梁の幅方向への並進運動もしている。しかしこの解析モデルとシミュレーション結果の差を縮めようと、バネ4にもバネ定数を定めて当該モデルに組み込んだ場合には系全体での実効的なバネ定数は小さくなり、 f_{ana} が低下して f_{sim} との差はより開いてしまう。ゆえに解析モデルとシミュレーション結果の違いには、バネ4を無視した影響よりも、上記の重りの並進的な振動の存在や各バネに課せられた拘束条件の違いが強く影響している。

3.6.4 面外曲げモード

面外曲げモードは他の3モード同様の単純な解析モデルによってはその挙動を十分に説明できないため、図3.23のような準解析モデルを用いて論じる。系は剛体の重り、質量の無視できる3本のバネ(バネ1、バネ2、バネ3)、各バネを固定しそれ自体は変位しない剛体の外枠より構成さ

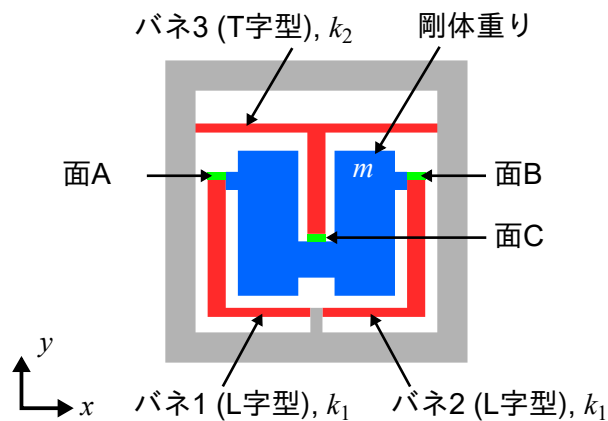


図 3.23 単位構造の面外曲げ共振モードの準解析モデル。青色と赤色の領域それぞれが構造内部の剛体重り、捻りバネとなる。バネ 1, 2 は L 字型、バネ 3 は T 字型をしている。重りは紙面の面外方向に振動する。緑色の部分は各バネの先端の面を示す。灰色の外枠部分は変位しない剛体である。

れる。バネ 1 とバネ 2 はともに L 字型をしており、それぞれの一方の端面は外枠に固定され、他方の端面（それぞれ面 A、B）は他の構造とは接していない。バネ 1、2 は面 A、B の近傍で、これら面と垂直な接合面により重りと接続している。これらバネのバネ定数を k_1 とする。バネ 3 は T 字型をしておりひとつの端面（面 C）で重りと繋がり、残りの端面は外枠に固定されている。バネ 3 のバネ定数は k_2 とする。ここで、重り面 A、B、C が回転せず面外方向に水平に振動する、すなわち、図 3.23 の x, y 軸方向には変位しないと仮定する。このとき、COMSOL の有限要素法シミュレーションにより面 A、B、C に平行に荷重をかけ、各面の変位と力の商よりバネ定数を算出すると $k_1 = 5.9 \times 10^5 \text{ Nm}^{-1}$, $k_2 = 1.3 \times 10^6 \text{ Nm}^{-1}$ が得られる。これらバネ定数と重りの質量 $m = 3.02 \times 10^{-2} \text{ kg}$ より共振周波数を求めると $f = (1/2\pi)\sqrt{(2k_1 + k_2)/m} = 1.44 \text{ kHz}$ となる。しかし、シミュレーションより求めた共振周波数は $f_{\text{sim}} = 1.01 \text{ kHz}$ であり他の 3 モードと比べ、モデルから算出した共振周波数とシミュレーション結果の差は極めて大きい。この差はシミュレーションでは重りが弾性変形と回転運動もしており本項における準解析モデルとはバネに課せられた拘束条件が異なること、この拘束条件に対し共振周波数が非常に敏感なことが主な原因である。

3.7 考察：内部共振器以外の部位が音響特性に与える影響

前節にて 4 つの局所共振モードにおける重り役・バネ役の部位の影響を論じた。本節ではそこで考慮しなかった単位構造の外枠部分やメタマテリアル構造の周期性が局所共振モードとバンドギャップに与える影響を検討する。

3.7.1 梁の長手方向のフレーム厚みと構造周期の影響

3.2 節にて梁の長手方向のフレーム厚み t_a を変える影響を調査した。これは内部の共振器同士の間隔と、単位構造それぞれにおいて外枠部分が占める質量比を変化したことに相当する。図 3.8(a) より、 t_a を変えると単位構造の局所共振モードの周波数はほぼ変わらぬまま梁のバンドギャップの帯域が変化する。面外曲げモード以外ではバンドギャップの下端の周波数はほぼ一定で上端の周波数のみ

大きく変化する。この面外曲げモード以外の結果を解釈するために1.2.5項の理想的な重りとバネからなる1次元の音響メタマテリアルのモデルと上記の結果を照らし合わせる。1次元モデルでは内部構造の重りとバネ定数によってのみ内部構造の共振周波数が決まる。バンドギャップ直下の周波数では単位構造それぞれの内部の重りのみが大きく振動し外側の重りはほぼ動かないため、バンドギャップ下端の周波数における系の振る舞いは内部構造が支配的に決定する。ゆえに、内部構造の共振周波数によってバンドギャップの下端周波数も決まる。また、単位構造において内部共振器が占める質量比が大きいほどバンドギャップの上端周波数は高くなる。これはバンドギャップより上になった周波数で外側の重りと内側の重りの双方が振動し始めて音響波を伝える際、外側の重りが軽いほど系全体が振動するときの周波数が高くなりやすいためである。本論文で提案するメタマテリアル梁でも同様のことが起きている。局所共振モードにおいて t_a の大きさを変えても、外枠は固定されているだけで内部構造の共振にはほぼ関与していないため共振周波数は変わらない。事実、表3.1を見ると全ての局所共振モードにおいて単位構造の全体に対して外枠部分をもつ運動エネルギー・歪みエネルギーの比は小さく、外枠部分の振動への寄与は弱い。周期的なメタマテリアル梁においても、表3.2のようにバンドギャップ直下の周波数では内部共振器（重り・バネ役の部位）に比べて外側のフレーム部分は運動エネルギー・歪みエネルギーをあまり蓄えておらず振動への寄与が小さい。それゆえ、 t_a を変更してもメタマテリアル梁のバンドギャップ下端の周波数はほぼ変わらない。メタマテリアル梁のバンドギャップ直上では梁全体が振動し音響波が伝わるため外枠部分も分散関係に影響し、 t_a が大きくなるとギャップ上端の周波数は低くなる。

以上より、圧縮・面内曲げ・捻りの3種類それぞれの局所共振モードの周波数とバンドギャップ下端の周波数の t_a に対する依存性が何に由来するかがわかった。また、これら局所共振モードの周波数とバンドギャップの下端周波数がほぼ等しく、かつ、ともに t_a に対し敏感ではないこと、及び、表3.1と表3.2のように局所共振モードとバンドギャップ真下の伝播モードで各部位に蓄えられた運動エネルギー・歪みエネルギーの比がほぼ変わらないことから、圧縮・面内曲げ・捻りの3モードのバンドギャップが開く周波数（バンドギャップ下端の周波数）は構造周期とはほぼ無関係であり、この梁のバンドギャップ形成においては標準的な音響メタマテリアル同様に内部構造の局所共振の周波数が支配的であると確認できた。

これに対し面外曲げモードでは t_a を変えたときに局所共振モードの周波数はほぼ変わらないがバンドギャップの下端・上端の周波数は顕著に変化している。局所共振モードの周波数の変化が小さい理由と、バンドギャップ上端の周波数の t_a 依存性については他の3モードと同様に解釈できる。しかし表3.2より、メタマテリアル梁における面外曲げモードのバンドギャップ直下での振る舞いは局所共振モードとは異なり、外枠部分にも多くの歪みエネルギーが蓄えられている。更に表3.2で4モードを比べると、局所共振モードと伝播モードにおける「その他」部分に蓄えられた歪みエネルギーの差と、伝播モードで「その他」の部位に蓄えている歪みエネルギーの比率はともに面外曲げモードが最大である。ゆえに、面外曲げの伝播モードのみバンドギャップ直下の周波数でも外枠部分の影響が大きく、 t_a の変化に対し敏感となった。また、 t_a が大きいほど面外曲げモードのバンドギャップ下端の周波数が低くなる主な理由は、この周波数で外枠も含め単位構造全体が振動しているゆえに t_a が大きいほど、すなわち、構造が重く格子長が長いほど低周波数・長波長でバンドギャップが開くためである。

3.7.2 梁の幅方向のフレーム厚み

次に梁の幅方向のフレーム厚み t_h の影響を論じる。図 3.8(b) より、圧縮モードでは t_a と同様、 t_h を変えても局所共振モードの周波数やバンドギャップの下端の周波数はほぼ変わらず、また、これら周波数は互いにほぼ等しいままである。バンドギャップ上端の周波数の挙動も t_a を変えたときと同様であり、 t_h が大きいほどギャップ上端の周波数は減少している。また、 t_h に対するこの周波数の変化の度合いも t_a の場合と同様である。捻りモードでも圧縮モードと同様の t_h 依存性が見られる。ただし、捻りモードのバンドギャップ上端の周波数は t_a よりも t_h に対して特に敏感である。これは t_a よりも t_h を変える方が、捻りモードにおける重り役の部位の慣性モーメントが大きく変化するためである。

3.8 考察：減衰特性

ここでは、実験とシミュレーションそれぞれで見積もった減衰定数 κ について論じる。はじめに実験とシミュレーションの結果の齟齬の原因を述べ、次にシミュレーションにおけるバンドギャップ内の周波数での音響波の振る舞いを考察する。

3.4 節と 3.5 節より、実験結果とシミュレーション結果を比べると総じてシミュレーションの方が κ が大きい傾向にあり、また、 κ が最大値を取る周波数は実験とシミュレーションで異なった。これらの差を作ったひとつの要因として、実験では加速度センサーと圧電振動板を試料に貼り付けたことにより、試料に追加の質量を付与したことが挙がる。加速度センサーと圧電振動板の剛性もまた梁に対する追加の拘束条件として機能した。さらに、切削加工の過程で熱や応力による試料へのダメージもあり、これは試料に空けた穴近傍において媒質の物性値をわずかに変化させている。これらと実験試料の寸法誤差により、実験とシミュレーションで扱ったメタマテリアル梁の音響特性に差が生じ κ の周波数依存性や κ の最大値の大きさが異なる結果となった。また、シミュレーションでは梁は真空中にあるとしており、実験における梁から空気中を伝わる音へのモード変換や空気の粘性の影響も実験結果とシミュレーション結果の齟齬に関与している。

続いて、シミュレーションにおけるバンドギャップ内の周波数での音響波の振る舞いを論じる。ところで、一般的に、穴のない様な角柱を伝わる音響波であっても波数が虚部のモードは多数存在する [113]。これは角柱を伝わる圧縮・曲げ・捻りの各モードの高次モードがカットオフ周波数未満でエバネッセント波として存在するためである。また、このエバネッセント波がどのような波数・周波数を持ち存在するかは断面の幅と厚さの比や、圧縮・曲げ・捻りのモードの種類に応じて顕著に異なる。これに対し、本研究のメタマテリアル梁のような複雑な構造を有する角柱では波数が複素数となるモードの網羅的な導出方法がなく、本研究のメタマテリアル梁の分散関係は波数が複素数の領域では明らかになっていない。そのため、ここでは各モードの特徴に基づく定性的な議論に留める。図 3.5 のメタマテリアル梁の分散関係より、各モードの最低次のブランチを見ると低い周波数では位相速度の大きな順に圧縮波、捻り波、面内曲げ波、面外曲げ波となっている。また、穴のない角柱を伝わる音響波でも同様であるが、メタマテリアル梁でも圧縮波や捻り波に比べて 2 つの曲げ波は分散が顕著である。これらを鑑みて図 3.14-3.18 におけるバンドギャップ内での梁の振動の空間的な振幅分布を考えると、ギャップ下の低周波数帯で比較的、位相速度が大きく分散が少ない圧縮波と捻り波で

は振動せず指数関数的に減衰する $F(x)$ でのフィッティングが適切な結果が多い。これに対し、位相速度が比較的小さく分散が顕著な2つの曲げ波ではギャップ内の周波数で振幅分布の顕著な空間的な振動が見られ、関数 $G(x)$ でのフィッティングに適した結果が多いという共通点がある。また、図 3.19 の κ のグラフでは、ギャップ下の周波数で位相速度が最大であった、すなわち、波長が最大の圧縮波は局所共振モードの共振周波数の近傍の狭い周波数帯域でしか大きな減衰は得られていないのに対し、圧縮波と比べて位相速度が非常に小さい（短波長な）他の3モードではギャップ内の広い帯域で κ が圧縮波と比べ非常に大きな値となった。図 3.19 の κ のギャップ外の周波数においても圧縮波と他3モードで異なる応答として、梁内の多重反射による干渉ピークの数が増えられる。圧縮波以外の3モードではグラフのプロット範囲に多数のピークがあるのに対し、圧縮波では 0.7 kHz 近傍のピークしか存在していない。したがって、ギャップ内での音響波の主な振る舞いをギャップ下の最低次の伝播モードの振る舞い、すなわち、波長または位相速度から論じることができた。

第4章

結言

本論文では、共振現象を利用した固体媒質における音響波制御に関して2種類の研究を行った。一つ目の研究では基板表面に埋め込んだマイクロスケールの円盤近傍に局在する、GHz帯の表面音響波ウィスパリングギャラリモードによる音響場のカイラリティを制御する新たな手法を開発し実証実験を行った。これにより、光パルスを用いて非破壊・非接触にウィスパリングギャラリモードを励起するときに、縮退する2つのウィスパリングギャラリモードの内的一方を他方よりも強くできた。また、シミュレーションによっても同手法の検証を行った。通信機器用フィルターや小型センサーなどに利用されているGHz帯の表面音響波に対し、本研究による非接触な音響場カイラリティ制御を活用することで従来よりも高度な音響デバイスやセンシング技術の開発が期待できる。

二つ目の研究では単一材料を切削加工するだけで容易に作製可能、かつ、可聴域であるkHz帯の音響波伝播を抑止可能な新奇の音響メタマテリアル梁を開発した。また、実験的・数値計算的の双方にて当該構造の音響特性を調査した。当該技術は音響メタマテリアルによる制振機構を従来よりも強力かつ容易に作製可能とする。将来的には当該技術を応用することで、強力な制振機構を付与した多様な構造物の実現が期待できる。

また、上記の両方の研究は異なる大きさや材料の構造、異なる周波数にも適用可能なため、共振現象を利用した多様な音響波制御技術の発展への一助となることを望む。

付録 A

光学素子の説明

実験において用いた、標準的な鏡とレンズ以外の主な光学素子を記す。

- 偏光素子

- 偏光ビームスプリッター (polarizing beam splitter: PBS)

- 入射光の縦または横の偏光成分の内、一方を反射し他方は透過させる素子。

- 無偏光ビームスプリッター (non-polarizing beam splitter: NPBS)

- 全ての偏光成分に対して入射光の半分を反射しもう半分を透過させる素子。

- $\lambda/4$ 板 (quarter-wave plate: QWP)

- 透過光がもつ直交する 2 つの偏光成分間の位相差を $\pi/2 + 2n\pi$ (ただし n は非負の整数) 増加させる素子。名前に $\lambda/4$ とあるのは $2n\pi$ を無視すれば $\pi/2$ (4 分の 1 波長分) の位相差を与えることに由来する。材料は複屈折を起こす板状の結晶 (複屈折板) であり、対象とする波長と与えたい位相差に応じた、屈折率の波長・偏光依存性の材料と板厚を選ぶことにより所望の位相差を実現している。一般的に波長板は、位相が相対的に遅れる偏光成分と平行な方向に遅軸を、それと垂直な方向に速軸をもつという。この遅軸と速軸はそれぞれ遅相軸、進相軸ともいう。尚、本研究で用いたものは全て $n = 0$ となるよう設計された 0 次波長板である。これは 2 枚の複屈折板を、それぞれの遅軸と速軸が互い違いになるように貼り合わせて作られている。

- $\lambda/2$ 板 (half-wave plate: HWP)

- $\lambda/2$ 板と同様の原理により、透過する光のもつ直交する 2 つの偏光成分間の位相差を π (2 分の 1 波長分) 増加させる素子。

- 変調器

- 空間光変調器 (spatial light modulator: SLM)

- 光の位相や強度の空間的な分布を変調する素子。本研究で用いたものは LCOS (liquid crystal on silicon) -SLM と呼ばれており、液晶分子が起こす複屈折を利用し所望の位相分布を光に与える。液晶分子はその形状が近似的に楕円体と見なせ、分子の向きにより屈折率の偏光依存性が異なる。また、分子が極性を有しており分子の向きは電場を印加する

ことで制御できる。そのため、印加電場の空間形状を介して屈折率の空間的な分布を制御できる。これにより LCOS-SLM に入射した光波に空間的に制御した位相遅延を与えられる。

電気光学変調器 (electro-optic modulator: EOM)

電場によって物質の屈折率が変化する電気光学効果を起こす物質を利用し入射光の偏光の向きを制御する素子。本研究で用いたものは入射口と出射口それぞれに偏光子（入射光に含まれる偏光成分から特定の直線偏光成分のみを取り出す素子）を取り付けており、時間依存する電場を印加し入射光の偏光成分を時間変化させることで光の透過率も時間変化させ、光の時間的な強度変調を行っている。尚、電気光学効果の内、屈折率の変化量が電場に比例するものをポッケルス効果、電場の 2 乗に比例するものをカー効果と呼ぶ。本研究で用いた素子はポッケルス効果を利用している。

• その他

コーナーキューブ (corner cube)

全反射を利用して入射光の伝播方向を 180° 回転させて返す素子。

第二高調波発生結晶 (second harmonic generation crystal: SHG crystal)

物質が印加電場（入射光の電場）の 2 乗に比例する分極を起こす非線形光学現象により入射光の 2 倍の周波数の光を生じさせる結晶。第二高調波発生は光学的異方性の結晶にて起こるが、第二高調波を強くするためには上記異方性の他、結晶中で入射光と第二高調波の位相が一致するという位相整合条件も満たされている必要がある。

2 色鏡 (dichroic mirror: DM)

物質の反射率・透過率の波長依存性を利用して、特定の波長領域の光は反射し、また別の特定の波長領域の光は透過させる素子。

付録 B

干渉計の測定値

ここでは数式を用いて 2.1.3 項で述べた干渉計により SAW 観測のために光検出器が表面速度（正確には 2 つのプローブ光 Probe 1 と Probe 2 それぞれが到達する間の表面変位の時間変化量）に比例する出力を得るまでの過程を説明する。光学系については図 2.3 を参照のこと。尚、 x, y, z 軸や偏光の向きの定義は 2.1.3 項と同様である。

プローブ光が到達した遅延時間（以降、簡便のため時刻とする） τ における試料の表面変位を $u_z(\tau)$ とする。このとき、 $u_z(\tau)$ に由来する光路長の変化によって反射したプローブ光の位相は試料が定常状態 ($u_z = 0$) の時と比べて、

$$\delta\varphi(\tau) = 2ku_z(\tau) \quad (\text{B.1})$$

だけ変化する。ここで k はプローブ光の波数である。尚、 $\delta\varphi$ の符号はプローブ光の複素振幅が $\exp[i(\omega t - kz)]$ に比例するとして定めた。ただし、 ω は光の周波数、 t は時刻、 z は光軸上の座標である。また、光の伝播方向を z 軸の正方向とした。よって、Probe 1 と Probe 2 の位相差は、それぞれの試料への到達時刻を $\tau = \tau_1, \tau_2$ ($\tau_2 > \tau_1$) とすると、

$$\delta\varphi(\tau_2) - \delta\varphi(\tau_1) = 2k[u_z(\tau_2) - u_z(\tau_1)] \quad (\text{B.2})$$

となる。ゆえに、2 つのプローブ光の位相差は 2 つのプローブ光が到達する間の表面変位の時間変化量、すなわち、表面速度に比例する。

以降にて 2 つのプローブ光を干渉させ上記の位相差に比例した出力を得る過程を説明する。まず、定常状態での試料の複素反射率を

$$r = r_0 \exp(i\varphi_0) \quad (\text{B.3})$$

と表す。ここで反射率の振幅 r_0 と位相 φ_0 は実数である。音響波により定常状態から変化した、時刻 τ_n ($n = 1, 2$) における反射率を r'_n と置き、

$$\begin{aligned} r'_n &= r_0(1 + \rho_n) \exp[i(\varphi_0 - \delta\varphi_n)] \\ &= r(1 + \rho_n) \exp(i\delta\varphi_n) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

のように定常状態から振幅と位相がそれぞれ $\rho_n, \delta\varphi_n$ だけ変化していると仮定する。ただし、 $\delta\varphi_n \equiv \delta\varphi(\tau_n)$ である。また、前述の議論では表面変位による複素反射率の変化について位相変化のみを論じたが、数式展開をより一般的にするため以降では振幅変化も考慮して議論する。十分に $\rho_n, \delta\varphi_n$ が小さく 2 次以降の項を無視できるとすると、

$$r'_n \simeq r(1 + \rho_n + i\delta\varphi) \quad (\text{B.5})$$

を得る。次にプローブ光が種々の光学素子や試料を透過・反射することでその振幅と位相がどのように変化するかを記述するため、ジョーンズベクトルを用いてプローブ光を表す。まず、プローブ光が Probe 1 と Probe 2 の 2 つに分かれる前の状態 (NPBS 透過後、PBS 1 到達前の状態) を

$$\mathbf{J}_0 = \begin{bmatrix} E_h \\ E_v \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

(h: horizontal, v: vertical) と置く。ただし、プローブ光は始め x 軸から 45° 傾いた直線偏光であることと規格化条件を考慮すると実際には $E_h = E_v = 1/\sqrt{2}$ である。これが PBS 1 によって Probe 1 と Probe 2 に分けられ、図 2.3 の通りの経路を辿り再び NPBS にて合流する。合流し NPBS で反射されたときのプローブ光は両方の偏光成分に共通の係数を除くと

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} r'_1 E_v \\ r'_2 E_h \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

となる。上式から明らかな通り、縦偏光成分と横偏光成分それぞれに時刻 τ_1, τ_2 における複素反射率の情報が含まれている。また、合流前の Probe 1 が縦偏光成分に Probe 2 が横偏光成分に当たる。さらに QWP 2 と HWP によって Probe 1 と Probe 2 を干渉させてから PBS 2 で再びプローブ光を直交する 2 つの偏光成分に分けることで所望の出力を得る。この過程について論じる前に、まず QWP と HWP をジョーンズ行列でどのように描写できるかを述べる。速軸と x 軸がなす角が θ のときの QWP と HWP それぞれのジョーンズ行列を $\mathbf{T}_{\text{QWP}}(\theta), \mathbf{T}_{\text{HWP}}(\theta)$ と置くと、ジョーンズベクトルの規格化条件を考慮すれば

$$\mathbf{T}_{\text{QWP}}(0) = e^{i\pi/4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}, \quad (\text{B.8})$$

$$\mathbf{T}_{\text{HWP}}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.9})$$

と書ける [114, 115]。これらの波長板の速軸を 0 から θ だけ回すことは、2次元で座標を θ 回転させる行列

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (\text{B.10})$$

とその逆行列

$$\mathbf{R}^{-1}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (\text{B.11})$$

を用いて $\mathbf{R}(\theta)\mathbf{T}_{\text{QWP}}(0)\mathbf{R}^{-1}(\theta), \mathbf{R}(\theta)\mathbf{T}_{\text{HWP}}(0)\mathbf{R}^{-1}(\theta)$ と直交変換することに等しい。したがって、式 (B.8)-(B.11) の 4 式より、

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{\text{QWP}}(\theta) &= \mathbf{R}(\theta)\mathbf{T}_{\text{QWP}}(0)\mathbf{R}^{-1}(\theta) \\ &= e^{i\pi/4} \begin{bmatrix} \cos^2 \theta + i \sin^2 \theta & (1-i) \sin \theta \cos \theta \\ (1-i) \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta + i \cos^2 \theta \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{\text{HWP}}(\theta) &= \mathbf{R}(\theta)\mathbf{T}_{\text{HWP}}(0)\mathbf{R}^{-1}(\theta) \\ &= \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

を得る。よって、速軸が $\pi/4$ 傾いた QWP 2 と $\pi/8$ 傾いた HWP を透過したプローブ光は

$$\begin{aligned}
 \mathbf{J}' &= \mathbf{T}_{\text{QWP}(\pi/4)}\mathbf{T}_{\text{HWP}(\pi/8)}\mathbf{J} \\
 &= \frac{1}{2}(1+i) \begin{bmatrix} r'_1 E_v + ir'_2 E_h \\ r'_1 E_v - ir'_2 E_h \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{2}(1+i)r \begin{bmatrix} E_v + \rho_1 E_v - \delta\varphi_2 E_h + i(E_h + \rho_2 E_h + \delta\varphi_1 E_v) \\ E_v + \rho_1 E_v + \delta\varphi_2 E_h + i(-E_h - \rho_2 E_h + \delta\varphi_1 E_v) \end{bmatrix} \tag{B.14}
 \end{aligned}$$

となる。最後の変形では式 (B.5) を用いて近似した。次に PBS 2 でプローブ光を縦と横それぞれの直線偏光に分け、それぞれの偏光成分の強度 I_v, I_h を得ると

$$\begin{aligned}
 I_v &= \left| \frac{1}{2}(1+i)r[E_v + \rho_1 E_v - \delta\varphi_2 E_h + i(E_h + \rho_2 E_h + \delta\varphi_1 E_v)] \right|^2 \\
 &\simeq \frac{r^2}{2}[E_v^2 + E_h^2 + 2(\rho_1 E_v^2 + \rho_2 E_h^2 + \delta\varphi_1 E_v E_h - \delta\varphi_2 E_v E_h)], \tag{B.15}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_h &= \left| \frac{1}{2}(1+i)r[E_v + \rho_1 E_v - \delta\varphi_2 E_h + i(-E_h + \rho_2 E_h - \delta\varphi_1 E_v)] \right|^2 \\
 &\simeq \frac{r^2}{2}[E_v^2 + E_h^2 + 2(\rho_1 E_v^2 + \rho_2 E_h^2 - \delta\varphi_1 E_v E_h + \delta\varphi_2 E_v E_h)] \tag{B.16}
 \end{aligned}$$

である。ここでそれぞれの強度の近似では $\rho_n, \delta\varphi_n$ の 2 次以降の項を無視した。よって、式 (B.2)、式 (B.15) と式 (B.16) より、2 つの強度の差を取ると表面速度に比例した出力

$$I_h - I_v = 4kr^2 E_v E_h [u_z(\tau_2) - u_z(\tau_1)] \tag{B.17}$$

が得られる。したがって、図 2.1 や図 2.3 の光検出器のポート A で I_h をポート B で I_v 検出しその差をロックインアンプへの出力とすることで SAW の観測が可能となる。

付録 C

プローブ光集光位置のシフト量

ここでは 2.1.4 項で述べた 2 軸可動鏡の角度と各種物理量の関係を導出する。座標系とそれぞれのベクトル、角度の定義は 2.1.4 項と同様であるが、途中計算用に新たな変数も追加で定義しているため改めて全変数と座標の定義を以下に記す。また、図 C.1 も参照されたい。以降では適宜、座標と変数の定義を述べながら、2 軸可動鏡の回転によるプローブ光の反射角の変化、この反射角と対物レンズへの入射角の関係、入射角変化によるプローブ光の集光位置のシフトについて順を追って論じる。

まず、2 軸可動鏡の回転によるプローブ光の反射角の変化を求める。尚、簡便のため光線ベクトルと法線ベクトルはすべて規格化して扱う。2 軸可動鏡と各レンズの中心を通るように z 軸を定める。ここで z 軸正方向は 2 軸可動鏡から試料側に向く。この z 軸と合わせて右手系直交座標系になるように x 軸と y 軸を定める。初期状態において反射光線ベクトル \mathbf{r} は z 軸上に存在するとして j 軸 ($j = x, y, z$) の単位ベクトルを \mathbf{e}_j とすると、

$$\mathbf{r} = \mathbf{e}_z \quad (\text{C.1})$$

が成り立つ。入射光線ベクトルと 2 軸可動鏡の法線ベクトルそれぞれを \mathbf{i}, \mathbf{n} としたときに光線の入射

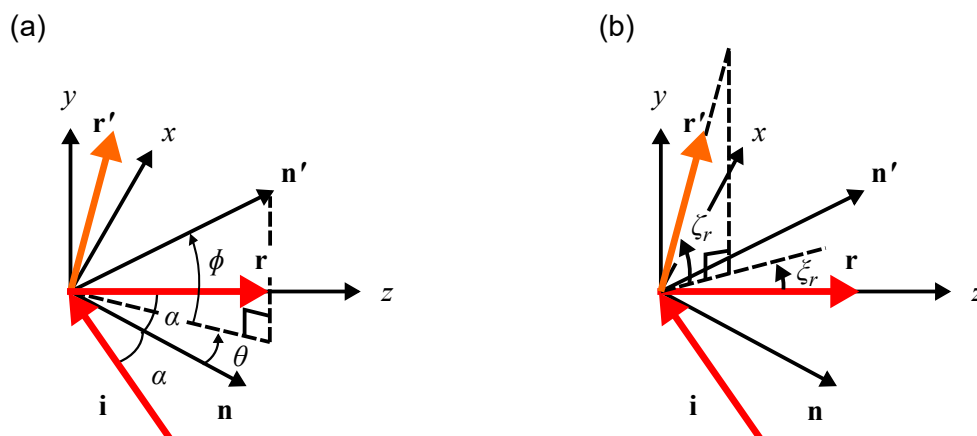


図 C.1 2 軸可動鏡での入射・反射における各ベクトル・角度の定義。(a) 2 軸可動鏡の法線ベクトルの回転。(b) 反射光線ベクトルの回転。 z 軸は 2 軸可動鏡とその下流のレンズペアそれぞれの中心を通る。2 軸可動鏡の法線ベクトルを方位角方向、仰角方向にそれぞれ θ, ϕ 回転させると反射光線ベクトルは元の状態 (図中赤色のベクトル \mathbf{r}) から方位角方向、仰角方向にそれぞれ ζ_r, ζ_r 回転する (図中橙色のベクトル \mathbf{r}')。

角、すなわち、 $-\mathbf{i}$ と \mathbf{n} のなす角が α であることと反射の法則を考慮すると、

$$\mathbf{i} = \sin 2\alpha \mathbf{e}_x - \cos 2\alpha \mathbf{e}_z, \quad (\text{C.2})$$

$$\mathbf{n} = -\sin \alpha \mathbf{e}_x + \cos \alpha \mathbf{e}_z \quad (\text{C.3})$$

と書ける。次に2軸可動鏡を、方位角方向と仰角方向それぞれに θ, ϕ だけ回転させた場合を考える。ただし、回転の角度が十分に小さく方位角方向と仰角方向それぞれへの回転操作が可換、すなわち、 θ, ϕ の2次以降の項を無視できるものとする。このとき、2軸可動鏡の新たな法線ベクトル \mathbf{n}' は

$$\mathbf{n}' = -\cos \phi \sin(\alpha - \theta) \mathbf{e}_x + \sin \phi \mathbf{e}_y + \cos \phi \cos(\alpha - \theta) \mathbf{e}_z \quad (\text{C.4})$$

となる。ところで、反射の法則より新たな反射光線 \mathbf{r}' は

$$\mathbf{r}' = \mathbf{i} - 2(\mathbf{n}' \cdot \mathbf{i})\mathbf{n}' \quad (\text{C.5})$$

を満たす。よって、

$$\begin{aligned} \mathbf{r}' = & [\sin 2\alpha - \cos^2 \phi (\sin 2\alpha - \sin 2\theta)] \mathbf{e}_x \\ & + \sin 2\phi (\cos \alpha \cos \theta - \sin \alpha \sin \theta) \mathbf{e}_y \\ & + [-\cos 2\alpha + \cos^2 \phi (\cos 2\alpha + \cos 2\theta)] \mathbf{e}_z \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

を得る。そして、前述の仮定の通りに θ, ϕ の2次以降の項を無視すると、

$$\mathbf{r}' = 2\theta \mathbf{e}_x + 2\phi \cos \alpha \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z \quad (\text{C.7})$$

と近似できる。したがって、元の反射光線 \mathbf{r} と比べると、 $r'^{(j)}$ を \mathbf{r}' の j 成分として \mathbf{r}' は方位角方向に

$$\begin{aligned} \xi_r &= \cos^{-1} \left[\frac{(r'^{(x)} \mathbf{e}_x + r'^{(z)} \mathbf{e}_z) \cdot \mathbf{r}}{|r'^{(x)} \mathbf{e}_x + r'^{(z)} \mathbf{e}_z| |\mathbf{r}|} \right] \\ &= \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{4\theta^2 + 1}} \\ &\simeq \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{\tan^2 2\theta + 1}} \\ &= \cos^{-1} (\cos 2\theta) \\ &= 2\theta \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

だけ傾く (r : reflected)。また、同様に仰角方向に

$$\begin{aligned} \zeta_r &= \cos^{-1} \left[\frac{(r'^{(y)} \mathbf{e}_y + r'^{(z)} \mathbf{e}_z) \cdot \mathbf{r}}{|r'^{(y)} \mathbf{e}_y + r'^{(z)} \mathbf{e}_z| |\mathbf{r}|} \right] \\ &\simeq 2\phi \cos \alpha \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

だけ傾く。

次にプローブ光の反射角と対物レンズへの入射角の関係を導く。近軸近似下では自由空間や光学素子などの光学系の透過または反射（以降は透過・反射を問わず、すべて光学系からの出射とする）を通した光線の変化は後述の光線伝達行列を用いて描写できる。続いて、これを用いてプローブ光の対物レンズ瞳面への入射角を導出する。図 C.2(a) のように Y 軸を、2軸可動鏡で反射直後のプローブ光の反射光線（前述の \mathbf{r} や \mathbf{r}' ）の z 軸に垂直な面への射影ベクトルの方向に取る。ここで、2軸可動

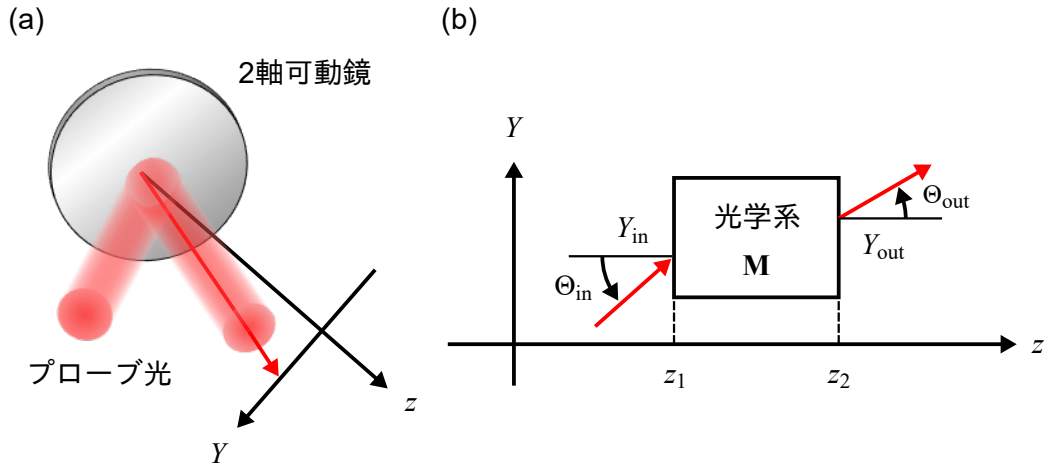


図 C.2 Yz 座標系と各物理量の定義。(a) Y 軸の定義。(b) Yz 面内における各物理量の定義。 z 軸はこれまで同様に 2 軸可動鏡や各レンズの中心を通る。 Y 軸方向の座標成分は光軸からの距離を示す。(a) の赤い矢印は 2 軸可動鏡からの反射光線ベクトルを示す。(b) の赤い矢印は注目する光学系に入射またはそこから出射する光線を示す。 z 軸方向の座標 z_1 から z_2 の範囲に光線伝達行列 \mathbf{M} で表される光学系が存在する。この光学系に (Y_{in}, z_1) から入射角 Θ_{in} で光線を入射すると、その光線は (Y_{out}, z_2) から角度 Θ_{out} で出射する。

鏡の回転に対し z 軸は不変なもの Y 軸は依存することに注意されたい。また、光線が光学系に入射（または光学系から出射）するとき、その光線と z 軸を含む面内にて z 軸に垂直方向の入射位置 Y_{in} （または出射位置 Y_{out} ）と入射角 Θ_{in} （または出射角 Θ_{out} ）を図 C.2(b) のように定める。上記の物理量の内、入射位置・出射位置の z 軸と垂直な座標成分 Y_{in}, Y_{out} 及び入射角 Θ_{in} と出射角 Θ_{out} には

$$\begin{bmatrix} Y_{out} \\ \Theta_{out} \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} Y_{in} \\ \Theta_{in} \end{bmatrix} \quad (\text{C.10})$$

という関係が成立する。ここで \mathbf{M} は前述の光線伝達行列であり、光学系に依存した 2 階の行列となる。このとき、 z 軸方向の長さ d の自由空間の伝播、焦点距離 F の厚さを無視できるレンズの透過についての光線伝達行列はそれぞれ

$$\mathbf{M}_{\text{free}}(d) = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{C.11})$$

$$\mathbf{M}_{\text{lens}}(F) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{F} & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{C.12})$$

と書ける [116] *1。プローブ光が 2 軸稼働鏡での反射後、対物レンズ瞳面に達するまでに透過する光学系の光線伝達行列は

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{\text{free}}(F') \mathbf{M}_{\text{lens}}(F') \mathbf{M}_{\text{free}}(F + F') \mathbf{M}_{\text{lens}}(F) \mathbf{M}_{\text{free}}(F) \quad (\text{C.13})$$

である。ところで、この光学系に入射するプローブ光は

$$\begin{bmatrix} Y_{in} \\ \Theta_{in} \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} 0 \\ \Theta_{rr} \end{bmatrix} \quad (\text{C.14})$$

*1 厳密には参考文献におけるレンズの光線伝達行列は厚さが無視できる凸レンズまたは凹レンズについてのものである。本論文ではこれを平凸レンズや対物レンズに適用するがその正当性の証明は省略する。

としている。ただし、 $\Theta_{rr'}$ は光線 \mathbf{r} と \mathbf{r}' のなす角であり、 $\Theta_{rr'}$ が 2 次以降の項を無視できるほど小さいとして

$$\begin{aligned}
 \Theta_{rr'} &\simeq \tan \Theta_{rr'} \\
 &= \sqrt{\frac{1 - \cos^2 \Theta_{rr'}}{\cos^2 \Theta_{rr'}}} \\
 &= \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}| |\mathbf{r}'|}\right)^2}{\left(\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}| |\mathbf{r}'|}\right)^2}} \\
 &= \sqrt{4\theta^2 + 4\phi^2 \cos^2 \alpha}
 \end{aligned} \tag{C.15}$$

となる。よって、式 (C.10) 式から式 (C.15) より、

$$\begin{bmatrix} Y_{\text{out}} \\ \Theta_{\text{out}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{F'}{F'} \Theta_{rr'} \end{bmatrix} \tag{C.16}$$

を得る。ゆえに、プローブ光の対物レンズ瞳面への入射位置は 2 軸可動鏡の角度に依らず、入射角のみが 2 軸可動鏡の角度に依存する。ここで再び xyz 座標系で光線ベクトルを考える。上式とレンズペア下流側のレンズの焦点距離が F' であることより、レンズペア下流側のレンズを出射位置とする対物レンズ瞳面への入射光線 \mathbf{i}_{obj} は

$$\begin{aligned}
 \mathbf{i}_{\text{obj}} &= A(F' \tan \Theta_{\text{out}} \mathbf{e}_Y + F' \mathbf{e}_z) \\
 &\simeq -AF \Theta_{rr'} \mathbf{e}_Y + AF' \mathbf{e}_z
 \end{aligned} \tag{C.17}$$

と書ける。ただし、 A は規格化定数であり \mathbf{e}_Y は Y 軸の単位ベクトルである。ところで、2 本の光線 \mathbf{r}' と \mathbf{i}_{obj} は同一面内にある。したがって、 \mathbf{r}' の x, y 成分の比と \mathbf{i}_{obj} の x, y 成分の比は等しい。よって、

$$\begin{aligned}
 \mathbf{e}_Y &= \frac{1}{\sqrt{4\theta^2 + 4\phi^2 \cos^2 \alpha}} (2\theta \mathbf{e}_x + 2\phi \cos \alpha \mathbf{e}_y) \\
 &= \frac{2}{\Theta_{rr'}} (\theta \mathbf{e}_x + \phi \cos \alpha \mathbf{e}_y)
 \end{aligned} \tag{C.18}$$

が成り立つ。ゆえに、 \mathbf{i}_{obj} の j 成分を $i_{\text{obj}}^{(j)}$ とし、対物レンズへの入射角を方位角方向 ξ_i (i : incident) と仰角方向 ζ_i に分けると、式 (C.8) と式 (C.9) と同様にして、

$$\begin{aligned}
 \xi_i &= \cos^{-1} \left[\frac{i_{\text{obj}}^{(x)} \mathbf{e}_x + i_{\text{obj}}^{(z)} \mathbf{e}_z \cdot \mathbf{e}_z}{\left| i_{\text{obj}}^{(x)} \mathbf{e}_x + i_{\text{obj}}^{(z)} \mathbf{e}_z \right| |\mathbf{e}_z|} \right] \\
 &\simeq 2 \frac{F}{F'} \theta,
 \end{aligned} \tag{C.19}$$

$$\begin{aligned}
 \zeta_i &= \cos^{-1} \left[\frac{i_{\text{obj}}^{(y)} \mathbf{e}_y + i_{\text{obj}}^{(z)} \mathbf{e}_z \cdot \mathbf{e}_z}{\left| i_{\text{obj}}^{(y)} \mathbf{e}_y + i_{\text{obj}}^{(z)} \mathbf{e}_z \right| |\mathbf{e}_z|} \right] \\
 &\simeq 2 \frac{F}{F'} \phi \cos \alpha
 \end{aligned} \tag{C.20}$$

を得る。これより、2 軸可動鏡の回転によるプローブ光の対物レンズ瞳面への入射角の変化が求まった。

最後に、上記の入射角変化によるプローブ光の試料表面における集光位置のシフト量を導く。再び光線伝達行列を用いてプローブ光の振る舞いを考える。対物レンズ瞳面への入射位置と入射角を

$$\begin{bmatrix} Y'_{\text{in}} \\ \Theta'_{\text{in}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{F}{F'} \Theta_{\text{rr}'} \end{bmatrix} \quad (\text{C.21})$$

と置く。対物レンズへの入射後、プローブ光は焦点距離 Λ の対物レンズでの屈折と光軸方向の長さ Λ の自由空間の伝播を経て試料表面に集光する。したがって、これら屈折と伝播によって試料表面に出射した光線は

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Y'_{\text{out}} \\ \Theta'_{\text{out}} \end{bmatrix} &= \mathbf{M}_{\text{free}}(\Lambda) \mathbf{M}_{\text{lens}}(\Lambda) \begin{bmatrix} Y'_{\text{in}} \\ \Theta'_{\text{in}} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\frac{F\Lambda}{F'} \Theta_{\text{rr}'} \\ -\frac{F}{F'} \Theta_{\text{rr}'} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{C.22})$$

である。この出射光線を xyz 座標系における、規格化されていない、試料に入射する光線ベクトルとして記述すると、

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_{\text{sample}} &= \Lambda \tan \Theta'_{\text{out}} \mathbf{e}_Y + \Lambda \mathbf{e}_z \\ &\simeq -\frac{2F\Lambda}{F'} (\theta \mathbf{e}_x + \phi \cos \alpha \mathbf{e}_y) + \Lambda \mathbf{e}_z \end{aligned} \quad (\text{C.23})$$

となる。よって、試料表面における集光位置のシフト量として

$$\mathbf{\Gamma} = -\frac{2F\Lambda}{F'} (\theta \mathbf{e}_x + \phi \cos \alpha \mathbf{e}_y) \quad (\text{C.24})$$

を得る。

参考文献

- [1] 日本学術振興会弾性波素子技術第 150 委員会. 弾性波デバイス技術. オーム社, 2004.
- [2] 近藤淳, 工藤すばる. 弾性表面波・圧電振動型センサ. コロナ社, 2019.
- [3] B. Auld. *Acoustic Fields and Waves in Solids*. John Wiley & Sons, 1973.
- [4] B. Auld. *Acoustic Fields and Waves in Solids*. John Wiley & Sons, 2 edition, 1990.
- [5] Lord Rayleigh. On waves propagated along the plane surface of an elastic solid. *Proceedings of the London Mathematical Society*, Vol. s1-17, No. 1, pp. 4–11, 1885.
- [6] R. M. White and F. W. Voltmer. Direct piezoelectric coupling to surface elastic waves. *Applied Physics Letters*, Vol. 7, No. 12, pp. 314–316, 1965.
- [7] K. Yamanouchi and K. Shibayama. Elastic surface-wave excitation, using parallel-line electrodes above piezoelectric plates. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 41, No. 1, pp. 222–223, 1967.
- [8] C. Thomsen, H. T. Grahn, H. J. Maris, and J. Tauc. Surface generation and detection of phonons by picosecond light pulses. *Physical Review B*, Vol. 34, No. 6, pp. 4129–4138, 1986.
- [9] Y. Sugawara, O. B. Wright, O. Matsuda, M. Takigahira, Y. Tanaka, S. Tamura, and V. E. Gusev. Watching ripples on crystals. *Physical review letters*, Vol. 88, No. 18, pp. 185504–1–4, 2002.
- [10] O. B. Wright, Y. Sugawara, O. Matsuda, M. Takigahira, Y. Tanaka, S. Tamura, and V. E. Gusev. Real-time imaging and dispersion of surface phonons in isotropic and anisotropic materials. *Physica B: Condensed Matter*, Vol. 316-317, pp. 29–34, 2002.
- [11] Y. Sugawara, O. B. Wright, and O. Matsuda. Direct access to the dispersion relations of multiple anisotropic surface acoustic modes by fourier image analysis. *Applied Physics Letters*, Vol. 83, No. 7, pp. 1340–1342, 2003.
- [12] D. M. Profunser, O. B. Wright, and O. Matsuda. Imaging ripples on phononic crystals reveals acoustic band structure and bloch harmonics. *Physical Review Letters*, Vol. 97, No. 5, pp. 055502–1–4, 2006.
- [13] T. Tachizaki, T. Muroya, O. Matsuda, Y. Sugawara, D. H. Hurley, and O. B. Wright. Scanning ultrafast Sagnac interferometry for imaging two-dimensional surface wave propagation. *Review of Scientific Instruments*, Vol. 77, No. 4, pp. 043713–1–13, 2006.
- [14] A. A. Maznev, T. A. Kelf, M. Tomoda, O. Matsuda, and O. B. Wright. Optical generation of surface acoustic waves guided at the linear boundary between two thin films. *Journal of Applied Physics*, Vol. 107, No. 3, pp. 033521–1–6, 2010.
- [15] T. Tachizaki, O. Matsuda, A. A. Maznev, and O. B. Wright. Acoustic whispering-gallery modes generated and dynamically imaged with ultrashort optical pulses. *Physical Review B*, Vol. 81,

- No. 16, pp. 165434–1–5, 2010.
- [16] P. H. Otsuka, K. Nanri, O. Matsuda, M. Tomoda, D. M. Profunser, I. A. Veres, S. Danworaphong, A. Khelif, S. Benchabane, V. Laude, and O. B. Wright. Broadband evolution of phononic-crystal-waveguide eigenstates in real- and k-spaces. *Scientific Reports*, Vol. 3, pp. 3351–1–5, 2013.
- [17] S. Kaneko, M. Tomoda, and O. Matsuda. A method for the frequency control in time-resolved two-dimensional gigahertz surface acoustic wave imaging. *AIP Advances*, Vol. 4, No. 1, pp. 017124–1–8, 2014.
- [18] O. Matsuda, S. Kaneko, O. B. Wright, and M. Tomoda. Time-resolved gigahertz acoustic wave imaging at arbitrary frequencies. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, Vol. 62, No. 3, pp. 584–595, 2015.
- [19] S. Mezil, P. H. Otsuka, S. Kaneko, O. B. Wright, M. Tomoda, and O. Matsuda. Imaging arbitrary acoustic whispering-gallery modes in the gigahertz range with ultrashort light pulses. *Optics Letters*, Vol. 40, No. 10, pp. 2157–2160, 2015.
- [20] O. B. Wright and O. Matsuda. Watching surface waves in phononic crystals. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 373, No. 2049, pp. 20140364–1–18, 2015.
- [21] Lord Rayleigh. CXII. The problem of the whispering gallery. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, Vol. 20, No. 120, pp. 1001–1004, 1910.
- [22] Lord Rayleigh. IX. Further applications of Bessel’s functions of high order to the Whispering Gallery and allied problems. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, Vol. 27, No. 157, pp. 100–109, 1914.
- [23] S. Tamura. Vibrational cavity modes in a free cylindrical disk. *Physical Review B*, Vol. 79, No. 5, pp. 054302–1–18, 2009.
- [24] J. R. Wait. *Electromagnetic radiation from cylindrical structures*. Pergamon Press, 1959.
- [25] J. R. Wait. Electromagnetic whispering gallery modes in a dielectric rod. *Radio Science*, Vol. 2, No. 9, pp. 1005–1017, 1967.
- [26] R. D. Doolittle, H. Überall, and P. Uginčius. Sound scattering by elastic cylinders. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 43, No. 1, pp. 1–14, 1968.
- [27] J. W. Dickey, G. V. Frisk, and H. Überall. Whispering gallery wave modes on elastic cylinders. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 59, No. 6, pp. 1339–1346, 1976.
- [28] L. Pochhammer. On the propagation velocities of small oscillations in an unlimited isotropic circular cylinder. *J. Reine Angewandte Math*, Vol. 81, pp. 324–336, 1876.
- [29] C. Chree. Longitudinal vibrations of a circular bar. *The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics*, Vol. 21, pp. 287–298, 1886.
- [30] C. Chree. The equations of an isotropic elastic cylinder in polar and cylindrical coordinates, their solutions and applications. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, Vol. 14, pp. 250–309, 1889.
- [31] R. W. Morse. Dispersion of compressional waves in isotropic rods of rectangular cross section. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 20, No. 6, pp. 833–838, 1948.
- [32] R. W. Morse. The velocity of compressional waves in rods of rectangular cross section. *The*

- Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 22, No. 2, pp. 219–223, 1950.
- [33] G. J. Kynch. The fundamental modes of vibration of uniform beams for medium wavelengths. *British Journal of Applied Physics*, Vol. 8, No. 2, pp. 64–73, 1957.
- [34] N. J. Nigro. Steady-state wave propagation in infinite bars of noncircular cross section. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 40, No. 6, pp. 1501–1508, 1966.
- [35] W. B. Fraser. Stress wave propagation in rectangular bars. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 5, No. 4, pp. 379–397, 1969.
- [36] N. Nishiguchi, Y. Ando, and M. N. Wybourne. Acoustic phonon modes of rectangular quantum wires. *Journal of Physics: Condensed Matter*, Vol. 9, No. 27, pp. 5751–5764, 1997.
- [37] R. D. Mindlin and E. A. Fox. Vibrations and waves in elastic bars of rectangular cross section. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 27, No. 1, pp. 152–158, 1960.
- [38] V. G. Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ . *Soviet Physics Uspekhi*, Vol. 10, No. 4, pp. 509–514, 1968.
- [39] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 47, No. 11, pp. 2075–2084, 1999.
- [40] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Physical Review Letters*, Vol. 84, No. 18, pp. 4184–4187, 2000.
- [41] J. B. Pendry. Negative refraction makes a perfect lens. *Physical Review Letters*, Vol. 85, No. 18, pp. 3966–3969, 2000.
- [42] R. A. Shelby, D. R. Smith, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz. Microwave transmission through a two-dimensional, isotropic, left-handed metamaterial. *Applied Physics Letters*, Vol. 78, No. 4, pp. 489–491, 2001.
- [43] R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schultz. Experimental verification of a negative index of refraction. *Science*, Vol. 292, No. 5514, pp. 77–79, 2001.
- [44] J. W. Lee, M. A. Seo, J. Y. Sohn, Y. H. Ahn, D. S. Kim, S. C. Jeoung, C. Lienau, and Q.-H. Park. Invisible plasmonic meta-materials through impedance matching to vacuum. *Optics Express*, Vol. 13, No. 26, pp. 10681–10687, 2005.
- [45] I. I. Smolyaninov, Y.-J. Hung, and C. C. Davis. Imaging and focusing properties of plasmonic metamaterial devices. *Physical Review B*, Vol. 76, No. 20, pp. 205424–1–7, 2007.
- [46] J. Zhang, K. F. MacDonald, and N. I. Zheludev. Optical gecko toe: optically controlled attractive near-field forces between plasmonic metamaterials and dielectric or metal surfaces. *Physical Review B*, Vol. 85, No. 20, pp. 205123–1–5, 2012.
- [47] J.-Y. Ou, E. Plum, J. Zhang, and N. I. Zheludev. An electromechanically reconfigurable plasmonic metamaterial operating in the near-infrared. *Nature Nanotechnology*, Vol. 8, No. 4, pp. 252–255, 2013.
- [48] N. Meinzer, W. L. Barnes, and I. R. Hooper. Plasmonic meta-atoms and metasurfaces. *Nature Photonics*, Vol. 8, No. 12, pp. 889–898, 2014.
- [49] C.-C. Chen, A. Ishikawa, Y.-H. Tang, M.-H. Shiao, D. P. Tsai, and T. Tanaka. Uniaxial-isotropic

- metamaterials by three-dimensional split-ring resonators. *Advanced Optical Materials*, Vol. 3, No. 1, pp. 44–48, 2015.
- [50] Z. Liu, X. Zhang, Y. Mao, Y. Y. Zhu, Z. Yang, C. T. Chan, and P. Sheng. Locally resonant sonic materials. *Science*, Vol. 289, No. 5485, pp. 1734–1736, 2000.
- [51] N. Fang, D. Xi, J. Xu, M. Ambati, W. Srituravanich, C. Sun, and X. Zhang. Ultrasonic metamaterials with negative modulus. *Nature Materials*, Vol. 5, No. 6, pp. 452–456, 2006.
- [52] S. Yao, X. Zhou, and G. Hu. Experimental study on negative effective mass in a 1d mass-spring system. *New Journal of Physics*, Vol. 10, No. 4, pp. 043020–1–11, 2008.
- [53] Y. Cheng, J. Y. Xu, and X. J. Liu. One-dimensional structured ultrasonic metamaterials with simultaneously negative dynamic density and modulus. *Physical Review B*, Vol. 77, No. 4, pp. 045134–1–10, 2008.
- [54] Y. Xiao, J. Wen, and X. Wen. Flexural wave band gaps in locally resonant thin plates with periodically attached spring-mass resonators. *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 45, No. 19, pp. 195401–1–12, 2012.
- [55] S. Zhang, J. Hui Wu, and Z. Hu. Low-frequency locally resonant band-gaps in phononic crystal plates with periodic spiral resonators. *Journal of Applied Physics*, Vol. 113, No. 16, pp. 163511–1–8, 2013.
- [56] M. Rupin, F. Lemoult, G. Lerosey, and P. Roux. Experimental demonstration of ordered and disordered multiresonant metamaterials for Lamb waves. *Physical Review Letters*, Vol. 112, No. 23, pp. 234301–1–5, 2014.
- [57] P. H. Otsuka, S. Mezil, O. Matsuda, M. Tomoda, A. A. Maznev, T. Gan, N. Fang, N. Boechler, V. E. Gusev, and O. B. Wright. Time-domain imaging of gigahertz surface waves on an acoustic metamaterial. *New Journal of Physics*, Vol. 20, No. 1, pp. 013026–1–12, 2018.
- [58] R. Ghaffarivardavagh, J. Nikolajczyk, S. Anderson, and X. Zhang. Ultra-open acoustic metamaterial silencer based on Fano-like interference. *Physical Review B*, Vol. 99, No. 2, pp. 024302–1–10, 2019.
- [59] D. Yu, Y. Liu, G. Wang, H. Zhao, and J. Qiu. Flexural vibration band gaps in Timoshenko beams with locally resonant structures. *Journal of Applied Physics*, Vol. 100, No. 12, pp. 124901–1–5, 2006.
- [60] Y. Xiao, J. Wen, G. Wang, and X. Wen. Theoretical and experimental study of locally resonant and Bragg band gaps in flexural beams carrying periodic arrays of beam-like resonators. *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 135, No. 4, pp. 041006–1–17, 2013.
- [61] Y. Xiao, J. Wen, D. Yu, and X. Wen. Flexural wave propagation in beams with periodically attached vibration absorbers: band-gap behavior and band formation mechanisms. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 332, No. 4, pp. 867–893, 2013.
- [62] M. Nouh, O. Aldraihem, and A. Baz. Vibration characteristics of metamaterial beams with periodic local resonances. *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 136, No. 6, pp. 061012–1–12, 2014.
- [63] R. Zhu, X. N. Liu, G. K. Hu, C. T. Sun, and G. L. Huang. A chiral elastic metamaterial beam for broadband vibration suppression. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 333, No. 10, pp. 2759–2773, 2014.

-
- [64] H. Zhang, Y. Xiao, J. Wen, D. Yu, and X. Wen. Flexural wave band gaps in metamaterial beams with membrane-type resonators: theory and experiment. *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 48, No. 43, pp. 435305–1–11, 2015.
- [65] T. Wang, M.-P. Sheng, and Q.-H. Qin. Multi-flexural band gaps in an Euler-Bernoulli beam with lateral local resonators. *Physics Letters A*, Vol. 380, No. 4, pp. 525–529, 2016.
- [66] J.-S. Chen, Y.-J. Huang, and I.-T. Chien. Flexural wave propagation in metamaterial beams containing membrane-mass structures. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 131–132, pp. 500–506, 2017.
- [67] H. Chen, X. Li, Y. Chen, and G. Huang. Wave propagation and absorption of sandwich beams containing interior dissipative multi-resonators. *Ultrasonics*, Vol. 76, pp. 99–108, 2017.
- [68] L. Tang and L. Cheng. Ultrawide band gaps in beams with double-leaf acoustic black hole indentations. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 142, No. 5, pp. 2802–2807, 2017.
- [69] X. Li, Y. Chen, G. Hu, and G. Huang. A self-adaptive metamaterial beam with digitally controlled resonators for subwavelength broadband flexural wave attenuation. *Smart Materials and Structures*, Vol. 27, No. 4, pp. 045015–1–13, 2018.
- [70] N. Gao, Z. Wei, R. Zhang, and H. Hou. Low-frequency elastic wave attenuation in a composite acoustic black hole beam. *Applied Acoustics*, Vol. 154, pp. 68–76, 2019.
- [71] Y. Xiao, J. Wen, and X. Wen. Longitudinal wave band gaps in metamaterial-based elastic rods containing multi-degree-of-freedom resonators. *New Journal of Physics*, Vol. 14, No. 3, pp. 033042–1–20, 2012.
- [72] E. Nobrega, F. Gautier, A. Pelat, and J. Dos Santos. Vibration band gaps for elastic metamaterial rods using wave finite element method. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 79, pp. 192–202, 2016.
- [73] D. Yu, Y. Liu, G. Wang, L. Cai, and J. Qiu. Low frequency torsional vibration gaps in the shaft with locally resonant structures. *Physics Letters A*, Vol. 348, No. 3-6, pp. 410–415, 2006.
- [74] L. Li, T. Chen, J. Wu, X. Wang, and Z. Wang. Hybrid method for analyzing the torsional vibration of one-dimensional phononic-band-gap shafts. *Japanese Journal of Applied Physics*, Vol. 51, No. 5 part 1, pp. 052001–1–7, 2012.
- [75] L. Li and A. Cai. Low-frequency band gap mechanism of torsional vibration of lightweight elastic metamaterial shafts. *The European Physical Journal Applied Physics*, Vol. 75, No. 1, pp. 10501–1–12, 2016.
- [76] K. Wang, J. Zhou, D. Xu, and H. Ouyang. Tunable low-frequency torsional-wave band gaps in a meta-shaft. *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 52, No. 5, pp. 055104–1–13, 2019.
- [77] L. Airoldi and M. Ruzzene. Design of tunable acoustic metamaterials through periodic arrays of resonant shunted piezos. *New Journal of Physics*, Vol. 13, No. 11, pp. 113010–1–21, 2011.
- [78] G. Ma, C. Fu, G. Wang, P. d. Hougne, J. Christensen, Y. Lai, and P. Sheng. Polarization bandgaps and fluid-like elasticity in fully solid elastic metamaterials. *Nature Communications*, Vol. 7, No. 1, pp. 13536–1–8, 2016.
- [79] L. Lixia and C. Anjiang. Control of the low-frequency vibrations of elastic metamaterial shafts

- with discretized arc-rubber layers. *Japanese Journal of Applied Physics*, Vol. 55, No. 6, pp. 067301–1–6, 2016.
- [80] L. Li, R. Lv, A. Cai, M. Xie, Y. Chen, and G. Huang. Low-frequency vibration suppression of a multi-layered elastic metamaterial shaft with discretized scatters. *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 52, No. 5, pp. 055105–1–9, 2019.
- [81] R. Zhu, X. N. Liu, G. K. Hu, C. T. Sun, and G. L. Huang. Negative refraction of elastic waves at the deep-subwavelength scale in a single-phase metamaterial. *Nature Communications*, Vol. 5, No. 1, pp. 5510–1–8, 2014.
- [82] V. M. García-Chocano, J. Christensen, and J. Sánchez-Dehesa. Negative refraction and energy funneling by hyperbolic materials: An experimental demonstration in acoustics. *Physical Review Letters*, Vol. 112, No. 14, pp. 144301–1–5, 2014.
- [83] V. E. Gusev and O. B. Wright. Double-negative flexural acoustic metamaterial. *New Journal of Physics*, Vol. 16, No. 12, pp. 123053–1–12, 2014.
- [84] W. Wang, B. Bonello, B. Djafari-Rouhani, Y. Pennec, and J. Zhao. Double-negative pillared elastic metamaterial. *Physical Review Applied*, Vol. 10, No. 6, pp. 064011–1–14, 2018.
- [85] S. Zhang, L. Yin, and N. Fang. Focusing ultrasound with an acoustic metamaterial network. *Physical Review Letters*, Vol. 102, No. 19, pp. 194301–1–4, 2009.
- [86] L. Zigoneanu, B.-I. Popa, and S. A. Cummer. Design and measurements of a broadband two-dimensional acoustic lens. *Physical Review B*, Vol. 84, No. 2, pp. 024305–1–5, 2011.
- [87] F. Lemoult, N. Kaina, M. Fink, and G. Lerosey. Soda cans metamaterial: A subwavelength-scaled phononic crystal. *Crystals*, Vol. 6, No. 7, pp. 82–1–25, 2016.
- [88] J. B. Pendry and J. Li. An acoustic metafluid: realizing a broadband acoustic cloak. *New Journal of Physics*, Vol. 10, No. 11, pp. 115032–1–9, 2008.
- [89] A. N. Norris. Acoustic metafluids. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 125, No. 2, pp. 839–849, 2009.
- [90] N. Stenger, M. Wilhelm, and M. Wegener. Experiments on elastic cloaking in thin plates. *Physical Review Letters*, Vol. 108, No. 1, pp. 014301–1–5, 2012.
- [91] T. Bückmann, M. Thiel, M. Kadic, R. Schittny, and M. Wegener. An elasto-mechanical unfeelability cloak made of pentamode metamaterials. *Nature Communications*, Vol. 5, No. 1, pp. 4130–1–6, 2014.
- [92] A. Diatta and S. Guenneau. Controlling solid elastic waves with spherical cloaks. *Applied Physics Letters*, Vol. 105, No. 2, pp. 021901–1–4, 2014.
- [93] Y. Chen, X. Liu, and G. Hu. Latticed pentamode acoustic cloak. *Scientific Reports*, Vol. 5, pp. 15745–1–7, 2015.
- [94] P. Zhang and W. J. Parnell. Hyperelastic antiplane ground cloaking. *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 143, No. 5, pp. 2878–2885, 2018.
- [95] J. J. Park, K. J. B. Lee, O. B. Wright, M. K. Jung, and S. H. Lee. Giant acoustic concentration by extraordinary transmission in zero-mass metamaterials. *Physical Review Letters*, Vol. 110, No. 24, pp. 244302–1–5, 2013.
- [96] S. Mezil, K. Chonan, P. H. Otsuka, M. Tomoda, O. Matsuda, S. H. Lee, and O. B. Wright.

- Extraordinary transmission of gigahertz surface acoustic waves. *Scientific Reports*, Vol. 6, pp. 33380–1–11, 2016.
- [97] E. Bok, J. J. Park, H. Choi, C. K. Han, O. B. Wright, and S. H. Lee. Metasurface for water-to-air sound transmission. *Physical Review Letters*, Vol. 120, No. 4, pp. 044302–1–6, 2018.
- [98] S. H. Lee and O. B. Wright. Origin of negative density and modulus in acoustic metamaterials. *Physical Review B*, Vol. 93, No. 2, pp. 024302–1–14, 2016.
- [99] F.-C. Hsu, C.-I. Lee, J.-C. Hsu, T.-C. Huang, C.-H. Wang, and P. Chang. Acoustic band gaps in phononic crystal strip waveguides. *Applied Physics Letters*, Vol. 96, No. 5, pp. 051902–1–3, 2010.
- [100] Y. Pennec, B. D. Rouhani, C. Li, J. M. Escalante, A. Martinez, S. Benchabane, V. Laude, N. Papanikolaou, A. Martinez, N. Papanikolaou, J. M. Escalante, Y. Pennec, C. Li, and S. Benchabane. Band gaps and cavity modes in dual phononic and photonic strip waveguides. *AIP Advances*, Vol. 1, No. 4, pp. 041901–1–8, 2011.
- [101] F.-C. Hsu, J.-C. Hsu, T.-C. Huang, C.-H. Wang, and P. Chang. Reducing support loss in micromechanical ring resonators using phononic band-gap structures. *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 44, No. 37, pp. 375101–1–10, 2011.
- [102] D. Feng, D. Xu, G. Wu, B. Xiong, and Y. Wang. Extending of band gaps in silicon based one-dimensional phononic crystal strips. *Applied Physics Letters*, Vol. 103, No. 15, pp. 151906–1–3, 2013.
- [103] D. Feng, D. Xu, G. Wu, B. Xiong, and Y. Wang. Phononic crystal strip based anchors for reducing anchor loss of micromechanical resonators. *Journal of Applied Physics*, Vol. 115, No. 2, pp. 024503–1–7, 2014.
- [104] S. Mezil, K. Fujita, P. H. Otsuka, M. Tomoda, M. Clark, O. B. Wright, and O. Matsuda. Active chiral control of GHz acoustic whispering-gallery modes. *Applied Physics Letters*, Vol. 111, No. 14, pp. 144103–1–4, 2017.
- [105] K. Fujita, M. Tomoda, O. B. Wright, and O. Matsuda. Perfect acoustic bandgap metabeam based on a quadruple-mode resonator array. *Applied Physics Letters*, Vol. 115, No. 8, pp. 081905–1–5, 2019.
- [106] O. Matsuda, M. C. Larciprete, R. Li Voti, and O. B. Wright. Fundamentals of picosecond laser ultrasonics. *Ultrasonics*, Vol. 56, pp. 3–20, 2015.
- [107] 俊明遠坂. 計測のためのフィルタ回路設計 各種フィルタの実践からロックインアンプまで. CQ出版, 第8版, 1998.
- [108] D. Gabor. A new microscopic principle. *Nature*, Vol. 161, No. 4098, pp. 777–778, 1948.
- [109] M. Clark, S. D. Sharples, and M. G. Somekh. Diffractive acoustic elements for laser ultrasonics. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 107, No. 6, pp. 3179–3185, 2000.
- [110] CRC Handbook. *CRC Handbook of Chemistry and Physics*. CRC Press, 85 edition, 2004.
- [111] S. P. Timoshenko. *History of Strength of Materials: With a Brief Account of the History of Theory of Elasticity and Theory of Structures*. McGraw-Hill, 1 edition, 1953.
- [112] S. P. Timoshenko and J. N. Goodier. *Theory of Elasticity*. McGraw-Hill, 1969.
- [113] A. A. Krushynska and V. V. Meleshko. Normal waves in elastic bars of rectangular cross section. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 129, No. 3, pp. 1324–1335, 2011.

-
- [114] J. W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics*. Roberts & Co, 2005.
- [115] E. Hecht. *Optics*. Pearson Education, Incorporated, 5 edition, 2017.
- [116] B. E. A. Saleh. *Fundamentals of photonics*. John Wiley & Sons, Ltd, 3 edition, 2019.

謝辞

本論文を作成するにあたり多くの方々にご協力頂いたこと、この場を借りて御礼申し上げます。実験、シミュレーション、データ解析、論文執筆作法等の様々なことについてご教授くださった先生方、研究員の方々、先輩方のお力添えがあったからこそ今日まで至ることができました。Wright 教授、松田准教授、友田助教のお三方には実験や論文執筆などを助けて頂くだけでなく、研究に関して私の理解の至らぬ点や考察の詰めの甘い点を幾度もご指摘頂くとともに、行き詰まったときに数え切れないほど多くのご助言を頂きました。私が研究に関して議論をしたいと申し出たときに時間を惜しまず付き合ってくださいましたことにも本当に感謝しております。そのお陰で自身の研究をより深く理解するための機会と、納得のいくまで物事を考えたり調査し続けたりする経験を得ることができました。また、本論文に限らず学会発表や欧文紙への論文投稿などの際に自身の研究を如何にすればより良く人に伝えることができるかという技術も大変に勉強になりました。特に学会資料や論文の英文を書くことには難儀しましたが、Wright 教授に良い英文の例を沢山学ばせて頂いたことで少しずつ成長できたと思います。指導教官である松田准教授や、同じ居室で研究室生活を送らせて頂いた友田助教には特に研究関連の質問をする機会が多かったですが、私の理解が及ばぬために初歩的な、または、似た内容の質問を繰り返してしまったときもそれらに丁寧に答えてくださったお陰でここに至ることができました。また、私の所属研究室以外に在籍される先生方にもこれまでに本当に多くのことをご教授頂きましたこと感謝申し上げます。同じ研究室で過ごした研究員の方々にも多くのことを学ばせて頂き、そして、研究生活を支えて頂きました。特に今も在籍されているまたは在籍期間の長かった研究員の Otsuka 氏、Mezil 氏、Devaux 氏にはデータ解析や研究発表について色々と助けて頂きました。私の拙い英語にもこやかに長い時間付き合って頂いたこと感謝しております。Nottingham 大学の Clark 教授には本研究の一番目のテーマの肝となる計算機ホログラム制御プログラムを提供して頂きました。北海道大学工学系ワークショップの森氏には二番目のテーマで設計した音響メタマテリアル梁の実験試料を作製して頂きました。皆様のおかげで本論文の二つの研究を実現することができたこと本当に感謝しております。また、研究室に入ってから6年間、つつがなく研究生活を送れたのは秘書の山崎氏と前任の秘書の高橋氏のお陰でもあります。私達学生の生活を支えてくださっていること、改めて感謝申し上げます。勿論、楽しい研究生活を送れたのは同じ研究室の先輩、同期、後輩の学生の皆様もあってのものでした。楽しい時間を過ごせたこと感謝しています。そして、27歳まで学生として生活をさせてくれ今日まで支えてくれた両親にも本当に感謝しております。

これまでにご協力、ご指導頂いた全ての方々へ改めて御礼申し上げます。本当にありがとうございました。